



جامعة وهران 2
كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة

نماذج التنبؤ
محاضرة مع تمارين محلولة
السنة الثالثة ليسانس تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسات
السداسي السادس

مقدمة من طرف:

السيدة(ة): إمخلاف رشيدة
الرتبة: أستاذ محاضر أ

السنة : 2022-2023

الفهرس

01	مقدمة
04	مفاهيم عامة حول التنبؤ
04	تمهيد
04	1. تعريف التنبؤ
04	2. أهمية التنبؤ
05	3. مراحل عملية التنبؤ
05	4. طرق التنبؤ
06	1.4 الطرق الكيفية
07	2.4 الطرق الإحصائية
08	دراسة السلاسل الزمنية
08	تمهيد
08	1. تعريف السلسلة الزمنية
09	2. مكونات السلسلة الزمنية
10	3. طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية
10	1.3 الاختبار البياني
10	2.3 الاختبار الإحصائي
11	4. تحليل السلاسل الزمنية
11	1.4 طرق قياس الاتجاه العام للسلسلة الزمنية
11	2.4 مفهوم العلاقة والارتباط
12	5. انواع العلاقات ما بين متغيرين
12	1.5 قوة العلاقة
14	2.5 شكل العلاقة
15	3.5 اتجاه العلاقة

17	6. اهداف دراسة السلسلة الزمنية.....
19	نموذج الانحدار الخطي البسيط.....
19	تمهيد.....
19	1. الانحدار الخطي البسيط.....
20	2. طرق تحديد العلاقة الخطية البسيطة.....
20	1.2. الطريقة البيانية.....
21	2.2. الطريقة التحليلية.....
21	3. طريقة المربعات الصغرى.....
23	4. معامل الارتباط.....
24	5. عملية التنبؤ.....
25	طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.....
25	تمهيد.....
25	1. تعريف المتوسطات المتحركة.....
26	2. اهمية اسلوب المتوسطات المتحركة.....
26	3. تعريف المتوسطات المتحركة البسيطة.....
27	4. الشكل العام للمتوسطات المتحركة البسيطة.....
28	5. عيوب ونقائص طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.....
29	التنبؤ عن طريق التمهيد الاسي (البسيط و المزدوج).....
29	تمهيد.....
29	1. طريقة التمهيد الآسي البسيط.....
31	1.1. اختيار التنبؤ الأولي (القيمة الأولية).....
32	2.1. كيفية اختيار ثابت التمهيد.....
32	2. طريقة التمهيد الاسي المزدوج.....
34	نموذج التمهيد الآسي لهولت-وينترز (HOLT-WINTERS).....

35	تمهيد.....
35	1. حالة الشكل المضاعف.....
36	1.1. تكوين التمهيدات.....
36	2.1. التنبؤ للفترة h.....
37	3.1. التهيئة.....
37	2. حالة النموذج التجميعي.....
37	1.2. تكوين التمهيدات.....
38	2.2. التنبؤ للفترة h.....
38	3.2. التهيئة.....
39	تمارين محلولة.....
80	مواضيع محلولة.....
80	قائمة المراجع.....
98	الخلاصة.....
100	قائمة المواضيع الموجهة للبحث.....
102	وصف المحاضرة و الأهداف.....

قائمة الاشكال

- شكل رقم 01: تمثيل بياني لعلاقة قوية ما بين متغيرين..... 14
- شكل رقم 02: تمثيل بياني لعلاقة ضعيفة ما بين متغيرين..... 15
- شكل رقم 03: تمثيل بياني لعلاقة منعدمة ما بين متغيرين..... 15
- شكل رقم 04: تمثيل بياني لعلاقة خطية ما بين متغيرين..... 16
- شكل رقم 05: تمثيل بياني لعلاقة غير خطية ما بين متغيرين..... 16
- شكل رقم 06: تمثيل بياني لعلاقة خطية موجبة ما بين متغيرين..... 17
- شكل رقم 07: تمثيل بياني لعلاقة غير خطية موجبة ما بين متغيرين..... 17
- شكل رقم 08: تمثيل بياني لعلاقة خطية سالبة ما بين متغيرين..... 18
- شكل رقم 09: تمثيل بياني لعلاقة غير خطية سالبة ما بين متغيرين..... 18
- شكل رقم 10: تمثيل بياني لقيم حجم المدن بالنسبة لقيم متوسط تكاليف الخدمات الموجهة للسكان..... 20
- شكل رقم 11: تمثيل بياني يعبر عن البواقي..... 23

مقدمة

نظرا لتعدد القرارات التي تواجه مختلف المنظمات و المؤسسات في ظروف تعقد الحياة الاقتصادية وكذا صعوبة إدارة المؤسسات الاقتصادية هيكلها وتنوع منتجاتها أصبح ضروريا على المسير تسهيل آليات التسيير وعمليات الإدارة لاتخاذ احسن القرارات وتحسين مستوى الأداء في المؤسسات معتمدا على ذلك نماذج تمكنه من التقليل من الاخطار المحتملة والتقليل من الفرص الضائعة بإدخال اساليب كمية في عملية تحليل المشكلات، ومن هذه التقنيات نجد نماذج التنبؤ باعتبارها حلقة وصل بين المؤسسة والبيئة الخارجية التي تتميز بعدم اليقين لدى متخذ القرار.

تمكن دراسة الظواهر الاقتصادية باستعمال نماذج التنبؤ المختلفة من تبسيط الظاهرة بهدف إيجاد حلول مناسبة لمشاكل الحاضر أو وضع مخططات استراتيجية للوصول الى الهدف المرجو. فالتنبؤ يساعد على صنع قرارات ذات بعد زمني ومكاني نظرا لدوره الكبير في اتخاذ القرارات التنظيمية والاستراتيجية.

تمثل هذه المطبوعة محاضرات واعمال تطبيقية حول نماذج التنبؤ وذلك حسب ما يتطلبه برنامج هذا المقياس والموجه الى طلبة العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير بصفة عامة، والى طلبة السنة الثالثة اقتصاد وتسيير المؤسسات على وجه الخصوص، وقد حاولنا من خلال هذه المطبوعة تبسيط مختلف المفاهيم حتى يتسنى للطلاب فهمها بدون صعوبة وذلك بربط هذه المعارف بأمثلة تطبيقية.

نتطرق في هذا المقياس الى بعض النماذج التي تستعمل في عملية التنبؤ والتي قد تفيد الطالب في اكتساب مهارات في تحديد الأسلوب الملائم حسب الحالة المطلوب التنبؤ بها وهذا بالتعرف على بعض الطرق والأساليب المعتمدة في ذلك، كيفية جمع وعرض وتحليل المعطيات، التنبؤ بقيم الظاهرة المدروسة وفق شروط معينة وتفسير النتائج ثم اتخاذ القرار المناسب.

يتطلب هذا المقياس كغيره من المقاييس الى بعض المكتسبات المسبقة حتى يتمكن الطالب من فهمه بكل سهولة، فلا بد من إدراك بعض المعارف المتعلقة بالإحصاء الوصفي (العرض الجدولي والبياني، مقاييس التشتت، مقاييس الشكل...) وكذلك معارف رياضية.

اقتصرت المطبوعة على المحاور التالية:

فصل تمهيدي لتمكين الطالب من التكيف والتعامل مع الدراسة الإحصائية والتنبؤ بالمعطيات المستقبلية لظاهرة معينة بالاستعانة بنموذج رياضي، حيث استعرضنا من خلاله بعض المفاهيم العامة والاساسية للتنبؤ بالظواهر الاقتصادية، أهميته، مراحل وطرق التنبؤ بما فيها الطرق الكيفية والكمية.

اما الفصل الثاني فقد قدمنا من خلاله بعض المفاهيم العامة حول السلاسل الزمنية، العوامل المؤثرة فيها، مركبات السلسلة الزمنية وطرق الكشف عن هذه المركبات.

