جامـــــــــعة وهـــران 2

كلية العلــوم الاقتصادية التجارية و علوم التسيير

مطبوعة

ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي 1

السنة الأولى ليسانس

السداسي الأول

مقدمة من طرف :

السيدة: بوراس نسيمة

الرتبة: أستاذة محاضرة ب

الســـــنة الجامعية: 2024/2023

" Résumés de cours et exercices résolus de microéconomie 1"

Description du cours :

Des travaux dirigés pour comprendre et approfondir le cours de Microéconomie. Ce polycopié pourra accompagner les étudiants tout au long de leurs révisions en vue des examens ou des concours.

Objectifs :

- Une méthodologie détaillée pour chaque type d'exercices ;
- Des exercices d'application, corrigés et détaillés ;
- Les notions essentielles du cours.

Mots clés :

Travaux dirigés, cours de Microéconomie, notions essentielles.

« Summaries of lessons and solved exercises in microeconomics 1»

Course description:

Tutorials to understand and deepen the Microeconomics course. This handout can accompany students throughout their revisions for exams or competitions.

Goals:

- A detailed methodology for each type of exercise;
- Application exercises, corrected and detailed;
- The essential concepts of the course.

Keywords:

Tutorials, Microeconomics course, essential concepts

" ملخصات دروس وتمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي 1"

وصف المحاضرة:

أعمال موجهة من أجل الفهم والتعمق في محاضرات الاقتصاد الجزئي. يمكن أن ترافق هذه المطبوعة الطلاب طوال مراجعاتهم للامتحانات والمسابقات.

الأهداف:

- منهجية مفصلة لكل نوع من التمارين؛
- تمارين تطبيقية مصححة ومفصلة؛
- المفاهيم الأساسية للمحاضرة.

الكلمات المفتاحية :

أعمال موجهة, محاضرات الاقتصاد الجزئي, المفاهيم الأساسية.

المقدمة:

الاقتصاد الجزئي هو فرع تابع لعلم الاقتصاد والذي يهتم بدراسة السلوك العقلاني للأعوان الاقتصاديين سواء كانوا أفراد أو منظمات والذين يساهمون في العلاقات الاقتصادية المتمثلة في الإنتاج , الاستهلاك أو التبادل. يعتبر مقياس الاقتصاد الجزئي من المقاييس الرئيسية، التي تمكن الطالب من التعرف على أهم النظريات الاقتصادية، ذات الصلة بتحسين وضعية الفرد سواء كان مستهلكا أو منتجا ، وترشيد سلوكه من أجل اتخاذ القرار الأمثل لمواجهة المشاكل الاقتصادية. هناك عدة أنواع من المسائل المتعلقة بمواضيع الاستهلاك, الإنتاج أو التبادل التي يجب تعلمها وفهمها أثناء دراسة علم الاقتصاد. ومن أجل بلوغ هذا الهدف، لابد من الالتزام بمنهجية محددة إضافة إلى معرفة المبادئ العامة المنصوص عليها في المحاضرة. وبالتالي، قبل التعامل مع تمرين في الاقتصاد الجزئي، يجب على الطالب اكتساب المعرفة الكافية حول الموضوع المراد معالجته من خلال إعداد ملخص يتضمن السياق والقواعد المرتبطة به. والباقي هو مجرد مسألة حسابية لا أكثر.

كثيرًا ما نسمع من بعض الطلاب أن الاقتصاد الجزئي مقياس صعب لأنه يحتوي على حسابات وتجريد للمفاهيم. في الحقيقة,هذا التصريح غير صحيح. من جهة، التجريد هو أسلوب يسمح بأخذ جميع الحالات الواقعية في الاعتبار، ومن جهة أخرى، غالبًا ما تقتصر الصياغة الرياضية على ما هو ضروري للغاية (طريقة الحساب). النصيحة التي يمكن إتباعها هي التعلم بشكل منهجي.أي على الطالب القيام بورقة تجمع التعريفات والقواعد وأنواع الأسئلة التي تحدد التمارين التطبيقية.

إلى جانب المحاضرة، توجد الأعمال الموجهة(TD). هذه الأخيرة تتكون من مجموعة من التمارين والمسائل التي تتيح للطالب التدريب على الإتقان الجيد لتقنيات ومفاهيم الموضوع. يتم تقديم أو إرسال ورقة TD مسبقا حتى يتسنى للطالب إلقاء نظرة عليها ومحاولة حلها. لذلك يتعين على الطالب إعادة مراجعة ما تم تناوله في المحاضرة من أجل تسهيل عملية المتابعة والفهم في الأعمال الموجهة.

اشتملت هذه المطبوعة على ملخصات مبسطة لدروس السداسي الأول والتي تمثل الركيزة الأساسية للاقتصاد الجزئي. كما حرصنا أن يكون كل درس مدعم بأمثلة تطبيقية مع تقديم حلول نموذجية. تشمل هذه المطبوعة ثلاثة فصول، يحتوي الفصل الأول على دراسة نظرية سلوك المستهلك الذي يسعى إلى اتخاذ قرار عقلاني من خلال استهلاكه للسلع والخدمات في حدود دخله المتاح ووفقا للأسعار السائدة في السوق بغية تعظيم منفعته.

يتضمن الفصل الثاني تحليل سلوك المنتج بدوال الإنتاج و بالتحديد المدى القصير (أي استعمال عامل إنتاج واحد). أما في الفصل الثالث فسنتناول لبعض التمارين التي سبق تقديمها للطلبة في الأعوام الماضية مرفقة كذلك بحلول نموذجية.

وفي الأخير نتمنى لكل طلابنا أن يكونوا موفقين في دراسة هذا المقياس.

أهداف المقياس :

يهدف مقياس الاقتصاد الجزئي إلى :

- التعرف على المفاهيم الأساسية للاقتصاد خاصة من الجانب الرياضي.
- تحصيل المعارف الأساسية المتعلقة بسلوك المستهلك و سبل تعظيم منفعته.
- تمكين الطالب من قراءة و فهم و تحليل سلوك المنتج، من خلال التعرف على دالة الإنتاج في المدى القصير.

1. تعريف علم الاقتصاد:

نتيجة لتعدد المواضيع التي يتناولها علم الاقتصاد فلا يوجد تعريف واحد متفق عليه بين علماء الاقتصاد. فإن تعريفه يتغير مع تغير المشاكل التي يسعى علم الاقتصاد إلى حلها. ومن أهم التعاريف نذكر:

- تعريف**Adam Smith** : الذي عرف الاقتصاد بأنه العلم الذي يدرس أسباب ثروة الأمم وكيفية زيادتها.

- تعريف**Alfred Marshall** : الذي علم الاقتصاد بأنه أحد العلوم الإنسانية الذي يتناول الجانب الاقتصادي والاجتماعي في حياة الانسان فهو يبحث في كيفية حصول الانسان على دخله وكيفية استعمال هذا الدخل.
- تعريف**Milton Friedman** : الذي يرى أن الاقتصاد هو العلم الذي يبحث في الطرق التي تمكن المجتمع من حل المشاكل الاقتصادية.
- تعريف**Lionel Robbins**: الذي عرف الاقتصاد بأنه العلم الذي يهتم بدراسة سلوك الانسان في سعيه المستمر لإشباع حاجياته المتعددة باستخدام امكانياته المحدودة.

يتضح من التعاريف السابقة أن علم الاقتصاد يدرس كيف يمكن للمجتمعات أن تستخدم الموارد النادرة لانتاج سلع وتوزيعها بين مختلف الأفراد.

2. أنواع الإقتصاد:

يتكون الاقتصاد من نظريين أساسيتين هما:

أ- النظرية الإقتصادية الكلية ''Macroeconomics'':

تهتم نظرية الاقتصاد الكلي بدراسة و تحليل الظواهر الاقتصادية الكلية (المجتمع بأكمله)، كالإنتاج الداخلي الخام، الاستهلاك الكلي، الاستثمار الكلي، الادخار الكلي ... وكذا دراسة مشاكل الاقتصاد بصفة عامة كمشكلة البطالة، التضخم.

ب-النظرية الإقتصادية الجزئية ''Microeconomics'':

يقوم الاقتصاد الجزئي بدراسة و تحليل سلوك وحدات اقتصادية فردية كالمستهلك، العوامل المحددة لطلب المستهلك على سلعة ما، المنتج و العوامل المحددة لطلب للكمية التي يقوم بانتاجها وبيعها، المنشأة فيما يتعلق باليد العاملة، التكاليف والإنتاج وأخيرا توازن السوق.

ومن أبرز النظريات التي نشأت في الاقتصاد الجزئي والتي من روادها **Alfred Marshall** و **Leon Walras** هي الندرة أو ما يعرف **بالمشكلة الاقتصادية**. تعني فكرة الندرة أن الموارد الاقتصادية (عوامل الانتاج) محدودة بينما حاجيات الأفراد للسلع والخدمات متزايدة ومتجددة وغير محدودة مع مرور الزمن. لذلك لابد من استخدام هذه الموارد استخداما أمثل من أجل اشباع أكبر الحاجيات.

وعليه نستنتج أن الغاية التي يسعى إليها المستهلك هو إشباع أغلب حاجياته أي تحقيق أكبر منفعة حتى يكون تصرفه عقلانيا بينما يسعى المنتج إلى تحقيق أكبر ربح ممكن. ومن هذا المنطلق ستوزع الموارد النادرة بصورة عقلانية ورشيدة وبالتالي تؤدي المصلحة الفردية إلى المصلحة العامة.

المعارف المسبقة

على الطالب أن يكون متمكنا من بعض الأدوات الرياضية مثل المشتقات، حل مختلف المعادلات الرياضية ذات متغير واحد أو متغيرين، الجذور بالإضافة إلى الخواص المتعلقة بالأسس.

1- المشتقات

أ- جدول مشتقات الدوال الاعتيادية

الدالة	المشتقة
$f(x)=k$	$f'(x)=0$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$
$f(x)=ax+b$	$f'(x)=a$
$f(x)=x^n$	$f'(x)=nx^{n-1}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

ب- مشتقة مجموع دالتين

$$(u+v)'=u'+v'.$$

$$u=2x^2+6$$

$$v=3x^4+3$$

$$[(2x^2+6)+(3x^4+3)]'=(2x^2+6)'+(3x^4+3)'$$

$$4x^1+12x^3=12x^3+4x$$

ت- مشتقة حاصل ضرب عامل ثابت في الدالة

$$(k\times u)'=(ku)'=k\times u'=ku'.$$

$$k=\frac{1}{2}$$

$$u=3x^2+5$$

$$\left[\frac{1}{2}(3x^2+5)\right]'=\frac{1}{2}(3x^2+5)'=\frac{1}{2}\times 6x=3x$$

ث- مشتقة حاصل ضرب دالتين

$$(u\times v)'=u'v+uv'.$$

$$u=3x^2+3$$

$$v=x^2+7$$

$$[(3x^2+3)\times(x^3+7)]'=6x(x^2+7)+2x(3x^2+3)$$

أ- مشتقة حاصل قسمة دالتين

: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

$$u = 3x^2 + 3$$
$$v = x^2 + 7$$

$$\left[\frac{3x^2 + 3}{x^2 + 7}\right]' = \frac{6x(x^2 + 7) + 2x(3x^2 + 3)}{[x^2 + 7]^2}$$

2- <u>الجذور</u>

- $\sqrt[n]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{a}^{\frac{1}{n}}$

$$\sqrt[2]{4} = 4^{\frac{1}{2}} = 4^{0,5} = 2$$
$$\sqrt[3]{9} = 9^{\frac{1}{3}} = 9^{0,33} = 2{,}0649$$

- $\sqrt{\boldsymbol{a}} \times \sqrt{\boldsymbol{b}} = \sqrt{\boldsymbol{ab}}$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$$
$$\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35} = 5{,}9160$$

- $\frac{\sqrt{\boldsymbol{a}}}{\sqrt{\boldsymbol{b}}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}}$

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{0{,}3333333} = 0{,}5773$$

3- <u>الأسس</u>

- $a^n = a * a * \ldots\ldots a \;\; n\,fois$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$
$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 9 = 81$$

- $a^n * a^p = a^{n+p}$

$$4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 16 \times 4 = 1034$$
$$3^4 \times 3^1 = 3^{4+1} = 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 27 = 243$$

- $a^0 = 1$

$$5^0 = 1$$
$$10^0 = 1$$

- $(a^n)^p = a^{np}$

$$(5^2)^2 = 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 625$$
$$(2^3)^2 = 2^6 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$$\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$$
$$\frac{2^6}{2^3} = 2^{6-3} = 2^3 = 8$$

- $(a * b)^n = a^n * b^n$

$$(4 \times 3)^2 = 4^2 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$$
$$(5 \times 3)^3 = 5^3 \times 3^3 = 5^2 \times 5^1 \times 3^3 = 25 \times 5 \times 27 = 3375$$

- $\left[\frac{a}{b}\right]^n = \frac{a^n}{b^n}$

$$\left[\frac{1}{4}\right]^2 = \frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$
$$\left[\frac{2}{6}\right]^2 = \frac{2^2}{6^2} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 0{,}1111$$

4- <u>طريقة المميز لحل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد</u>

$$y = ax^2 + bx + c$$
$$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$$
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

قائمة المحتويات

الفصل الأول: دراسة نظرية سلوك المستهلك

توضح نظرية سلوك المستهلك الكيفية التي يتصرف بها المستهلك لتحقيق أقصى منفعة ممكنة من خلال إشباع حاجاته من السلع والخدمات باستعمال دخله المحدود وضمن الأسعار السائدة في السوق.
ترتكز نظرية المستهلك على مفهوم المنفعة (Utility) و التي تلعب دورا رئيسيا في تحديد قيمة السلعة أو الخدمة. و توجد طريقتان رئيسيتان لحساب المنفعة لتحليل سلوك المستهلك هما:

أ- نظرية الحساب العددي للمنفعة (Cardinal Utility Approach) والتي تفترض إمكانية حساب المنفعة وتعرف هذه الطريقة بالمنفعة القياسية.

ب- نظرية الحساب الترتيبي (التفضيلي) للمنفعة (Ordinal Utility Approach); وهي طريقة منحنيات السواء(Indifference curve).

المبحث الأول: نظرية الحساب العددي للمنفعة(Cardinal Utility Approach)

يشير مفهوم المنفعة إلى مقدار الاشباع الذي يحصل عليه المستهلك نتيجة استهلاكه لوحدات معينة من سلعة ما أو أكثر، إذن فالمنفعة هي قدرة تلك السلعة على إشباع حاجة ورغبة لدى المستهلك.

1. المنفعة الكلية (U_t) Total Utility:

يمكن تعريف المنفعة الكلية على أنها مجموع المنافع التي يحصل عليها المستهلك من مجموع السلع والخدمات المستهلكة خلال فترة زمنية محددة، ومعنى ذلك أن المنفعة الكلية تتزايد مع تزايد عدد الوحدات المستهلكة من السلعة إلى أن تصل إلى درجة معينة التي يكون إشباع المستهلك من هذه السلعة قد وصل إلى أقصاه. بعد بلوغ المنفعة الكلية أقصى قيمة لها (نقطة الإشباع) فإن استهلاك وحدات إضافية من السلعة ستعود بالضرر على المستهلك مما يؤدي إلى انخفاض المنفعة الكلية المحققة.

2. المنفعة الحدية (U_m) Marginal Utility:

تعرف بأنها التغير الحاصل في المنفعة الكلية أو بعبارة أخرى هي المنفعة الإضافية التي يحصل عليها المستهلك نتيجة استهلاكه وحدة إضافية من سلعة معينة وهي منفعة الوحدة الأخيرة. إن المنفعة الحدية دائما متناقصة، فمنفعة الوحدة الأولى أكبر من منفعة الوحدة الثانية ومنفعة الوحدة الثانية أكبر من منفعة الوحدة الثالثة وهكذا. يمكن التعبير عن المنفعة الحدية رياضيا في حالة دالة غير مستمرة (بيانات متقطعة) بالعلاقة التالية:

$$U_{m_X} = U'_X = \frac{\Delta U_T}{\Delta X}$$

<u>تمرين تطبيقي 1:</u>

يوضح الجدول التالي المنفعة الكلية لمستهلك ما بالنسبة لاستهلاك وحدات متتالية من السلعة X:

1. أوجد جدول المنفعة الحدية ؟
2. مثل بيانيا كلا من منحنى المنفعة الكلية ومنحنى المنفعة الحدية مبينا نقطة أقصى إشباع؟

X	0	1	2	3	4	5	6	7
U_{Tx}	0	5	9	12	14	15	15	14

الحل:

1. جدول المنفعة الحدية:

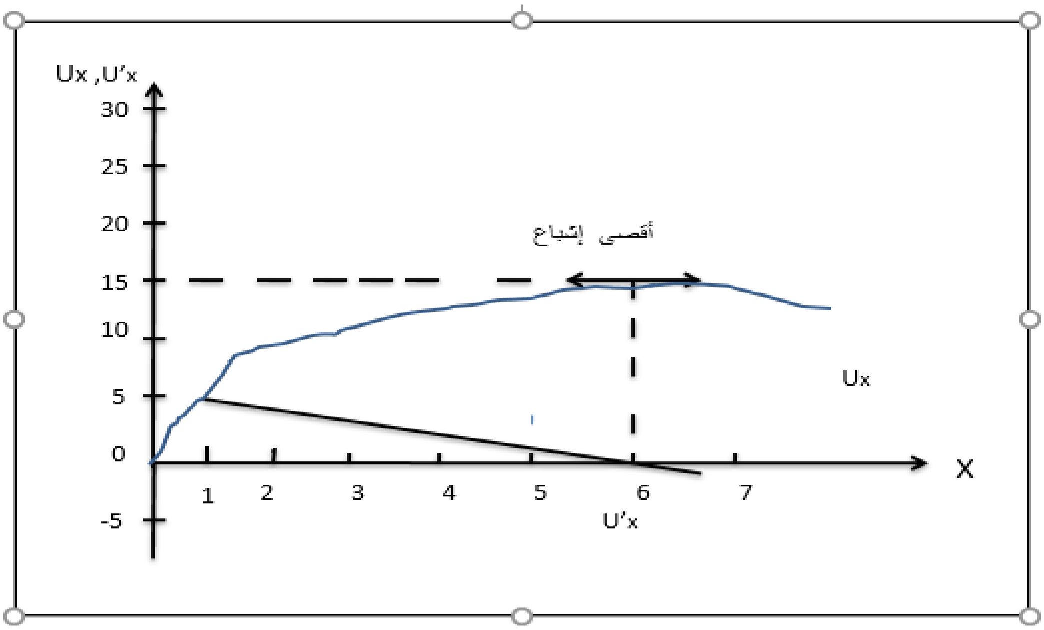
من العلاقة الرياضية السابقة نستنتج أن المنفعة الحدية هي التغير الحاصل في المنفعة الكلية نتيجة تغيير الكمية المستهلكة بوحدة واحدة وتحسب كالاتي:

- $X = 1 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{5-0}{1-0} = 5$
- $X = 2 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{9-5}{2-1} = 4$
- $X = 3 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{12-9}{3-2} = 3$
- $X = 4 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{14-12}{4-3} = 2$
- $X = 5 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{15-14}{5-4} = 1$
- $X = 6 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{15-15}{6-5} = 0$
- $X = 7 \Rightarrow U'_x = U_{mx} = \frac{14-15}{7-6} = -1$

X	0	1	2	3	4	5	6	7
U_{Tx}	0	5	9	12	14	15	15	14
U_{mx}	-	5	4	3	2	1	0	-1

نلاحظ من خلال الجدول السابق تزايد المنفعة الكلية (مستوى الإشباع) بزيادة عدد الوحدات المستهلكة من السلعة **X** حتى بلوغها أقصى قيمة لها ثم تبدأ بالتناقص. أما المنفعة الحدية تتناقص رغم زيادة عدد الوحدات المستهلكة من هذه السلعة

2. التمثيل البياني لمنحنى المنفعة الكلية ومنحنى المنفعة الحدية:



منحنى (1): منحنى المنفعة الكلية و المنفعة الحدية

نلاحظ كذلك أن المنفعة الحدية تصبح معدومة ($U_m = 0$) عندما تكون المنفعة الكلية في أقصى قيمة لها أي عندما يستهلك المستهلك 6 وحدات من السلعةx وهذا ما يعرف بنقطة أقصى إشباع. وبعد هذا المستوى تصبح المنفعة الحدية سالبة عندما تتناقص المنفعة الكلية أي أن المنفعة الحدية تتناقص رغم زيادة الكميات المستهلكة من هذه السلعة وهذا ما يسمى بقانون تناقص المنفعة الحدية (Law of Diminishing Marginal Utility).

