



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

جامعة وهران 2 محمد بن أحمد
Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed
معهد الصيانة والأمن الصناعي
Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle

Département de Maintenance en Instrumentation

MÉMOIRE

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Génie Industriel

Spécialité : Ingénieur en Maintenance Industriel

Thème

La commande et l'observation d'un système électrohydraulique

Présenté et soutenu publiquement par :

Nom : Bousri

Prénom : Miloud

Nom : Boukoussa

Prénom : Mehdi

Devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
Benmmensour Souhila	MCB	IMSI-Univ. D'Oran2	Président
Kacimi Abderrahmane	MCB	IMSI-Univ. D'Oran2	Encadreur
Mekki Ibrahim El Khalil	MCB	IMSI-Univ. D'Oran2	Examineur

Année 2018/2019

REMERCIEMENTS

En préambule à ce mémoire nous remercions « ALLAH » le tout puissant et miséricordieux, qui nous aide et nous donne la patience et le courage et la puissance pour la volonté durant ces longues années d'étude.

*Ces remerciements vont tout d'abord à notre encadreur Monsieur **Kacimi Abderrahmane**. Nous voudrions également lui témoigner notre gratitude pour sa patience et son soutien qui nous a été précieux afin de mener notre travail à bon port.*

*Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury : **Mme Benmmensour Souhila M. Mekki Ibrahim Elkhalil** , pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.*

Nous voudrions aussi présenter nos remerciements au corps professoral et administratif de l'Institut de Maintenance et Sécurité Industrielle, Juridiques et sociales, pour la richesse et la qualité de leur enseignement et qui déploient de grands efforts pour assurer à leurs étudiants une formation actualisée.

Nous souhaitons adresser nos remerciements les plus sincères aux personnes qui nous ont apportés leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire ainsi qu'à la réussite de cette formidable année universitaire.

Merci

DEDICACE

*C'est avec profonde gratitude et sincères mots, que je dédie ce
modeste*

travail de fin d'étude à :

*Mes chers parents : qui ont sacrifiés leur vie pour notre
réussite et m'ont*

éclairés le chemin par leurs conseils judicieux.

*A tous ma famille mon cher frère et à ma chère sœur et mes
tantes et mes
oncles.*

A mon cher ami, mon binôme.

A mes très chers amis.

A toutes la promotion IMSI Bac 2014

Bousri Miloud

DEDICACE

Je dédie ce mémoire à :

Ma mère et Mon père, pour leur amour, leurs conseils ainsi que leur soutien inconditionnel, à la fois moral et économique, qui m'a permis de réaliser les études que je voulais et par conséquent ce mémoire.

*Mes frères et sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.
Mon encadreur Mr. Kacimi Abderrahmane pour son aide et sa précieuse attention pour sa disponibilité et la qualité de ses conseils.*

Corps professoral et administratif de l'IMSI, pour la richesse et la qualité de leur enseignement et qui déploient de grands efforts pour assurer à leurs étudiants une formation actualisée.

Mon binôme Miloude, qui a porté mon humeur tout au long de notre projet, sans oublier tous sa famille .

Mes amis et collègues qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche.

Toute personne qui participé et mis sa touche pour que ce travail soit réalisé au niveau le plus haut.

Boukoussa Mehdi

RÉSUMÉ

Les utilisations des systèmes hydrauliques sont tellement variées qu'elles concernent presque tous les secteurs du monde industrialisé. Ils sont le plus souvent utilisés dans les applications exigeant des forces ou des couples élevés. Malgré leur simplicité au point de vue mécanique, les systèmes hydrauliques comportent des termes non-linéaires, plus précisément un terme en racine carré entre la pression différentielle qui entraîne l'écoulement du fluide et son débit.

Certains des contrôleurs industriels à nos jours utilisent des commandes multivariable pour le contrôle de force, de vitesse, de déplacement ou de pression dans les systèmes hydrauliques. Cependant, la limitation de leur performance peut être due à cette non-linéarité qui est la racine carrée apparaissant lors de la modélisation. En outre nous remarquons que certains paramètres du système hydraulique peuvent varier dans le temps soit à cause de l'élévation de la température du liquide hydraulique, soit à cause du vieillissement de certains composants.

Dans ce mémoire nous présentons une étude générale effectuée sur un système hydraulique. Le travail concerne la modélisation, la commande multivariable et l'observation d'un système hydraulique pour atteindre les objectifs mentionnés ci-dessus

Cette thèse se compose de:

- La présentation du système électrohydraulique et son principe de fonctionnement.
- développer un modèle mathématique permettant la représentation de la dynamique du système électrohydraulique étudié. Nous avons par la suite linéarisé le système autour d'un point de fonctionnement.
- l'étude théorique des lois de commande multivariables par la méthode de placement de pôles par retour d'état et la méthode Linéaire quadratique .
- L'étude théorique de l'observation (observateur de Luenberger).
- L'application des commandes et l'observateur sur notre système électrohydraulique.
- Validé les performances de ce contrôleur grâce à des essais en simulation.

Mots-clés : Système électrohydraulique, Commande non-linéaire, Placement de pôles, Commande multivariable.

ABSTRACT

The uses of hydraulic systems are so varied that they concern almost all sectors of the industrialized world. They are most often used in applications requiring high forces or torques. Despite their mechanical simplicity, the hydraulic systems have non-linear terms, more specifically a square root term between the differential pressure which causes the flow of the fluid and its flow.

Some of the industrial controllers nowadays use multivariable controls for force, velocity, displacement or pressure control in hydraulic systems. However, the limitation of their performance can be due to this non-linearity which is the square root appearing during the modeling. In addition we note that some parameters of the hydraulic system may vary in time either because of the rise in the temperature of the hydraulic fluid, or because of the aging of some components.

In this thesis we present a general study carried out on a hydraulic system. The work involves modeling, multivariable control and observation of a hydraulic system to achieve the objectives mentioned above

This thesis consists of:

- The presentation of the electrohydraulic system and its operating principle.
- develop a mathematical model to represent the dynamics of the electrohydraulic system studied. We subsequently linearized the system around an operating point.
- the theoretical study of multivariable control laws by the method of placement of poles by state return and the linear method quadratic.
- Theoretical study of observation (observer of Luenberger).
- The application of the controls and the observer on our electrohydraulic system.
- Validated the performance of this controller thanks to simulation tests

Keywords: electrohydraulic system, nonlinear control, multivariable control, pole placement.

Table des matières

Résumé	I.
Abstract	II.
Table des matières	III.
Liste des tableaux	V
Liste des figures	VI
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Présentation du Système Electrohydraulique	
I.1.Introduction	4
I.2. Description d'un système électrohydraulique	4
I.3. Principe de fonctionnement	5
I.4. Principaux domaines d'utilisation	6
I.4.1. Le secteur aéronautique.....	6
I.4.2. Les secteurs maritimes et militaires	6
I.4.3. Le secteur de l'industrie manufacturière	6
I.4.4. Le secteur des machines agricoles, véhicules de voiries et construction...	7
I.5. Avantages et inconvénients des systèmes électrohydrauliques	7
I.5.1. Avantages	7
I.5.2. Inconvénients	7
I.6 .Caractéristiques des fluides hydrauliques.....	8
I.6.1. La viscosité	8
I.6.2. La viscosité dynamique	8
I.6.3. La viscosité cinématique	9
I.6.4. Évolution de la viscosité par rapport à la température	9
I.6.5. Évolution de la viscosité selon la pression	10
I.7. Modélisation	10
I.8.Les différentes approches de commande	11
Conclusion	11
Chapitre II : Modélisation du Système Electrohydraulique	
II.1 Introduction.....	13
II.2. Constitution du système électrohydraulique du LITP.....	13
II.3. Modélisation de la servovalve.....	14
II.4. Mise en équation des débits dans une servovalve.....	16
II.4.1 Modélisation couplage servovalve moteur hydraulique.....	19
II.5 Modélisation du moteur hydraulique et du couple de sortie de l'arbre.....	21
II.5.1 Étude de la fonction sigmoïde.....	22
II.5.2 Représentation dans l'espace d'état.....	23
Conclusion.....	25
Chapitre III : Théorie de la commande et l'observation des systèmes	
III.1 Introduction.....	27
III.2 Objectifs d'un asservissement électrohydraulique.....	27
III.3 Régulateur à placement de pôles par retour d'état.....	27
III.3.1 Principe.....	28
III.3.2 Structure de la loi de commande.....	28
III.3.3 Placement de pôles dans le cas d'une forme canonique de Commandabilité.....	29

Table des matières

III.3.4 Système à plusieurs entrée, ou systèmes multivariable.....	31
III.4 Formule général de synthèse multivariable.....	31
III.5 Contrôleur linéaire quadratique	31
III.5.1 Minimisation de l'énergie du contrôle	32
III.5.2 Minimisation de l'erreur du vecteur d'état	32
III.5.3 Minimisation de l'erreur en régime permanent du vecteur d'état	32
III.5.4 Régulateur linéaire quadratique	33
III.6.L'observateur	33
III.7.Observabilité	34
III.7.1 Observabilités des systèmes linéaires	34
III.8.Observateur de Luenberger	35
III.8.1.Rappel	35
III.9.L'observateur Identité	36
III.10.Calcul du gain de l'Observateur	37
Conclusion.....	37
Chapitre IV : Simulations et résultats	38
IV.1 Introduction	39
IV.2 Linéarisation du modèle du système électrohydraulique	39
IV.3 Linéarisation du modèle du système électrohydraulique du LITP.....	44
IV.3.1 Cahier de charge pour le système électrohydraulique du LITP	45
IV.3.2 Modèle du système électrohydraulique du LITP avec intégrateur Observateur.....	45
IV.3.2.1 Résultats de la simulation.....	45
IV.3.2.2 Analyse des résultats de la simulation	51
IV.3.3 Modèle du système électrohydraulique avec la commande LQ et Observateur	52
IV.3.3.1 Résultat de la simulation	52
IV.3.3.2 Analyse des résultats de la simulation	57
Conclusion.....	58
Conclusion générale.....	59
Annexe paramètres du système électrohydraulique.....	60
Bibliographie	61

Liste des tableaux

Tableau IV.1 Analyse multivariable position angulaire $R(t) = 10 \text{ rad}$	51
Tableau IV.2 : Analyse réponse dynamique 'rejet' position angulaire $R(t) = 10 \text{ rad}$	51
Tableau IV.3: Analyse placement de pôles aire d'ouverture $R(t) = 10 \text{ rad}$	51
Tableau IV.4 : Analyse réponse dynamique 'rejet' air d'ouverture $R(t) = 0.05\text{rad}$	51
Tableau IV.5 Analyse multivariable position angulaire $R(t) = 10 \text{ rad}$	57
Tableau IV.6 Analyse réponse dynamique 'rejet' position angulaire $R(t) = 10 \text{ rad}$	57
Tableau IV.7 Analyse placement de pôles aire d'ouverture $R(t) = 10 \text{ rad}$	58
Tableau IV.8 Analyse placement de pôles aire d'ouverture $R(t) = 10 \text{ rad}$	58

Liste des figures

Figure I.1 : Schéma de principe d'un système électrohydraulique.....	5
Figure I.2 : Schéma explicatif de la servovalve	6
Figure I.3 : Force de viscosité agissant dans un fluide	9
Figure I.4 : Viscosité cinématique en fonction de la pression.....	10
-Figure II.1 : composition du système électrohydraulique du LITP.....	13
Figure II.2 : Réponse en fréquence de la dynamique d'une servovalve	14
Figure II.3 : Déplacement d'une tiroir de servovalve	15
Figure II.4 : Représentation du tiroir d'une servovalve 4 orifices et 3 position	16
Figure II.5: Représentation du tiroir par pont de Wheatstone	17
Figure II.6 Schéma de modélisation du couple de sortie du moteur hydraulique	20
Figure II.7: Fonction $\text{sigm}(x)$ pour différentes valeurs de a	22
Figure III.1 : Synoptique de l'asservissement électrohydraulique	27
Figure III.2 : Schéma de régulation d'un système contrôlé par retour d'état	28
Figure III.3 : Modèle électro hydraulique étudié	29
Figure III.4 : Schéma bloc simplifié du régulateur linéaire quadratique	33
Figure III.5: Schéma d'un observateur d'état en boucle ouverte	33
Figure III.6 Schéma bloc de l'observateur	35
Figure IV.1 : Système de commande par retour d'état	44
Figure IV.2 : Modèle électrohydraulique du LITP avec intégrateur et Observateur	45
Figure IV.3 : Réponse de la commande u_1	46
Figure IV.4 : Réponse de la commande u_2	46
Figure IV.5 : Réponse en Position angulaire	47
Figure IV.6 : Réponse en Air d'ouverture	47
Figure IV.7 : Réponse Position angulaire avec observateur	48
Figure IV.8 : Erreur Position angulaire Estimé.....	48
Figure IV.9 : Réponse Air d'ouverture avec observateur	49
Figure IV.10 : Erreur Air d'ouverture Estimé.....	49
Figure IV.11 : Réponse en Vitesse angulaire Estimé	50
Figure IV.12 : Réponse en Pression Estimé	50
Figure IV.13 Modèle électrohydraulique avec la commande LQ et Observateur	52
Figure IV.14 : Réponse de la commande u_1	52
Figure IV.15 : Réponse de la commande u_2	53
Figure IV.16 : Réponse en Position angulaire avec la commande LQ	53
Figure IV.17 : Réponse en Air d'ouverture avec la commande LQ.....	54

Liste des figures

Figure IV.18 : Réponse Position angulaire avec la commande LQ et observateur	54
Figure IV.19 : Erreur Position angulaire Estimé	55
Figure IV.20 : Réponse Air d'ouverture avec la commande LQ et observateur	55
Figure IV.21 : Erreur Air d'ouverture Estimé	56
Figure IV.22 : Réponse en vitesse angulaire Estimé	56
Figure IV.23 : Réponse en Pression Estimé	57

LISTE DES SYMBOLES

A_V	Aire d'ouverture tiroir de la servovalve, (m^2)
A_{vmax}	Aire d'ouverture maximale tiroir de la servovalve, (m^2)
B	Coefficient d'amortissement visqueux, ($N.m.s$)
C_d	Coefficient de décharge du fluide
C_{im}	Fuite interne du moteur en ($cm^3 / s / bar$)
C_{em}	Fuite externe du moteur en ($cm^3 / s / bar$)
C_L	Coefficient de fuite du liquide
D_m	Cylindrée du moteur en (cm^3 / rad)
I	Courant à l'entrée en ($Ampère$)
I_{max}	Courant maximal à l'entrée en ($Ampère$)
J	Moment d'inertie en ($Kg.m^2$)
K	Gain Total de la servovalve
K_a	Gain de l'amplificateur de la servovalve, (V / mA)
K_v	Aire de la servovalve
K_x	Couple moteur de la servovalve (m / mA)
P_1	Pression dans les chambres du moteur hydraulique
P_2	Pression dans les chambres du moteur hydraulique
P_L	Pression à la charge
P_s	Pression d'alimentation
P_R	Pression de retour dans le réservoir
Q	Débit à la sortie, (l / s)
Q_L	Débit à la charge, (m^3 / s)
Q_S	Débit maximal d'alimentation
T_L	Couple hydraulique Développé par la charge
T_m	Couple hydraulique Développé par le moteur
T_{accel}	Couple d'accélération du moteur hydraulique
U	Tension d'entrée en volt
V_0	Volume moyen du liquide dans une chambre du moteur
V	Volume dans la chambre directe du moteur en (m^3)
V_2	Volume dans la chambre retour du moteur en (cm^3)

V_t	Volume total des 2 chambres du moteur en (m^3)
θ_m	Position angulaire de l'arbre du moteur.
Ω	Gradient d'ouverture du tiroir
ω_{\max}	Vitesse angulaire maximale, (rad / s)
β	Compressibilité du fluide hydraulique (N / m^2)
ρ	Masse volumique, (Kg / m^3)
τ	Constante de temps de la servovalve, (s)

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'élaboration des lois de commande des systèmes électrohydrauliques par de nombreux chercheurs a permis à l'automatique des systèmes électrohydrauliques de connaître un essor fulgurant. L'application de certaines de ces lois de commande à des procédés électrohydrauliques a montré leur efficacité.

Les actionneurs hydrauliques sont largement utilisés dans plusieurs applications industrielles en raison des multiples avantages qu'ils offrent : leur compacité, leur rapport force/masse qui est très élevé, leur bonne précision. Ils sont réputés pour leur capacité de transmettre de grandes forces à des vitesses élevées.

De nombreuses industries sont concernées par ce domaine, notamment dans les applications nécessitant un contrôle précis de grandeurs mécaniques (position, vitesse, force) et/ou mettant en jeu des efforts ou couples importants. Les industries qui utilisent un fluide sous pression comme vecteur d'énergie ou pour produire un mouvement sont nombreuses et les applications sont très variées, aussi bien dans les moyens de production que dans les produits finis. Sans être exhaustif, on peut notamment citer les secteurs d'activités suivants : les industries de transformation (presses à injection, ...), la sidérurgie et la métallurgie (presses, laminoirs, ...), le génie civil (tracteurs, engins de terrassement, élévateurs, ...), l'industrie automobile (freins, suspensions actives, direction), l'aéronautique (commande de gouvernes et d'ailerons, commande électrohydraulique de trains d'atterrissage, simulateurs de vol, ...), les industries mécaniques (machines-outils, robots et équipements de manutention automatique, ...), les industries pétrolières (équipements de forage et d'inspection sous-marine,

...) etc. En outre, avec l'intégration des calculateurs numériques et des capteurs dans les corps des actionneurs, il est devenu possible d'appliquer des méthodes de commande pour améliorer les performances dynamiques et la précision des asservissements.

Les modèles de connaissance des actionneurs électrohydrauliques, obtenus en utilisant les lois fondamentales de la mécanique et de la mécanique des fluides sont des équations différentielles fortement non linéaires et non réguliers. Les approches les plus utilisées pour commander ces actionneurs sont donc basées sur le modèle linéarisé

Ce mémoire qui présente une étude générale effectuée sur un système électrohydraulique, concerne spécifiquement sa modélisation ainsi que sa commande linéaire en utilisant la commande par retour d'état et linéaire quadratique reconstruit par un observateur de Luenberger (ou de Kalman-Luenberger)

La mise en œuvre de la commande par retour d'état a besoin de capteurs permettant de donner à chaque instant la valeur de l'état. Il arrive souvent que toutes les variables d'état d'un système ne soient pas accessibles à la mesure pour deux raisons : les capteurs sont parfois trop coûteux ou difficiles à réaliser pour des raisons techniques, On utilise pour cela un observateur de Luenberger qui est en quelque sorte un capteur logiciel. C'est un algorithme fondé sur un modèle du système et utilisant une information pertinente donnée par des capteurs physiques.

Ces commandes par retour d'état et linéaire quadratique seront développées avec un observateur de Luenberger afin de pouvoir améliorer les performances de notre système. Cette commande sera testée en simulation pour contrôler la position angulaire ainsi que l'air d'ouverture du système électrohydraulique. Le présent mémoire est articulé autour de quatre chapitres :

Le premier chapitre concerne une description générale des systèmes électrohydrauliques, tout en exposant leurs principaux domaines d'utilisations et quelques lois de commandes appliquées dans leurs domaines et nous présentons leurs avantages et leurs inconvénients.

Le deuxième chapitre sera réservé à attribuer au système électrohydraulique adopté dans ce mémoire un modèle dans l'espace d'état. Pour cela nous allons d'abord développer les différentes équations mathématiques qui régissent le fonctionnement des servovalves ainsi que le moteur hydraulique constituant notre système.

Le troisième chapitre concerne en premier lieu à la linéarisation du système électrohydraulique étudié afin que nous puissions lui appliquer des commandes multivariable et un observateur de Luenberger.

Ces commandes seront utilisées ensuite pour l'asservissement de la position angulaire ainsi que l'air d'ouverture de notre système.

L'observateur va nous permettre de reconstruire ou d'estimer les variables mesurées (position angulaire et aire d'ouverture) et non mesurées (vitesse angulaire et pression) du système dynamique à partir des entrées et des sorties du système.

Le quatrième chapitre consiste à appliquer nos commandes et notre observateur dans le système et nous voyons les résultats que nous avons obtenus.

Nous terminons ce modeste travail par une conclusion générale.

Chapitre I

Présentation du système électrohydraulique

I.1 Introduction

Les industries traditionnelles sont passées au cours des dernières années d'une technique purement mécanique à une utilisation presque systématique des techniques électroniques, informatiques et automatiques. Ainsi grâce aux systèmes hydrauliques récents, on a pu réaliser de nombreuses installations automatisées dont les performances, la fiabilité, et la robustesse ont fait leur preuve. On assiste actuellement à une fusion, certes bénéfique entre l'hydraulique proprement dite et l'électronique. Cette association de l'hydraulique et de l'électronique se révèle très intéressante, étant donné qu'elle débouche sur deux propriétés recherchées : la puissance et la souplesse. Le recours à la commande proportionnelle des systèmes hydrauliques a entraîné donc une utilisation plus rationnelle des machines et une amélioration de leurs performances [2].

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps décrire l'importance des systèmes électrohydraulique dans l'industrie, tout en citant les différents domaines dans lesquels on les retrouve. Après cela, nous parlerons de leurs avantages et leurs inconvénients. Puis nous ferons une description du fonctionnement d'un système électrohydraulique tout en décrivant le rôle de chaque élément du système. Par la suite, nous exposerons les différentes approches de commande que nous avons rencontrées en parcourant la revue de la littérature. Après cela, nous présenterons leurs avantages et leurs inconvénients.

I.2 Description d'un système électrohydraulique

Un système électrohydraulique typique est constitué principalement des composants suivants :

- **Une pompe** : qui est entraînée par un moteur (moteur électrique ou à combustion) sert à aspirer le fluide du réservoir et l'envoyer ensuite au système, la pompe fournit le débit du liquide dans le système. Elle convertit aussi l'énergie mécanique reçue à son entrée en énergie hydraulique sous forme de fluide sous pression.
- **Un régulateur de pression** : (limiteur de pression) installé à côté de l'accumulateur qui sert à limiter la pression dans les systèmes.
- **Un accumulateur** : hydraulique qui a pour but de recevoir un volume de liquide sous pression et de le restituer en cas de besoin.
- **Une ou plusieurs servovalves** : (distributrices) qui sont des composantes actives (modulateurs) distribuant le flux d'énergie vers les récepteurs pour les faire démarrer, les arrêter ou les inverser. Le nombre de positions d'un distributeur correspond au nombre d'agencements différents des voies de communication entre les orifices.
- **Un vérin hydraulique ou moteur** : qui transmet la force ou le couple suivant un mouvement rectiligne ou de rotation. Cet engin transforme l'énergie hydraulique en énergie mécanique.
- **Le contrôleur** : constitue le cœur de la commande du système. Le contrôleur remplit essentiellement quatre fonctions : l'inversion des polarités, la sommation des signaux, la génération du signal de commande et l'amplification du signal de commande.
- **Le réservoir** : qui sert à stocker le fluide, à le refroidir et à absorber l'expansion thermique du liquide qui se réchauffe, tout en éliminant la pression qui en résulte.

Le schéma de principe du circuit électrohydraulique utilisé dans le cadre de ce mémoire est donné par la figure I.1

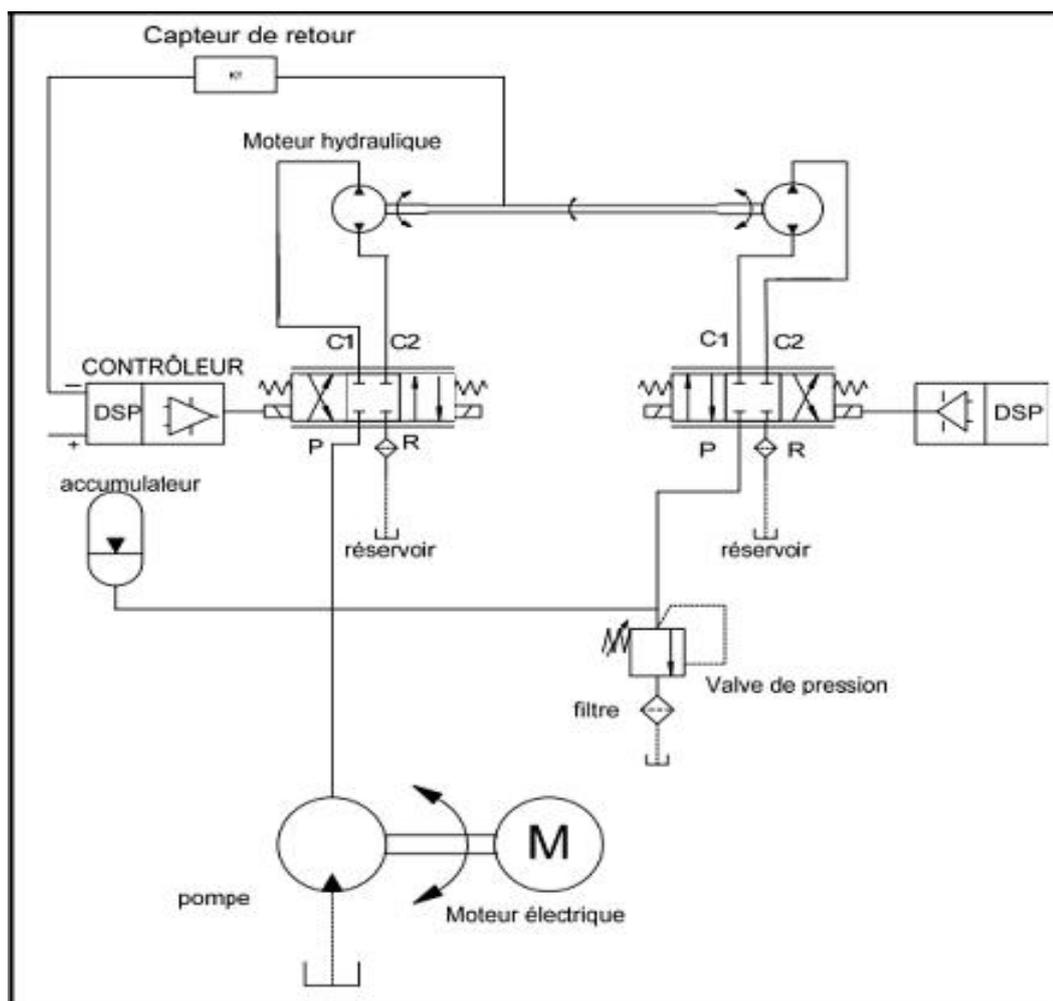


Figure I.1 : Schéma de principe d'un système électrohydraulique.