اما الفصل الثالث فقد تناولنا من خلاله عرض بعض طرق التنبؤ على المدى القصير منها الطرق الاستقطابية والطرق التفسيرية :

- طريقة الأنحدار الخطي البسيط

- طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة

- طريقة التمهيد الأسي البسيط

- طريقة التمهيد الأسي المزدوج

- نموذج التمهيد الأسي لهولت-وينترز (HOLT-WINTERS)

ويجدر الإشارة الى ان كل فصل من هذه الفصول يحتوي على مجموعة من التطبيقات المحلولة في الجزء الثاني من المطبوعة.

محاضرات

مفاهيم عامة حول التنبؤ

GENERALITES SUR LA PREVISION

تمهيد:

هدف أي متعامل اقتصادي (فرد - مؤسسة - بنك... الخ) هو الاستعمال الأمثل للموارد المتاحة (مالية - مادية - بشرية...) لتلبية أقصى حد ممكن من حاجياته (استهلاك - ادخار - استثمار - ربح...) ولذلك يجب اتخاذ أفضل القرارات الممكنة. هذا الأخير يتطلب دراسة مختلف الظواهر الاقتصادية من خلال وسائل نوعية او كمية.

1 . تعريف التنبؤ:

تعددت مفاهيم التنبؤ بتعدد المفكرين الاقتصاديين حيث نذكر من بين التعاريف ما يلي :

" -التنبؤ هو توقع أحداث المستقبل كأن تنبأ بكمية الانتاج للسنة المقبلة مثلا، حيث تشمل عملية التنبؤ دراسات احصائية

للفترات الماضية، و على أساسها نتوصل الى وضع افتراضات للفترة المستقبلية."

" -يعتبر التنبؤ عنصرا مهما لجميع اجراءات التسيير إذ يمثل حكما على ما يتوقع أن يحصل داخل أو خارج المؤسسة و محاولة

تحديد ما سيكون عليه جميع العناصر المؤثرة في أداء المؤسسة ."

2 . أهمية التنبؤ:

تعيش المؤسسة الاقتصادية في بيئة تتميز بالدينامكية هذا ما يستوجب استعمال تقنيات خاصة لاتخاذ قراراتها، ومن هنا تبرز

أهمية ودور التنبؤ والمتمثلة في :

-تمكين التخطيط و وضع الافتراضات الممكنة حول أحداث و ظواهر مستقبلية، و بالتالي تساهم بقدر كبير في اتخاذ القرارات

و ترقب اثارها مستقبلا.

-تمكين معرفة احتياجات المؤسسة في المدى القصير و المتوسط.

-المساهمة في الحد من المخاطر التي قد تواجه المؤسسة.

-دراسة الظواهر الاقتصادية بمختلف الأساليب و تحليلها لاكتشاف طبيعتها و عواملها المحددة و تأثير هذه العوامل عليها من

خلال :

- جمع أكبر قدر من البيانات و المعلومات حول سلوك الظاهرة المدروسة و العوامل المؤثرة فيها و مدى قوة ذلك.
- اكتشاف القوانين و العلاقات التي تتحكم في سلوك هذه الظاهرة.
- استخدام المعلومات و القوانين و المفاهيم و العلاقات لتوجيه سلوك الظاهرة لمصلحة البشر.

مثال:

إذا كان باستطاعة منتج ما معرفة ما سينتجه الآخرون من سلعة مماثلة لسلعته كما ونوعا وتكلفة (ظاهرة غير متحكم فيها)

هذا يمكنه من اتخاذ قراره فيما يخص انتاجه وتجديده وتطويره ليكون أحسن منافس ليحقق أهدافه بنسبة تأكيد عالية.

3. مراحل عملية التنبؤ:

للقيام بعملية التنبؤ بشكل دقيق لابد من اتباع الخطوات التالية:

- تحديد الهدف من التنبؤ.
- تجميع البيانات اللازمة لدراسة الظاهرة محل التنبؤ.
- تحليل البيانات وانتقائها لاستعمالها.
- اختيار النماذج المناسبة من أساليب التنبؤ بالظاهرة محل الدراسة.
- اتخاذ القرار المناسب.

4. طرق التنبؤ:

يعتمد معيار التنبؤ على أسلوبين كمي ونوعي، فالأسلوب النوعي يضم بدوره مجموعة من الطرق تقوم على الخبرة والرأي

الشخصي، أما الأسلوب الكمي يعتمد على الأساليب والطرق الاحصائية.

1.4. الطرق الكيفية:

تعتمد على الخبرة ورأي الافراد داخل المؤسسة وخارجها وحسب المستوى الهرمي للقرارات ومنها نجد:

الحدس والخبرة: تعتبر من الأساليب الوصفية الأكثر شيوعا في القيام بعملية التنبؤ والمتعلقة بالقرارات اليومية لأنها قرارات سريعة النتائج وكما أنه لا يحتاج الى جمع بيانات بحيث انه يكون متخذ القرار يعتمد كليا على خبرته أكثر من النماذج العملية والاحصائية.

من مزاياها:

- تكون نتائج التنبؤ في وقت محدود نسبيا،
- انخفاض تكلفة القيام بعملية التنبؤ،
- تتميز قراراتها بالمرونة.

أما عن عيوبها فتتمثل في وجود تحيز الشخص في عملية التقدير والتنبؤ لاتخاذ قرار معين.

طريقة الدلفي: (الاجتماع عن بعد) أساس هذه الطريقة هو اشتراك عدد معين من الخبراء في عملية التنبؤ بظاهرة معينة وذلك عن طريق مراسلة تتم وفق المراحل الآتية:

- يتم اختيار شخص يكون مسؤولا عن مهمة القيام بعملية التنبؤ و يسمى بالمنسق، يتميز هذا الاخير بدرجة عالية من الخبرة و المعرفة بالظاهرة محل الدراسة.

- يقوم المنسق بإرسال استمارات الى الخبراء في صورة قائمة أسئلة لإبداء الرأي حول الظاهرة محل التنبؤ.

- عند الوصول الى الاجابات التحريرية من قبل الخبراء يقوم المنسق بدراسة لكل المراسلات و تبويب الاجابات ثم ارسال استفسارات هؤلاء مع تزويدهم بالمعلومات المتجددة و المستوحاة من قبل بعض الخبراء المشاركين في عملية التنبؤ ثم يطلب منهم ابداء الرأي حول الظاهرة مجددا مع توضيح المبررات.

- يتم تكرار الخطوة السابقة عدة مرات حتى يتم التوصل الى درجة كبيرة من الاتفاق في تقديرات الخبراء حول الظاهرة محل الدراسة.

من مزاياها:

- أنها تساهم في الاستفادة من آراء مجموعة كبيرة من الخبراء المختصين،
 - انخفاض التكلفة المادية نتيجة تبادل الآراء عن طريق المراسلة،
 - الانفراد والحيادية وعدم التأثير نتيجة لعدم الاجتماع.
- ومن عيوبها أنها تستغرق فترة زمنية طويلة في عملية اتخاذ القرارات.

2.4. الطرق الاحصائية:

يضم ما يلي:

التنبؤ باستخدام الاقتصاد القياسي: يهتم الاقتصاد القياسي بقياس العلاقة بين مختلف المتغيرات الاقتصادية والتنبؤ بالقيم المستقبلية للمتغير التابع أو الظاهرة موضوع البحث، ويعتمد الاقتصاد القياسي في التطبيق على النظرية الاقتصادية، ومختلف الأساليب والطرق الرياضية والاحصائية، مثل الانحدار الذاتي، كما أنه يساعد على تقديم تفسيرات عن التغيرات في قيم المتغير التابع .

التنبؤ باستخدام السلاسل الزمنية: ويرتكز التنبؤ في هذه الحالة على القيم الماضية لمتغير ما للتنبؤ بقيمته المستقبلية، دون تقديم تفسير للمتغيرات في قيم المتغير، ويلجأ الى هذا النوع من التنبؤ في التنبؤ القصير المدى.

دراسة السلاسل الزمنية

ETUDE DES SERIES CHRONOLOGIQUES

تمهيد:

ان دراسة السلاسل الزمنية هو توضيح وتحديد المكونات الهيكلية للسلسلة الزمنية والتي تتضمن الاتجاه العام والتقلبات الموسمية بالإضافة الى الدورية والعشوائية وذلك من اجل تقدير وقياس نموذج الانحدار الذي تتطور وفقه السلسلة الزمنية وكذلك استخدام المعلومات المحصل عليها من اجل الاستطلاع والحصول على قيم تقديرية في المستقبل.

