République Algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed

Faculté des sciences économiques, Sciences de Gestion et Sciences commerciales

Département des sciences économiques

Polycopié en matière de Microéconomie destiné aux étudiants de la première année tronc commun :

Résumé des cours avec exercices solutionnés

En Microéconomie

Préparé par : Mme Bouchenaki Fatiha

Année universitaire : 2024-2025

Plan du polycopié

Introduction

L'économie concerne l'étude de l'utilisation des ressources rares pour répondre aux besoins des individus vivant en société. Elle se concentre d'une part sur les opérations essentielles telles que la production et la consommation de biens, et d'autre part sur les institutions et les activités visant à faciliter ces opérations. Traditionnellement, la science économique est divisée en deux grandes branches : la microéconomie et la macroéconomie.

En général, la macroéconomie aborde l'économie d'un pays dans son ensemble. Elle examine la structure, le fonctionnement et les résultats de l'économie globale, en mettant l'accent sur les problèmes tels que l'inflation et le chômage, et tente de trouver des solutions pour les résoudre. La microéconomie : Elle se penche sur les actions de l'individu (le producteur et/ou le consommateur) ainsi que sur les interactions entre les acteurs économiques. Elle décrit comment l'offre et la demande sont établies et comment le niveau des prix sur les marchés est déterminé en fonction du degré de concurrence. De cette manière, les consommateurs cherchent à utiliser leur revenu de manière optimale, tandis que les entreprises cherchent à maximiser leur bénéfice des opérations qu'elles effectuent.

La microéconomie est la science sociale qui étudie les implications des incitations et des décisions et la manière dont elles affectent l'utilisation et la distribution des ressources au niveau individuel. La microéconomie montre comment et pourquoi différents biens ont des valeurs différentes. Elle aborde la manière dont les individus et les entreprises conduisent et bénéficient d'une production et d'un échange efficaces et comment les individus peuvent mieux se coordonner et coopérer les uns avec les autres.

L'analyse microéconomique a toujours été effectuée en utilisant la théorie de l'équilibre général, que Léon Walras a développée dans son ouvrage Éléments d'économie pure, et la théorie de l'équilibre partiel, introduite par Alfred Marshall dans son ouvrage Principes d'économie. La microéconomie néoclassique est l'objet des méthodes marshalliennes et walrasiennes. L'économie néoclassique met l'accent sur les décisions rationnelles des consommateurs et des producteurs afin de maximiser leur bien-être économique, en tenant compte des contraintes liées au revenu et aux ressources dont ils disposent. Les économistes néoclassiques élaborent des modèles mathématiques du comportement économique en faisant des hypothèses simplificatrices sur les marchés, comme la connaissance parfaite, le nombre infini d'acheteurs et de vendeurs, des biens homogènes ou des relations de variables statiques.

Ces approches cherchent à illustrer le comportement humain à l'aide d'un langage mathématique pratique. Grâce à cela, les économistes peuvent concevoir des modèles mathématiquement vérifiés de marchés spécifiques. Les néoclassiques sont convaincus que les événements économiques peuvent être mesurés par des hypothèses, puis qu'il faut utiliser des preuves empiriques pour déterminer quelles hypothèses sont les plus efficaces. Ceux-ci appartiennent donc à la catégorie philosophique du positivisme logique ou de l'empirisme logique. Les méthodes de recherche utilisées dans la microéconomie varient en fonction de la question étudiée et des comportements concernés.

Chapitre 1 : La théorie du consommateur

Éléments du cours

Selon la théorie néoclassique, le consommateur est décrit comme un homoeconomicus qui se distingue notamment par sa rationalité. La compréhension du comportement des consommateurs se déroule en trois étapes essentielles : Décrit comment et pourquoi les individus privilégient un bien plutôt qu'un autre ; Les agents sont confrontés à des contraintes budgétaires. Les choix de consommation sont influencés par la combinaison des préférences et des contraintes de budget : Quelle combinaison de biens seront sélectionnées par les individus afin d'optimiser leur utilité?

1) L'utilité du consommateur:

La satisfaction obtenue par la consommation ou l'acquisition d'un bien ou d'un service est évaluée en fonction de la notion de besoin. Autrement dit l'utilité est la capacité d'un bien ou d'un service à satisfaire un besoin humain à un moment précis et dans une circonstance spécifique.

Types d'utilité

Utilité Cardinale

↓

La satisfaction de l'utilité peut être évaluée, mais en réalité, on ne peut pas lui attribuer une mesure.

Utilité ordinale

↓

C'est-à-dire à défaut de la mesure d'utilité des biens on les classe selon leur utilité

1.1 La théorie de l'utilité cardinale :

L'idée d'utilité remonte à la philosophie utilitariste de Jeremy Bentham, qui remonte donc à la fin du dix-huitième siècle. John Stuart Mill lui a découvert de multiples applications au cours du siècle qui suit, notamment en matière d'économie. Initialement, le concept d'utilité est extrêmement vaste. Cela concerne tout concept qui autorise l'accès au bien-être, qu'il soit collectif ou personnel, matériel ou mental. Dans l'atmosphère positive du dix-neuvième siècle où la science a fait d'importants progrès, tout paraissait quantifiable... y compris l'utilité. D'où l'émergence de la notion d'utilité marginale par des économistes qui ont fondé l'école néoclassique. L'Anglais William Stanley Jevons et l'Autrichien Carl Menger ont été les fondateurs. D'après leur point de vue, cette utilité pouvait être évaluée de manière impartiale, nous utilisons le terme d'utilité cardinale (en contraste avec l'utilité ordinale proposée par Pareto un peu plus tard). De nos jours, cette perspective des choses est depuis longtemps dépassée. Cependant, la nécessité primordiale permet néanmoins d'introduire des aspects significatifs de microéconomie.

L'utilité totale est le nombre d'unités de l'utilité qu'un consommateur obtient en consommant une quantité spécifique d'un produit pendant une période de temps spécifique.

Ut= f(x,y)

Avec;

X : nombre d'unités consommées du bien X

Y : nombre d'unités consommées du bien Y

L'utilité marginale correspond à la variation de l'utilité totale due à la modification de la quantité consommée d'un bien par une unité pendant une période donnée, ou bien à la valeur de la dernière unité ou de l'unité supplémentaire.

Afin de calculer l'utilité marginale on a deux méthodes ;

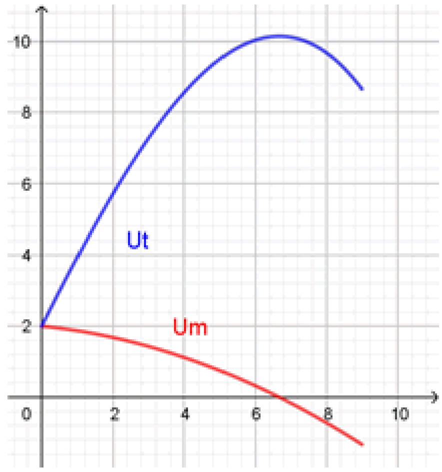
Dans le cas d'une fonction d'utilité discontinue ;

$$U_m = \frac{\triangle\ U_{Tx}}{\triangle X}$$

Dans le cas d'une fonction d'utilité continue ;

$$U_m = \frac{d\ U_{Tx}}{dX}$$

L'utilité totale atteint son maximum lorsque l'utilité marginale devient nulle. C'est le point de satiété. Ce seuil peut d'ailleurs être dépassé et l'utilité marginale devient alors négative. Ce qu'on appelle la loi du décroissement de l'utilité marginale.



A partir de la représentation graphique on conclut que le consommateur obtient le maximum de satisfaction dans la théorie de l’utilité cardinale lorsque l’utilité marginale égale zéro et la courbe de l’utilité marginale est décroissante.

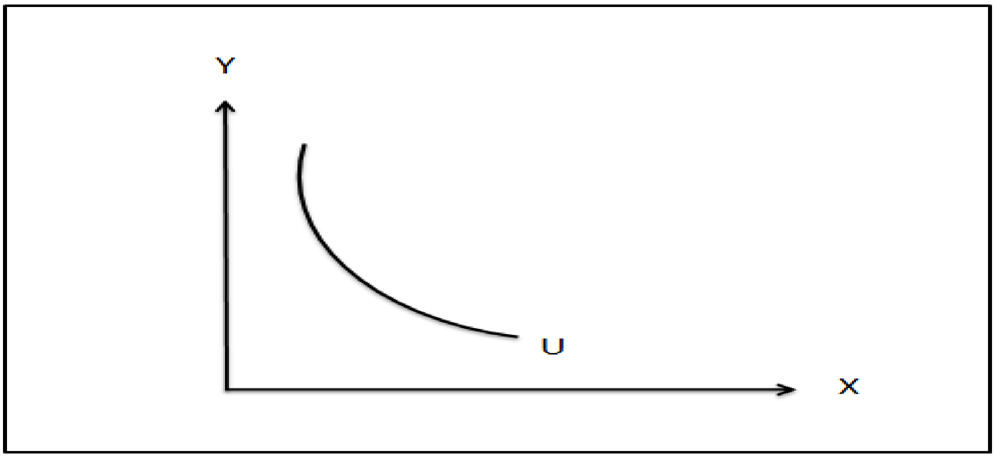
Max U $\Longrightarrow \begin{cases} Umx = 0 \\ (Umx)' = 0 \end{cases}$

1.2 La théorie de l’utilité ordinale :

À l’opposé de l’utilité cardinale, l’utilité ordinale annule le principe de mesure de l’utilité, car Il n'est pas possible de généraliser une mesure spécifique de l’utilité d'un bien à différents consommateurs, qui sont différents en termes de besoins et de désirs. Aussi, étant donné que le besoin est quelque chose d’interne, d’intangible et d’inobservable, il n’est pas possible d’étudier le comportement du consommateur en lui donnant une mesure chiffrée de son utilité. En conséquence, le principe d'utilité ordinale repose sur la classification des préférences du consommateur par ordre décroissant en fonction de l'importance de ces préférences. La classification des biens et services par le consommateur se fait selon le principe de l'ordre de préférence, représenté par une expression mathématique de l'utilité qui se reflète en termes de différentes quantités de biens consommés qui indiquent leur ordre dans l'échelle de ses préférences. C’est-à-dire la capacité du consommateur à organiser ses préférences en fonction de l’importance de l’utilité attendue des deux biens, sur la base de courbes d’indifférence comme moyen d’analyse du comportement du consommateur.

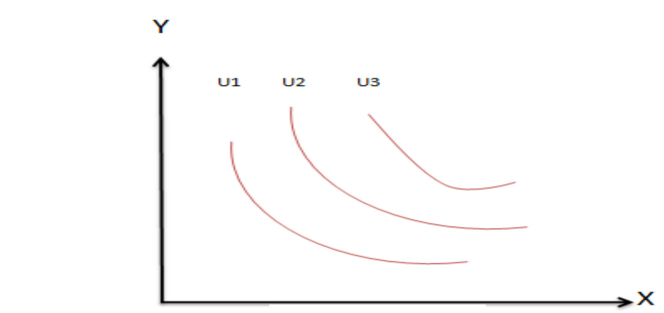
Courbe d’indifférence :

C'est une représentation graphique d'un ensemble de points qui représentent des alternatives, des choix ou des préférences du consommateur. Le sens de sa consommation des deux biens x et y, qui donnent au consommateur le même niveau de satisfaction (utilité). La fonction d'utilité prend la forme suivante; $U = f(x, y)$



Courbe d'indifférence

Bien que les points de la courbe diffèrent en termes de quantités, ils donnent la même satisfaction (la même utilité). Aussi, un groupe de courbes d'indifférence associées à différents niveaux de satisfaction constituent ce qu'on appelle la carte de l'indifférence, il est clair que le niveau de satisfaction augmente à mesure que l'on s'éloigne de l'origine (principe) cela signifie une consommation accrue pour x et y.



Carte d'indifférence

Caractéristiques de la courbe d'indifférence :

Plus on s'éloigne du point de départ, plus le niveau de satisfaction du consommateur est élevé. Cette caractéristique exprime l'idée de comparaison et de préférence que nous supposons dans le comportement du consommateur, c'est-à-dire que plus le consommateur se déplace vers une courbe supérieure, plus son degré d'utilité est grand (U1<U2<U3).

Les courbes d'indifférence ne se croisent pas : Puisque les courbes d'indifférence diffèrent en termes de niveau d'utilité d'une courbe à l'autre (par augmentation ou diminution), cela indique qu'elles ne peuvent pas se croiser, ce qui signifie une égalité en utilité.

La courbe d'indifférence est décroissante et convexe vers le point de départ : elle est décroissante en raison de la relation inverse entre les deux biens x et y. Lorsque le consommateur souhaite avoir des unités supplémentaires du bien x, alors des unités de bien y sont abandonnées en retour afin de rester au même niveau d'utilité. La pente de la courbe d'indifférence est mesurée par le taux marginal de substitution. La courbe d'indifférence se caractérise également par sa convexité vers le point de départ, ce qui est dû à la valeur décroissante du taux marginal de substitution (TMS).

Taux marginal de substitution « TMS » :

Il est défini comme le nombre d'unités de bien y qui sont cédées en échange d'une unité supplémentaire de bien x à condition que le consommateur reste au même niveau d'utilité (c'est-à-dire en restant sur la même courbe d'indifférence). Le TMS s'exprime mathématiquement par la relation suivante :

Dans le cas d'une fonction discontinue (entre deux points) : $\boldsymbol{TMSx,y} = \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|$

Dans le cas d'une fonction continue (un seul point) : $\boldsymbol{TMSx,y} = \frac{-dy}{dx} = \frac{Px}{Py} = \frac{Umx}{Umy}$

Caractéristiques du taux marginal de substitution :

Le taux marginal de substitution est négatif (mathématiquement il représente la pente de la courbe d'indifférence et cette dernière est décroissante) et est pris en valeur absolue pour qu'il soit exprimé en valeur positive.

Le taux marginal de substitution est décroissant (il change tout au long de la courbe d'indifférence).

2) L'équilibre du consommateur :

Supposant qu'on a un consommateur qui perçoit un revenu R et le dépense en entier (R=C) afin d'acquérir les biens x et y aux prix Px et Py par conséquent l'objectif du consommateur serait de maximiser son utilité sous la contrainte de son revenu ;

La fonction d'utilité ; $U = \int(x,y)$,

L'équation du revenu ; $R = xp_x + yp_y$

La méthode du multiplicateur de Lagrange

$$L = \int(x,y,\lambda) = \int(x,y) + \lambda\ (R - xp_x - yp_y)$$

Pour maximiser l'utilité selon Lagrange il faut que les derivées partielles des variables x,y et λ soient egalés et nulles ;$L'_x = L'_y = L'_\lambda$

$$U_{max} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dL}{dx} = 0 \\ \frac{dL}{dy} = 0 \\ \frac{dL}{d \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d \int(x,y)}{dx} - \lambda \ p_x = 0 \\ \frac{d \int(x,y)}{dy} - \lambda \ p_y = 0 \\ R - XP_x - YP_y = 0 \end{cases}$$

$$U_{max} \Rightarrow \begin{cases} U_{mx} = \lambda \ p_x \\ U_{my} = \lambda \ p_y \\ R - XP_x - YP_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{U_{mx}}{P_x} \longrightarrow 1 \\ \lambda = \frac{U_{my}}{P_y} \longrightarrow 2 \\ R - XP_x - YP_y = 0 \end{cases}$$

A partir des equations 1 et 2 on deduit ;

$$\frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y} \Rightarrow \frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{P_x}{P_y}$$

Ainsi, le consommateur obtient une satisfaction maximale lorsque les ratios des utilités marginales des biens sont égaux aux ratios des prix de ces biens, ce que l'on appelle la deuxième loi de Gossen, ou lorsque les ratios des utilités marginales des biens par rapport aux prix de ces biens sont égaux.

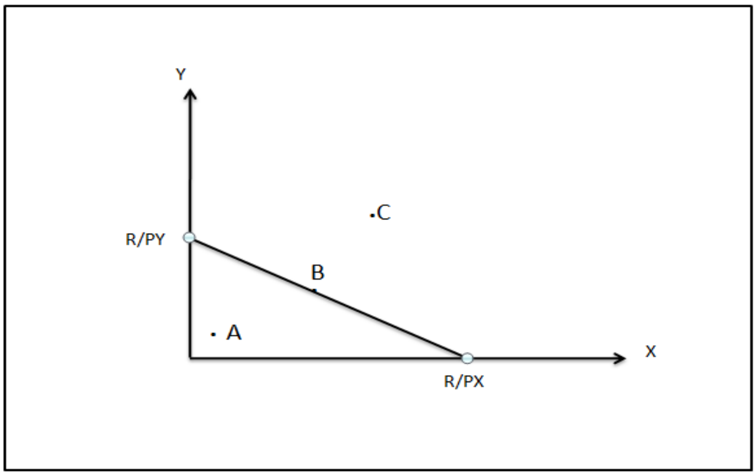
Droite du revenu (budget) :

Le budget est défini comme le revenu dont dispose le consommateur (R), qui lui permet d'acheter des biens et des services afin de satisfaire ses besoins. Le revenu nominal exprime la somme d'argent en possession du consommateur, tandis que le revenu réel exprime le pouvoir d'achat de ce consommateur.

Afin de représenter graphiquement la droite de revenu (budget), nous devons écrire l'équation y en fonction de x:

$$\text{Équation du revenu :} R = xP_x + yP_y$$
$$\text{Équation de la droite budgétaire : } y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

La droite budgétaire est une droite avec une pente négative. Cette pente est égale au rapport de prix (-Px/Py). Elle représente graphiquement les différentes combinaisons des biens X et Y qui pourraient être achetées si la totalité du revenu était dépensée.



Représentation graphique de la droite budgétaire

A travers la représentation graphique on remarque :

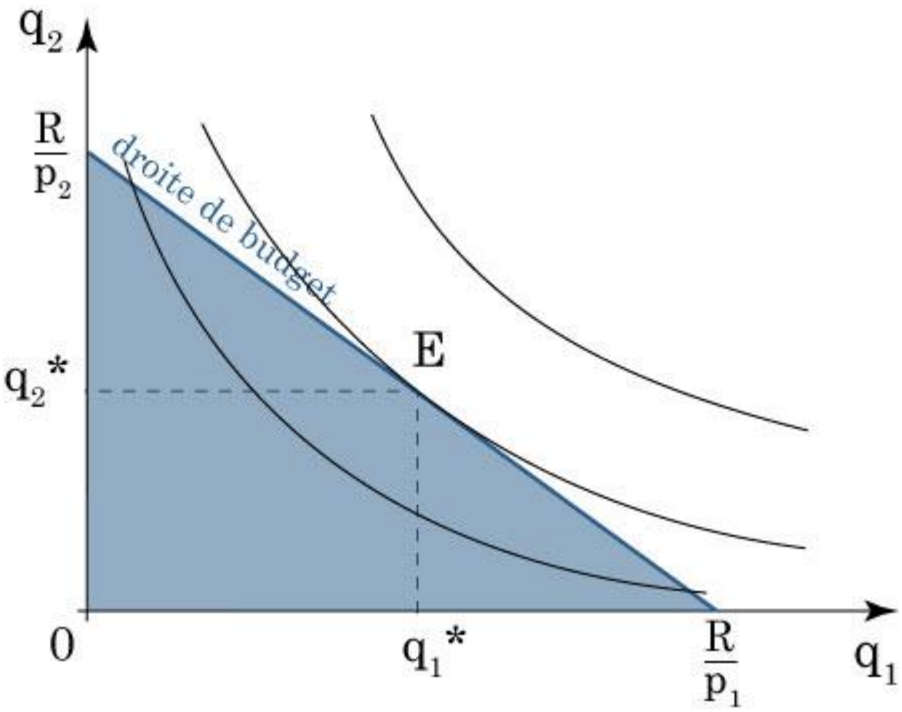
• Au point (A) le consommateur ne dépensera qu'une partie de son revenu (dépenses < revenus) car il se situe en dessous de la droite budgétaire.

• Au point (B), le consommateur dépensera la totalité de ses revenus (dépenses = revenus) car ils se situent sur la droite budgétaire.

• Le consommateur ne peut pas atteindre le point (C) car ses dépenses dépassent son revenu disponible (dépenses > revenus), donc elles se situent au-dessus de la droite budgétaire.

Point d'équilibre :

Le point d'équilibre est représenté graphiquement comme suit;



A partir du graphe on conclut que le consommateur maximise son utilité au point E en consommant la combinaison (q_1^* ;q_2^*) des deux biens. Cette combinaison est le choix optimal qui permet au consommateur de maximiser son utilité en dépensant son revenu en entier par conséquent dans ce cas on dit que le consommateur est en situation d'équilibre et E représente le point d'équilibre.

Demande du consommateur :

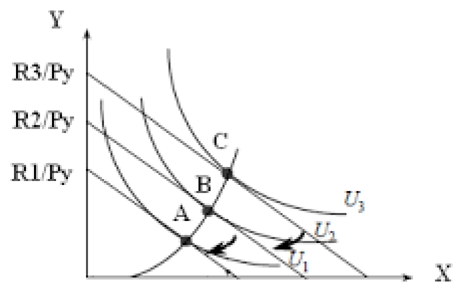
Le consommateur cherche à maximiser son utilité en prenant en considération son environnement économique, ce dernier comporte deux facteurs qui sont le revenu et les prix des biens et services. Sauf que si l'un des variables varie cela mène au changement de l'environnement de consommation, par conséquent la quantité consommée d'un bien quelconque s'affecte du changement du prix du même bien ainsi que les prix des autres biens. D'un autre coté le revenu du consommateur a aussi un effet sur les quantités consommées des biens. On peut exprimer selon mathématiquement comme suit; $x = f(R, Px, Py)$

Remarque; Prenant en considération l'hypothèse que lorsque l'un des variables change les autres restent constants.

Effet de la variation du revenu :

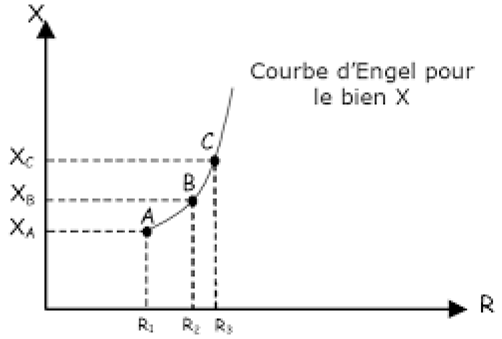
La courbe de consommation-revenu: Il s'agit d'une courbe graphique qui montre l'effet d'un changement de revenu sur les quantités consommées des deux biens, en supposant que les autres facteurs restent constants. Lorsque le revenu du consommateur change alors que les prix restent constants, la droite budgétaire se déplacera parallèlement (car la pente n'a pas changé (Px/Py)) vers le haut si le revenu augmente ou vers le bas si le revenu diminue (relation directe). Un revenu plus élevé entraînera également un niveau d'utilité plus élevé. On obtient la courbe consommation-revenu en reliant les différents points d'équilibre résultant de l'évolution du revenu. Si la courbe consommation-revenu est ascendante, cela signifie qu'il existe une relation directe entre le revenu et les quantités consommées des biens x et y. Les biens x et y sont donc des biens normaux. Cependant, si la courbe consommation-revenu est décroissante, cela indique l'existence d'une relation inverse entre le revenu et les quantités consommées de bien y et l'existence d'une relation directe entre le revenu et les quantités consommées de bien x.

La courbe consommation-revenu



La courbe d'Engel :

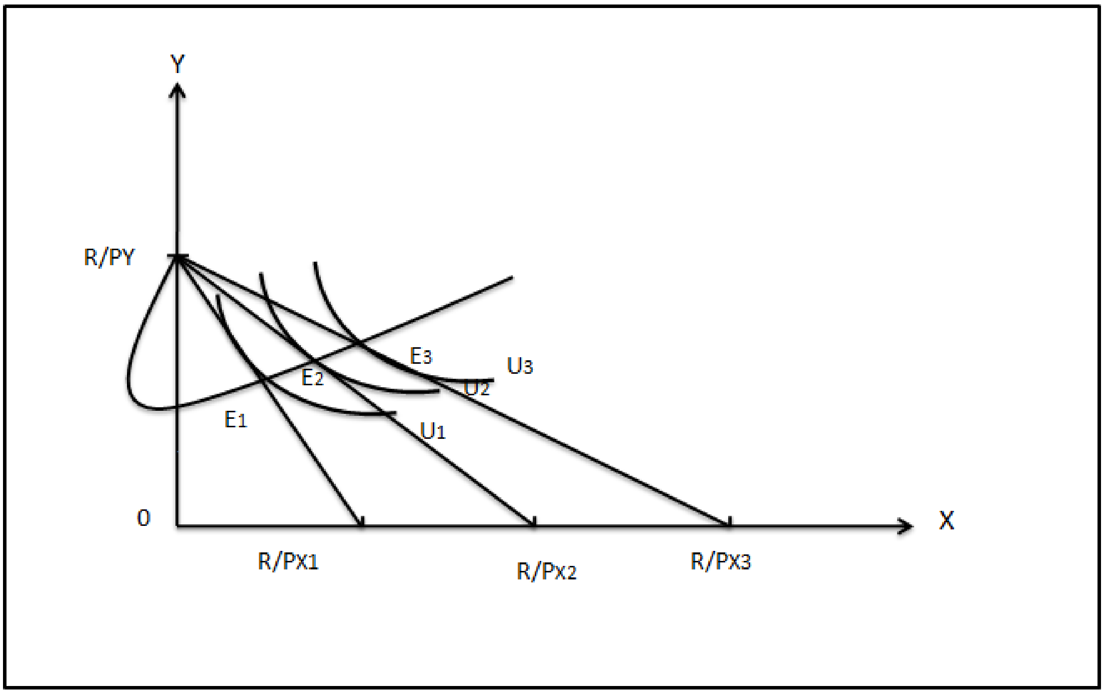
C'est la courbe qui exprime la relation entre le revenu et la quantité requise d'un bien. Cette relation a été découverte par le statisticien Engel et la courbe porte son nom. La relation entre le revenu et la quantité demandée d'un bien est une relation directe, sauf pour les biens de qualité inférieure.



Effet de la variation du prix :

La courbe de consommation-prix:

La courbe de consommation-prix exprime la relation entre le prix et les quantités consommées d'un bien, le prix change et la quantité change. Cette courbe est obtenue en reliant différents points d'équilibre résultant d'une variation du prix de l'un des deux produits, en maintenant constants les autres facteurs.



Courbe de consommation-prix

Courbe de demande :

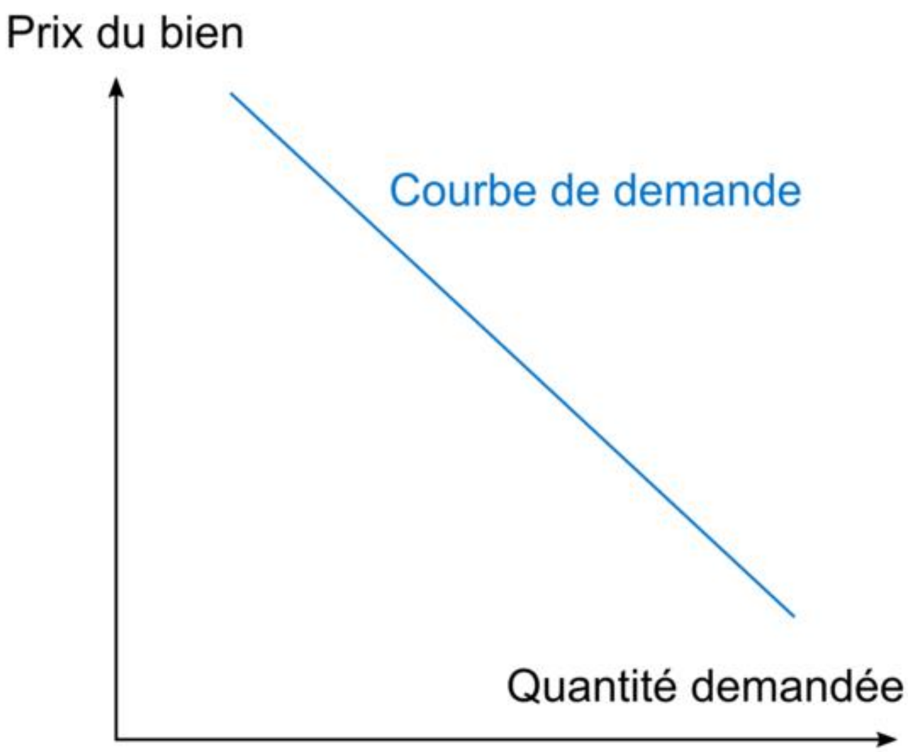
La courbe consommation-prix nous permet de dériver une courbe de demande pour un bien dont le prix a changé. La courbe de demande exprime la relation qui existe entre les différents niveaux de prix et les niveaux appropriés de demande, en maintenant constants les autres facteurs. On remarque que la courbe de demande a une pente négative, et cela est dû à la relation inverse entre la quantité demandée d'un bien et son prix : si le prix augmente, la quantité demandée diminue, et vice versa, et c'est ce qu'on appelle la loi de la demande.

La fonction de demande s’exprime mathématiquement comme suit;

$$XDi = f(Px) \; ou \; Px = -ax + b$$

La demande globale est égale à la somme des demandes individuelles du même bien et elle est représentée ainsi ;

$$XD = \sum_{i=1}^{n} XDi$$



Élasticité de demande par rapport au prix :

L'élasticité de la demande par rapport au prix exprime la relation qui existe entre la variation relative du prix et son effet sur la demande.