I.3 Principe de fonctionnement :

Nous allons décrire, dans cette section, le principe de fonctionnement du système électrohydraulique donné par Figure I.2.

Lorsqu'il n'y a pas de courant de commande, la palette est en position centrale entre les deux buses. Le fluide venant de l'orifice P passe à travers de gicleurs jusqu'aux buses. La pression du fluide qui alimente les deux buses est identique. Cette pression s'applique des 2 côtés du tiroir qui reste donc en équilibre en position centrale. Les orifices A et B sont donc fermés.

Lorsque le moteur-couple est commandé par un courant i , la palette se déplace vers une des deux buses (ici, vers celle de droite) et gêne donc la sortie du fluide par cette buse. On crée donc une perte de charge supplémentaire qui provoque l'augmentation de la pression côté droit du tiroir.

Le tiroir se déplaçant vers la gauche entraîne avec lui l'extrémité du ressort cantilever. Cela crée un couple qui s'oppose à celui produit par le moteur-couple. Lorsque les deux couples s'équilibrent, la palette est revenue en position centrale. Les pressions aux deux extrémités du tiroir sont donc de nouveau identiques. La position du tiroir est alors stable et définit par l'égalité

entre le couple moteur et le couple de réaction du ressort cantilever. La position du tiroir est alors l'image du courant de commande i .

Il y a donc une communication des orifices P et A avec un débit Q proportionnel au courant d'entrée i . Équilibre du tiroir pour un débit constant fonction du courant i .

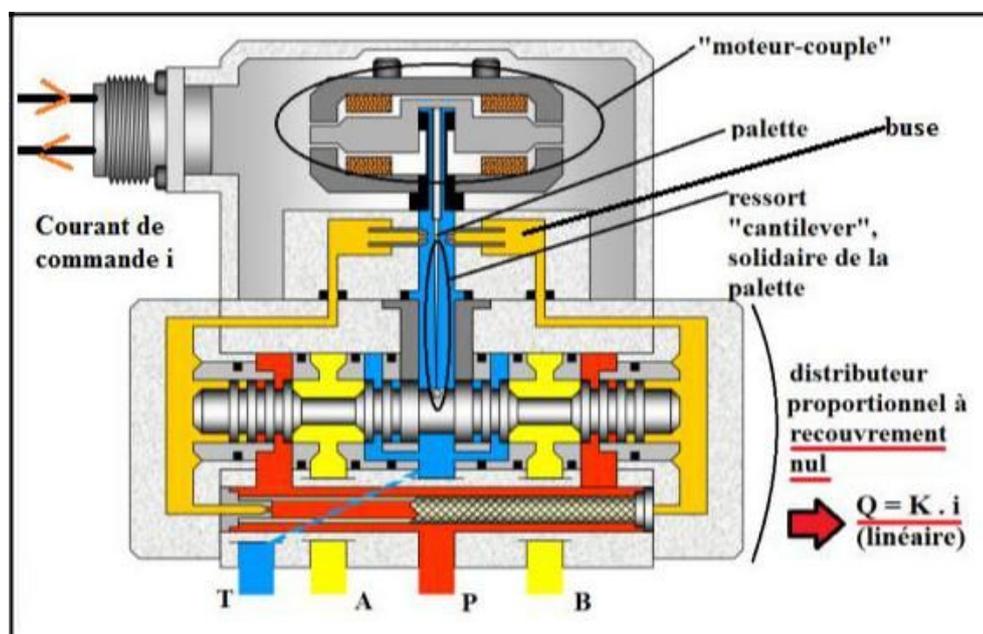


Figure I.2 : Schéma explicatif de la servovalve

I.4 Principaux domaines d'utilisation

Les utilisations des systèmes électrohydrauliques sont tellement variées qu'elles se retrouvent dans presque tous les secteurs du monde industrialisé. Nous les retrouvons notamment dans les secteurs tels que : l'aéronautique, le maritime, le militaire, le manufacturier, robotique, etc.

I.4.1 Le secteur aéronautique

On utilise exclusivement des systèmes hydrauliques dans les commandes des avions. C'est d'ailleurs grâce à l'aéronautique qu'après la deuxième guerre mondiale, on a amélioré ces systèmes en cherchant à obtenir de plus hautes pressions de fonctionnement, une réduction de l'encombrement, du poids, ainsi qu'une très grande fiabilité [2].

I.4.2 Les secteurs maritimes et militaires

Ces secteurs ont contribué au développement d'un nombre croissant d'utilisations de toutes sortes de systèmes hydrauliques notamment les portes avions, les engins de combat, etc... [3].

I.4.3 Le secteur de l'industrie manufacturière

Ce secteur a profité des perfectionnements apportés par l'aéronautique pour réaliser l'automatisation de la production en série, et à cause de la souplesse et des efforts que permettent les systèmes hydrauliques, on les utilise dans les machines à outils et, plus récemment, dans les robots industriels [2].

I.4.4 Le secteur des machines agricoles, véhicules de voiries et construction

Dans ce secteur, les systèmes hydrauliques ont bénéficié d'une grande expansion au cours de ces dernières années. On a pu mettre au point des équipements qu'il aurait été difficile, voire impossible, de construire autrement. Tout récemment, l'utilisation des systèmes hydrauliques, alliée à celle de microprocesseurs installés à bord de ces machines et de ces véhicules, a grandement contribué à augmenter la productivité, la souplesse, la sécurité et la maniabilité [2].

I.5 Avantages et inconvénients des systèmes électrohydrauliques

Dans cette section nous donnerons les avantages et les inconvénients des systèmes hydrauliques.

I.5.1 Avantages

- Des forces importantes (couples) pour des petits volumes, c'est-à-dire une importante densité de puissance.
- L'adaptation de la force se fait automatiquement. Le mouvement peut s'effectuer sous pleine charge en partant de l'arrêt [4].
- Une très bonne régulation de la vitesse des actionneurs du fait de l'incompressibilité du fluide.
- Une facilité de pilotage aussi bien que régulation d'une vitesse, d'un couple d'une force de levage, etc.
- Une grande durée de vie des composants, du fait qu'ils sont en permanence baignés dans l'huile.
- Une grande facilité d'opération, car les systèmes électrohydraulique peuvent opérer de façon continue, intermittente, réversible et statique sans créer aucun dommage.
- Une grande robustesse dans le fonctionnement. Les systèmes à transmission hydraulique sont plus robustes que les moteurs électriques, car on remarque une baisse de la vitesse de rotation du moteur quand la charge augmente.

Malgré tous ces avantages, les systèmes hydrauliques ont aussi certains inconvénients qui les rendent indésirables dans certaines applications.

I.5.2 Inconvénients

- Des pertes de charge dues à la circulation du fluide dans les conduites et les composants hydrauliques.
- La contamination du fluide due surtout à la variation des propriétés de l'huile est la source majeure des problèmes en contrôle des systèmes hydrauliques.
- L'erreur dans le système due aux fuites dans les composants hydrauliques

- Le dernier facteur et non le moindre qui limite les applications des systèmes hydrauliques est la compréhension et la connaissance des systèmes hydrauliques. Étant donné leur complexité et des non linéarités présentes dans les équations de la dynamique du système, la conception et la commande des systèmes hydrauliques restent difficiles et immatures.

I.6 Caractéristiques des fluides hydrauliques

Nous avons vu dans la section précédente que l'un des inconvénients majeurs des systèmes hydrauliques est la variation des propriétés du liquide hydraulique. C'est pour cette raison que nous jugeons nécessaire dans cette section de parler de ces caractéristiques.

Les caractéristiques des huiles hydrauliques sont présentées en vue d'une utilisation dans la régulation des systèmes électrohydraulique. L'huile est un fluide considéré comme un milieu continu déformable, sans rigidité, qui peut s'écouler, c'est-à-dire subir de grandes variations de forme sous l'action de forces qui sont d'autant plus faibles que ces variations de formes sont plus lentes. Les propriétés physiques les plus importantes du point de vue mécanique sont : l'isotropie, la mobilité, la compressibilité, ainsi que la viscosité.

Les huiles que nous utiliserons seront isotropes, c'est-à-dire que leurs propriétés seront identiques dans toutes les directions de l'espace. Elles seront également mobiles c'est-à-dire qu'elles n'auront pas de forme propre : elles occuperont la forme du récipient qui les contient ou elles s'écouleront. La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. En ce qui concerne la viscosité, nous allons en donner quelques notions [5].

I.6.1 La viscosité

La viscosité d'un fluide peut être définie comme étant la résistance à l'écoulement uniforme et sans turbulence se produisant dans la masse du fluide. La viscosité dynamique représente la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière. Lorsque la viscosité augmente, la capacité du fluide à s'écouler diminue. Pour un liquide, la viscosité tend généralement à diminuer lorsque la température augmente.

I.6.2 La viscosité dynamique

viscosité dynamique μ (ou encore η) se mesure en pascal-seconde ($Pa.s$). Une façon de définir la viscosité dynamique est de considérer deux couches d'un fluide (voir figure I.3) notées $abcd$ et $a'b'c'd'$. La couche $abcd$ étant animée d'une vitesse relative à $a'b'c'd'$ noter dv et dirigée suivant x . Sous l'effet de la viscosité, une force F s'exerce sur la couche $a'b'c'd'$.

La viscosité dynamique μ est définie par la relation entre la norme de cette force et la vitesse relative dv .

$$F = \eta S \frac{dv}{dz} \quad (1.1)$$

S étant la surface de chaque couche, et dz l'épaisseur de fluide séparant les deux couches.

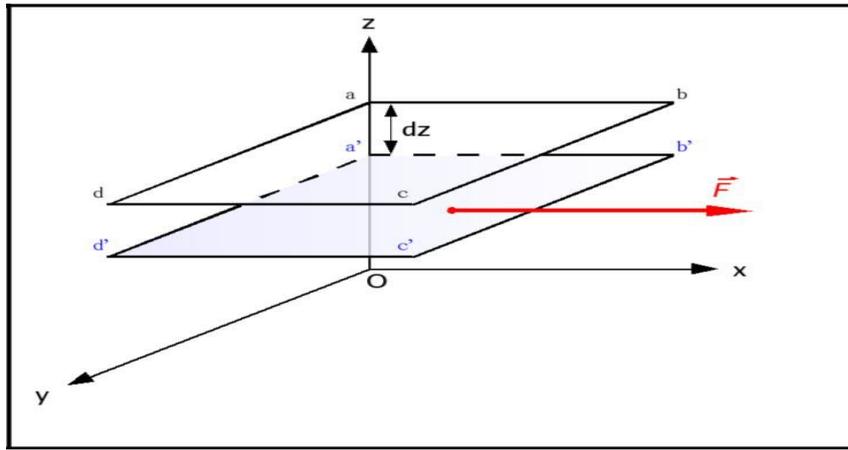


Figure I.3 Force de viscosité agissant dans un fluide.

La contrainte de cisaillement τ proportionnelle au gradient de vitesse est égale à :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dz} \quad (1.2)$$

Où est dv le gradient de vitesse et dz est la distance entre deux lames

I.6.3 La viscosité cinématique

La viscosité cinématique ν s'obtient en divisant la viscosité dynamique par la masse volumique

ρ soit :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.3)$$

Elle s'exprime en m^2 / s .

La relation liant les viscosités dynamique et cinématique est :

$$\nu(T, P) = \frac{\mu(T, P)}{\rho(T, P)} \quad (1.4)$$

Où $\rho = (P, T)$ est la masse volumique qui est également en fonction de la température et de la pression.

I.6.4 Évolution de la viscosité par rapport à la température

La viscosité cinématique dépend fortement de la température. Il est donc nécessaire que la valeur de la viscosité de l'huile utilisée soit donnée pour une température précise. Pour déterminer l'importance de la température sur la viscosité d'un fluide, on utilise un indice de viscosité. Plus cet indice est grand, moins la température a d'influence sur la viscosité du fluide [5].

I.6.5 Évolution de la viscosité selon la pression

La viscosité de l'huile augmente aussi avec la pression (voir figure I.4). Les variations de la viscosité en fonction de la pression sont données par la loi de BARUS :

$$\mu_P = \mu_{P0} * e^{\Delta k} \quad (1.5)$$

Où μ_P est la viscosité absolue à la pression, μ_{P0} la viscosité absolue à la pression atmosphérique et k un coefficient de viscosité/pression de valeur égale à 0.002 bar^{-1}

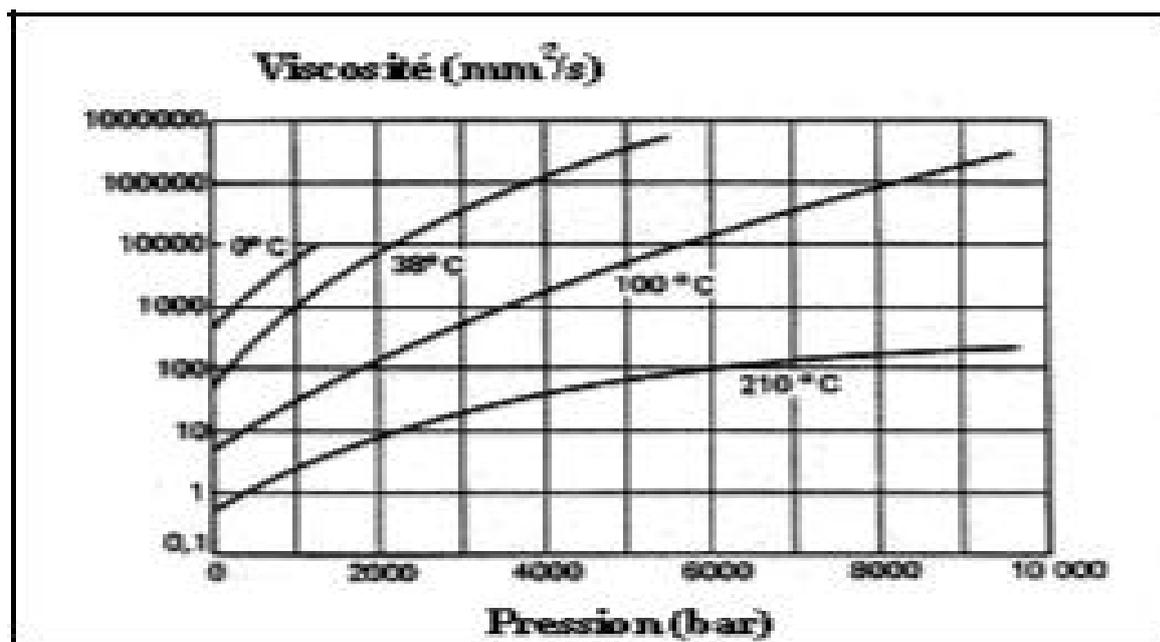


Figure I.4 : Viscosité cinématique en fonction de la pression.

I.7 Modélisation

En parcourant la revue de la littérature sur les systèmes électrohydraulique, nous avons remarqué qu'il existe deux types de systèmes :

- Les systèmes hydrauliques à actionneurs linéaires (vérins).
- Les systèmes hydrauliques à actionneurs rotatifs (moteurs hydrauliques).

Le modèle que nous allons étudier, par simulation dans ce travail, est le modèle à actionneurs rotatifs représenté par le banc d'essai du LITP (laboratoire d'intégration des technologies de production) [1]. L'originalité de ce système est qu'il comprend deux servovalves, et deux moteurs hydrauliques reliés ensemble par un arbre. L'un qui sert à réguler le débit du fluide hydraulique afin de contrôler la vitesse, la pression et la position du moteur hydraulique, et l'autre servovalve est utilisé pour le contrôle du couple résistant du deuxième moteur hydraulique qui représente la charge. Il est important ici de souligner que le signal de commande de la deuxième servovalve est un signal qui varie de façon aléatoire ceci ayant pour but de faire varier le couple résistant de la charge afin de vérifier la stabilité du système.

I.8 Les différentes approches de commande

En effet, les systèmes électrohydrauliques sont réputés d'être fortement non-linéaires et non différentiables, à cause de plusieurs facteurs : fuite, friction et surtout l'équation de l'écoulement du fluide à travers une servovalve [6] qui comprend un terme en racine carré et une discontinuité non différentiable dans ce terme. La commande tels que le multivariable est utilisé pour ce type des systèmes et ont prouvé leurs efficacités. D'autres approches de commandes non-linéaires ont été proposées dans la littérature tels que : la commande linéaire robuste, la commande non-linéaire robuste et la commande intelligente.

Dans ce mémoire nous allons opter pour l'application au système électrohydraulique deux commandes multivariables, la première est la méthode de placement de pôles par retour d'état et la méthode Linéaire quadratique par retour d'état reconstruit par un observateur de Luenberger (ou de Kalman-Luenberger)

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons traité la revue de la littérature, tout en exposant quelques lois de commande appliquées dans la commande des systèmes hydrauliques. Nous avons aussi dans le cadre de ce chapitre, présenté les avantages et les inconvénients des systèmes hydrauliques. Nous allons dans le chapitre qui suit aborder l'aspect modélisation du système électrohydraulique en prélude de son asservissement.

Chapitre II

Modélisation du système électrohydraulique

II.1 Introduction

La modélisation d'un système consiste à le représenter par des équations mathématiques qui gouvernent son fonctionnement afin de pouvoir mieux l'étudier. Ce modèle mathématique facilite la simulation physique du système.

Dans ce mémoire, il est question de simuler la commande d'un système électrohydraulique. Pour cela, il est primordial de trouver un modèle mathématique qui représente le mieux possible le système réel. Nous allons donc développer dans ce chapitre le modèle mathématique du système représenté par le banc d'essai du LITP à partir des paramètres réels de ce dernier [1].

II.2 Constitution du système électrohydraulique du LITP

Le système électrohydraulique du LITP étudié dans ce mémoire est représenté par la figure II.1 est constitué à partir de :

- Un moteur électrique qui entraîne la pompe.
- Une pompe qui aspire de l'huile contenu dans le réservoir pour l'emmener dans le système.
- Un limiteur de pression servant à fixer la pression de service dans les systèmes.
- Un accumulateur hydraulique qui a pour but de recevoir un volume de liquide sous pression et de le restituer en cas de besoin.
- Deux servovalves qui sont des composantes actives; l'un distribuant le flux d'énergie vers le moteur hydraulique pour le faire démarrer, l'arrêter ou inverser son sens de rotation, l'autre distribuant le flux d'énergie vers le deuxième moteur servant de charge.
- Deux moteurs hydrauliques (l'un principal et l'autre pour la charge) transmettant le couple suivant un mouvement de rotation. Ces engins transforment l'énergie hydraulique en énergie mécanique.

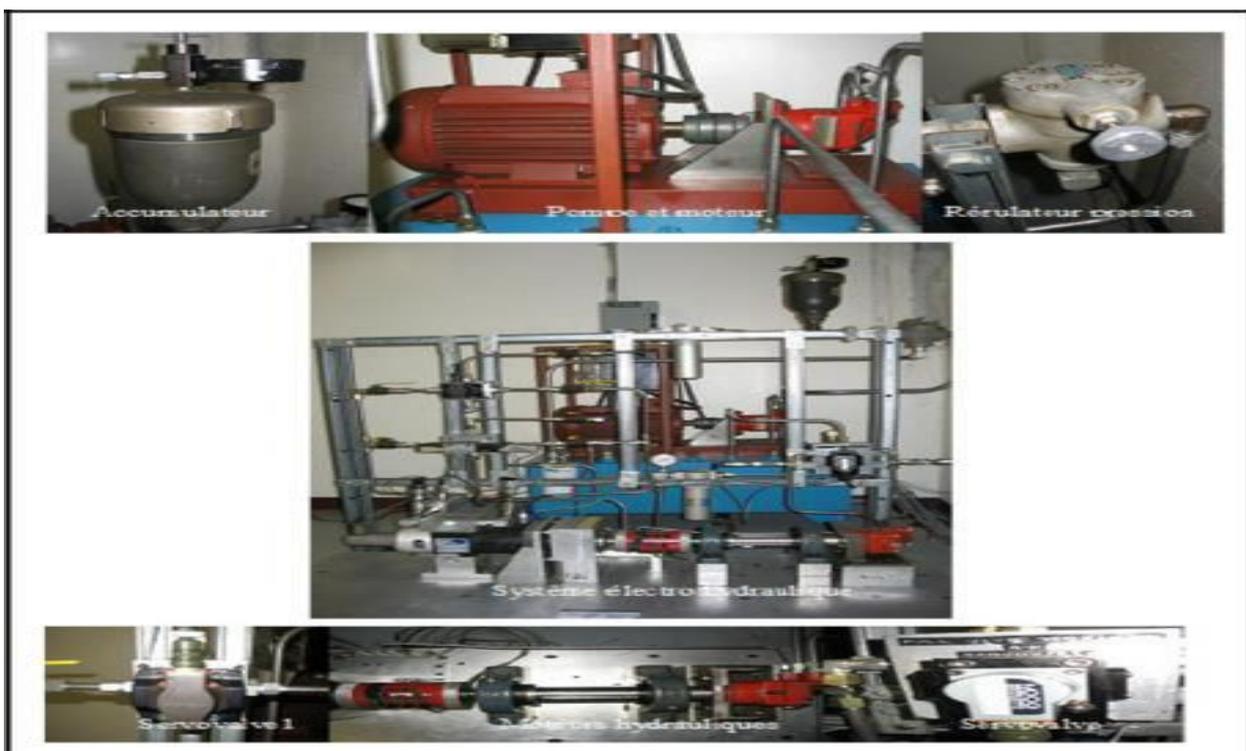


Figure II.1 Composition du système électrohydraulique du LITP

II.3 Modélisation de la servovalve

Une servovalve électrohydraulique est un organe de contrôle proportionnel d'un débit et /ou d'une pression hydraulique par un signal électrique de commande [7]. Lorsque les bobines de la servovalve sont soumises au courant électrique de commande, le champ magnétique déplace le tiroir, ce déplacement provoque alors le débit d'huile dans les orifices de la servovalve. Soit:

$$Q(s) = \frac{KI(s)}{1 + \tau s} \tag{2.1}$$

Alors le déplacement du tiroir est proportionnel au courant d'entrée.

L'équation de la dynamique du mouvement du tiroir d'une servovalve peut être approximé par un système de premier ordre. D'après la figure II.2, la réponse en fréquence d'une servovalve MOOG a été comparée à la réponse en fréquence d'un système de premier ordre. On remarque que pour un signal de fréquence inférieure ou égale à 50Hz, la servovalve se comporte comme une fonction de premier ordre.

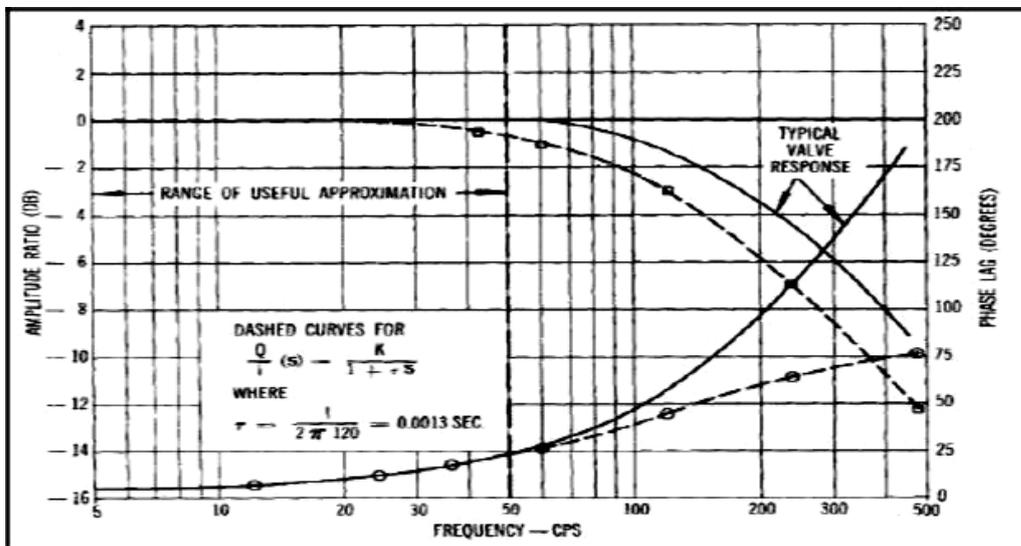


Figure II.2 Réponse en fréquence de la dynamique d'une servovalve

De même si la bobine de la servovalve est commandée par une tension U , l'équation (2.1) devient alors :

$$\frac{Q}{U} = K_s \frac{1}{1 + \tau_s s} \tag{2.2}$$

Puis en croisant de part et d'autres les termes de l'équation nous obtenons :

$$Q + Q \tau_s s = K_s U \tag{2.3}$$

Soit w (en m) représentant le gradient d'ouverture du tiroir de la servovalve.

$$w = \frac{A_0}{x_v} \tag{2.4}$$

En analysant la figure II.3, on remarque que le débit à la sortie est proportionnel à l'aire de l'ouverture de passage A_0 (en m^2).