نستطيع تكوين النموذج القياسي بالاعتماد على نوعين من المعطيات الأولية إما أن تكون معطيات خاصة بعدة مؤشرات اقتصادية في مدة زمنية معينة أو ظاهرة واحدة قيد الدراسة لكن في فترات زمنية متتالية، والنماذج المكونة من النوع الثاني تسمى بنماذج السلاسل الزمنية.

مثال: إذا أخذنا متغير مثل الناتج المحلي الإجمالي خلال سنوات معينة وكان هدفنا تقديره. وحيث أن المتغير كغيره من المتغيرات يتحرك مع الزمن، فإننا نتوقع أن يأخذ عدة أشكال عند رسمه كأن يكون على شكل خطي، أو شكل غير خطي. كما توجد متغيرات أخرى مثل التنبؤ بحالة الجو، ودرجات الحرارة، تدفق المياه، واستهلاك الوقود، حالة السوق والأسعار، كمية النقود المتداولة، ودائع البنوك، المبيعات الأرباح... الخ

1. تعريف السلسلة الزمنية:

هي مجموعة من القيم الخاصة بمؤشر ما مأخوذة خلال فترات زمنية متتالية وهي تعكس تطور ذلك المؤشر عبر الزمن وكل قيمة من حدود السلسلة الزمنية تشكل نتيجة تفاعل عدد كبير من العوامل المؤثرة في الظاهرة المدروسة والتي يمكن تقسيمها الى أربع مجموعات والتي تسمى بمكونات السلسلة الزمنية.

2. مكونات السلسلة الزمنية:

ان التغيرات التي قد تحدث تغيرات على ظاهرة ما خلال فترة زمنية محددة ومتتابة ومتساوية هي محصلة لعدة عوامل يتم معرفة أثر كل عامل منها على مقدار التغيرات عن طريق تحليل السلسلة الزمنية فيصبح بالإمكان التنبؤ بالتقديرات المستقبلية بدرجة ثقة عالية.

الاتجاه العام: هي العوامل التي تؤدي بتفاعلها إلى تكوين الاتجاه العام لمسار تطور السلسلة ويقصد به ميل الظاهرة نحو الزيادة أو النقصان خلال فترة طويلة من الزمن. تتميز هذه التغيرات الأساسية الطويلة الأمد بأخذ شكلها تدريجياً، فهي تستمر في اتجاه واحد مدة طويلة من الزمن ويكون تغيرها بطيئاً ما بين سنة وأخرى. ان دراسة الاتجاه العام يفيد في عملية التخطيط طويل الاجل للظواهر الاقتصادية والاجتماعية التي تؤثر فيها عوامل ثابتة ومستمرة وتطورية كالنمو الديموغرافي والتطور الاقتصادي.

اما في حالات دراسة العوامل التي لها أثر كبير في التخطيط والتنبؤ القصير الأجل مثل ادارة الميزانيات نلجأ الى تحليل المكون المتذبذب من السلسلة الزمنية والذي يتألف من عوامل دورية وموسمية وعشوائية.

التغيرات الموسمية: هي العوامل التي تنشأ عنها التقلبات الموسمية في السلسلة وتحدث للظاهرة خلال السنة بسبب اختلاف طبيعة مواسم السنة نفسها. فهي تغيرات منتظمة انتظاماً تاماً مقارنة بالأنواع الأخرى للتغيرات. تمثل تغيرات متكررة في فترات زمنية منتظمة خلال السنة.

التغيرات الدورية: هي العوامل التي تؤدي إلى تكوين التقلبات الدورية. وتحدث للسلسلة كل عدة سنوات بحيث تكرر السلسلة نفسها على فترات دورية منتظمة. مثل (دورات النمو والانكماش في الاقتصاد العالمي). تبين هذه التغيرات أثر النشاط الاقتصادي في المدى المتوسط. تكون منتظمة انتظاماً غير تام وطول الفترة الزمنية للدورة غير معلوم كما هو الحال في التغيرات الموسمية وبالتالي يصعب معرفة التقلبات الدورية ومقاديرها نظراً لما قد يطرأ عليها من التغيرات

التغيرات العشوائية: هي العوامل ذات التأثير العشوائي على قيم السلسلة. تحدث بصفة غير منتظمة وبسبب عوامل فجائية مثل الزلازل- الفيضانات - الحرائق - إفلاس البنوك... تنشأ هذه التغيرات من عوامل غير متوقعة فلا يمكن التنبؤ بوقوعها أو تحديد مقدارها والاستعداد لمواجهة ضررها. وبذلك لم يكن بالإمكان وضع قاعدة أو نظرية لتفسيرها. وتنقسم التغيرات العشوائية الى قسمين:

- ا. التغيرات الناتجة عن الصدفة البحتة وتحدث تغيرا في خط الاتجاه العام للسلسلة ولا يمكن التنبؤ بحدوثها بسهولة.
 - ب. التغيرات الناتجة عن عوامل فجائية وطارئة ذات تأثير قوي وتظهر من وقت لآخر كالحروب والزلازل والأمراض وغيرها.
- للكشف عن مركبات السلسلة الزمنية يمكننا التمييز ما بين طريقتين: البيانية والتحليلية (استعمال الاختبارات الاحصائية).

3. طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية:

للكشف على مركبة الاتجاه العام هناك اختبارين اولهما بياني والاخر احصائي.

1.3. الاختبار البياني: يتم تمثيل المعطيات الكمية للظاهرة في شكل بياني يعكس مركبات السلسلة الزمنية بشكل اوضح، حيث يتمثل الاتجاه العام في تلك المركبة التي تدفع بالمنحنى نحو الزيادة او النقصان حسب اشارة الميل. ونظرا لعدم وضوح الطريقة البيانية نستعين بالطريقة التحليلية للكشف عن السلسلة الزمنية والتي تتمثل فيما يلي:

2.3. الاختبار الإحصائي: يمكن تقسيم هذه الاختبارات الى نوعين هما الاختبارات الحرة والغير حرة. نقصد بالحرية تلك

التي تستعمل ادوات اختبارية لا تخضع بالضرورة لأي توزيع احصائي فهي حرة التوزيع ولا تتطلب اي فرضية حول التوزيع الاحتمالي للأخطاء e_t . ومن بين الاختبارات الحرة للكشف عن مركبة الاتجاه العام: اختبارات الفروقات- اختبار دانيال - اختبار التوالي... اما الاختبارات الغير حرة فهي غير حرة التوزيع ونفترض في هذه الطريقة معرفة التوزيع الاحتمالي للأخطاء e_t مع افتراض وجود المركبة المراد الكشف عنها. من بين هذه الاختبارات: اختبار Dicky - Fuller الجذور الاحادية -

اختبار Dicky - Fuller المطور...

4. تحليل السلاسل الزمنية:

يتطلب تحليل السلاسل الزمنية عادة تحليل المكونات الأربعة للسلسلة الزمنية التي سبق ذكرها وغالبا ما تخلو السلاسل الزمنية من التغيرات الموسمية، والتغيرات الدورية، والتغيرات العشوائية لذلك سنكتفي بتعيين الاتجاه العام الخطي للسلسلة الزمنية كما يلي:

1.4. طرق قياس الاتجاه العام للسلسلة الزمنية:

يتطلب تحليل السلسلة الزمنية الى صياغة نموذج رياضي يمثل العلاقة بين تلك العناصر بحيث يمكننا التمييز بين شكلين من اشكال هذه النماذج بناء على انواع العلاقات بين المتغير التابع والمتغير المستقل والتي قمنا باختصارها في علاقة خطية وغير خطية. وسوف نهمم في دراستنا هذه بالعلاقة الخطية فقط.

باعتبار إن السلسلة الزمنية تحتوي على متغيرين أحدهما مستقل نرسم له بـ (X) ويمثل الزمن بالسنوات، بالشهور وهكذا...، والأخر تابع نرسم له بـ (Y) ويمثل قيم الظاهرة محل الدراسة، ويتم تقدير معادلة الاتجاه العام الخطي على الصورة التالية:

$$Y = a + bx + \varepsilon$$

2.4. مفهوم العلاقة والارتباط:

لدراسة العلاقة ما بين المتغيرات وتأثيرها ببعضها البعض يمكن استعمال عدة طرق من أهمها طريقة الانحدار الخطي البسيط وهي تخص عاملين او متغيرين فقط وليكونا X و Y.