Mathématiquement, l’élasticité-prix directe est calculée comme suit :

Dans le cas d’une fonction discontinue :

$$^{e_x}/_{px} = \frac{\Delta x}{\Delta Px} * \frac{Px1}{x1}$$

Dans le cas d'une fonction continue :

$$^{e_x}/_{px} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}Px} * \frac{Px}{x}$$

A partir de la courbe consommation-prix on remarque que la quantité demandée d'un bien est affectée par la variation du prix ainsi que les prix des autres biens; X=f (Px, Py, ……)

Par conséquent on distingue deux types d'élasticités;

L'élasticité directe; Puisque la relation entre le prix et la quantité demandée est inverse, le coefficient d'élasticité-prix de la demande est négatif. Cas généraux d'élasticité directe : Les économistes distinguent cinq cas d'élasticité de la demande :

$^{e_x}/_{px} = -\infty$ → Élasticité totale (demande parfaitement élastique)

Cela signifie qu'une très petite variation du prix entraîne une variation infinie en pourcentage de la quantité demandée.

$^{e_x}/_{px} = -1$ → Élasticité unitaire

Cela signifie que la variation relative qui se produit dans la quantité demandée est égale à la variation relative du prix.

$^{e_x}/_{px} = 0$ → Élasticité nulle (demande parfaitement inélastique)

Cela signifie que la quantité demandée n'est pas affectée par les changements de prix.

$-1 < {}^{e_x}/_{px} < 0$ → inélasticité relative (demande relativement inélastique)

Cela signifie que la variation relative de la quantité demandée est inférieure à la variation relative du prix.

$-\infty < {}^{e_x}/_{px} < -1$ → Élasticité relative (demande élastique)

Cela signifie que la variation relative de la quantité demandée est supérieure à la variation relative du prix.

Remarque; il existe des cas exceptionnels ou l'élasticité directe soit positive ($^{e_x}/_{px} > 0$) cela veut dire que l'augmentation du prix entraine une hausse de la demande ce cas on l'appelle Effet de Giffen.

L'élasticité croisée : cette élasticité est une mesure du degré avec lequel la demande d'un bien répond aux changements du prix d'un autre bien. L'élasticité croisée nous permet de connaître la nature de la relation entre les deux biens X et Y.

Mathématiquement, l'élasticité croisée est calculée comme suit :

Dans le cas d'une fonction discontinue :

$$^{e_x}/_{py} = \frac{\Delta x}{\Delta Py} * \frac{Py1}{x1}$$

Dans le cas d'une fonction continue :

$$ {}^{e_x}/_{py} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}Py} * \frac{Py}{x} $$

Cas généraux d'élasticité à l'origine : L'élasticité croisée peut être :

Élasticité croisée positive (${}^{e_x}/_{py} > 0$) Cette situation se produit lorsque les deux biens (X, Y) sont des biens concurrents.

Élasticité croisée négative (${}^{e_x}/_{py} < 0$) Cette situation se produit lorsque les deux biens (X, Y) sont des biens complémentaires.

Élasticité croisée nulle (${}^{e_x}/_{py} = 0$) Cette situation se produit lorsque les deux biens (X, Y) sont deux biens distincts.

Élasticité de la demande par rapport au revenu : elle exprime la relation qui existe entre l'évolution relative du revenu et son effet sur la demande, car ce type d'élasticité permet d'identifier la nature du produit.

Mathématiquement, l'élasticité de la demande par rapport au revenu est calculée comme suit :

Dans le cas d'une fonction discontinue :

$$ {}^{e_x}/_{R} = \frac{\Delta x}{\Delta R} * \frac{R1}{x1} $$

Dans le cas d'une fonction continue :

$$ {}^{e_x}/_{R} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}R} * \frac{R}{x} $$

Cas généraux d'élasticité-revenu de la demande :

L'élasticité-revenu peut être positive (${}^{e_x}/_{R} > 0$) cela montre que le bien X est un bien normal et dans ce cas on distingue deux types;

Le bien x est un bien normal essentiel quand; $0 < {}^{e_x}/_{R} \leq 1$

Le bien x est un bien normal luxueux quand; ${}^{e_x}/_{R} > 1$

L'élasticité-revenu peut être négative (${}^{e_x}/_{R} < 0$) cela montre que le bien X est un bien inférieur

Effet de substitution, effet de revenu et effet de prix :

Effet de substitution, Effet de revenu; Ces deux effets, initialement mis en en évidence au début du XX^{e} siècle par l'économiste russe Slutsky (1915) et l'économiste anglais Hicks (1946), expliquent pourquoi et comment la quantité demandée d'un bien varie à la suite d'une modification de son prix, bien qu'à priori cette relation puisse paraître triviale.

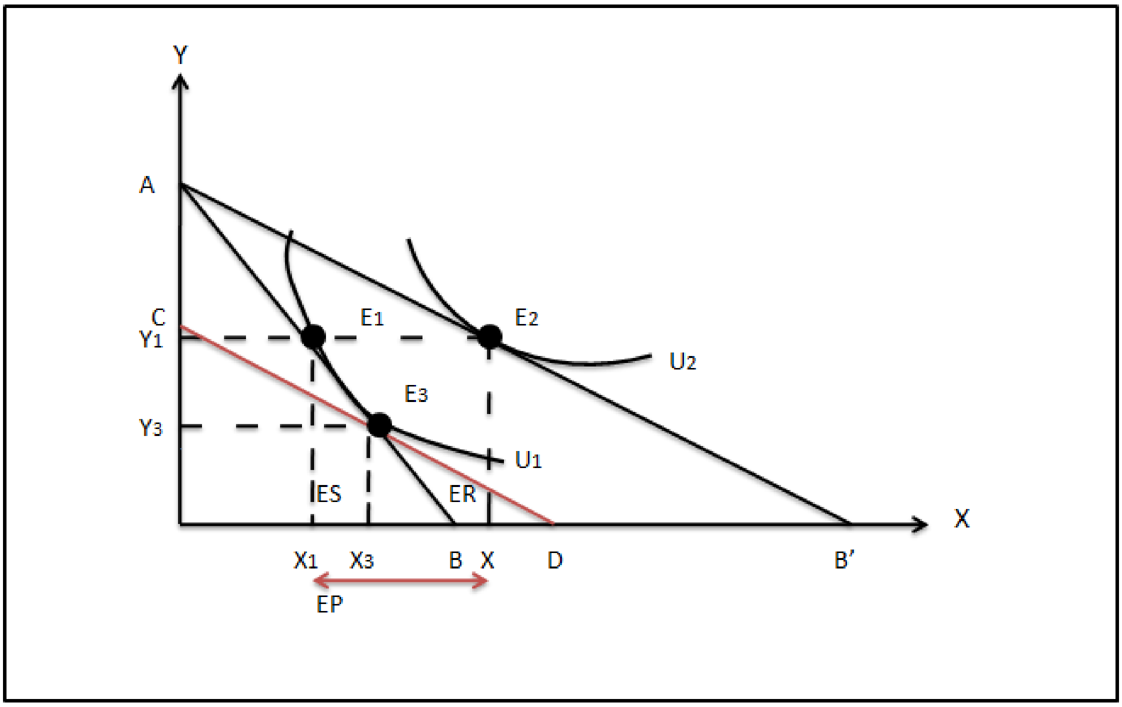
La variation du prix d'un bien, toutes choses égales par ailleurs (c'est-à-dire à niveau constant des goûts, du revenu monétaire et du prix de l'autre bien) exerce deux incidences analytiquement différentes, même si en pratique elles paraissent indissociables.

En premier lieu, lorsqu'un prix varie à la hausse (ou à la baisse) le bien correspondant devient relativement plus coûteux (ou moins coûteux) qu'il n'était initialement, ce qui conduit le consommateur à déplacer ses achats au profit (ou aux dépens) d'un bien substituable devenu comparativement meilleur marché (ou plus coûteux): c'est **l'effet de substitution** qui correspond donc à la variation de la quantité demandée d'un bien imputable à la seule variation du prix relatif entre les blens.

Mais en second lieu, la hausse (ou la baisse) en question modifie le revenu réel (c'est-à-dire le pouvoir d'achat) du consommateur dans le sens de sa diminution (ou de son augmentation), ce qui conduit logiquement le consommateur à réduire (ou à accroitre) sa consommation: c'est **l'effet de revenu**, correspondant à la variation de la quantité demandée résultant uniquement de la modification du revenu réel, effet qui se répercute sur les deux biens.

Analyse de l'effet prix en effet substitution et effet revenu basée sur l'analyse de Hicks

Une diminution du prix du bien x entraîne une augmentation de la quantité demandée pour ce bien. L'effet d'une baisse du prix du bien x peut être divisé en deux effets : - Effet de substitution : Suite à la diminution du prix du bien x, le consommateur substituera (remplacera) le bien x par le bien y. - Effet revenu : Le revenu monétaire du consommateur n'ayant pas changé, la baisse du prix du bien x va lui générer un revenu supplémentaire (revenu réel), c'est-à-dire une augmentation du pouvoir d'achat de ce consommateur. Ceci peut être illustré par cette représentation graphique ci-dessous :



Representation graphique des effets de substitution, effet de revenu et effet de prix selon l'hypothèse de HICKS

Le graphe ci-dessus montre que le consommateur consomme deux biens x et y et qu'initialement il se trouve au point d'équilibre E1 Sur la première courbe d'indifférence U1 qui touche la droite budgétaire AB et du fait de la diminution du prix du bien x alors que le prix du bien y reste constant, la droite budgétaire devient AB' qui touche la deuxième courbe d'indifférence U2 au point E2, et donc le consommateur passe du point d'équilibre E1 au point d'équilibre E2 et consomme la quantité X2 au lieu de X1.

L'effet revenu (ER) peut être expliqué à partir de l'hypothèse de Hicks en traçant une nouvelle ligne budgétaire (CD) parallèle à la deuxième ligne budgétaire AB' résultant d'une augmentation du pouvoir d'achat du consommateur due à une diminution du prix du bien x, où la nouvelle ligne budgétaire (CD) touche la première courbe d'indifférence au point E3. Ainsi, l'effet de substitution (ES) est le passage du point d'équilibre E1 au point d'équilibre E3, et l'effet revenu (ER) est le passage du point d'équilibre E3 à E2. L'effet prix ou effet global (EP) est le passage du point d'équilibre E1 à E2.

<u>Éléments de td : exercices avec solutions :</u>

<u>Exercice 1 :</u>

Soit la fonction d'utilité d'un consommateur comme suit ;

$$U = -X^2 + 16X$$

Q1 : Déterminez la fonction d'utilité marginale.

Q2 : Représentez graphiquement les courbes des utilités totales et marginales.

Q3 : Déterminez le point de satiété.

<u>Solution 1 :</u>

$U=-X^2+16X$

1) Détermination de la fonction d'utilité marginale :

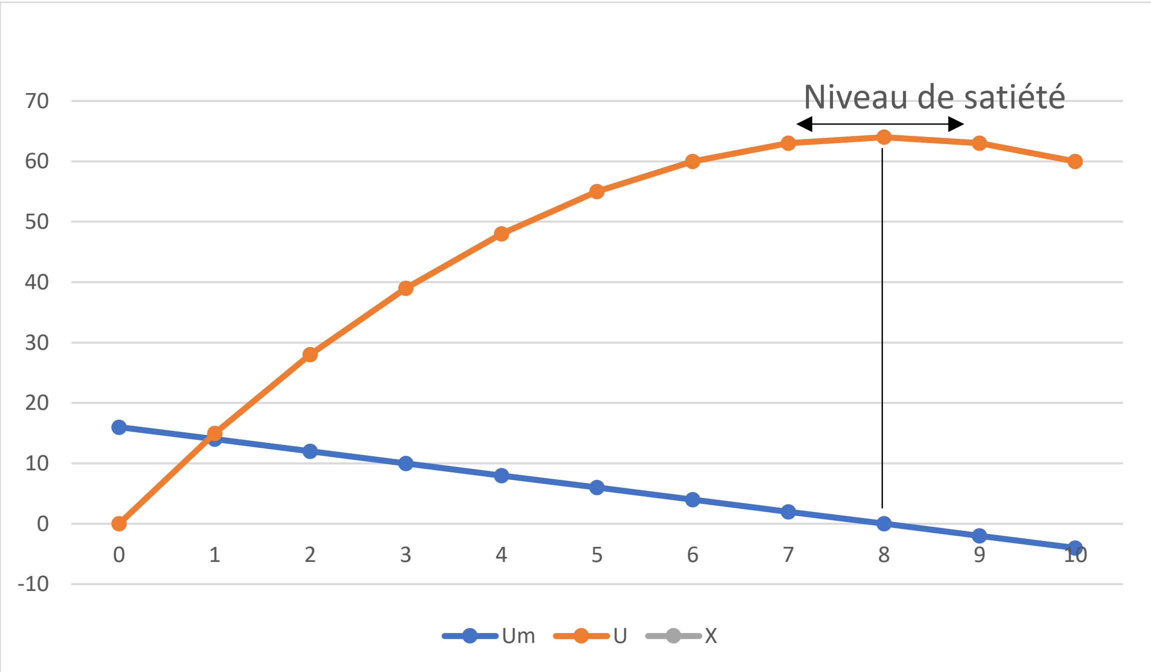
L'utilité marginale est la dérivée de l'utilité totale

Um=du/dx= -2X+16

2) Représentation graphique des courbes d'utilité totale et marginale :

X	U	Um

0	0	16
1	15	14
2	28	12
3	39	10
4	48	8
5	55	6
6	60	4
7	63	2
8	64	0
9	63	-2
10	60	-4



Représentation graphique des courbes d'utilité totale et marginale

3) Graphiquement : le point d'équilibre représente la valeur maximale que l'utilité totale puisse atteindre U=64 lorsque X=8unités et l'utilité marginale serait nulle Um=0.

Um=0

-2X+16=0

-2X=-16

2X=16

X=8unités

Exercice 2 :

Le tableau suivant nous montre des points qui se trouvent sur quatre différentes courbes d'indifférence d'un consommateur :

1		2		3		4	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
2	13	3	12	5	12	7	12
3	6	4	8	5.5	9	8	9
4	4.5	5	6.3	6	8.3	9	7
5	3.5	6	5	7	7	10	6.3
6	3	7	4.4	8	6	11	5.7
7	2.7	8	4	9	5.4	12	5.3

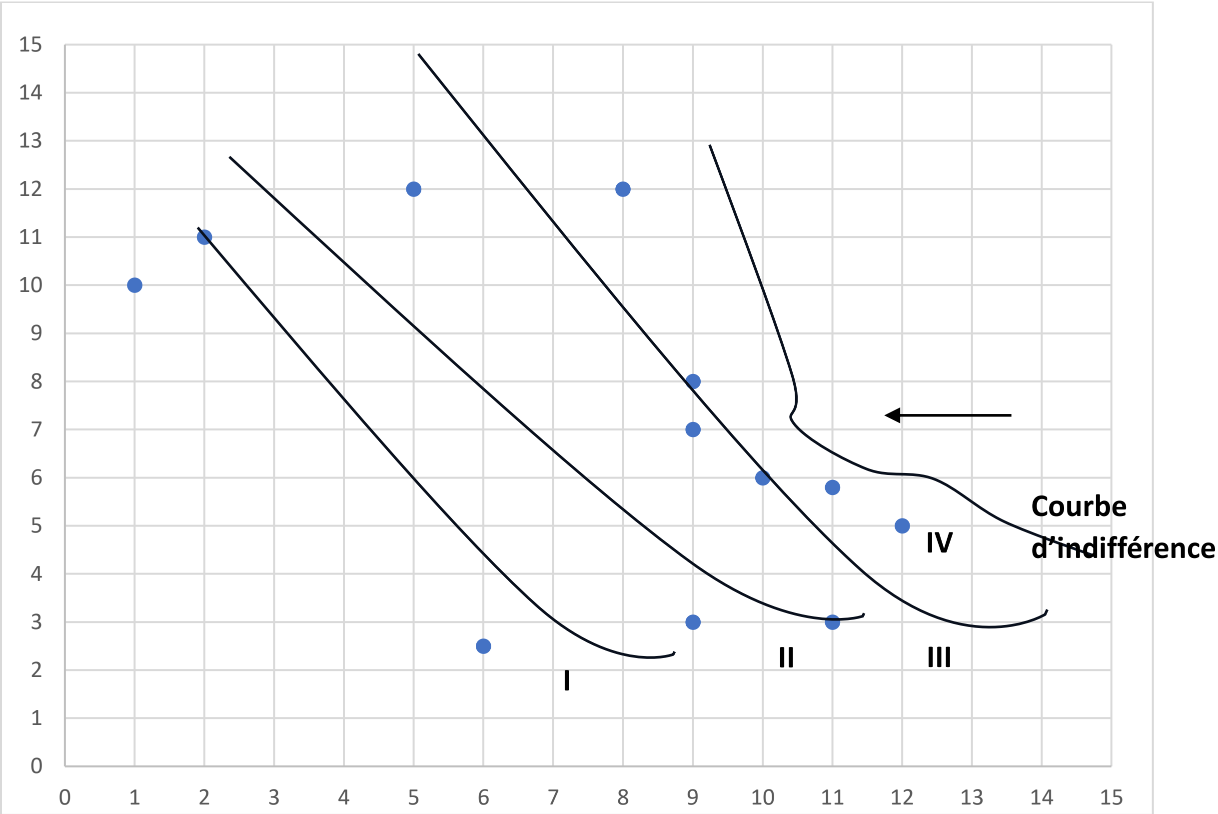
Q1 : Représentez graphiquement les différentes courbes d'indifférence.

Q2 : Qu'est ce qu'elles nous montrent ces courbes d'indifférence ?

Q3 : Déterminez le taux marginal de substitution de tous les points successifs des quatre courbes d'indifférence avec explication.

Solution 2 :

1) Représentation graphique des courbes d'indifférence



2) La courbe d'indifférence montre les différentes envies et désirs des consommateurs des combinaisons possibles entre deux biens et qui procurent au consommateur le même niveau d'utilité.

Par contre la carte d'indifférence montre un classement des différents niveaux d'utilité ;

$U_1 < U_2$, $U_2 < U_3$ et $U_3 < U_4$.

3) Calcul du taux marginal de substitution des points successifs des quatre courbes d'indifférence avec explication :

Taux marginal de substitution : TMS= $|\frac{\Delta y}{\Delta x}|$

1			2			3			4		
X	Y	TMS	X	Y	TMS	X	Y	TMS	X	Y	TMS
2	13		3	12		5	12		7	12	
3	6	7	4	8	4	5.5	9	6	8	9	3

4	4.5	1.5	5	6.3	1.7	6	8.3	1.4	9	7	2
5	3.5	1	6	5	1.3	7	7	1.3	10	6.3	0.7
6	3	0.5	7	4.4	0.6	8	6	1	11	5.7	0.6
7	2.7	0.3	8	4	0.4	9	5.4	.6	12	5.3	0.4

Explication :

Le taux marginal de substitution entre les deux biens X et Y est représenté par la pente de la courbe d'indifférence, comme la relation entre ces deux biens est contraire puisque l'augmentation de la consommation de l'un des biens implique la diminution de la consommation de l'autre bien tout en gardant le même niveau d'utilité par conséquent la pente de cette courbe est négative. Soit ; TMS= $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ <0

Exercice 3 :

Calculez le taux marginal de substitution des cas suivants :

1) $U(x,y) = 2x + 3y$
2) $U(x,y) = 2\sqrt{x}\sqrt{y}$
3) $U(x,y) = (x+3)(y+5)$
4) $U(x,y) = xy$
5) U= $3x^{3/4}y^{1/2}$
6) U=$x^{\alpha} y^{\beta}$
7) U=$x^{\alpha}+y^{\beta}$

Solution 3 :

TMS=Umx/Umy=Px/Py=|Δy/Δx|

1) U(x,y)= 2x+3y

Umx=2, Umy=3

TMS= 2/3

2) U(x,y)= $2\sqrt{x}\sqrt{y}$

Umx= $\sqrt{y}/\sqrt{x}$

Umy= $\sqrt{x}/\sqrt{y}$

TMS= $\sqrt{y}/\sqrt{x}$ / $\sqrt{x}/\sqrt{y}$

TMS= $\sqrt{y}/\sqrt{x}$ * $\sqrt{y}/\sqrt{x}$

TMS= y/x

3) U(x,y)= (x+3)(y+5)= xy+5x+3y+15

Umx=y+5

Umy=x+3

TMS= (y+5) /(x+3)

4) U(x,y)= xy

Umx= y, Umy=x

TMS= y/x

5) U(x,y)= $3x^{3/4}y^{1/2}$

Umx= $9/4\ x^{-1/4}\ y^{1/2}$

Umy= $3/2\ x^{3/4}\ y^{-1/2}$

TMS= $(9/4\ x^{-1/4}\ y^{1/2})/\ (3/2\ x^{3/4}\ y^{-1/2})$

TMS= $(9/4\ y^{1/2}\ y^{1/2})/\ (3/2\ x^{3/4}\ x^{1/4})$

TMS= (9/4*2/3) * (y/x)

TMS= 3/2 * y/x

TMS= 3y/2x

6) $U=x^{\alpha}\ y^{\beta}$

$Umx=\alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}$

$Umy = x^{\alpha}\beta y^{\beta-1}$

$TMS = (\alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}) / (x^{\alpha}\beta y^{\beta-1})$

$TMS = (\alpha/\beta) * (y^{\beta}\, y^{-\beta+1}) / (x^{\alpha}\, x^{-\alpha+1})$

$TMS = (\alpha/\beta) * (y/x)$

$TMS = \alpha y / \beta x$

7) $U = x^{\alpha} + y^{\beta}$

$Umx = \alpha x^{\alpha-1}$

$Umy = \beta y^{\beta-1}$

$TMS = \alpha x^{\alpha-1} / \beta y^{\beta-1}$

<u>Exercice 4 :</u>

Soit la fonction d'utilité totale des biens x et y :

$$U(x,y) = 12x + 30y - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

Si les prix des biens x et y sont ; Px=2um et Py=3um

Le revenu du consommateur : R=50um

Q1 : Quelles sont les quantités optimales consommées des biens x et y ?

Q2 : Quelle est la valeur de λ ? quelle est la signification économique du multiplicateur de Lagrange ?

<u>Solution 4 :</u>

Px=2Um, Py=3Um, R=50Um

1) Quantités optimales des biens consommées (x,y) :

*) Selon la méthode de la condition d'équilibre du consommateur;

Équation du revenu : R=xpx+ypy ⟹50=2x+3y

$U\,(x,y) \;=\; 12x + 30y - \frac{1}{2}\,X^2 - \frac{1}{2}\,Y^2$

$$\left.\begin{array}{l} U_{mx} = 12 - x \\ U_{my} = 30 - y \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{12 - x}{30 - y} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2\ (30 - y) = 3\ (12 - x)$$

$$\Rightarrow 60 - 2y = 36 - 3x$$

$$\Rightarrow 60 - 2y + 3x - 36 = 0$$

$\Rightarrow 3x = 2y - 24 \Rightarrow x = \boldsymbol{\frac{2}{3}y - 8}$ **……………………** Relation d'équilibre

On substitue la relation d'équilibre dans l'équation du revenu afin de calculer la quantité du bien y ;

$$50 - 2\left(\frac{2}{3}y - 8\right) - 3y = 0$$

$$-\frac{4}{3}y + 16 + 50 - 3y = 0$$

$$-\frac{4}{3}y - \frac{9}{3}y + 66 = 0$$

$$-\frac{13}{3}y = -66 \Rightarrow y = \frac{66}{\frac{13}{3}} \Rightarrow y = 66 . \frac{3}{13}$$

$$\boldsymbol{y = 15\ unitées}$$

Maintenant on remplace y par sa valeur dans l'équation d'équilibre pour avoir la quantité du bien x :

$$x = \frac{2}{3} . 15 - 8$$

$$\boldsymbol{x = 2\ unitées}$$

2) Cherchant la valeur de λ ;

*) Selon la méthode de Lagrange ;

On doit d'abord écrire la fonction de Lagrange ;

$$\boldsymbol{L = U + \lambda\ (R - xpx - ypy)}$$

$$\boldsymbol{L = 12 \times + 30y - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 + \lambda\ (50 - 2x - 3y)}$$

On cherche les dérivées partielles de la fonction de Lagrange par rapport aux variables x,y,λ ***;***

$$\frac{dl}{dx} = 12 - x - 2\lambda = 0 \Rightarrow 2 \curlyvee = 12 - x \Rightarrow \curlyvee = \boldsymbol{6 - \frac{1}{2}x} \ldots\ldots..(\mathbf{1})$$

$$\frac{dl}{dy} = 30 - x - 3\lambda = 0 \Rightarrow 3 \curlyvee = 30 - y \Rightarrow \curlyvee = \boldsymbol{10 - \frac{1}{3}y} \ldots\ldots.(\mathbf{2})$$

$$\frac{dl}{d\lambda} = 50 - 2x - 3y = 0 \Rightarrow \boldsymbol{-2x - 3y + 50 = 0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(\mathbf{3})$$

A partir de l'égalité des relations 1 et 2 on obtient ;

(1) = (2)

$$6 - \frac{1}{2}x = 10 - \frac{1}{3}y \Rightarrow 6 - \frac{1}{2}x - 10 + \frac{1}{3}y = 0$$

$$-\frac{1}{2}x - 10 + \frac{1}{3}y - 4 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}x = -\frac{1}{3}y + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{-\frac{1}{3}y+4}{-\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \left(-\frac{1}{3}y + 4\right).(-2) \Rightarrow \boldsymbol{x = +\frac{2}{3}y - 8}\ldots\ldots\ldots \textbf{(4)}$$

On substitue x dans l'équation (3) par l'équation (4) ;

$$-2\left(\frac{2}{3}y - 8\right) - 3y + 50 = 0$$

$$-\frac{4}{3}y - 16 - 3y + 50 = 0$$

$$-\frac{4}{3}y - \frac{9}{3}y + 66 = 0$$

$$-\frac{13}{3}y = -66 \Rightarrow \boldsymbol{y = 15\ unit\acute{e}es}$$

Après on remplace y par sa valeur dans l'équation (4) pour avoir la valeur de x ;

$$\boldsymbol{x = 2\ unit\acute{e}es}$$

Afin d'obtenir la valeur de λ on remplace la valeur de x dans l'équation (1) ;

$$\curlyvee = 6 - \frac{1}{2}x$$

$$\curlyvee = \boldsymbol{5\ unit\acute{e}es}$$

Signification économique du multiplicateur de Lagrange ; λ représente l'utilité marginale de la dernière unité monétaire dépensée ce qui veut dire que la dernière unité monétaire dépensée par le consommateur lui procure la même utilité marginale par rapport aux deux biens X et Y par conséquent il n'existe aucune préférence entre les deux biens.

Exercice 5 :

Soit la fonction d'utilité :

$$U = \sqrt{x}\sqrt{y}$$

1) Soit A l'une des combinaisons des biens qui fait partie de la courbe d'indifférence dont $U = \sqrt{50}$

   Trouvez les coordonnés du point A ;

   a) Si A était le point d'équilibre et Px= 2Py
   b) Si l'inclination du point A était égale à : A= -1/2

2) Représentez graphiquement ces deux cas sachant que ; Px= 2um

Solution 5:

$U = \sqrt{x}\sqrt{y}$

$A \Rightarrow U = \sqrt{50}$

$(X_A , Y_A) =?$

1) Méthode 1) ;

$\frac{P_x}{P_y} = \frac{U_{mx}}{U_{my}}$

$P_x = 2P_y$

$U_{mx} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}.\sqrt{y}$

$U_{mx} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}.\sqrt{y}$

$U_{mx} = \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

$U_{my} = \frac{1}{2} . y^{\frac{1}{2}-1} . \sqrt{}_{x}$

$U_{mx} = \frac{1}{2} . \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

$\frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{\frac{1\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}}{\frac{1\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} . \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{y}{x} = \frac{2P_y}{P_y} \Longrightarrow \boldsymbol{y = 2x}$**…. Relation d'equilibre**

On remplace y dans la fonction d'utilité par la relation d'équilibre ;

$\sqrt{x} * \sqrt{2x} = \sqrt{50}$

$\sqrt{2^{x2}} = \sqrt{^2 5.2}$

$\cancel{x\sqrt{2}} = \cancel{\sqrt{2}} \Longrightarrow x = 5\ unitées$

y = 10 unitées

$A(X, y) \Longrightarrow A(5{,}10)$

Méthode 2)

$TMS = -\frac{1}{2}$

$TMS = \left[\frac{\Delta y}{\Delta x}\right] = \frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} = \left[-\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}$

$\frac{Px}{Py} = \frac{1}{2}$

$\frac{y}{x} = \frac{1}{2} \Longrightarrow x = 2y$

$\sqrt{x} . \sqrt{y} = \sqrt{50}$

$\sqrt{2y}\sqrt{y} = \sqrt{50} \Longrightarrow \sqrt{2y^2} = \sqrt{50}$

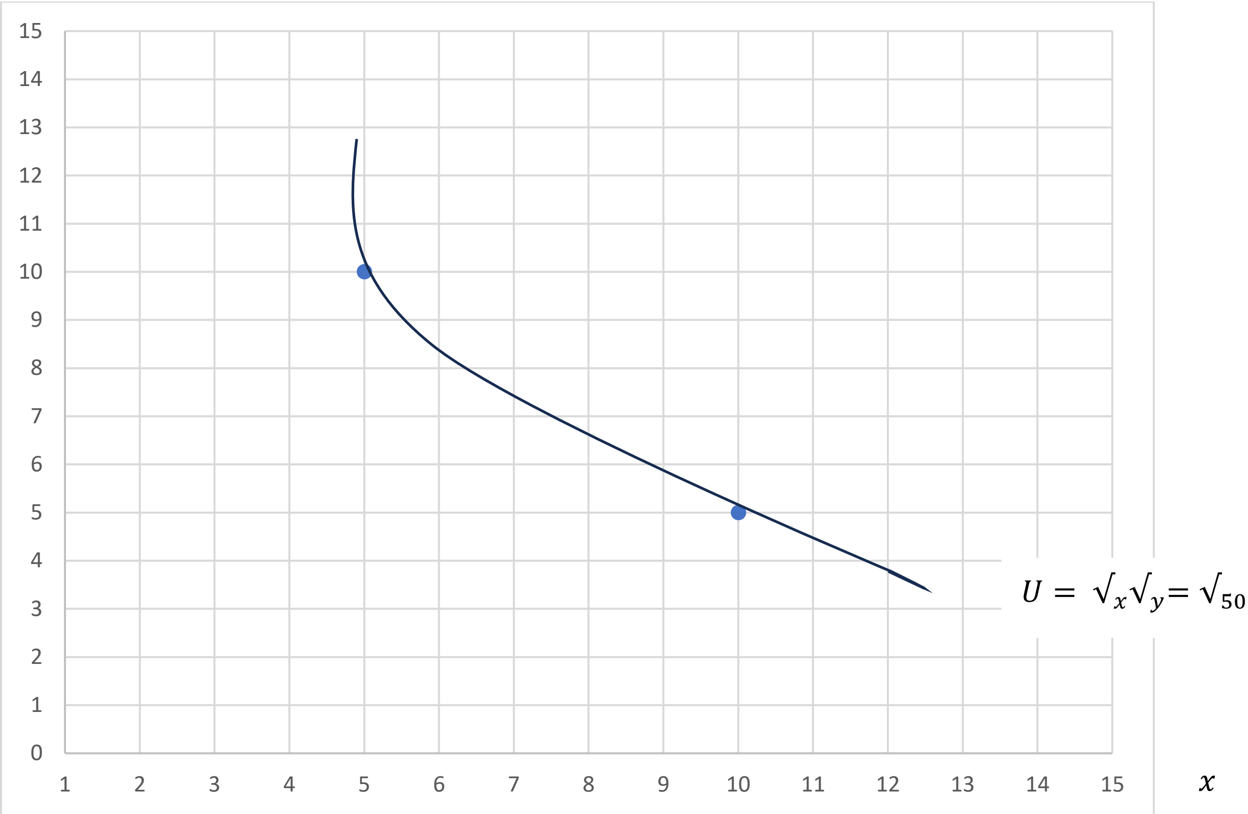
$y\cancel{\sqrt{2}} = 5\cancel{\sqrt{2}}$

$y = 5\ unitées$

$x = 10\, unitées$

$A(X, y) = \ (10{,}5)$

2) La représentation graphique ;



Exercice 6 :

Voici le modèle suivant ;

$$U = 4xy$$

$$40 = 6x + y$$

Avec x et y qui représentent les quantités consommées des biens X et Y, sachant que

Px= 6um, Py= 1um et le revenu du consommateur est égale à 40 unités monétaires.