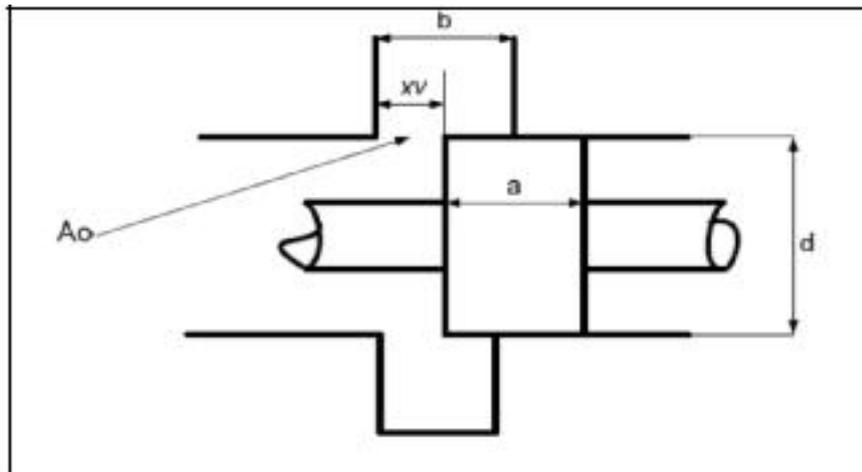


Figure II.3 Déplacement d'un tiroir de servovalve

Nous avons la relation suivante:

$$\frac{A_0}{x_v} = \pi \times d = cste = \omega$$

Et nous remarquons que le débit dans la charge est proportionnel à l'ouverture du tiroir ceci se traduit par :

$$\frac{Q_L}{x_v} = \frac{A_0}{x_v}$$

Nous pouvons donc déduire de (2.3) l'équation suivante:

$$\frac{Q}{U} = K_S \frac{1}{1 + \tau_s}$$

$$A_0 + A_0 \tau_s = K_S U \quad (2.5)$$

Ce qui donne:

$$A_0 + A_0 \tau_s = K_S U$$

Avec :

- Q représente le débit à la sortie, l/sec.
- I représente le courant à l'entrée, en ampère.
- U représente la tension à l'entrée, en volt.
- K représente le gain de la servovalve, en litre/sec/Amp ou $cm^3/sec/volt$.
- τ représente la constance de temps de la servovalve, en sec (s).

Le gain de la servovalve K_S correspond au rapport du déplacement du tiroir de la servovalve pour une tension donnée appliquée à une de ses bobines. Les servovalves utilisées sont de la famille *Moog 760 -103A* et leur gain est de $0.039 \text{ cm}^2 / \text{V}$.

II.4 Mise en équation des débits dans une servovalve

La modélisation des débits dans une servovalve est inspirée du modèle de [3]. Les hypothèses suivantes seront considérées pour le modèle de servovalve représenté par la figure II.4:

- La servovalve est idéale.
- Les fuites sont négligeables dans la servovalve.
- Le tiroir est à recouvrement nul ou critique.
- Les orifices sont symétriques et coïncident.
- Les orifices $A1 = A3$ et $A2 = A4$.

Les orifices $A1$ et $A3$ sont les orifices à l'admission, alors que $A2$ et $A4$ sont des orifices à la sortie

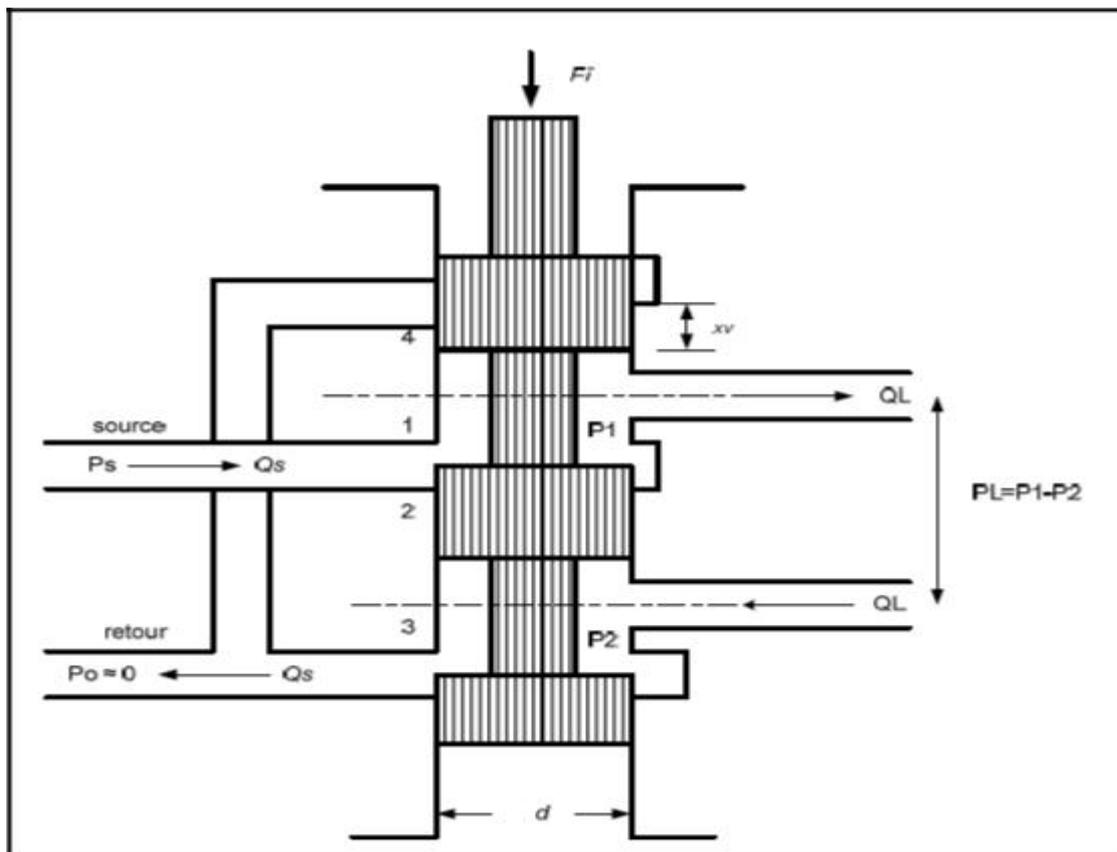


Figure II.4 Représentation du tiroir d'une servovalve 4 orifices et 3 positions

Considérons la servovalve 4/3 représenté à la figure II.4, les quatre orifices sont analogues à un pont de Wheatstone figure II.5. Cette analogie est très utile pour visualiser le fonctionnement de la servovalve.

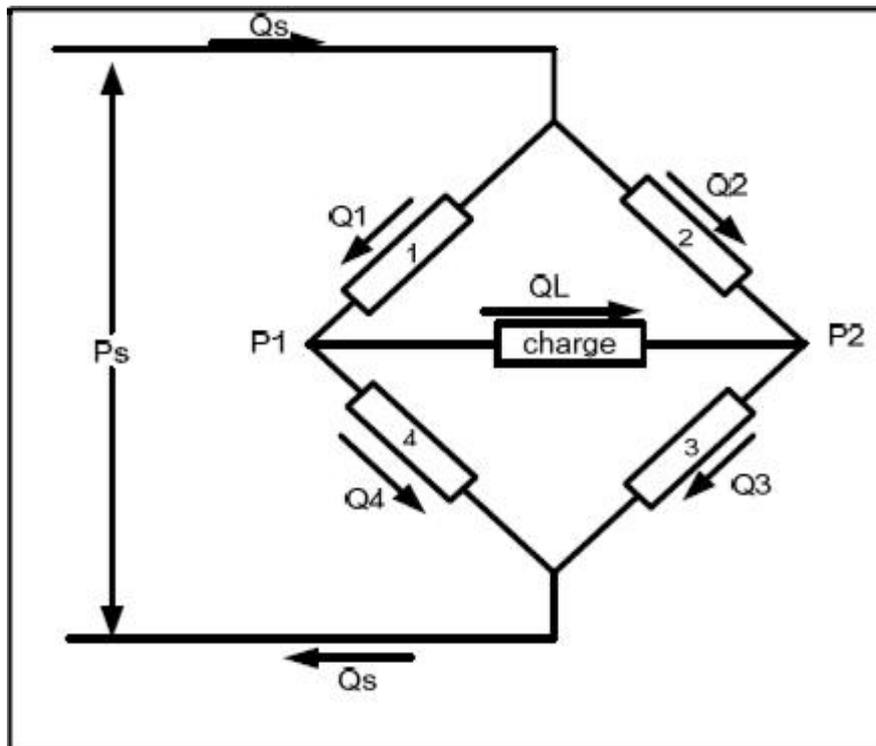


Figure II.5 Représentation du tiroir par pont de Wheatstone

Étant donné que nous intéressons aux caractéristiques statiques, la compressibilité du liquide est négligeable. Les équations de continuité dans les deux chambres de la servovalve sont :

$$Q_L = Q_1 - Q_4 \quad (2.6)$$

$$Q_L = Q_3 - Q_2 \quad (2.7)$$

Où Q_L représente le débit du fluide à la charge.

A partir de la figure II.4 nous pouvons tirer les équations suivantes:

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (2.8)$$

Et

$$P_S = P_1 + P_2 \quad (2.9)$$

- P_L représente la chute de pression à travers la charge.

- P_S représente la pression de la source.

En combinant les équations (2.8) et (2.9), nous obtenons les équations suivantes :

$$P_1 = \frac{P_S + P_L}{2} \quad (2.10)$$

Et

$$P_2 = \frac{P_S - P_L}{2} \quad (2.11)$$

Les débits à travers les orifices de la servovalve sont décrits par les équations suivantes :

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times (P_S - P_1)} \quad (2.12)$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times (P_S - P_2)} \quad (2.13)$$

$$Q_3 = C_d A_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times P_2} \quad (2.14)$$

$$Q_4 = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times P_1} \quad (2.15)$$

La pression à la ligne de retour P_0 est négligeable parce qu'elle est très souvent plus petite que les autres pressions du système [3]. En remplaçant (2.10) et (2.12) dans (2.6) nous obtenons :

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times \left(\frac{P_S - P_L}{2}\right)} \quad \text{Pour } x_v > 0 \quad (2.16)$$

L'équation (2.7) sera traitée de façon similaire. Pour un déplacement négatif de la servovalve $x_v < 0$, $Q_L = -Q_4$ et en remplaçant (2.11) et (2.13) dans (2.7) nous obtenons:

$$-Q_L = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \times \left(\frac{P_S + P_L}{2}\right)} \quad \text{Pour } x_v > 0 \quad (2.17)$$

Les équations (2.16) et (2.17) peuvent être combinées en une seule équation pour les deux déplacements du tiroir. Ce qui donne :

$$Q_L = C_d |A_0| \frac{x_v}{|x_v|} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(P_S - \frac{x_v}{|x_v|} P_L\right)} \quad (2.18)$$

Nous avons donc obtenu la forme générale de l'équation du débit de pression d'une servovalve idéale à tiroir à recouvrement critique avec des orifices qui coïncident et symétriques. Nous remplaçons (2.4) dans (2.18) nous aurons :

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(P_S - \frac{x_v}{|x_v|} P_L\right)} \quad (2.19)$$

Étant donné que :

$$\text{Sign}(x_v) = \frac{x_v}{|x_v|} \quad (2.20)$$

Alors l'équation (2.19) peut être réécrite comme suit:

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(P_S - \text{Sign}(x_v) P_L\right)} \quad (2.21)$$

II.4.1 Modélisation couplage servovalve moteur hydraulique

La modélisation du couplage servovalve moteur hydraulique est inspirée du modèle de [3], et s'effectue selon les hypothèses suivantes:

- La pression dans chaque chambre est identique en tout point.
- La vitesse du liquide dans les chambres du moteur est réduite au point que les pertes mineures sont négligeables.
- La température et la densité du liquide sont constantes

Si nous appliquons l'équation de continuité suivante :

$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{\beta} \frac{dP}{dt} \quad (2.22)$$

Avec :

- V_0 correspond au volume moyen du liquide dans une chambre du moteur.
- β correspond à la compressibilité du fluide.
- P correspond à la pression du fluide.
- Q_{in} correspond au débit d'entrée.
- Q_{out} correspond au débit de sortie.

À chaque chambre du moteur nous aurons :

$$Q_1 - C_{im}(P_1 - P_2) - C_{em}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.23)$$

Et

$$-Q_2 - C_{im}(P_1 - P_2) - C_{em}P_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.24)$$

Ou :

- C_{im} représente la fuite interne du moteur en $cm^3 / sec / bar$.
- C_{em} représente la fuite externe du moteur en $cm^3 / sec / bar$.
- β_e représente la compressibilité du système en bar.
- V_1 représente le volume dans la chambre directe en cm^3 .
- V_2 représente le volume dans la chambre de retour en cm^3 .
- t représente le temps, en seconde.

D'autre part, nous avons le débit dans la charge :

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (2.25)$$

La différence de pression dans la charge :

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (2.26)$$

V_t est volume total des deux chambres en cm^3 :

$$V_t = V_1 + V_2 = 2V_0 \quad (2.27)$$

$$\frac{dV_1}{dt} = -\frac{dV_2}{dt} = D_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.28)$$

Avec :

- θ_m représente la position angulaire de l'arbre du moteur en rad.
- D_m représente la cylindrée du moteur en cm^3 /rad.

En substituant (2.25) et (2.28) dans (2.23) et (2.24) et en les additionnant, nous obtenons:

$$Q_L = D_m \frac{d\theta_m}{dt} + (C_{im} + \frac{C_{em}}{2}) \times (P_1 - P_2) + \frac{v_0}{2\beta_e} \times \frac{d(P_1 - P_2)}{dt} \quad (2.29)$$

Par ailleurs, nous avons :

$$C_{tm} = C_{im} + \frac{C_{em}}{2}$$

$$V_0 = \frac{V_t}{2}$$

$$P_L = P_1 - P_2$$

Ce qui implique que :

$$Q_L = D_m \frac{d\theta_m}{dt} + C_{tm} \times P_L + \frac{v_0}{2\beta_e} \times \frac{d(P_1 - P_2)}{dt}$$

$$Q_L = D_m \dot{\theta}_m + C_{tm} \times P_L + \frac{v_t}{4\beta_e} \times \dot{P}_L \quad (2.30)$$

II.5 Modélisation du moteur hydraulique et du couple de sortie de l'arbre

Le schéma donné par figure II.6 montre la liaison entre l'arbre du moteur hydraulique et la charge entraînée :

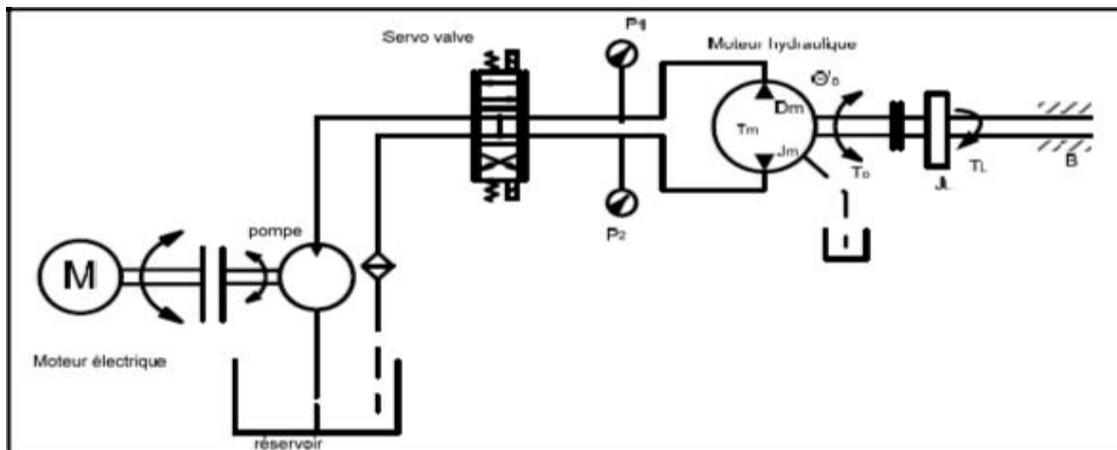


Figure II.6 Schéma de modélisation du couple de sortie du moteur hydraulique

L'énergie cinétique développée dans le moteur hydraulique à la vitesse w_m est donnée par :

$$w_{cin} = \frac{1}{2} J w_m^2 \quad (2.31)$$

Où J représente le moment d'inertie en $Kg \cdot m^2$.

L'équation du couple d'accélération est donnée par:

$$T_{accel} = \frac{1}{w_m} \times \frac{d}{dt} w_{cin} = J \frac{dw_m}{dt} \quad (2.32)$$

Le couple hydraulique développé dans le moteur est :

$$T_{mm12} = D (P_1 - P_2) = D m P L \quad (2.33)$$

En négligeant le couple de friction du moteur hydraulique, le couple d'accélération du moteur hydraulique est donné par l'équation de la deuxième loi de Newton :

$$\sum T_{ext} = \frac{dw}{dt} \quad (2.34)$$

D'où:

$$J \frac{dw}{dt} = Dm (P_1 - P_2) - Bw - T \quad (2.35)$$

En divisant les deux membres de l'équation par J , nous obtenons:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{Dm}{j} (P_1 - P_2) - \frac{Bw}{j} - \frac{TL}{j} \quad (2.36)$$

II.5.1 Étude de la fonction sigmoïde

L'une des méthodes les plus connues pour modéliser la discontinuité engendrée par changement de signe de la servovalve est de remplacer la fonction $sign(x)$ par la fonction sigmoïde notée $sigm(x)$. Avec cette fonction nous résolvons aussi le problème de non différentiation de la fonction $sign(x)$.

La fonction sigmoïde est définie par :

$$sigm(x) = \frac{1 - e^{-ax}}{1 + e^{-ax}} \quad (2.37)$$

Sa dérivée est donnée par:

$$\frac{dsigm(x)}{dx} = \frac{2ae^{-ax}}{(1 + e^{-ax})^2} \quad (2.38)$$

La figure(II.7) représente la fonction sigmoïde(x) pour les valeurs de x variant de $[-20 \text{ à } 20]$ avec les différentes valeurs de a .

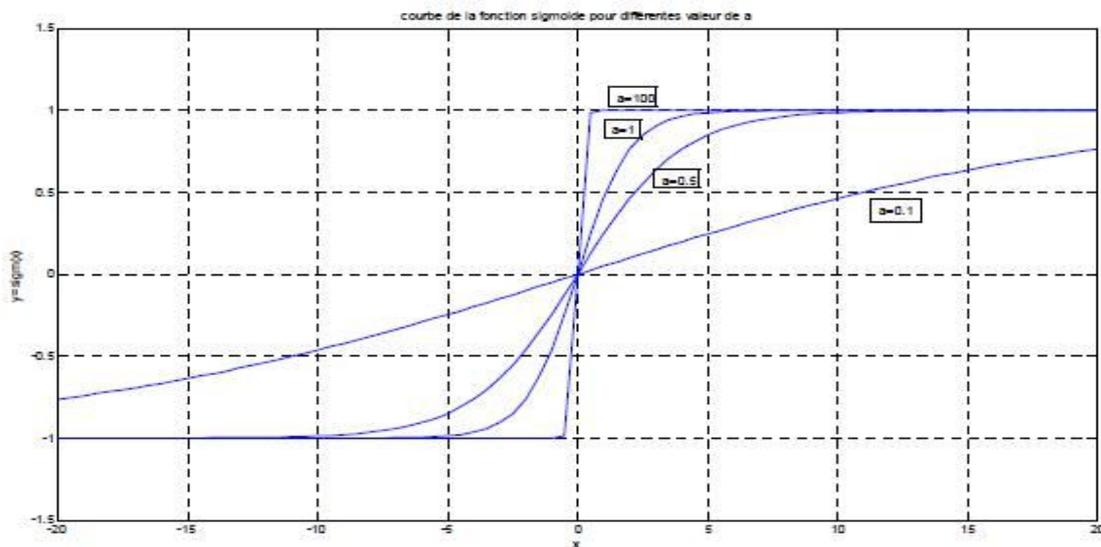


Figure II.7 Fonction $sigm(x)$ pour différentes valeurs de a

À partir de l'équation ci-dessus, nous constatons que la fonction sigmoïde est une fonction continue et différentiable et ayant les propriétés suivantes :

$$sigm(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } ax \rightarrow \infty \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } ax \rightarrow -\infty \end{cases} \quad \text{Avec } a > 0 \quad (2.39)$$

Nous avons choisi a égale à 100 comme pente dans le but d'approximer la fonction $sigm(x)$ et de nous rapprocher de la réalité.

II.5.2 Représentation dans l'espace d'état

Les techniques de commande moderne telles que le réglage d'état, la commande optimale, la commande adaptative, etc. reposent généralement sur la représentation dans l'espace d'état.

Une représentation d'état permet de modéliser un système dynamique sous forme matricielle en utilisant des variables d'état. Il s'agit d'un outil mathématique qui permet la représentation des systèmes multivariables aussi bien que les systèmes mono-variable. Le modèle d'état consiste en un ensemble d'équations différentielles du premier ordre (équation d'état).

Ces séries d'équations peuvent être mises sous une forme matricielle. Cette représentation matricielle est appelée représentation dans l'espace d'état. Étant donné les techniques de commande utilisées qui est notamment la commande multivariable, nous avons choisi le modèle d'état comme le modèle mathématique adéquat pour la représentation du système.

En général, la représentation d'état d'un système linéaire continu est donnée par deux équations:

Une équation d'état:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (2.40)$$

Et une équation de sortie:

$$Y(t) = CX(t) + DU(t) \quad (2.41)$$

- $X \in R^n$: Vecteur qui représente les n variables d'état.
- $Y \in R^q$: Vecteur qui représente les q mesures.
- $U \in R^p$: Vecteur qui représente les p commandes.
- $A \in R^{n \times n}$: Matrice de dynamique du système
- $B \in R^{n \times p}$: Matrice de commande.
- $C \in R^{q \times n}$: Matrice d'observation.
- $D \in R^{q \times p}$: Matrice d'action directe.

Les variables d'état d'un système sont des grandeurs physiques continues de ce système. Les différentes variables d'états que nous allons choisir pour notre système sont les suivantes :

- La position angulaire de l'arbre du moteur ($x_1 = \theta$)
- La vitesse angulaire de l'arbre du moteur ($x_2 = \dot{x}_1 = w$)
- La différence de pression dans le système ($x_3 = P_L = P_1 - P_2$)
- L'aire d'ouverture du tiroir de la servovalve ($x_4 = A_\theta = Av$)

Et la variable de sortie choisie est la position angulaire de l'arbre du moteur ($x_1 = \theta$).