نقول ان هناك علاقة ما بين X و Y إذا كان تغير كل منهما غير عشوائي أي قيم X تتأثر بقيم Y او العكس.

كلما تتغير قيم X تتغير قيم Y وبالتالي إذا كان Y يتأثر بـ X هذا يعني ان معرفة قيم X تمكننا من التنبؤ بقيم Y ضمن إطار محدد.

ويمكننا كتابة هذه العلاقة في الشكل التالي:

$$y = f(x) \quad Y = a + bx + \varepsilon$$

بحيث: X يمثل المتغير المستقل (المؤثر)

Y يمثل المتغير التابع (المؤثر عليه)

b يمثل الميل

a يمثل الثابت

ε : هو عبارة عن المتغير العشوائي، و يمثل جميع العوامل الأخرى التي تؤثر في المتغير التابع و التي لم تؤخذ بعين الاعتبار أو التي

لا يمكن قياسها.

5. انواع العلاقات ما بين متغيرين:

ان دراسة العلاقة الموجودة ما بين العوامل الكمية تتطلب معرفة نوع العلاقة مسبقا. هذا يسمح لنا بوضع الفرضيات واتخاذ وسائل القياس اللازمة.

لتحديد هذه العلاقة نقوم بالتمثيل البياني للعلاقة ما بين المتغيرين X و Y من خلال رسم تشتت النقاط $(X_i, Y_i)_i$ مجموع هذه النقاط تمثل سحابة من النقاط شكلها يسمح بتمييز وتحديد نوع العلاقة من حيث ثلاث خصائص.

1.5. قوة العلاقة:

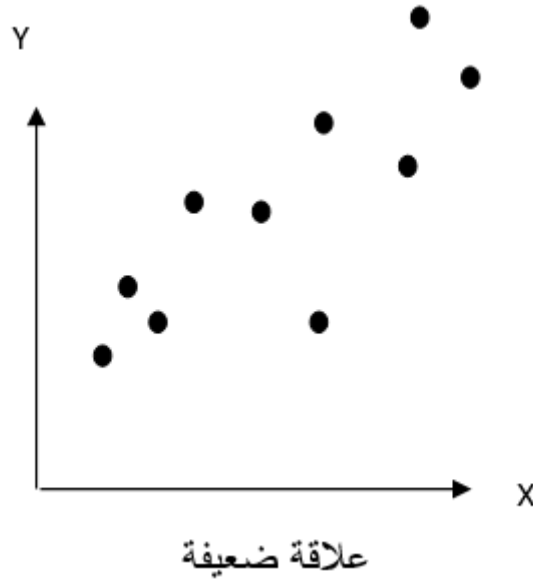
- علاقة قوية: سحابة النقاط تأخذ شكل مستقيم او منحنى ذو نقاط متقاربة اي X_i قريب من X_j و Y_i قريب من Y_j

شكل رقم 01: تمثيل بياني لعلاقة قوية ما بين متغيرين



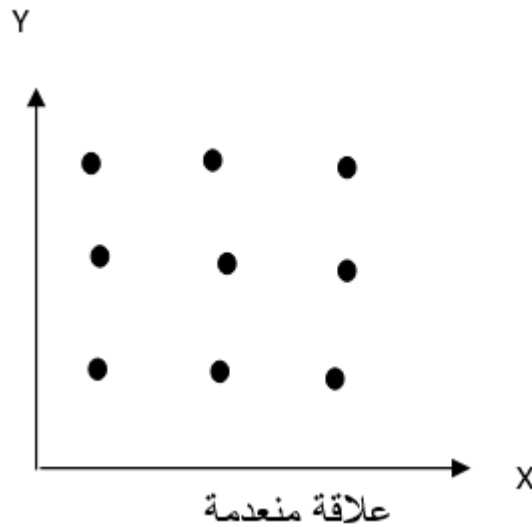
- علاقة ضعيفة: سحابة النقاط لا تأخذ شكل مستقيم او منحني وفي حالة وجودها تكون بشكل عشوائي اي نقاط متباعدة.

شكل رقم 02: تمثيل بياني لعلاقة ضعيفة ما بين متغيرين



علاقة منعدمة: قيم X_i لا تسمح بالتنبؤ بقيم Y_i . سحابة النقاط قد تكون من شكل مربع - دائري وبدون وجود مستقيم.

شكل رقم 03: تمثيل بياني لعلاقة منعدمة ما بين متغيرين

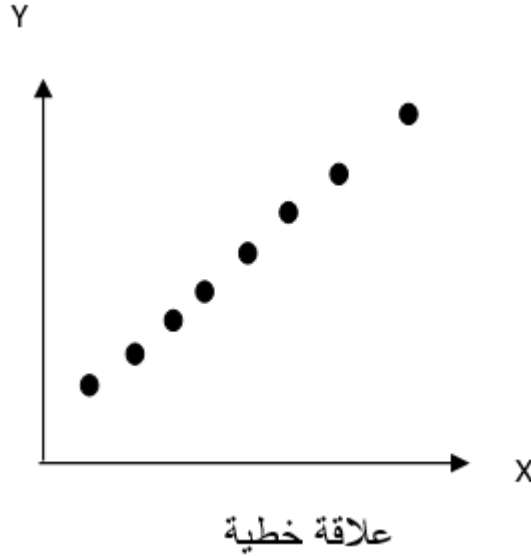


2.5. شكل العلاقة:

- علاقة خطية: سحابة النقاط يمكن تعديلها على شكل خط مستقيم. وجود علاقة ما بين x_i و y_i من الشكل :

$$y = a + bx$$

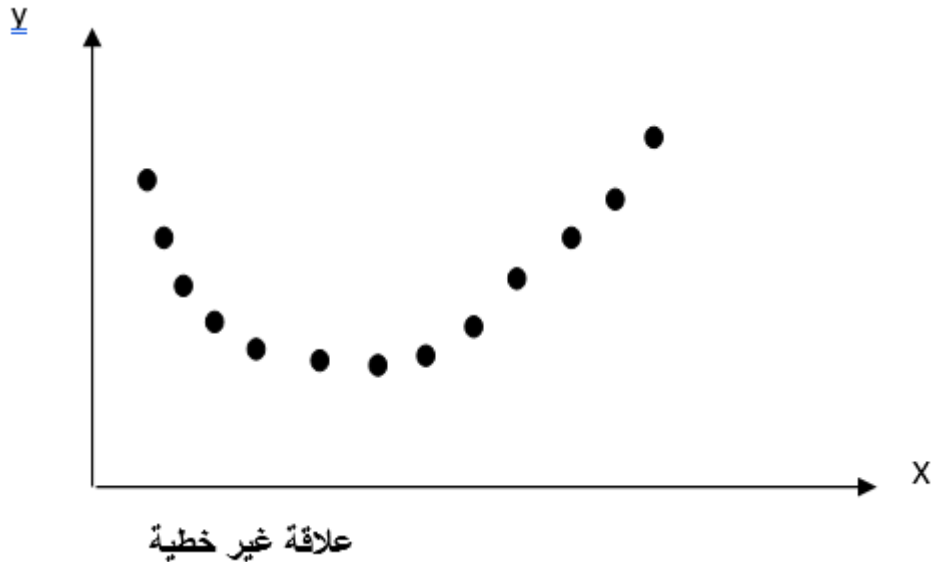
شكل رقم 04: تمثيل بياني لعلاقة خطية ما بين متغيرين



- علاقة غير خطية: سحابة النقاط تأخذ شكل غير خطي قد تأخذ منحنيات وليست لها نقاط قصوى او دنيا. العلاقة ما