Travail à faire ; est ce que le consommateur pourrait-il maximiser son utilité à partir de ces données (utilisez la méthode de Lagrange afin de démontrer).

Solution 6 :

$$\begin{cases} U = 4 \times y \\ 40 = 6x + y \ \Rightarrow 40 - 6x - y = 0 \end{cases}$$

$P_x = 6U_m \,, P_y = 1U_m \,, R = 40U_m$

En utilisant la méthode de Lagrange ;

$L = U + \lambda\ (R - xpx - ypy)$

$L = 4 \times y + \lambda\ (40 - 6x - y)$

On cherche les dérivées partielles de la fonction de Lagrange par rapport aux variables x,y et λ ;

$$\frac{dl}{dx} = 4y - 6\lambda \Rightarrow 4y - 6\lambda = 0 \Rightarrow 4y = 6\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{6}y$$

$\Rightarrow \lambda = \boldsymbol{\frac{2}{3}y}$ **…………… (1)**

$\frac{dl}{dy} = 4x - \lambda \Rightarrow 4x - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \boldsymbol{4x}$ **…………………………………… (2)**

$\frac{dl}{d\lambda} = 40 - 6x - y \Rightarrow \boldsymbol{40 - 6x - y = 0}$ **…………………………………… (3)**

A partir de l'égalité des équations 1 et 2 on obtient ;

$\frac{2}{3}y = 4x \Rightarrow 4x - \frac{2}{3}y = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}.\frac{1}{4}.y \Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{1}{6}y}$**………(4)**

On remplace x dans la relation (3) par la relation (4);

$$40 - 6x - y = 0 \Rightarrow 40 - 6\left(\frac{1}{6}y\right) - y = 0$$

$\Rightarrow 40 - y - y = 0$

$\Rightarrow 40 - 2y = 0$

$\Rightarrow 40 = 2y$

$$\Rightarrow y = \frac{40}{2} \Rightarrow \boldsymbol{y = 20\ Unit\acute{e}es}$$

Pour avoir la valeur de x on remplace y par sa valeur dans la relation (4) ;

$x = \frac{1}{6}y \Rightarrow x = \frac{1}{6}.20 \Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{2.10}{2.3}} \Rightarrow x = \frac{10}{3} \Rightarrow \boldsymbol{x \simeq 3\ unit\acute{e}es}$

$\mathrm{E}(x, y) = (3{,}20)$

Exercice 7 :

Un individu consomme les biens X et Y et son utilité marginale est comme suit ;

X/Y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Umx	16	14	11	10	9	8	7	6	5	3	1
Umy	15	13	12	8	6	5	4	3	2	1	0

Sachant que ce consommateur consomme les biens X et Y avec les prix Px=2um et Py=2um ainsi qu'il dépense un revenu R=20Um.

1) Écrivez l'équation de la droite du budget.
2) Quelle est la relation qu'on peut déduire au point d'équilibre entre les utilités marginales et les prix ?
3) Quelles sont les quantités demandées des biens X et Y qui permettent au consommateur d'atteindre le maximum d'utilité ?
4) Calculez le taux marginal de substitution au point d'équilibre.

Solution (7) :

1) L'écriture de l'équation de la droite budgétaire ;

$$R = xp_x + yp_y = -{}^{P_x}\!/_{P_y}\, x + {}^{P}\!/_{P_y}$$

$$y = -x + 10$$

2)

$$TMS = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{\delta y}{\delta x}\right| = \frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_x}{P_y}\ (La\ loi\ de\ Grossen)$$

*) La relation qui peut être déduite au point d'équilibre entre le ratio des utilités marginales et le rapport des prix

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{2}{2} \Longrightarrow \frac{U_{mx}}{U_{my}} = 1 \Longrightarrow U_{mx} = U_{my}$$

3) *Le calcul des quantités demandées des biens x et y afin de maximiser l'utilité :*

$$\frac{U_{mx}}{U_{my}} = \frac{P_x}{P_y} \Longrightarrow \frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y}$$

U_{mx}	16	14	11	10	9	8	7	6	5	3	1
U_{my}	15	13	12	8	6	5	4	3	2	1	0

La satisfaction maximale est obtenue lorsque la relation est vérifiée: $\frac{\boldsymbol{U'_x}}{\boldsymbol{P_x}} = \frac{\boldsymbol{U'_y}}{\boldsymbol{P_y}}$

Q	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
$\frac{\boldsymbol{U'_x}}{\boldsymbol{P_x}}$	8	7	5,5	5	4,5	4	3,5	3	2,5	1,5	0,5
$\frac{\boldsymbol{U'_y}}{\boldsymbol{P_y}}$	7,5	6,5	6	4	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0

Nous remarquons dans le tableau qu'il y a des points qui parviennent à l'équilibre :

$A(x, y) \longrightarrow (6,4)$

$C(x, y) \longrightarrow (9,6)$

$B(x, y) \longrightarrow (8,5)$

$D(x, y) \longrightarrow (10,8)$

$E(x, y) \longrightarrow (11,10)$

Puisque nous savons qu'il existe un point d'équilibre qui représente le point tangent de l'équation de la ligne budgétaire à la courbe d'indifférence, nous devons vérifier qu'il existe un point qui satisfait la condition de la ligne budgétaire :

$R = 2x + 2y$ Avec R=20 Um

$$A\ (6,4)$$

$$R = 2x + 2y \Longrightarrow R = 2(6) + 2(4) \Longrightarrow R = 20U_m$$

$$B(8,5)$$

$$R = 2x + 2y \Longrightarrow R = 2(8) + 2(5) \Longrightarrow R = 26U_m$$

$$C(9,6)$$

$$R = 2x + 2y \Longrightarrow R = 2(9) + 2(6) \Longrightarrow R = 30\ U_m$$

$$D(10,8)$$

$$R = 2x + 2y \Longrightarrow R = 2(10) + 2(8) \Longrightarrow R = 36\ U_m$$

$$E(11,10)$$

$$R = 2x + 2y \Longrightarrow R = 2(11) + 2(10) \Longrightarrow R = 42\ U_m$$

Conclusion ;

Nous concluons que le point qui réalise l'équation de la droite budgétaire est le point A (6,4) et par conséquent il représente le point d'équilibre du consommateur (c'est-à-dire que le consommateur doit consommer 6 unités de x et 4 unités de y).

4) calcul du TMS;

Méthode (1) :

$$TMS = \frac{U'_x}{U'_y} \Longrightarrow TMS = \frac{8}{8} \Longrightarrow TMS = 1$$

Méthode (2) ;

$$TMS = \frac{P_x}{P_y} \Longrightarrow TMS = \frac{2}{2} \Longrightarrow TMS = 1$$

Exercice 8 :

Supposant qu'un individu consomme les biens X et Y selon la fonction d'utilité suivante :

$$U = 30\sqrt{x}\sqrt{y}$$

1) Quelle est l'utilité réalisée par le consommateur lorsqu'il consomme 9 unités du bien X et 4 unités du bien Y ?
2) Quelles sont les quantités demandées de la part du consommateur sachant que ; R=200Um, Px = 4Um et Py= 1Um.
3) Déterminez le niveau de satiété.
4) Quel est le revenu nécessaire pour maximiser l'utilité au même niveau d'utilité précédent sachant que Px= 2Um et Py=2Um.

Solution 8 :

1) $U = 30\sqrt{x}\sqrt{y}$

$U = 30\sqrt{9}\sqrt{4}$

$U = 30 .3.2 \Rightarrow \boldsymbol{U = 180\ U_m}$

2) $R = 200\ U_m , P_y = 1um , P_y = 4um$

$$U_{mx} = 30\sqrt{x}\ \frac{1}{2}\ (x)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow U_{mx} = 15\sqrt{y}\ \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\boldsymbol{U_{mx} = 15\ \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}}$$

$$U_{my} = 30\sqrt{x}\ \frac{1}{2}\ (y)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow U_{my} = 15\sqrt{x}\ \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\Rightarrow U_{my} = 15\ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

**) Selon la méthode de Lagrange ;*

$200 = 4x + y \Rightarrow 200 - 4x - y = 0$

$L = U + \lambda\ (R - xpx - ypy)$

$L = 30\sqrt{x}\sqrt{y} + \lambda\ (200 - 4x - y)$

Condition de maximisation d'utilité selon lagrange est que les derivées partielles sont égales et nulles ;

1)dl/dx=0

$$\frac{dl}{dx} = 15 \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} - 4 \lambda = 0 \Rightarrow 4 \lambda = 15 \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$$

$\Rightarrow \lambda = \frac{15}{4} \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$……………………(1)

2)dl/dy=0

$\frac{dl}{dy} = 15 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \lambda \Rightarrow \lambda = 15 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$……………………….*(2)*

3)dl/dλ

$200 - 4x - y = 0$……………………..(3)

A partir de (1) et (2) ;

$$\frac{15}{4} \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = 15 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

$$\frac{1}{4} \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{4} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

$\frac{1}{4} \frac{x}{y} \Rightarrow \boldsymbol{4x = y}$**………………(4)**

On remplace y par la relation (4) dans l'equation (3)

$$200 - 4x - 4x = 0$$

$$200 - 8x = 0$$

$$-8x = -200$$

$$\left.\begin{array}{r} x = 25\,unitées \\ y = 100\,unitées \end{array}\right\} E(x\,,y) = (25\,,100)$$

3)$U = 1500\,unitées$

4) $R = xp_x + yp_y$

$$R = 25.2 + 100.2 \Rightarrow R = 50 + 200 \Rightarrow R = 250\,U_m$$

<u>Exercice (9) :</u>

Soit la fontion d'utilité dun consommateur ;

$$U = \sqrt{x}\,y^{\frac{1}{4}}$$

Calculez le TMS lorsque x=4unités et y=8unité**s**

Solution (9) :

$$TMS = -\frac{dy}{dx} = \frac{Umx}{Umy}$$

$U = \sqrt{x}\, y^{\frac{1}{4}}$

$\Updownarrow$

$U = x^{\frac{1}{2}}\ y^{\frac{1}{2}}$

TMS de y par rapport a x :

$avec\ x = 4u\ et\ y = 8u$

$U_{mx} = U'_x = \frac{1}{2}\, x^{-\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{4}}$

$U_{my} = U'_y = \frac{1}{4}\, x^{\frac{1}{2}}\, y^{-\frac{3}{4}}$

$TMS = \frac{Umx}{Umy} = \frac{\frac{1}{2}\, x^{-\frac{1}{2}}\, y^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}\, x^{\frac{1}{2}}\, y^{-\frac{3}{4}}} = \frac{2\ y^{\frac{1}{4}}\ y^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}\, x^{\frac{1}{2}}} = \frac{2y}{x}$

$\Longrightarrow TMS = \frac{2(8)}{4}$

$TMS = 4$

Analyse du resultat obtenu ; pour avoir une unité de plus du bien x il faut que le consommateur laisse tomber une quantité egale a 4 du bien y tout en gardant le meme niveau d'utilité

Exercice (10) :

Soit la fonction d'utilité suivante ;

$$U = xy$$

Calculez le TMS lorsque X=2unités et Y=4.5unités

Solution (10) :

$$TMS = -\frac{dy}{dx} = \frac{Umx}{Umy}$$

$U = xy\,, x = 2U\,, y = 4{,}5U\,, TMS = ?$

$y = \frac{U}{x} \Longrightarrow y = \frac{9}{x}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{(9)'.x - x'.9}{x^2} \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-9}{x^2}$

$TMS = -(-\frac{9}{(2)^2}) \Rightarrow \boldsymbol{TMS = 2.25}$

À ce stade, le consommateur reçoit 1 unité de x en échange de 2,25 unités de y.

Exercice 11 :

Soit la fonction d'utilité totale fonction: U=4x.y

1- Si les prix des biens x et y sont : Px=10um et Py=5um et que le revenu du consommateur est égal à 200 unités monétaires. Déterminer le point d'équilibre du consommateur

2- Si le revenu du consommateur passe de 200 à 300 ensuite à 400 unités monétaires avec stabilité des prix ; Trouvez des points d'équilibre à chaque niveau de revenu.

3- Tracez la courbe qui passe par les différents points d'équilibre. Expliquez ce qui arrive au consommateur. Déterminer l'équation de cette courbe.

Solution 11 :

1) Détermination du point d'équilibre ;

$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{4y}{4x} = \frac{10}{5} \Leftrightarrow \frac{4y}{4x} = 2 \Rightarrow y = 2x$……….(1)

$R = xP_x + yP_y \Rightarrow 200 = 10x + 5y$ ………. (2)

On substitue la relation (1) dans l'équation (2)

200= 10x+ 5(2x) ⇒ 200= 20x ⇒ x=10 Unités

On met la valeur de x dans la relation (1) pour avoir la valeur de y ⇒ y=20 Unités

E_1(10 ; 20)

U_1=4xy = 4(10) (20) = 800 Unités

Ainsi, le consommateur est en équilibre puisqu'il consomme 10 unités du bien x et 20 unités du bien y pour atteindre une utilité maximale de 800 unités.

2) Recherche des points d'équilibre à chaque niveau de revenu :

a) lorsque R=300um ;

300= 10x+ 5y …… (3)

Nous substituons la même relation d'équilibre y=2x (car les prix sont restés constants et n'ont pas changé) dans la nouvelle équation du revenu (3) :

300= 10x+ 5(2x) ⇒300= 20x ⇒ x=15Unités

On met la valeur de x dans la relation (1) afin de calculer la quantité du bien y ⇒ y=30unités

E_2 (15 ; 30)

U_2=4xy = 4(15) (30) = 1800 u

b) lorsque R=400 Um

400= 10x+ 5y………. (4)

Nous substituons la même relation d'équilibre y=2x (car les prix sont restés constants et n'ont pas changé) dans la nouvelle équation du revenu (4) :

400= 10x+ 5(2x) ⇒ 400= 20x ⇒ x=20

On met la valeur de x dans la relation (1) afin de calculer la quantité du bien y ⇒ y=40unités

E_3 (20 ;40)

U_3=2xy = 4(20) (40) = 3200 u

3) Traçage de la courbe qui passe par les différents points d'équilibre ;

a) Premier point d'équilibre ;

E1 (10 ; 20)

Représentation de la courbe d'indifférence U1 ;

$$U = 4xy \Rightarrow 800 = 4\mathrm{xy} \Rightarrow \mathrm{y} = 200/\mathrm{x}$$

x	**y**
4	50
10	20
20	10
50	4

Traçage de La droite du budget ;

$$\mathrm{y}_1 = \frac{-\mathrm{P_X}}{\mathrm{P_Y}}\mathrm{x} + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Py}} \Rightarrow \mathrm{y}_1 = -2\mathrm{x} + 40$$

x	0	20
y	40	0

b) Deuxième point d'équilibre ;

E2 (15 ; 30)

Représentation de la courbe d'indifférence U2 ;

$$U = 4xy \Rightarrow 1800 = 4\mathrm{xy} \Rightarrow \mathrm{y} = 450/\mathrm{x}$$

x	**y**

10	45
15	30
30	15
100	4.5

Traçage de La droite du budget ;

$$y_2 = \frac{-P_X}{P_Y}x + \frac{R}{P_Y} \Rightarrow y = -2x + 60$$

x	0	30
y	60	0

c) Troisième point d'équilibre ;

E3(20,40)

Représentation de la courbe d'indifférence U3 ;

$$U = 4xy \;\Rightarrow 3200 = 4\text{xy} \;\Rightarrow \text{y} = 800/\text{x}$$

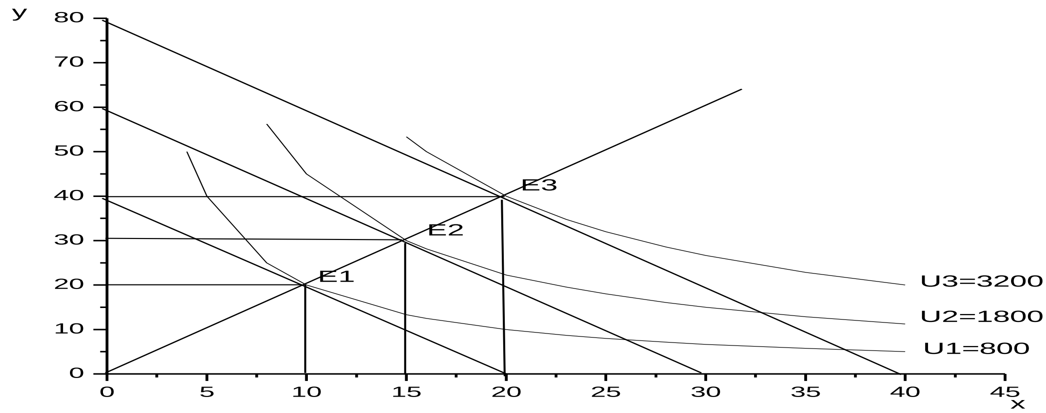
x	y
10	80
20	40
40	20
80	10

Traçage de La droite du budget ;

$$y_2 = \frac{-P_X}{P_Y}x + \frac{R}{P_Y} \;\Rightarrow y = -2x + 80$$

x	0	40
y	80	0

Si nous représentons graphiquement les trois points d'équilibre, nous obtiendrons le graphe suivant, qui représente la façon dont les quantités consommées par le consommateur ont changé en raison de la variation du revenu.



Analyse ; On constate que l'augmentation du revenu du consommateur de 200 Um à 300 Um, puis à 400 Um, a conduit à une augmentation des quantités consommées de E1 (10 ; 20) à E2 (15 ; 30), puis à E3 (20 ; 40), et augmentant ainsi l'utilité du consommateur de 800 unités à 1800 unités, puis à 3 200 unités. Relier les différents points d'équilibre permet d'obtenir une courbe appelée courbe consommation-revenu car elle exprime la relation entre la variation de la consommation suite à la variation du revenu.

Détermination de l'équation de la courbe de consommation-revenu :

Puisque la courbe consommation-revenu passe par différents points d'équilibre résultant d'une variation du revenu à prix constants, l'équation de cette courbe est la relation d'équilibre déduite de la condition d'équilibre (y=ax). Dans cet exercice, nous avons vu que l'équilibre est atteint à (y=2x) et donc l'équation de la courbe consommation-revenu est ; y=2x.

Exercice 12 :

Nous avons un consommateur avec une fonction d'utilité U=x y et un revenu R=24, si le prix du bien X est de 4 unités monétaires et le prix du bien y est de 3 unités monétaires.

1) Déterminez le point d'équilibre du consommateur.
2) Si le prix du bien X diminue et devient égal à 2 Um, calculez le nouveau point d'équilibre.
3) Si le prix du bien X devient 1 Um. Calculez le nouveau point d'équilibre. Que remarquez-vous ? Trouvez l'équation de la courbe consommation-prix (fonction de demande).

Solution 12 :

1) Détermination du point d'équilibre :

$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$ 3y=4x ⇒ y= $\frac{4}{3}$ x…………….. (1)

$R = XPx + YPy \Rightarrow 24 = 4X + 3Y$ ……………… (2)

Nous substituons la relation d'équilibre (1) dans l'équation du revenu (2) afin de calculer la quantité consommée du bien X :

$24=4x+3(\frac{4}{3}x) \Leftrightarrow 24=8x \quad \Rightarrow x=3$ Unités

On remplace la valeur de X dans la relation (1) pour calculer la quantité consommée du bien Y ;

$Y=\frac{4}{3}x \Rightarrow y=\frac{4}{3}(3) \Rightarrow y=4$ Unités

$E_1\ (3;4)$

$U_1 = x.y \Rightarrow U_1 = 3.4 = 12$ Unités

2) Calcul du nouveau point d'équilibre suite à la diminution du prix du bien X ;

Quand $Px_2= 2$ Um

$\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3y=2x \Rightarrow y=\frac{2}{3}x$……………………..(3)

$R= XPx + Y\,Py \Rightarrow 24=2x+3y$……………………………… (4)

Nous substituons la nouvelle relation d'équilibre (3) dans la nouvelle équation du revenu (4) afin de calculer la quantité consommée du bien X :

$24=2x+3(\frac{2}{3}x) \Leftrightarrow 24=4x \Rightarrow x=6$ Unités

On remplace la valeur de X dans la relation (3) pour calculer la quantité consommée du bien Y ;

$Y=\frac{2}{3}x \Rightarrow y=4$ Unités

$E_2\ (6;4)$

$U_2 = x.y \Rightarrow U_2 = 6.4 = 24\ Unités$

3) On cherche le nouvel équilibre lorsque le prix du bien X devient $Px_3=1$Um

$\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x=3y$ ……..(5)

$R=X\,Px+Y\,Py \Rightarrow 24=x+3y$…… (6)

Nous substituons la nouvelle relation d'équilibre (5) dans la nouvelle équation du revenu (6) afin de calculer la quantité consommée du bien Y :

$24=3y+3y \Leftrightarrow 24=6y \Rightarrow y=4$ Unités

On remplace la valeur de X dans la relation (5) pour calculer la quantité consommée du bien X; $x=3y \quad \Rightarrow x=12$

$E_3\ (12;4)$

$U_3 = x.y \Rightarrow U_3 = 12 * 4 \Rightarrow U_3 = 48\ Unités$

Remarque : La baisse du prix du produit x (les autres facteurs restant constants) entraîne une augmentation des quantités consommées du bien x, ce qui a conduit à une augmentation de l'utilité pour le consommateur.

Graphiquement : Suite à la diminution du prix du bien x, les autres facteurs restant constants les lignes budgétaires se déplacent vers la droite, Outre le déplacement des courbes d'indifférence vers le haut (c'est-à-dire un niveau d'utilité plus élevé). Par conséquent, les points d'équilibre passent de E1 à E2 puis à E3. Relier les différents points d'équilibre résultant d'une baisse de prix permet d'obtenir une courbe consommation-prix.

*) Cherchons l'équation consommation-prix : Pour trouver l'équation consommation-prix, nous avons besoin des étapes suivantes :

Nous créons un programme de demande basé sur les points d'équilibre calculés :

	A	B	C
X	3	6	12
P_x	4	2	1

On forme un ensemble de deux équations après avoir choisi seulement deux points :

$$X = aPx + b$$

Choisissons les points A et C et formons la fonction de demande (la relation entre le prix et la quantité) comme suit :

$$\begin{cases} (A): 3 = 4a + b \rightarrow \cdots 1① \\ (C): 12 = a + b \rightarrow \cdots 2② \end{cases}$$

① - ② $\Leftrightarrow$ 9= -3a⇒ a=-3

Pour calculer "b" il suffit de mettre la valeur de "a" soit dans la relation 1 ou 2

② ⇔ (-3) + b=12 ⇒ b=15

Ainsi l'équation de la courbe consommation-prix (fonction de demande) est : X=-3Px +15

Exercice 13 :

Si la fonction d'utilité totale pour un consommateur est donnée par la relation suivante : U=x.y Le revenu du consommateur était de 240 Um tandis que les prix des deux biens étaient Px=8 Um et Py=3 Um.

1) Trouvez les quantités consommées des biens (X, Y) qui permettent d'obtenir une satisfaction maximale.

2) Le bien (X) fait l'objet d'une subvention de 25 %. Trouver le nouvel équilibre. Analyser les résultats obtenus. Déterminer mathématiquement et graphiquement l'effet de substitution, l'effet revenu et l'effet prix en utilisant la théorie de Hicks.

Solution 13 :

U=xy, Px=8Um, Py=3Um, R=240Um

1) Détermination des quantités consommées des biens (x,y) ;

$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow 8x = 3y \Rightarrow \boxed{y = \frac{8}{3}x}$ …… Relation d'équilibre

$R = xP_x + yP_y \Rightarrow 240 = 8x + 3y$…….. L'équation de revenu

Nous substituons la relation d'équilibre dans l'équation de revenu R :

$240 = 8x + 3(\frac{8}{3}x) \Rightarrow x = \frac{240}{16} \Rightarrow \boxed{x = 15\ Unités}$

On remplace x par sa valeur dans la relation d'équilibre pour avoir la valeur de y ;

$$\boxed{y = 40\ Unités}$$

E_1 (15;40)

Calcul du niveau d'utilité :

$U_1 = x.y \Rightarrow U_1 = (15).(40) \Rightarrow \boxed{U_1 = 600}$

2) La recherche du nouvel équilibre après que le bien (X) est soumis à un soutien estimé à 25% ;

$$P_{x2} = P_{x1} - (P_{x1} * 25\%) \Rightarrow P_{x2} = 8 - 8(0.25) \Rightarrow P_{x2} = 6_{um}$$

Remarque : le produit x faisant l'objet d'un soutien (Subvention) entraîne une baisse du prix Contrairement aux taxes et aux droits de douane (impôts), qui font augmenter le prix.

$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x}$ Nouvelle relation d'équilibre

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow 240 = 6x + 3y$$

Nous substituons la nouvelle relation d'équilibre dans l'équation du revenu R :

$240 = 6x + 3(2x) \Rightarrow 240 = 12x \Rightarrow \boxed{x = 20\ Unités}$

On remplace x par sa valeur dans la relation d'équilibre pour avoir la valeur de y ;

$y = 2x \Rightarrow y = 2(20) \Rightarrow \boxed{y = 40\ Unités}$

E_2 (20;40)

Calcul du niveau d'utilité :

U_2=x.y $\Rightarrow U_2$=(20). (40) $\Rightarrow \boxed{U_2 = 800}$

Analyse des résultats : La diminution du prix du bien x de 8 à 6 unités monétaires a conduit à une augmentation des quantités consommées des biens X de 15 à 20 unités, ce qui a conduit à une augmentation du niveau d'utilité de 600 à 800 unités.

$$\underline{\mathbf{P_x} \searrow \Rightarrow \boldsymbol{X} \nearrow \Rightarrow \boldsymbol{U} \nearrow}$$

Effet prix, effet de substitution et revenu selon la théorie de Hicks :

Mathématiquement ; Avant de déterminer l'effet du prix, de la substitution et du revenu, nous calculons le point d'équilibre imaginaire E3, qui a la même utilité que le point d'équilibre E1, c'est-à-dire que le consommateur se déplace sur le long de la même première courbe d'indifférence malgré la variation du prix du bien x :

U1=x.y ⇒ U1= (20) (15) =600

Y=2x ⇒ (Quand Px diminue) la nouvelle relation d'équilibre

On remplace Y dans U1 pour trouver X :

X 2x = 600 ⇒2x² =600 ⇒ x²=300 ⇒ x =√300⇒ x =-17,32 Refusé

Ou x=17.32 Accepté

On remplace X dans la relation d'équilibre pour trouver Y :

Y=2x ⇒ y=2(17,32) ⇒ y=34,64 Unités

E3 (17.32;34.64)

• L'effet de substitution : C'est le mouvement du consommateur du point d'équilibre E1 à E3 (le point d'équilibre imaginaire) par lequel le consommateur réalise le processus de substitution, c'est-à-dire la substitution, où le consommateur reste sur la même courbe d'indifférence, ce qui signifie qu'il n'obtiendra pas une plus grande utilité, mais changera seulement la structure de consommation, et cela se produit à travers le processus de substitution. Cette transition est exprimée par l'effet de substitution et calculée :

$$\mathrm{ES} = \mathrm{E}_3 - \mathrm{E}_1$$

$$\begin{cases} \mathrm{X}_3 - \mathrm{X}_1 = 17.32 - 15 = 2.32 \\ \mathrm{Y}_3 - \mathrm{X}_1 = 34.64 - 40 = -5.36 \end{cases}$$

• L'effet revenu : C'est le déplacement du consommateur du point d'équilibre E2 au point d'équilibre E3. À la suite d'une baisse du prix du bien X l'utilité est passée de 600 à 800 Unités.