En reprenant l'équation (2.5) et en faisant sortir \dot{A}_0 nous avons donc :

$$\dot{A}_0 = \frac{K_s}{\tau v} \times U - \frac{A_0}{\tau v}$$

Ce qui correspond à :

$$\dot{x}_4 = \frac{K_s}{\tau v} \times U - \frac{A_0}{\tau v}$$

Ce qui nous donne aussi :

$$\dot{x}_4 = -r_a * x_4 + r_b * u \quad (2.42)$$

Avec:

$$r_a = \frac{1}{\tau v} \quad \text{et} \quad r_b = \frac{K_s}{\tau v}$$

En reprenant l'équation (2.30) et en isolant le volume et la pression nous avons donc:

$$Q_L = D_m \dot{\theta}_m + C_{tm} \times P_L + \frac{Vt}{4\beta e} \times \dot{P}_L$$

$$Q_L - D_m \dot{\theta}_m - C_{tm} \times P_L = \frac{Vt}{4\beta e} \times \dot{P}_L$$

Par ailleurs nous avons aussi:

$$V_t = 2V \quad \text{et} \quad Q_L = C_d A_v \sqrt{\left(\frac{1}{\rho} \times (P_s - \text{sign}(A_v)) P_L\right)}$$

$$\dot{P}_L = \frac{2\beta e C_d A_v}{V} \sqrt{\left(\frac{1}{\rho} \times (P_s - \text{sign}(x_v)) P_L\right)} - \frac{2\beta e D_m \dot{\theta}}{V} - \frac{2\beta e C_{tm} P_L}{V} \quad (2.43)$$

En remplaçant V_t , Q_L et la fonction $\text{sign}(A_v)$ par sigmoïde(A_v) dans l'équation ci-dessus nous obtenons :

$$\dot{x}_3 = P_a x_4 \sqrt{(P_s - x_3 \text{sigm}(x_4))} - P_b x_3 - P_c x_2 \quad (2.44)$$

Avec:

$$P_a = \frac{2\beta C_d}{V\sqrt{\rho}} \quad \text{et} \quad P_b = \frac{2\beta C_m}{V} \quad \text{et} \quad P_c = \frac{2\beta D_m}{V}$$

En reprenant l'équation (2.36), nous avons :

$$\frac{dw}{dt} = \frac{Dm}{J} P_L - \frac{Bw}{J} - \frac{T_L}{J}$$

Soit :

$$\frac{dw}{dt} = \frac{Dm}{J} P_L - \frac{B\dot{\theta}}{J} - \frac{T_L}{J}$$

Ce qui implique:

$$\dot{x}_2 = \omega_a x_3 - \omega_b x_2 - \omega_c \quad (2.45)$$

Avec :

$$\omega_a = \frac{Dm}{J}, \quad \omega_b = \frac{B}{J}, \quad \omega_c = \frac{T_L}{J}$$

Et finalement nous pouvons utiliser la relation liant la position angulaire à la vitesse angulaire qui donne :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.46)$$

Avec ces quatre équations différentielles (2.42), (2.44), (2.45) et (2.46), nous déduisons les dérivées des variables d'état de notre système:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \omega_a x_3 - \omega_b x_2 - \omega_c \\ P_a x_4 \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} - P_b x_3 - P_c x_2 \\ -r_a * x_4 + r_b * u \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Et nous obtenons enfin le modèle d'état correspondant:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_b & \omega_a & 0 \\ 0 & -P_c & -P_b & P_a \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} \\ 0 & 0 & 0 & -r_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ r_b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Avec les variables d'état sont:

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{x}_1 = w, \quad x_3 = P_L, \quad x_4 = A_0$$

Et les variables d'entrées sont: $u_1 = u, u_2 = \omega_c$

Nous trouvons donc les matrices d'état suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_b & \omega_a & 0 \\ 0 & -P_c & -P_b & P_a \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(x_4)} \\ 0 & 0 & 0 & -r_a \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ r_b & 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons attribué au système électrohydraulique adopté dans ce mémoire un modèle dans l'espace d'état. Pour cela nous avons d'abord développé les différentes équations mathématiques qui régissent le fonctionnement des servovalves ainsi que le moteur hydraulique constituant notre système.

Nous allons dans le chapitre qui suit abordé les notions sur la commande multivariable, par placement de pôles et par la méthode linéaire quadratique LQ qui vont être développées sur le système électrohydraulique.

Chapitre III

**Théorie de la commande et
l'observation des systèmes**

III.1 Introduction

Après avoir développé le modèle mathématique de notre système, nous allons maintenant procéder à son asservissement. Dans ce chapitre nous nous attarderons sur la synthèse d'une loi de commande par retour d'état. Nous utiliserons deux méthodes de réglage : le réglage par placement des pôles et le réglage par la méthode Linéaire quadratique. La mise en œuvre de ces commandes se fonde sur l'implémentation d'un contrôleur qui se base sur un formalisme mathématique assez maîtrisé en rapport avec la représentation d'état [15]. Mais il arrive souvent que toutes les variables d'état d'un système ne soient pas accessibles à la mesure pour deux raisons : les capteurs sont parfois trop coûteux ou difficiles à réaliser pour des raisons techniques, On utilise pour cela un observateur de Luenberger qui est en quelque sorte un capteur logiciel. C'est un algorithme fondé sur un modèle du système et utilisant une information pertinente donnée par des capteurs physiques. Etant donné que notre système comporte une non-linéarité, nous serons donc contraints de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement.

III.2 Objectifs d'un asservissement électrohydraulique

La régulation d'un procédé industriel est l'ensemble des moyens matériels et techniques mis en œuvre pour maintenir une grandeur physique (température, vitesse, pression, ..), égale à une valeur désirée appelée consigne. Le but de la régulation est de maintenir l'état de la sortie égale à la référence malgré l'influence des perturbations extérieures.

Soit la figure (III.1) représentant le contrôle de la vitesse angulaire d'un moteur hydraulique. Ce type de régulation est à action inverse. Le tachymètre qui est monté sur l'arbre du moteur, mesure la vitesse du moteur à la sortie, la convertit en une constante en fonction de son gain. Cette valeur est par la suite comparée à la consigne. S'il y a erreur, le contrôleur génère un signal (courant) à la servovalve.

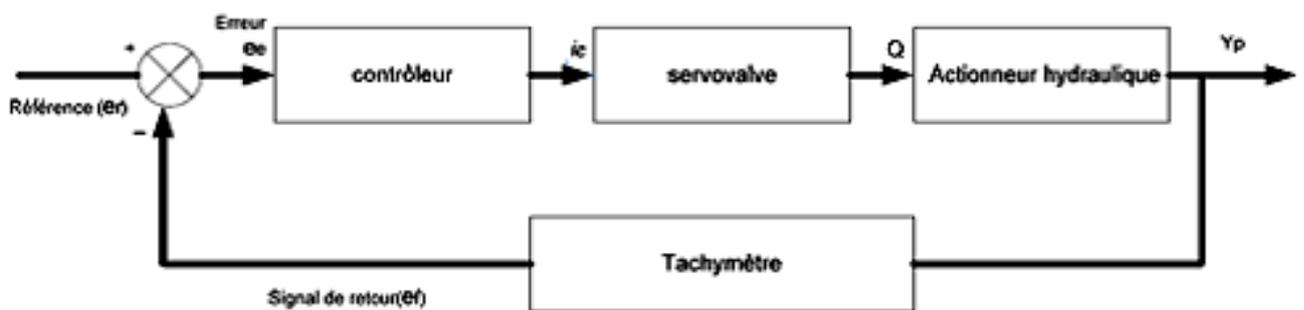


Figure III.1 Synoptique de l'asservissement électrohydraulique

III.3 Régulateur à placement de pôles par retour d'état

Dans cette section, nous définissons le principe de placement de pôles et ensuite nous l'appliquons en simulation sur le système électrohydraulique du LITP.

III.3.1 Principe

Le principe est de déterminer une commande telle que les pôles de la fonction de transfert du système en boucle fermée soient convenablement placés dans le plan complexe et satisfassent des spécifications d'amortissement et de rapidité. Les pôles de la fonction de transfert étant les valeurs propres de la matrice d'état, le but est donc de réaliser un asservissement modifiant convenablement la matrice d'état du système. Autrement dit il s'agit de trouver une loi de commande linéaire, telle que les pôles du système de commande en boucle fermée avec cette loi coïncident exactement avec les racines d'un polynôme :

$$P(s)=S^n+P_nS^{n-1}+P_{n-1}S^{n-2}+\dots+P_2S+P_1 \tag{3.1}$$

La loi de commande qui satisfait l'objectif précédent est alors appelée : commande à placement de pôles.

En d'autres termes, le principe consiste à introduire des nouveaux paramètres dans un système de telle manière que nous puissions contrôler la localisation des pôles du système en boucle fermé.

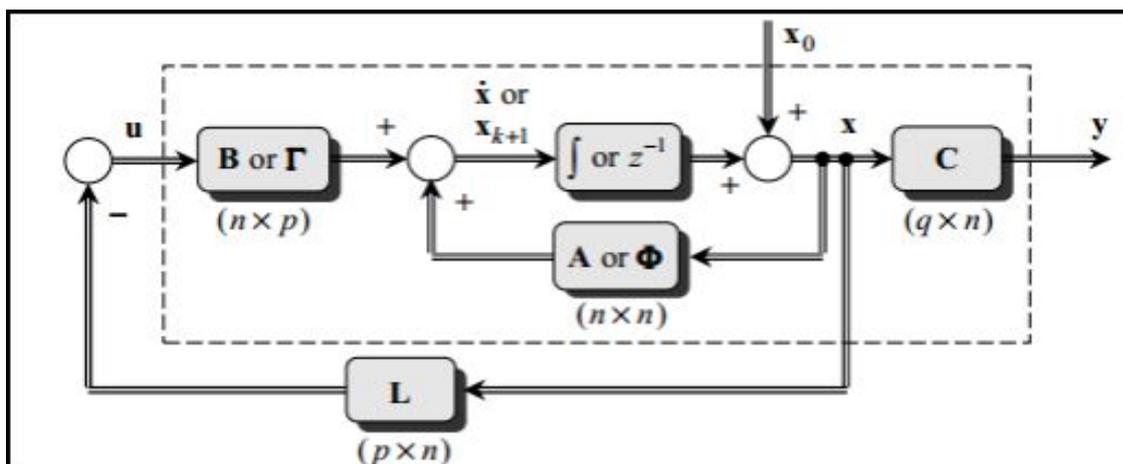


Figure III.2 Schéma de régulation d'un système contrôlé par retour d'état

Le système contrôlé d'ordre n en boucle fermée aura alors une équation caractéristique d'ordre n qui sera de la forme :

$$S^n+a_{n-1}S^{n-1}+\dots+a_1S+a_0 \tag{3.2}$$

Alors, si nous pouvons introduire n paramètres dans notre système que nous désirons contrôler et que nous les relierons aux coefficients de l'équation caractéristique ci-dessus, tous les pôles de système en boucle fermée peuvent donc être placés à n'importe quelle position désirée [10].

III.3.2 Structure de la loi de commande

Soit un système décrit par la figure 3.2. Les équations de système en boucle fermée sont :

$$\begin{cases} x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + De(t) \\ u(t) = e(t) - Kx(t) \end{cases} \tag{3.3}$$

L'équation d'état du système en boucle fermée s'écrit :

$$x(t) = [(t) + B[e(t) - Kx(t)]] = [A - BK] x(t) + Be(t) \tag{3.4}$$

Par conséquent, la matrice d'état du système en boucle fermée vaut : $(A - BK)$. La dynamique du système en boucle fermée est donc fixée par les valeurs propres de la matrice $(A - BK)$

Ces valeurs propres sont les racines de l'équation caractéristique :

$$\det(SI - (A - BK)) = 0 \tag{3.5}$$

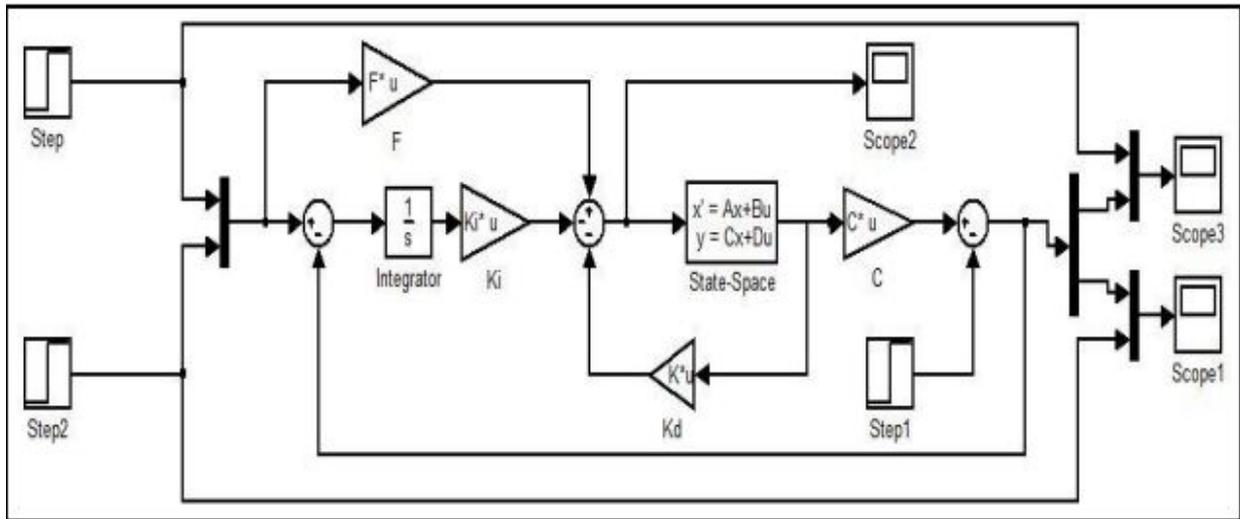


Figure III.3 Modèle électrohydraulique étudié

Une loi de commande qui a la structure définie à la figure III.2 est appelée commande par retour d'état. Et quand une telle loi est utilisée pour atteindre l'objectif de placement de pôles, on précisera que c'est une commande à placement de pôles par retour d'état.

III.3.3 Placement de pôles dans le cas d'une forme canonique de commandabilité

Le placement de pôles par retour d'états est plus simple à effectuer lorsque le système est représenté sous la forme canonique de commandabilité [9]. Soit un système défini par n variable d'état :

Avec :

$$\begin{cases} x_1 = q \\ x_2 = \dot{q} = x'_1 \\ \dots \\ x_n = q^{(n-1)} = x'_{n-1} \\ x'_n = -a_{n-1}x_n - \dots - a_1x_2 - a_0x_1 + u' \end{cases} \tag{3.6}$$

Nous avons l'équation d'état suivant :

$$\begin{cases} x'(t) = A_C X + B_C u \\ y(t) = C_C X \end{cases} \tag{3.7}$$

Ce qui nous donne ensuite :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \vdots \\ \dot{X}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & & \\ & & 0 & 1 & \\ & & & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (3.8)$$

Une telle représentation est dite forme canonique de commandabilité.

Avec :

$$C_c = [B_c \quad A_c B_c \quad A_c^2 B_c \quad \cdots \quad A_c^{n-1} B_c]$$

C_c représente la matrice de commandabilité. Si déterminant $C_c \neq 0$, alors un tel système est toujours commandable. Notons que l'équation caractéristique correspondante est :

$$S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \dots + a_1S + a_0 = 0 \quad (3.9)$$

L'avantage d'une telle forme réside dans le fait que les coefficients apparaissant dans la dernière range de $c A$ ne sont nuls autres que les coefficients du polynôme de l'équation caractéristique de $c A$.

Si nous appliquons une matrice de gains $K = (K_1, K_2, K_3, \dots, K_n)$, il s'ensuit que la nouvelle matrice.

$$A_c = A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 \\ & 0 & & & & \vdots \\ & & & & & 0 \\ 0 & & & & & 1 \\ (-a_0 - K_1) & (-a_1 - K_2) & \cdots & & & (-a_{n-1} - K_n) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La nouvelle équation caractéristique correspondante est :

$$S^n + (a_{n-1} + K_n)S^{n-1} + \dots + (a_1 + K_2)S + (a_0 + K_1) = 0 \quad (3.11)$$

λ_i , les nouvelles valeurs propres désirées. Ces valeurs propres vérifient :

$$(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3) \dots (s - \lambda_n) = 0$$

Sont les coefficients de l'équation caractéristique désirée. Il suffit de poser :

$$-a_0 = -a_0 - K_1$$

$$-a_1 = -a_1 - K_2$$

⋮

$$-a_{n-1} = -a_{n-1} - K_n$$

L'application d'un gain par routeur d'état revient à déplacer les pôles du système (A, B, C, D) à de nouvelles valeurs. Le nouveau système obtenu (A, B, C, D) préserve la commandabilité

du système original. En effet, s'il existe une entrée u dans l'intervalle de temps fini $[t_0, t_1]$ pouvant amener l'état du système (A, B, C, D) d'une valeur $x(t)$ à une valeur $x(t_0)$ à une valeur $x(t_1)$ alors il existera également une entrée v , qui dans le même intervalle de temps, fera de même. Pour cela, il suffit de poser dans le même système original $v = u - kx$ [9]. Nous venons de voir le principe de détermination des gains d'un système en boucle fermée par placement de pôles. Les étapes du calcul de la commande sont alors les suivants :

1/ Calcul de la matrice $(A-BK)$.

2/ Calcul du polynôme caractéristique de $(A-BK)$. Il vaut $\det(SI-(A-BK))$.

3/ Identification du polynôme caractéristique de $(A-BK)$ avec la détermination de la fonction de transfert de la boucle fermée.

III.3. 4 Système à plusieurs entrée, ou systèmes multivariables

Le problème de la détermination de L reste soluble si le système est commandable, mais comme on l'a vu au (3.1) la solution n'est plus unique. On peut en profiter pour imposer des conditions supplémentaires au système bouclé.

Dans les méthodes qui vont suivre, on imposera en plus des valeurs propres souhaitées une structure particulière au système bouclé, en s'efforçant par exemple de le découpler.

III.4 Formule général de synthèse multivariable

Une expression générale pour le calcul de la matrice de retour d'état pour les systèmes multivariables a également été établie par [12]. Elle sera donnée ici uniquement dans le cas continu, le cas discret en découlant à nouveau trivialement par substitution des matrices Φ et T au matrice A et B .

III.5 Contrôleur linéaire quadratique :

Nous nous intéressons dans cette section aux systèmes multivariables linéaires à temps variant précédent où le critère est donné par [10][11][12]:

$$J(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T Q(t)x + u^T R(t)u) dt \quad (3.12)$$

Si le système est stabilisable à tout instant t , on arrive à montrer que ce critère est fini. Ainsi on montre qu'à chaque instant il existe un $K(t)$. D'autre part, sur un horizon infini, l'état final tend vers zéro si le système bouclé est stable.

Dans le cas d'un système linéaire à temps invariant, la commande optimale est exprimée sous forme de retour d'état statique $u = -Kx$ où $K = -R^{-1}B^T P$

P vérifie l'équation algébrique de Riccati donnée par :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.13)$$

III.5.1 Minimisation de l'énergie du contrôle :

Dans cette section on considère le critère coût J_u représentant la sommation de l'énergie quadratique requise pendant une période déterminée par $\delta_t = t_f - t_0$ donnée par [15] :

$$J_u = \int_{t_0}^{t_f} U^T(t) R_U(t) dt$$

Où

$$U^T(t) R_u(t) > 0 \quad (3.14)$$

La condition de la dernière équation est réalisable, si et seulement si, les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- le vecteur d'entrée $u(t) > 0$,
- la matrice de pondération est symétrique définie positive ($R > 0$).

Le terme $u^t(t) R_u(t)$ permet de mesurer la consommation de l'énergie du système. Le but du concepteur est de trouver le bon compromis entre la minimisation de ce terme tout en respectant la contrainte de performance. Dans la littérature du domaine de contrôle moderne, l'optimisation de l'énergie est proportionnelle à la diminution du terme J_u .

III.5.2 Minimisation de l'erreur du vecteur d'état :

Le critère J_e représente dans cette section l'erreur quadratique du vecteur d'état $x(t)$ [13]:

$$J_e = \int_{t_0}^{t_f} e^T(t) Q_e(t) dt$$

$$e^t(t) Q_e(t) \geq 0 \quad (3.15)$$

Avec, $e(t) = x_d(t) - x(t)$, $x(t)$ représente le vecteur d'état et $x_d(t)$ représente le vecteur d'état désiré.

La condition de l'équation (3.13) est réalisable, si et seulement si, la matrice de pondération Q est définie non négative ($Q \geq 0$). Le terme quadratique $e^t(t) Q_e(t)$ a été pris en considération afin d'accumuler l'erreur transitoire du vecteur d'état. Ce critère permet de mesurer la performance optimale du système.

III.5.3 Minimisation de l'erreur en régime permanent du vecteur d'état :

Le critère J_f représente l'erreur minimale en régime permanent du vecteur d'état, il est exprimé par:

$$J_f = e^T(t_f) S_e(t_f)$$

$$e^T(t_f) S_e(t_f) \geq 0 \quad (3.16)$$

III.5.4 Régulateur linéaire quadratique :

Le régulateur linéaire quadratique se base sur la méthode de retour d'état. La figure III.1 présente un schéma bloc du régulateur linéaire quadratique.

Ou l'équation du retour d'état optimal K :

$$K = \frac{1}{\rho} R^{-1} B^T S$$

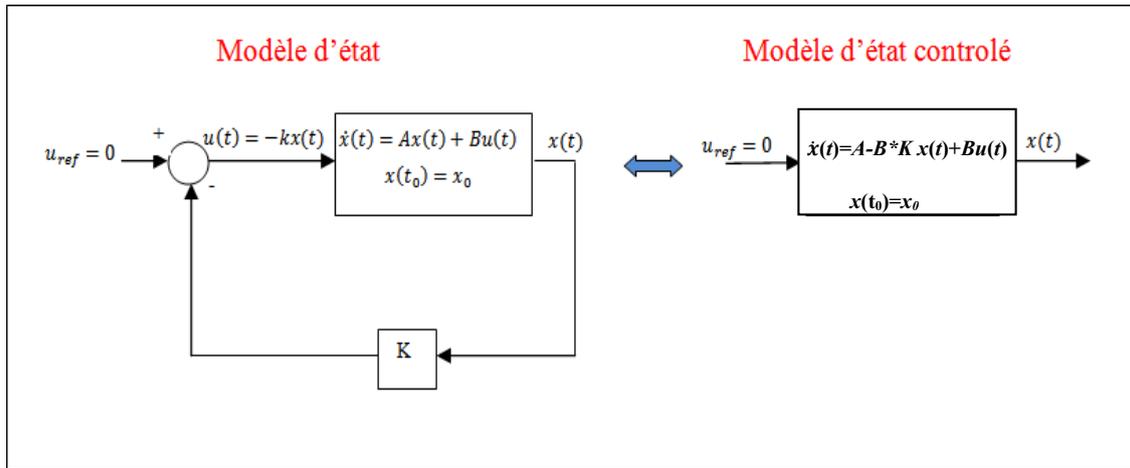


Figure III.4 Schéma bloc simplifié du régulateur linéaire quadratique

III.6.L'observateur :

On définit un observateur d'état, comme étant un système dynamique qui permet de reconstruire ou d'estimer les variables non mesurées du système dynamique à partir des entrées et des sorties du système .les entrées de l'observateur sont constituées des entrées et des sorties- du système (processus), et la sortie de l'observateur constitue l'état estimé.

Pour illustrer un tel observateur voire le schéma de la figure III.6

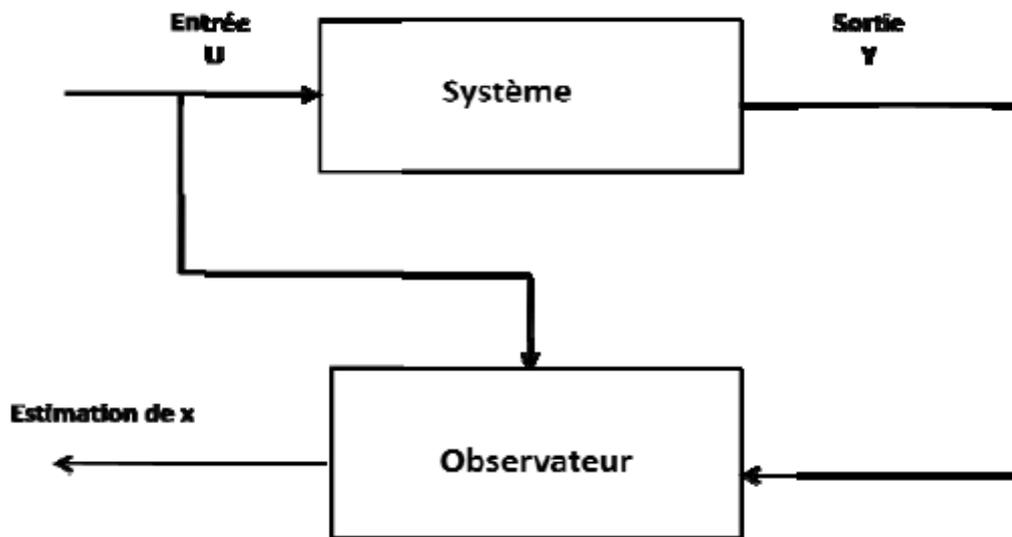


Figure III.5 Schéma d'un observateur d'état en boucle ouverte

Il existe de nombreuses techniques d'observation, en fonction du système considéré. Elles peuvent être classées en deux grandes catégories:

- Méthodes pour les systèmes linéaires.
- Méthodes pour les systèmes non- linéaires.

Pour un système linéaire, deux grandes familles d'observateurs se distinguent:

- Observateurs de type déterministe (**Luenberger**).
- Observateurs basés sur le filtrage stochastique de **Kalman**.

Pour les systèmes non- linéaires, il existe une grande richesse de méthodes, on peut énoncer par exemple:

- Observateurs ou les gains de correction sont calculés à partir d'une analyse de stabilité Par la méthode de Lyapunov.
- Observateurs à structure variable (Modes Glissants).
- Observateurs à grand gain.
- Observateur par Backstepping.

III.7.Observabilité :

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties. Dans le des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées (via la notion d'entrée uniforme) et aux conditions initiales (via la notion de distinguabilité)[16][17].