بين x_i و y_i ليست من الشكل $y = a + bx$

شكل رقم 05: تمثيل بياني لعلاقة غير خطية ما بين متغيرين



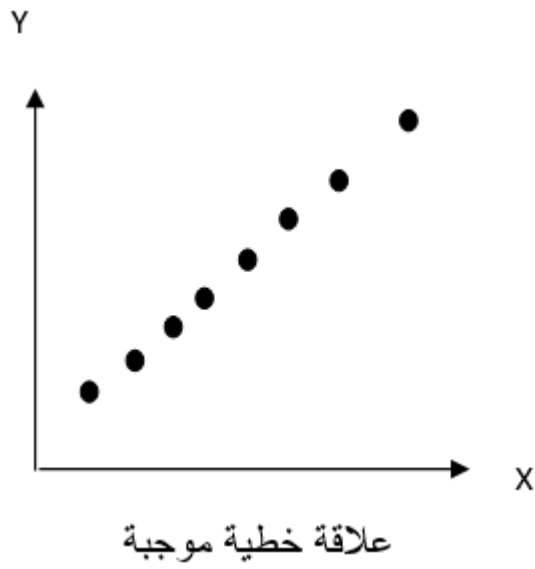
3.5. اتجاه العلاقة:

- علاقة موجبة: اذا تغير كل من المتغيرين نحو نفس الاتجاه اي $X_j < X_i$ و $Y_j < Y_i$

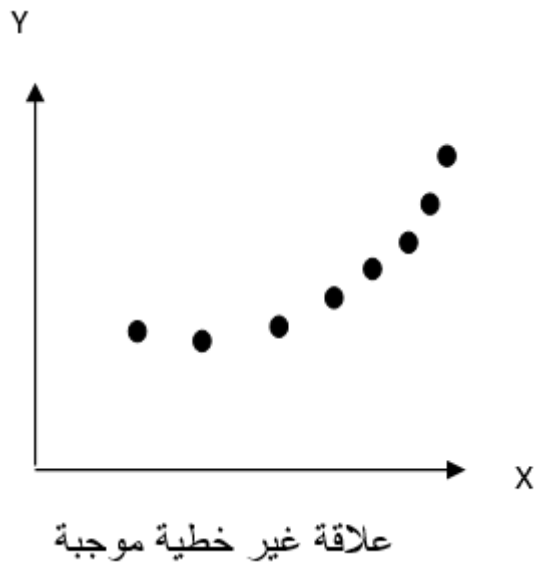
قيم مرتفعة من X تمثل قيم Y المرتفعة

قيم ضعيفة من X تمثل قيم Y الضعيفة

شكل رقم 06: تمثيل بياني لعلاقة خطية موجبة ما بين متغيرين



شكل رقم 07: تمثيل بياني لعلاقة غير خطية موجبة ما بين متغيرين

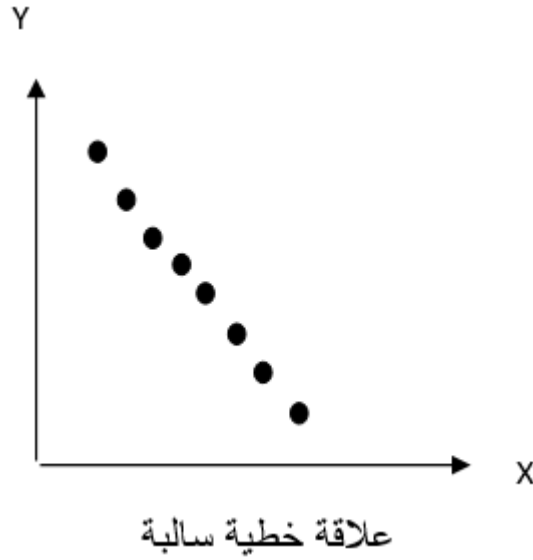


- علاقة سالبة: اذا تغير كل من المتغيرين نحو الاتجاه المعاكس اي $X_j > X_i$ و $Y_j > Y_i$

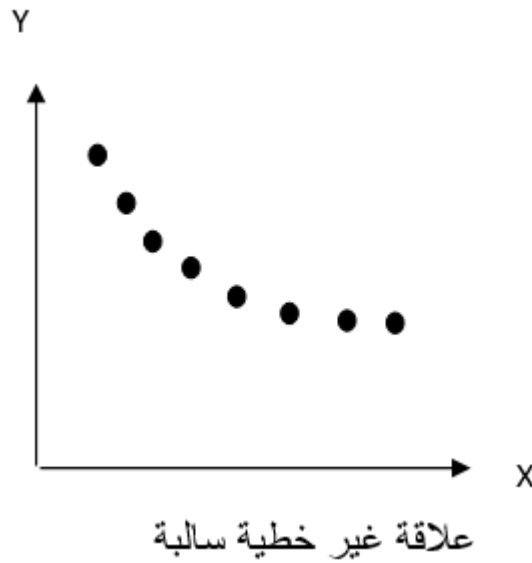
قيم مرتفعة من X تمثل قيم Y الضعيفة

قيم ضعيفة من X تمثل في Y المرتفعة

شكل رقم 08: تمثيل بياني لعلاقة خطية سالبة ما بين متغيرين



شكل رقم 09: تمثيل بياني لعلاقة غير خطية سالبة ما بين متغيرين



6. اهداف دراسة السلسلة الزمنية:

- ان الهدف من دراسة السلسلة الزمنية لظاهرة معينة هو:
- الحصول على وصف دقيق للسلسلة الزمنية وانشاء نموذج رياضي للملاحظات.
- التعرف على التغيرات التي تطرأ على السلسلة الزمنية.
- التعرف على اسباب وتناجج هذه التغيرات.
- التعرف على العلاقة وطبيعتها بين الظاهرة ومختلف السلاسل الزمنية الاخرى.
- تفسير سلوك السلسلة الزمنية.
- التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة لاتخاذ أحسن القرارات وقدرة التحكم في سلوك الظاهرة المدروسة.

مثال توضيحي 1:

هناك علاقة ما بين درجة الحرارة وارتفاع مستوى الارض عن البحر. هذه العلاقة هي من الشكل التالي:

$$T_n = T_0 - 0.6 n$$

T_n تمثل درجة الحرارة عند الارتفاع n

n ارتفاع مستوى الارض عن البحر بمئات الامتار

T_0 درجة الحرارة عند مستوى الارض

كلما ارتفعنا عن مستوى الارض تنخفض درجة الحرارة والعكس صحيح.

ملاحظة: ان علاقة التأثير ليست دائما عكسية اي اذا تأثر y بـ x فان x لا يتأثر دائما بـ y . وبالتالي قيم x_i تمكن التنبؤ

بقيم y_i لكن قيم y_i لا تمكن التنبؤ حتما بقيم x_i .

هذا ما يتضح من خلال "نظرية اقصى حجم المدن" «Théorie de l'optimum de taille des villes»

مثال توضيحي 2:

حسب هذه النظرية هناك حجم اقصى للمدن يخفض من تكاليف التجهيز، فالمدن الصغيرة جدا لا تستطيع تحقيق الاقتصاد السلمي مثلما هو حال المدن الكبيرة الحجم، كما ان المدن الكبيرة جدا تستلزم تكاليف اضافية. ومنه فان التكاليف تتأثر بحجم المدن اي معرفة قيم X_i يمكن التنبؤ بقيم Y_i لكن حجم المدن لا يتأثر بالتكاليف. فالتكاليف المرتفعة تخص المدن الكبيرة والمدن الصغيرة جدا. وبالتالي حجم التكاليف لا يمكن من معرفة حجم المدينة. يكون شكل المنحنى البياني لقيم حجم المدن نسبة لقيم متوسط تكاليف الخدمات الموجهة للسكان كالتالي:

شكل رقم 10: تمثيل بياني لقيم حجم المدن بالنسبة لقيم متوسط تكاليف الخدمات الموجهة للسكان



نموذج الانحدار الخطي البسيط

MODELE DE REGRESSION LINEAIRE SIMPLE

تمهيد:

ان النموذج الرياضي هو صورة رياضية لواقع اقتصادي بهدف تنشيط الظاهرة ثم حلها بطرق علمية للوصول الى حل يساعد على اتخاذ القرار المناسب وكذلك التنبؤ بالمستقبل.