3. دوال المنفعة Utility Functions

أ- حالة سلعة واحدة: دالة المنفعة الكلية هي التعبير الرياضي عن العلاقة بين المنفعة الكلية (U_t) والكميات المستهلكة من سلعة ما ويعبر عنها بالصيغة التالية:

$$\boldsymbol{Ut = f(x)}$$

- أما المنفعة الحدية في حالة دالة مستمرة فهي مشتقة دالة المنفعة الكلية:

$$\boldsymbol{U_m = U'_{T_X} = \frac{dU_{TX}}{dX}}$$

- تصل المنفعة الكلية إلى أقصى قيمة لها عندما تنعدم المنفعة الحدية ($U_m = 0$) وتصبح المنفعة الحدية سالبة عندما تتناقص المنفعة الكلية. يمكن التعبير عن قانون تعظيم المنفعة رياضيا كالتالي:

$$U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} U'_x = 0 \\ U''_x < 0 \end{cases} \Rightarrow U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} U_{mx} = 0 \\ U'_{mx} < 0 \end{cases}$$

<u>تمرين تطبيقي 2:</u>

لتكن دالة المنفعة الكلية لاستهلاك السلعة x كالتالي: $Ut = f(x) = -x^2 + 10x$

1. حدد نقطة أقصى إشباع لهذا المستهلك.
2. عبر بيانيا عن نقطة أقصى إشباع.
3. اشرح شكل منحنى المنفعة الحدية من حيث دلالته على ميل منحنى المنفعة الكلية.

الحل:

1. تحديد نقطة أقصى إشباع باستعمال شرط تعظيم المنفعة:

$$U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} U'_x = 0 \\ U''_x < 0 \end{cases} \Rightarrow U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} -2x + 10 = 0 \\ -2 < 0 \end{cases} \Longrightarrow U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ -2 < 0 \end{cases}$$ محققة

- تحديد أقصى إشباع:

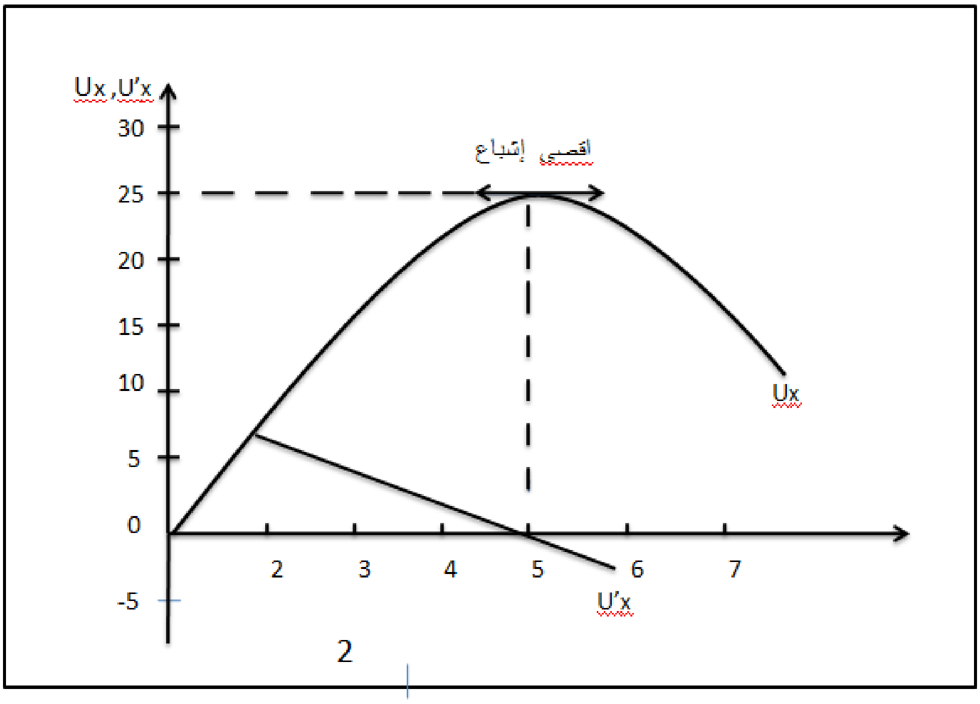
$$U = -x^2 + 10x$$
$$U = -5^2 + 10(5)$$
$$U_{T_X} = 25\ unit\acute{e}s$$

إذن يحصل المستهلك على أقصى إشباع يقدر ب 25 وحدة عند استهلاك 5 وحدات من السلعة x

2. التعبير البياني عن منحنى المنفعة الكلية ومنحنى المنفعة الحدية

X	U_{T_X}	U_m
0	0	-
1	9	8
2	16	6

3	21	4
4	24	2
5	25	0
6	24	-2



منحنى (2):_التعبير البياني عن نقطة أقصى إشباع

شرح شكل منحنى المنفعة الحدية من حيث دلالته على ميل منحنى المنفعة الكلية:

- تنعدم المنفعة الحدية عندما تصل المنفعة الكلية إلى أقصى مستوى لها أي عند إستهلاك المستهلك لـ 5 وحدات من السلعة x.
- تأخذ المنفعة الحدية القيم السالبة عندما تنخفض المنفعة الكلية أي عند مستوى من المنفعة يبلغ 24 وحدة الذي يقابله استهلاك 6 وحدات من السلعة x وهذا ما يدل على أن المستهلك بدأ يشعر بالملل ولذلك يريد استبدال السلعة x بسلعة أخرى.
- نلاحظ أنه بتزايد المنفعة الكلية تتناقص المنفعة الحدية، هذا ما يسمى بقانون" تناقص المنفعة الحدية.

ب- حالة أكثر من سلعة: في حالة أكثر من سلعة يتم التعبير عن دالة المنفعة الكلية بدلالة الكميات المستهلكة من كل سلعة:

$$U_T = f(x, y)$$

أما دوال المنفعة الحدية فنجدها من خلال حساب المشتقات الجزئية:

$$U'_Y = \frac{dU_T(x,y)}{dY} \qquad و \qquad U'_X = \frac{dU_T(x,y)}{dX}$$

المبحث الثاني: نظرية الحساب الترتيبي (التفضيلي) للمنفعة (منحنيات السواء) (Ordinal Utility Approach):

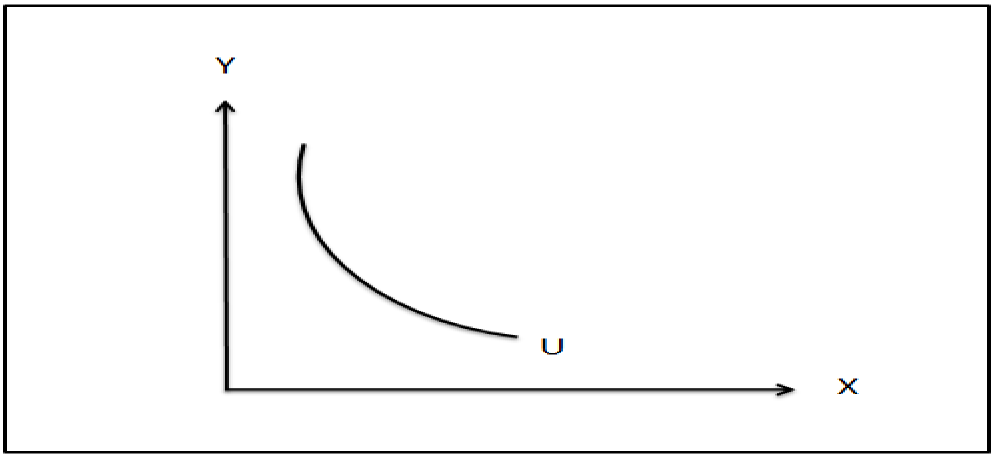
نظرية الحساب العددي قائمة على أساس أن المنفعة قابلة للقياس ولذلك وجه لهذا التحليل الكلاسيكي عدة انتقادات:

- ليس هناك وحدة قياس يمكنها قياس المنفعة.
- رفض فرضية ثبات المنفعة الحدية للنقود.
- رفض فرضية تناقص المنفعة الحدية للسلع الغير الغذائية.

أي أن المستهلك لا يعتمد وهو يقوم بعملية الاختيار بين مختلف السلع على قياس وحدات المنفعة، وإنما يبني اختياره على تفضيل سلعة أو خدمة على الأخرى وتسمى الأداة التحليلية المستخدمة في هذه النظرية **"منحنى السواء".**

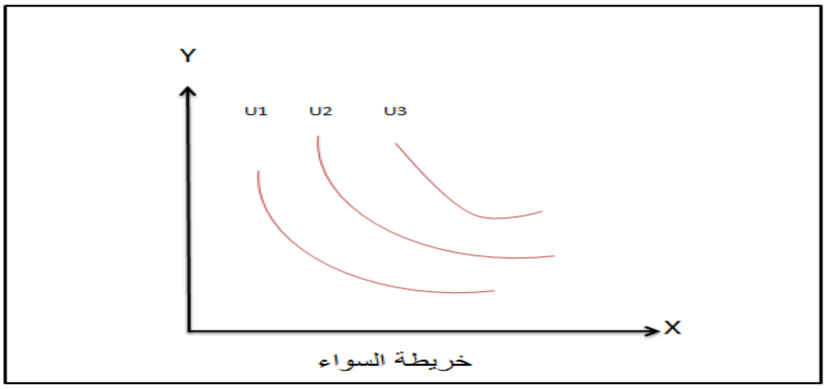
1.تعريف منحنى السواء Indifference curve

منحنى السواء هو التمثيل البياني لدالة المنفعة، ويعبر بيانيا على التركيبات المختلفة من السلعتين x وy التي تمنح المستهلك نفس المستوى من المنفعة (الاشباع)، إذن كل تركيبة تعطي نفس الاشباع التي تعطيه التركيبة الأخرى.



منحنى (3):منحنى السواء

لا يوجد لكل مستهلك منحنى سواء واحد وإنما يوجد لكل مستهلك مجموعة من منحنيات السواء التي تعبر عن درجات (مستويات)مختلفة من الاشباع وهذا ما يسمى بخريطة السواء حيث كلما انتقل المستهلك إلى منحنى سواء أعلى كلما زاد مستوى الاشباع لديه ($U_3 > U_2 > U_1$).



منحنى (4): خريطة السواء

تمرين تطبيقي 3:

نفترض أن مستهلك يستهلك سلعتين x و y وكانت دالة منفعته معرفة كالتالي:

$$U = f(x, y) = xy$$

إذا كان مستوى الاشباع لهذا المستهلك يقدر ب12وحدة أوجد:

1. دالة منحنى السواء
2. جدول السواء
3. التمثيل البياني لمنحنى السواء.

الحل:

1. دالة منحنى السواء

$$\begin{cases} U = f(x, y) = xy \\ U = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow xy = 12$$

$$\Rightarrow y = \frac{12}{x}$$

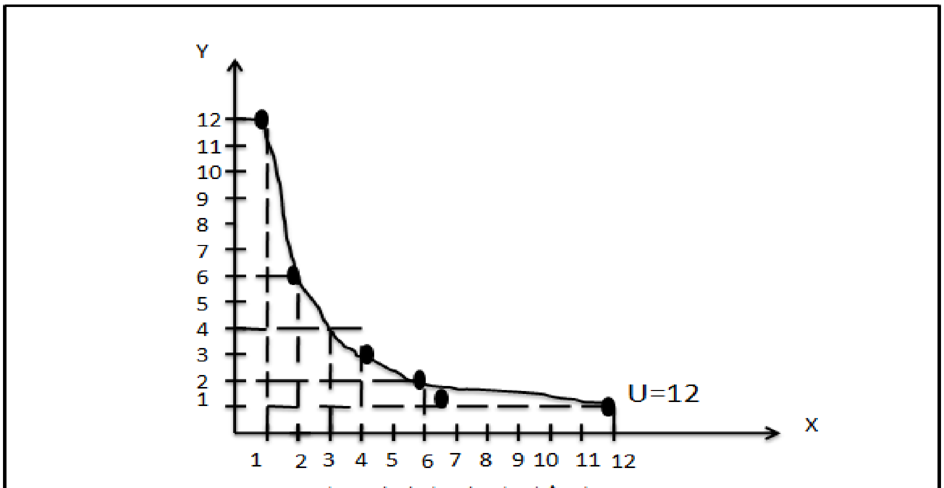
(نستخرج $\boldsymbol{y}$ بدلالة $\boldsymbol{x}$ لأن التمثيل البياني سيكون في معلم $\boldsymbol{xy}$).

2. جدول السواء

x	y	U
1	12	12
2	6	12
3	4	12
4	3	12
6	2	12
12	1	12

فهذه التركيبات السلعية (x،y)تعطي للمستهلك نفس المقدار من الإشباع الذي يقدر ب 12 وحدة.

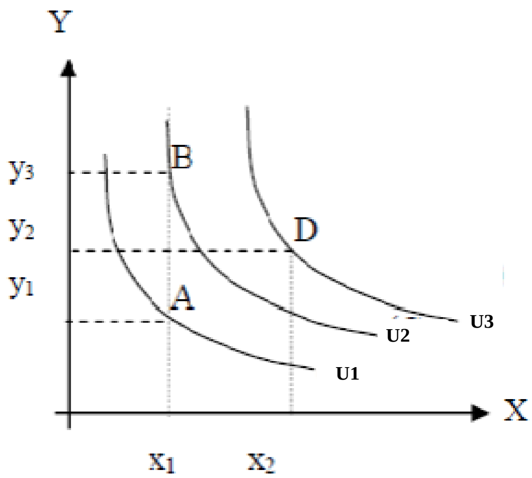
3. التمثيل البياني لمنحنى السواء



التمثيل البياني لمنحنى السواء

2.خصائص منحنى السواء

أ- كلما ابتعدنا عن المبدأ كلما زاد مستوى الاشباع لدى المستهلك. وهذه الخاصية تعبر عن فكرة المقارنة والتفضيل التي نفترضها في سلوك المستهلك أي كلما انتقل المستهلك إلى منحنى سواء أعلى كلما زادت درجة المنفعة لديه حيث $(U_3 > U_2 > U_1)$.

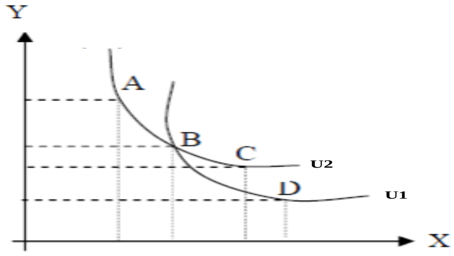


ب- منحنيات السواء لا تتقاطع فيما بينها: كل منحنى سواء يمثل تركيبات سلعية والتي تعطي للمستهلك نفس المقدار من الاشباع. إذا تقاطعت منحنيات السواء فهذا يعني أن جميع النقاط على المنحنيات المتقاطعة متساوية المنفعة وهذا غير منطقي. لأن التركيبات السلعية على منحنى السواء الأعلى تمثل كميات أكبر وبالتالي إشباع أكبر. للبرهان على أن منحنيات السواء لا تتقاطع فيما بينها نفرض حالة تقاطع[1].

بالاستعانة بالمنحنى البياني 5 نلاحظ أن النقطتين A وB تقعان على منحنى السواء U_1 وبالتالي فهما تحققان نفس الاشباع أي التركيبة السلعيةA لها نفس التفضيل مثل التركيبة السلعية B. كما نلاحظ أيضا أن النقطتين A وC الموجودتين على منحنى السواء U_2 لهما نفس مستوى الاشباع

[1] جمان سقني، نجاة ; بولنوار، بشير (2012) : منشورات دار الأديب، وهران، (الجزائر).

أي التركيبة السلعيةA لها نفس التفضيل مثل التركيبة السلعية C. وحسب علاقة التعدي نستنتج أن النقطتين B وC تحققان نفس درجة الاشباع، ولكي يحصل ذلك يجب أن تقعا النقطتين B وC على نفس منحنى السواء وليس على منحنيين مختلفين وبالتالي نرفض إمكانية حدوث تقاطع بين منحنيات السواء أي أن منحنيات السواء لا تتقاطع بينها.



ت- منحنى السواء متناقص ومحدب نحو المبدأ: هو متناقص راجع للعلاقة العكسية بين السلعتين x وy . فعند إضافة وحدات من السلعة x يتم في المقابل التخلي عن وحدات من السلعة yمن أجل البقاء على نفس المستوى من المنفعة. يقاس انحدار(ميل) منحنى السواء بالمعدل الحدي للإحلال Marginal Rate of Substitution. كما يتميز منحنى السواء بأنه محدب نحو المبدأ وهذا راجع لتناقص قيمة المعدل الحدي للإحلال (TMS).

3.تعريف المعدل الحدي للإحلال (TMS): يعرف بأنه عدد الوحدات التي يتم التخلي عنها من السلعة y مقابل وحدة إضافية من السلعة x شريطة بقاء المستهلك على نفس المستوى من المنفعة (أي البقاء على نفس منحنى السواء). ويعبر عنه رياضيا بالعلاقة التالية:

- **حالة دالة غير مستمرة (بين نقطتين)** $$TMS_{X/Y} = \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|$$
- **حالة دالة مستمرة (عند نقطة واحدة)** $$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{-dY}{dX}$$

ملاحظة: يكون المعدل الحدي للإحلال سالب فيؤخذ بالقيمة المطلقة حتى يتم التعبير عنه بقيمة موجبة.

تمرين تطبيقي 4: ليكن الجدول التالي لفرد يستهلك سلعتين x وy :

- أحسب المعدل الحدي للإحلال وماذا تستنتج؟

X	Y
1	10
2	5
3	3
4	2.3
5	1.7
6	1.2
7	0.8

الحل

- نحن أمام بيانات متقطعة (دالة غير مستمرة) إذن نستعمل العلاقة التالية:

$$TMS_{X/Y} = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| = \left|\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right|$$

X	Y	ΔY	ΔX	TMS
1	10	-	-	-
2	5	-5	1	5
3	3	-2	1	2
4	2.3	-0.7	1	0.7
5	1.7	-0.6	1	0.6
6	1.2	-0.5	1	0.5
7	0.8	-0.4	1	0.4

الاستنتاج: عند بداية عملية الاحلال تكون قيمة المعدل الحدي للإحلال (**TMS**) كبيرة وهذا يدل على أن السلعة التي يريد استبدالها المستهلك موجودة بوفرة أي يستبدلها بسهولة ولكن مع تواصل عملية الإحلال تصبح قيمة (**TMS**) ضعيفة مما يدل على صعوبة استبدال وندرة السلعة المراد الاستغناء عنها.

4.خصائص المعدل الحدي للإحلال (TMS)

- المعدل الحدي للإحلال دائما سالب (لأنه يعبر عن التخلي) لذلك تؤخذ قيمته بالقيمة المطلقة.
- المعدل الحدي للإحلال متناقص فكلما زادت لدى المستهلك كمية من السلعة (X) قلت كمية السلعة (Y) التي يرغب في التخلي عنها مقابل الحصول على وحدة إضافية من السلعة X.

تمرين تطبيقي 5:

يحصل مستهلك على أقصى منفعة عند استهلاكه وحدتين من السلعة x و4 وحدات من السلعة y حسب دالة المنفعة التالية: $U(x,y) = xy$

أسعار السلعتين y,x هي على التوالي 6و3 وحدات نقدية.