III.7.1Observabilités des systèmes linéaires :

Pour les systèmes linéaires stationnaires on a :

$$S = \begin{cases} \dot{x} = A(x) + B(u) \\ y(t) = C(x) \end{cases}$$

Ou les vecteurs $x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ représentent respectivement l'état, la commande et la sortie de système.

Avec : $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$

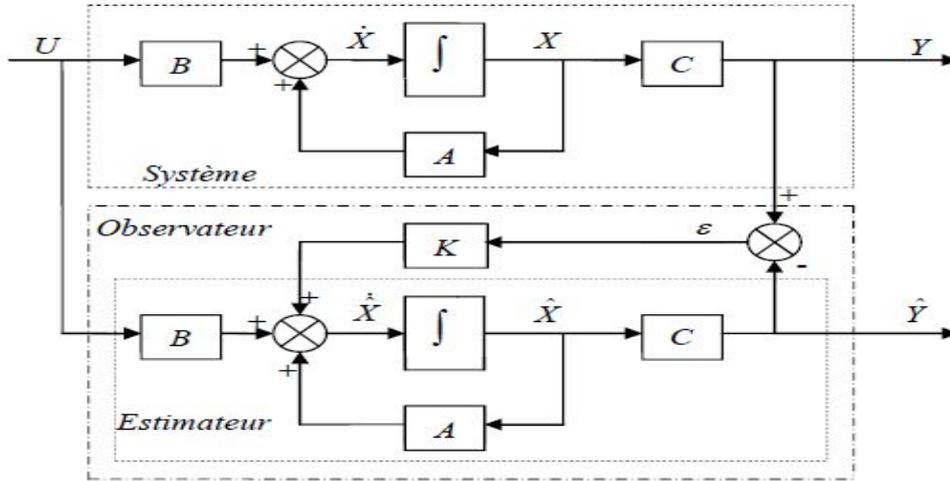
On a le critère bien connu d'observabilité pour les systèmes linéaire :

$$S \text{ est observable} \leftrightarrow \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n$$

Qui repose sur le fait que l'espace d'observabilité est dans ce cas engendré par les Vecteurs (C, CA, \dots, CA^{n-1}) .

Si le système linéaire S est complètement observable, il est globalement observable, c'est-à-dire que toutes les composantes du vecteur d'état du système sont observables, et donc peuvent être reconstruites par un observateur.

III.8.Observateur de Luenberger :



III.6 Schéma bloc de l'observateur

III.8.1.Rappel :

L'objectif est de reconstruire l'état interne d'un système à l'aide d'un algorithme dynamique (un système dynamique !!). Ce dernier dispositif est appelé Observateur.

Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

dont nous voulons observer (on dit aussi recalculer) $x(t)$. L'observateur est un système dynamique qui s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Ly(t) + Hu(t) \\ \hat{x}(t) = Mz(t) + Ny(t) \end{cases}$$

Où $u(t)$, $y(t)$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système. Remarquons que ce sont également les deux entrées de l'observateur. La sortie de l'observateur est la variable $\hat{x}(t)$

On définit un signal d'erreur $e(t)$ comme suit : $Z(t) = Tx(t) + e(t)$. L'objectif est de construire l'observateur c'est à dire de choisir convenablement F, L, H, M, N, T telle que $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) - x(t) = 0$. D'autre part, nous voulons également "Controller" la manière dont l'erreur tend vers 0, c'est à dire le régime transitoire de l'erreur. Or, en utilisant l'expression de $z(t)$ et de $y(t)$, on peut réécrire $x(t)$ de la manière suivante :

$$\hat{x}(t) = (MT + NC) x(t) + Me(t)$$

Posons : $MT + NC = I$

il vient que $\hat{x}(t) = x(t) + Me(t)$. Si l'erreur converge asymptotiquement vers zéro, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, alors $\hat{x}(t)$ converge asymptotiquement vers $x(t)$. Calculons la dynamique de l'erreur, c'est à dire :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \dot{z}(t) - T\dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) = Fe(t) + (FT + LC - TA)x(t) + (H - TB)u(t) \end{cases}$$

Imposons les relations suivantes :

$$FT + LC - TA = 0$$

$$H = TB$$

Nous obtenons alors la relation $\dot{e}(t) = Fe(t)$.

La matrice F doit alors être choisie de manière à assurer la stabilité asymptotique de $e(t)$ et la convergence de $e(t)$ vers 0. F est donc une matrice stable. Pour résumer, un Observateur défini par le système dynamique (10) admet une erreur régie par $\dot{e}(t) = Fe(t)$ si les équations matricielles suivantes sont vérifiées:

$$\begin{aligned} MT + NC &= I \\ FT + LC - TA &= 0 \\ H &= TB \end{aligned}$$

Il reste ensuite d'imposer que les valeurs propres de F soient à parties réelles négatives Pour impliquer la stabilité asymptotique de l'erreur et la convergence vers 0 de $e(t)$.

III.9.L'observateur Identité :

Afin de résoudre les équations matricielles, on choisit :

$$T = I, M = I, N = 0$$

L'unique relation à résoudre est :

$$F = A - LC$$

On obtient alors l'observateur identité :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Ly(t) + Bu(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) \\ z(t) = x(t) + e(t) \end{cases}$$

Il faut ensuite déterminer le gain de l'observateur L tel que $F = A - LC$ soit une matrice stable. Ce calcul s'effectue en imposant le polynôme caractéristique de F (noté $P_{des}(\lambda)$) et en résolvant l'équation $P_{des}(\lambda) = P_{A-LC}(\lambda)$

Remarque : Celui-ci peut également s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

Cela correspond finalement à une recopie du système original auquel un terme correctif dépendant de l'erreur $y(t) - \hat{y}(t)$ est ajouté.

III.10. Calcul du gain de l'Observateur :

Cette section est consacrée au calcul du gain L . On suppose que le système est observable. La dynamique de l'erreur entre l'état et l'état estimé s'écrit sous la forme :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t)$$

Où G est le gain de l'observateur. L'objectif est alors de déterminer L afin de placer les pôles de $(A - LC)$ en $\{p_1, \dots, p_n\}$. Or en transposant l'expression de la matrice dynamique $(A - LC)$, il vient que cet objectif est équivalent à déterminer un retour d'état pour un système fictif (A^T, C^T) . En effet, les valeurs propres de $(A - LC)$ sont égales aux valeurs propres de $A^T - C^T L^T$. Ainsi, on détermine un retour d'état fictif \tilde{K} , pour le système (A^T, C^T) . et on obtient le gain $L = \tilde{K}^T$.

le gain L de l'observateur a été calculé par la commande *place* de matlab sur le système dual A^T , C^T on utilisons l'instruction **L=place(A',C',Po)'**.

Après plusieurs essais sur Matlab/Simulink on a trouvé que les poêles [-330 -331 -332 -333] sont les plus satisfaisants pour notre système.

Conclusion :

Ce chapitre a été consacré en premier lieu à la linéarisation du système électrohydraulique étudié afin que nous puissions lui appliquer deux lois de commande linéaire qui ont été développées dans ce chapitre, la première est la commande multivariable par retour d'état et la seconde est la commande linéaire quadratique LQ.

Nous avons aussi mis en œuvre un observateur qui nous a permis de Controller et d'estimer les variables d'état non mesurables.

La simulation du modèle du système obtenu sera validé dans le prochain chapitre en lui appliquant des lois commande linéaires.

Chapitre IV

Simulations et résultats

IV.1 Introduction

Après avoir développé une commande multivariable pour le système électrohydraulique du LITP pour l'asservissement. Dans ce chapitre nous avons simulé notre système et nous appliquons notre commande pour vérifier les résultats. Des tests de simulations seront faits afin de valider la commande obtenue pour ce genre de système.

IV.2 Linéarisation du modèle du système électrohydraulique

Le modèle d'état du système électrohydraulique donné par (2.48) est non linéaire. Pour pouvoir lui appliquer des commandes linéaire tel que placement de pôles et multivariable, nous allons procéder à sa linéarisation.

La linéarisation consiste donc à transformer une équation non linéaire en une équation linéaire applicable autour d'un point de fonctionnement donné. En automatique, les opérations de régulation des systèmes sont en général, effectuées autour d'un point d'équilibre. Le principe de la linéarisation repose sur le développement en série de Taylor de la fonction non-linéaire dans l'intervalle d'étude proposée [4].

Le développement en série de Taylor d'une fonction $y = f(x)$ autour du point d'équilibre ($x = x_0$) s'écrit :

$$y = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0} + \frac{(x-x_0)^2}{2!} \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)_{x=x_0} + \dots \quad (4.1)$$

Si la variation $(x - x_0)$ est petite, alors on peut négliger les termes $(x - x_0)^n$ lorsque n est supérieur à 1. Ce qui donne une relation linéaire entre les variables y et x .

$$y = f(x_0) + K(x - x_0) \quad (4.2)$$

Avec :

$$K = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0} \quad (4.3)$$

Soit le système décrit par le système d'équations différentielles non linéaires $x' = f(x, u)$, où x et f sont des vecteurs de dimension $(n \times 1)$, et u est un vecteur de dimension $(m \times 1)$. Les vecteurs x et u peuvent être décomposés comme suit :

$$x = x_0 + \Delta_x \quad (4.4)$$

$$u = u_0 + \Delta_u \quad (4.5)$$

Les valeurs x_0 et u_0 étant des valeurs opérationnelles nominales vérifiant $x_0 = f(x_0, u_0)$. Les grandeurs Δ_x et Δ_u représentent les variations respectives des vecteurs x et u autour des valeurs nominales x_0 et u_0 . Si les grandeurs Δ_x et Δ_u sont suffisamment petites, l'on peut Procéder à l'approximation suivante [4] :

$$f_i(x_0 + \Delta_x, u_0 + \Delta_u) = f_i(x_0, u_0) + \frac{\delta f_i}{\delta x_1} \Big|_{x_0, u_0} \Delta_{x1} + \frac{\delta f_i}{\delta x_2} \Big|_{x_0, u_0} \Delta_{x2} + \frac{\delta f_i}{\delta x_n} \Big|_{x_0, u_0} \Delta_{xn} + \frac{\delta f_i}{\delta u_1} \Big|_{x_0, u_0} \Delta_{u1} + \dots + \frac{\delta f_i}{\delta u_m} \Big|_{x_0, u_0} \Delta_{um} \quad (4.6)$$

Dans cette expression les termes comprenant les puissances de Δx_i , ($i=1, \dots, n$) ou de Δu_j , ($j=1, \dots, m$) sont négligés. Il s'ensuit que :

$$\Delta x' = x' - x'_0$$

$$\Delta x' = f(x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u) - f(x_0, u_0) = \frac{\delta f}{\delta x} \Big|_{x_0, u_0} \Delta x + \dots + \frac{\delta f}{\delta u} \Big|_{x_0, u_0} \Delta u$$

Avec:

$$A_J = \frac{\delta f}{\delta x} \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta f_1}{\delta x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta f_n}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta f_n}{\delta x_n} \end{bmatrix} \Big|_{x_0, u_0} \quad (4.7)$$

Et

$$B_J = \frac{\delta f}{\delta u} \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta u_1} & \dots & \frac{\delta f_1}{\delta u_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta f_n}{\delta u_1} & \dots & \frac{\delta f_n}{\delta u_m} \end{bmatrix} \Big|_{x_0, u_0} \quad (4.8)$$

Les matrices A_J et B_J sont dénommées les Jacobéennes de la fonction f par rapport aux variables x et u respectivement. Elles sont évaluées au point d'équilibre x_0 et u_0 , elles sont de dimension (n, n) et (n, m) peuvent servir à représenter la dynamique des perturbations autour des valeurs nominales comme suit :

$$\Delta x' = A_J \Delta x + B_J \Delta u \quad (4.9)$$

À partir du modèle d'état du système défini au chapitre II et donné par (2.48), nous remarquons que le système contient une non-linéarité, ceci s'observe par la racine carrée au niveau de l'équation (2.44). Soit :

$$\dot{x}_3 = P_a x_4 \sqrt{(P_s - x_3 \text{sigm}(x_4))} - P_b x_3 - P_c x_2 \quad (4.10)$$

D'où la nécessité de linéariser le système. Nous allons donc commencer par définir les points d'opération (de fonctionnement) de notre système. Nous les appellerons : x_{01} , x_{02} , x_{03} , x_{04}

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \omega_a x_3 - \omega_b x_2 - \omega c \\ P_a x_4 \sqrt{(P_s - x_3 \text{sigm}(x_4))} - P_b x_3 - P_c x_2 \\ -r_a * x_4 + r_b * u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 = x_{01} \\ x_2 = x_{02} \\ x_3 = x_{03} \\ x_4 = x_{04} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les points d'opération autour desquels on linéarise le système sont les points atteints par le Système en régime permanent donc :

$$x_{\text{point d'opération}} = x_0 = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ x_{03} \\ x_{04} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.11)$$

Nous allons calculer la matrice jacobéenne en termes de x et de u . Le système non-linéaire peut se linéariser selon les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} |_{x_1=x_{01}=0} &= 0, \quad \frac{\delta f_1}{\delta x_2} |_{x_2=x_{02}=0} = 1, \quad \frac{\delta f_1}{\delta x_3} |_{x_3=x_{03}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_1}{\delta x_4} |_{x_4=x_{04}=0} = 0, \\ \frac{\delta f_2}{\delta x_1} |_{x_1=x_{01}=0} &= 0, \quad \frac{\delta f_2}{\delta x_2} |_{x_2=x_{02}=0} = -\omega_b, \quad \frac{\delta f_2}{\delta x_3} |_{x_3=x_{03}=0} = \omega_a, \quad \frac{\delta f_2}{\delta x_4} |_{x_4=x_{04}=0} = 0 \end{aligned}$$

Nous considérons que la charge du système est nulle ce qui implique que $w_c = T_L = 0$.

Par ailleurs :

$$\omega_a = \frac{Dm}{J}, \quad \omega_c = \frac{T_L}{J}, \quad \omega_b = \frac{\beta}{J},$$

$$\frac{\delta f_3}{\delta x_1} |_{x_2=x_{02}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_3}{\delta x_2} |_{x_3=x_{03}=0} = -P_c, \quad \frac{\delta f_3}{\delta x_3} |_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = -P_b - \frac{P_a x_4}{2} \times \frac{-\text{sign}x_4}{\sqrt{P_S - x_3 \text{sign}(x_4)}},$$

Et nous avons par la suite :

$$\text{sigmx}(x) = \frac{1 - e^{-ax}}{1 + e^{-ax}},$$

$$\frac{d(\text{sigmx}(x))}{dx} = \frac{2ae^{-ax}}{(1 + e^{-ax})^2}$$

$$\frac{\delta f_3}{\delta x_3} |_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = -P_b - \frac{P_a x_{04}}{2} \times \frac{\frac{-1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}{\sqrt{P_S - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}} = -P_b - \frac{P_a \times 0}{2} \times \frac{\frac{-0}{2}}{\sqrt{P_S - x_{03} \frac{0}{2}}} = P_b$$

$$\frac{\delta f_3}{\delta x_4} |_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = P_a x_4 \sqrt{P_S - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}$$

Nous avons alors :

$$\frac{\delta f_3}{\delta x_4} |_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = P_a \sqrt{P_S - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}} - \frac{P_a x_{04}}{2} \times \frac{x_{03} \times \left(\frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}} \right)}{\sqrt{P_S - x_{03} \frac{1 - e^{-ax_{04}}}{1 + e^{-ax_{04}}}}}$$

Par la suite nous avons :

$$\frac{\delta f_3}{\delta x_4} |_{\substack{x_3=x_{03}=0 \\ x_4=x_{04}=0}} = P_a \sqrt{P_S}$$

$$\frac{\delta f_4}{\delta x_1} |_{x_1=x_{01}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_4}{\delta x_2} |_{x_2=x_{02}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_4}{\delta x_3} |_{x_3=x_{03}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_4}{\delta x_4} |_{x_4=x_{04}=0} = -r_a.$$

La matrice jacobéenne en terme de x est donnée par :

$$A_J = J_x = \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1}{\delta x_2} & \frac{\delta f_1}{\delta x_3} & \frac{\delta f_1}{\delta x_4} \\ \frac{\delta f_2}{\delta x_1} & \frac{\delta f_2}{\delta x_2} & \frac{\delta f_2}{\delta x_3} & \frac{\delta f_2}{\delta x_4} \\ \frac{\delta f_3}{\delta x_1} & \frac{\delta f_3}{\delta x_2} & \frac{\delta f_3}{\delta x_3} & \frac{\delta f_3}{\delta x_4} \\ \frac{\delta f_4}{\delta x_1} & \frac{\delta f_4}{\delta x_2} & \frac{\delta f_4}{\delta x_3} & \frac{\delta f_4}{\delta x_4} \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 = x_{01} \\ x_2 = x_{02} \\ x_3 = x_{03} \\ x_4 = x_{04} \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_b & \omega_a & 0 \\ 0 & -P_c & -P_b & P_a \sqrt{P_s} \\ 0 & 0 & 0 & -r_a \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

La matrice jacobéenne en terme de u est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_1}{\delta u_1} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_1}{\delta u_2} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_2}{\delta u_1} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = 0, \\ \frac{\delta f_2}{\delta u_2} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = \frac{\delta}{\delta u_1} (-\omega_b x_2 + \omega_a x_3 - \omega_c) = 1, \quad \frac{\delta f_3}{\delta u_1} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = 0, \\ \frac{\delta f_3}{\delta u_2} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = 0, \quad \frac{\delta f_4}{\delta u_1} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = \frac{\delta}{\delta u_1} (-r_a x_4 + r_b u_1), \quad \frac{\delta f_4}{\delta u_2} \Big|_{u_1=u_{01}=0, u_2=u_{02}=0} = 0. \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{cases} u_1 = u \\ u_1 = T_L = \omega_c \end{cases}$$

Ce qui nous donne finalement :

$$B_J = J_u = \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta u_1} & \frac{\delta f_1}{\delta u_2} \\ \frac{\delta f_2}{\delta u_1} & \frac{\delta f_2}{\delta u_2} \\ \frac{\delta f_3}{\delta u_1} & \frac{\delta f_3}{\delta u_2} \\ \frac{\delta f_4}{\delta u_1} & \frac{\delta f_4}{\delta u_2} \end{bmatrix} \begin{cases} u_1 = u_{01} = 0 \\ u_2 = u_{02} = 0 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ -r_b & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Nous définissons ensuite la matrice de sortie Y dans le but de convertir les constantes en variables réelles pour obtenir les sorties du système.

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{vmax} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{vmax} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 + x_{10} \\ \Delta x_1 + x_{20} \\ \Delta x_1 + x_{30} \\ \Delta x_1 + x_{40} \end{bmatrix}$$

Avec : $x_{10} = x_{20} = x_{30} = x_{40} = 0$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{v\ max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \end{bmatrix} = CX + DU, (D=0)$$

$$Y = CX + DU, (D=0) \tag{4.13}$$

L'ensemble nous donne finalement :

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{v\ max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Alors nous tirons aisément les matrices C et D :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 173.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.73 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.94 \times 10^6 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les matrices A_j , B_j , C et D constituent les matrices jacobéennes d'état du système électrohydraulique. En remplaçant les valeurs des paramètres par les valeurs comprises dans le tableau des paramètres donné en annexe, nous trouvons :

$$\begin{aligned} r_a &= \frac{1}{\tau_v} = 100 \\ r_b &= \frac{k}{\tau_v} = 2.65 \\ P_a \sqrt{P_S} &= \frac{2\beta C_d}{v\sqrt{\rho}} = 2.6 \times 10^{19} \\ P_b &= \frac{2\beta C_l}{v} = 4.51811 \\ P_c &= \frac{2\beta D_m}{v} = 32.0375 \\ \omega_a &= \frac{D_m}{J} = 27.3684 \\ \omega_b &= \frac{B}{J} = 44.9122 \\ \omega_c &= \frac{T_L}{J} = 0 \end{aligned}$$

IV.3 Linéarisation du modèle du système électrohydraulique du LITP

Les équations de la dynamique du système développées au chapitre précédent sont représentées par le modèle Simulink de la figure IV.1.

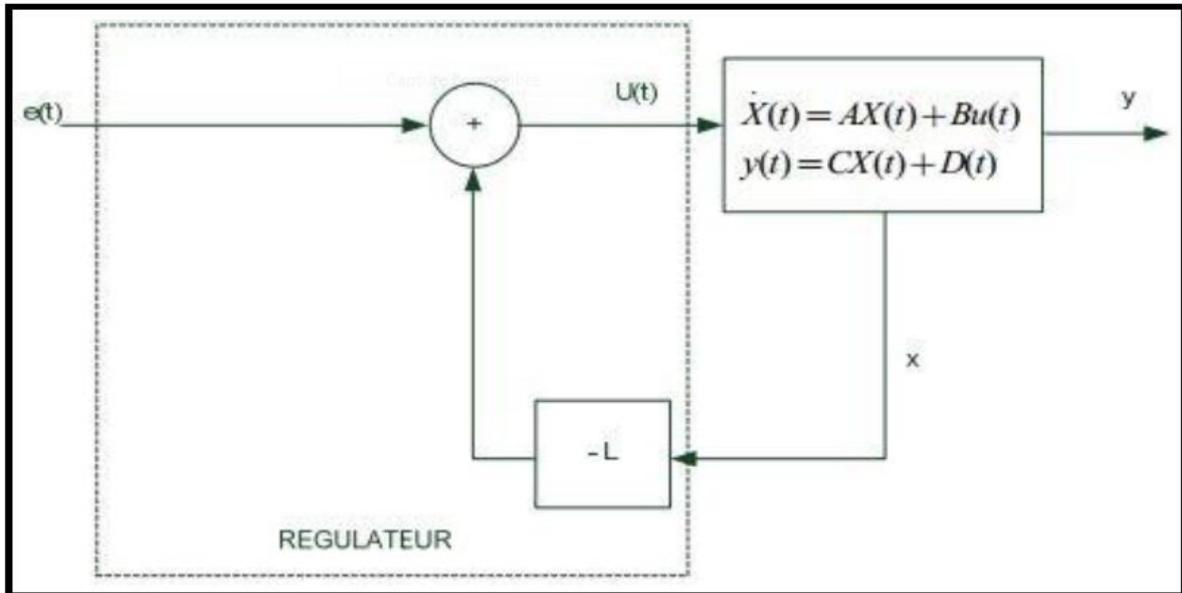


Figure IV.1 Système de commande par retour d'état

Nous procédons donc à la linéarisation du système, et à partir des paramètres du système, nous trouvons les matrices d'état $[A, B, C, D]$ suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 173.4522 & 0 & 0 \\ 0 & -15.888 & 29.2527 & 0 \\ 0 & -657.4511 & -10.6840 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 2.65 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 173.45 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.73 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.94 \times 10^6 \end{bmatrix} ; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le modèle d'état linéaire suivant nos objectifs de commande correspondant à notre système Electrohydraulique peut être écrit comme suit:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 173.4522 & 0 & 0 \\ 0 & -15.888 & 29.2527 & 0 \\ 0 & -657.4511 & -10.6840 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 2.65 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.94 \times 10^6 \end{bmatrix} ; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

IV.3.1 Cahier de charge pour le système électrohydraulique du LITP

- Position et vitesse angulaire :
 $\xi = 1$; $D \% = 0$; $Tr = 0,423s$
 $P1 = -2,87$ pour la position angulaire
 $P2 = -10$ pour la vitesse angulaire
- Aire d'ouverture et pression :
 $\xi = 1$; $D \% = 0$; $Tr = 0,766s$
 $P3 = -5,52$ pour l'aire d'ouverture
 $P4 = -10$ pour la pression
 Les pôles de l'intégrateur
- Position et vitesse angulaire :
 $Pi = -0,32$
- Aire d'ouverture et pression :
 $Pi = -1$

IV.3.2 Modèle du système électrohydraulique du LITP avec intégrateur et Observateur :