يعد أسلوب الانحدار الخطي من أكثر الأساليب استخداما، فهو عبارة عن تقنية إحصائية تسمح بالتمثيل والنمذجة والبحث عن العلاقة بين متغير أو متغيرات مستقلة ومتغير تابع وهذا بهدف استخدامها بغرض التنبؤ بالقيم المستقبلية للمتغير التابع. وتنقسم نماذج الانحدار إلى عدة أنواع فهناك الانحدار الخطي وغير الخطي، والانحدار البسيط والمتعدد، وتحدد درجة الخطية على أساس درجة العلاقة المراد قياسها، أما عن صفتي التعدد أو البسيط فهي ترجع إلى عدد المتغيرات المستقلة للنموذج.

1. الانحدار الخطي البسيط:

يعبر الانحدار الخطي البسيط عن العلاقة بين متغير تابع ومتغير مستقل، وهذا بغرض صياغة نموذج يسمح بالتنبؤ بالقيم المستقبلية للظاهرة المدروسة مع بقاء الظروف على ما هو عليه ذلك أن الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها من الظواهر لا تتطور بصفة عفوية بل هناك اسباب تؤدي إلى التغير وهذا حسب قوة التأثير¹.

يرجع اسم الانحدار الخطي البسيط إلى ما يلي²:

- **إنحدار:** عند القول أن متغير Y_t ينحدر على المتغير X_t فهذا يعني أن الأول تابع و الثاني مستقل.

- **خطي:** هذا راجع إلى كون العلاقة بين المتغيرين تأخذ شكل خطي و هذا يتضح من خلال التمثيل البياني للمتغيرين .

¹ جلاطو جلاي، الاحصاء نع تمارين و مسائل محلولة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2002، ص131

² وليد اسماعيل السيفو وآخرون، أساسيات الاقتصاد التحليلي، الأهمية للنشر والتوزيع، الأردن، 2006، ص90.

-بسيط: يقصد أن العلاقة تكون بين متغيرين فقط واحد تابع و الآخر مستقل .

لهذا النموذج فرضيات وشروط يتوجب التحقق منها وهي كالتالي :

الفرضية الأولى: وجود علاقة خطية بين X_t و Y_t

الفرضية الثانية: قيم المتغير X_t مشاهدة بدون أخطاء أو المتغير المفسر غير عشوائي.

الفرضية الثالثة: الأمل الرياضي للأخطاء العشوائي معدوم وتعني هذه الفرضية أن الأخطاء العشوائية ε لا تدخل في تفسير

$$E(\varepsilon) = 0$$

الفرضية الرابعة: تجانس تباين الأخطاء، وتعني أن الأخطاء تشتتت حول وسط حسابي ثابت، أي هناك تجانس على كل مشاهدات العينة المدروسة.

وقد وضعت هذه الفرضيات كي يصبح بالإمكان استخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم النموذج، هذه الطريقة تتلخص في إيجاد قيم a و b التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات أصغر ما يمكن.

2. طرق تحديد العلاقة الخطية البسيطة:

نتبع خطوتين هامتين لصياغة العلاقة النهائية بين متغيرين. الأولى بيانية والثانية تحليلية.

1.2. الطريقة البيانية: تتعلق بوصف وتحديد المتغيرات التي تدخل في النموذج (تحديد المتغير المؤثر والمؤثر عليه) ثم تحديد

اتجاه وشكل العلاقة وقوتها.

بعدما نقوم بتحديد العلاقة الخطية بيانيا من خلال رسم تشتت النقاط بمهدف معرفة نوع وشكل واتجاه العلاقة نقوم بتحليل هذه العلاقة.

2.2. الطريقة التحليلية: شكل سحابة النقاط الذي يقع بالتقريب على استقامة واحدة في هذه الحالة يناسب تماما الخط

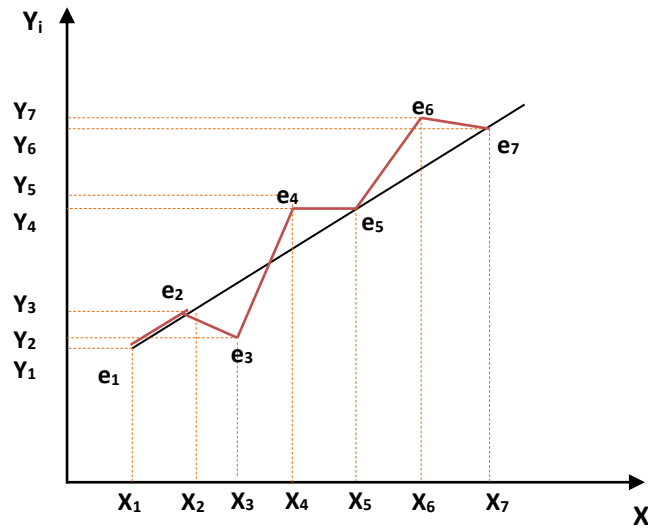
المستقيم من الناحية الرياضية. ولوضع هذا الخط لابد من توفر شرطان اساسيان:

- يجب ان يمر هذا المستقيم على النقطة المركزية (\bar{x}, \bar{y})
- يجب ان تكون المسافات التي تفصل بين نقاط السحابة ونقاط الخط المستقيم أصغر ما يمكن. ولتحديد هذه المسافات وتقدير معاملات معادلة الانحدار الخطي a, b يصعب علينا بلوغها من خلال الطريقة البيانية وبالتالي ننتقل الى الطريقة التحليلية وتستعمل طريقة المربعات الصغرى.

3. طريقة المربعات الصغرى:

هدف هذه الطريقة هو تقليل الخطأ بين القيم الحقيقية y_i حسب المعطيات والقيم المحسوبة y_i' حسب المعادلة أي المسافة بين نقاط السحابة ونقاط الخط المستقيم $Y = a + bx$. ونرمز له ب e_t = مقدار الخطأ ويسمى هذا الخطأ بالبواقي. وهو الفرق بين y_i و y_i' .

شكل رقم 11: تمثيل بياني يعبر عن البواقي



تنص هذه الطريقة بان يكون مجموع مربعات هذه الفروق أصغر ما يمكن و هذا ما يمثل شرط تقدير المعاملات a و b ويكتب هذا الشرط بالشكل التالي:

$$e_t = y_t - y'_t$$

$$\text{Min } \sum_{t=1}^n (e_t)^2$$

$$\text{Min } \sum_{t=1}^n (y_t - y'_t)^2$$

$$\text{Min } \sum_{t=1}^n (y_t - (a + bx))^2$$

$$\text{Min } \sum_{t=1}^n (y_t - a - bx)^2$$

يمر التابع $f(a,b)$ بنهايته الصغرى عند تساوي المشتقتان الجزئيتان لهذا التابع بالنسبة للمعاملين a و b الى الصفر. لايجاد قيمة a و b التي من شأنها تصغير e_t الى ادنى حد ممكن، نشتق e_t بدلالة a ثم بدلالة b على الترتيب و نجعلهما مساويان للصفر فنتحصل على جملة معادلتين لتحديد المعاملان a و b . و هكذا يمكن الوصول الى القوانين الاساسية لإيجاد قيم كل من a و b (هناك طريقتين لحساب قيمة b).

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

او بطريقة أخرى:

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

4. معامل الارتباط:

يرمز له عادة بالرمز (r) يقيس قوة العلاقة بين المتغير التابع (y_t) والمتغير المستقل (x_t) . وهو محصور بين 1 و -1 إذا كان:

$r = 1$ ارتباط قوي جدا (طردي موجب) و لا توجد متغيرات اخرى تؤثر على y

$r = 0$ لا يوجد ارتباط (ليست هناك اي علاقة ما بين المتغيرين)

$r = -1$ هناك ارتباط عكسي سالب تام اي قوي جدا ما بين المتغيرين.

$1 > r > 0.75$ ارتباط قوي

$0.75 > r > 0.5$ ارتباط متوسط اما التأثير الخارجي فيقدر بـ $(r-1)$

$r < 0.5$ ارتباط ضعيف

تكون اشارته من نفس اشارة المعامل b ، ليس له وحدة قياس و يقيس الارتباط بين متغيرين ذو علاقة خطية.