Pour atteindre le nouveau niveau d'utilité, il doit disposer de revenus plus élevés (revenu supplémentaire). L'effet revenu s'exprime comme suit :

$$\mathrm{ER} = \mathrm{E}_2 - \mathrm{E}_3$$

$$\begin{cases} \mathrm{X}_2 - \mathrm{X}_3 = 20 - 17.32 = 2.68 \\ \mathrm{Y}_2 - \mathrm{X}_3 = 40 - 34.64 = 5.36 \end{cases}$$

• Effet prix : le consommateur passe d'E1 à E2. En raison d'une baisse du prix du bien x de 8 à 6 Unités monétaires les quantités consommées sont passées de 15 à 20 unités, ainsi le niveau d'utilité est passé d'U1 = 600 à U2 = 800 Unités. Ce passage de E1 à E2 est exprimé en effet prix et calculé :

$$EP = E_2 - E_1$$

$$\begin{cases} X_2 - X_1 = 20 - 15 = 5 \\ Y_2 - X_1 = 40 - 40 = 0 \end{cases}$$

Effet de substitution, revenu et prix sous forme graphique :

Premier point d'équilibre E1 (15 ; 40)

Représentation de la courbe d'indifférence U1 :

$$U = xy \Rightarrow 600 = xy \Rightarrow y = \frac{600}{x}$$

x	y
10	60
15	40
40	15
60	10

Traçage de la droite du budget :

$$y_1 = \frac{-P_X}{P_Y}x + \frac{R}{P_Y} \Rightarrow y_1 = \frac{-8}{3}x + 80$$

x	0	30
y	80	0

Deuxième point d'équilibre E2 (20 ; 40)

Représentation de la courbe d'indifférence U2 :

$U = xy \Rightarrow 800 = xy \Rightarrow y = \frac{800}{x}$

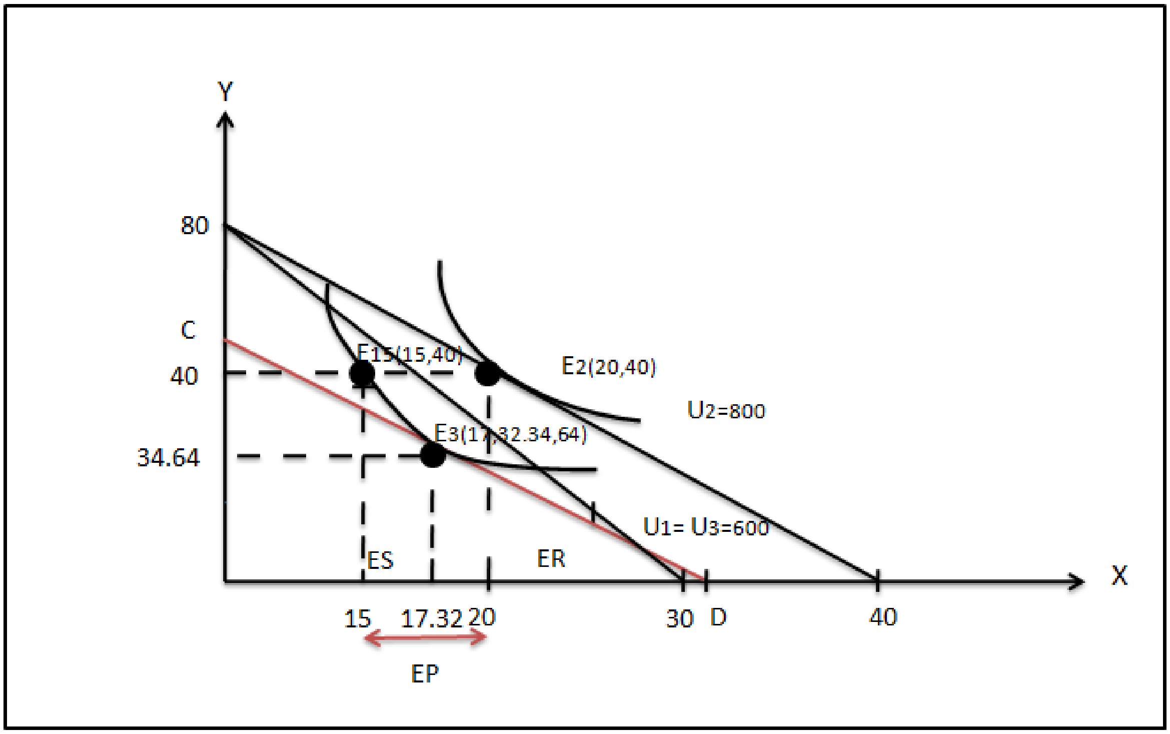
x	y
10	80
20	40
40	80
80	10

Traçage de la droite du budget :

$y_2 = \frac{-P_{X2}}{P_{Y1}}x + \frac{R}{P_{Y1}} \Rightarrow y_2 = -2x + 80$

x	0	40
y	80	0

Troisième point d'équilibre E3 (17,32 ; 34,64) Nous traçons une ligne budgétaire imaginaire parallèle à la deuxième ligne budgétaire et touchant la première courbe d'indifférence au point E3.



Exercice 14 :

Si la fonction d'utilité totale pour un consommateur est donnée par la relation suivante :

$$U = \frac{1}{2}x^2 + \ x^2y$$

1) Déterminez la fonction de demande pour le bien X.

2) Si vous savez que Px =4 Um, Py= 9 Um et R= 360 Um

Calculez l'élasticité-prix, l'élasticité croisée et l'élasticité-revenu pour le bien X.

Solution 14 :

$$U = \frac{1}{2}x^2 + x^2y$$

1) Détermination de la fonction de demande pour le bien X :

$\frac{U'_X}{U'_Y}=\frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2x.y+x}{\mathrm{x}^2}=\frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y+1}{\mathrm{x}}=\frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow 2\mathrm{yP_Y} + \mathrm{P_Y} = \mathrm{xP_X}$

$$\Leftrightarrow 2\mathrm{yP_Y} = \mathrm{xP_X} - P_Y \Rightarrow \mathrm{yP_Y} = \frac{xP_X - P_Y}{2}$$

Nous substituons la relation $\mathrm{yP_Y} = \frac{xP_X-P_Y}{2}$ dans l'équation de revenu R :

$\mathrm{R} = \mathrm{xP_x} + \mathrm{yP_y} \Leftrightarrow \mathrm{R} = \mathrm{xP_x} + \frac{xP_X - P_Y}{2} \Rightarrow \mathrm{R} = \frac{2xP_x + xP_X - P_Y}{2}$

$$\Rightarrow 2\mathrm{R} = 3\mathrm{xP_x} - \mathrm{P_y}$$

$$\Rightarrow 2\mathrm{R} + \mathrm{P_y} = 3\mathrm{xP_x}$$

$\Rightarrow x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$ ⇒ Fonction de demande du bien X

2) Calcul des élasticités :

L'élasticité directe ;

$$e_x/_{px} = \frac{dX}{dP_X} . \frac{P_X}{X}$$

$$x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$

$$e_x/_{px} = \frac{(2R + P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} . \frac{P_X}{\frac{2R + P_Y}{3P_X}}$$

$$e_x/_{px} = \frac{0 - 3(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} * \frac{P_X * 3P_X}{2R + P_Y} \Rightarrow e_x/_{px} = -1$$

Interprétation:

Type d'élasticité : Élasticité unilatérale (équivalente) car $e_x/_{px} = -1$

Explication : Lorsque le prix augmente de 1%, la demande diminue du même pourcentage, soit 1%.

L'élasticité du revenu;

$$x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$

$$e_x/_R = \frac{dX}{dR} . \frac{R}{X}$$

$$e_x/_R = \frac{(2R + P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} . \frac{P_X}{\frac{2R + P_Y}{3P_X}}$$

$$e_x/_R = \frac{2(3P_X)}{9P_X{}^2} . \frac{R(3P_X)}{2R + P_Y} \Rightarrow e_x/_R = \frac{2R}{2R + P_Y} \Rightarrow e_x/_R = \frac{2(360)}{2(360) + 9} \Rightarrow e_x/_R = 0.98$$

Analyse du résultat ; Comme $e_x/_R \in]0; 1]$ alors le bien x est un bien normal et nécessaire.

L'élasticité croisée;

$$x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$

$$e_x/_{py} \quad = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dP_Y}} . \frac{\mathrm{P_Y}}{\mathrm{X}}$$

$$e_x/_{py} = \frac{(2R + P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} . \frac{P_X}{\frac{2R + P_Y}{3P_X}}$$

$$e_x/_{py} = \frac{(P_Y)}{2R+P_Y} \Rightarrow e_x/_{py} = \frac{9}{2(360)} \Rightarrow e_x/_{py} = 0.0125$$

Analyse ; puisque $e_x/_{py} > 0$ les biens X et Y sont des biens échangeables (substituables) et concurrents.

Chapitre 2: Le théorie du producteur

Éléments du cours

Nous donnons dans ce chapitre des éléments de cours relatifs à la théorie de la production. Dans cette première partie nous envisageons le producteur comme demandeur de facteurs de production. La présentation est de ce fait semblable à celle du consommateur. Ce dernier est supposé maximiser une fonction d'utilité sous la contrainte de revenu. Le producteur, pour sa part, est supposé maximiser son niveau de production sous la contrainte de dépense (identique à celle du revenu, mais comme nous le verrons ultérieurement est en fait une expression du coût).

Le niveau de production est lié à des considérations techniques exprimées par la « fonction de production ». C'est l'équivalent pour le producteur de la fonction d'utilité. Cette dernière exprime des préférences qui sont de nature subjective.

1. **Fonctions de production :**

La fonction de production représente la relation qui existe entre les différents niveaux de production et les quantités des facteurs de production utilisées afin d'avoir chaque niveau de production.

Supposons une entreprise produit un bien X en utilisant deux facteurs de production; Travail (L) et capital (K), la fonction de production prend la forme qui suit;

$X = f(L, K)$

Avec ;

X : différents niveaux de production

K et L : quantités utilisées des facteurs de production (L) et (K).

1.1. Fonctions de production à court terme :

En courte période l’entreprise n’utilise pas tous les facteurs de production ce qui veut dire qu’il y’a des facteurs variables et d’autres constants, on différencie entre facteur de production constant et variable par rapport à leur utilisation, les facteurs de production constants sont des facteurs qui n’ont pas de relation avec le volume de production, tandis que les facteurs de production variables sont des facteurs qui varie son volume d’utilisation selon la variation du volume de production. En courte période le facteur que l’entreprise peut varier c’est le facteur travail (L) par conséquent le facteur capital (K) reste constant, ce qui nous permet d’écrire la fonction de production comme suit;

$$X = f(L, \underset{\circ}{K})$$

La productivité totale est la quantité produite d’un produit X en utilisant différentes quantités du facteur de production travail (L) et une quantité constante du facteur de production capital (K).

La productivité marginale est l'accroissement de la production totale résultant de l'addition d'une unité de facteur variable. La productivité marginale est calculée ainsi;

Dans le cas d’une fonction discontinue ; $Xl' = \frac{\Delta x}{\Delta L}$

Dans le cas d’une fonction continue ; $Xl' = \frac{dx}{dL}$

La productivité moyenne est la production totale divisée par la quantité de facteurs employés.

$$\overline{Xl} = \frac{X}{L}$$

Si l’entreprise souhaite augmenter sa production en courte période il faudra qu’elle utilise plus d’unités du facteur de production travail (L). Sauf que son utilisation des unités supplémentaires du facteur travail entrainera un changement de pourcentage entre le facteur constant (capital K) et le facteur variable (travail L) cela est nommé par la loi des rendements décroissantes. Cette loi est définie par le fait que lorsqu’il y’a l’ajout des unités supplémentaires du facteur variable (travail L) au facteur constant (capital K) alors la production totale du produit X augmentera avec des taux croissants, taux constants et puis des taux décroissants jusqu'à atteindre un certain niveau.

1.2. Fonctions de production à long terme :

Les fonctions de production en longue période sont caractérisées par le changement des facteurs de production (travail L, capital K) et elle est représentée ainsi;

$$X = f(L, K)$$

Afin de connaitre la relation qui relie la variation de la production avec la variation des facteurs de production utilisées on doit citer le concept du Rendement d'échelle.

Pour connaitre le rendement d'échelle d'une fonction il faut qu'elle soit homogène, c'est à dire il faut que la fonction de production confirme la condition suivante;

$$f(tl; tk) = t^{\alpha} f(l; k)$$

Avec; t : proportion d'augmentation des facteurs de production

α : degrés d'homogénéité

Il existe trois types de rendement d'échelle;

Le rendement d'échelle constant (α=1) ; c'est lorsque la production augmente et les quantités de facteurs augmentent dans la même proportion.

Le rendement d'échelle croissant (α >1) ; c'est lorsque la production augmente avec une proportion supérieure à celle des quantités de facteurs.

Le rendement d'échelle décroisant (α<1) ; c'est lorsque la production augmente avec une proportion inférieure à celle des quantités de facteurs.

Les fonctions homogènes confirment la condition d'Euleur :

$$Xl' * l + Xk' * k = \alpha f(l, k)$$

Parmi les fonctions homogènes la fonction de Cobb-Douglas qui prend la forme suivante;

$$X = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

Avec; X représente le volume de production

L et K représentent les quantités utilisées des facteurs de production (travail L et capital K)

α et β représentent l'élasticité de la production par rapport aux facteurs de production L et K

$0<\alpha<1$ et $0<\beta<1$

Pour connaitre le degrés d'homogénéité de la fonction de Cobb-Douglas on applique la relation d'homogénéité comme suit;

$f(tl, tk) = t^{\alpha} f(l, k)$

$f(tl, tk) = A\,(tl)^{\alpha}\,(tk)^{\beta}$

$f(tl, tk) = A\, t^{\alpha} l^{\alpha} t^{\beta} k^{\beta}$

$f(tl, tk) = A\, t^{\alpha+\beta}\, l^{\alpha} k^{\beta}$

Le degrés d'homogénéité de la fonction de Cobb-Douglas est calculé à partir de l'addition de α et β (α+β) puis on compare avec 1 pour connaitre le type de rendement d'échelle.

La courbe d'isoquant :

Un isoquant est une courbe qui représente l'ensemble de toutes les combinaisons de facteurs qui permettent d'obtenir un même niveau de production. L'ensemble de plusieurs isoquants est appelé la carte des isoquants.

Caractéristiques de la courbe d'isoquant :

Elle a les mêmes caractéristiques de celles de la courbe d'indifférence et qui sont;

- Ces courbes ne se croisent jamais
- D'une courbe à l'autre du bas vers le haut, le niveau de production s'élève.
- La courbe est décroissante et convexe vers le point de départ : elle est décroissante en raison de la relation inverse entre les deux facteurs L et K. Lorsque le producteur souhaite utiliser des unités supplémentaires du facteur L, alors des unités du facteur K sont abandonnées en retour afin de rester au même niveau de production. La pente de la courbe d'isoquant est mesurée par le taux marginal de substitution technique. La courbe d'isoquant se caractérise également par sa convexité vers le point de départ, ce qui est dû à la valeur décroissante du taux marginal de substitution technique (TMSt).

Taux marginal de substitution technique « TMSt » :

Il est défini comme le nombre d'unités du facteur K qui sont cédées en échange d'une unité supplémentaire du facteur L à condition que le producteur reste au même niveau de production (c'est-à-dire en restant sur la même courbe d'isoquant). Le TMSt s'exprime mathématiquement par la relation suivante :

Dans le cas d'une fonction discontinue (entre deux points) : $TMSt = \left|\frac{\Delta k}{\Delta l}\right|$

Dans le cas d'une fonction continue (en un point) : $TMSt = -\frac{dk}{dl} = \frac{XL'}{XK'} = \frac{PL}{PK}$

La droite d'isocoût :

Une entreprise afin de produire un produit X elle va avoir des dépenses pour acquérir les facteurs de production qui sont le travail L et le capital K avec les prix PL et PK. Par conséquent le cout de production est exprimé comme suit;

$$CT = LPL + KPK$$

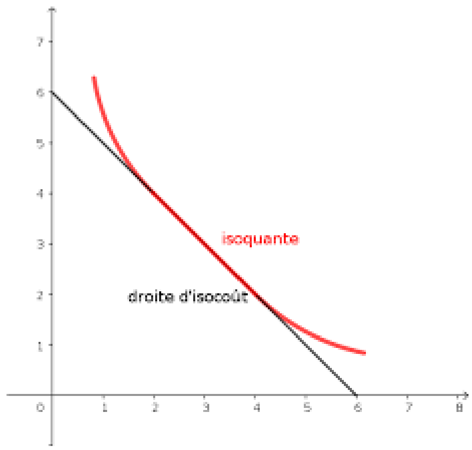
La représentation graphique de la droite d'isocoût qui ressemble à celle de la droite budgétaire car la droite d'isocoût montre différentes combinaisons des facteurs de production (L et K) que l'entreprise achète selon le budget alloué.

1.3.L'équilibre du producteur :

L'objectif de toute entreprise est de maximiser sa production « X » en prenant en considération le cout total de la production « C ».

Le producteur atteint son équilibre graphiquement lorsque la droite d'isocoût touche la courbe d'isoquant, cela montre que le producteur utilise les facteurs de production L et K d'une manière optimale.

Représentation de l'équilibre du producteur



Mathématiquement voici la démonstration de la condition d'équilibre du producteur selon la méthode du multiplicateur de Lagrange ;

Fonction de production; $X = f(L, K)$

Contrainte des couts; $CT = LPL + KPK$

En appliquant la méthode du multiplicateur de Lagrange, la fonction devient comme suit;

$$L = f(L, K, \lambda) = X + \lambda(CT - LPL - KPK)$$

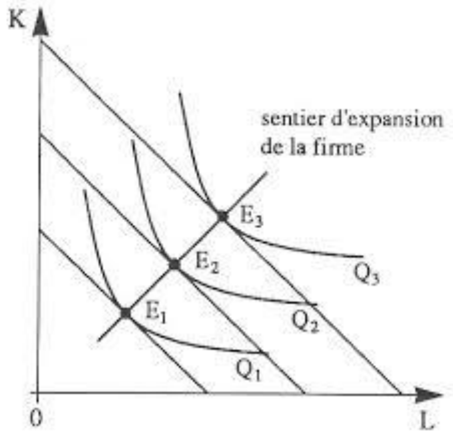
Pour maximiser sa production l'entreprise doit remplir la condition suivante;

$$\text{Max X} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dL}{dL} = 0 \\ \frac{dL}{dK} = 0 \\ \frac{dL}{d\lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dL} - \lambda PL = 0 \\ \frac{dx}{dK} - \lambda PK = 0 \\ CT - LPL - KPK = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'_L = \lambda PL \\ x'_K = \lambda PK \\ CT - LPL - KPK = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{X'_L}{PL} \\ \lambda = \frac{X'_K}{PK} \\ CT - LPL - KPK = 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{X'_L}{PL} = \frac{X'_K}{PK} \Rightarrow \frac{X'_L}{X'_K} = \frac{PL}{PK}$$

Le Sentier d'expansion :

Le sentier d'expansion montre des combinaisons de facteurs de production (travail, capital) dont les coûts sont minimisés à un certain niveau de production.



2. Fonctions des couts

On peut différencier les coûts de court terme et de long terme.

2.1.Fonctions des couts à court terme

En courte période il y'a des facteurs de production qui sont constants et d'autres qui sont variables. Les couts c'est des dépenses financières allouées pour l'achat des facteurs de production, les couts sont divisés en couts fixes et couts variables.

On appelle fonction de coût la relation qui associe au prix des inputs et au niveau de l'output décidé par la firme, le plus faible coût total de production.

Certains coûts varient avec le niveau d'output tandis que d'autres doivent être assumés que la firme produise ou pas. On décompose le coût total (CT), en 2 composantes : coût fixe et coût variable.

$$CT = CV + CF$$

- Un coût fixe (CF) est un coût qui ne varie pas avec le niveau de production et peut être éliminé seulement avec l'arrêt de l'activité (exemple : fermeture complète de l'usine). Les coûts fixes peuvent inclure les coûts de maintenance, les dépenses en assurance, l'électricité et le chauffage voire un nombre minimal d'employés.
- Un coût variable (CV) est un coût qui varie avec la quantité produite. Les coûts variables incluent les dépenses en traitements et salaires ainsi que les matières premières utilisées pour la production.

La fonction de coût moyen CM indique le coût, en moyenne, par unité de production. Ce coût varie pour chaque niveau de production;

$$C_M = \frac{CT}{X}$$

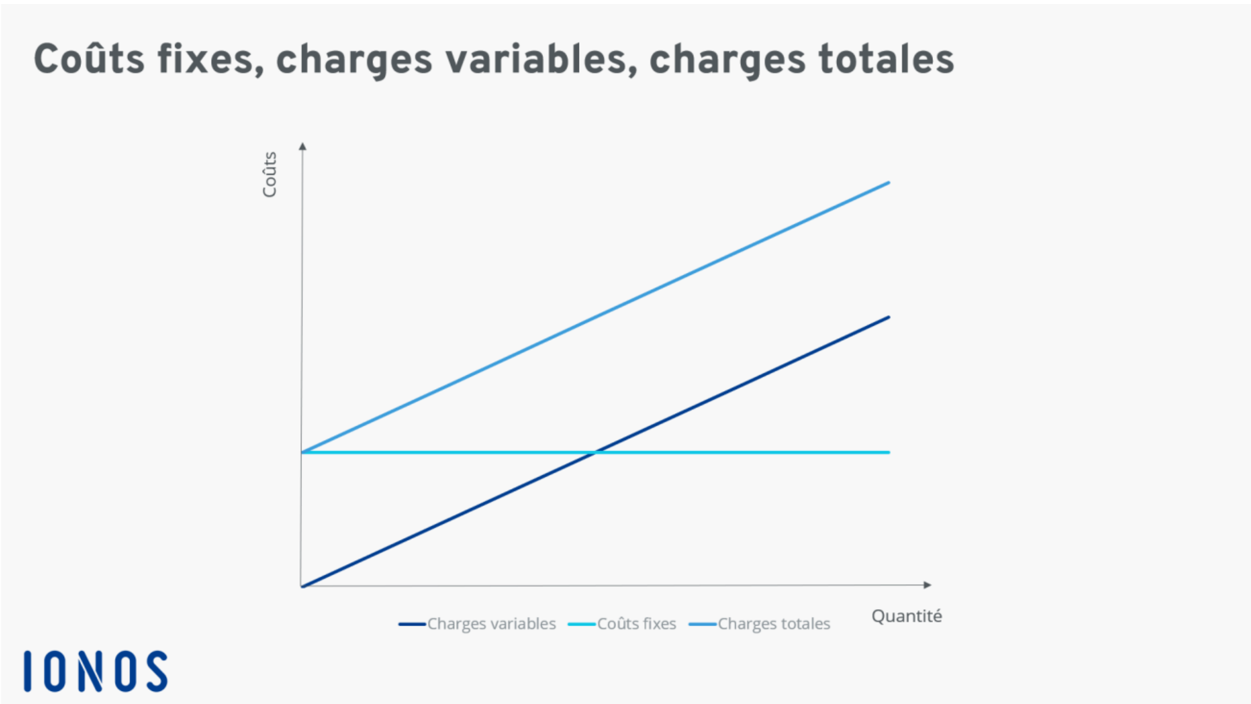
Le coût moyen peut être calculé à partir du coût total, mais aussi du coût variable et du coût fixe. Le coût moyen est aussi égal à la somme du coût fixe moyen et du coût variable moyen. On obtient ainsi les égalités suivantes :

$$C_M = \frac{CT}{X} = \frac{CV}{X} + \frac{CF}{X} = CV_M + CF_M$$

La fonction de coût marginal indique, pour chaque niveau de production, le coût additionnel que le producteur doit supporter pour produire une unité supplémentaire;

$$C_m = \frac{dCT}{dX}$$

La fonction de coût marginal Cm correspond à la dérivée première de la fonction de coût total CT



A partir des couts variables on déduit;

Les couts variables moyennes : qui sont calculés ainsi;

$$\boldsymbol{CV_M = \frac{CV}{X}}$$

Les couts variables marginales : qui sont calculés ainsi;

Dans le cas d'une fonction discontinue $\boldsymbol{CV_m = \frac{\Delta CV}{\Delta X}}$

Dans le cas d'une fonction continue $\boldsymbol{CV_m = \frac{dCV}{dX}}$

2.1.1. Maximisation du profit en court terme :

Le profit d'une entreprise est le résultat requis de la soustraction entre recettes et dépenses, il se calcule comme suit;

$$\pi = R - C \Rightarrow \pi = XPx - CT$$

Avec : π est le profit réalisé.

R représente les recettes du produit vendu.

C représente les dépenses de la production.

Afin de maximiser son profit l'entreprise doit remplir les conditions suivantes:

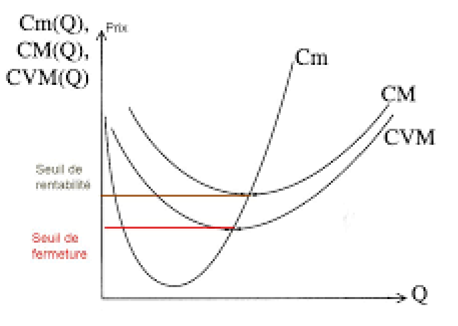
$$\text{Max } \pi \begin{cases} \pi'_x = 0 \\ \pi''_x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\pi}{dx} = 0 \\ \frac{d\pi'_x}{dx} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Px - \frac{dCT}{dx} = 0 \\ -\frac{dCT'}{dx} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Px = C_m \\ C'_m > 0 \end{cases}$$

La première condition montre qu'on obtient la quantité d'équilibre lorsque le cout marginal soit égal au prix du marché, quant à la deuxième condition, pour atteindre le maximum du profit il faudrait que le cout marginal soit croissant.

2.1.2. Seuil de rentabilité et seuil de fermeture :

Seuil de rentabilité; représente une quantité produite lorsque le prix de marché est égal au minimum du cout moyen, le profit est nul à ce niveau, ceci s'explique par le fait que l'entreprise ne réalise ni gain ni perte (les recettes= les dépenses). Avant le seuil de rentabilité l'entreprise est en perte par contre après le seuil de rentabilité l'entreprise réalise le maximum de profit.

En Seuil de rentabilité : π=0 ⇒ Px=C_m=C_M



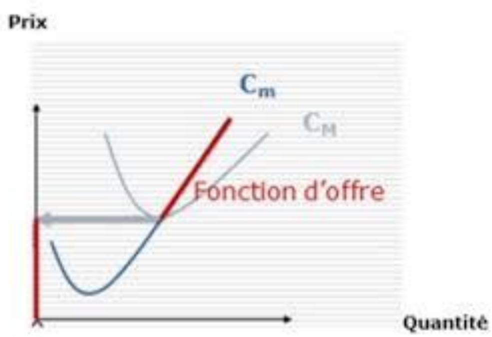
Représentation graphique des seuils de rentabilité et fermeture

Seuil de fermeture; représente une quantité produite lorsque le prix de marché est égal au minimum du cout variable moyen, le profit est inférieur à zéro à ce niveau, ceci s'explique par le fait que l'entreprise ne réalise pas du gain elle est en situation de perte (les recettes< les dépenses). La perte de l'entreprise est égale au cout fixe (π=-CF). Avant le seuil de fermeture l'entreprise est en perte supérieure au cout fixe et dans ce cas on l'a conseillé par la fermeture de ses portes c'est-à-dire déclarer sa faillite sauf que l'entreprise commence à exposer leur production après le seuil de fermeture.

En Seuil de fermeture : π=-CF ⇒ Px=C_m=CV_M

2.1.3. L'offre de l'entreprise :

L'offre individuelle des producteurs est une fonction croissante du prix du produit. C'est la partie ascendante de la courbe de coût marginal qui donne la quantité qu'il faut produire pour chaque niveau de prix de manière à obtenir toujours le profit maximum.

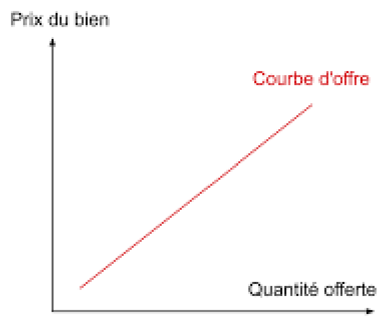


Mathématiquement la fonction d'offre est représentée comme suit;

$$X_{oi} = f(Px) \ ou \ Px = ax + b$$

L'offre totale est égale à la somme des offres individuelles et elle est représentée;

$$X_O = \sum_{x=1}^{n} X_{oi}$$



Courbe d'offre

L'élasticité de l'offre par rapport au prix :

L'élasticité-prix de l'offre mesure la sensibilité de la quantité offerte aux variations de prix du bien. Elle est toujours positive (découle de la loi de l'offre).

Elle est calculée comme suit;

Dans le cas d'une fonction discontinue : $e_{x/Px} = \frac{\Delta X}{\Delta Px} \frac{Px}{x}$

Dans le cas d'une fonction continue : $e_{x/Px} = \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{dP}x} \frac{Px}{X}$

Il existe cinq types d'élasticité-prix de l'offre :

$e_{x/px} = +\infty$ → offre parfaitement élastique (petite variation du prix induit a une variation infinie des quantités offertes).

$+\infty < e_{x/px} < 1$ → offre relativement élastique (les quantités offertes varient avec une proportion supérieure par rapport à la variation du prix).

$e_{x/px} = 1$ → élasticité unitaire (la variation du prix et la variation des quantités sont avec la même proportion).

$e_{x/px} = 0$ → offre inélastique (les quantités offertes ne s'affectent pas avec la variation du prix).