- أحسب المعدل الحدي للإحلال (TMS) لهذا المستهلك مع تحليل النتيجة.

الحل:

نحن أمام دالة مستمرة (لدينا دالة المنفعة وليس بيانات متقطعة) وبالتالي:

$$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{-dY}{dX}$$

- الطريقة الأولى $TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y}$

$$U'_X = y \; ; \quad U'_Y = x$$

و منه:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{y}{x} = \frac{4}{2} = 2$$

تحليل النتيجة: يتخلى المستهلك عن وحدتين من السلعة y مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعةx .

- الطريقة الثانية $TMS_{X/Y} = \frac{P_X}{P_Y}$

$$TMS_{X/Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{6}{3} = 2$$

تحليل النتيجة: يتخلى المستهلك عن وحدتين من السلعة y مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعةx .

- الطريقة الثالثة $TMS_{X/Y} = \frac{-dY}{dX}$

نبحث عن دالة منحنى السواء من الشكل$y = f(x)$

$$\begin{cases} U = f(x,y) = xy \\ U = 4 * 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathrm{xy} = 8$$

$$\Rightarrow y = \frac{8}{x}$$

$$TMS_{X/Y} = \frac{8`x - x`8}{x^2}$$

$$TMS_{X/Y} = -\left[\frac{-8}{x^2}\right]$$

$$TMS_{X/Y} = \left[\frac{8}{2^2}\right] = 2$$

تحليل النتيجة: يتخلى المستهلك عن وحدتين من السلعة y مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعةx .

5.خط الميزانية أو الدخل Budget line

تعرف الميزانية على أنها الدخل المتاح لدى المستهلك(R) والذي يمكنه من شراء السلع والخدمات من أجل إشباع حاجاته. يعبر الدخل النقدي (nominal income) عن كمية النقود التي بحوزة المستهلك أما الدخل الحقيقي(real income) فهو يعبر عن القدرة الشرائية (purchasing power) لهذا المستهلك.

- إذا افترضنا أن المستهلك يستهلك سلعتين x وy وأن سعر السلعة x هو Px وأن سعر السلعة y هو Py.
  فسيكون الإنفاق الكلي D على السلعتين كالاتي:

$$\mathrm{D} = \mathrm{xP_x} + \mathrm{yP_y}$$

- من فرضيات الاقتصاد الجزئي هو أن المستهلك يتصرف بطريقة عقلانية بحيث ينفق كامل دخله من أجل اشباع حاجاته فيكون الدخل مساويا للإنفاق $\mathbf{R} = \mathbf{D}$ فنكتب **:**

$$\mathrm{R} = \mathrm{xP_x} + \mathrm{yP_y}$$

- حتى نمثل بيانيا خط الدخل (الميزانية) يجب أن نكتب معادلة y بدلالة x لأننا سنمثله بيانيا في معلم (y, x) :

$$\mathrm{R} = \mathrm{xP_x} + \mathrm{yP_y}$$

$$\mathrm{yP_y} = R - \mathrm{xP_x}$$

$$\mathrm{y} = \frac{R - xP_x}{P_y}$$

$$\mathrm{y} = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x$$

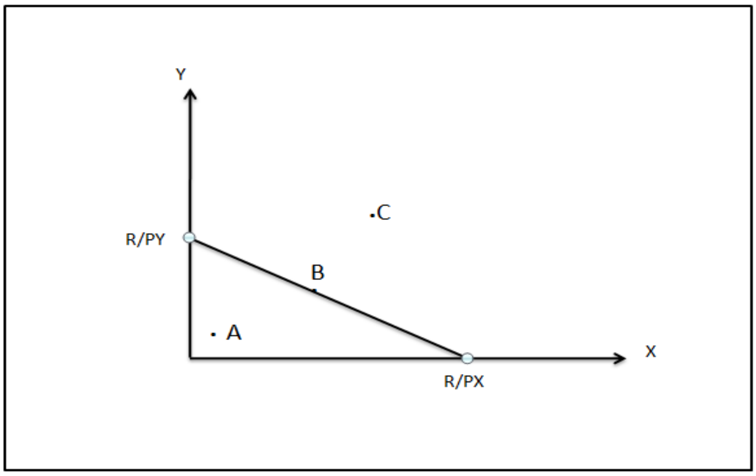
$$\mathrm{y} = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

معادلة خط الميزانية

- خط الميزانية هو مستقيم ميله سالب ويساوي هذا الميل نسبة الأسعار $-\frac{P_x}{P_y}$ ويمثل بيانيا مختلف التركيبات من x و y التي يمكن شراؤها إذا كان الدخل منفق بأكمله
- **التمثيل البياني لخط الميزانية:**

لتمثيل خط الميزانية يكفي توفر نقطتين (لأنها معادلة خطية من الدرجة الأولى):

x	0	$\frac{R}{P_y}$
y	$\frac{R}{P_y}$	0



منحنى (5): معادلة خط الميزانية

من خلال التمثيل البياني نلاحظ:

- *عند النقطة (A) المستهلك سينفق جزء من دخله فقط (الانفاق<الدخل) لأنها تقع أسفل خط الميزانية.*
- *عند النقطة (B) المستهلك سينفق كامل الدخل من دخله (الانفاق=الدخل) لأنها تقع على خط الميزانية.*
- *لا يمكن للمستهلك بلوغ النقطة C لأن الإنفاق يفوق الدخل(الانفاق>الدخل) المتاح لديه فهي تقع فوق خط الميزانية.*

مثال تطبيقي 6: أوجد معادلة خط الميزانية ثم مثلها بيانيا لمستهلك ما دخله المخصص للإنفاق على السلعتين x و y هو 240ون. علما أن أسعار السلعتين على الترتيب هي 4 ون و 6ون.

الحل:

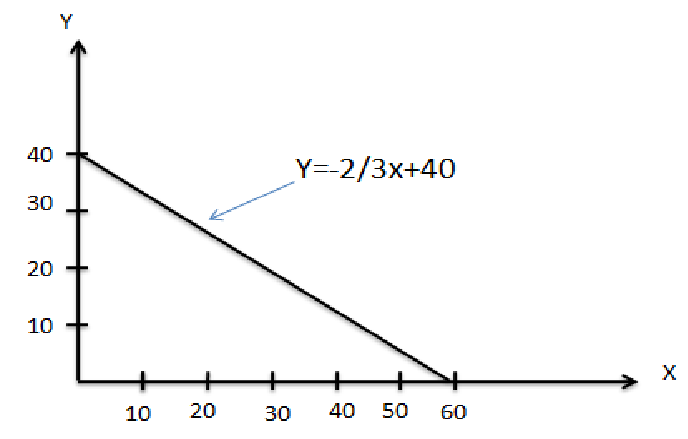
$$y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

$$y = -\frac{4}{6}x + \frac{240}{6}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 40$$

التمثيل البياني

x	0	$\frac{R}{P_x}=\frac{240}{4}=60$
y	$\frac{R}{P_y}=\frac{240}{6}=40$	0



معادلة خط الميزانية

6.توازن المستهلك: Consumer Equilibrium

إن هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة أي البحث عن نقطة الاستهلاك العظمى بحيث يحصل المستهلك على أكبر كمية من السلع مع إنفاق كامل الدخل. تعرف نقطة التوازن بأنها النقطة التي تحقق في نفس الوقت منحنى السواء الذي يعبر عن المنفعة وخط الميزانية الذي يعبر عن القيد الذي يحد أو يقيد المستهلك.

يوجد عدة طرق للبحث عن نقطة التوازن:

1.6 طريقة الاستبدال أو التعويض (حل جملة معادلتين)

لدينا المثال التطبيقي (7) التالي:

$$\begin{cases} U = x.y \\ P_x = 4Um \\ P_y = 3Um \\ R = 24\ Um \end{cases}$$

أحسب نقطة توازن المستهلك باستعمال طريقة الاستبدال أو التعويض؟

الخطوة الأولى: نعوض معادلة خط الميزانية في دالة المنفعة

$$\begin{cases} y = -\dfrac{P_x}{P_y}x + \dfrac{R}{P_y} \\ U = x.y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{24}{3} \\ U = x(-\dfrac{4}{3}x + \dfrac{24}{3}) \end{cases}$$

$$=> \ U = -\frac{4}{3}\mathrm{x}^2 + 8\mathrm{x}$$

الخطوة الثانية: هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة وبالتالي تكون المنفعة في أقصى قيمة عندما:

$$U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} U'_x = 0 \\ U''_x < 0 \end{cases} \Rightarrow U_{max}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} -\dfrac{8}{3}\mathrm{x} + 8 = 0 \\ -\dfrac{8}{3} < 0 \end{cases} \Longrightarrow U_{max} \Longrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ -\dfrac{8}{3} < 0 \text{محققة} \end{cases}$$

نعوض $x = 3$ في معادلة خط الميزانية فنجد قيمة y

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{24}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}(3) + 8$$

$$y = 8$$

وبالتالي نقطة التوازن هي $\mathbf{E(3;4)}$

أي أن المستهلك يستهلك 3 وحدات من السلعة و 4 وحدات من السلعة لتحقيق أقصى منفعة قدرها:

$$U = x.y$$

$$U = 3.4$$

$$\mathrm{u}U = 12$$

2.6 الطريقة البيانية

نقطة التوازن بيانيا هي عبارة عن نقطة مماس منحنى السواء مع خط الميزانية.

مثال تطبيقي 8: باستعمال معطيات المثال7 مثل بيانيا نقطة التوازن.

الحل:

أ- دالة منحنى السواء

$$\begin{cases} U = xy = 12 \\ y = \dfrac{12}{x} \end{cases}$$

جدول السواء

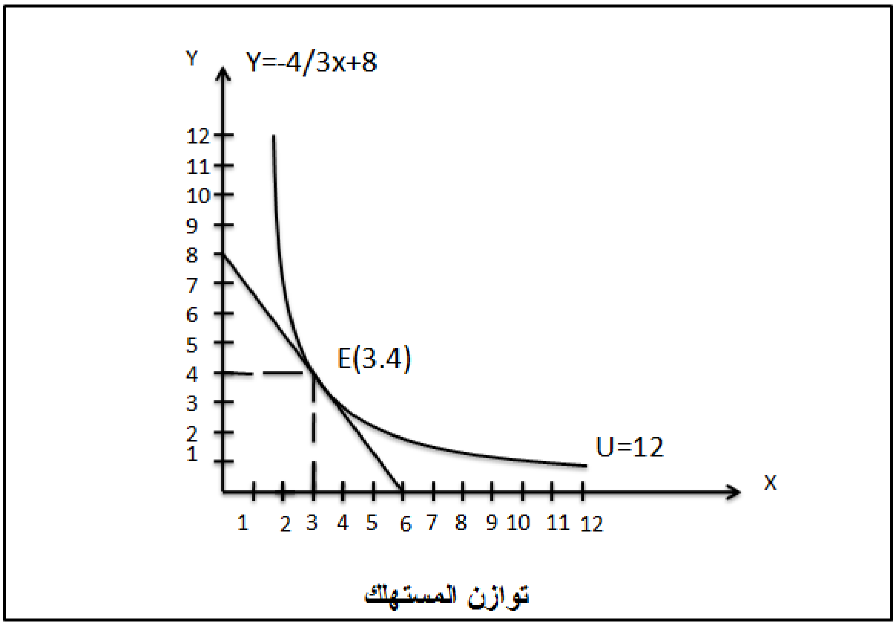
x	y
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2
12	1

ب- التمثيل البياني لخط الميزانية

$$y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 8$$

x	**0**	$\boldsymbol{\frac{R}{P_X} = \frac{24}{34} = 6}$
y	$\boldsymbol{\frac{R}{P_Y} = \frac{24}{3} = 8}$	**0**



منحنى (6): توازن المستهلك

3.6 طريقة Lagrange:

نعلم أن هدف المستهلك هو تعظيم منفعته تحت قيد الميزانية. بحيث يمكن التعبير عنه رياضيا كالتالي:

$$\begin{cases} Max U_T = f(x,y) \\ R = xPx + yPy \end{cases}$$

بحيث تكون الدالة الأولى عبارة عن دالة التعظيم و الدالة الثانية عبارة عن دالة القيد.

في طريقة Lagrange يتم تعويض دالة التعظيم (دالة المنفعة) $f(x,y)$ بدالة جديدة L= F(x,y,λ) نسبة ل Lagrange بحيث يتم كتابة دالة القيد على شكل دالة صفرية فنكون بذلك كأننا لم نضف أي شيء:

$$L(x,y,\lambda) = \underbrace{f(x,y)}_{\substack{\text{دالة المنفعة الكلية} \\ \text{دالة التعظيم}}} + \underbrace{\lambda}_{\text{معامل } Lagrange} \underbrace{(R - xPx - yPy)}_{\text{قيد الميزاني}}$$

$$L(x,y,\lambda) = U + \lambda(R - xPx - yPy)$$

تكون المنفعة في أقصى قيمة لها عندما تنعدم المشتقات الجزئية الأولى (عند انعدام المنفعة الحدية) فنقوم باشتقاق دالة **Lagrange** بالنسبة للمتغيرات الثلاث**(x,y,λ)** .

$$L_{max} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\mathcal{L}}{dx} = 0 \\ \frac{d\mathcal{L}}{dy} = 0 \\ \frac{d\mathcal{L}}{d\lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dU}{dx} - \lambda P_x = 0 \\ \frac{dU}{dy} - \lambda P_y = 0 \\ R - x P_x - y P_y = 0 \end{cases} \longrightarrow 1$$

$$L_{max} \Rightarrow \begin{cases} U'x = \lambda P_x \\ U'y = \lambda P_y \\ R - x P_x - y P_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{U'x}{P_x} \\ \lambda = \frac{U'y}{P_y} \\ R - x P_x - y P_y = 0 \end{cases} \longrightarrow 2$$

من المعادلة (1) والمعادلة (2) نستنتج :

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda} \Rightarrow \quad \frac{U'_X}{P_X} = \frac{U'_Y}{P_Y}$$

كما يمكن كتابة الشرط السابق على الشكل التالي:

$$\frac{\mathbf{U'_X}}{\boldsymbol{U'_Y}} = \frac{\boldsymbol{P_X}}{\mathbf{P_Y}}$$

وبالتالي يعظم المستهلك منفعته عندما تتساوى نسبة المنافع الحدية إلى نسبة الأسعار بالنسبة للسلعتين وهذا
ما يسمى بالقانون الثاني ل **Gossen**

- المعنى الاقتصادي لمضاعف **Lagrange** (λ)**:** يعبر $\boldsymbol{\lambda}$ عن المنفعة الحدية لآخر وحدة نقدية يتم إنفاقها أي أن آخر وحدة نقدية ينفقها المستهلك تعطيه نفس المنفعة الحدية بخصوص السلعتين وبالتالي لا يوجد تفضيل بين السلعتين.
- لقد رأينا سابقا أن نقطة التوازن بيانيا هي عبارة عن نقطة مماس أي أن ميل منحنى السواء يساوي ميل خط الميزانية :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{P_X}{\mathrm{P_Y}} => -\frac{dy}{dx} = \frac{P_X}{\mathrm{P_Y}}$$

وبالتالي يكون شرط التوازن ممثل بالعلاقات التالية:

$$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = -\frac{dy}{dx}$$

مثال تطبيقي (9)

باستعمال معطيات المثال7 أوجد نقطة توازن المستهلك معتمدا على طريقة **Lagrange**.

$$\begin{cases} U = x.y \\ P_x = 4Um \\ P_y = 3Um \\ R = 24\ Um \end{cases}$$

<u>الخطوة1:</u> كتابة الشكل العام **لدالة** :**Lagrange**

$$\text{L} = \mathrm{F}(\mathrm{x,y},\lambda) = f(\mathrm{x,y}) + \lambda(\mathrm{R} - \mathrm{xP_x} - \mathrm{yP_y})$$

$$\text{L} = \mathrm{U} + \lambda(\mathrm{R} - \mathrm{xP_x} - \mathrm{yP_y})$$

$$\text{L} = xy + \lambda(24 - 4\mathrm{x} - 3\mathrm{y})$$

ال<u>خطوة2:</u> نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنجد :

$$\mathrm{L_{max}} => \begin{cases} \frac{d\,\mathcal{L}}{d\,x} = 0 \\ \frac{d\,\mathcal{L}}{d\,y} = 0 \\ \frac{d\,\mathcal{L}}{d\,\lambda} = 0 \end{cases} => \begin{cases} \mathrm{y} - 4\lambda = 0\ (1) \\ x - 3\lambda = 0\ (2) \\ 24 - 4x - 3y = 0\ (3) \end{cases}$$

نستخرج من المعادلتين (1)و (2) قيمة $\boldsymbol{\lambda}$**:**

$$(1)\quad \lambda = \frac{\mathrm{y}}{4}$$

$$(2)\lambda = \frac{\mathrm{x}}{3}$$

$$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{\mathrm{y}}{4} = \frac{\mathrm{x}}{3}$$

$3\ \mathrm{y}=4\mathrm{x} \Rightarrow y = \frac{4}{3}\ x \Rightarrow$ علاقة أو شرط التوازن

<u>الخطوة3:</u> نعوض شرط التوازن في المعادلة(3):

$$24 - 4\mathrm{x} - 3\mathrm{y} = 0$$

$$24 - 4\mathrm{x} - 3(\frac{4}{3}\ x) = 0$$

$$24 - 8x = 0 \Rightarrow x = \mathbf{3}$$

نعوض $x = 3$ في علاقة التوازن نجد:

$$y = \frac{4}{3}\,x \Rightarrow y = \frac{4}{3}\,(3) = 4$$

و منه: E(3 ;4)

$$\boldsymbol{U = x.y \Rightarrow U = 3.4 = 12\,u}$$

وبالتالي يكون المستهلك في توازن لما يستهلك 3 وحدات من السلعة x و 4 وحدات من السلعة y لتحقيق أقصى منفعة قدرها **12** وحدة.

كما يمكن حساب قيمة مضاعف **Lagrange:**

$$\lambda = \frac{y}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\lambda = \frac{x}{3} = \frac{3}{4} = 1$$

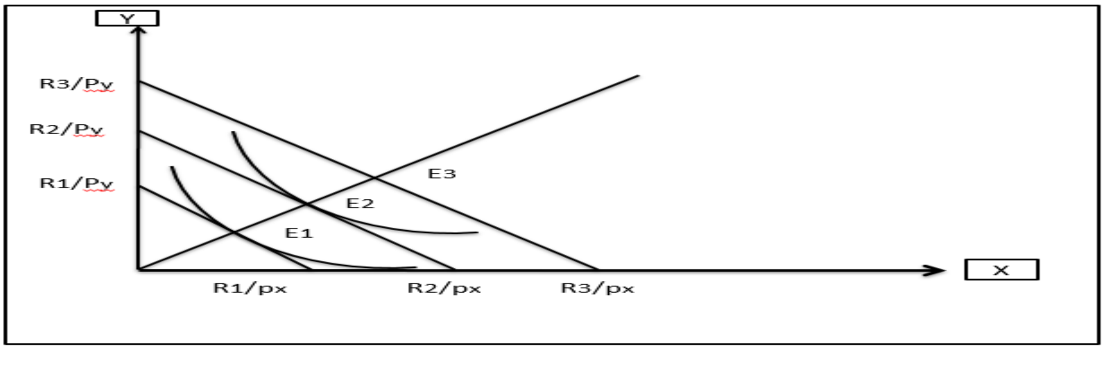
7. تغير محيط الاستهلاك (أثر تغير الدخل)

1.7منحنى استهلاك-دخل Income consumption curve

هو منحنى بياني يوضح الأثر الذي يحدثه تغير الدخل على الكميات المستهلكة من السلعتين وذلك بافتراض ثبات العوامل الأخرى. عند تغير دخل المستهلك مع بقاء الأسعار ثابتة فإن خط الميزانية سينتقل بشكل موازي (لأن الميل لم يتغير ($\frac{p_x}{P_y}$)) نحو الأعلى في حالة ارتفاع الدخل أو نحو الأسفل في حالة انخفاض الدخل (العلاقة طردية). كما أن ارتفاع الدخل سوف يؤدي إلى ارتفاع مستوى المنفعة.