حساب معامل الارتباط (r)

في حالة الانحدار البسيط هذا المعامل هو الجذر التربيعي الموجب لمعامل التحديد R .

$$r = \sqrt{R^2}$$

$$R^2 = b \cdot b'$$

لحساب كل من b و b' هناك طريقتين:

$$b = \frac{x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$b' = \frac{x_i y_i - N \bar{x} \bar{y}}{y_i^2 - \bar{y}^2}$$

$$b = \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(x_i - \bar{x})^2} \quad \hat{b} = \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(y_i - \bar{y})^2}$$

5. عملية التنبؤ:

بعد التمكن من إيجاد العلاقة ما بين المتغيرين محل الدراسة ومسارهما نستطيع التنبؤ بقيمة المستقبل من خلال وضع قيمة المتغير

التابع (قيمة حقيقية) في مجال معين بثقة معينة 95 % وهي كالتالي:

$$y' P = [Y'_p - e, Y'_p + e] 95\%$$

بحيث: $Y'_p = a + bx_p$ (هي القيمة المعطاة للمتغير المستقل المراد التنبؤ بالمتغير التابع له)

$$e = 2cov(r)$$

$$Cov(r) = \sqrt{(1 - R^2) \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n - 2}}$$

التنبؤ عن طريق المتوسطات المتحركة البسيطة

LA PREVISION PAR MOYENNES MOBILES SIMPLES

تمهيد:

تعتبر دراسة تطور الظواهر واتجاهاتها والتحكم في مساراتها من بين اسباب نجاح المؤسسات الاقتصادية التي تعتمد على الطرق العلمية في تسييرها. ومن ضمن الطرق التي تساعد في عملية التنبؤ لاتخاذ أحسن القرارات والتخطيط الجيد للمؤسسات هناك طريقة المتوسطات المتحركة.

ان المتوسطات المتحركة البسيطة تستعمل في عمليات التنبؤ في المدى القصير، مثلا توقع رقم الاعمال لشهر معين لمؤسسة ويمكن تحديده انطلاقا من ارقام الاعمال للثلاث الاشهر السابقة.

1. تعريف المتوسطات المتحركة:

تعتبر المتوسطات المتحركة احدى طرق تحليل السلاسل الزمنية قديمة النشأة، هو الوسط الذي يتم تعديله بشكل مستمر مع مرور الفترات الزمنية عن طريق تغيير الارقام التي تحسب على اساسها من خلال اضافة معلومة جديدة او اسقاط معلومة قديمة. ويمكن تعريفه كذلك على انه الوسط الحسابي لعدد من المشاهدات المتعاقبة في السلسلة بطول معين، اي بمعنى اخر، المتوسطات المتحركة هي عبارة عن معدلات حسابية متتالية لسلسلة زمنية تحسب على نفس عدد المشاهدات. يرمز للمتوسطات المتحركة بـ $MM (K)$ وتستخدم في ظل شرطين اساسيين هما:

- الاستقرار النسبي للظاهرة قيد الدراسة بصفة دائمة.

- اتسام البيانات بالتذبذب اي بيانات موسمية او فصلية ذلك ان هذه الطريقة تسمح بتمهيد السلسلة وتخليصها من التذبذبات.

2. أهمية اسلوب المتوسطات المتحركة:

تستعمل طريقة المتوسطات المتحركة لعدة أغراض، فهي تستعمل من اجل تمهيد سلسلة زمنية بهدف تهديتها وتصفيتها من مختلف العوامل التي تصعب عملية دراستها. يعتبر اسلوب المتوسطات المتحركة البسيطة من ابسط اساليب التنبؤ ويستعمل في تحديد مركبة الاتجاه العام حيث يمكننا من إيجاد رؤية واضحة لاتجاه الظاهرة المدروسة ويبين مدى سرعتها او تباطؤها.

هناك انواع من المتوسطات المتحركة منها المتوسطات المتحركة البسيطة والمتوسطات المتحركة المرجحة. اما في دراستنا هذه سوف نهتم فقط بالمتوسطات المتحركة البسيطة.

3. تعريف المتوسطات المتحركة البسيطة: (MMS)

تسمى كذلك بالمتوسطات المتحركة من الدرجة الاولى وتستعمل في حالة تمهيد السلاسل الزمنية العشوائية المستقرة فقط. تعتمد طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة اساسا على خبرة وتجربة الباحث في تحديد فترة الوسط المتحرك كما يجب توفر بعض الشروط:

- انتظام تغيرات السلسلة الزمنية.
- تساوي فترة الوسط المتحرك مع دورية المركبات.
- خطية الاتجاه للظاهرة المدروسة.

تعتبر هذه الطريقة من ابسط الطرق فهي تعتمد على حساب المتوسط الحسابي لعدة مستويات للسلسلة الزمنية واخذها لقيمة متنبأ بها للفترة اللاحقة. وتعطى بالصيغة التالية:

$$MM(n) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

4. الشكل العام للمتوسطات المتحركة البسيطة:

يقصد بالمتوسطات المتحركة الحساب المتكرر لمتوسط جديد في كل مرة تظهر فيها مشاهدة جديدة وهذا المتوسط الجديد يعبر عن قيمة التنبؤ، وتكتب العلاقة العامة لهذه الطريقة بالشكل العام التالي:

$$X'_{t+1} = \frac{1}{n} (X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-n+1}) \dots (1)$$

n تحدد من طرف الباحث و ذلك حسب طبيعة المعطيات. فإذا كانت فصلية فإن n = 4 وإذا كانت شهرية فإن n = 12

X_t تمثل قيمة المشاهدات بدلالة الزمن t

X'_{t+1} تمثل قيمة التنبؤ لفترة (t+1)

ويمكن حساب المتوسط المتحرك من العلاقة الآتية:

$$X'_t = \frac{1}{n} (X_{t-1} + X_{t-2} + \dots + X_{t-1+1}) \dots (2)$$

ومن العلاقتين (1) و (2) نتحصل على العلاقة الآتية:

$$X'_{t+1} = \left(\frac{1}{n}\right) X_t - \left(\frac{1}{n}\right) X_{t-n} + X'_t$$

يظهر من خلال هذه العلاقة ان قيمة التنبؤ الجديدة للفترة (t+1) يمكن حسابها بدلالة القيمة التنبؤية السابقة لها مباشرة

(X'_t) مضافا اليه ما تم تحقيقه في أقرب فترة (X_t) مع طرح أقدم قيمة (X_{t-n}).

كلما كبرت قيمة n كلما كان التنبؤ اجود و احسن بحيث ان عملية الضبط (X'_{t+1}) يكون محدود.

اما العرض البياني لسلسلة المتوسطات المتحركة فهو يقارب خط مستقيم في اغلب الاحيان وأحيانا اخرى فهو يقارب أحد الاشكال الآتية:

$$Y_t = a + X_1t + X_2t^2$$

$$Y_t = \frac{1}{a+xt}$$

$$Y_t = ae^{xt}$$

5. عيوب ونقائص طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة:

تعتبر هذه الطريقة من ابسط انواع المتوسطات المتحركة إلا ان لديها عيوب تتمثل في استعمالها المحدودة، حيث ان هذه الطريقة:

- تستعمل فقط في حالة السلسلة الزمنية المستقرة ذات المركبات العشوائية.
- يتم تحديد طول المتوسط المتحرك بطريقة ذاتية.
- اعطاء كل المشاهدات نفس الوزن (1/n) لجميع المشاهدات انطلاقا من (t-1) بينما المشاهدات التي تسبق هذه الفترة تحملها تماما.
- لا تتلاءم مع المستجدات الحديثة، فالمتوسط المتحرك البسيط يتعامل مع بيانات السلسلة الزمنية كقيم متساوية الأهمية في التنبؤ وقد لا يكون هذا ملائما او صحيحا لان القيمة الأحداث ذات أهمية وقدرة تنبؤية أكبر وخاصة إذا كان الاتجاه تصاعديا او تنازليا. ولمعالجة هذه المشكلة يستخدم المتوسط المتحرك المرجح كأسلوب مناسب لهذا الغرض.