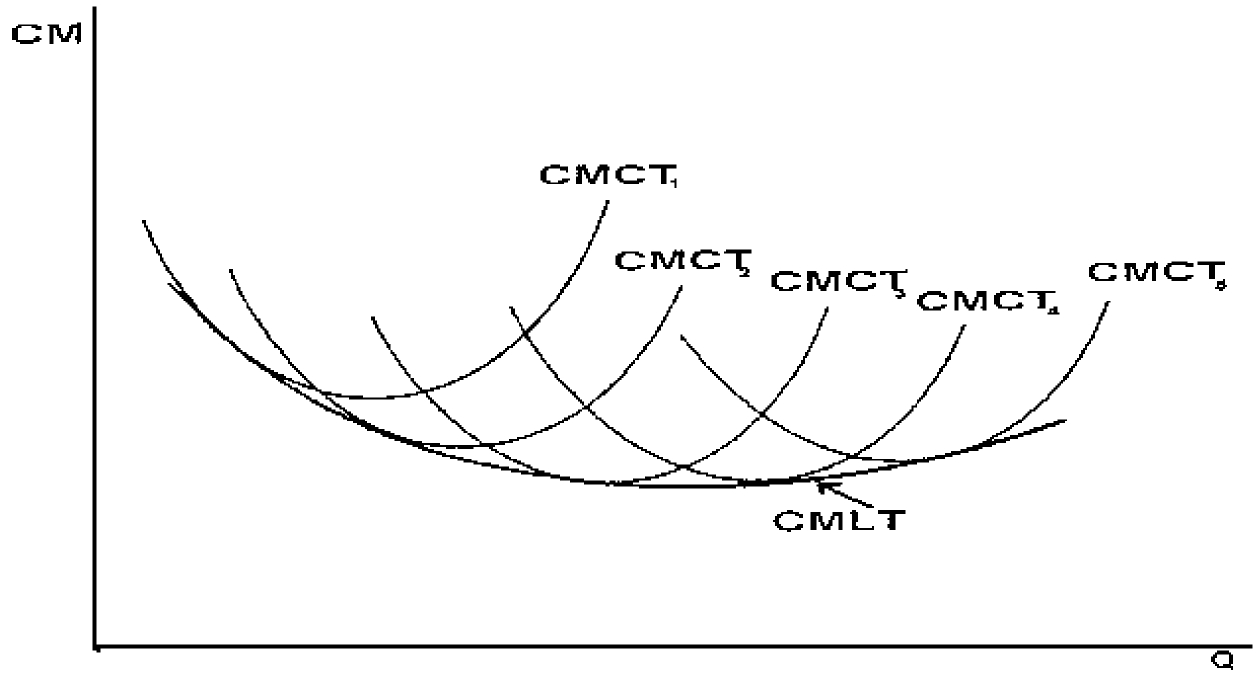
$0 < e_{x/px} < 1$ → offre relativement inélastique (la variation du prix est supérieure par rapport à la variation des quantités offertes).

2.2. Fonctions des couts à long terme

Les coûts qui sont fixes dans le court terme peuvent ne plus être fixes dans le long terme. Comme pour les facteurs de production, la plupart des coûts deviennent variables dans le long terme. À long terme, l'entreprise peut faire varier tous ses facteurs de production. Elle doit les choisir en minimisant ses coûts, pour une quantité d'output donnée.

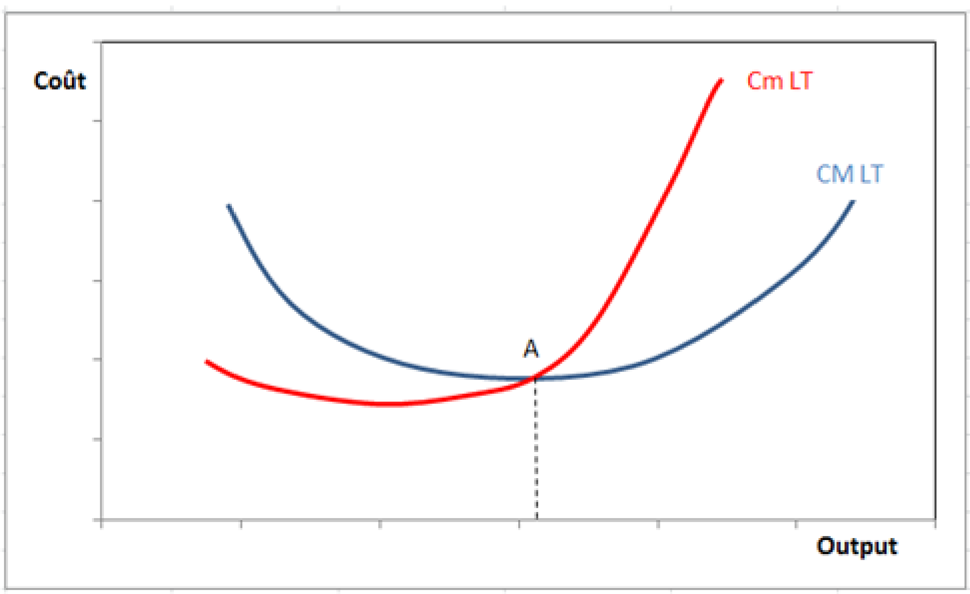
Cout moyen et cout marginal à long terme :

La courbe de coût de long terme est donnée par la courbe enveloppe tangente aux courbes de coût moyen de court terme (Le graphe suivant montre la relation entre coût de court terme et de long terme).



La courbe de coût marginal de long terme peut être déterminée à partir de la courbe de coût moyen de long terme ; elle mesure le changement de coût total à long terme qui résulte de l'augmentation incrémentale du niveau de production. La courbe de coût marginal de long terme est au-dessous de la courbe de coût moyen de long terme quand le coût moyen décroît et au-dessus quand le coût moyen s'accroît. Sur le graphe suivant, les deux courbes se croisent au point A, qui correspond au minimum du coût moyen.

Figure 21¶



¶

2.2.1. Maximisation du profit sur le long terme :

La firme maximise son profit de la même manière qu'en court terme en prenant en considération les couts du long terme. La firme obtient le maximum du profit lorsque le cout marginal du long terme est égal au prix du marché (première condition) avec la confirmation de la deuxième condition qui est l'accroissement de la dérivée du cout marginal ($c''_x > 0$).

$$\pi = xPx - C$$

$$\Pi \text{ max} \begin{cases} \pi'_x = 0 \\ \pi''_x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Px - C' = 0 \\ -C'' < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Px = C' = CmL \\ C'' > 0 \end{cases}$$

Remarque : la différence entre les deux périodes c'est qu'en longue période il existe seulement le seuil de rentabilité (pas de seuil de fermeture) car les couts totaux ne contiennent que des couts variables en long terme.

Éléments de td : exercices avec solutions

Exercice 1:

Soit une entreprise qui réalise une certaine production dont le volume dépend à la fois du nombre de machines disponibles et du travail. On suppose que cette relation s'écrit: $Q = K^{0,5}L^{0,5}$

Déterminez la nature des rendements d'échelle (démonstration)?

Solution 1:

$$Q = K^{0.5}L^{0.5}$$

1 ère méthode: Les fonctions homogènes.

$Q = (tK)^{0.5}(tL)^{0.5}$

$Q = t^{0.5}\, K^{0.5}\, t^{0.5}\, L^{0.5}$

$Q = t^{0.5+0.5}\, K^{0.5}\, L^{0.5}$

$Q = t^1\, K^{0.5}\, L^{0.5} \Longrightarrow Q = t^1 Q \Longrightarrow \text{ Rendement d'échelle constant.}$

Explication:

$$\begin{cases} Lorsqu'on\ a\ une\ fonction\ de\ type:\ Q = AL^{\alpha}\ KB^{\beta}\ \ (Fonction\ Cobb - Douglas). \\ t\ représente\ le\ taux\ de\ variation\ des\ facteurs\ de\ production. \\ a *\ représente\ le\ taux\ de\ variation\ du\ niveau\ de\ production. \\ a\ + ß\ représente\ le\ degré\ d'homogénéité\ de\ la\ fonction\ de\ production \end{cases}$$

$$\begin{cases} Si\ a\ +B >\ 1\ Rendement\ d'\text{é}chelle\ croissant. \\ i\ a\ +B\ <\ 1\ Rendement\ d'\text{é}chelle\ d\text{é}croissant. \\ Si\ a\ +81\ Rendement\ d'\text{é}chelle\ constant. \end{cases}$$

2éme méthode: Les élasticités relatives.

Le rendement d'échelle peut être définit par le taux auquel la production augmente lorsque les quantités de facteurs augmentent dans la même proportion. On peut donc le calculer en utilisant les élasticités des facteurs de production, c'est-à-dire, la variation du niveau de production suite à une variation des facteurs L et K.

$\varepsilon(Q/L) = (\partial Q/Q)/\,(\partial L/L)\ =\ (\partial Q/\partial L) * (L/Q).$

$\varepsilon\left(\frac{Q}{L}\right) = 0.5\,K^{0.5}\,L^{0.5} *\ \ (L/K^{0.5}L^{0.5}).$

$\varepsilon(Q/L) = 0.5$

$\varepsilon(Q/K) = (\partial Q/Q)/\,(\partial K/K)\ =\ (\partial Q/\partial K) * (K/Q).$

$\varepsilon(Q/K) = 0.5\,K^{0.5}\,L^{0.5} *\ (K/K^{0.5}L^{0.5}).$

$\varepsilon(Q/K) = 0.5$

Toutefois, la production 'Q' varie en fonction de K et L. Donc, la variation totale de la production 'Q' est la somme des deux élasticités.

Variation de la production $'Q'\ = \varepsilon\,(Q/L)\ +\ \varepsilon\,(Q/K)$

Variation de la production $'Q' =\ 0.5\ + 0.5\ =\ 1 \Longrightarrow$ Rendement d'échelle constant.

$lorsqu'on\ a\ une\ fonction\ de\ type:\ Q\ =\ AL^{\alpha}\ KB^{\beta}\ \ (Fonction\ Cobb - Douglas)$

$\varepsilon\,(Q/L)\ =\ \alpha.$

$\varepsilon\,(Q/K)\ = \beta.$

$(\alpha + \beta)$ Représente le degré d'homogénéité de la fonction de production, et permet de déterminer la nature du rendement.

Exercice 2 :

Soit la fonction de production suivante : $Q\ = 3K^{2/3}L^{1/3}$

Avec; PL=10Um, PK=5um, CT=400Um

1) Déterminez la nature des rendements d'échelle.
2) Déterminez l'équilibre du producteur.
3) Le prix du facteur de production K augmente et devient 10Um, calculez le nouvel équilibre du producteur puis analysez.

Solution 2 :

1) En utilisant la méthode des fonctions homogènes ;

$f\,(tl, tk) = \; t^{\propto} f(l, k)$

$f(tl, tk) = 3\,(t\,k)^{2/3}\,(t\,l)^{1/3}$

$f\,(tl,tk) = 3\,t^{2/3}\;\; k^{2/3}\; t^{1/3}\;\; l^{1/3}$

$f\,(tl,tk) = t^{1}\;\; 3\,K^{2/3}\;\; l^{1/3}$

$f\,(tl,tk) = t^{\propto} f\,(l,k)$

Par consequent cette fonction est homogene et son degrés d'homogeinité est egale a 1 donc son rendement est constant.

2) Determination de l'equilibre du producteur ;

$Q = 3\,K^{2/3}\,L^{1/3}$

$P_k = 5Um, P_L = 10Um\;, C_T = 400Um$

$$\boxed{\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K}\begin{cases} Q'_L = 3\,K^{2/3}\,\dfrac{1}{3}\,L^{-2/3} \\ \quad\; = L^{-2/3}\;K^{2/3} \\ Q'_K = 3\,L^{1/3}\,\dfrac{2}{3}\,K^{-1/3} \\ \quad\; = 2\,L^{1/3}\;K^{-1/3} \end{cases}}$$

En appliquant la condition d'equilibre du producteur ;

$\frac{L^{-2/3}\;K^{2/3}}{2\,L^{1/3}\;K^{-1/3}} = \frac{10}{5} \Longrightarrow \frac{K}{2L} = 2$ $\qquad\qquad \Longrightarrow K = 4L$…… relation d'equilibre

$\mathrm{C_T} = \mathrm{LP_L} + \mathrm{KP_K}$…………fonction des couts

On remplace K dans la fonction des couts totaux par la relation d'equilibre ;

$400 = 10L + 5K$

$400 = 10L + 5(4L)$

$400 = 30L \Longrightarrow L = 13.33\ U$

$K = 4L \Longrightarrow K = 4\ (13.33) \Longrightarrow K = 53.33\ U$

$$E(L, K) = (13.33\ , 53.33)$$

Calcul de la quantité produite optimale ;

$Q = 3\ K^{2/3}\ L^{1/3}$

$Q = 3\ (53.33)^{2/3}\ (13.33)^{1/3}$

$Q = 100.74\ U$

3) Nouvel equilibre du producteur :

$\begin{cases} P_K = 10\ Um \\ P_L = 10\ Um \end{cases}$ $\quad \frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{2L}} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{10}} \Longrightarrow \frac{K}{2L} = 1 \Longrightarrow K = 2L$……*relation d'equilibre*

$400 = 10L + 10K \Longrightarrow 400 = 10L + 10(2L) \Longrightarrow 400 = 30L$

$\boldsymbol{L = 13.33\ U}$

$K = 2L \Longrightarrow K = 26.66\ U$

$E_2\ (13.33\ , 26.66)$

$Q = 3\ (26.66)^{2/3}\ (13.33)^{1/3}$

$\boldsymbol{Q = 63.42\ U}$

Analyse; Si le prix du capital k augmente de 5 à 10 unités monétaires, les quantités utilisées du capital k diminuent de 53,33 unités à 26,66 unités, ce qui entraîne une diminution de la production de 100,74 unités à 63,42 unités.

Exercice 3:

Supposons une entreprise qui réalise une certaine production (X) en utilisant les facteurs de production K, et L. On suppose aussi que K = 4 U, le volume de production dépend donc des quantités utilisées de L. Le tableau suivant représente un récapitulatif :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0	38	88	144	200	250	288	302	304	270

1- Calculez la productivité marginale de cette entreprise (X_l') et la productivité moyenne ($\bar{X}$)

2- Représentez graphiquement X, X'_l; et $\bar{X}$?

3- Analysez le graphique, et démontrez mathématiquement les relations entre X, X'_l, et $\bar{X}$?

4- Que signifie l'existence d'une productivité marginale positive? Négative? Nulle?

Solution 3:

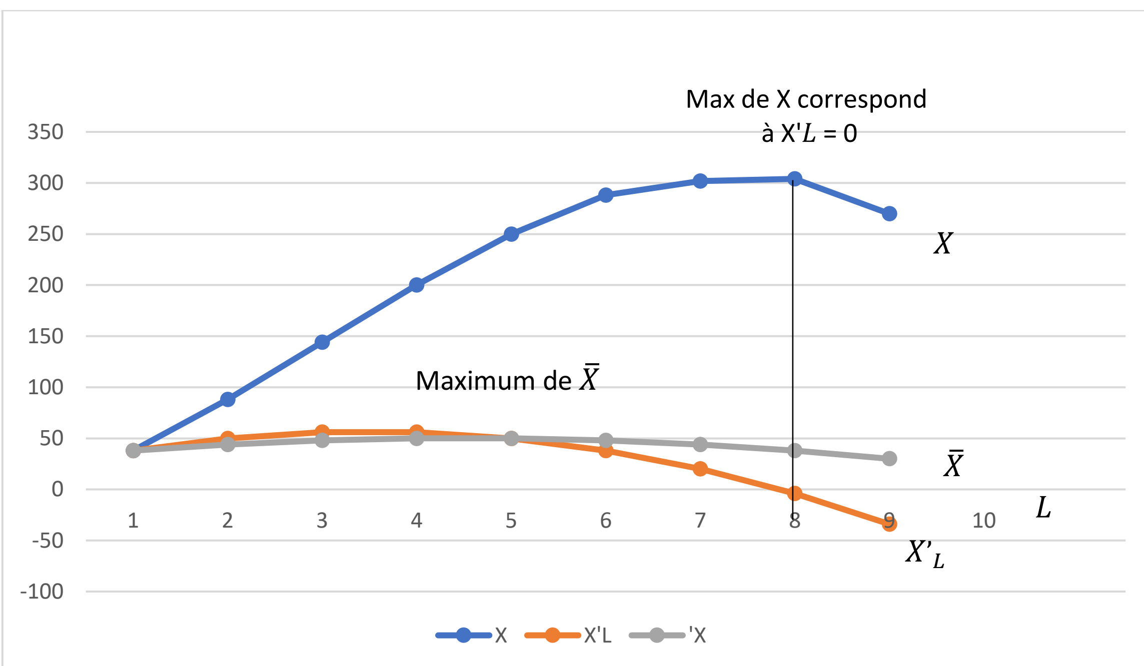
1- Calcul de la productivité marginale de cette entreprise (X'_l) et la productivité moyenne ($\bar{X}$) :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0	38	88	144	200	250	288	302	304	270
X'_L	0	38	50	56	56	50	38	20	-4	-34
$\bar{X}$	0	38	44	48	50	50	48	44	38	30

$\bar{X} = X/L$ (*La productivité moyenne*)

$X'_L = \triangle X / \triangle L$ (*La productivité moyenne*)

2- Représentation graphique des X, X'_L, et $\bar{X}$:



3- Analyse du graphique, et démonstration mathématique des relations entre X, X'_L, et $\overline{X}$:

Les relations entre X , X'_L, et $\bar{X}$:

a) La relation entre la productivité moyenne et la productivité marginale :

$X'_L = \bar{X}$ Lorsque cette dernière est à son niveau maximum

Max $\bar{X}\begin{cases}(X/L)' = 0 \\ (X/L)" < 0\end{cases}$

$$(X/L)' = (X'L - L'X)/\,L^2 = 0 \Leftrightarrow (X'_L L - X)/\,L^2 = 0 \;\Leftrightarrow\; X'_L L - X = 0$$

$$\Leftrightarrow\; X'_L = X/L \; c'est - \text{à} - dire\text{: } X'_L = \bar{X}$$

b) La relation entre la productivité totale et la productivité marginale :

Max $X\begin{cases}(X)' = 0 \;\Leftrightarrow\; X'_L = 0 \\ \qquad (X)" < 0\end{cases}$

4- Signification de l'existence d'une productivité marginale positive, Nulle et Négative :

La productivité marginale est la quantité supplémentaire du bien que l'on obtient quand on augmente la quantité d'un facteur d'une unité en maintenant la quantité de l'autre constante. On suppose en général qu'en partant d'une production nulle, la productivité marginale est d'abord, croissante, décroissante, nulle puis négative.

Productivité positive car au début du cycle de production, lorsque l'on augmente la quantité d'un facteur, la production augmente à un rythme croissant, puis à un rythme décroissant (il y a donc un point qui constitue un optimum).

<u>Exercice 4:</u>

Soit une entreprise qui utilise une technologie de production représentée par la fonction de production suivante :

$$X = 10\,KL^2 - KL^3$$

1- Supposons K = 1, calculez le niveau du facteur L qui permet le maximum de production?
2- Quelle est la quantité de L qui permet d'atteindre une productivité moyenne maximale ?
3- Calculez le volume de production (X) à partir duquel la productivité marginale augmente à taux décroissant?

Solution 4:

$$X = 10\,KL^2 - KL^3$$

1- Calcul du niveau du facteur L qui permet le maximum de production :

Puisque $K = 1, donc: X = 10\,L^2 - L^3$

Max X $\begin{cases} x' = 0 \Leftrightarrow 20\mathrm{L} - 3L^2 = 0 \Rightarrow & \mathrm{L}\,(20 - 3\mathrm{L}) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{L} = 0 \vee \mathrm{L} = 20/3 \\ X'' < 0 \Leftrightarrow 20 - 6L < 0 \Rightarrow & L < -20/6. \end{cases}$

L = 0 solution non retenue, donc la quantité de (L) qui permet de maximiser la production est de : 20/3.

2- la quantité de L qui permet d'atteindre une productivité moyenne maximale :

Max $\bar{X} \Rightarrow \bar{X}_l = X'_L$ (La productivité moyenne atteint son maximum lorsqu'elle est égale à la productivité marginale).

Méthode 01:

$\bar{X}_l = X/L = (10\,L^2 - L^3)/\,L = 10\,L - L^2$ ... ... (1)

$X'_L = (10\,L^2 - L^3)' = 20\,L - 3L^2$ ……………… (2)

A partir de (1) et (2), on obtient :

Max $\bar{X} \Rightarrow \bar{X}_L = X'_L \Leftrightarrow 10\,L - L^2 = 20L - 3L^2$

$$\Leftrightarrow 10\,L - 2L^2 = 0 \Rightarrow L\,(10 - 2L) = 0 \begin{cases} L = 0\ (solution\ non\ retenue) \\ L = 5 \end{cases}$$

La quantité de (L) qui permet d'atteindre une productivité moyenne maximale est de 5 unités.

Méthode 02:

Max $\bar{X} \begin{cases} (\bar{X})' = 0 \\ \bar{X} < 0 \end{cases}$

$\bar{X}_L = X/L = (10\,L^2 - L^3)/\,L = 10\,L - \mathrm{L}$

Max $\bar{X} \begin{cases} \overline{X}' = 0 \Rightarrow (10\,L - L^2)' = 0 \Leftrightarrow (10\,L - 2L) = 0 \Leftrightarrow L = 5 \\ \overline{X}'' < 0 \Rightarrow -2 < 0 \end{cases}$

3- Calcul du volume de production (X) à partir duquel la productivité marginale augmente à taux décroissant :

La productivité marginale augmente à un taux décroissant lorsque :

Max $X'_L \begin{cases} X''_L = 0 \\ X'''_L < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20 - 6L = 0 \\ -6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow L = 20/6$

$$x = 10\ (20/6)^2 - ({}^{20}/_{6})^3 = 74.07\ unités.$$

Exercice 5:

La fonction de production de la firme X est comme suit : $Q\ =\ 100\ K^{0.6}\ L^{0.4}$

Où Q est la quantité produite, K est la quantité de capital utilisé, L est le nombre d'heures travaillées par les employés. $P_K = 6\ um, P_L\ =\ 2\ um, CT\ =\ 400\ um$.

1- Écrire l'isocoût de la firme 'X'.

2- La firme 'X' souhaite se procurer les quantités optimales de K et de L. Quelles sont les propriétés de la combinaison optimale? Calculez la condition d'optimalité ?

3- Combien d'unités produites avec les valeurs de K et de L trouvées à la question 2?

4- Calculez le TMST de la firme 'X' ?

4- Représentez graphiquement la condition d'équilibre ?

Solution 5:

$Q\ =\ 100\ K^{0.6}, L^{0.4}$

P_K 6 um, P_L = 2 um, CT = 400 um.

1- L'écriture de l'isocoût de la firme 'X'.

CT = P_LL + P_KK ⇒ $K = -\frac{PL}{PK}\ L + \frac{CT}{PK}$

400 = 2L + 6K ⇒ $K = -\frac{2}{6}\ L + \frac{400}{6} \Rightarrow K = -\frac{1}{3}\ L + 66.67$

2- Les propriétés de la combinaison optimale sont :

- Au point d'équilibre (E), l'isocoût est la tangente à l'isoquant.

- Nous savons que la tangente en un point sur l'isoquant correspond au : TMST = $\left|\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|$.

  Nous savons aussi que: -PL/PK = La pente de l'isocoût.

  Si l'isocoût est tangente à l'isoquant, on a alors: TMST = P_L /P_K = La pente de l'isocoût.
- Puisque TMST = P_{mL} / P_{mK}

  Alors la condition d'équilibre devient :

  P_{mL} / P_{mK} = P_L / P_K ou encore : P_{mL} /P_L = P_{mK} / P_K

  C'est-à-dire, l'augmentation de la production liée à la dernière unité monétaire dépensée en facteur L = L'augmentation de la production liée à la dernière unité monétaire dépensée en facteur K.

Calcul de la condition d'optimalité;

P_{mL} / $P_{mK} = 1/3$.

$P_{mK} = \delta Q/\delta K \ = \ \delta\ (100\ K^{0.6}L^{0.4})/\delta K \ = \ 0.6 * 100K^{-0.4}L^{0.4}$

$P_{mL} = \delta Q/\delta L \ = \ \delta\ (100\ K^{0.6}L^{0.4})/\delta L \ = \ 0.4 * 100K^{0.6}L^{-0.6}$

P_{mL} / $P_{mK} = (0.4 * (100\ K^{0.6}L^{-0.6})/\ (0.6 * 100\ K^{-0.4}L^{0.4}) \ = \ 1/3.$

$40K/60L \ = \ 1/3 \Rightarrow \ L = 2K\ et\ K \ = \ 0.5\ L$ ....Relation d'équilibre

Pour trouver K et L, on remplace la relation d'équilibre dans l'isocoût : 400 = 2L + 6K.

$400 \ = \ 2(2K) \ + \ 6K \ \Rightarrow K \ = \ 40\ unités.$

$400 \ = \ 2L \ + 6(0.5L) \ \Rightarrow L \ = \ 80\ unités.$

3- Quantités d'unités produites avec les valeurs de K et de L trouvées à la question 2;

Nous savons que: $Q \ = \ 100\ K^{0.6}\ L^{0.4}$

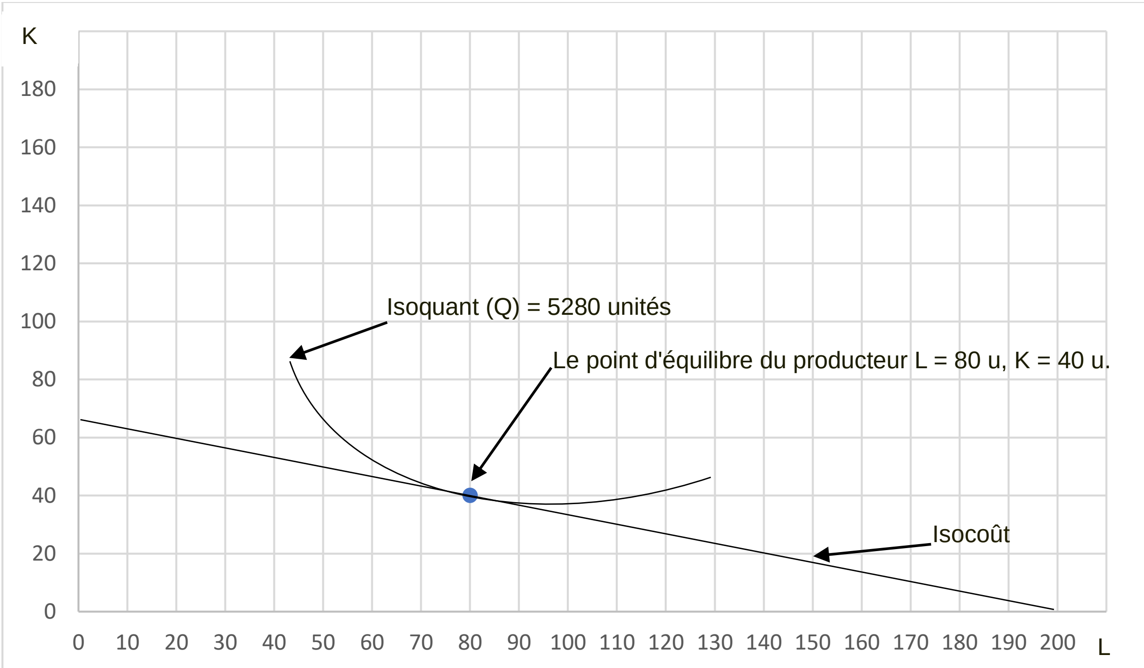
$Q \ = \ 100\ (40)^{0.6}\ (80)^{0.4}$

$Q \ = \ 5280\ unités.$

4- Calcul du TMST de la firme 'X';

$TMST = PL/PK \ = \ 1/3.$

5- Représentation graphique de la condition d'équilibre :



Exercice 6

Soit le tableau suivant;

x	CF	CV	CT	$CVM = \overline{CV}$	$CFM = \overline{CF}$	$CM = \overline{C}$	Cm=C'
0	**120**	**0**					
1	**120**	**25**					
2	**120**	**45**					
3	**120**	**57**					
4	**120**	**77**					
5	**120**	**102**					
6	**120**	**136**					
7	**120**	**170**					
8	**120**	**226**					
9	**120**	**298**					
10	**120**	**390**					

Question: Completez le tableau en expliquant chacun des couts **C'**,$\boldsymbol{\overline{C}}$,$\boldsymbol{\overline{CV}}$**.**

Solution 6 :

X	CF	CV	CT	$CVM = \overline{CV}$	$CFM = \overline{CF}$	$CM = \overline{C}$	Cm=C'
0	120	0	120	–	–	–	–
1	120	25	145	25	120	145	25
2	120	45	165	22.5	60	22.5	20
3	120	57	177	19	40	59	12
4	120	77	197	19.25	30	49.25	20

5	**120**	**102**	**222**	**20.4**	**24**	**44.4**	**25**
6	**120**	**136**	**256**	**22.6**	**20**	**42.6**	**34**
7	**120**	**170**	**290**	**24.2**	**17.14**	**41.34**	**34**
8	**120**	**226**	**346**	**28.25**	**15**	**32.25**	**56**
9	**120**	**298**	**418**	**33.11**	**13.33**	**46.44**	**72**
10	**120**	**290**	**510**	**39**	**12**	**51**	**92**

Remarque : Les coûts sont divisés en deux parties : les coûts fixes et les coûts variables - Coûts fixes : Ce sont des coûts supportés par l'organisation et n'ont aucun rapport avec le volume de production. - Coûts variables : Ce sont des coûts liés au volume de production.

$$CT = CV + CF$$

Coûts moyens : Ce sont des coûts qui expriment le coût d'une unité de production.