نتحصل على منحنى استهلاك-الدخل من خلال ربط مختلف النقاط التوازنية الناتجة عن تغير الدخل. فإذا كان منحنى استهلاك-الدخل متصاعد فهذا يعني وجود علاقة طردية بين الدخل والكميات المستهلكة من x و y

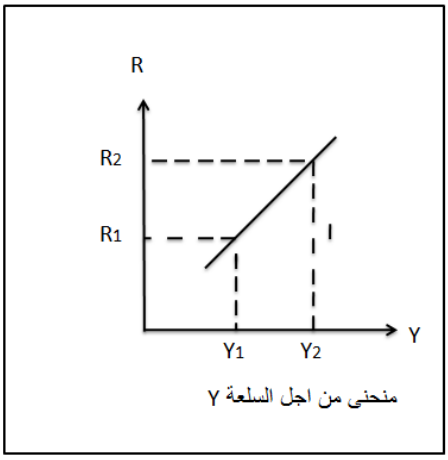
وبالتالي السلعتان x و y هما سلعتان عاديتان. أما إذا كان منحنى استهلاك-الدخل متناقص فهذا يدل على وجود علاقة عكسية بين الدخل والكميات المستهلكة من السلعة y ووجود علاقة طردية بين الدخل والكميات المستهلكة من السلعة x وبالتالي فإن السلعة x هي سلعة عادية بينما السلعة yعن العلاقة هي سلعة دنيا (رديئة).

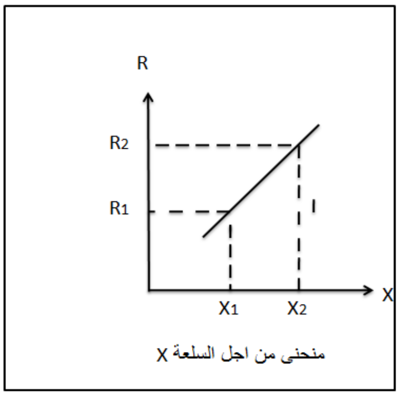


منحنى (7): منحنى استهلاك-الدخل

2.7 منحنى إنجل Engel curve

هو ذلك المنحنى الذي يعبر عن العلاقة بين الدخل والكمية المطلوبة من سلعة ما. واكتشف تلك العلاقة العالم الإحصائي "إنجل" وسمي المنحنى باسمه. إن العلاقة بين الدخل والكمية المطلوبة من سلعة ما هي علاقة طردية باستثناء السلع الدنيا (رديئة).





منحنى (8): منحنى إنجل

مثال تطبيقي (10)

لتكن دالة المنفعة الكلية تابعة لتغير السلعتين x وy: $U = 2x.y$

1- إذا كانت أسعار السلع x وy: $P_x = 10$ um و $P_y = 5$ um وكان دخل المستهلك يساوي 200 وحدة نقدية. أوجد نقطة توازن المستهلك

2- إذا بقيت أسعار السلعتين ثابتة و تغير الدخل من 200 إلى 300. حدد نقطة التوازن الجديدة. ماذا تلاحظ؟

3- أرسم المنحنى الذي يمر بنقطتي التوازن.

4- أكتب معادلة هذا المنحنى.

الحل:

1- تحديد نقطة توازن المستهلك:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = \frac{10}{5} = 2 \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = 2$$

$$\Rightarrow y = 2x$$

$R = xP_x + yP_y$

$200 = 10x + 5y$

$200 = 10x + 5(2x)$

$200 = 20x \Rightarrow x = 10$

$\Rightarrow y = 20$

$E_1(10 ;20)$

$U_1 = 2xy = 2(10)(20) = 400$ u

وبالتالي يكون المستهلك في توازن لما يستهلك 10 وحدات من السلعة x و 20 وحدات من السلعة y لتحقيق أقصى منفعة قدرها 400 وحدة.

2-تحديد نقطة توازن المستهلك الجديدة بعدما ارتفع دخل المستهلك وأصبح يساوي 300ون

300= 10x+ 5y

300= 10x+ 5(2x)

300= 20x $\Rightarrow$ x=15

$\Rightarrow$ y=30

E_2 (15 ;30)

U_2=2xy = 2(15)(30) = 900 u

الملاحظة: نلاحظ أن زيادة دخل المستهلك من 200ون إلى 300ون أدت إلى زيادة الكميات المستهلكة من E_1(20; 10) إلىE_2(30; 15) وبالتالي زيادة منفعة المستهلك من 400 وحدة إلى 900وحدة.

1. رسم المنحنى الذي يمر بنقطي التوازن

أ- نقطة التوازن الأولىE_1(20; 10)

- تمثيل منحنى السواء U_1:

$$\begin{cases} U = 2xy = 400 \\ y = \dfrac{200}{x} \end{cases}$$

x	**y**
5	40
10	20
20	10
40	5

- رسم خط الميزانية:

R_1=200=10x+5y ①

$\Rightarrow y_1 = \frac{-P_x}{P_y}x + \frac{R1}{P_y} \Leftrightarrow \frac{-10}{5}x + \frac{200}{5}$

$\Rightarrow \boxed{y_1 = -2x + 40}$

x	0	20
y	40	0

ب- نقطة التوازن الثانيةE_2(30; 15)

- تمثيل منحنى السواء

$$\begin{cases} U = 2xy = 900 \\ y = \dfrac{450}{x} \end{cases}$$

x	y
10	45
15	30
30	15
45	10

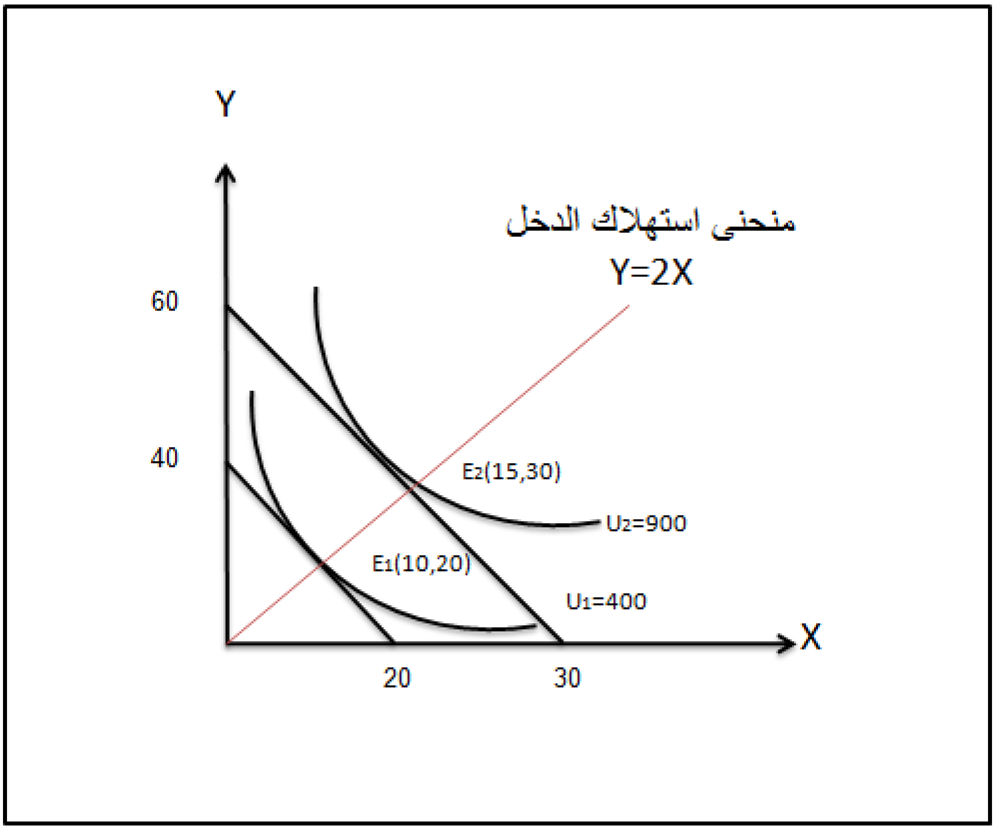
- رسم خط الميزانية

$R_2 = 300 = 10x + 5$

$\Rightarrow y_1 = \frac{-P_x}{P_y} x + \frac{R2}{P_y} \Leftrightarrow \frac{-10}{5} x + \frac{300}{5}$

$\Rightarrow y_1 = -2x + 60$

x	0	30
y	60	0



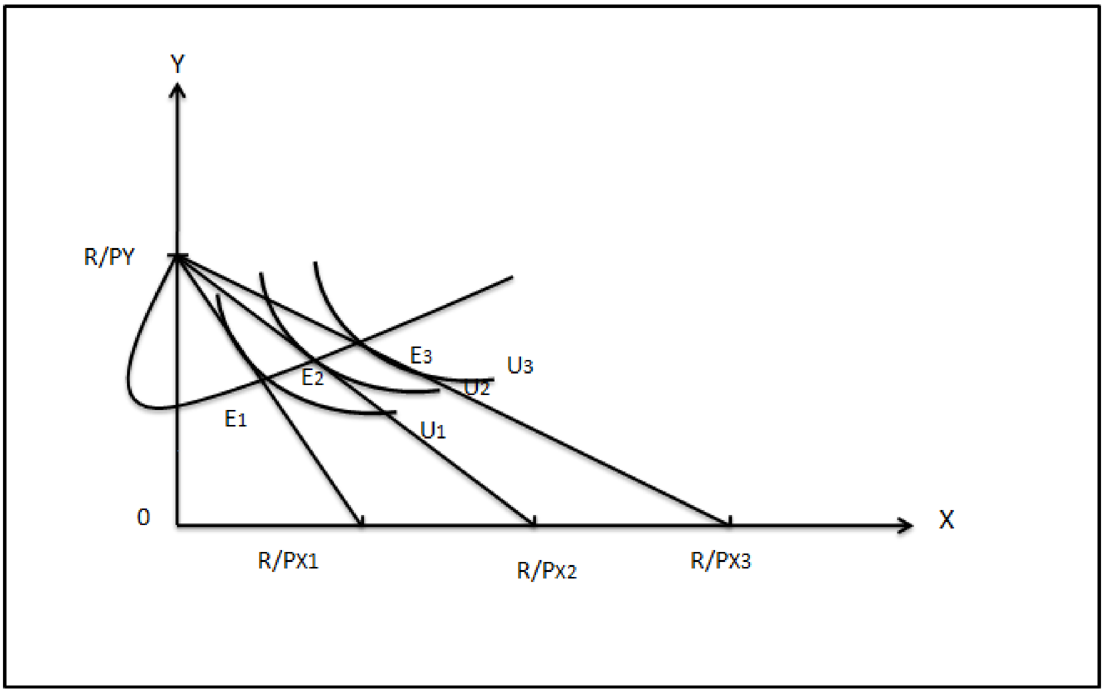
2. معادلة منحنى استهلاك الدخل مستنتجة من شرط التوازن (علاقة التوازن)

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = \frac{10}{5} = 2 \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = 2$$
$$\Rightarrow \boxed{y = 2x}$$

8. تغير محيط الاستهلاك (اثر تغير السعر)

1.8 منحنى استهلاك السعر: Price consumption curve

يعبر منحنى استهلاك السعر عن العلاقة التي تربط بين السعر والكميات المستهلكة من سلعة ما حيث بتغير السعر تتغير الكمية. يتم الحصول على هذا المنحنى من خلال ربط مختلف النقاط التوازنية الناتجة عن تغير في سعر أحد السلعتين مع ثبات العوامل الأخرى.

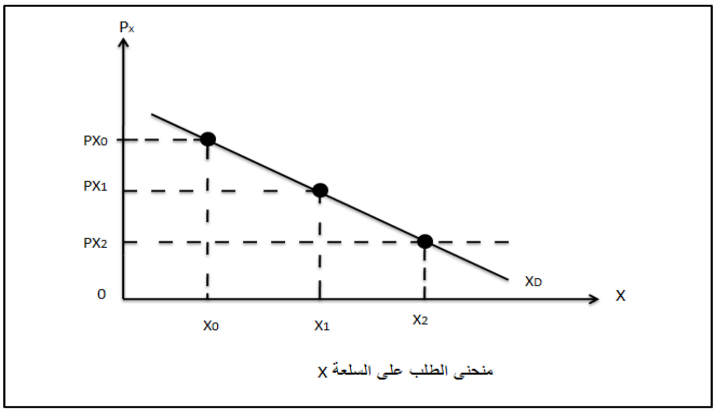


منحنى (9): منحنى استهلاك-السعر

a. منحنى الطلب الفردي

يسمح لنا منحنى استهلاك السعر باشتقاق منحنى الطلب الفردي على السلعة التي تغير سعرها. يعبر منحنى الطلب عن العلاقة التي توجد ما بين المستويات المختلفة للسعر والمستويات المناسبة للطلب مع ثبات العوامل الأخرى.

نلاحظ أن منحنى الطلب ذو ميل سالب وهذا راجع للعلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعرها: إذا ارتفع السعر انخفضت الكمية المطلوبة و العكس صحيح وهذا ما يسمى بقانون الطلب.



منحنى (10): منحنى الطلب على السلعة x

تمرين تطبيقي (11)

لدينا مستهلك يتمتع بدالة المنفعة $U = x.y$ وبدخل R=24 ، إذا كان سعر السلعةX هو 4وحدات نقدية وسعر السلعة y هو 3 وحدات نقدية.

1- حدد نقطة توازن المستهلك.
2- إذا انخفض سعر السلعة **X** و أصبح يساوي 2ون ، أحسب نقطة التوازن الجديدة.
3- إذا أصبح سعر السلعة **X** يساوي 1ون. أجد نقطة التوازن الجديدة. ماذا تلاحظ؟
4- أوجد معادلة منحنى استهلاك-سعر (دالة الطلب).

الحل:

1. تحديد نقطة توازن المستهلك:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3y=4x$$

$$\Rightarrow y=\frac{4}{3}x$$

نعوض علاقة التوازن ($y=\frac{4}{3}x$) في معادلة الدخل فنجد:

$$R=4x+3y \Leftrightarrow 24=4x+3y \Rightarrow 24=4x+3(\frac{4}{3}x)$$

$$\Leftrightarrow 24=8x \quad \Rightarrow x=3$$

$$\Rightarrow y=4$$

$$E_1(3;4)$$

$$U_1 = x.y$$
$$U_1 = 3.4 = 12$$

7- حساب نقطة توازن المستهلك في حالة $\mathbf{P_{x2} = 2}$

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3y=2x \Rightarrow y=\frac{2}{3}x$$

$$24=2x+3y \Leftrightarrow 24=2x+3(\frac{2}{3}x)$$

$$\Leftrightarrow 24=4x$$

$\Rightarrow x=6$

$\Rightarrow y=4$

$E_2(6;4)$

$U_2 = x.y$
$U_1 = 6.4 = 24$

8- لنجد توازن المستهلك عند $\mathbf{P_{x3} = 1}$

$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3y=x$

$24=x+3y \Leftrightarrow 24=3y+3y$

$\Leftrightarrow 24=6y$

$\Rightarrow y=4$

$\Rightarrow x=12$

$E_3(12;4)$

$U_1 = x.y$
$U_1 = 12.4 = 48$

الملاحظة: إن انخفاض سعر السلعة x مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة أدى الى ارتفاع الكميات المستهلكة من السلعة x في كل مرة مما أدى إلى زيادة منفعة المستهلك.
بيانيا: يؤدي انخفاض سعر السلعة x مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة الى انحراف خطوط الميزانية نحو اليمين عند السلعة x، إضافة إلى انتقال منحنيات السواء نحوى الأعلى (أي مستوى اشباع أكثر) وعليه فإن نقاط التوازن تنتقل من E_1 إلى E_2 تم إلى E_3. إن الربط بين نقاط التوازن المختلفة الناتجة عن انخفاض السعر يمكننا من الحصول على منحنى استهلاك- السعر.

9- لنبحث عن معادلة إستهلاك-سعر:

لإيجاد معادلة الاستهلاك-السعر نحتاج إلى الخطوات التالية:

- نقوم بإنشاء جدول الطلب بالاعتماد على نقاط التوازن المحسوبة:

	A	B	C
X	3	6	12
P_x	4	2	1

- نقوم بتشكيل جملة معادلتين بعد اختيار نقطتين فقط: $x = aP_x + b$

لنختار النقطة **A** و **C** و نشكل دالة الطلب(العلاقة بين السعر والكمية) على الشكل التالي:

$$\begin{cases} (A): 3 = 4a + b \rightarrow ① \\ (C): 12 = a + b \rightarrow ② \end{cases}$$

① - ② $\Leftrightarrow$ $9= -3a \Rightarrow \boxed{a=-3}$

لإيجاد **b** يكفي تعويض **a** إما في ① **أو** ②

② $\Leftrightarrow (-3) + b=12 \Rightarrow \boxed{b=15}$

إذن معادلة منحنى استهلاك-سعر (دالة الطلب) هي:

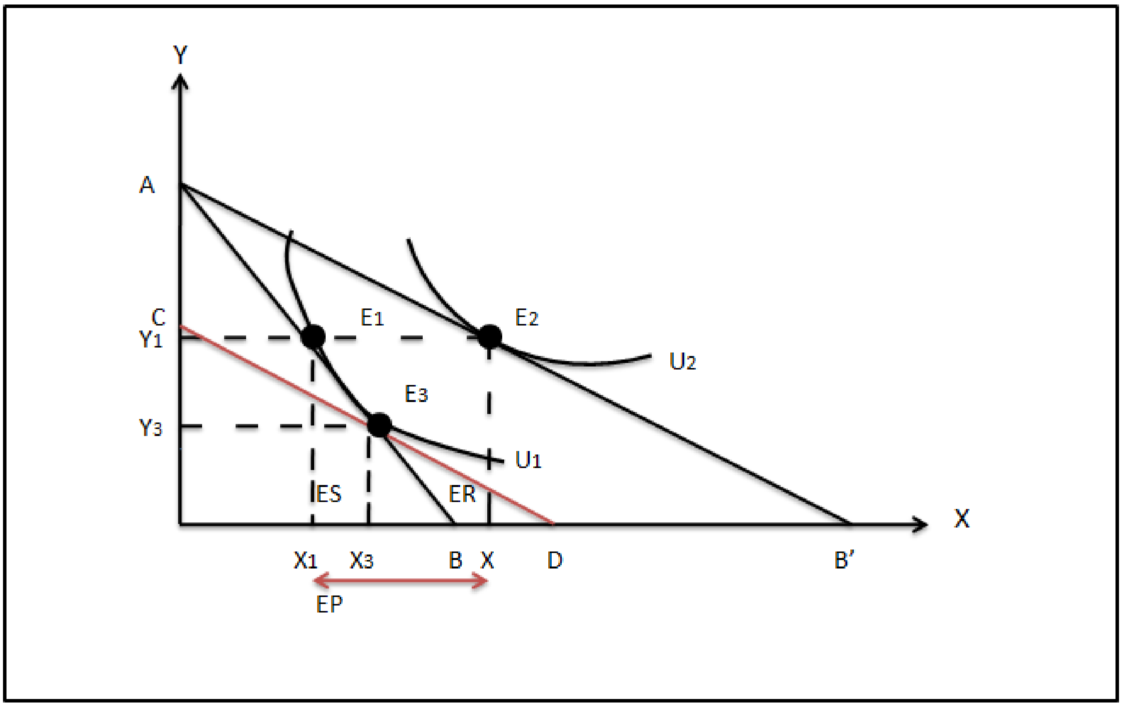
$X=-3P_x +15$

9. تحليل أثر السعر إلى أثر الإحلال وأثر الدخل اعتمادا على تحليل Hicks

يؤدي انخفاض سعر السلعة x إلى الزيادة في الكمية المطلوبة من هذه السلعة. يمكن تقسيم أثر انخفاض سعر السلعة x إلى أثريين:

- أثر الإحلال: نتيجة لانخفاض سعر السلعة x سيقوم المستهلك بإحلال (استبدال) السلعة x محل السلعة y.
- أثر الدخل: بما أن الدخل النقدي للمستهلك لم يتغير فإن انخفاض سعر السلعة x سيولد لديه دخل إضافي (الدخل الحقيقي) أي زيادة القدرة الشرائية لهذا المستهلك.