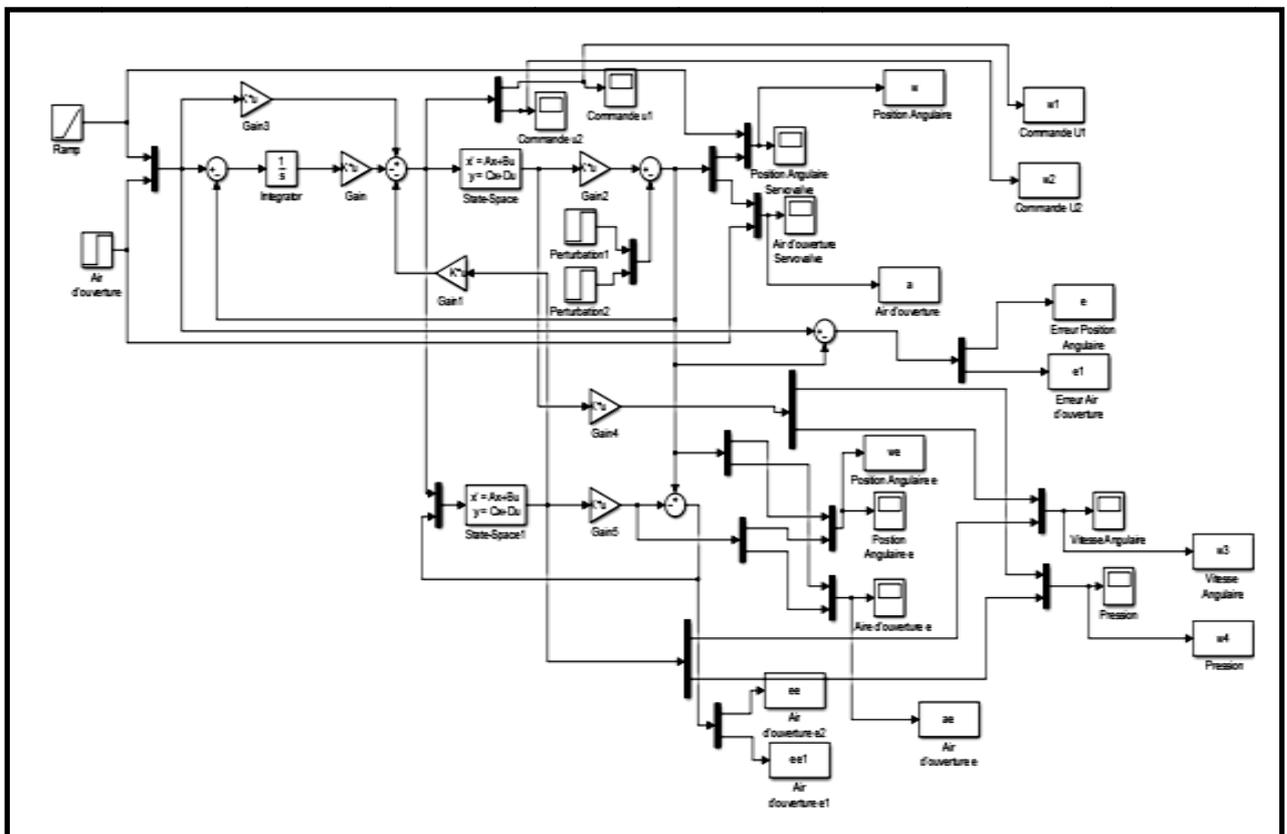
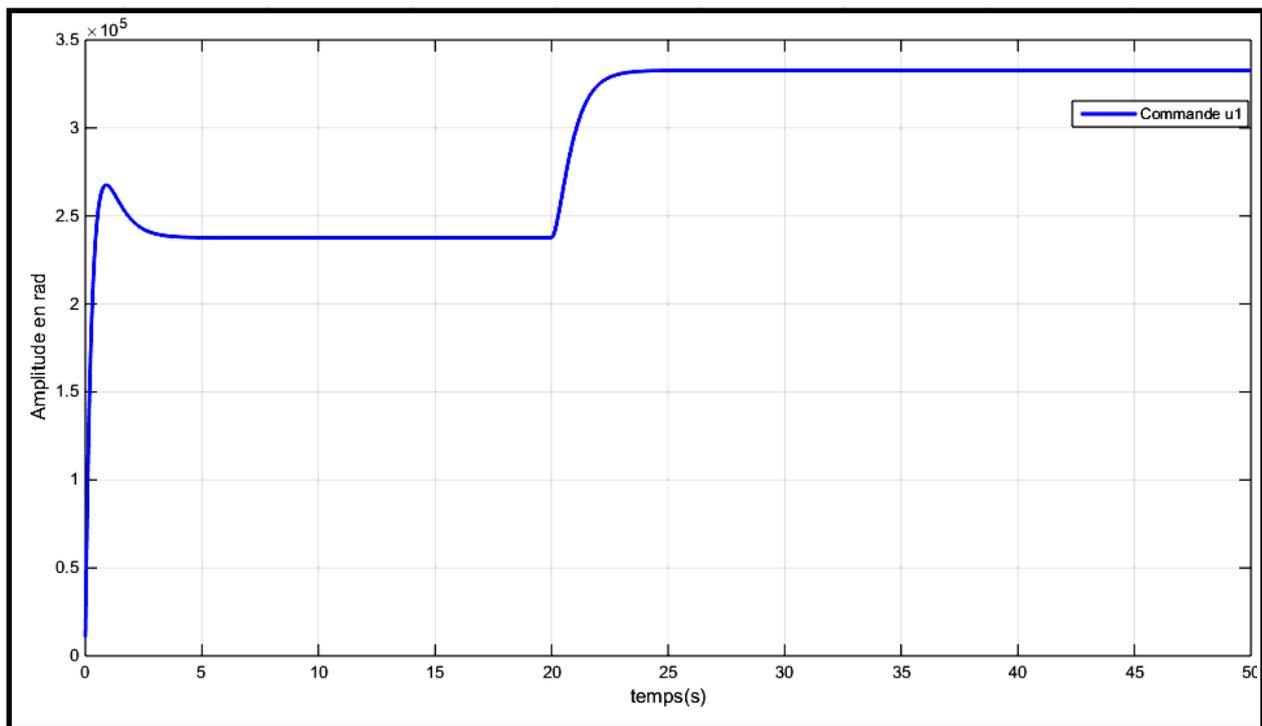
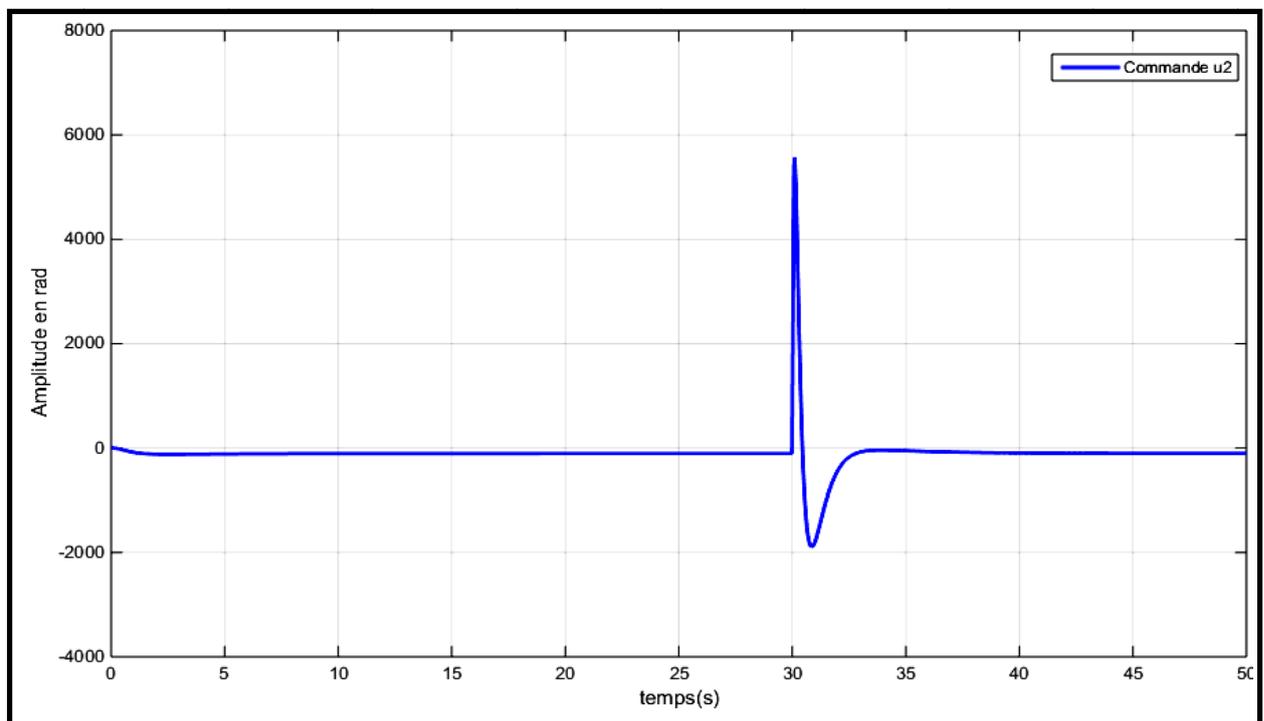


Figure IV.2 Modèle électrohydraulique du LITP avec intégrateur et Observateur

IV.3.2.1 Résultats de la simulation

Toutes les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Nous utilisons une consigne de valeur 10 rad/s. L'objectif est que le0 moteur suive un ensemble de trajectoires Selon la consigne injectée à l'entrée du système.

➤ La commande u_1 :Figure IV.3 Réponse de la commande u_1 ➤ La commande u_2 :Figure IV.4 Réponse de la commande u_2

- La réponse d'une rampe de 10 rad/s placement de pôles sortie position angulaire :

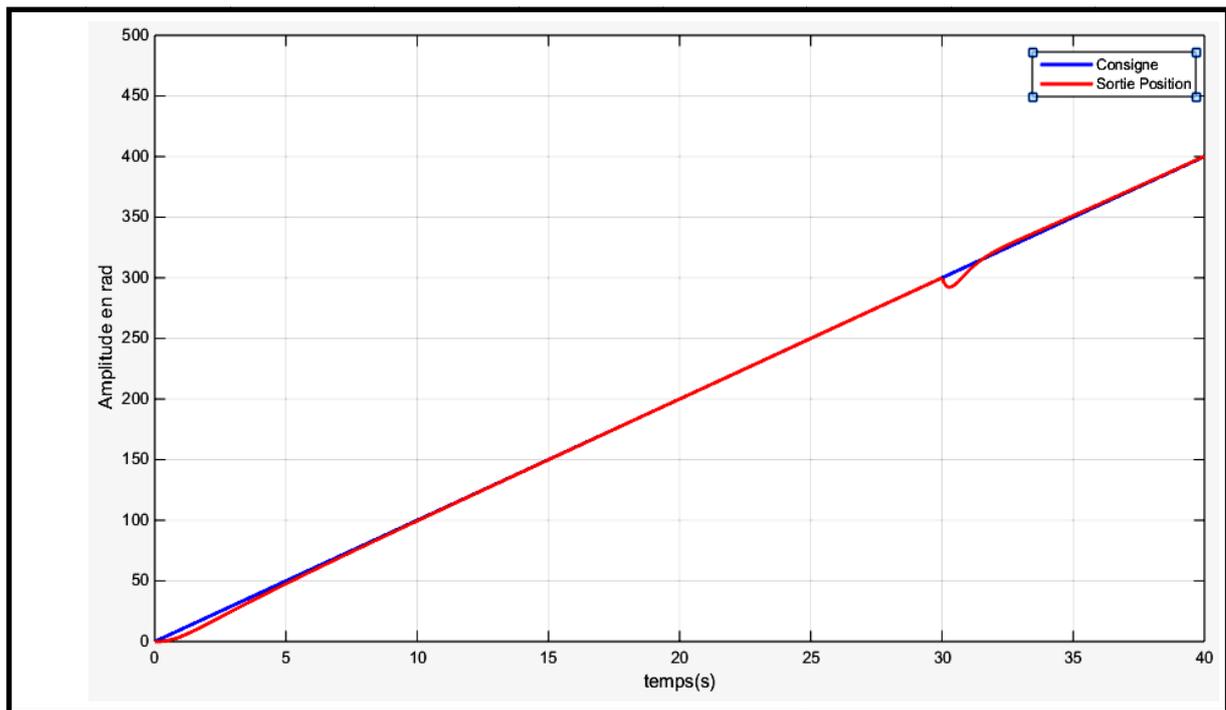


Figure IV.5 Réponse en Position angulaire

- La réponse d'un échelon de 0.05 rad/s placement de pôles sortie Aire d'ouverture du tiroir de servovalve :

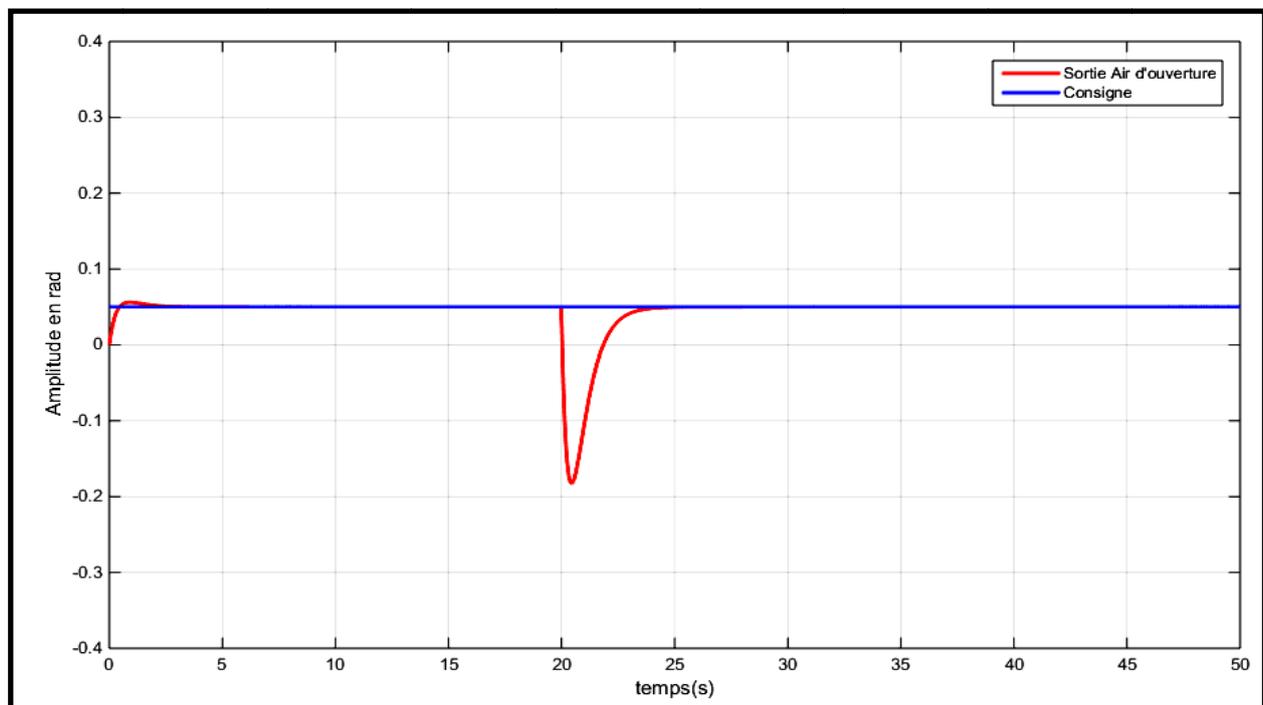


Figure IV.6 Réponse en Air d'ouverture

- La réponse d'une rampe de 10 rad/s placement de pôles avec observateur sortie position angulaire :

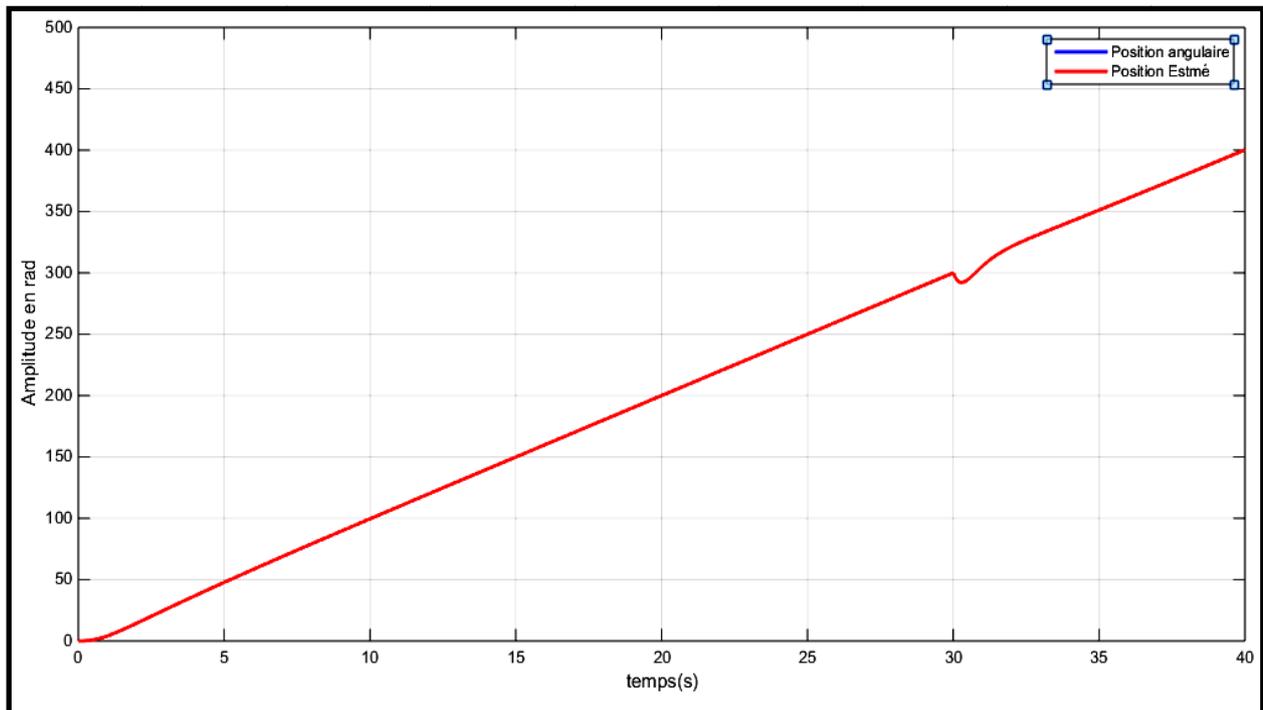


Figure IV.7 Réponse Position angulaire avec observateur

- L'Erreur Position angulaire Estimé :

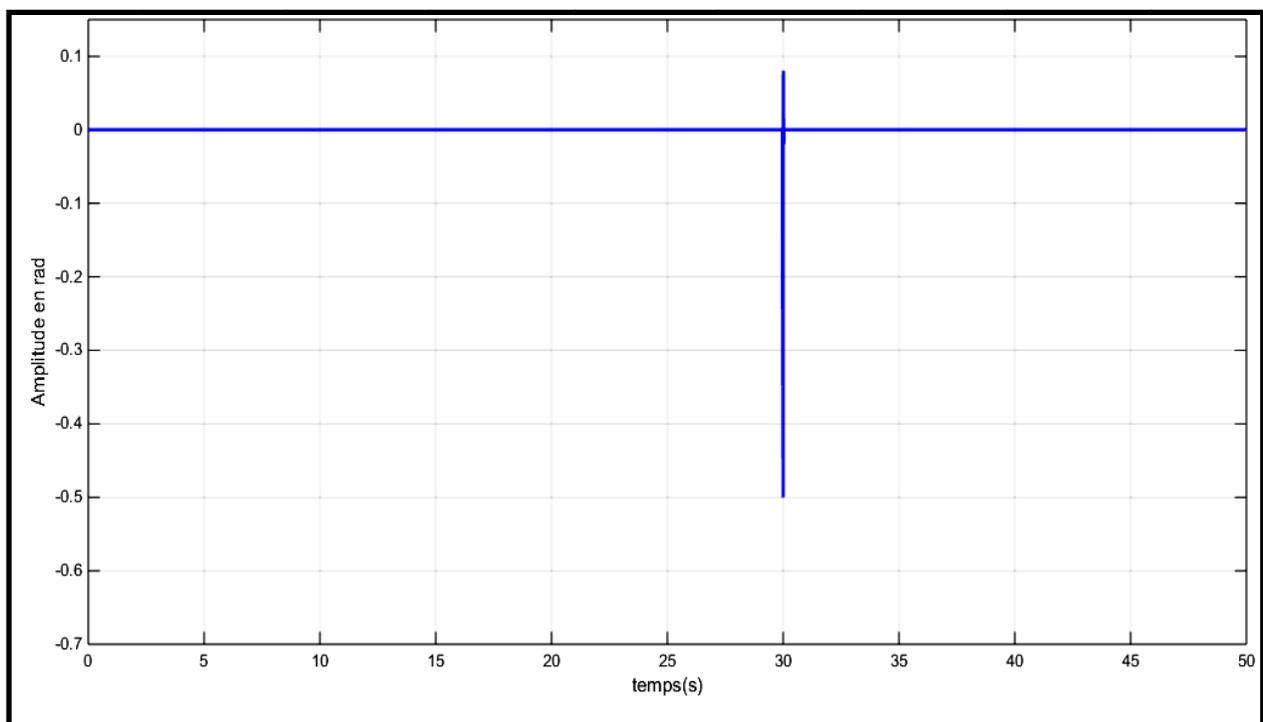


Figure IV.8 Erreur Position angulaire Estimé

- La réponse d'un échelon de 0.05 rad/s placement de pôles avec observateur sortie
Aire d'ouverture du tiroir de servovalve :

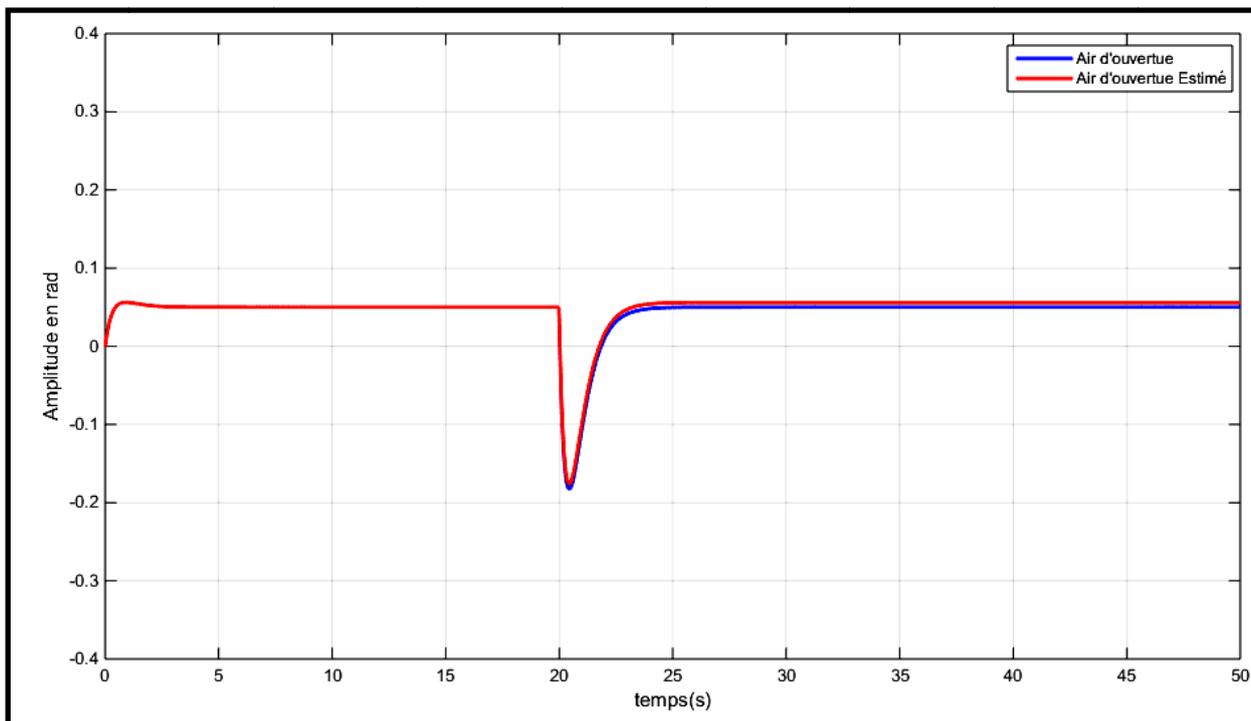


Figure IV.9 Réponse Air d'ouverture avec observateur

- L'erreur Air d'ouverture Estimé :

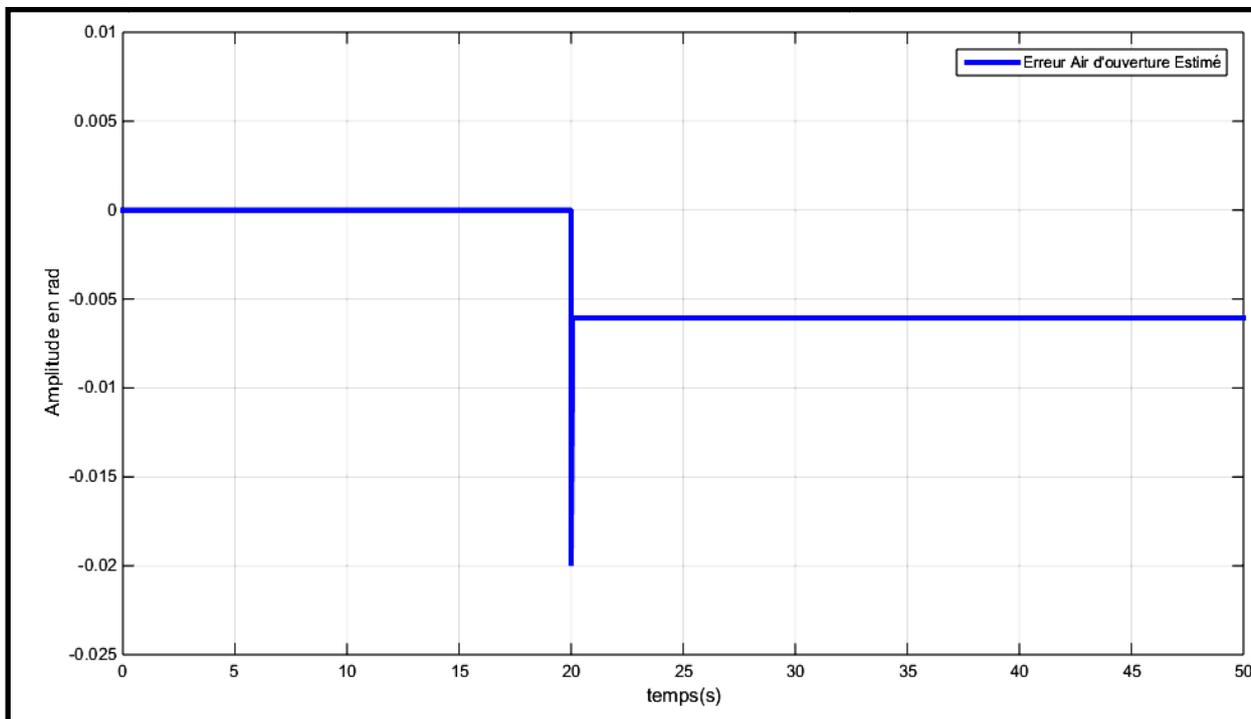


Figure IV.10 Erreur Air d'ouverture Estimé

➤ Réponse en Vitesse angulaire Estimé :