$$CM = \bar{C}$$

$$CM = \bar{C} = \frac{CT}{x} \rightarrow \bar{C} = \frac{CV + CF}{x}$$

$$\rightarrow \bar{C} = \frac{cv}{x} + \frac{CF}{x}$$

$$\rightarrow \bar{C} = \overline{CV} + \overline{CF} \text{ ou } CM = CVM + CFM$$

$$\overline{CV} = CVM = \frac{CV}{X}$$

$$\overline{CF} = CFM = \frac{CF}{x}$$

Coût marginal : C'est le coût supplémentaire lors de l'ajout d'une quantité de production

$$\text{Ou } Cm = C' = \frac{\Delta CV}{\Delta X} \quad Cm = C' = \frac{\Delta CT}{\Delta X}$$

Exercice 7:

Le tableau suivant présente les coûts variables en fonction de la quantité produite :

x	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
CV	*0*	*6*	*8*	*9*	*11*	*11*	*21*

Si nous avons des coûts fixes de 6 unités monétaires

1. Calculez les coûts totaux

2. Dessinez un graphique des coûts variables, fixes et totaux

3 Calculez les coûts variables moyens, les coûts totaux moyens et les coûts marginaux.

4 Représentez graphiquement tous ces coûts. Quelle est la relation entre le coût marginal et le coût variable moyen ?

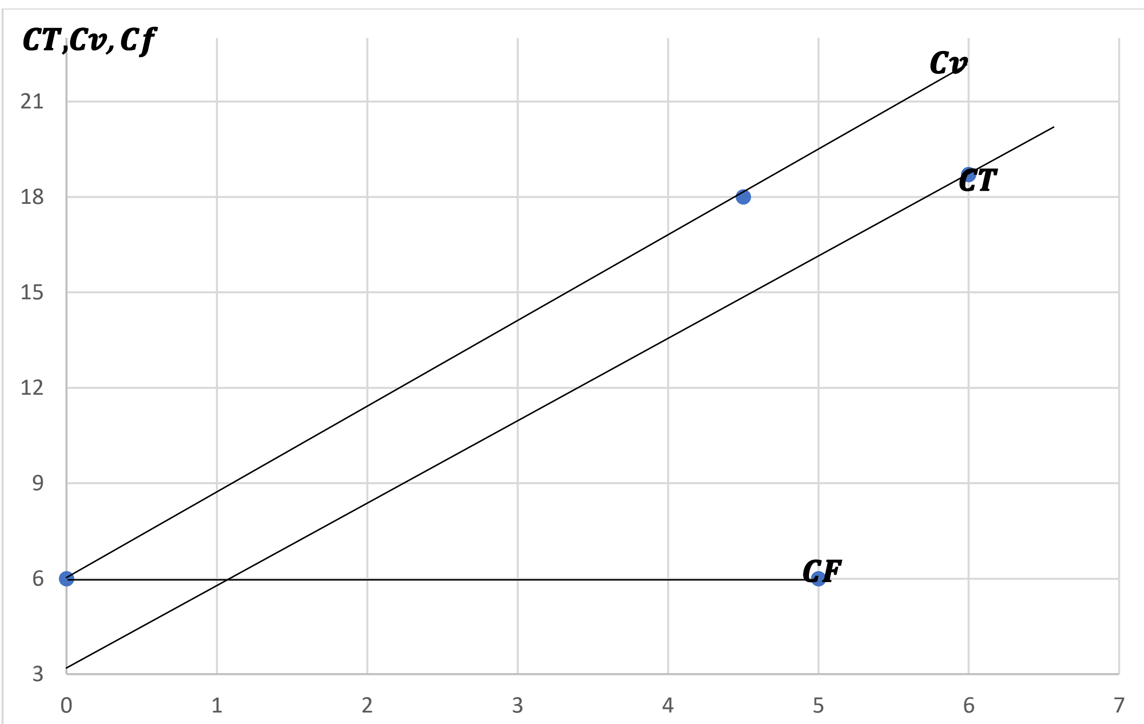
Solution 7 :

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
CV	**0**	**6**	**8**	**9**	**11**	**14**	**21**
CF	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**
CT	**6**	**12**	**14**	**15**	**17**	**20**	**27**

1) Calcul des coûts totaux :

CF=CV+CF

2) Représentation des coûts variables, fixes et totaux:



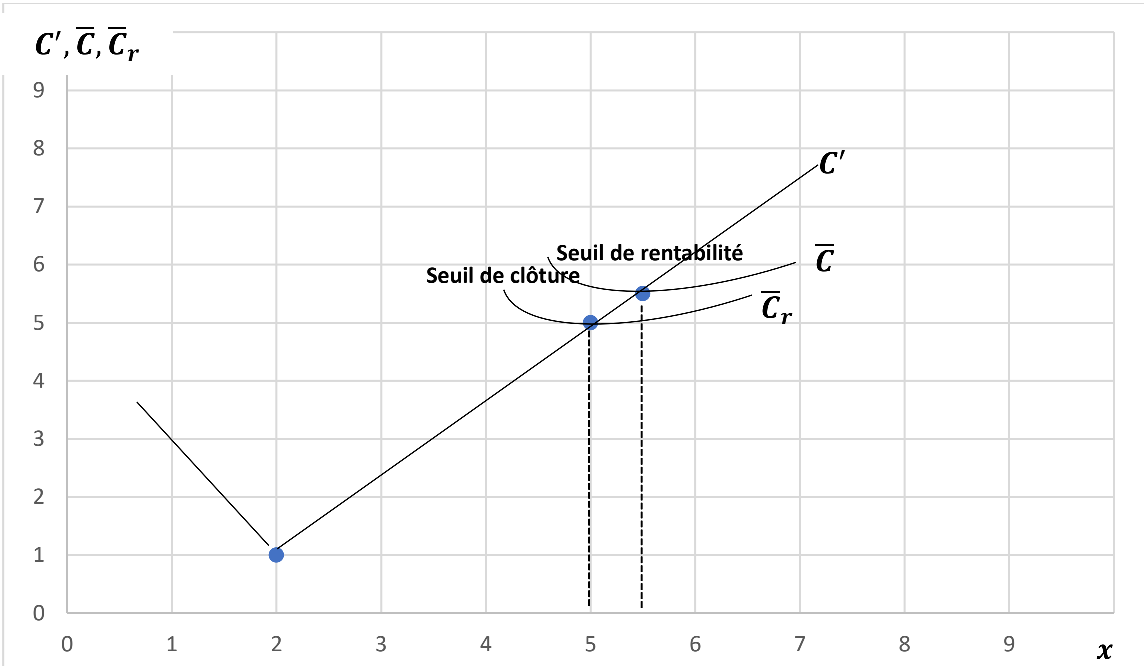
2

3) Calcul des coûts variables moyens, les coûts totaux moyens et les coûts marginaux :

X	0	1	2	3	4	5	6
$\overline{C} = CM$	/	12	7	5	4,25	4	4,5
$\overline{CV} = CVM$	/	6	4	3	2,72	2,8	3,5
$\overline{CF} = CFM$	/	6	3	2	1,5	1,2	1

$C' = C_m$	/	6	2	1	2	3	7

4) Représentation graphique de tous les coûts :



Relation entre coût marginal et coût variable moyen : Le rapport entre le coût marginal et le coût variable moyen représente le seuil de clôture et exprime la quantité produite lorsque le prix du marché est égal à la valeur la plus basse du coût variable moyen. À ce stade, la firme réalise une perte de valeur du coût fixe (π=-CF), et dans ce cas, nous conseillons cette firme d'augmenter ses rendements ou de fermer ses portes.

<u>Exercice 8</u>

La fonction de coût d'une firme est comme suit :

CT=5X^2+12X+20

1) Déterminez le coût marginal, le coût total moyen et le coût variable moyen
2) Dessinez le coût marginal et le coût moyen, en expliquant la relation entre eux
3) Si l'établissement commercialise son produit, Quel est le montant du bénéfice réalisé ?

<u>Solution 8 :</u>

$$C_T = 5x^2 + 12y + 20$$

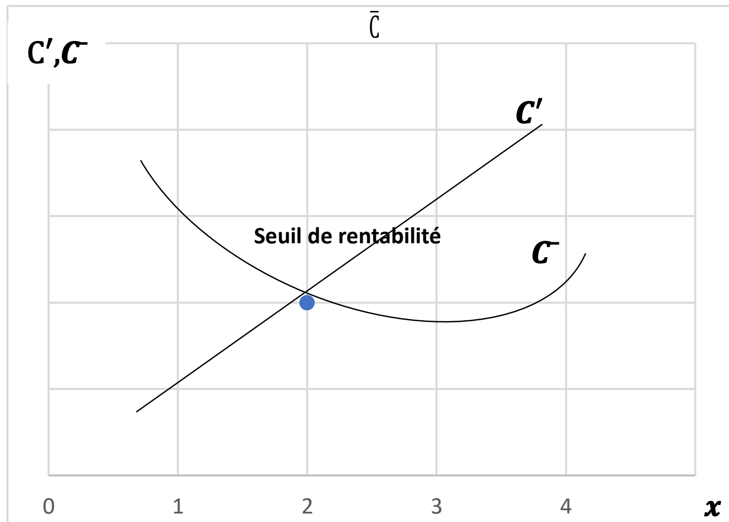
1) Détermination du coût marginal et du coût variable moyen :

$$C' = Cm = \frac{dC_T}{dx} \Longrightarrow C' = 10x + 12$$

$$\bar{C} = CM = \frac{C_T}{x} \Longrightarrow \bar{C} = \frac{5x^2 + 12y + 20}{x} \Longrightarrow \bar{C} = 5x + 12 + \frac{20}{x}$$

$$\overline{Cv} = CVM = \frac{C_v}{x} \Longrightarrow \overline{Cv} = \frac{5x^2 + 12x}{x} \Longrightarrow \overline{CV} = 5x + 12$$

2) Représentation des couts :



x	C′	C̄
1	22	37
2	32	32
3	42	33,6
4	52	37

Explication :

A travers la courbe graphique, le point d'intersection des coûts moyens et des coûts marginaux représente le seuil de rentabilité ainsi qu'il représente la quantité produite lorsque le prix du marché est égal à la valeur la plus basse du coût moyen, puisqu'à ce point (x = 2) le profit est égal à 0 (π=0). Cela signifie qu'à ce stade, la firme ne réalise ni profit ni perte, c'est-à-dire revenus = coûts. Nous concluons également qu'au seuil de rentabilité, la firme réalise un profit maximum.

3) Calcul de la quantité produite qui maximise le profit ;

$$\overline{\Pi} = R_T - C_T$$

$$R_T = xp_x = 30\,x$$

$$C_T = 5x^2 + 12x + 20$$

$$\overline{\Pi} = 30x - (5x^2 + 12x + 20) \Longrightarrow \overline{\Pi} = 30x - 5x^2 - 12x - 20$$

$$\Longrightarrow \overline{\Pi} = -5x^2 + 18x - 20$$

$$\pi\ max \Longrightarrow \begin{cases} \overline{\Pi}'x = 0 \\ \overline{\Pi}''x < 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -10x + 18 = 0 \\ -10 < 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 1{,}8 \\ -10 < 0 \end{cases}$$

$$\overline{\Pi} \Longrightarrow \begin{cases} x \simeq 2\ unités \\ -10 < 0 \end{cases} condition\ confirmée$$

$$\overline{\Pi} = -5(2)^2 + 18(2) - 20 \Longrightarrow \boldsymbol{\overline{\Pi} = -4um}$$

L'entreprise est en situation de perte.

<u>Exercice 9 :</u>

$$\mathrm{CT} = 2\mathrm{x}^2 + 18$$

Question : Trouvez le prix du produit qui permet un profit = 0

Solution 9 :

$$C_T = 2x^2 + 18$$

$\overline{\Pi} = 0 \longrightarrow c' = \bar{c} = P_x$

$c' = \dfrac{dCT}{dx} = 4x$

$\bar{c} = \dfrac{CT}{x} = \dfrac{2x^2 + 18}{x} \Longrightarrow \bar{c} = 2x + \dfrac{18}{x}$

$c' = \bar{c} \Longrightarrow 4x = 2x + \dfrac{18}{x} \Longrightarrow 2x = \dfrac{18}{x} \Longrightarrow x^2 = 9$

$\Longrightarrow x = -3 \Longrightarrow résultat\ refusé$

$ou\ x = 3\ unités \Longrightarrow résultat\ retenu$

$P_x = c' \Longrightarrow P_x = 4(3) \Longrightarrow \boldsymbol{P_x = 12um}$

Exercice 10 :

L'entreprise produit le bien x selon la fonction de coût suivante :

$$CT = \frac{1}{2}x^3 - x^2 + 10x$$

1. Déterminez le seuil de rendement.

2. Déterminez le seuil de clôture.

3. Analysez les résultats obtenus.

Solution 10:

$$C_T = \frac{1}{2}x^3 - x^2 + 10x$$

1) Détermination du seuil de rentabilité :

$\overline{\Pi} = 0 \longrightarrow c' = \bar{c} = P_x$

$c' = \dfrac{dCT}{dx} \Longrightarrow c' = \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + 10$

$$\bar{c} = \frac{CT}{x} \Longrightarrow \bar{c} = \frac{\frac{1}{2}x^3 - x2 + 10x}{x} \Longrightarrow \bar{c} = \frac{1}{2}x^2 - x + 10$$

$$c' = \bar{c} \Longrightarrow \frac{3}{2}x^2 - 2x + \cancel{10} = \frac{1}{2}x^2 - x + \cancel{10}$$

$$\Longrightarrow x^2 - x = 0 \Longrightarrow x(x-1) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} x = 0\ résultat\ refusé \\ \quad x = 1\ résultat\ retenu \end{cases}$$ م

$P_x = c' \Longrightarrow \boldsymbol{P_x = 9,5\ um}$

2) Détermination du seuil de clôture :

$\overline{\Pi} = -C_F \Longrightarrow c' = \overline{\text{cv}} = \boldsymbol{P_x}$

$c' = \frac{3}{2}x^2 - 2x + 10$

$\overline{\text{cv}} = \frac{Cv}{x} \Longrightarrow \overline{\text{cv}} = \frac{1}{2} - x^2 - x + 10$

$\overline{\text{cv}} = c' \Longrightarrow \frac{3}{2}x^2 - 2x + 10 = \frac{1}{2}x^2 - x + 10$

$$\Longrightarrow \begin{cases} x = 0\ résultat\ refusé \\ x = 1\ résultat\ retenu \end{cases}$$

$P_x = c' \Longrightarrow P_x = 9{,}5\ um$

Analyse : Puisque les coûts sont sur la longue période, on remarque que le seuil de clôture n'existe pas, et cela est dû au fait que les coûts fixes deviennent des coûts variables sur une longue période CTL=CV.

<u>Exercice 11 :</u>

Nous avons le coût total suivant pour le produit x :

$$CT = 50 - 2x + \frac{1}{2}x^2$$

Question : Cette fonction exprime-t-elle les coûts à court ou à long terme, avec une explication ?

<u>Solution 11 :</u>

$$C_T = 50 - 2x + \frac{1}{2}x2$$

Puisque la fonction de coût est de la forme :

$$C_T = C_V + C_F$$

$$C_V = \frac{1}{2}x2 - 2x$$

$$C_F = 50$$

Autrement dit, le cout total se compose de coûts variables et de coûts fixes. Cela indique une période courte car sur une longue période, les coûts fixes deviennent des coûts variables.

Exercice 12 :

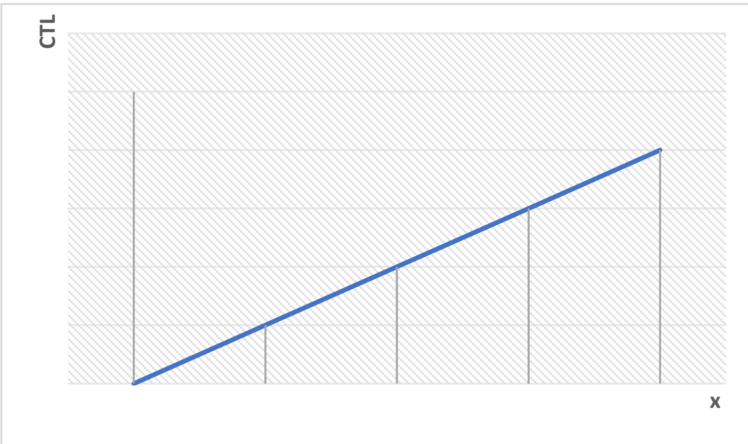
Le tableau suivant montre les coûts à court terme pour cinq niveaux de production, chaque niveau représentant une période;

Niveau 5		*Niveau 4*		*Niveau 3*		*Niveau 2*		*Niveau 1*	
Q	*CT*	*Q*	*CT*	*Q*	*CT*	*Q*	*CT*	*Q*	*CT*
9	108	8	80	5	50	2	31	1	15.5
10	110	9	80.5	6	51	3	36	2	26
11	126.5	10	100	7	56	4	40	3	36
12	156	11	132	8	68	5	47.5	4	47
13	208	12	180	9	90	6	66	5	65

1. Représentez graphiquement la courbe des coûts sur une longue période en utilisant les coûts totaux.
2. Représentez graphiquement la courbe des coûts sur longue période en utilisant les coûts moyens.
3. Déterminez la quantité de production qui permet à l'installation de réaliser un profit égal à 0 à long terme.

Solution 12 :

1) Représentation de la courbe des coûts sur longue période à l'aide des coûts totaux :

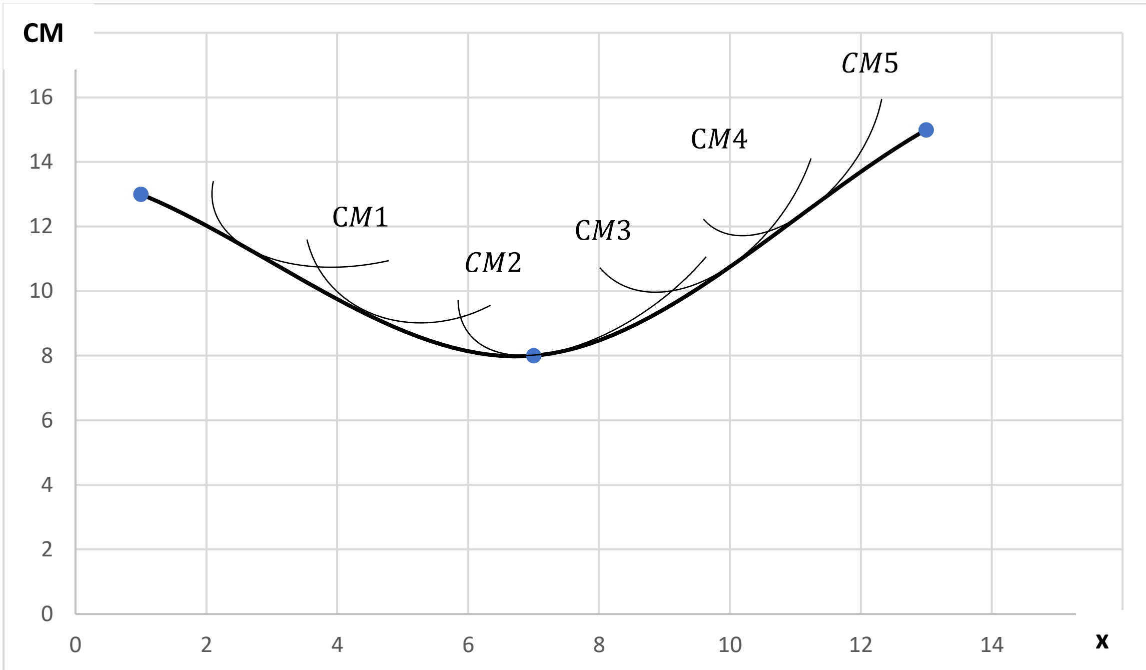


X	CTL
0	0
1	15.5
2	26
3	36
4	40
5	47.5
6	51
7	56
8	68
9	85.5
10	100
11	126.5
12	156
13	208

2) Représentation de la courbe des coûts sur longue période à l'aide du coût moyen :

P_1		P_2		P_3		P_4		P_5	
x	C_M	x	C_M	x	C_M	x	C_M	x	C_M
1	15.5	2	15.5	5	10	8	10	9	12
2	13	3	12	6	8.5	9	9.5	10	11
3	12	4	10	7	8	10	10	11	11.5
4	11.75	5	9.9	8	8.5	11	12	12	13
5	13	6	11	9	10	12	15	13	16

Ainsi, nous représentons graphiquement la courbe des coûts sur longue période comme suit :

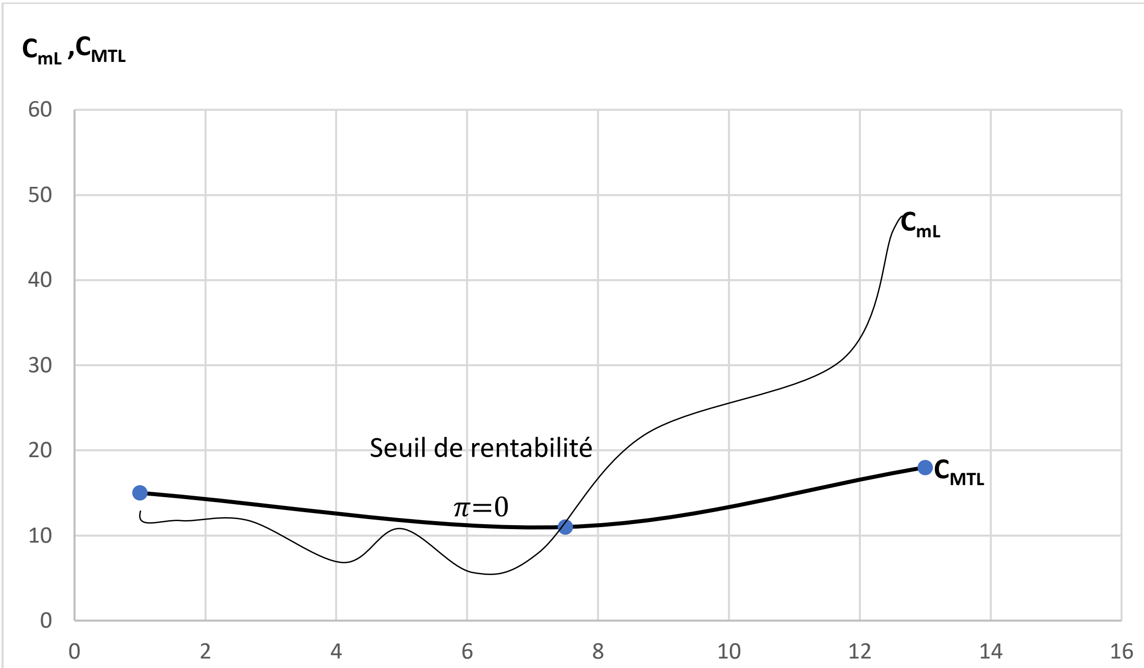


3) Détermination de la quantité de production qui permet à la firme d'atteindre π=0 sur une longue période :

La firme atteint π=0 au seuil de rentabilité en longue période, qui représente le point où la courbe du coût marginal croise la courbe du coût moyen, autrement dit : lorsque le coût marginal est égal au coût moyen (CT=CM=Px).

x	C_{TL}	C_{MTL}	C_{mL}
0	0	-	-
1	5.15	5.15	5.15
2	26	13	5.10
3	36	12	10
4	40	10	4
5	5.47	5.9	5.7
6	51	5.8	5.3
7	56	8	5
8	68	5.8	12
9	5.85	5.9	5.17
10	100	10	5.14
11	5.126	5.11	5.26
12	156	13	30
13	208	16	52

En représentant graphiquement ces données, nous obtenons;



Exercice 13 :
Une entreprise utilise les facteurs de production L et K afin de produire le produit X selon la fonction de production suivante :

$$X = L^{1/2} + K^{1/2}$$

1) Déterminez le rendement d'échelle de cette fonction
2) Calculez le taux d'accroissement de production dans le cas d'accroissement des facteurs de production avec 50٪
3) Déterminez l'équation du sentier d'expansion
4) Quelle est la quantité produite optimale qui correspond à un cout égale à 24 Um sachant que les prix des facteurs de production sont ; $P_L = 4Um$, $P_K = 2Um$
5) Déterminez la fonction de demande du facteur travail L : L= f (PL, PX)

Solution 13 :

$$X = L^{1/2} + K^{1/2}$$

1) Détermination du rendement d'échelle :

$$f(tl, tk) = t^{\propto} f(l, k)$$
$$f(tl, tk) = t^{1/2} l^{1/2} + t^{1/2} k^{1/2}$$
$$f(tl, tk) = t^{\frac{1}{2}}(l^{\frac{1}{2}} + k^{\frac{1}{2}})$$
$$f(tl, tk) = t^{\propto} f(l, k)$$
$$X_2 = t^{1/2} X_1$$

Cette fonction est homogène, son degrés d'homogénéité α=1/2 par conséquent le rendement d'échelle est décroissant (α< 1).

2) Détermination du pourcentage d'accroissement de la production :

$$L_2 = L_1 + 0.5 \, L_1 = 1.5 \, L_1$$

$$K_2 = K_1 + 0.5\, K_1 = 1.5\, K_1$$

T=1.5

$X_2 = 1.5^{0.5} X_1 \Longrightarrow X_2 = 1.22\, X_1$

$\Delta X = X_2 - X_1 \Longrightarrow \Delta X = 1.22\, X_1 - X_1 \Longrightarrow \Delta X = 0.22\, X_1$

Explication : Par conséquent l'accroissement des facteurs de production avec 50 % a conduit vers l'accroissement de la production avec 22%.

3) Détermination de l'équation du sentier d'expansion :

$$X = L^{1/2} + K^{1/2}$$
$$CT = LPL + KPK$$

En appliquant la condition d'équilibre du producteur :

$\frac{X'_L}{X'_K} = \frac{PL}{PK} \Longrightarrow \frac{\frac{1}{2}L^{-1/2}}{\frac{1}{2}K^{-1/2}} = \frac{PL}{PK} \Longrightarrow \frac{K^{1/2}}{L^{1/2}} = \frac{PL}{PK} \Longrightarrow K^{1/2} = \frac{PL}{PK}\, L^{1/2} \Longrightarrow (K^{1/2})^2 = (\frac{PL}{Pk}\, L^{1/2})^2 \Longrightarrow$ K=$\frac{PL^2}{PK^2}\, L$

Equation du sentier d'expansion

4) Calcul des quantités optimales :

$$X = L^{1/2} + K^{1/2}$$

$CT = LPL + KPK \Longrightarrow 24 = 4L + 2K$

K=$\frac{PL^2}{PK^2}\, L \Longrightarrow$ K=$\frac{4^2}{2^2}$ L $\Longrightarrow$ K= $\frac{16}{4}\, L \Longrightarrow$ K= 4 L $\Longrightarrow$ relation d'équilibre

On substitue la relation d'équilibre dans l'équation de l'isocout on obtient :

$$24 = 4L + 2(4L) \Longrightarrow 24 = 4L + 8L \Longrightarrow 24 = 12L \Longrightarrow L = 2\ Unités$$

K= 4L $\Longrightarrow$ K= 4(2) $\Longrightarrow$ K= 8 Unités

$X = L^{1/2} + K^{1/2} \Longrightarrow X = 2^{1/2} + 8^{1/2} \Longrightarrow X = (1.41)(2.82) \Longrightarrow$ X= 4 Unités

5) Détermination de la fonction de demande :

On déduit la fonction de demande à partir de l'équation de profit :

$\pi = R_T - C_T \Longrightarrow \pi = XPx - (LPL + KPK + CF) \Longrightarrow \pi = \left(L^{\frac{1}{2}} + K^{\frac{1}{2}}\right)Px - (LPL + 8(2) + 0)$

$\pi = L^{1/2}\, Px + K^{1/2}\, Px - LPL - 16 \Longrightarrow \pi = L^{1/2}Px + 8^{1/2} - LPL - 16$

$$Max\, \pi \Longrightarrow \begin{cases} \pi'_{L=0} \\ \pi''_L < 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}L^{-1/2}Px - PL = 0 \\ -1/4L^{-3/2}Px < 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}L^{-1/2}Px = PL \Longrightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{L^{\frac{1}{2}}}Px = PL \\ -\frac{1}{4L^{-\frac{3}{2}}Px} < 0 \Longrightarrow condition\ confirmée \end{cases}$$

Max $\pi \Longrightarrow \frac{Px}{2L^{1/2}} = PL \Longrightarrow$ Px=$2L^{\frac{1}{2}}PL \Longrightarrow (L^{1/2})^2 = (\frac{Px}{2PL})^2 \Longrightarrow$ L=$\frac{Px^2}{4PL^2} \Longrightarrow$ L= f(Px, PL) fonction de demande du facteur travail en fonction de Px et PL.

Chapitre 3 : Le marché

Éléments du cours :

3.1. Le marché

D'après Philippe Kotler, le marché est défini comme « l'ensemble des clients qui ont la capacité et le désir de faire un échange qui leur permet de répondre à un besoin ou à un désir ». L'entreprise est confrontée à divers acteurs (individus, organisations, institutions) qui sont présents sur le marché et qui ont la capacité de modifier les ventes d'un produit ou d'un service de manière progressive.

3.2. Les types de marchés :

On distingue plusieurs types de marchés :

1) Un marché de concurrence parfaite : Les cinq hypothèses de la concurrence pure et parfaite sont :

Le marché est caractérisé par une atomicité : il compte un grand nombre d'entreprises et un grand nombre de consommateurs. Les entreprises sont tellement petites qu'aucune d'entre elles ne peut avoir un impact sur le marché. L'entreprise se conforme au marché plutôt que l'inverse.

L'homogénéité du produit : les produits disponibles sur le marché sont complètement identiques et interchangeables en ce qui concerne la qualité ou les caractéristiques, sans aucune différence. Chaque produit distinct est un nouveau marché.

La fluidité du marché implique que l'entrée ou la sortie du marché sont libres, tout acteur peut s'y intégrer sans aucune condition ou obstacle.