يمكن توضيح ذلك بالرسم البياني:



منحنى (11): أثر السعر,أثر الإحلال و أثر الدخل بفرضية Hicks

يوضح الشكل السابق أن المستهلك يستهلك سلعتين **x** و **y** وأنه في البداية كان عند نقطة التوازن E_1 على منحنى السواء الأول U_1 الذي يمس خط الميزانية **AB** . ونتيجة لانخفاض سعر السلعة **x** مع بقاء سعر السلعة **y** ثابت فإن خط الميزانية يصبح **'AB** وهو يمس منحنى السواء الثاني U_2 عند النقطة E_2 وبالتالي فإن المستهلك ينتقل من نقطة التوازن E_1 إلى نقطة التوازن E_2 ويصبح يستهلك الكمية X_2 بدلا من X_1 .

يمكن توضيح أثر الدخل (ER) اعتمادا على فرضية **Hicks** برسم خط ميزانية جديد (CD) موازي لخط الميزانية الثاني **'AB** الناتج عن زيادة القدرة الشرائية للمستهلك بسبب انخفاض سعر السلعة **x** حيث يمس خط الميزانية الجديد (CD) منحنى السواء الأول في النقطة E_3. وبذلك يكون أثر الإحلال **(ES)** هو الانتقال من نقطة التوازن E_1 إلى نقطة التوازن E_3 وأثر الدخل **(ER)** هو الانتقال من نقطة التوازن E_3 إلى E_2. ويكون أثر السعر أو الأثر الكلي (EP)هو الانتقال من نقطة التوازن E_1 إلى E_2.

$$ER = E_2 - E_3$$

$$ES = E_3 - E_1$$
$$EP = E_2 - E_1$$
أو $EP = ES + ER$

تمرين تطبيقي (12)
إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = x.y$$

وكان دخل المستهلك هو 240 ون بينما أسعار السلعتين هما $P_x = 8$ و $P_y = 3$.

1- أوجد الكميات المستهلكة من **(X,Y)** التي تحقق أقصى إشباع.
2- تخضع السلعة **(X)** لدعم يقدر ب **25 %** أوجد التوازن الجديد. حلل النتائج المحصل عليها.
3- حدد أثر الإحلال أثر الدخل و أثر السعر حسابيا وبيانيا باستعمال نظرية **Hicks.**

الحل :

$$\begin{cases} U = f(x,y) = x.y \\ P_x = 8 \\ P_y = 3 \\ R = 240 \end{cases}$$

1- تحديد الكميات المستهلكة من (X,Y):

علاقة توازن
$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow 8x = 3y \Rightarrow \boxed{y = \frac{8}{3}x}$$

نعوض علاقة التوازن في معادلة الدخل R :

$$R = xP_x + yP_y$$
$$240 = 8x + 3y \Leftrightarrow 240 = 8x + 3(\frac{8}{3}x) \Rightarrow x = \frac{240}{16}$$
$$\Rightarrow \boxed{x = 15}$$
$$\boxed{y = 40}$$

$E_1(15;40)$

حساب مستوى المنفعة:

$$U_1 = x.y = (15).(40)$$
$$\boxed{U_1 = 600}$$

2- البحث عن التوازن الجديد بعدما تخضع السلعة (X) **لدعم يقدر ب 25%**

$$P_{x_{\text{جديد}}} = P_{x1} - (P_{x1} * 25\%) \Rightarrow P_{x_{\text{جديد}}} = 8 - 8(0.25)$$
$$P_{x_{\text{جديد}}} = 6_{um}$$

ملاحظة: خضوع السلعة x ا لدعم يؤدي الى انخفاض السعر على عكس الضريبة والرسم اللذان يتسببان في ارتفاع السعر.

علاقة توازن جديدة
$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x}$$

نعوض علاقة التوازن الجديدة في معادلة الدخل R :

$$R = xP_x + yP_y$$

$$240 = 6x + 3y \Leftrightarrow 240 = 6x + 3(2x) \; ? \; x = \frac{240}{16}$$

$$\Rightarrow 240 = 12x \qquad \Rightarrow \boxed{x = 20}$$

$$y = 2x = 2(20) \quad \Rightarrow \boxed{y = 40}$$

$E_2(20;40)$

مستوى المنفعة الجديد هو:

$$U_2 = x.y = (20)(40) \Rightarrow U_2 = 800$$

<u>تحليل النتائج:</u>

إن انخفاض سعر السلعة **x** من 8 إلى 6 وحدات نقدية أدى الى ارتفاع الكميات المستهلكة من السلعة (**X**) من 15 إلى 20 وحدة مما أدى بدوره الى ارتفع مستوى المنفعة من 600إلى 800 وحدة.

$$\underline{\mathbf{P_x} \searrow \Longrightarrow \boldsymbol{X} \nearrow \Longrightarrow \boldsymbol{U} \nearrow}$$

3- أثر السعر، أثر الإحلال والدخل باستعمال نظرية Hicks :

أ- حسابيا

قبل تحديد أثر السعر، أثر الإحلال والدخل نقوم بحساب نقطة التوازن الوهمية E_3 التي لها نفس منفعة نقطة التوازن E1 أي أن المستهلك يتحرك على نفس منحنى السواء الأول رغم تغير سعر السلعة x:

$$\begin{cases} U_1 = x.y = (20)(15) = 600 & \rightarrow \quad ① \\ \\ y = 2x & \rightarrow \text{(Px علاقة توازن جديدة (في حالة انخفاض} \quad ② \end{cases}$$

نقوم بتعويض ② في ① فنجد:

$$x.2x = 600 \Rightarrow 2x^2 = 600 \Rightarrow x^2 = 300 \Rightarrow x = \sqrt{300} \Rightarrow x = 17.32 \Leftrightarrow \qquad ①$$

$$y = 2x = 2(17.32) \quad \Rightarrow \boxed{y = 34.64}$$

$E_3(17.32;34.64)$

- أثر الإحلال: هو انتقال المستهلك من نقطة توازن E_1 إلى E_3 (نقطة التوازن الوهمية) يقوم من خلالها المستهلك بعملية الإحلال أي الاستبدال حيث يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء أي أنه لن يحصل على منفعة أكبر و إنما يغير التركيبة الاستهلاكية فقط ويحصل هذا بعملية الإحلال، يعبر عن هذا الانتقال بأثر الإحلال ويحسب:

$$ES = E_3 - E_1$$

$$\begin{cases} X_3 - X_1 = 17.32 - 15 = 2.32 \\ Y_3 - X_1 = 34.64 - 40 = -5.36 \\ \end{cases}$$

- أثر الدخل: هو انتقال المستهلك من نقطة التوازن E_2 إلى نقطة التوازن E_3 ,نتيجة لانخفاض سعر السلعة X ارتفعت المنفعة من 600إلى 800 و لبلوغ المستوى الجديد من المنفعة لابد له من دخل أكبر (دخل إضافي) ويعبر عن أثر الدخل كما يلي :

$$ER = E_2 - E_3$$

$$\begin{cases} X_2 - X_3 = 20 - 17.32 = 2.68 \\ Y_2 - X_3 = 40 - 34.64 = 5.36 \end{cases}$$

- أثر السعر: هو الانتقال المستهلك من E_1 إلى E_2 ، نظرا لانخفاض من سعر السلعة X من 8 إلى 6 و.ن، ارتفعت الكميات المستهلكة من السلعة X من 15 إلى 20 وحدة وبالتالي ارتفع مستوى المنفعة من 600 =U_1 **إلى** 800 =U_2

هذا الانتقال من E_1 إلى E_2 يعبر عنه بأثر السعر ويحسب:

$$EP = E_2 - E_1$$

$$\begin{cases} X_2 - X_1 = 20 - 15 = 5 \\ Y_2 - X_1 = 40 - 40 = 0 \end{cases}$$

ب- أثر الإحلال ،الدخل و السعر بيانيا

- نقطة التوازن الأولىE_1(40; 15)

- تمثيل منحنى السواء U_1:

$$\begin{cases} U = xy = 600 \\ y = \dfrac{600}{x} \end{cases}$$

x	y
10	60
15	40
40	15
60	10

- رسم خط الميزانية:

$$y_1 = \frac{-P_X}{P_Y}x + \frac{R}{y} = \frac{-8}{3}x + 80$$

x	0	30
y	80	0

- نقطة التوازن الثانيةE_2(40; 20)

- تمثيل منحنى السواء

$$\begin{cases} U = xy = 800 \\ y = \dfrac{800}{x} \end{cases}$$

x	y
10	80
20	40
40	80
80	10

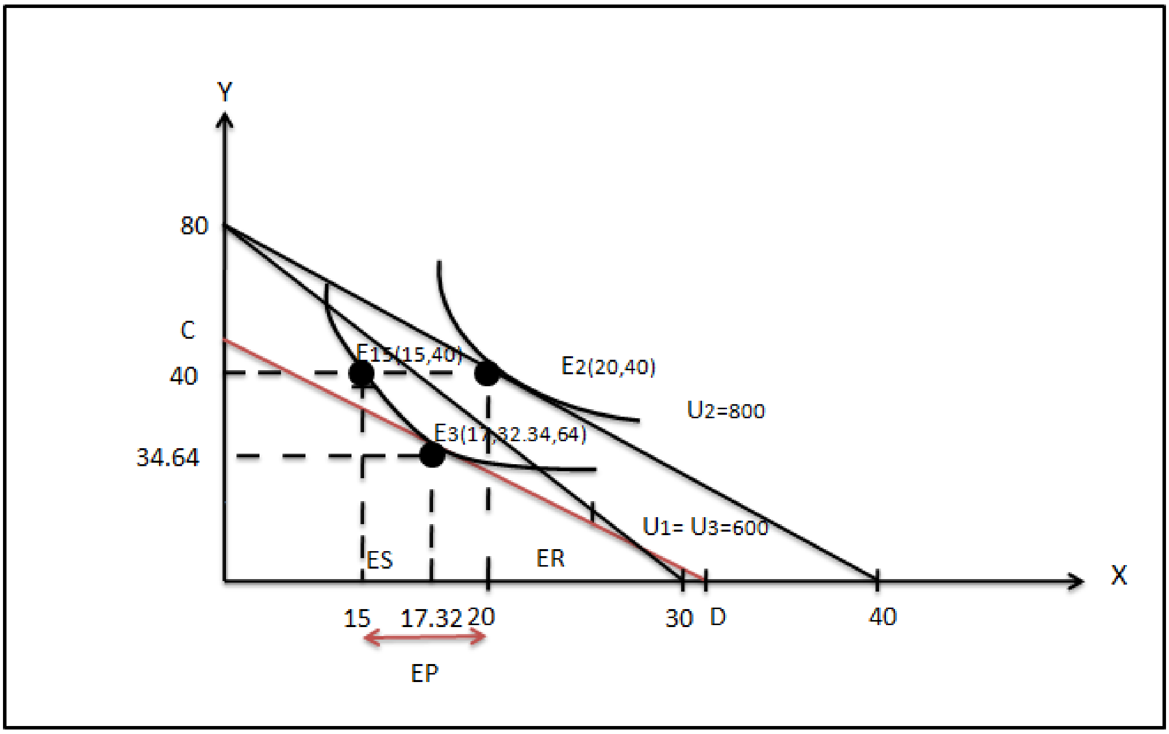
- رسم خط الميزانية

$$y_2 = \frac{-P_{X2}}{P_{Y1}} x + \frac{R}{P_{Y1}} = -2x + 80$$

x	0	40
y	80	0

- نقطة التوازن الثالثة $E_3(17.32\ ;34.64)$

نرسم خط ميزانية وهمي يوازي خط الميزانية الثاني و يمس منحنى السواء الأول في النقطة E_3.



المبحث الثالث: نظرية الطاب Demand theory

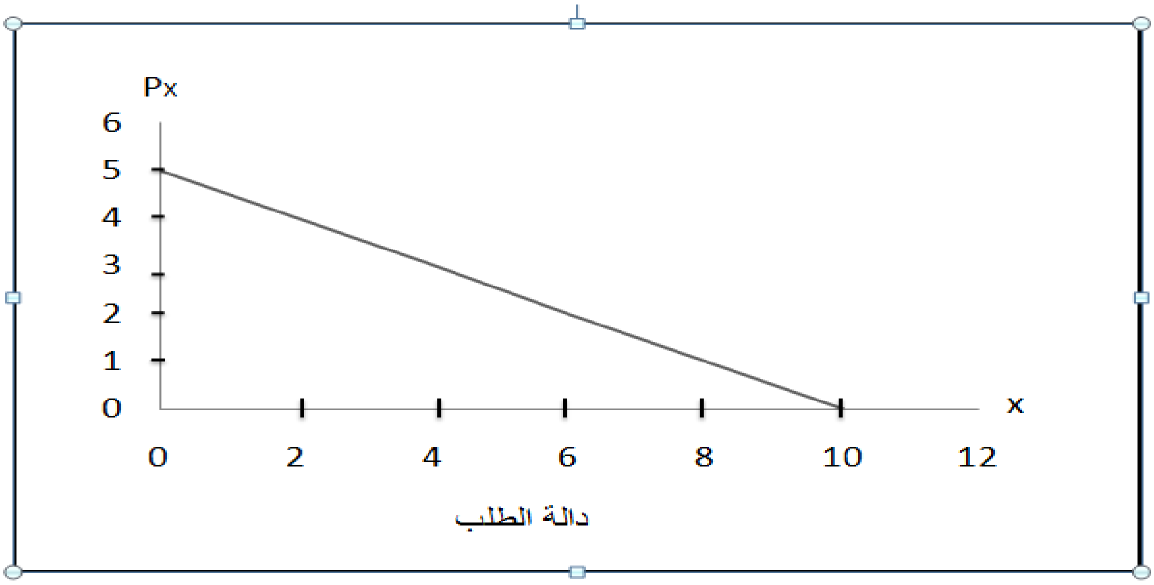
1- تعريف الطلب

يمكن تعريف الطلب على أنه مجموع الكميات المختلفة التي يرغب ويستطيع المستهلك شراءها من سلعة معينة عند أسعار محددة وخلال فترة زمنية محددة. ويتوقع غالبا بأنه كلما انخفض سعر السلعة كلما ازدادت الكمية المطلوبة منها. وكلما ارتفع سعر السلعة كلما انخفضت الكمية المطلوبة منها بمعنى أن العلاقة بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها هي علاقة عكسية وهذا ما يطلق عليه قانون الطلب (مع بقاء العوامل الأخرى المؤثرة في الطلب ثابتة).

2- منحنى الطلب Demand curve

يعبر الجدول التالي عن الكميات المطلوبة من السلعة x لمستهلك ما عند مستويات مختلفة من الأسعار (جدول الطلب).

السعر P_X	0	1	2	3	4	5
الكمية X	10	8	6	4	2	0



منحنى (12): دالة الطلب

نلاحظ من خلال الرسم البياني أن منحنى الطلب هو منحنى متناقص يكون فيها الميل سالبا للدلالة على العلاقة العكسية بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة منها و تسمى دالة الطلب .

3- الصيغة الرياضية لدالة الطلب

هي العلاقة الرياضية التي تعبر عن الكمية المطلوبة من سلعة ما والعوامل المحددة لها ويمكن صياغتها كالاتي:

$$X_D = f(P_X, P_y, R, L)$$

حيث:

X_D: الكمية المطلوبة من السلعة **X**.

P_X: سعر السلعة **X**.

P_y: أسعار السلع البديلة والمكملة.

R: الدخل المخصص لاستهلاك السلعة **X**.

L: مجموع المحددات الكيفية الأخرى.

4- دالة الطلب السعرية:

إن دراسة أثر تغير محددات الطلب على الكمية المطلوبة يتطلب دراسة أثر عامل واحد مع ثبات العوامل الأخرى والذي يكون في أغلب الأحيان سعر السلعة فنحصل بذلك على دالة الطلب السعرية التي يمكن صياغتها كالاتي:

$$\boldsymbol{X_D = f(P_X) = -\,aP_X + b}$$

حيث:

$\boldsymbol{X_D}$:الكمية المطلوبة من السلعة **X**.

P_X: سعر السلعة X.

b: مقدار ثابت يعبر عن الكمية المطلوبة التي لا تتأثر بالسعر لما P_X يساوي الصفر ($X_D = b$).

a –: ميل دالة الطلب السعرية وهو يمثل مقدار التغير في الكمية المطلوبة من السلعة الناتج عن تغير السعر بوحدة واحدة.

$$a = \frac{\Delta \boldsymbol{X_D}}{\Delta \boldsymbol{P_X}}$$

5- اشتقاق دالة الطلب رياضيا:

لايجاد دالة الطلب الفردي نستعمل نفس طرق البحث عن نقطة التوازن سواء طريقة شرطي التوازن, طريقة الاستبدال أو التعويض او طريقة مضاعف LAGRANGE دون القيام بأي تعويض عددي.

<u>تمرين تطبيقي 13:</u>

لتكن دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل التالي:

$$U = f(x, y) = x.y^2$$

- أوجد دالتي الطلب للسلعتين $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$؟

الحل:

$$U = f(x, y) = x.y^2$$

أ- دالة الطلب للسلعة $\boldsymbol{x}$

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y^2}{2yx} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{y}{2x} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow yPy = 2xPx$$

$$R = xP_x + yP_y$$
$$R = xP_x + 2xPx$$
$$R = 3xP_x \Rightarrow \boxed{x = \frac{R}{3P_x}}$$

ب- دالة الطلب لـلسلعة **Y**:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y^2}{2yx} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{y}{2x} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow yPy = 2xPx \Rightarrow xPx = \frac{yPy}{2}$$

$$R = xP_x + yP_y$$

$$R = \frac{yPy}{2} + yP_y$$
$$\Leftrightarrow R = \frac{yP_y + 2yP_y}{2}$$
$$\Leftrightarrow 2R = 3yP_yR$$
$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{2R}{3Py}}$$

6- مرونات الطلب

في الحالة العادية يتأثر الطلب على سلعة ما إما بسعرها, دخل المستهلك أو أسعار السلع البديلة والمكملة

1.6 أنواع مرونات الطلب

أ- مرونة الطلب السعرية: (المرونة المباشرة):

تعبر مرونة الطلب السعرية عن العلاقة الموجودة بين التغير النسبي للسعر وأثره بالنسبة للطلب, و بما أن العلاقة بين السعر و الكمية المطلوبة عكسية، فإن معامل مرونة الطلب السعرية يكون سالبا.

- **الحالات العامة لمرونة الطلب السعرية المباشرة:** ميز الاقتصاديون بين خمس حالات لمرونة الطلب السعرية المباشرة:

- مرونة تامة $^{e_x}/_{px}$ = -∞: وهذا يعني أن تغير صغير جدا في السعر يترتب عليه تغير بنسبة لانهائية في الكمية المطلوبة.
- مرونة نسبية$-1 > {}^{e_x}/_{px} >$ -∞ وهذا يعني أن التغير النسبي الذي يحدث في الكمية المطلوبة أكبر من التغير النسبي في السعر.
- مرونة أحادية(متكافئة)$^{e_x}/_{px} = -1$ وهذا أن التغير النسبي الذي يحدث في الكمية المطلوبة مساوي للتغير النسبي في السعر.
- عدم المرونة$^{e_x}/_{px} = 0$ وهذا يعني أن الكمية المطلوبة لا تتأثر بتغير الأسعار.
- عديم المرونة نسبيا $01 > {}^{e_x}/_{px}$ >1-وهذا يعني أن التغير النسبي الذي يحدث في الكمية المطلوبة أصغر من التغير النسبي في السعر.