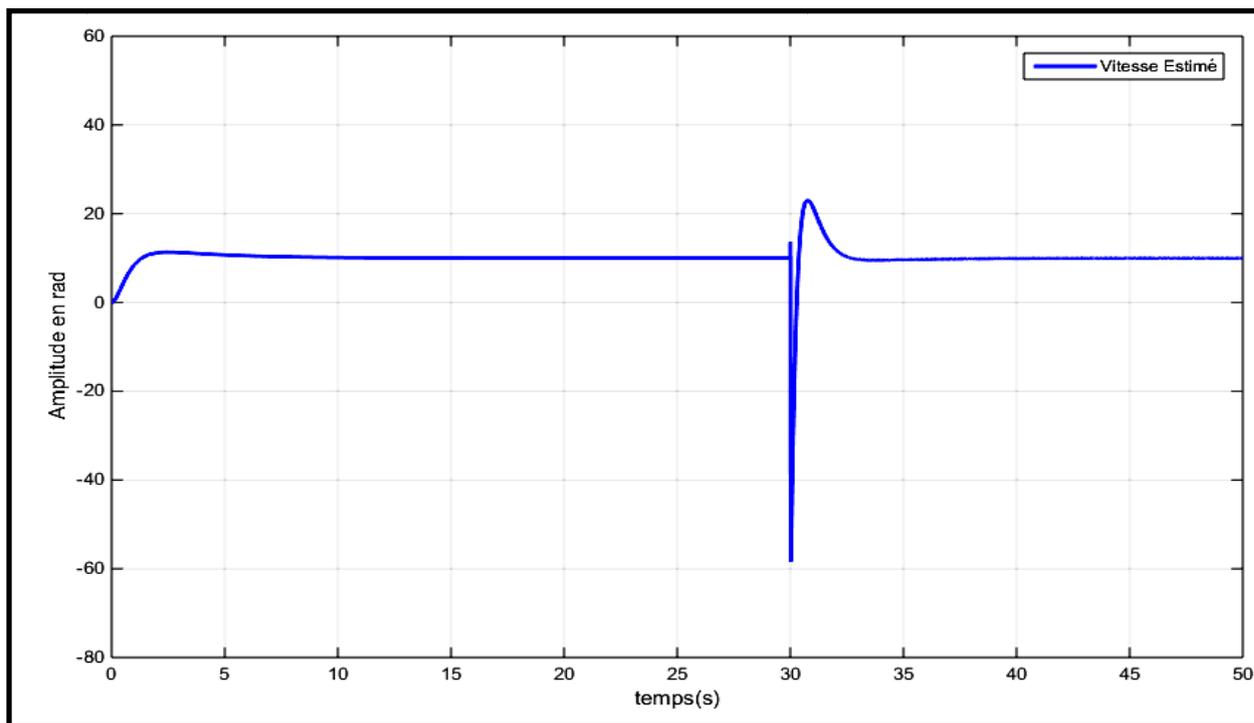


Figure IV.11 Réponse en Vitesse angulaire Estimé

➤ Réponse en Pression Estimé :

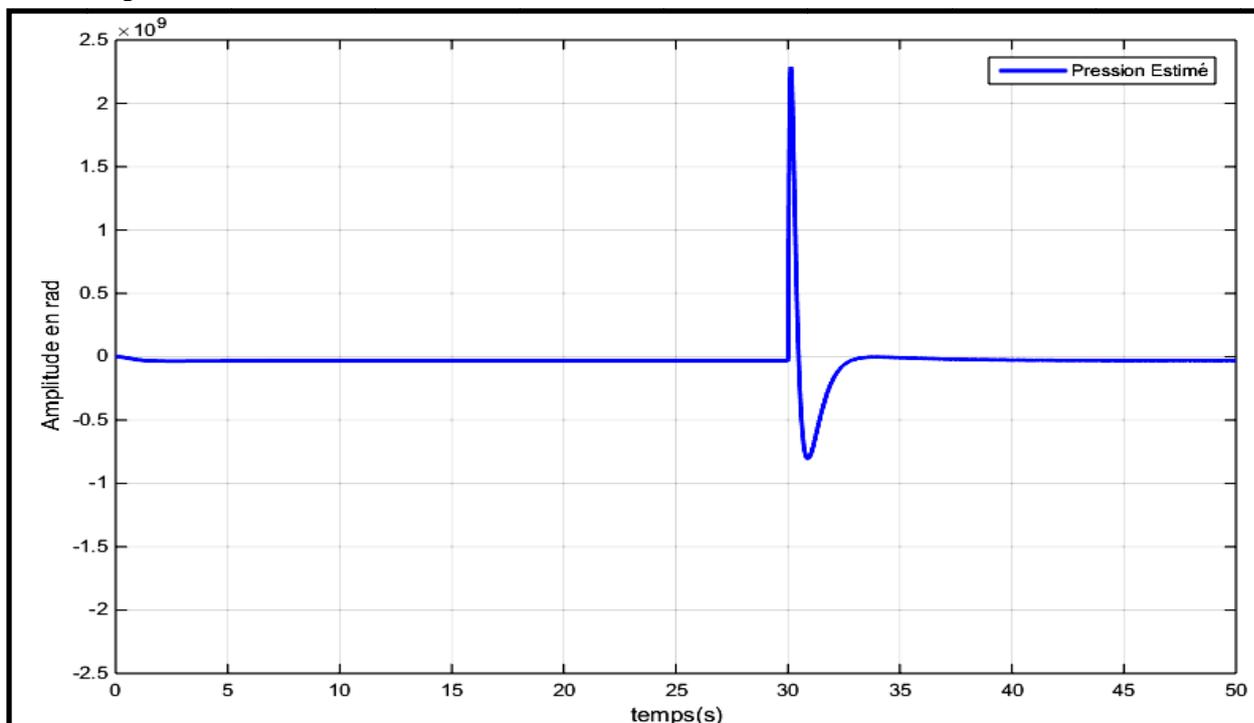


Figure IV.12 Réponse en Pression Estimé

IV.3.2.2 Analyse des résultats de la simulation :

- Le tableau IV.1 nous donne le comportement de la sortie du système en position angulaire mesuré et Estimé pour une consigne rampe de 10 rad.

	Position angulaire mesuré	Position angulaire Estimé
Temps de réponse Tr(s)	1.08	1.08
Erreur statique (rad)	0.01	0.01

Tableau IV.1 Analyse multivariable position angulaire R(t) = 10 rad

- Le tableau IV.2 nous donne la réponse dynamique en position angulaire mesuré et Estimé.

	Position angulaire mesuré	Position angulaire Estimé
Temps de réponse Tr(s)	1.37	1.37

Tableau IV.2 : Analyse réponse dynamique 'rejet' position angulaire R(t) = 10 rad

- Le tableau IV.3 nous donne le comportement de la sortie du système en aire d'ouverture mesuré et Estimé pour une consigne échelon de 0.05rad.

	Air d'ouverture mesuré	Air d'ouverture Estimé
Dépassement Mp (%)	12.64	12.64
Temps de réponse Tr(s)	0.35	0.35
Erreur statique (rad)	0	0.006

Tableau IV.3: Analyse placement de pôles aire d'ouverture R(t) = 10 rad

- Le tableau IV.4 nous donne la réponse dynamique en position angulaire mesuré et Estimé.

	Air d'ouverture mesuré	Air d'ouverture Estimé
Dépassement Mp(%)	0	0
Temps de réponse Tr(s)	2.73	2.5

Tableau IV.4 : Analyse réponse dynamique 'rejet' air d'ouverture R(t) = 0.05rad

D'après les réponses aux figures précédentes pour une consigne rampe de 10 rad/s pour la position angulaire nous remarquons que la commande par placement de pôles avec observateur nous donne au début un temps de réponse égal à 1.08s. et pour une consigne échelon de 0.05 rad/s pour l'Air d'ouverture on a un dépassement de 12.64% et un temps de réponse 0.35s ce qui est relativement très court.

Au cours de l'opération nous voyons un rejet en les sorties, pour la position angulaire on a un temps de réponse de 1.37s et pour l'aire d'ouverture est égale à 2.5s puis retourne à la valeur précédente. L'erreur en régime permanent est égale à 0.01 rad pour la position angulaire et 0.006 pour l'air d'ouverture qui est très faible.

Les réponses estimés sont identique à celles mesurés donc l'observateur fonctionne bien. Nous observons aussi que l'observateur a bien estimé les deux autres sorties (Vitesse angulaire et Pression).

IV.3.3 Modèle du système électrohydraulique avec la commande LQ et Observateur :

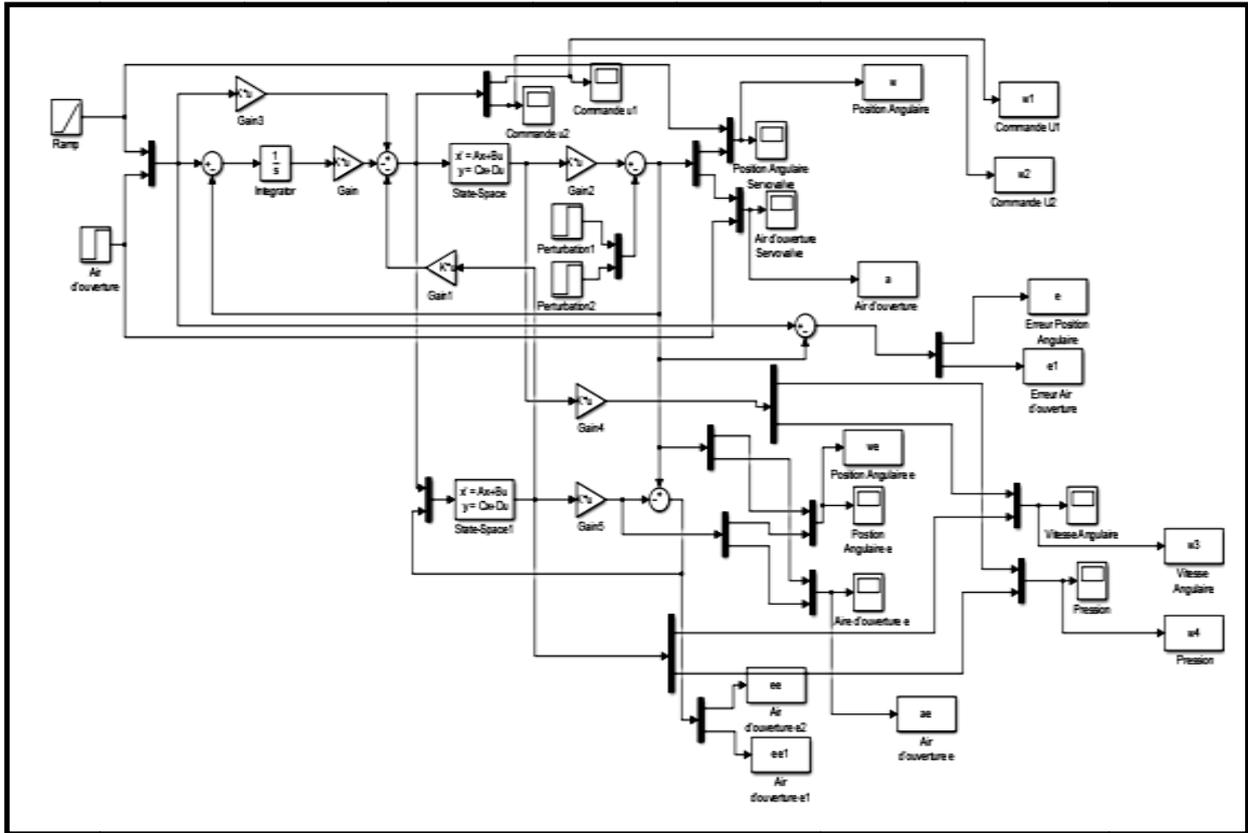


Figure IV.13 Modèle électrohydraulique avec la commande LQ et Observateur

IV.3.3.1 Résultat de la simulation :

➤ La commande u_1 :

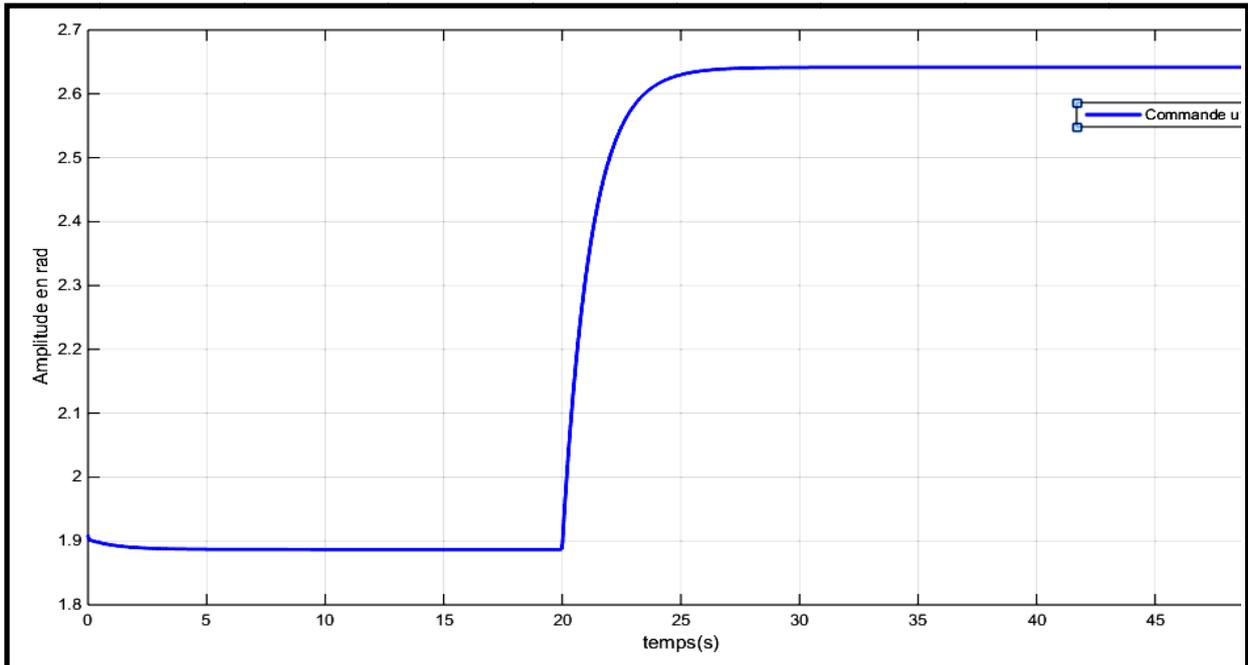


Figure IV.14 Réponse de la commande u_1

➤ La commande u_2 :

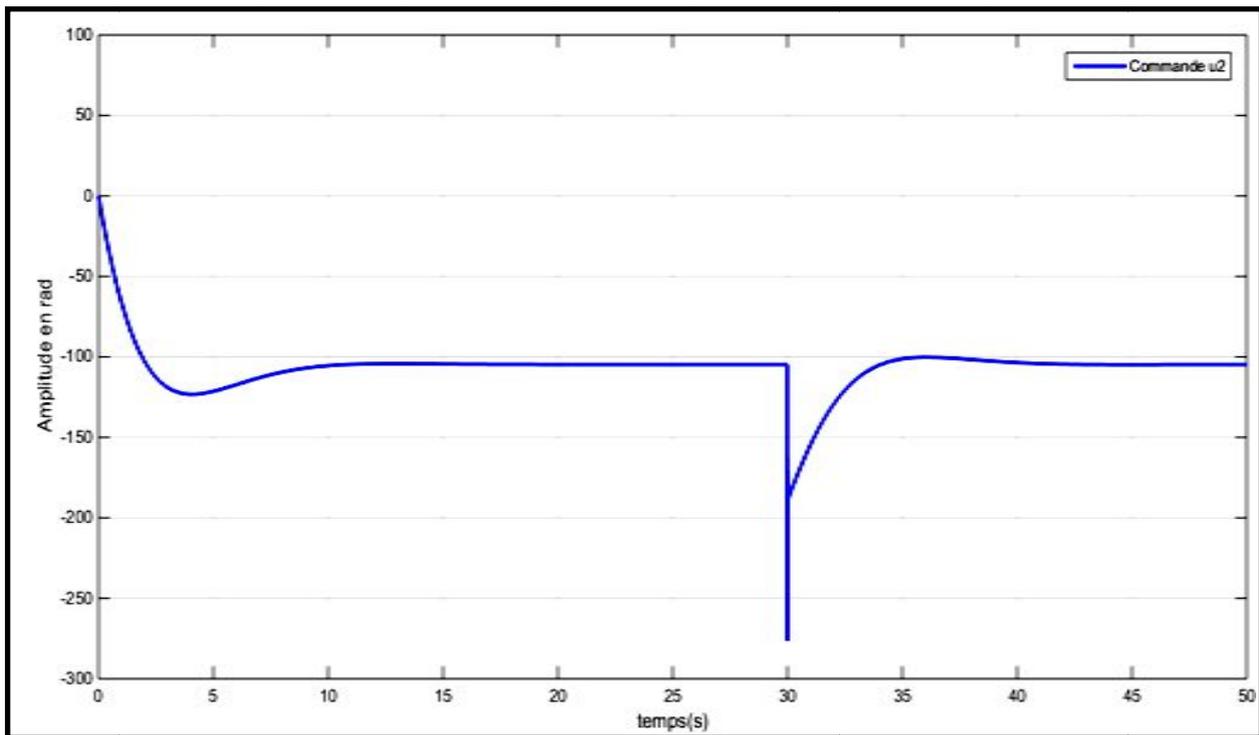


Figure IV.15 Réponse de la commande u_2

➤ La réponse d'une rampe de 10 rad/ avec la commande LQ sortie position angulaire :

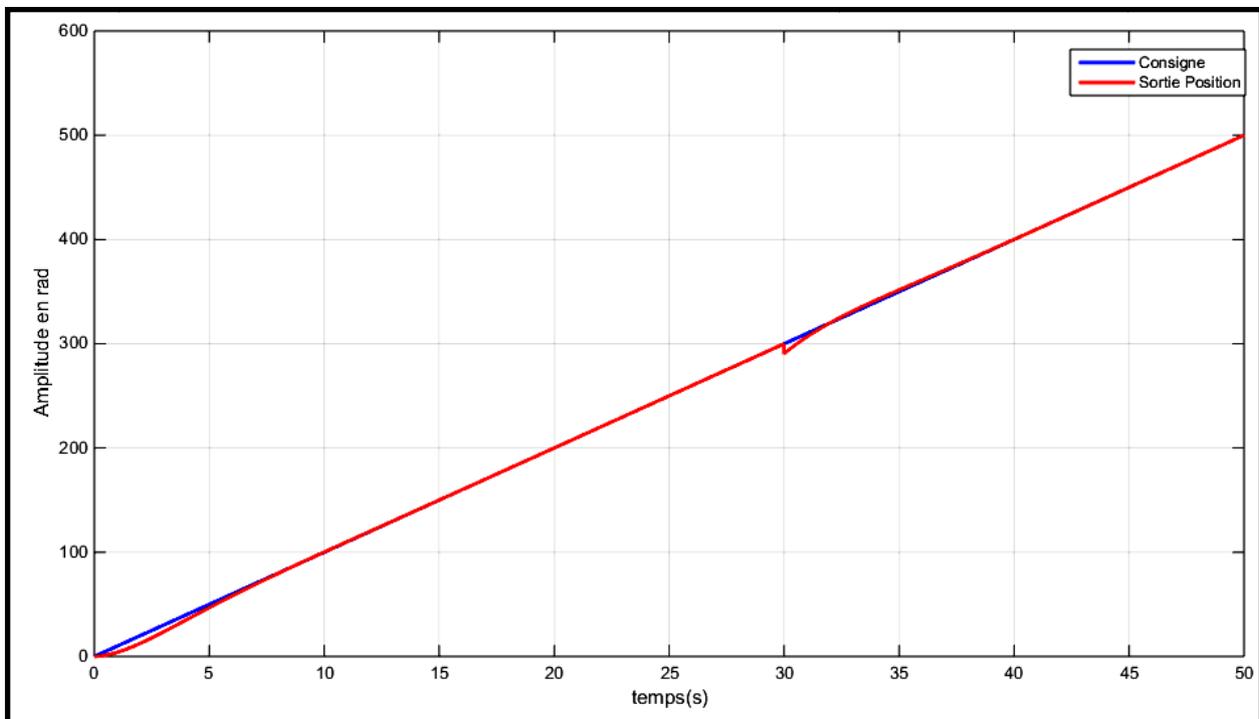


Figure IV.16 Réponse en Position angulaire avec la commande LQ

- La réponse d'un échelon de 0.05 rad/ avec la commande LQ sortie Air d'ouverture :

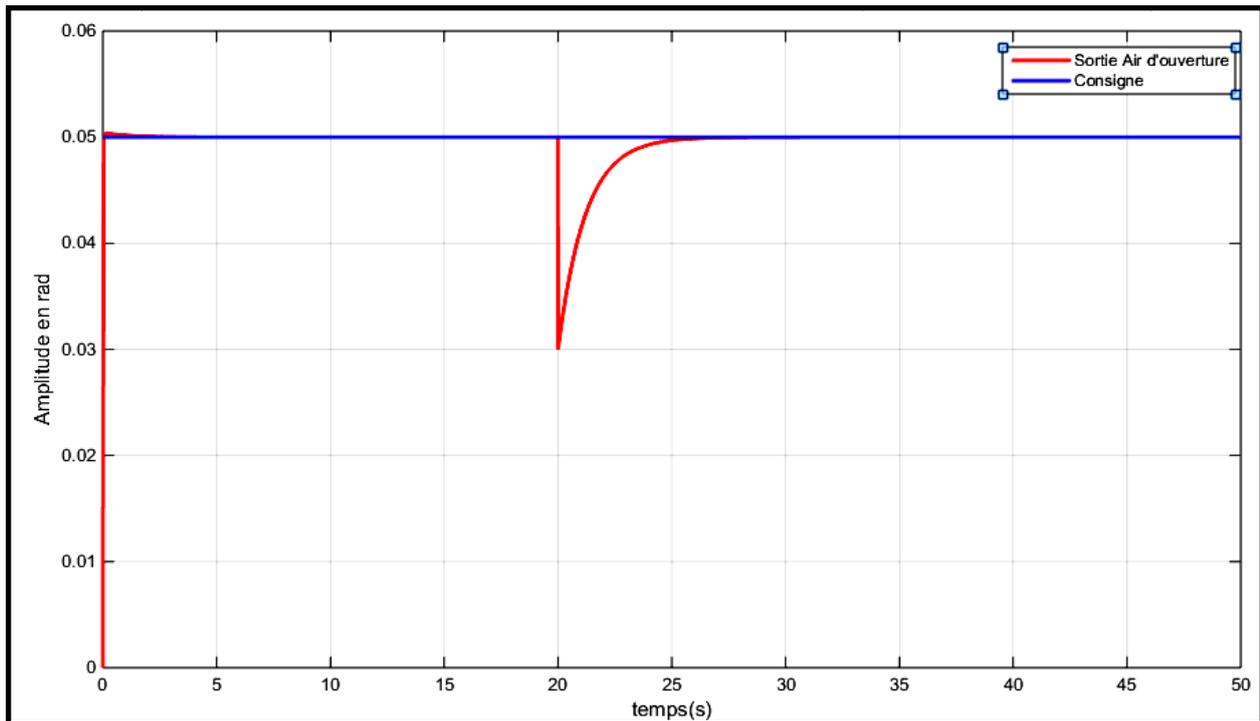


Figure IV.17 Réponse en Air d'ouverture avec la commande LQ

- La réponse d'une rampe de 10 rad/ avec la commande LQ et observateur sortie position angulaire :