La transparence garantit que tous les agents sont pleinement conscients des prix auxquels les transactions sont effectuées. Les renseignements sont gratuits et instantanés.

La mobilité des éléments de production permet aux entreprises et aux consommateurs d'établir un contact sans être entravés par la distance géographique, les frais de transport, etc.

2) Un marché non concurrentiel :

La notion de concurrence imparfaite est utilisée pour décrire un marché qui ne respecte pas au moins l'une des hypothèses de la concurrence parfaite. Il arrive parfois que les vendeurs proposent des prix différents sur un marché non concurrentiel.

Les principaux éléments constitutifs du marché : La notion d'échange est inévitablement liée à celle de marché : Un marché est composé d'une multitude de clients potentiels ou actuels qui sont capables et souhaitent faire un échange qui leur permettra de répondre à un besoin ou à un désir grâce à un produit. Le marché est dimensionné en fonction du nombre de personnes qui :

- Manifestent un désir envers un objet/produit (bien ou service) ;
- Possèdent les ressources nécessaires pour l'acquérir ;
- Manifestent le désir d'échanger ces ressources pour obtenir l'objet/produit (bien ou service).

3.3. La demande ;

Les besoins des consommateurs génèrent la demande, et sa nature dépend principalement de la valeur essentielle que les consommateurs accordent au bien ou au service. Chaque individu a besoin de produits de première nécessité, tels que des denrées alimentaires essentielles, mais certains produits peuvent être très prisés par certains et perçus comme sans valeur par d'autres. Plusieurs éléments influencent le degré de demande d'un bien ou d'un service, tels que le prix du bien ou du service, les prix d'autres biens et services, notamment les substituts et les compléments, les revenus, les préférences et les attentes. Dans l'analyse économique traditionnelle, ces facteurs sont évalués par le test de la quantité requise par rapport à l'une de ces variables, toutes les autres étant considérées comme constantes (ou toutes choses égales).
L'analyse la plus fréquente de la demande consiste à prendre en compte la corrélation entre la quantité demandée et le prix. Dans le cas où les individus agissent de manière rationnelle et que les autres facteurs de la demande restent constants, la quantité demandée est inversement liée au prix. Ainsi, lorsque le prix augmente, la quantité demandée diminue, et inversement.
Lorsqu'il y a un changement de prix, la quantité demandée est inversée. En augmentant le prix de OP1 à OP1, la quantité demandée de OQ1 à OQ2 diminue. Un écart de prix entraîne une variation le long de la courbe. Augmentation du prix entraîne une baisse de la quantité demandée. C'est le cas pour la plupart des biens, à quelques exceptions près. En réalité, la demande de ce que l'on nomme les « biens Giffen » augmente avec une hausse du prix de ces biens. Par

exemple, lors de l'augmentation du prix du riz dans certaines régions de Chine, plus de riz sera acheté, car certains consommateurs ne disposent pas de revenus suffisants pour acheter des produits alimentaires de plus d'importance. Si nous confirmons ensuite l'hypothèse que d'autres variables (revenu, taux d'imposition, etc.) sont constantes, qu'arrive-t-il alors? Le revenu augmenté entraînera fréquemment une demande croissante pour un bien ou un service, ce qui déplacera toute la courbe loin de son point de départ. De la même manière, une diminution du prix d'un produit de substitution entraînera une déviation de la courbe de demande vers l'origine, car le produit en question sera alors moins attractif pour le consommateur. Il est vrai que ces généralisations sont précieuses, mais il est important de se rappeler que le comportement économique repose sur des choix humains et que nous ne pouvons donc jamais prédire avec certitude comment les individus vont réagir. À titre d'exemple, certains aliments essentiels seront moins prisés à mesure que les revenus augmenteront et que les consommateurs réaliseront qu'ils ne doivent plus se limiter à des régimes alimentaires incontournables.

3.4. L'offre :

L'offre désigne la quantité de biens et de services offerts au marché par les producteurs. Tout comme nous pouvons cartographier la relation entre la quantité demandée et le prix, nous pouvons également examiner la relation entre la quantité offerte et le prix. En général, les fournisseurs seront prêts à produire davantage de biens et de services à mesure que le prix qu'ils peuvent obtenir sera élevé. Par conséquent, la courbe d'offre – lorsque les autres influences sont maintenues constantes – sera inclinée de gauche à droite.

Il existe une relation directe entre le prix et la quantité offerte. Une augmentation du prix de OP1 à OP2 entraîne une augmentation de la quantité offerte de OQ1 à OQ2. Les déterminants de l'offre sont : le prix les prix des autres biens et services les revenus et coûts relatifs de fabrication du bien ou du service les objectifs des producteurs et leurs attentes futures la technologie. En général, une entreprise maximisera son profit lorsque son revenu marginal (le revenu provenant de la vente d'une unité de production supplémentaire) est égal à son coût marginal (le coût de production de cette unité de production supplémentaire). Cependant, une entreprise peut continuer à produire tant que le revenu marginal dépasse ses coûts variables moyens, car ce faisant, elle contribuera à couvrir ses coûts fixes. En suivant le même raisonnement que précédemment, un mouvement le long de la courbe d'offre sera provoqué par un changement de prix, mais un mouvement de la courbe entière sera causé par un déterminant autre que le prix.

3.5. Équilibre partiel

La notion d'équilibre est en premier lieu, une notion relative aux agents économiques. Mais, elle est aussi une notion relative à l'interaction entre ces mêmes agents, ce qui nous conduit à voir des équilibres partiels et un équilibre général :

Équilibre partiel : considère un marché donné et l'étudie sans s'intéresser aux autres marchés dans l'économie. Elle met ainsi l'accent sur les effets de premier tour, c'est-à-dire sur des effets directs. On étudie ainsi l'impact d'une variation de prix sur l'offre et la demande d'un bien, en faisant comme s'il s'agissait du seul bien de l'économie.

Le terme **« équilibre général »** fait référence à la prise en compte simultanée de tous les biens et de toutes les interdépendances de l'activité économique, au prix d'équilibre sur un marché dépendant des prix d'équilibre sur tous les autres marchés, aux effets de second tour, c'est-à-dire aux effets indirects qui résultent de l'interdépendance des marchés.

3.5.1. La loi de l'offre et de la demande :

La notion d'offre et de demande fait référence aux quantités de biens que les acteurs sur un marché sont disposés à vendre ou à acheter pour un prix spécifique.

Agrégation de l'offre et de la demande :

L'équilibre partiel correspond à un équilibre entre des quantités globales, c'est-à-dire qu'on raisonne à partir de fonctions AGREGEES d'offre et de demande, plutôt que de fonctions individuelles (consommateur i, producteur j). Ces fonctions sont construites en additionnant des fonctions individuelles.

Pour la demande, nous avons déterminé la fonction individuelle de demande $\boldsymbol{qdi} = (\boldsymbol{p})$. La fonction de demande agrégée, pour l'ensemble des consommateurs d'un même bien, sur un marché unique, s'écrit :

$$Qd = \sum_{i=1}^{n} qdi = f(p)$$

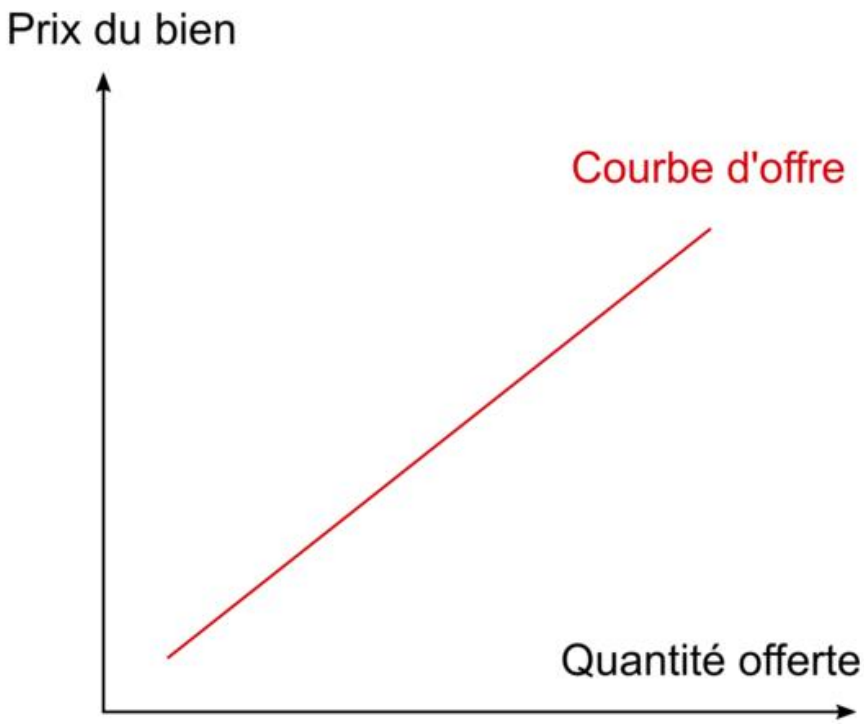
Pour l'offre nous avons déterminé la fonction d'offre individuelle $\boldsymbol{qOj} = (\boldsymbol{p})$. La fonction d'offre agrégée, pour l'ensemble des producteurs d'un même bien, sur un marché unique, s'écrit :

$$Qo = \sum_{j=1}^{n} qoj \ = f(p)$$

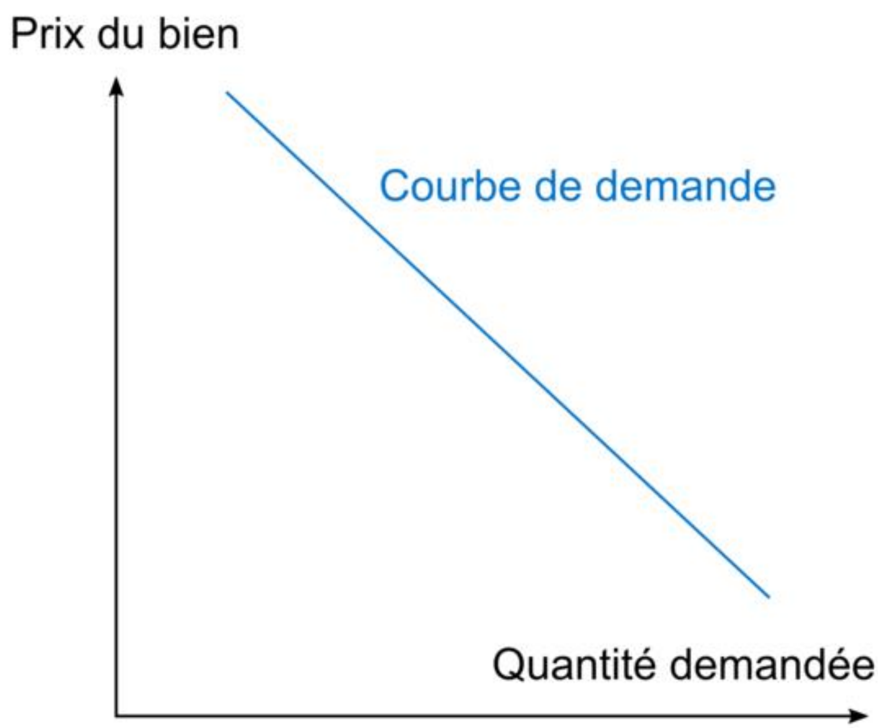
Il est important de faire preuve de prudence lors de cette opération d'agrégation, qui est simple à réaliser (il s'agit simplement de multiplier la même fonction par le nombre d'agents concernés), car les agents concernés (offreurs ou demandeurs) ne présentent pas souvent la même fonction par rapport au marché. Il est donc crucial d'examiner leur domaine de définition respectif afin de préciser celui de la fonction agrégée ; Il est fréquent de rencontrer des difficultés liées à la discontinuité.

3.5.2. Les courbes d'offre et de demande :

La courbe d'offre illustre également la variation de l'offre d'un bien en fonction du prix de vente. En général, cette courbe évolue, car lorsque le prix augmente, les entreprises optent pour une augmentation de la vente (voir Graphe 1). Tout est équitable. La courbe de demande montre également comment la demande d'un bien varie en fonction de son prix. La courbe de demande est généralement décroissante pour la plupart des biens, la demande diminue avec la baisse du prix (voir Graphe 1).



Graphe 1 : Courbe d'offre



Graphe 2: courbe de demande

3.5.3. Les déterminants de l'offre et de la demande :

Les déterminants de la demande :

La demande de biens dépend de nombreux facteurs, telles que les prix de biens, les revenus, les préférences des consommateurs et les effets saisonniers. L'analyse économique de base examine la relation entre les différents niveaux de prix et la maximale quantité que les consommateurs pourraient acheter à chacun. Les combinations de prix-quantité peuvent être représentées sur une courbe de demande, qui est presque toujours descendante.

Les consommateurs ne demandent pas seulement des quantités en fonction du prix du bien en question. Elles varient également en fonction d'autres facteurs tels que le revenu ou les préférences. En conséquence, une augmentation du revenu entraînera une rotation horizontale de la courbe de demande (figure 3).

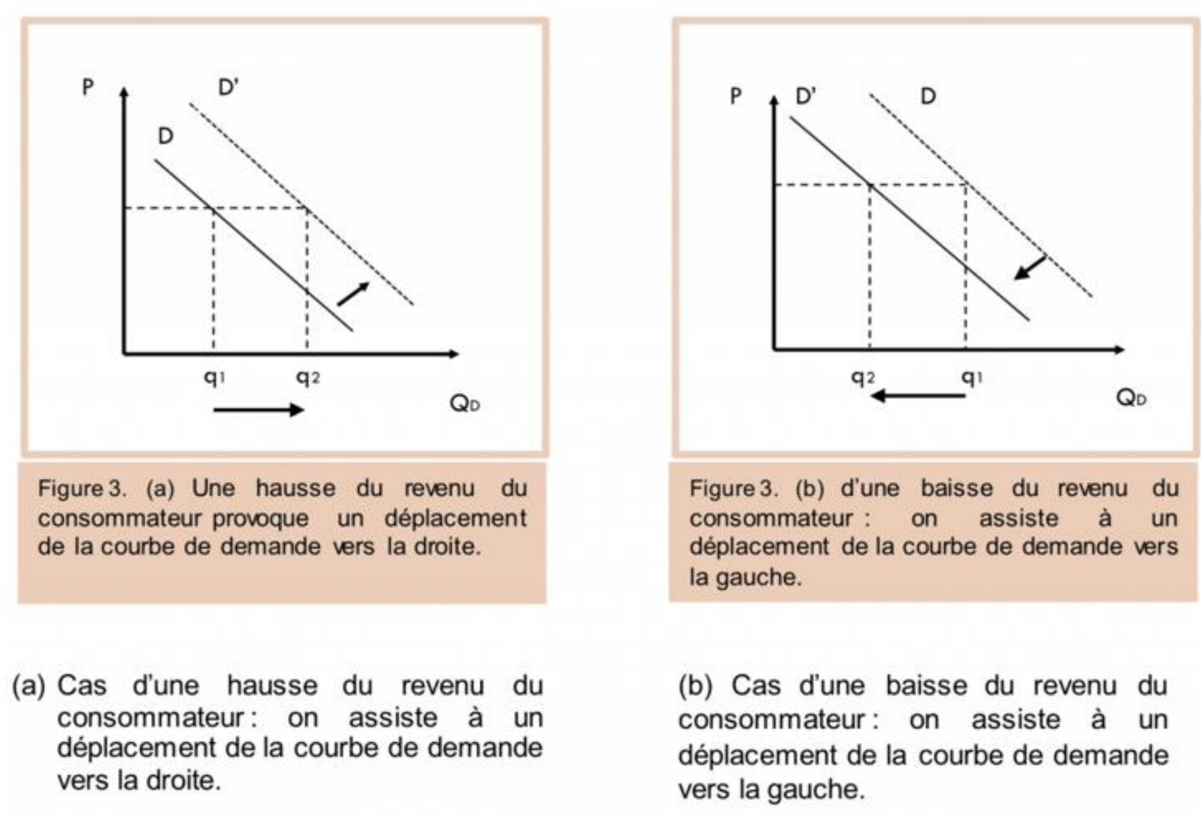
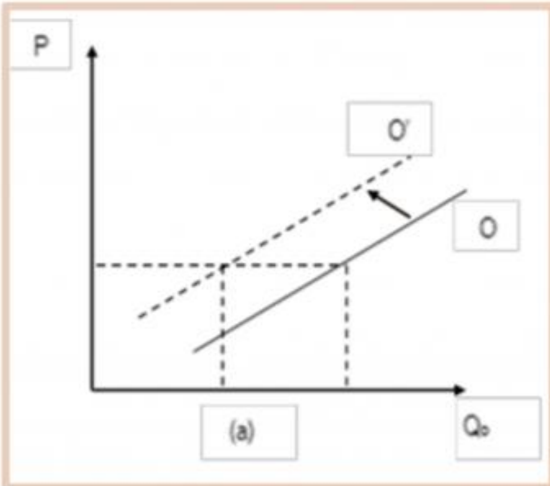


Figure 3 : variation de la demande

Les déterminants de l'offre :

Les changements dans le prix du bien sont responsables des mouvements tout au long de la courbe d'offre, tandis que les variations des autres facteurs entraînent un déplacement de l'ensemble de la courbe. Si l'une des courbes d'offre individuelles change, la courbe d'offre globale change également. Par exemple, si le prix des biens intermédiaires augmente, tous les autres facteurs restent constants, la quantité offerte diminuera, peu importe le prix (voir figure 4).



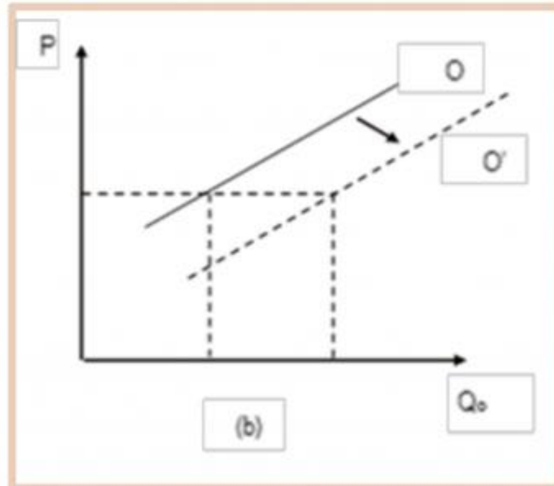


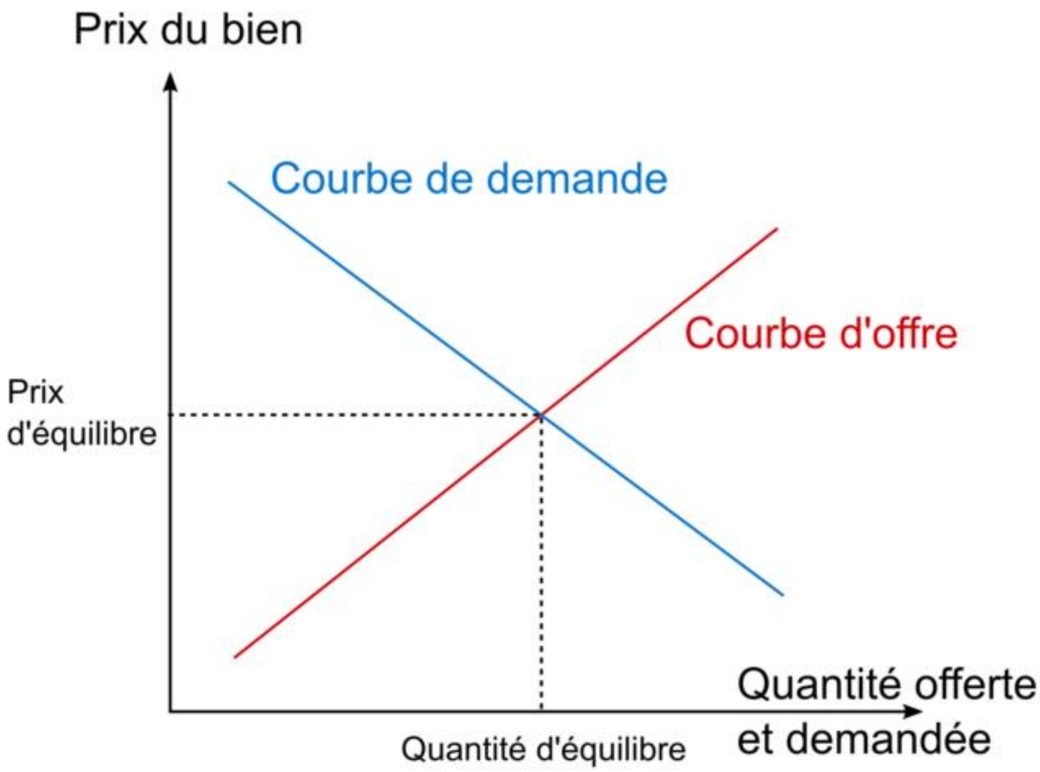
Figure 4. (a) La hausse du prix des biens intermédiaires (coûts de production) provoque un déplacement de la courbe d'offre vers la gauche

Figure 4. (b) La baisse du prix des biens intermédiaires (coûts de production) provoque un déplacement de la courbe d'offre vers la droite

Figure 4 : variation de l'offre

3.5.4. L'équilibre d'un marché :

Une fois que la demande et l'offre individuelles ont été étudiées séparément et leurs déterminants respectifs ont été identifiés, il est envisageable d'analyser leur équilibre sur le marché. Le fait de dire que les prix sont le résultat d'un équilibre de marché entre l'offre et la demande implique que le marché est un lieu (abstrait) de rencontre, à un moment donné, entre les désirs des consommateurs (exprimés par la maximisation de l'utilité) exprimés par leur demande et ceux des producteurs (exprimés par la maximisation du profit) exprimés par leur offre. La détermination du volume des transactions sur un marché et du prix auquel ces transactions se déroulent (prix de marché) sont à la base du fonctionnement d'un marché. Tout ce qu'on appelle « la loi de l'offre et de la demande ». Si l'on considère la courbe de demande comme les quantités que les demandeurs sont disposés à acheter à chaque niveau de prix, et la courbe d'offre comme les quantités que les entreprises sont disposées à fournir à chaque niveau de prix, il est aisé de déterminer le prix et la quantité échangée sur le marché, qui correspondra à un accord sur le prix et les quantités entre les demandeurs et les offreurs. Ce prix et ces quantités définissent le point d'équilibre sur le marché du bien (voir Graphe 5).



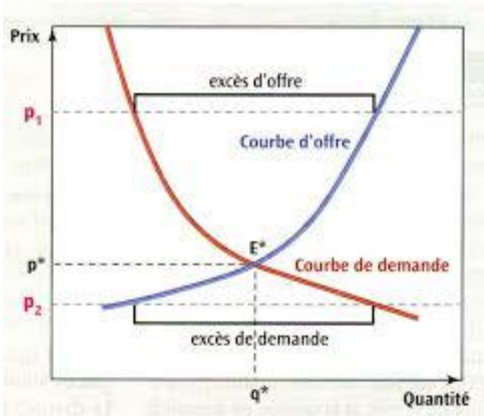
Graphe 5 : L'équilibre sur le marché

3.5.6. L'excédent d'offre et de demande :

Le prix d'équilibre (p∗) est le seul prix où les souhaits des acheteurs et ceux des vendeurs sont en accord. À ce prix, tous les agents prêts à vendre ce bien vendent précisément les quantités qu'ils souhaitaient vendre et tous les acheteurs achètent précisément les quantités qu'ils souhaitaient acheter. Ces valeurs sont équivalentes à la valeur d'équilibre (Q∗). Il est remarqué que pour tous les autres prix, cela entraîne soit à :

Un excès de demande se produit lorsque le prix est inférieur au prix d'équilibre.

Une offre qui dépasse la demande (excès d'offre) se produit lorsque le prix dépasse le prix d'équilibre (voir Graphe 6).



Graphe 6 : l'excès d'offre et de demande

3.6. La maximisation du profit

Dans le domaine économique, la maximisation du profit consiste à déterminer le niveau des prix et la quantité vendue qui génère le meilleur bénéfice pour une entreprise. Le profit fait référence à la disparité entre les bénéfices générés par l'entreprise en vendant sa production et les dépenses liées à sa mise en œuvre.

Soit le profit de l'entreprise, noté π:

$\pi = RT - CT = Pq - CT$

Le prix de vente du produit fabriqué par l'entreprise est indiqué par P. Afin que le profit puisse atteindre son maximum, il est essentiel de respecter la condition essentielle du premier ordre :

$\pi' = 0 \Rightarrow \partial\pi/\partial q = 0 \Longrightarrow P - \partial CT/\partial q = 0 \Leftrightarrow P = Cm$

Par conséquent, la quantité idéale est celle où le coût marginal est équivalent au prix de vente. Afin que la quantité optimale soit correctement égale à un maximum de la fonction de profit, il faut simplement que la dérivée seconde de la fonction de profit soit strictement inférieure à zéro :

$\pi'' < 0 \Longrightarrow \partial^2\pi/\partial q^2 < 0 \Longrightarrow - \partial^2 CT/\partial q^2 < 0 \Leftrightarrow C'm > 0$

De cette façon, la condition de second ordre démontre que, pour que la fonction de profit atteigne son maximum, il faut simplement que le coût marginal augmente.

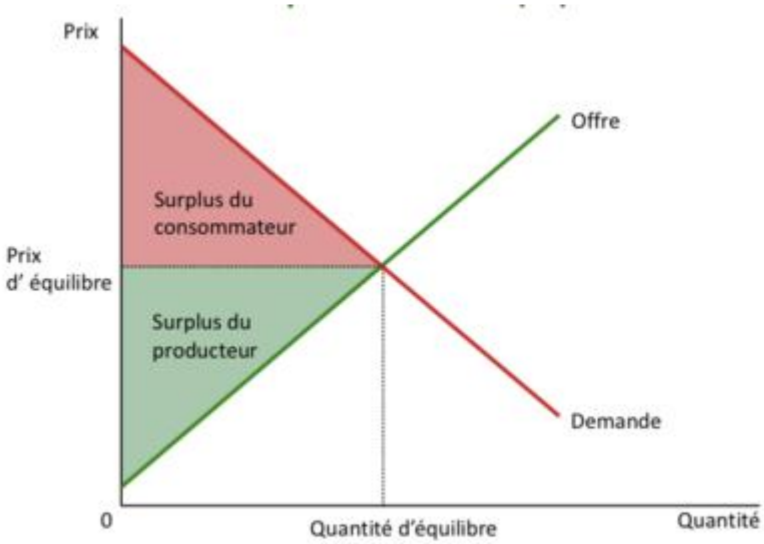
3.7. Le surplus du consommateur et le surplus du producteur :

Le surplus du consommateur : Ce que les économistes désignent sous le terme de "surplus du consommateur", correspond à la différence entre la dépense qu'il a à supporter lorsqu'il règle son achat au prix du marché et celle qu'il était prêt à supporter en achetant les quantités successivement jusqu'au prix du marché.

Le surplus du producteur c'est le bénéfice qu'il obtient en vendant au prix du marché plutôt que de vendre chaque unité au prix limite qu'il est prêt à accepter.

Le surplus total correspond à la somme des revenus supplémentaires des consommateurs et des émetteurs.

Graphe 7 : Le surplus du consommateur et le surplus du producteur



3.8. La détermination du prix d'équilibre à long terme :

L'existence d'un surprofit va attirer des entreprises dans la branche, l'offre totale sur le marché augmente et le prix d'équilibre diminue. Tant qu'il y a un surprofit à réaliser, des entreprises extérieures vont continuer à entrer dans la branche, la branche n'attirera plus les entreprises, lorsque le prix sera égal au minimum du coût moyen de longue période, ce qui signifie que la situation d'équilibre de longue période est atteinte. À long terme, une industrie subit deux types d'ajustements : - Des variations du nombre d'entreprises dans l'industrie (entrées et sorties) - Des variations de la taille des installations des entreprises.

A long terme, les entreprises sont au point du seuil de rentabilité ; cela signifie que le surprofit est nul. En longue période, la concurrence détermine un nombre important de variables que sont :

- Le prix d'équilibre : Pe

- La quantité d'équilibre au niveau de la branche : $Qtot$

- La quantité d'équilibre pour chaque firme :

- Le nombre d'entreprises dans la branche : $np = Qtot/qi$

Lorsqu'on extrapole l'analyse à l'échelle de la branche, le processus d'ajustement conduit à un déplacement de la courbe d'offre globale vers la droite, tandis que la demande n'est pas affectée par ce mécanisme, ce qui entraînerait une chute du prix du marché.

3.9. Monopole :

Depuis toujours, les monopoles ont été critiqués pour être responsables de prix élevés dont la première victime serait le consommateur. Comme dans le cas de la concurrence, nous ferons une distinction, en le privilégiant, entre le monopole pur et les autres formes de monopole. 1.

Le monopole est défini de la manière la plus simple comme une entreprise unique qui propose un produit à tous les consommateurs. Cependant, cette définition est extrêmement imparfaite. Par exemple, il sera nécessaire que le produit en question ne soit pas remplacé. Un monopole absolu impliquera aussi l'existence d'un monopole de production et de distribution. Enfin, il est possible qu'un monopole soit partiel, restreint dans le temps, etc. Les éléments suivants offrent une meilleure compréhension de la réalité du monopole :

Le monopole se caractérise en premier lieu par l'absence de concurrence, qui est rendue possible par des obstacles à l'entrée ou pour des raisons naturelles. En tant que monopole, il n'est pas indispensable d'être un unique producteur. Il suffit de fixer le prix comme si nous étions les seuls sur le marché. Exemple : cartel. La demande à laquelle une entreprise en monopole est confrontée est celle de l'ensemble du marché.