- **حساب مرونة الطلب السعرية:**

رياضيا تحسب المرونة السعرية المباشرة كالاتي:

- مرونة عند نقطة :

$$^{e_x}/_{px} = \frac{dX}{dP_X}.\frac{P_X}{X}$$

- مرونة بين نقطتين:

$$^{e_x}/_{px} = \frac{\Delta X}{\Delta P_X}.\frac{P_{X1}}{X_1}$$

ب- **مرونة الطلب التقاطعية:** تعتبر هذه المرونة مقياس لدرجة استجابة الطلب على سلعة ما للتغيرات في سعر سلعة أخرى, حيث تمكن المرونة التقاطعية من معرفة طبيعة العلاقة بين السلعتين X و Y فيما إذا كانت علاقة تبادل أو تكامل أو استقلال.

- الحالات العامة لمرونة التقاطع: يمكن لمرونة التقاطع أن تكون:

سالبة $e_x/_{py} < 0$ وتحدث هذه الحالة لما تكون السلعتان (X,Y)سلعتان متكاملتان أو متممتان (القهوة والسكر).
موجبة$e_x/_{py} > 0$ وتحدث هذه الحالة لما تكون السلعتان (X,Y)سلعتان متنافستان (القهوة والشاي).
معدومة$e_x/_{py} = 0$ وتحدث هذه الحالة لما تكون السلعتان (X,Y)سلعتان منفصلتان.

وتعطى عبارة المرونة التقاطعية رياضيا كالاتي:

- عند النقطة :

$$e_x/_{py} = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dP_Y}} \cdot \frac{\mathrm{P_Y}}{\mathrm{X}}$$

- بين نقطتين :

$$e_x/_{py} = \frac{\Delta \mathrm{X}}{\Delta \mathrm{P_Y}} \cdot \frac{\mathrm{P_{Y_1}}}{\mathrm{X_1}}$$

ت- مرونة الطلب بالنسبة للدخل: تعبر عن العلاقة الموجودة بين التغير النسبي للدخل وأثره بالنسبة للطلب. حيث يسمح هذا النوع من المرونة بالتعرف على طبيعة السلعة.
الحالات العامة لمرونة الطلب الدخلية: يمكن لمرونة الدخل أن تكون:
(موجبة)$e_x/_R > 0$ وهذا يشير أن السلعة X هي سلعة عادية حيث يوجد نوعان:

- تكون السلعة X عادية أساسية إذا كان$e_x/_R \in]0; 1[$
- تكون السلعة X عادية كمالية إذا كان$e_x/_R > 1$

(سالبة)$e_x/_R < 0$ وهذا يشير أن السلعة X تستجيب عكسيا للزيادة في الدخل, لذلك فهي سلعة دنيا (رديئة).
وتحسب مرونة الدخل كالاتي:

- عند نقطة:

$$e_x/_R = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dR}} \cdot \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{X}}$$

- بين نقطتين:

$$e_x/_R = \frac{\Delta \mathrm{X}}{\Delta \mathrm{R}} \cdot \frac{\mathrm{R_1}}{\mathrm{X_1}}$$

<u>مثال تطبيقي 14 :</u>
إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = \frac{1}{2}x^2 + x^2 y$$

1- حدد دالة الطلب على السلعة X

2- إذا كنت تعلم أن $P_x = 4$، $P_y = 9$ و R= 360 أحسب كلا من : المرونة السعرية، مرونة التقاطع

ومرونة الدخل للسلعة X .

<u>الحل :</u>

$$U = \frac{1}{2}x^2 + x^2y$$

1- تحديد دالة الطلب للسلعة X :

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{2x.y+x}{x^2} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y+1}{x} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow 2yP_Y + P_Y = xP_X$$

$$\Leftrightarrow 2yP_Y = xP_X - P_Y$$

$$\Rightarrow yP_Y = \frac{xP_X - P_Y}{2}$$

نعوض العلاقة ($yP_Y = \frac{xP_X - P_Y}{2}$) في معادلة الدخل R:

$$R = xP_x + yP_y \Leftrightarrow R = xP_x + \frac{xP_X - P_Y}{2} \Rightarrow R = \frac{2xP_x + xP_X - P_Y}{2}$$

$$\Rightarrow 2R = 3xP_x - P_y$$

$$\Rightarrow 2R + P_y = 3xP_x$$

$\Rightarrow x = \frac{2R+P_Y}{3P_X}$ دالة الطلب للسلعةx

2- حساب المرونات:

- المرونة السعرية (المباشرة):

$$e_x/_{px} = \frac{dX}{dP_X} \cdot \frac{P_X}{X}$$

$$x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$

$$e_x/_{px} = \frac{(2R + P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} \cdot \frac{P_X}{\frac{2R+P_Y}{3P_X}}$$

$$e_x/_{px} = \frac{0 - 3(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} * \frac{P_X * 3P_X}{2R + P_Y}$$

$$\Rightarrow \boxed{e_x/_{px} = -1}$$

التفسير :

نوع المرونة: مرونة أحادية (متكافئة) لأن $e_x/_{px} = -1$

الشرح: عندما يرتفع السعر ب1% ينخفض الطلب بنفس النسبة أي 1% .

- مرونة الدخل $e_x/_R$:

$$e_x/_R = \frac{dX}{dR} \cdot \frac{R}{X}$$

$$x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$

$$e_x/_R = \frac{dX}{dR}.\frac{R}{X} \quad = \quad \frac{(2R+P_Y)'(3P_X)-(3P_X)'(2R+P_Y)}{(3P_X)^2}.\frac{P_X}{\frac{2R+P_Y}{3P_X}}$$

$$e_x/_R = \frac{2(3P_X)}{9{P_X}^2}.\frac{R(3P_X)}{2R+P_Y} \quad = \frac{2R}{2R+P_Y} = \frac{2(360)}{2(360)+9}$$

$$e_x/_R = 0.98$$

التفسير:

بما أن $e_x/_R \in]0;1]$ فإن X هي سلعة عادية أساسية .

- المرونة التقاطعية : $e_x/_{py}$

$$e_x/_{py} \quad = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dP_Y}}.\frac{\mathrm{P_Y}}{\mathrm{X}}$$

$$x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$

-

$$e_x/_{py} = \frac{(2R + P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R + P_Y)}{(3P_X)^2}.\frac{P_X}{\frac{2R+P_Y}{3P_X}}$$

$$e_x/_{py} = \frac{(P_Y)}{2R + P_Y}$$

$$e_x/_{py} = \frac{9}{2(360)}$$

$$e_x/_{py} = 0.0125$$

التفسير:

بما أن $e_x/_{py} > 0$ إذن (X,Y) هما سلعتان متبادلتان (متنافستان)

الفصل الثاني: دراسة نظرية سلوك المنتج

المبحث الأول: دراسة نظرية سلوك المنتج بدوال الإنتاج:

1. دالة الإنتاج Production function

هي عبارة عن دالة التي تربط بين عناصر الإنتاج المستخدمة في عملية الإنتاج وكمية الإنتاج من سلعة ما وذلك في فترة زمنية محددة.

تكتب دالة الإنتاج كالتالي:$X = f(L, K)$ حيث:

X : حجم الإنتاج

K : عنصر رأس المال وهو مجموع وسائل الإنتاج من الآلات والمعدات.

L : عنصر العمل (غالبا ما يعبر عنه بعدد العمال أو ساعات العمل).

عند دراسة دالة الإنتاج يجب أن نفرق بين الفترة القصيرة والفترة الطويلة, تتميز الفترة القصيرة بتغير عنصر واحد وثبات العناصر الأخرى, أما الفترة الطويلة فتتميز بتغير كل عناصر الإنتاج مع بعض.

2. دوال الإنتاج في الفترة القصيرة

1.2 الإنتاجية الكلية: نعتبر أن عنصر الإنتاج العمل هو المتغير الوحيد بينما رأس المال يبقى ثابت ونكتب دالة الإنتاج بدلالة العمل فقط:

$$X = f(L, K_0) = f(L)$$

2.2 الإنتاجية الحدية للعمل PmL : هي عبارة عن التغير الناتج في الإنتاجية الكلية عند استخدام وحدة إضافية من عنصر الإنتاج العمل (L) وتساوي:

في حالة دالة الإنتاج متقطعة (غير مستمرة) $X`_L = PmL = \frac{\Delta X}{\Delta L}$

في حالة دالة الإنتاج مستمرة $X`_L = PmL = \frac{dX}{dL}$

3.2 **الإنتاجية المتوسطة للعمل PML:** هي عبارة عن إنتاجية وحدة عند استعمال كميات مختلفة من عنصر الإنتاج العمل (L) وهي حاصل قسمة الإنتاج الكلي على عدد وحدات عنصر الإنتاج (L) وتساوي:

$$\overline{X_L} = PML = \frac{X}{L}$$

4.2 **قانون تناقص الغلة** : كلما زادت عدد الوحدات المستخدمة من عامل الإنتاج المتغير العمل مع بقاء رأس المال ثابت فإن دالة الإنتاج تكون متزايدة في المرحلة الأولى ثم تزداد بوتيرة متناقصة إلى أن تبلغ مستواها الأقصى في المرحلة الثانية أين تبدأ بالتناقص.

تمرين تطبيقي 1:

الجدول التالي يوضح تغير حجم الإنتاج تبعا لتغير عنصر العمل (L) مع مستوى ثابت لعنصر رأس المال .K=5

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
X	0	5	15	30	40	48	52	52	48

المطلوب:

1. أحسب الإنتاجية الحدية والإنتاجية المتوسطة.
2. مثل بيانيا كلا من الإنتاجية الكلية, الإنتاجية المتوسطة والإنتاجية الحدية.
3. علق على التمثيل البياني مبينا العلاقة بين مختلف الإنتاجيات ومراحل الإنتاج.

الحل

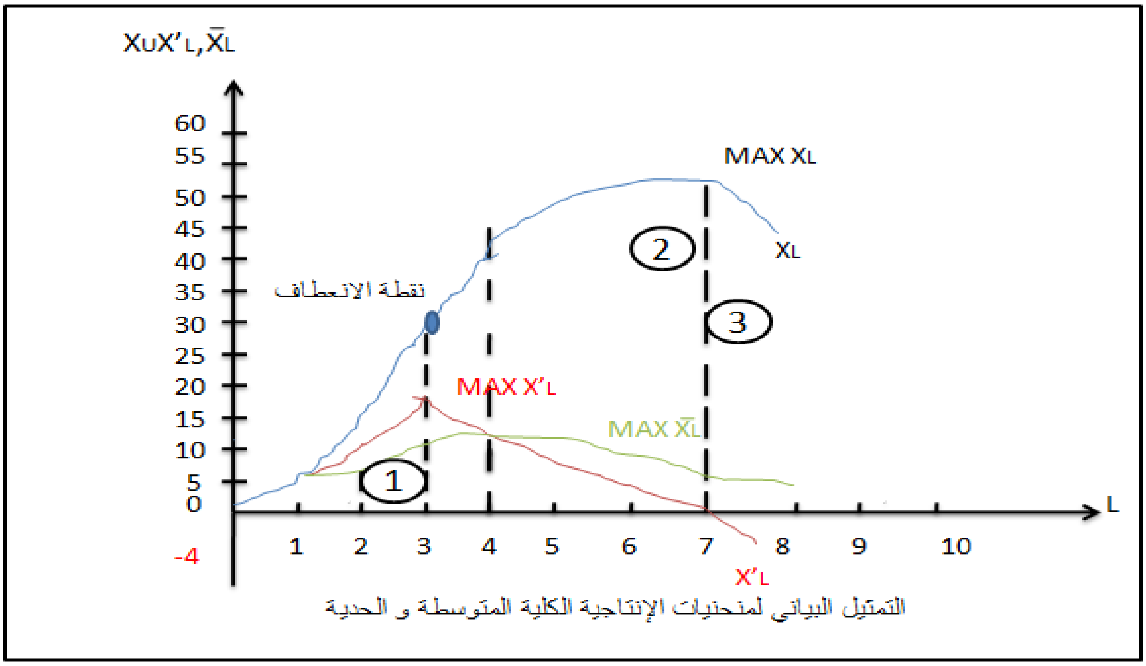
1. حساب الإنتاجية الحدية والإنتاجية المتوسطة:

الإنتاجية الحدية $X'_L = \frac{\Delta X}{\Delta L}$

الإنتاجية المتوسطة $\overline{X_L} = \frac{X}{L}$

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
X	0	5	15	30	40	48	52	52	48
X'_L	-	5	10	15	10	8	4	0	-4
$\overline{X_L}$	-	5	7.5	10	10	9.6	8.66	7.42	6

2. التمثيل البياني لمنحنيات الإنتاجية الكلية, المتوسطة والحدية.



منحنى (13): منحنى الإنتاجية الكلية, المتوسطة والحدية

2. العلاقة بين أنواع الإنتاجيات الثلاثة ومراحل الإنتاج:

يقسم الرسم البياني إلى ثلاثة مراحل (3 مناطق للإنتاج):

المرحلة الأولى$[0,\max\overline{x_L}[$: تزايد الإنتاج بمعدلات متزايدة (تبدأ من المبدأ إلى نقطة تساوي الإنتاجية الحدية مع الإنتاجية المتوسطة)في هذه المرحلة تكون الإنتاجية الكلية متزايدة بوتيرة سريعة, الإنتاجية الحدية تتزايد وتبلغ ذروتها عند نقطة انعطاف الإنتاجية الكلية ثم تبدأ في التناقص وتكون الإنتاجية المتوسطة متزايدة حتى تصل إلى أقصى قيمة لها عندما تتقاطع مع الإنتاجية الحدية $[L=0,L=4]$.

المرحلة الثانية $[\max\overline{x_L}\ ,\max X]$: تزايد الإنتاج بمعدلات متناقصة (من نقطة $\overline{x_L}=\ X`_L$) إلى ذروة الإنتاجية الكلية . في هذه المرحلة تكون الإنتاجية الكلية متزايدة ولكن بوتيرة بطيئة. الإنتاجية الحدية تتناقص وتنعدم عندما تبلغ الإنتاجية الكلية ذروتها عند $L=7$, الإنتاجية المتوسطة تتناقص. وهذا ما يعرف بقانون الغلة$[L=4,L=7]$.

المرحلة الثالثة$[\max X,......]$: تناقص الإنتاج. في هذه المرحلة يبدأ حجم الإنتاج في التناقص ونلاحظ كذلك أن الإنتاجية الحدية تصبح سالبة هذا يعني أن استخدام المزيد من عنصر الإنتاج العمل L لن يضيف شيئا في الإنتاجية الكلية والإنتاجية المتوسطة تتناقص كذلك.

ملاحظة: تعتبر المرحلة الثانية أحسن مرحلة لأن الإنتاج الكلي يستمر في التزايد نتيجة استخدام وحدات إضافية من العمل إلى غاية بلوغ هدف تعظيم الإنتاجية الكلية في نهاية المرحلة. وتعرف هذه المنطقة بالمنطقة الاقتصادية.

تمرين تطبيقي 2:

تنتج وحدة واحدة من المنتوج X طبقا لدالة الإنتاج التالية:

Q_U= -L²+9L

- حدد حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية كلية.

<u>الحل:</u>

Q_U= -L²+9L

$Q_U=\frac{Q}{L}\Rightarrow\ Q=Q_U.L\ =\ (-L^2+9L\ )L$

$(-L^2+9L)L\ =-L^3+9L^2$

$\text{Max ''Q''}\Leftrightarrow\begin{cases}Q'=0\ \rightarrow ①\\ Q''<0\ \rightarrow ②\end{cases}$ شرط تعظيم الإنتاج

① $\Leftrightarrow Q'=0\Leftrightarrow(-L^3+9L^2)'=0\Leftrightarrow-3L^2+18L=0$

$\Leftrightarrow L(-3L+18)=0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}L=0 & \text{أو}\ ①\\ -3L+18=0 & \rightarrow\ ②\end{cases}$

② $\Leftrightarrow-3L+18=0\Rightarrow L=\frac{-18}{-3}\Rightarrow\boxed{L=6}$

شرط ② $\Leftrightarrow(-3L^2+18L=0)'<0\Leftrightarrow-6L+18<0\Rightarrow-6L<-18$

$\Rightarrow L>\frac{18}{6}$

$\Rightarrow\boxed{L>3}$

من خلال الشرط ② نقبل L=6 كحجم يد عاملة الذي يعظم الإنتاج لأن $3 < 6$.

الفصل الثالث: التمارين المقترحة مع الحلول

<u>التمرين (1):</u> مستهلك يتحصل على دخل قيمته 18 و.ن الذي ينفقه بالكامل في شراء السلعة (X) حسب دالة المنفعة التالية:

$$U_X = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 10$$

1- حدد قيمة المنفعة التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع.
2- أحسب قيمة الدخل المنفق في شراء السلعة X.
3- أرسم منحنى المنفعة الكلية(U_X) والمنفعة الحدية(U_{mx}) مع تحليل العلاقة بينهما.

<u>حل التمرين (1):</u>

$$U_{T_X} = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 10$$

1- تحديد قيمة المنفعة U التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع:

$$U_{max} \Rightarrow \begin{cases} U'_x = 0 \\ U''_x < 0 \end{cases} \Rightarrow U_{max} \Rightarrow \begin{cases} -x + 5 = 0 \\ -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow U_{max} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ -1 < 0 \end{cases}$$ محققة

- **تحديد أقصى إشباع:**

$$U_{T_X} = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 10$$
$$U_{T_X} = -\frac{1}{2}5^2 + 5(5) + 10$$
$$U_{T_X} = 22.5\ unités$$

$$U_{T_X} = 22.5\ unités$$

إذن يحصل المستهلك على أقصى إشباع يقدر ب 22.5 وحدة عند استهلاك 5 وحدات من السلعة x.

2- حساب قيمة الدخل المنفق في شراء السلعة X علما أن Px = 18:

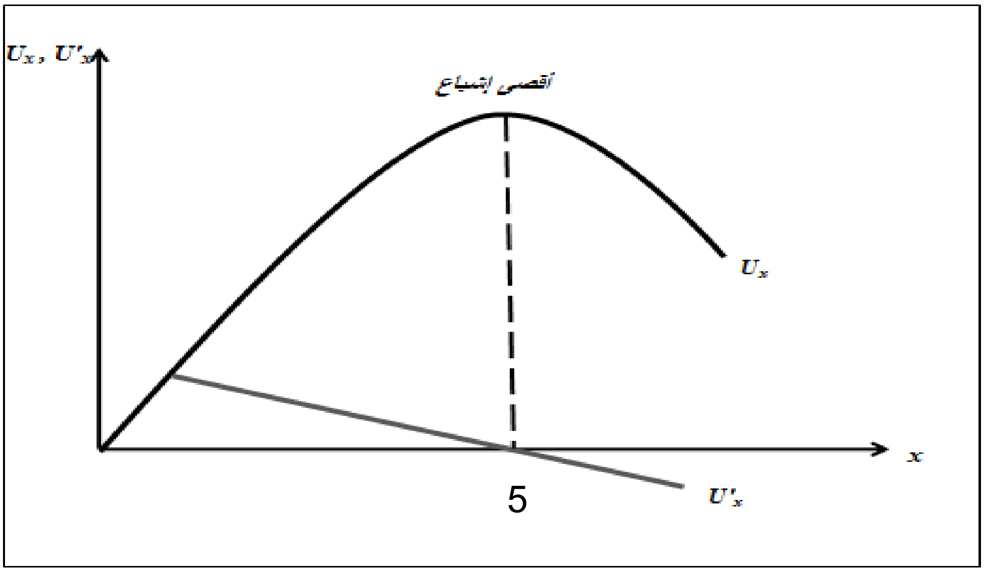
$$R = xP_x = 5 * 18 = 90\ u.m$$

3- رسم منحنى المنفعة الكلية(U_X) والمنفعة الحدية(U_{mx}) مع تحليل العلاقة بينهما.

$$U_{T_X} = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 10$$
$$U'_{T_X} = U_m = -x + 5$$

X	0	1	2	3	4	5	6
$\boldsymbol{U'_{T_X}}$	5	4	3	2	1	0	-1

U_{T_X}	10	14.5	18	20.5	22	22.5	22



تحليل العلاقة بين المنفعة الكلية(U_X) والمنفعة الحدية (U_{mx}) :

- تنعدم المنفعة الحدية عندما تصل المنفعة الكلية إلى أقصى مستوى لها أي عند إستهلاك المستهلك لـ 5 وحدات من السلعة x.
- تأخذ المنفعة الحدية القيم السالبة عندما تنخفض المنفعة الكلية أي عند مستوى من المنفعة يبلغ 22 وحدة الذي يقابله استهلاك 6 وحدات من السلعة x وهذا ما يدل على أن المستهلك بدأ يشعر بالملل ولذلك يريد استبدال السلعة x بسلعة أخرى.
- نلاحظ أنه بتزايد المنفعة الكلية تتناقص المنفعة الحدية، هذا ما يسمى بقانون" تناقص المنفعة الحدية.