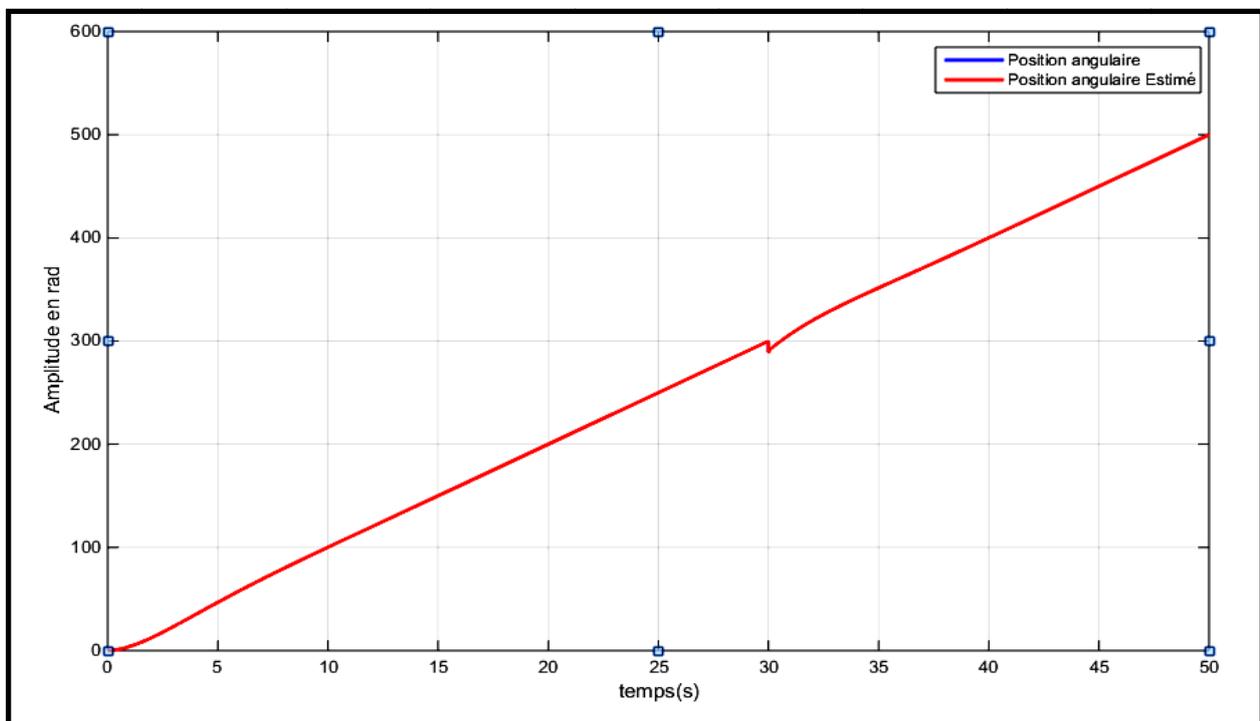


Figure IV.18 Réponse Position angulaire avec la commande LQ et observateur

➤ L'Erreur Position angulaire Estimé :

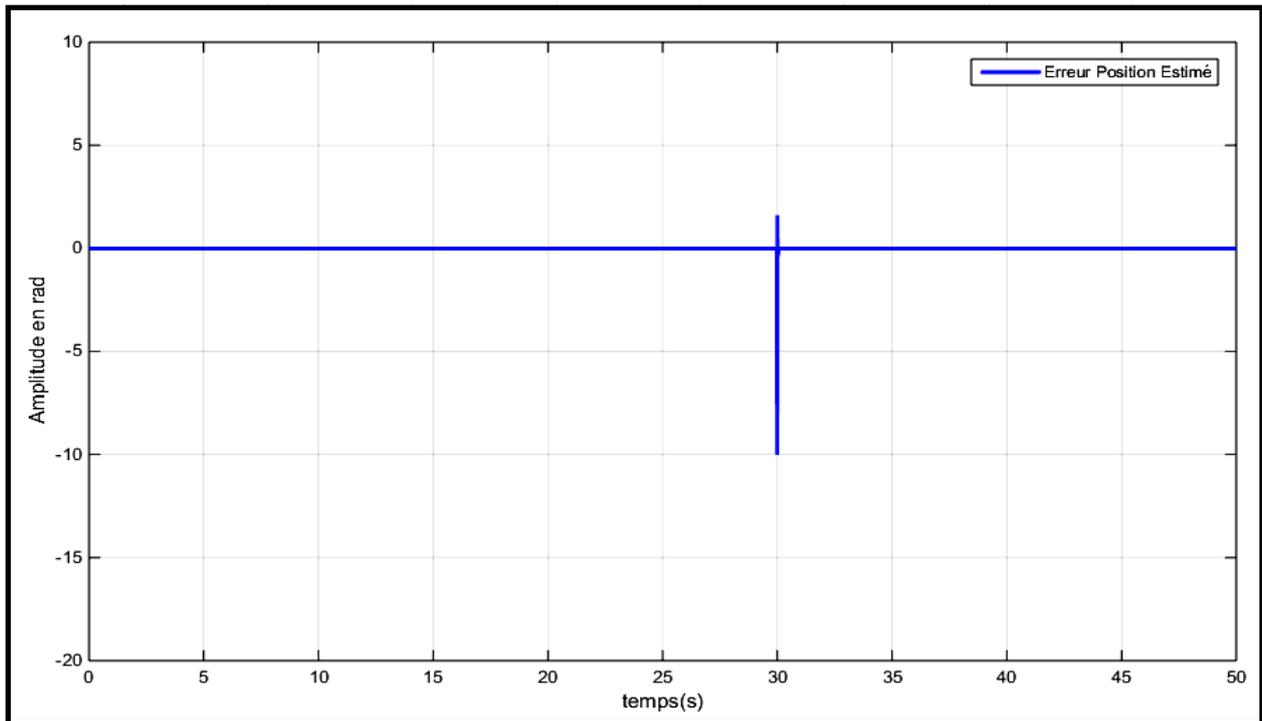


Figure IV.19 Erreur Position angulaire Estimé

➤ La réponse d'un échelon de 0.05 rad/s avec la commande LQ et observateur sortie Aire d'ouverture du tiroir de servovalve :

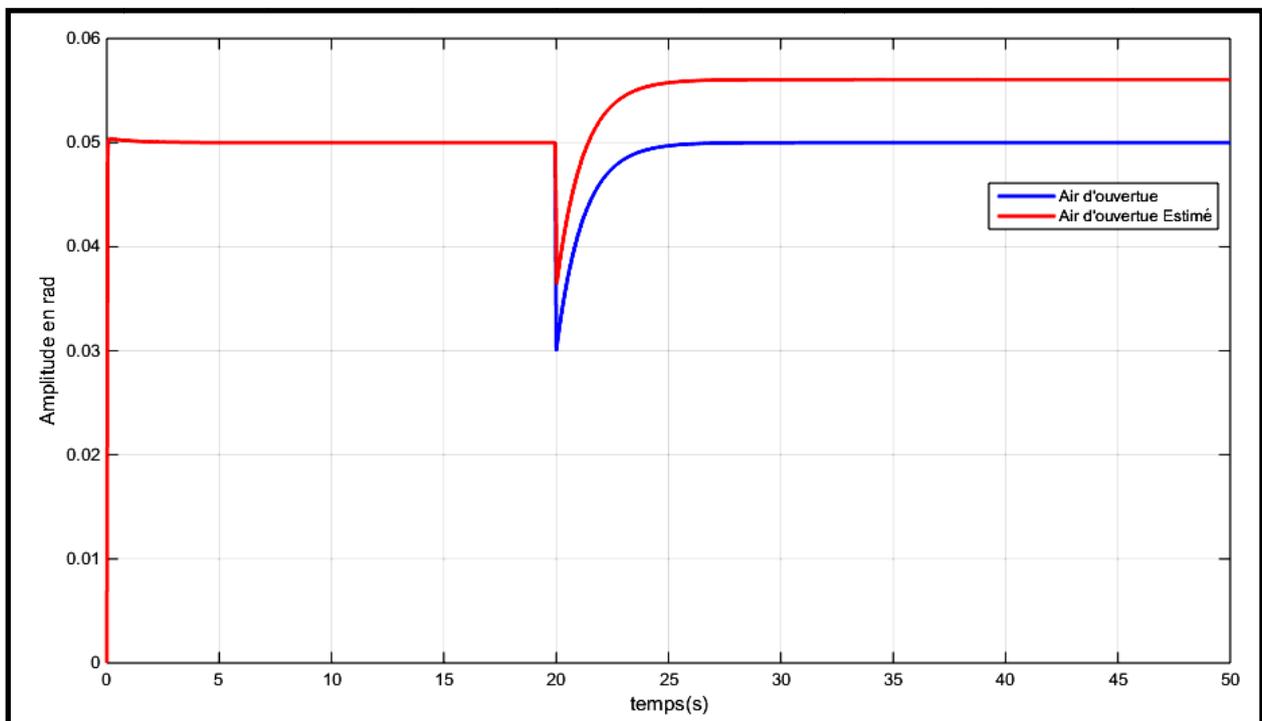


Figure IV.20 Réponse Air d'ouverture avec la commande LQ et observateur

➤ L'Erreur Air d'ouverture Estimé:

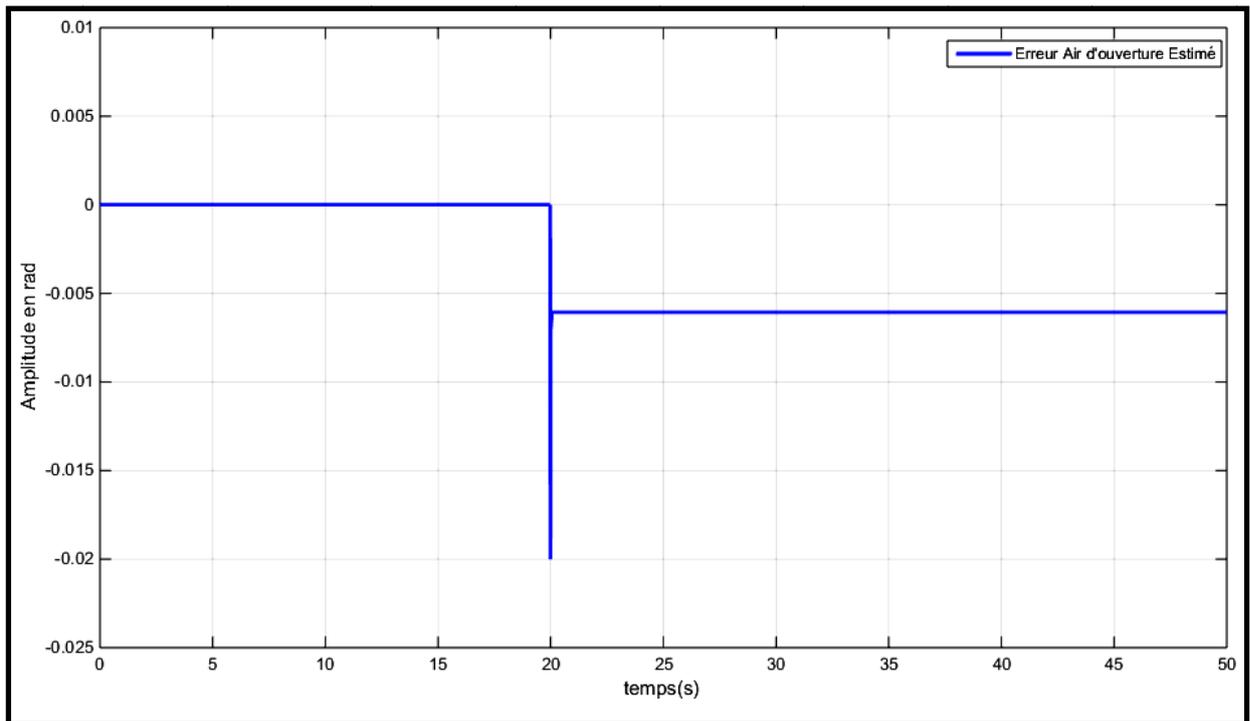


Figure IV.21 Erreur Air d'ouverture Estimé

➤ Réponse en Vitesse angulaire Estimé :

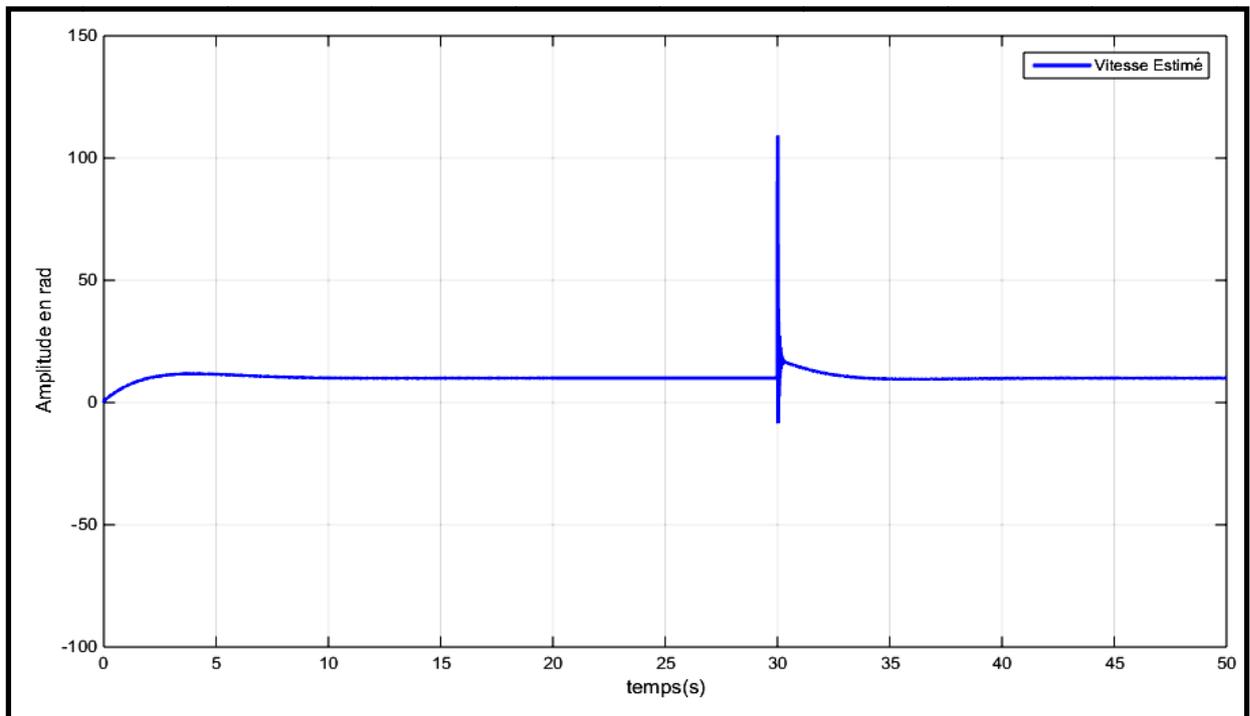


Figure IV.22 Réponse en vitesse angulaire Estimé

➤ Réponse en Pression Estimé :

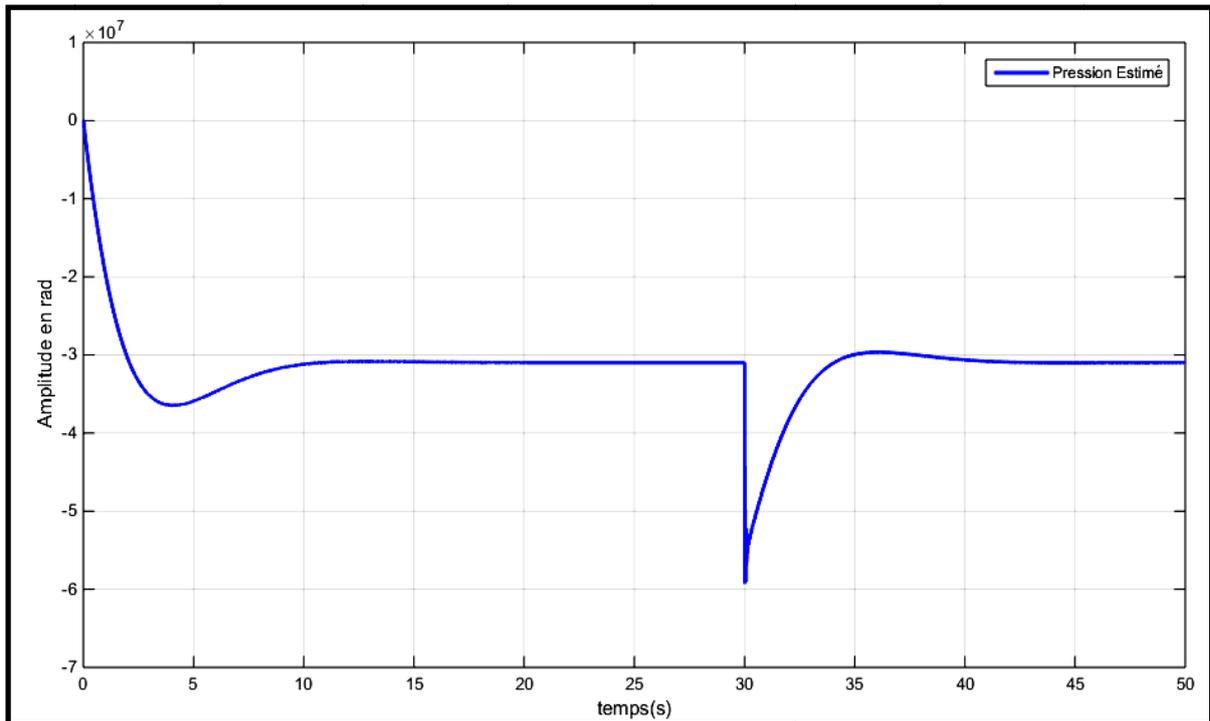


Figure IV.23 Réponse en Pression Estimé

IV.3.3.2 Analyse des résultats de la simulation :

- Le tableau IV.5 nous donne le comportement de la sortie du système en position angulaire mesuré et Estimé pour une consigne rampe de 10 rad.

	Position angulaire mesuré	Position angulaire Estimé
Temps de réponse Tr(s)	1.6	1.6
Erreur statique (rad)	0	0

Tableau IV.5 Analyse multivariable position angulaire R(t) = 10 rad

- Le tableau IV.6 nous donne la réponse dynamique en position angulaire mesuré et Estimé.

	Position angulaire mesuré	Position angulaire Estimé
Temps de réponse Tr(s)	1.6	1.6

Tableau IV.6 Analyse réponse dynamique 'rejet' position angulaire R(t) = 10 rad

- Le tableau IV.7 nous donne le comportement de la sortie du système en aire d'ouverture mesuré et Estimé pour une consigne échelon de 0.05rad.

		Air d'ouverture mesuré	Air d'ouverture Estimé
Dépassement	Mp (%)	0.8	0.53
Temps de réponse	Tr(s)	0.02	0.35
Erreur statique (rad)		0	0

Tableau IV.7 Analyse placement de pôles aire d'ouverture R(t) = 10 rad

- Le tableau IV.8 nous donne la réponse dynamique en position angulaire mesuré et Estimé.

		Air d'ouverture mesuré	Air d'ouverture Estimé
Dépassement	Mp(%)	0	0
Temps de réponse	Tr(s)	2.76	1.18
Erreur		0	0.006

Tableau IV.8 Analyse placement de pôles aire d'ouverture R(t) = 10 rad

D'après les réponses aux figures précédentes pour une consigne rampe de 10 rad/s pour la position angulaire nous remarquons que la commande Linear quadratique avec observateur nous donne au début un temps de réponse égal à 1.6s. et pour une consigne échelon de 0.05 rad/s pour l'Air d'ouverture on a un dépassement de 0.53% et un temps de réponse 0.035s ce qui est relativement très court.

Au cours de l'opération nous voyons un rejet en les sorties, pour la position angulaire on a un temps de réponse de 1.6s et pour l'aire d'ouverture est égale à 1.18 puis retourne à la valeur précédente. L'erreur en régime permanent est nulle pour la position angulaire et 0.006 pour l'air d'ouverture qui est très faible.

Les réponses estimés sont identique à celles mesurés donc l'observateur fonctionne bien. Nous observons aussi que l'observateur a bien estimé les deux autres sorties (Vitesse angulaire et Pression).

Conclusion :

Ce chapitre nous a permis de développer le contrôleur linéaire à partir du modèle linéarisé du Système électrohydraulique. Ce contrôleur a été développé par la technique de placement de pôles et la technique de Linéaire quadratique.

Une approche de synthèse d'observateur de Luenberger a été élaborée pour l'estimation des états du système en se basant sur un modèle du système dynamique et mesures d'autres grandeurs.

Conclusion générale

Ce mémoire est dédié à la modélisation et à la commande par des approches linéaires des Systèmes électro hydraulique.

Pour cela, nous avons commencé par attribuer à notre système un modèle mathématique. après avoir décrit les différentes parties qui le composent et expliquer son principe de fonctionnement.

Nous avons ensuite développé des algorithmes de commande linéaires pour l'asservissement du système électro hydraulique tels que la commande multivariable dont les gains sont obtenus par le contrôleur placement de pôles par retour d'état et ainsi que la technique linéaire quadratique. Ces contrôleurs ont été appliqués après linéarisation du système autour d'un point d'équilibre.

Nous avons aussi implémenté un observateur de Luenberger qui nous a permis d'estimer les variables d'états non mesurées, à partir du modèle linéaire en espace d'état du système dynamique en utilisant des mesures des autres grandeurs ce qui fait de l'observateur un capteur soft.

Des tests de simulations sous l'environnement Matlab/Simulink ont été faits afin de valider l'application des lois de commande/observation multivariable pour l'asservissement du système électro hydraulique.

Les résultats de simulation de commande/observateur sont satisfaisants, et la stabilité du correcteur/observateur avec système en boucle fermée est confirmée par simulation.

ANNEXE

Paramètres du système électrohydraulique

Noms des paramètres	paramètres	valeurs
Constante de temps de la servovalve	τ_p	0.001 <i>sec</i>
Courant d'entrée	I_{max}	10 <i>mA</i>
Gain d'amplificateur de la servovalve	K_a	0.1351 <i>V/mA</i>
Moment d'inertie	J	0.004821 <i>Nms</i>
Coefficient d'amortissement visqueux	B	0.0766 <i>Nms</i>
Aire d'ouverture maximale du tiroir de la Servovalve	A_{vmax}	$7.94 \times 10^{-6} m^2$
Masse volumique	ρ	867 <i>Kg/m³</i>
Compressibilité du fluide	B	$7.9958 \times 10^8 N/m$
Coefficient de décharge du fluide	C_d	0.61
Volume dans la chambre du moteur	V	$1.354 \times 10^{-4} m^2$
Pression d'alimentation	P_s	$8.73 \times 10^6 N/m$
Cylindrée du moteur	D_m	$2.802 \times 10^{-6} m^3/rad$
Couple hydraulique	T_L	0
Débit maximal d'alimentation	Q_s	$4.8601 \times 10^4 m^3/s$
Vitesse angulaire maximale	Ω_{max}	173.45 <i>rad/s</i>
Coefficient de fuite du liquide	C_L	0.077

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Honorine ANGUE MINTSA "*Algorithmes de commande des systèmes électrohydraulique à dynamique variable*". Montréal, Québec, Éditions de l'École de Technologie supérieure de Montréal, 2011.
- [2] Labonvill, R. "*Conception des circuits hydrauliques une approche énergétique*". Montréal, Québec, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 1991.
- [3] Schmitt, A. "*Le cours d'hydraulique ouvrage d'enseignement et d'informations sur l'hydraulique*". Lohr am Main, Ge., Rexroth, 1981.
- [4] Dorf, R. C. and Bishop, R. H. "*Modern control systems*". Reading, Mass, Addison-Wesley, 1995.
- [5] Benali, W. "*Hydrauliques industrielles les écoulements du fluide*". De <http://www.wissem-benali.123.fr/Documents/hydrau1.doc>, 2006.
- [6] Merritt, H. E. "*Hydraulic control systems*". New York, John Wiley and Sons, 1996.
- [7] Faisandier, J. et Blot, M. "*Mécanismes hydrauliques et pneumatiques*". Paris, Dunod, 1999.
- [8] Dessaint, N. "*Commande par micro ordinateur*", Note de cours. Montréal, 2001.
- [9] Bensoussan, D. "*Commande moderne : approche par modèles continus et discrets*". Montréal, Presses internationales Polytechnique, 2008.
- [10] A.P.Sage and C.C.White.Optimum Systems Control.Prentice Hall,1977
- [11] B.D.O.Anderson and J.B.Moore.Optimal Control- Linear Quadratic Methods. Prentice Hall,1989.122
- [12] Edouard Laroche Commande Optimale, École Nationale Supérieure de Physique de strasbourg,Universités Louis Pasteur de Strasbourg
- [13] P.N.Paraskevopoulos,Modern Control Enginnering,Marcel Decker LNC.
- [14] A.Drouot, 'Stratégie de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile Maniature',Thèse,Doctorat de l'université de Lorraine,2013
- [15] E. Ostertag, 'Commande et estimation multivariable méthode linaires et optimisation quadratique' Université luis pasteur, Strasbourg, p 47-50, 2006.
- [16] Zemouche A. « Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. » Université Louis Pasteur Strasbourg, 1997.
- [17] Herman M. et Krener A.J. "Nonlinear controllability and observability." IEEE.Transaction on automatic, 1997.