Dans un premier temps, il apparaît donc que la situation de monopole est totalement différente de la concurrence. Cela ne représente qu'un aspect superficiel car le monopoleur doit prendre en considération la réaction de sa clientèle face au prix pratiqué : Un tarif élevé peut encourager l'arrivée de nouvelles entreprises qui vont venir rivaliser avec le monopole sur son propre marché. En présence d'un prix exorbitant, la clientèle risque de se tourner vers la consommation d'autres produits similaires à ceux fabriqués par le monopoleur. On supposera cependant qu'il n'y a pas de produits très proches de celui produit par le monopoleur, et ce pour différencier la situation de monopole de la situation de concurrence monopolistique.

3.9.1. Équilibre du monopole :

La courbe de demande du monopole :

Sur un marché de concurrence pure et parfaite, le prix est donné et est déterminé par l'égalité

D(P) = O(P)

Sur un marché de monopole, cela diffère car le monopoleur est seul confronté à la demande globale: D (P) = Q

La fonction de prix P(Q) est obtenue lorsque l'offre totale du monopoleur est égale à la demande globale de tous les consommateurs.

Le pouvoir de marché :

Si = $P * q$

Rm égal $Rm = dRT/dq = dP*q/dq$

Avec $Rm = P + q\ dP/dq$

Où $dq/dp = eq/p \times (q/P)$, soit encore : $dq/dp = P/q \times (1/eq/p)$

En utilisant le résultat, on trouve : $Rm = P + q\ ((P/\text{q}) \times (1/eq/p)) = P\ (1 + (1/Eq/p))$

En revanche, pour une demande considérée comme "normale" (le cas le plus courant), l'élasticité-prix reste toujours négative, ce qui permet d'écrire : $Rm = (1 - (1/|eq/p|))$

Il est essentiel que la condition de maximisation soit l'égalité entre le coût et la rentabilité

($Rm = Cm$) :

$Rm = Cm = P\ (1 - (1/|eq/p\ |))$

A partir de l'égalité précédente, on obtient le coefficient de Lerner :

$(P - Cm) / P = 1/|eq/p|$

3.9.2. La maximisation du profit du monopoleur:

Il est possible pour le monopole de déterminer le prix de vente de son produit. Cependant, il ne peut pas vendre à n'importe quel prix. Si sa vente est trop coûteuse, il a le risque de ne pas trouver d'acheteur. Le monopole dépend de la demande. Il est unique sur le marché et doit répondre à la totalité des besoins. Étant donné que la demande est inversement proportionnelle au prix, plus le monopole produit, plus il doit réduire sa valeur de vente. Il est donc essentiel que le monopole établisse le niveau de production qui permet de maximiser son bénéfice. Ce niveau de production lui permettra de déterminer le prix.

$\pi(q) = Pq - CT(q) \Longrightarrow \pi(q) = RT(q) - CT(q)$

Condition de maximisation de premier ordre :

$\pi'(q) = 0 \Longrightarrow \partial\pi/\partial q = 0 \Longrightarrow \partial RT/\partial q - \partial CT/\partial q = 0 \Longrightarrow Rm = Cm$

Condition de maximisation de 2ème ordre :

$\pi''(q) < 0 \Longrightarrow \partial^2\pi/\partial^2 q < 0 \Longrightarrow R'm - C'm < 0 \Longrightarrow R'm > C'm$

Afin de tirer le meilleur parti de son profit, le monopoleur égalise sa Rm au Cm. Cela signifie qu'il doit payer un prix qui dépasse le prix de la dernière unité vendue.

3.9.3. Le monopole discriminant :

Discriminer un marché consiste à offrir un produit ou un service à des tarifs variés en fonction du marché. Cela ne peut se faire qu'en monopole. En concurrence, offrir des prix variés revient à se rivaliser en classant les prix en bas. Cela implique aussi que les acheteurs ne peuvent pas acheter un produit sur un marché à bas prix pour le revendre sur un marché à haut prix. En règle générale, la discrimination est plus efficace sur le marché des services que sur le marché des biens.

Les types de discrimination :

Selon A.C. Pigou (1920), on peut identifier trois catégories de discrimination :

La discrimination du premier degré est celle qui se manifeste par un tarif différent pour chaque produit proposé. Il est possible de la visualiser graphiquement en utilisant les surplus du consommateur. Il est très difficile de mettre en œuvre cette pratique discriminatoire de prix, même si on suppose qu'elle est illégale.

La discrimination du deuxième degré est une forme de discrimination légale qui implique de proposer des prix différents en fonction des blocs ou des quantités vendues. On la retrouve par exemple dans la tarification du service téléphonique ou dans la pratique des abonnements. Il y aura au moins deux formes de tarification téléphonique : celle qui consiste à facturer la première minute, même si elle n'est pas entièrement utilisée, plus chère que les minutes suivantes ; celle qui consiste à proposer des tarifs d'abonnement adaptés en fonction du nombre d'heures inclus dans le contrat. En règle générale, un abonnement d'un an est toujours plus onéreux qu'un abonnement de 2 ans ramené à l'année.

La discrimination du troisième degré est également légale, elle implique de diviser un marché en différentes catégories de clients ayant une élasticité prix similaire, mais différentes l'une de l'autre. Par exemple, on peut observer une variété de prix de demande sur le marché aérien en fonction de la clientèle potentielle : hommes d'affaires, retraités, étudiants. Les premiers devront payer le prix élevé, tandis que les seconds seront offerts des tarifs avantageux, tandis que les troisièmes devront supposer qu'ils utilisent des horaires moins fréquentés. Il s'agit d'une méthode efficace pour remplir des avions à moitié vides ou pour attirer une clientèle vers un mode de transport auquel elle n'osait pas s'attendre. Étant donné qu'il est possible de vendre à perte, la discrimination de deuxième et troisième degrés offre plus d'avantages pour le consommateur lorsqu'il s'agit de discriminer un marché de services par rapport à un marché de devises. Il y a toujours un coût pour ces derniers, ce qui n'est pas toujours le cas pour les marchés de services.

3.9.4. Représentation théorique de la discrimination :

Supposons un marché de monopole segmenté en 2 marchés (1) et (2).

Le profit total est :

$\pi = (Q1 + Q2) - C\ (Q1 + Q2)$ avec $Q = Q1 + Q2$

π est maximum si :

$\pi max \Longrightarrow$

1) $\partial\pi/\partial Q1 = 0$

2) $\partial\pi/\partial Q2 = 0$

$\Longrightarrow (\partial RT1/\partial Q1) - (\partial CT/\partial Q) = 0$

$(\partial RT2/\partial Q2) - (\partial CT/\partial Q) = 0$

$\Longrightarrow Rm1 = Cm$

$Rm2 = Cm$

D'où : $Rm1 = Rm2 = Cm$

Comme chacun des deux marchés a son élasticité propre (E1) et (E2) on aura finalement :

$P1\ (1 - (1/E1)) = P2\ (1 - (1/E2)) = Cm$

Comme $E1$ est différente de $E2$, on aura toujours E1 supérieure ou inférieure à $E2$. Si $E1$ est supérieur à $E2$, cela signifie que $P1$ est inférieur à $P2$

<u>Éléments du td : exercices avec solutions</u>

<u>Exercice 1 ;</u>

Si la courbe d'offre des livres de poche est $QO = -10\ 000 + 5\ 000\ p$ et si la courbe de demande est $QD = 40\ 000 - 2\ 000\ p$

1. quel est l'effet d'un prix plafond de 5 UM ?

2. le marché est-il à l'équilibre ?

3. s'il ne l'est pas, quelle est alors le prix et la quantité d'équilibre ?

<u>Solution 1 ;</u>

1. L'effet d'un prix plafond de 5 um :

Pour $P = 5\ um \longrightarrow QO = -10\ 000 + 5\ 000\ (5) \Leftrightarrow \boldsymbol{QO = 15000\ unités}$

$\longrightarrow QD = 40\ 000 - 2\ 000\ (5) \Leftrightarrow \boldsymbol{QD = 30000\ unités}$

2. Le marché est-il à l'équilibre ? le marché n'est pas à l'équilibre à ce prix, étant donné que la demande et l'offre ne sont pas égales à ce prix.

La demande excédentaire pour $P = 5\ um$ est égale à :

$La\ demande\ exc\acute{e}dentaire = QD - QO = 30000 - 15000$

$\Longrightarrow \boldsymbol{La\ demande\ exc\acute{e}dentaire = 15000\ unit\acute{e}s}$

3. Le prix et la quantité d'équilibre :

On peut obtenir l'équilibre en égalisant demande (QD) et offre (QO) soit :

$QD = QO \Rightarrow -10\,000 + 5\,000\,p = 40\,000 - 2\,000\,p$

Soit encore : $7000p = 50000 \Longrightarrow \boldsymbol{p = 4,29\ um}$

Pour une quantité offerte et consommée de : $Qtot = -10000 + 5000\ (4{,}29)$

$\Longrightarrow \boldsymbol{Qtot = 11450\ unit\acute{e}s}$

Cela signifie que le prix plafond de 5um est inefficient car le prix du marché se situe en dessous du prix plafond.

Exercice 2 ;

Le marché des bandes dessinées est décrit de la manière suivante :

La demande pour les bandes dessinées est décrite par l'équation : $QD = 1225 - 15\ P$

L'offre pour les bandes dessinées est décrite par l'équation : $QO = 80\ P - 200$

1. Calculez la quantité et le prix d'équilibre sur le marché des bandes dessinées

2. Représentez graphiquement l'équilibre du marché des bandes dessinées

Solution 2 ;

1. Le calcul de la quantité et du prix d'équilibre sur le marché :

On peut obtenir l'équilibre en égalisant demande (QD) et offre (QO) soit :

$QD = QO \Rightarrow 1225 - 15p = 80p - 200$

Soit encore : $95p = 1425 \Rightarrow \boldsymbol{p = 15\ um}$

Pour une quantité offerte et consommée de : $Qtot = 1225 - 15\ (15)$

$\Rightarrow \boldsymbol{Qtot = 1000\ unités}$

2. Représentation graphique de l'équilibre :

1. Fonction de demande

$\boldsymbol{QD = 1225 - 15p}$

Si $P = 15 \rightarrow Q = 1000$

Si $P = 81{,}66 \rightarrow Q = 0$

2. Fonction d'offre

$\boldsymbol{QO = 80p - 200}$

Si $P = 15 \rightarrow Q = 1000$

Si $P = 2{,}5 \rightarrow Q = 0$

Exercice 3 ;

Un marché de concurrence parfaite est caractérisé par la fonction de demande suivante:

$QD = 140 - 3P$

Ce marché est composé de 20 firmes. Chacune de ces firmes à une fonction de coût total moyen donnée par: $CM = 10q - 20 + 40/q$

1. Quels seront le prix et quantités d'équilibre sur ce marché?

2. Quelles sera le profit de chaque firme?

3. Quelles sera le nombre de firme opérant sur le même marché à long terme?

Solution 3 ;

1. Le prix et quantités d'équilibre sur ce marché :

Avant de calculer l'équilibre, il faut déterminer la fonction de coût total et de coût marginal à partir de la fonction de coût moyen:

- Coût total : $CM = CT/q \Longrightarrow CT = CM * q \Longrightarrow CT = (10Q - 20 + 40\ ) * q$

$\Leftrightarrow CT = 10q^2 - 20q + 40$

- Coût marginal : $Cm = \partial CT/\partial q = 20q - 20$

La courbe d'offre est égale à la courbe de coût marginale, soit :

$Cm = P \Longrightarrow 20qOi - 20 = P \Longrightarrow qoi = (P + 20)\ /20$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{qoi} = (\mathbf{1/20})\ \boldsymbol{P} + \mathbf{1}$ …………La fonction d'offre individuelle

La fonction d'offre globale correspond à la sommation des 20 firmes qui opèrent sur le marché :

$Qo = \sum_{i=1}^{n} qoi \Longrightarrow QO = ((1/20)\ P + 1) * 20 \Leftrightarrow \boldsymbol{QO} = \boldsymbol{P} + \mathbf{20}$……La fonction d'offre globale

On peut obtenir l'équilibre à court terme en égalisant demande (QD) et offre (QO) :

$QD = QO \Rightarrow 140 - 3p = p + 20$

Soit encore : $4p = 120 \Longrightarrow \boldsymbol{p} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{um}$

Pour une quantité offerte et consommée de : $Qtot = 140 - 3\ (30) \Longrightarrow \boldsymbol{Qtot} = \mathbf{50}\ \boldsymbol{unit}\text{é}\boldsymbol{s}$

2. Le profit da chaque firme :

La quantité individuelle d'équilibre : $Qi = Qtot/np \Longrightarrow Qi = 50/20 \Longrightarrow \boldsymbol{Qi} = \mathbf{2},\ \mathbf{5}\ \boldsymbol{unit}\text{é}\boldsymbol{s}$

Le profit individuel qui représente la différence entre les recettes et les coûts, égal :

$\pi = RT - CT \Rightarrow \pi = Qi * P - (10Qi - 20Qi + 40)$

$\Leftrightarrow \pi = (2{,}5 * 30) - (10(2{,}5) - 20(2{,}5) + 40) \Leftrightarrow \boldsymbol{\pi} = \mathbf{60}\ \boldsymbol{um}$

3. Le nombre de firme opérant sur le même marché à long terme :

La présence d'un profit ($\pi > 0$) à court terme va attirer d'autres firmes. L'équilibre de longue période, en concurrence pure et parfaite, est défini lorsque l'entreprise opère au minimum de son coût moyen de longue période (au seuil de rentabilité) :

$\pi = 0 \Longrightarrow Cm = CM = P$

Le coût marginal et le coût moyen sont obtenus à partir du coût total de long période :

$Cm = CM \Longrightarrow 20q - 20 = 10q - 20 + (40/q) \Longrightarrow 20q - 20 - 10q + 20 = 40/q \Longrightarrow q^2 = 4$

$\Leftrightarrow$ 1) $q = -2\ exclut$

2) $\boldsymbol{q} = \mathbf{2}\boldsymbol{unit}$é$\boldsymbol{s}$

On peut obtenir le prix à l'aide de la fonction de coût moyen où de coût marginal :

$P = Cm \Longrightarrow P = 20(2) - 20 \Leftrightarrow \boldsymbol{P} = \mathbf{20}\ \boldsymbol{um}$

La demande totale s'exprimant sur ce marché se calcule en reportant le prix de vente dans la fonction de demande synthétique :

$Qtot = QD = 140 - 3P \Longrightarrow Qtot = 140 - 3(20) \Leftrightarrow \boldsymbol{Qtot} = \mathbf{80}\ \boldsymbol{unit}$é$\boldsymbol{s}$

Nous pouvons ainsi déduire le nombre d'entreprises :

$nA = Qtot/Qi$= 80/2 $\Leftrightarrow \boldsymbol{nA} = \mathbf{40}\ \boldsymbol{entreprises}$

Exercice 5 :

Connaissant le coût moyen d'une entreprise en situation de monopole : $CM = 10$

Sa fonction de demande au marché : $QD = 100 - P$

1. Calculer la combinaison prix et quantité qui maximise le projet de cette entreprise.

2. Calculer le profit réalisé par cette entreprise. Sachant que la fonction de demande soit inchangée, et que la fonction de coût total soit : $CT = 50 + 10Q$

Solution 5 :

1. Le prix et quantités d'équilibre sur ce marché :

En monopole, le profit est maximal si : $Rm = Cm$

La fonction de la demande devient : $QD = 100 - P \Longrightarrow \boldsymbol{P} = \mathbf{100} - \boldsymbol{Q}$

Compte tenu des données :

- Coût total : $CM = CT/q \Longrightarrow CT = CM * q \Longrightarrow CT = 10 * q \Leftrightarrow \boldsymbol{CT} = \mathbf{10}\boldsymbol{q}$

- Coût marginal : $Cm = \partial CT/\partial q \Leftrightarrow \boldsymbol{Cm} = 10$

- Recette totale : $RT = P * Q = (100 - Q) \Longrightarrow \boldsymbol{RT} = \mathbf{100}\boldsymbol{Q} - \boldsymbol{Q}^2$

- Recette marginal : $Rm = \partial RT/\partial q \Leftrightarrow \boldsymbol{Rm} = \mathbf{100} - \mathbf{2}\boldsymbol{Q}$

Les quantités qui vérifient $Rm = Cm$ sont alors égales :

$Rm = Cm \Longrightarrow 100 - 2Q = 10 \Leftrightarrow 2Q = 90 \Leftrightarrow \boldsymbol{Q} = \mathbf{45}\ \boldsymbol{unit}\text{é}\boldsymbol{s}$

On peut obtenir le prix à l'aide de la fonction de la demande :

$P = 100 - Q \Longrightarrow P = 100 - 45 \Leftrightarrow \boldsymbol{P} = \mathbf{55}\ \boldsymbol{um}$

2. Le profit réalisé par cette entreprise :

$\pi = Q * P - 10q \Longrightarrow \pi = (45 * 55) - (10 * 45) \Leftrightarrow \boldsymbol{\pi} = \mathbf{2025}\ \boldsymbol{um}$

Exercice 6 :

Entreprise monopolistique produit selon la fonction des couts totaux moyennes suivante :

$$C_{MT} = 3X + 10 + \frac{81}{X}$$

Suite à l'étude du marché effectué par l'entreprise, la demande sur le produit est comme suit:

$$X_D = \frac{-Px + 16}{2}$$

1) Déterminez la condition de maximisation du profit de cette entreprise
2) Calculez son profit.

Solution 6 :

1) Détermination de la condition de maximisation du profit du cas de monopole :

$$R_m = C_m$$

$$C_M = \frac{C_T}{X} \Longrightarrow C_T = C_M X \Longrightarrow C_T = \left(3X + 10 + \frac{81}{X}\right)X \Longrightarrow C_T = 3X^2 + 10X + 81$$

$$C_m = 6X + 10$$

$R_m = \frac{dR}{dx} \Longrightarrow R_m = 16 - 4X$

$R_T = XPx \Longrightarrow R_T = X(16 - 2X) \Longrightarrow R_T = 16X - 2X^2$

$X_D = \frac{-Px+16}{2} \Longrightarrow 2X_D = -Px + 16 \Longrightarrow$ Px=16-2X

$R_m = C_m \Longrightarrow$ 16-4X= 6X+10 $\Longrightarrow$ X=0.6 Unités

Px= 16-2X $\Longrightarrow$ Px= 16-2(0.6) $\Longrightarrow$ Px= 14.8 Um

2) Calcul du profit :

$\pi = R_T - C_T \Longrightarrow \pi = XPx - 3X^2 - 10X - 81 \Longrightarrow \pi = 0.6(14.8) - 3(0.6)^2 - 10(0.6) - 81 \Longrightarrow$
$\pi = 8.88 - 1.08 - 6 - 81 \;\Rightarrow\; \pi = -79.2\ l'entreprise\ est\ en\ situation\ de\ perte$

Exercice 7 :

Un monopoleur produit selon la fonction des couts suivante :

$CT = X^2 - 14X + 100$

La demande du marché est comme suit :

$$P = -2X + 10$$

Question : Déterminez les conditions de maximisation du profit pour ce monopoleur. Calculez la quantité offerte sur le marché ainsi que le prix de vente.

Solution 7 :

Détermination des conditions de maximisation du profit :

$$R_m = C_m$$

$R_T = XPx \Longrightarrow R_T = X\,(-2X + 10) \Longrightarrow R_T = -2X^2 + 10X$

$$R_m = -4X + 10$$

$$C_m = 2X - 14$$

$R_m = C_m \Longrightarrow$ -4X+10= 2X+14 $\Longrightarrow$ X= 4 Unités

$Px = -2X + 10 \Rightarrow Px = -2\ (4) + 10 \Rightarrow$ Px=2Um

Exercice 8 :

Supposons que la demande du marché d'une entreprise monopolistique est :

$$X_D = -0.5Px + 50$$

La fonction des couts : $C_T = 40X + 50$

Afin d'augmenter ses bénéfices, l'entreprise a décidé de suivre la stratégie de discrimination des prix, par conséquent elle a appliqué deux prix différents $P_1\ et\ P_2$ sur deux marchés distincts, leurs fonctions de demande sont les suivants :

$$X_{D1} = -0.4P_1 + 32$$

$$X_{D2} = -0.1P_2 + 18$$

Question : Analysez les conséquences de l'application de la stratégie de discrimination des prix

Solution 8 :

X_D = -0.5Px+50

$$C_T = 40X + 50$$

a) **Cas du monopole Pur:**

Max $\pi = \begin{cases} R_m = C_m \\ R'_m < C'_m \end{cases}$

$C_m = \frac{dCT}{dx} \Rightarrow C_m = 40$

$$X_D = -0.5Px + 50 \Rightarrow 0.5Px = -X + 50 \Rightarrow Px = -2X + 50$$

R=XPx ⟹ R=X(-2X+50) ⟹ R= -2X^2+50X

$R_m = \frac{dR}{dx} \Rightarrow R_m = -4X + 50$

Max $\pi \Rightarrow \begin{cases} -4X + 50 = 40 \\ -4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 2.5\ U \\ -4 < 0\ condition\ confirmée \end{cases}$

Px= -2 (2.5) +50 ⟹ Px=45 Um

$\pi = R - C \Longrightarrow \pi = XPx - CT \Longrightarrow \pi = (2.5)45 - (40X + 50) \Longrightarrow \pi = -37$ l'entreprise est en situation de perte

b) Cas du monopole discriminant

$$X_{D1} = -0.4P_{X1} + 32 \Longrightarrow P_{X1} = \frac{-X_1 + 32}{0.4}$$

$$R_{T1} = X_1 P_{x1} \Longrightarrow R_{T1} = X_1 \left(\frac{-X_1+32}{0.4}\right) \Longrightarrow R_{T1} = -2.5X_1^2 + 80X_1 \Longrightarrow R_{T1} = 480\, um$$

$$X_{D2} = -0.1\, P_{X2} + 18 \Longrightarrow P_{X2} = \frac{-X_2 + 18}{0.1}$$

$$R_{T2} = X_2 P_{x2} \Longrightarrow R_{T2} = X_2 \left(\frac{-X_2+18}{0.1}\right) \Longrightarrow R_{T2} = -10\, X_2^2 + 180X_2 \Longrightarrow R_{T2} = 770\, um$$

$$CT = 40(X_1 + X_2) + 50 \Longrightarrow CT = 40X_1 + 40X_2 + 50$$

$$\begin{cases} C_m = R_{m1} \\ C_m = R_{m2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 40 = -5X_1 + 80 \\ 40 = -20X_2 + 180 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} X_1 = 8U \\ X_2 = 7U \end{cases}$$

$$P_{X1} = \frac{-X_1 + 32}{0.4} \Longrightarrow P_{X1} = \frac{-8 + 32}{0.4} \Longrightarrow P_{X1} = 60um$$

$$P_{X2} = \frac{-X_2 + 18}{0.1} \Longrightarrow P_{X2} = \frac{-7 + 18}{0.1} \Longrightarrow P_{X2} = 110um$$

$$\pi = R_T - C_T \Longrightarrow \pi = (R_1 + R_2) - 40(X_1 + X_2) - 50 \Longrightarrow$$

$$\pi = (480 + 770) - 40(8 + 7) - 50 \Longrightarrow \pi = 1250 - 650 \Longrightarrow \pi = 600um$$

Analyse : Le profit réalisé en situation du monopole discriminant est supérieur a celui réalisé en situation du monopole pur par conséquent on conseille l'entreprise d'appliquer la stratégie de discrimination des prix.

Exercice 9 :

Les fonctions de demande et d'offre du produit X sur le marché sont présentés comme suit :

$$Px = 10 + 0.01X$$

$$Px = 100 - 0.01X$$

1) Déterminez la fonction de demande et de l'offre avec explication.
2) Déterminez la quantité et le prix d'équilibre.
3) Supposant que l'état a fixé le prix du produit X a 40 Um, quel est son impact sur le marché du produit?

Solution 9 :

1) Détermination de la fonction de demande et d'offre :

La fonction d'offre est : $Px = 10 + 0.01X_O$ car le coefficient de la quantité est positif, ceci prouve qu'il existe une relation directe entre le prix et la quantité par contre la fonction de demande est $Px = 100 - 0.01Px$ car le coefficient de la quantité est négatif ceci montre la relation contraire qu'existe entre le prix et la quantité.

2) Détermination du prix et quantité d'équilibre :

$$X_O = X_D$$

$$Px = 10 + 0.01X_O \Longrightarrow X_O = 100Px - 1000$$

$$Px = 100 - 0.01Px \Longrightarrow X_D = 10000 - 100Px$$

$$X_O = X_D \Longrightarrow 100Px - 1000 = 10000 - 100Px$$

$$\Longrightarrow 200\text{Px}= 11000 \Longrightarrow P_{XE}=55\text{Um}$$

$$X_E = X_O = X_D \Longrightarrow X_E = 4500\ Unités$$

3) Si l'état a fixé le prix du produit X a 40um :

$$X_O = 100(40) - 1000 \Longrightarrow X_O = 3000\ Unités$$

$$X_D = 10000 - 100(40) \Longrightarrow X_D = 6000\ Unités$$

La quantité demandée est supérieure à la quantité offerte par conséquent la fixation du prix a 40 Um permet d'avoir un excès de demande $(X_D > X_O)$.

Exercice 10 :

Fonction d'offre : $X_O = 2Px - 5$

Fonction de demande : $X_D = -Px + 10$

1) Calculez le prix et quantité d'équilibre du marché.
2) Une taxe d'une valeur de 3 Um a été imposé sur chaque unité produite, calculez les nouveaux prix et quantité d'équilibre en déterminant le prix du vendeur et celui de l'acheteur.
3) Quel est la valeur du fardeau fiscal que va assumer le producteur et le consommateur?

<u>Solution 10 :</u>

1) Calcul du prix et quantité d'équilibre :

$$X_O = X_D \Longrightarrow 2Px - 5 = -Px + 10 \Longrightarrow 3Px = 15 \Longrightarrow P_{XE} = 5Um$$

$$X_E = X_O = X_D \Longrightarrow X_E = 5\ Unités$$

2) Détermination des nouveaux prix et quantité suite a l'imposition de la taxe :

T=3Um

$$X_O = 2Px - 5 \Longrightarrow Px = 0.5X_O + 2.5$$

La fonction d'offre devient après l'imposition de la taxe ainsi;

$$Px = 0.5\ X_O + 2.5 + 3 \Longrightarrow Px = 0.5\ X_O + 5.5$$

$$\Longrightarrow X_O = 2Px - 11$$

$$X_O = X_D \Longrightarrow 2Px - 11 = -Px + 10 \Longrightarrow P_{XE} = 7Um$$

$$X_E = X_O = X_D \Longrightarrow X_E = 3Unités$$

Par conséquent le prix de vente du vendeur après l'imposition de la taxe est calculé ainsi;

$$P_X^* = Px - T \Longrightarrow P_X^* = 4\ Um$$

Le prix que paye l'acheteur est : $P_X = 7Um$

3) Détermination du fardeau fiscal :

a) Celui du consommateur :

$$T_D = Px - P_x^* \Longrightarrow T_D = 7 - 5 = 2\ Um$$

b) Celui du producteur :

$$T_O = P_X^* - P_{XO} \Longrightarrow T_O = 5 - 4 = 1\ Um$$

Références :

Ouvrages et polycopiés :

Jacques Lecaillon, « Analyse Micro-économique - Cours Et Exercices Corrigés », Cujas, Paris, 1998. Hal R. Varian, « Introduction à la microéconomie », de Boeck université, 2006.

Serge Percheron, « Exercices de microéconomie » Armand colin, 2006.

Alain SAMUELSON, « Les grands courants de la pensée économique », PUG, 1999

Pierre Picard, « Éléments De Microéconomie - Tome 1, Théorie Et Applications », Montchrestien

Fekir Hamza, Polycopié en micro-économie. 2021-2022

Seguini Nadjet, Polycopié en micro-économie approfondie. 2020-2021

Sites internet :

https://www.melchior.fr/cours/complet/question-3-la-dynamique-de-l-equilibre-concurrentiel
https://moodle.luniversitenumerique.fr/mod/book/view.php?id=3516&chapterid=755
https://moodle.luniversitenumerique.fr/mod/book/view.php?id=3518
https://www.ummto.dz/fsecsg/wp-content/uploads/2020/11/Cours-Producteur-MICRO-ECONOMIE-II-DETTES-2.pdf
http://eloge-des-ses.com/wp-content/uploads/2016/05/Micro-du-producteur-Diapo-2013-2014-CR.pdf
https://moodle.luniversitenumerique.fr/mod/book/view.php?id=3507&chapterid=735&lang=en
https://www.melchior.fr/cours/complet/cours-1-l-equilibre-micro-economique-du-producteur-et-du-consommateur
http://www.jybaudot.fr/Microeco/utilite.html
https://d1n7iqsz6ob2ad.cloudfront.net/document/pdf/532a28e875ef8.pdf
http://cours.pise.info/eco/equilibre.htm
https://moodle.uphf.fr/pluginfile.php/211226/mod_resource/content/1/Micro%C3%A9conomie%20Chapitre%20III.pdf
https://www.studocu.com/fr/document/universite-de-rennes/microeconomie/theorie-producteur/35318328

https://www.economics.li/graphiques/downloads/prodtecf.pdf
https://moodle.luniversitenumerique.fr/pluginfile.php/17572/mod_resource/content/2/Micro%C3%A9conomie%201%20-%20Ch11%20-%20les%20co%C3%BBts%20de%20production%20%C3%A0%20court%20terme.pdf
.عبد الناصر رويسات-مبادئ االقتصاد الجزئي المطبعة الجهوية بوهران
جمان سقني نجاة-بولنوار بشير,محاضرات وتمارين االقتصاد الجزئي-منشورات دار األديب
عمر صخري "التحليل الاقتصادي الجزئي" د.م.ج .4eme Edition1995

ملخصات دروس ومتارين حملولةيف االقتصاد اجلزئي1جامـــــــــــــــــــــــــعة وهـــــــــران كلية بوراس نسيمة مطبوعة
الســـــــــــــــنةاجلامعية:2024/2023 العلـــوم االقتصادية التجارية و علوم التسيي