التمرين(2): أحسب المنافع الحدية للسلعة ’’X’’ و ’’Y’’ لدوال المنفعة التالية:

1. $U(x,y) = 2\sqrt{x} \,.\sqrt{y}$
2. $U(x,y) = (x+3)(y+5)$
3. $U(x,y) = 3x^{3/4}.\, y^{1/2}$
4. $U(x,y) = x.y$
5. $U(x,y) = x^{\alpha}.\, y^{\beta}$
6. $U(x,y) = x^{\alpha}+ y^{\beta}$

حل التمرين (2):

$1.\, U_{(x,y)} = 2\sqrt{x}\,.\sqrt{y}$

- $U'_X = 2\frac{1}{2\sqrt{x}}\sqrt{y} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$
- $U'_Y = 2\sqrt{x}\frac{1}{2\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

$2.\, U(x,y) = (x+3)(y+5) = xy + 5x + 3y + 15$

- $U'_X = y + 5$
- $U'_y = x + 3$

3. $U(x,y) = 3x^{3/4}.y^{1/2}$

- $U'_X = 3.\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1}\ y^{1/2} = \frac{9}{4}x^{-1/4}.y^{1/2} = \frac{9y^{1/2}}{4x^{1/4}}$
- $U'_Y = 3x^{3/4}.\frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{3x^{3/4}}{2y^{1/2}}$

4. $U(x,y) = x.y$

- $U'_X = y$
- $U'_y = x$

5. $U(x,y) = x^{\alpha}.y^{\beta}$

- $U'_X = \alpha x^{\alpha-1}y^{\beta} = \alpha x^{\alpha}.x^{-1}.y^{\beta} = \frac{\alpha x^{\alpha}.y^{\beta}}{x}$
- $U'_y = x^{\alpha}.\beta y^{\beta-1} = x^{\alpha}.\beta y^{\beta}.y^{-1} = \frac{\beta x^{\alpha}.y^{\beta}}{y}$

6. $U(x,y) = x^{\alpha} + y^{\beta}$

- $U'_X = \alpha x^{\alpha-1}$
- $U'_y = \beta y^{\beta-1}$

التمرين (3):

الجدول التالي يمثل الكميات التي يستهلكها فرد من أجل الحصول على منفعة ما:

النقطة	X	Y
A	7	12
B	8	9
C	9	7
D	10	6.3
E	11	5.7
F	12	5.3

- أحسب المعدل الحدي للإحلال $TMS_{X/Y}$، مع تفسير النتيجة؟

حل التمرين (3):

المعدل الحدي للإحلال $TMS_{X/Y}$ هو مقدار الوحدات التي يتخلى عنها المستهلك من سلعة ما مقابل الحصول على وحدات إضافية من سلعة أخرى مع البقاء على نفس مستوى المنفعة حيث يعطى بالعلاقة التالية في حالة دالة غير مستمرة:[2]

[2] المعدل الحدي للإحلال قيمته سالبة (لأنه يعبر عن التخلي) لذلك نأخذه بالقيمة المطلقة.

$$TMS_{X/Y} = \left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|$$

	X	Y	ΔX	ΔY	$TMS_{X/Y}$
A	7	12	-	-	-
B	8	9	1	-3	3
C	9	7	1	-2	2
D	10	6.3	1	-0.7	0.7
E	11	5.7	1	-0.6	0.6
F	12	5.3	1	-0.4	0.4

التفسير:

- عند النقطة (B): يتخلى المستهلك عن 3 وحدات من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X).
- عند النقطة (C): يتخلى المستهلك عن وحدتين من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X).
- عند النقطة (D): يتخلى المستهلك عن 0.7 وحدة من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X).
- عند النقطة (E): يتخلى المستهلك عن 0.6 وحدات من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X).
- عند النقطة (F): يتخلى المستهلك عن 0.6 وحدات من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X)

من خلال النتائج المحصل عليها, نلاحظ أن قيم المعدل الحدي للإحلال تتجه إلى التناقص وهذا ما يعرف بمبدأ الإحلال الحدي (أي الاستبدال)، حيث أن كميات السلعتين تتغيران في اتجاه معاكس. فكلما زادت لدى المستهلك كمية من السلعة (X) قلت كمية السلعة (Y) التي يرغب في التخلي عنها في مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة X.

التمرين (4):

مستهلك (أ) يستهلك سلعتين x وy حسب دالة المنفعة التالية:

$$U(x,y) = 3x^{3/4}.\, y^{1/2}$$

أحسب المعدل الحدي للإحلال $TMS_{X/Y}$ للمستهلك (أ).

حل التمرين (4):

يحسب المعدل الحدي للإحلال في حالة دالة مستمرة بالعلاقة التالية:

$$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{-dY}{dX}$$

حسب معطيات التمرين نستعمل النسبة التالية:

$$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y}$$

$$U'_X = 3.\frac{3}{4}.x^{\frac{3}{4}-1}y^{1/2} = \frac{9y^{1/2}}{4x^{1/4}}\ ;$$
$$U'_Y = 3.\frac{1}{2}.y^{\frac{1}{2}-1}x^{3/4} = \frac{3x^{3/4}}{2y^{1/2}}$$
$$TMS_{X/Y} = \frac{\frac{9y^{1/2}}{4x^{1/4}}}{\frac{3x^{3/4}}{2y^{1/2}}} = \frac{3y}{2x}$$

التمرين (5):

أحسب المنفعة الحدية والمعدل الحدي للإحلال $TMS_{X/Y}$ لهذه الدوال:

1. $U(x,y) = xy$
2. $U(x,y) = 5x - x^2y$
3. $U(x,y) = 2\sqrt{x}.\sqrt{y}$
4. $U(x,y) = \frac{x+y}{x}$
5. $U(x,y) = 3x^{1/5}.y^{4/5}$

حل التمرين (5):

$U(x,y)$	U'_X	U'_Y	$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y}$
xy	y	x	TMS = $\frac{y}{x}$
$5x - x^2y$	5-2xy	x^2	TMS =$\frac{5-2xy}{x^2}$
$2\sqrt{x}.\sqrt{y}$	$2\frac{1}{2\sqrt{x}}\sqrt{y}$	$2\sqrt{x}\frac{1}{2\sqrt{y}}$	TMS =$\frac{\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}} = \frac{y}{x}$
$\frac{x+y}{x}$	$\frac{1(x)-(x+y)}{x^2}$=$\frac{y}{x^2}$	$\frac{1(x)}{x^2}$	TMS=$\frac{y/_{x^2}}{1/_{x}}$ =$\frac{y}{x}$
$.\ y^{4/5}3x^{1/5}$	$\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1}\ y^{4/5}$	$x^{\frac{1}{5}}\ \frac{4}{5}\ y^{\frac{4}{5}-1}$	TMS=$\frac{\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1}\ y^{4/5}}{x^{\frac{1}{5}}\frac{4}{5}y^{\frac{4}{5}-1}} = \frac{y}{4x}$

التمرين (6):

لدينا النموذج التالي:

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2}x^2y - 4 \\ 6 = \mathrm{x} + 0.5\mathrm{y} \end{cases}$$

حيث يمثل x و y الكميات المستهلكة من السلعتين X و Y ؛ علما أن p_x =1 و أن p_y =0.5 و أن دخل المستهلك يساوي 6 وحدات نقدية.

1- حدد مستوى المنفعة الذي يحقق لهذا المستهلك التوازن وذلك باستعمال طريقة Lagrange.

2- ما هو المعنى الاقتصادي لمضاعف Lagrange؟

حل التمرين (6):

1- تحديد مستوى المنفعة الذي يحقق للمستهلك التوازن باستعمال طريقة Lagrange.

$$U = \frac{1}{2}x^2y - 4$$
$$6 = \mathrm{x} + 0.5\mathrm{y}$$

الخطوة1: كتابة الشكل العام **لدالة** :**Lagrange**

L= $\mathrm{F}(\mathrm{x},\mathrm{y},\lambda) = f(\mathrm{x},\mathrm{y}) + \lambda\left(\mathrm{R} - \mathrm{xP_x} - \mathrm{yP_y}\right)$

L= $\mathrm{U} + \lambda\left(\mathrm{R} - \mathrm{xP_x} - \mathrm{yP_y}\right)$

L= $\frac{1}{2}x^2y - 4 + \lambda(6 - \mathrm{x} - 0.5\mathrm{y})$

الخطوة2: نعدم المشتقات الجزئية الأولى فنجد :

$$\mathbf{L_{max}} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\,\mathcal{L}}{d\,x} = \mathbf{0} \\ \dfrac{d\,\mathcal{L}}{d\,y} = \mathbf{0} \\ \dfrac{d\,\mathcal{L}}{d\,\lambda} = \mathbf{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x}\mathbf{y} - \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}\ (\mathbf{1}) \\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} - \mathbf{0.5}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}\ (\mathbf{2}) \\ \mathbf{6} - \boldsymbol{x} - \mathbf{0.5}\boldsymbol{y} = \mathbf{0}\ (\mathbf{3}) \end{cases}$$

نستخرج من المعادلتين (1)و (2) قيمة $\boldsymbol{\lambda}$:

(1) $\lambda = xy$

(2) $\frac{1}{2}x^2 = 0.5\lambda$

(2)$\lambda = x^2$

$\lambda = \lambda \Rightarrow xy = x^2$

y=$\frac{x^2}{x} \Rightarrow y = x \Rightarrow$ علاقة أو شرط التوازن

الخطوة3: نعوض علاقة التوازن في المعادلة(3):

$6 - \mathrm{x} - 0.5\mathrm{y}$ =0

$6 - \mathrm{x} - 0.5(x)$ =0

$6 - 1.5\mathrm{x}$ =0

$\Rightarrow 6 = 1.5\mathrm{x}$

$\Rightarrow \mathrm{x} = \frac{6}{1.5} = 4$

نعوض $x = 4$ في علاقة التوازن نجد:

$y = x \Rightarrow y = 4$

و منه: $E(4\ ;4)$

تحديد مستوى المنفعة:

$$U = \frac{1}{2}x^2y - 4$$
$$U = \frac{1}{2}(4)^2 4 - 4 = 28\ u$$

وبالتالي يكون المستهلك في توازن لما يستهلك 4 وحدات من السلعة x و 4 وحدات من السلعة y لتحقيق أقصى منفعة قدرها 28 وحدة.

2- المعنى الاقتصادي لمضاعف **Lagrange** (λ)**:** يعبر λ عن المنفعة الحدية لآخر وحدة نقدية يتم إنفاقها أي أن آخر وحدة نقدية ينفقها المستهلك تعطيه نفس المنفعة الحدية بخصوص السلعتين وبالتالي لا يوجد تفضيل بين السلعتين.

كما يمكن حساب قيمة (λ) :

$$\lambda = xy = 4.4 = 16$$
$$\lambda = x^2 = 4^2 = 16$$

<u>التمرين (7):</u>

لتكن دالة المنفعة الكلية تابعة لتغير السلعتين x وy: $\qquad U = 4x.y$

1- إذا كانت أسعار السلع x وy: $P_x = 10\ um$ و $P_y = 5\ um$ وكان دخل المستهلك يساوي 200 وحدة نقدية. حدد نقطة توازن المستهلك

2- إذا ارتفع دخل المستهلك من 200 إلى 300 تم إلى400 وحدة نقدية مع ثبات الأسعار؛ ابحث عن نقاط التوازن عند كل مستوى من الدخل .

3- ارسم المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة. اشرح ماذا يحصل للمستهلك.

4- حدد معادلة هذا المنحنى.

<u>حل التمرين (7):</u>

1- تحديد نقطة توازن المستهلك:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{4y}{4x} = \frac{10}{5} = 2 \Leftrightarrow \frac{4y}{4x} = 2$$

$\Rightarrow y = 2x$

$R = xP_x + yP_y$

$200 = 10x + 5y$

$200 = 10x + 5(2x)$

$200 = 20x \quad \Rightarrow x = 10$

$\Rightarrow y = 20$

$E_1(10\ ;20)$

$U_1=4xy = 4(10)(20) = 800$ u

وبالتالي يكون المستهلك في توازن لما يستهلك 10 وحدات من السلعة x و 20 وحدات من السلعة y لتحقيق أقصى منفعة قدرها 800 وحدة.

2- البحث عن نقاط التوازن عند كل مستوى من الدخل:

أ- لما $R = 300\ um$

نعوض نفس علاقة التوازن $y = 2x$ (لأن الأسعار بقيت ثابتة ولم تتغير) في معادلة الدخل الجديدة:

$300= 10x+ 5y$

$300= 10x+ 5(2x)$

$300= 20x \quad \Rightarrow\ x=15$

$\Rightarrow\ y=30$

$E_2\ (15 ;30)$

$U_2=4xy = 4(15)(30) = 1800$ u

ب- لما $R = 400\ um$

$400= 10x+ 5y$

$400= 10x+ 5(2x)$

$400= 20x \quad \Rightarrow\ x=20$

$\Rightarrow\ y=40$

$E_3\ (20 ;40)$

$U_3=2xy = 4(20)(40) = 3200$ u

3. رسم المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة

- نقطة التوازن الأولىE_1(20; 10)

- تمثيل منحنى السواء U_1:

$$\begin{cases} U = 4xy = 800 \\ y = \dfrac{200}{x} \end{cases}$$

x	y
4	50
10	20
20	10
50	4

- رسم خط الميزانية:

$$y_1 = \frac{-P_X}{P_Y} x + \frac{R}{y} = -2x + 40$$

x	0	20
y	40	0

- نقطة التوازن الثانيةE_2(30; 15)

- تمثيل منحنى السواء U_2

$$\begin{cases} U = 4xy = 1800 \\ y = \dfrac{450}{x} \end{cases}$$

x	y
10	45
15	30
30	15
100	4.5

- رسم خط الميزانية

$$y_2 = \frac{-P_X}{P_Y} x + \frac{R}{P_Y} = -2x + 60$$

x	0	30
y	60	0

- نقطة التوازن الثالثة(40; 20) E_3

- تمثيل منحنى السواء $\boldsymbol{U_3}$

$$\begin{cases} U = 4xy = 3200 \\ y = \dfrac{800}{x} \end{cases}$$

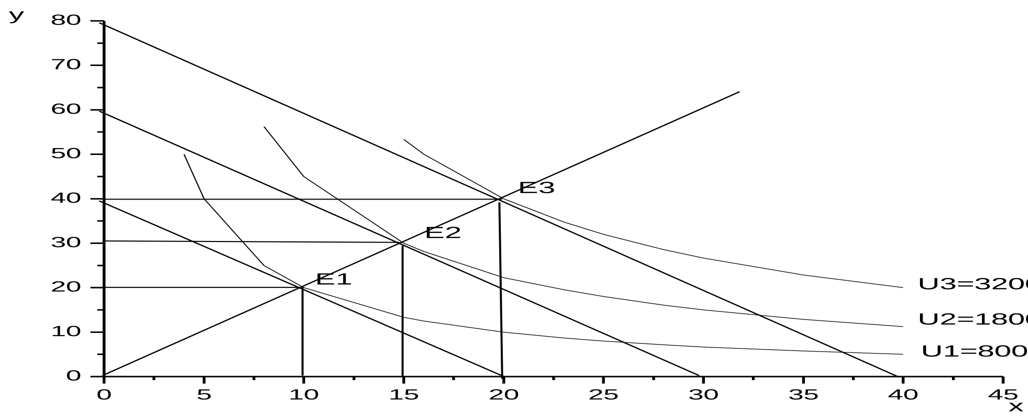
x	y
10	80
20	40
40	20
80	10

- رسم خط الميزانية

$$y_2 = \frac{-P_X}{P_Y}x + \frac{R}{P_Y} = -2x + 80$$

x	0	40
y	80	0

إذا مثلنا بيانيا نقاط التوازن الثلاثة سنحصل على الشكل الموالي و الذي يمثل كيف تغيرت الكميات المستهلكة من طرف المستهلك نتيجة لتغير الدخل.



نلاحظ أن زيادة دخل المستهلك من 200ون إلى 300ون ثم إلى 400ون أدت إلى زيادة الكميات المستهلكة من E_1(20; 10) إلىE_2(30; 15) ثم إلى E_3 (20; 40) وبالتالي زيادة منفعة المستهلك من 800 وحدة إلى 1800وحدة ثم إلى 3200 وحدة. حيث إن الربط بين مختلف نقاط التوازن يسمح لنا بالحصول على منحنى يسمى بمنحنى استهلاك-الدخل لأنه يعبر عن العلاقة بين تغير الاستهلاك نتيجة لتغير الدخل.

4- تحديد معادلة منحنى استهلاك الدخل

بما أن منحنى استهلاك-الدخل يمر بنقاط التوازن المختلفة الناتجة عن تغير الدخل مع ثبات الأسعار فإن معادلة هذا المنحنى هي علاقة التوازن المستنتجة من شرط التوازن ($y = ax$). في هذا التمرين رأينا أن التوازن يتحقق عند $y = 2x$ و بالتالي فإن معادلة منحنى استهلاك-الدخل هي$y = 2x$.

التمرين(8):

يحصل فرد على المنفعة باستهلاكه سلعتين (x,y) طبقا لدالة المنفعة التالية:

U= $f(x, y) = x.y$

سعر السلعتين على التوالي: $P_x = 2$ ،$P_y = 3$ أما دخل المستهلك فيقدر بـ 24ون.

1- أحسب نقطة توازن المستهلك.

2- إذا تغير سعر السلعة Xوأصبح يساوي وحدة نقدية فقط؛ أحسب التوازن الجديد للمستهلك. بين كل من أثر السعر، أثر الدخل وأثر الإحلال .

حل التمرين (8):

1- حساب نقطة توازن المستهلك:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3y = 2x \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$R = xP_x + yP_y$

$24 = 2x + 3y$

$24 = 2x + 3(\frac{2}{3}x)$

$24 = 4x \Rightarrow x = 6$

$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x$

$\Rightarrow y = \frac{2}{3}(6)$

$\Rightarrow y = 4$

$E_1(6 ;4)$

$U_1 = xy = 6.4 = 24$ u

2- حساب التوازن الجديد للمستهلك بعدما انخفض سعر السلعة x وأصبح يساوي 1ون:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3y = x \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x$$

$R = xP_x + yP_y$

$24 = 1x + 3y$

$24 = x + 3(\frac{1}{3}x)$

$24 = 2x \Rightarrow x = 12$

$\Rightarrow y = \frac{12}{3}x$

$\Rightarrow y = \frac{1}{3}(12)$

$\Rightarrow y = 4$

$E_2(12 ;4)$

$U_2 = xy = 12.4 = 48$ u

3- أثر السعر، أثر الإحلال والدخل باستعمال نظرية Hicks :

قبل تحديد أثر السعر، أثر الإحلال والدخل نقوم بحساب نقطة التوازن الوهمية E_3التي لها نفس منفعة نقطة التوازن E1 أي أن المستهلك يتحرك على نفس منحنى السواء الأول رغم تغير سعر السلعة x:

$$\begin{cases} U_1 = U_3 = x.y = 24 & ① \\ y = \dfrac{1}{3}x \rightarrow \text{علاقة توازن الجديدة} & ② \end{cases}$$

نقوم بتعويض ② في ① فنجد:

$$① \Leftrightarrow x.\frac{1}{3}x = 24 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = \sqrt{72} \Rightarrow x = 8.48$$

$$y = \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}(8.48) \quad \Rightarrow \boxed{y = 2.82}$$

$E_3(8.48;2.82)$

- أثر الإحلال(ES):

$$ES = E_3 - E_1$$
$$\begin{cases} X_3 - X_1 = 8.48 - 6 = 2.48 \\ Y_3 - X_1 = 2.82 - 4 = -1.18 \end{cases}$$

- أثر الدخل(ER) :

$$ER = E_2 - E_3$$
$$\begin{cases} X_2 - X_3 = 12 - 8.48 = 3.52 \\ Y_2 - X_3 = 4 - 2.82 = 1.186 \end{cases}$$

- أثر السعر: $EP = E_2 - E_1$

$$\begin{cases} X_2 - X_1 = 12 - 6 = 6 \\ Y_2 - X_1 = 4 - 4 = 0 \end{cases}$$

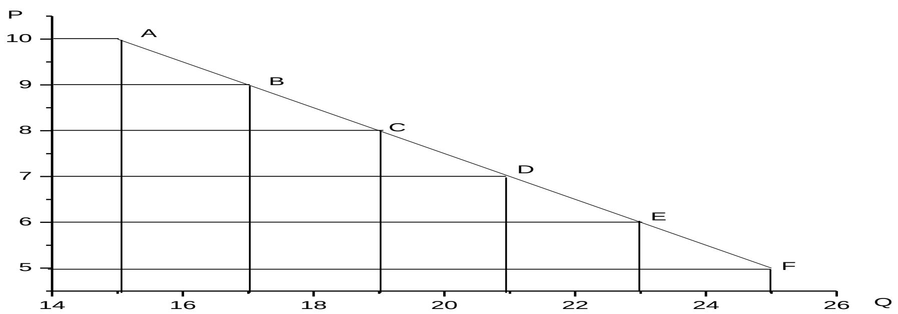
التمرين (9):

يمثل الجدول التالي العلاقة بين الطلب على السلعة Q والمستويات المختلفة المختلفة للسعر:

F	E	D	C	B	A	*النقطة*
5	6	7	8	9	10	P
25	23	21	19	17	15	Q

-مثل بيانيا معطيات هذا الجدول. على ماذا نتحصل؟
2-أحسب مرونة الطلب السعرية عند الانتقال من نقطة للأخرى مع تفسيرالنتيجة المتحصل عليها.
حل**التمرين (9):**

1- التمثيل البياني لجدول الطلب



نتحصل على منحنى بياني يعبر عن العـلاقة العكسية التي تجمع بين السعر والكمية؛ وهذا ما يسمى بمنحنى الطلب.

1- حساب مرونة الطلب السعرية من نقطة للأخرى بالاعتماد على العلاقة التالية:

$$e_Q/p = \frac{\Delta Q}{\Delta P_Q} . \frac{P_{Q1}}{Q_1}$$ (بين نقطتين)

$$e_{AB} = \frac{17-15}{9-10}\ \frac{10}{15} = \frac{-4}{3} = -1.33$$

$$e_{BC} = \frac{19-17}{8-9}\ \frac{9}{17} = \frac{-18}{17} = -1.05$$

$$e_{CD} = \frac{21-19}{7-8}\ \frac{8}{19} = \frac{-16}{19} = -0.84$$

$$e_{DE} = \frac{23-21}{6-7}\ \frac{7}{21} = \frac{-14}{21} = -0.66$$

$$e_{EF} = \frac{25-23}{5-6}\ \frac{6}{23} = \frac{-12}{23} = -0.52$$

نلاحظ أنه عندما تنقلنا على منحنى الطلب أي عندما نزلنا من الأعلى نحو الأسفل فإن مرونة الطلب انتقلت من $-1{,}33$ بين النقطتين A و B إلى $-0{,}52$ بين النقطتين E و F، مرورا بالطبع بالقيمة -1 ؛ فتكون إذا دائما مرونة الطلب من أعلى المنحنى إلى أسفله تمر بحالة طلب مرن، طلب مرن وحدويا(مرونة أحادية) تم طلب غير مرن نسبيا.

التمرين (10):

دالة الطلب على السلعة X من الشكل:

$$x = 2R - 10Px + 20Py - 15Pz$$

1- احسب الكمية المطلوبة من السلعة x إذا علمت أن $R = 100$، $Px = Py = Pz = 1$.
2- أحسب مرونة الطلب السعرية للسلعة x *وفسرها.*
3- *أحسب مرونة الطلب التقاطعية للسلعة x مع السلعة y،ومع السلعة z مع تفسيرها.*
4- أحسب مرونة الطلب الدخلية وفسرها.

حل التمرين (10):

1- حساب الكمية المطلوبة من السلعة x :

$$x = 2R - 10Px + 20Py - 15Pz$$
$$\Rightarrow x = 2(100) - 10(1) + 20(1) - 15(1)$$

$\Rightarrow x = 195$ unités

2- حساب مرونة الطلب السعرية للسلعة x
نستعمل العلاقة التالية في حالة دالة مستمرة(وجود دالة الطلب وليس بيانات متقطعة)

$$e_x/_{px} = \frac{dX}{dP_X}.\frac{P_X}{X}$$

$$x = 2R - 10Px + 20Py - 15Pz$$

ملاحظة: نشتق x بالنسبة لـPx أي أن المحدد الرئيسي في الطلب على السلعة x هوPxوبقية العوامل ثابتة.

$$e_x/_{px} = -10 * \frac{1}{195} = -0.05$$

نوع المرونة: عديم المرونة نسبيا

التفسير: عندما يرتفع سعر السلعة x ب1% تنخفض الكمية المطلوبة ب 0.05%.

2- مرونة الطلب التقاطعية:

- مرونة الطلب التقاطعية للسلعة x مع السلعة y :

$$e_x/_{py} \quad = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dP_Y}}.\frac{\mathrm{P_Y}}{\mathrm{X}}$$

$$x = 2R - 10Px + 20Py - 15Pz$$

ملاحظة:نشتق x بالنسبة لـPy أي أن المحدد الرئيسي في الطلب على السلعة x هوPyوبقية العوامل ثابتة (أي أن مشتقةx بالنسبة لتلك العوامل تساوي الصفر).

$$e_x/_{py} \quad = 20.\frac{1}{195} = 0.1$$

التفسير: بما أن $e_x/_{py} > \mathbf{0}$ فإن السلعتان x وy هما سلعتان بديلتان.

3- مرونة الطلب التقاطعية:

- مرونة الطلب التقاطعية للسلعة x مع السلعةz :

$$e_x/_{pz} \quad = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dP_z}}.\frac{\mathrm{P_z}}{\mathrm{X}}$$

$$x = 2R - 10Px + 20Py - 15Pz$$

ملاحظة:نشتق x بالنسبة لـPz أي أن المحدد الرئيسي في الطلب على السلعة x هوPzوبقية العوامل ثابتة.

$$e_x/_{pz} \quad = -15.\frac{1}{195} = -0.07$$

التفسير: بما أن $e_x/_{pz} < \mathbf{0}$ فإن السلعتان x وz هما سلعتان متكاملتان.

4- مرونة الطلب الدخلية

سوف نستعمل العلاقة التالية في حالة دالة مستمرة(وجود دالة الطلب وليس بيانات متقطعة)

$$e_x/_R = \frac{dX}{dR}.\frac{R}{X}$$

$$x = 2R - 10Px + 20Py - 15Pz$$

ملاحظة:نشتق x بالنسبة لـR أي أن المحدد الرئيسي في الطلب على السلعة x هوRوبقية العوامل ثابتة.

$$e_x/_R = 2 * \frac{100}{195} = 1.02$$

بما أن $e_x/_R > 1$ فإن السلعة x هي سلعة عادية كمالية.

تمرين(11): متى تتقاطع الإنتاجية المتوسطة مع الإنتاجية الحدية؟ برهن على ذلك.

حل التمرين (11):

تتقاطع الإنتاجية المتوسطة $\overline{x_L}$ مع الإنتاجية الحدية $X`_L$ عندما تكون الإنتاجية المتوسطة $\overline{x_L}$ في ذروتها أي أقصى قيمة لها.

البرهان

$$\text{Max}(\overline{X_L}) \Rightarrow \overline{X_L}` = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{X`}{L}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{X`L - L`X}{L^2}\right) = 0$$

$\Rightarrow \left(\frac{X`L - 1X}{L^2}\right) = 0$(جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين)

$$\Rightarrow X`L - X = 0$$

$$\Rightarrow X`L = X$$

$$\Rightarrow X` = \frac{X}{L}$$

$$\Rightarrow X` = \overline{X}$$

تمرين (12):

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $X=10KL^2 - KL^3$

X هو حجم الإنتاج ،K رأس المال أما L فيعبر عن اليد العاملة .

1- ماهي كمية العمل التي تضمن أقصى إنتاج كلي إذا كان K ثابت ويساوي 1.
2- انطلاقا من أي كمية من العمل يزداد الإنتاج بمعدل متناقص.
3- حدد مناطق الإنتاج الثلاثة.

حل التمرين (12):

لدينا:

$$\begin{cases} X = 10KL^2 - KL^3 \\ K = 1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow X = 10(1)L^2 - (1)L^3$$

1- حساب كمية العمل لضمان أقصى إنتاج كلي :

Max $[x] \Leftrightarrow \begin{cases} X_L{}' = 0 \ \rightarrow ① \\ X_L{}'' < 0 \ \rightarrow ② \end{cases}$

$\Leftrightarrow 20\mathrm{L} - \mathrm{L}^2 = 0$ =0'($10\mathrm{L}^2$- L^3) ① $\Leftrightarrow X_L{}'' = 0 \Leftrightarrow$

(20-3L)=0$\Leftrightarrow$ L

يوجد حلين إما:

أو$\Rightarrow \begin{cases} L = 0 & \rightarrow ① \\ 20 - 3L = 0 & \rightarrow ② \end{cases}$

20-3L=0 $\Rightarrow$ L=$\frac{20}{3}$ $\Rightarrow$ $\boxed{L = 6,66}$ ② $\Leftrightarrow$

التحقق من الشرط

<0 $\Leftrightarrow$ 20-6L <0' $X_L{}'' < 0$ (20L- $3\mathrm{L}^2$) ② $\Leftrightarrow$

$\boxed{L > 3,33}$$\Rightarrow$

$\Rightarrow \mathrm{X} = 148.15 X = 10L^2 - L^3 = 10(6.66^2) - (6.66)^3$

من خلال الشرط 2 نرفض L= 0 لأنها لا تحقق الشرط ($3.33 < 0$) بينما نقبل الحل L= 6,66 كحجم اليد العاملة الذي يضمن أقصى إنتاج كلي لأن ($6.66 < 3.33$).

2- يزداد الإنتاج بمعدلات متناقصة عندما تتقاطع الإنتاجية المتوسطة $\overline{\mathrm{x_L}}$ مع الإنتاجية الحدية $X`_L$ أي $X`_L = \overline{\mathrm{x_L}}$.

كما أننا نعلم أن الإنتاجية المتوسطة $\overline{\mathrm{x_L}}$ تتقاطع مع الإنتاجية الحدية $X`_L$*لما تكون* الإنتاجية المتوسطة في أقصى قيمة لها.

نستطيع حل هذا السؤال بطريقتين:

ط1: في مرحلة تزايد الإنتاج بمعدل متناقص لدينا الإنتاجية الحدية تقطع الإنتاجية المتوسطة معناه:

$$X`_L = \overline{\mathrm{x_L}}$$

نبحث أولا عن الإنتاجية المتوسطة:

$$\overline{X} = \frac{X}{L} = \frac{10L^2 - L^3}{L} = 10L^1 - L^3$$

ثم نبحث عن الإنتاجية الحدية

$=20\mathrm{L} - \mathrm{L}^2\frac{\partial X}{\partial L}=X`_L$

$20\mathrm{L} - \mathrm{L}^2 = 10L^1 - L^3$
$20\mathrm{L} - 3\mathrm{L}^2 - 10\mathrm{L} + \mathrm{L}^2 = 0$

$-2L^2 + 10L = 0 \Leftrightarrow L(-2L+10) = 0$

$$\begin{cases} L = 0 \\ -2L + 10 = 0 \Rightarrow \boxed{L = 5} \end{cases}$$

$\Rightarrow X = 125X = 10L^2 - L^3 = 10(5) - (5)^3$

ط 2 :الإنتاجية المتوسطة $\overline{X_L}$ تتقاطع مع الإنتاجية الحدية $X`_L$ *لما تكون* الإنتاجية المتوسطة في أقصى قيمة لها هذا معناه:

$$\text{Max}(\bar{X}) \Leftrightarrow \begin{cases} \bar{X}' = 0 & \rightarrow ① \\ \bar{X}'' < 0 & \rightarrow ② \end{cases}$$

$\Leftrightarrow (10L-L^2)' = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} L = 0 \\ 10 - 2L = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{L = 5}①$

② $(10\text{-}2L)' < 0 \Leftrightarrow -2<0$ شرط محقق

حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة $\boxed{L = 5}$

$\Rightarrow X = 125X = 10L^2 - L^3 = 10(5) - (5)^3$

3. تحديد مناطق الإنتاج الثلاثة:

- ✓ المرحلة الأولى : تزايد الإنتاج بمعدلات متزايدة $[0, L = 5]$; $[0, \bar{X} \quad = X']$.
- ✓ المرحلة الثانية : تزايد الإنتاج بمعدلات متناقصة $[L = 5, L = 6.33]$; $[\bar{X} \quad = X', maxX]$.
- ✓ المرحلة الثالثة: تناقص الإنتاج $[L = 6.33, \ldots.]$ $[maxX, \ldots \ldots \ldots]$;

تمارين متنوعة:

<u>التمرين (1):</u> الجدول التالي يبين مستويات المنفعة الكلية المتحصل عليها لمستهلك تبعا لاستهلاكه كميات من السلعة (X).

- أوجد المنفعة الحدية و نقطة إشباع المستهلك.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	**X**
70	80	81	79	75	70	60	45	25	U_{T_X}

<u>تمرين2:</u>

نفترض أن مستهلكا يستهلك سلعتين هما 'X' و 'Y' حسب الجدول التالي:

I	H	G	F	E	D	C	B	A	
36	18	12	9	6	4	3	2	1	**X**
1	2	3	4	6	9	12	18	36	**Y**

1- مثل بيانيا معطيات الجدول. إشرح.
2- أحسب $TMS_{X/Y}$ بين النقطتين A و B و النقطتين E و F. إشرح ماذا يحصل.
3- إذا كان سعر السلعة X هو 5ون و سعر السلعة Y هو 10ون ما هو إنفاق المستهلك في كل النقاط حسب رأيك ما هي التركيبة التي سيختارها المستهلك هل الاختيار ممكن فعلا.

<u>التمرين(3):</u>

لدينا النموذج التالي:

$$\begin{cases} U = x^3 + 2xy + y^2 \\ 40 = 6x + y \end{cases}$$

حيث يمثل x و y الكميات المستهلكة من السلعتين Xو Y ؛ علما أن $P_x = 6$ و أن $P_y = 1$ و أن دخل المستهلك يساوي 40 وحدة نقدية.

المطلوب: هل يمكن للمستهلك تعظيم منفعته انطلاقا من هذه المعطيات (استعمل طريقةLagrange للبرهان).

<u>التمرين(4):</u>

إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = 3x^{2/3}y^{1/3}$$

وكان دخل المستهلك هو 100ون بينما أسعار السلعتين هما $p_x = 5$ و $p_y = 10$.

1-حدد توازن المستهلك. حدد مستوى المنفعة.
2-إذا انخفض سعرالسلعة Y إلى 6 وحدات نقدية، حدد توازن المستهلك ومستوى المنفعة التي سيحصل عليها. ماذا تستنتج.

<u>التمرين(5):</u>

لتكن دالة المنفعة الكلية التالية تابعة لتغير السلع (X,Y) حيث :

$$U = f(x,y) = x^2.y + \frac{1}{2}x^2$$

1- إذا كانت أسعار السلع (X,Y) $P_y = 9;\ P_x = 4$ حدد دالة الطلب على السلعة X .
2- إذا كانت تعلم أن المرونة التقاطعية للسلعة X تساوي 0,038 حدد الدخل المخصص لشراء السلعتين (X,Y) .

<u>التمرين(6):</u>

الدالة التالية تعبر عن طلب السوق على السلعة X حيث:

$$X = -8P_x + 2P_y + 0{,}25\ R$$

1- نفترض ثبات كلا من P_y و R ويساويان على التوالي 1و.ن و 120 و.ن ، احسب المرونة المباشرة عندما سعر السلعة X يرتفع من 1و.ن و 2و.ن .
2- احسب مرونة الطلب بالنسبة للدخل لما $P_y = 5$ و $P_x = 3$ أما R فيساوي 100 و.ن حلل النتيجة .

<u>التمرين(7):</u>

لدينا الجدول التالي:

	A	B	C	D	E	F
P_x	10	9	8	7	6	5
X	15	17	19	21	23	25

1- مثل بيانيا معطيات الجدول، ماذا تلاحظ ؟
2- احسب المرونة من نقطة لأخرى، ماذا تلاحظ؟

التمرين(8):

لدينا الجدول التالي :

	P0	Q0	P1	Q1
A	3	12	5	8
B	5	7	8	2
C	10	3	6	9

1- احسب المرونة المتقاطعة لهذه السلع A و B ثم A وC وأخيرا B و C
2- فسر النتيجة .

التمرين(10):

الجدول التالي يمثل زيادة الدخل مع زيادة الكميات المستهلكة من السلعتين A و B

الدخل	الاستهلاك	
1200	A	10
	B	8
1400	A	12
	B	14
1800	A	12.5
	B	18
2000	A	12
	B	19

بين طبيعة كل سلعة في المراحل المختلفة لتغيير الدخل.

التمرين(11):

الجدول الآتي يمثل إنتاج القمح حسب كميات العمل L :

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

1-أحسب الإنتاجية الحدية للعمل و الإنتاجية المتوسطة للعمل.
2-أرسم على نفس المعلم كل من الإنتاجية الكليـة والحديـة والمتوسطة.
3-بين المراحل التي تمر بها كل من الإنتاجية الكلية والحدية وأوجه الارتباط بينهما.

المراجع:

المراجع باللغة العربية:

- بسبع عبد القادر, محاضرات في الاقتصاد الجزئي, كلية العلوم الاقتصادية, العلوم التجارية وعلوم التسيير, جامعة جيلالي ليابس- سيدي بلعباس, السنة الجامعية:2017-2018.
- جمان سقني نجاة-بولنوار بشير, محاضرات وتمارين الاقتصاد الجزئي- منشورات دار الأديب.
- طيبي خديجة, الاقتصاد الجزئي 1, كلية العلوم الاقتصادية, العلوم التجارية وعلوم التسيير, جامعة وهران, السنة الجامعية:2020-2021.
- عبد الناصر رويسات-مبادئ الاقتصاد الجزئي المطبعة الجهوية بوهران.
- محمد سحنون, مبادئ الاقتصاد الجزئي:دروس وتمارين محلولة, دار بهاء الدين للطبع والنشر والتوزيع, الجزائر: قسنطينة, الطبعة الأولى, 2003.

المراجع باللغة الأجنبية:

- *N. Gregory Mankiw, Principles of Microeconomics 8th Edition. CENGAGE LEARNING, 2017.*
- Guy-Patrick MAFOUTA-BANTSIMBA. Mes TD d’economie,ellipses, 2020.
- Pierre Medan "Microéconomie : travaux dirigés". Dunod, 2004.

قائمة المنحنيات البيانية