التنبؤ عن طريق التمهيد الآسي

LA PREVISION PAR LE LISSAGE EXPONENTIEL

تمهيد:

تعتبر طريقة التمهيد الآسي من الناحية العملية الأكثر شيوعاً واستعمالاً لأنه لا يحتاج إلى عدد كبير من البيانات التاريخية. ومن

أهم مميزات هذه الطريقة ما يلي:

- التناقص المتزايد لأهمية المعلومات حسب زمنها.

- عدم القدرة على تخزين عدد كبير من المعلومات.

مبدأ هذه الطريقة يقارب مبدأ طرق التمهيد بالمتوسطات المتحركة لكنها تختلف في كون نتائج هذه الطريقة أكثر دقة وفعالية

وتستعمل هذه الطريقة للحساب السريع لعدد كبير من السلاسل الزمنية وهناك طريقتين للتمهيد الآسي وهما:

- تمهيد آسي من الدرجة الأولى أي بسيط.

- تمهيد آسي من الدرجة الثانية أي مزدوج.

1. طريقة التمهيد الآسي البسيط: (LES)

يسمى أيضاً بالتمهيد الآسي الأحادي (LES) (Holt 1958)، إذ أنها تحتاج إلى عدد أقل من المشاهدات مقارنة بطريقة

المتوسطات المتحركة وتستعمل في حالة تمهيد سلسلة مستقرة فقط. بمعنى أنها لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام

(La tendance) و لا على المركبة الفصلية (La saisonnalité) أي في حالة السلاسل من الشكل $x_t = \beta_0 + \varepsilon_t$

لتكن X_t تمثل مبيعات منتج في t يمكن اعتبار X_t كنتيجة لتوفيقات خطية لا متناهية لقيمها الماضية. هذا يعني ان وزن الماضي في الحاضر متناقص ومنه نستطيع كتابة التوفيقات الخطية كما يلي:

$$Z_{t-1} = b_1 X_{t-1} + b_2 X_{t-2} + \dots + b_k X_{t-k} + \dots$$

$$\text{مع } b_1 > b_2 > \dots > b_k > \dots$$

إذا (Z_{t-1}) تمثل القيمة الممهدة للمتتالية الزمنية (X_t) في ($t-1$) و التي يمكن اعتبارها كقيمة متوقعة ل X_t المحسوبة في ($t-1$) من اجل t .

$$Z_{t-1} = x_{t-1,t}^P = \hat{X}_t$$

حيث قيمة التنبؤ \hat{X}_t هي قيمة المشاهدات الأخيرة (X_{t-1}) ويضاف إليها قيمة التنبؤ الأخيرة (\hat{X}_{t-1}). تقوم هذه الطريقة بمنح الوزن النسبي لجميع المفردات بحيث يتناقص هذا الوزن النسبي. فكلما اتجهنا الى مفردات قديمة فهي تقوم بالوزن النسبي او معاملات الترجيح. ويمكن كتابة العلاقة بالمعادلة التالية:

$$\hat{X}_{t+1} = \lambda x_t + (1 - \lambda) \hat{X}_t$$

حيث: x_t تمثل القيمة الحقيقية للظاهرة المدروسة في الزمن t

$$\hat{X}_{t+1} \text{ تمثل قيمة التنبؤ في الزمن } t+1$$

λ ثابت التمهيد ويسمى بعامل التعديل قيمته محصورة بين 0 و 1 لكن عادة ما يأخذ بقيمة بين 0.05 و 0.30.

كلما اقتربت القيمة λ من الواحد (1) كلما كانت \hat{X}_t أكثر تأثراً للملاحظة الأخيرة وكلما كانت λ كبيرة كان التمهيد ضعيفا.

وهذه الطريقة تقلص المحددات التي تبرز في طريقة المتوسطات المتحركة لأنها تمكن من حساب التنبؤ لأية فترة او سنة اي لا توجد فترة بدون تنبؤ. كما انها تقلص العمليات الحسابية والرياضية التي يتطلبها اسلوب المربعات الصغرى وتقلص الحاجة الى البيانات الى الحد الادنى حيث لا يتطلب إلا التنبؤ لفترة سابقة واحدة وبيانات الطلب الفعلي مع وزن واحد بتحديد قيمة

($\lambda\%$) بدلا من عدة أوزان كما في المتوسط المتحرك المرجح ومن خلال هذا الوزن يمكن أن يعمل الاسلوب على اعطاء اهمية أكبر للسنة الحالية مع اهمية متناقصة تدريجيا للسنوات السابقة أو بالعكس عند هذا الوزن.

ويمكن حساب التنبؤ الجديد للفترة القادمة باستخدام واحدة من المعادلتين الاتيتين:

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t + \lambda (x_t - \hat{X}_t)$$

$$\hat{X}_{t+1} = \lambda x_t + (1 - \lambda) \hat{X}_t$$

\hat{X}_{t+1} تمثل قيمة التنبؤ عند الزمن $t+1$

\hat{X}_t تمثل قيمة التنبؤ عند الزمن t

x_t تمثل القيمة الحقيقية عند الزمن t

λ ثابت التمهيد ويسمى بعامل التعديل قيمته ما بين 0 و 1.

سميت هذه الطريقة بالتمهيد الآسي وذلك لإعطاء المشاهدات السابقة اوزانا ذات قيم غير متساوية وأن هذه الاوزان تتناقص أسيا بصورة تنابعيه. وبالتالي فان قيمة ($\lambda - 1$) تتناقص تدريجيا كلما تباعد زمن حدوث تلك المشاهدة، ويتضح أن التناقص يكون أسيا ولهذا سميت هذه الطريقة بالتمهيد الآسي. كذلك يتضح من التمهيد الآسي انه عندما تكون قيمة ($\lambda = 1$) يعني ذلك تجاهل قيم التمهيد، وعندما تكون قيم ($\lambda = 0$) يعني ذلك تجاهل القيم الحقيقية للسلسلة، ولذلك فان قيمة λ تؤثر في قيمة متوسط مربعات الخطأ، ولهذا من الضروري اختيار قيمة λ التي تجعل قيمة متوسط مربعات الخطأ اقل ما يمكن.

1.1. اختيار التنبؤ الأولي (القيمة الأولية):

الطريقة المعتمدة في اختيار $x_1 = \hat{X}_t(1)$ هي اختياره من بين الإمكانيات التالية:

نضع $x_1 = \hat{X}_1$ وخاصة بالنسبة الى السلاسل التي تتميز بالتقلبات (مثلا سوق البورصة).

يمكن ان نختار \hat{X}_1 على اساس انها متوسط المعطيات وهي مناسبة للسلاسل التي تنتشر حول قيمة ثابتة.

يمكن كذلك اختيار \hat{X}_1 على اساس انها متوسط مجموعة من المشاهدات الاولى.

2.1. كيفية اختيار ثابت التمهيد:

لا بد في هذا الأسلوب من اختيار ملائم لثابت التمهيد والحالات الاتية تساعد في عملية الاختيار:

في حالة التذبذبات الصغيرة في بيانات الطلب يتم استخدام ثابت تمهيد λ ضئيل مثلا (0.1) او (0.3) وفي حالة التذبذبات الكبيرة يستخدم ثابت تمهيد كبير مثلا (0.7) أو (0.9) والقائم بالتنبؤ يمكن أن يعدل ثابت التمهيد للوصول إلى قيمة ملائمة له لتحقيق الهدف في الوصول إلى التنبؤ الأدق.

في حالة اعطاء اهمية أكبر للبيانات الاحداث يتم استخدام ثابت تمهيد كبير وهذا يعني ضمنا قيمة او اهمية أدنى للبيانات الاقدم. وبالعكس عند اعطاء اهمية اقل للبيانات الحالية واهمية أكبر للبيانات الماضية يستخدم ثابت تمهيد ضئيل. في الممارسة العملية ان قيمة ثابت التمهيد λ يتم التوصل اليه من خلال التجربة على الفترات الماضية واحتساب اخطاء التنبؤ يساعد على التعديل الملائم لقيمة λ .

ورغم بساطة هذا الأسلوب وسهولة تطبيقه إلا انه يؤخذ عليه عدم وجود طريقة موحدة لتحديد قيمة ثابت التمهيد كما انه لا يؤخذ بعين الاعتبار أثر الاتجاه اي يستخدم فقط السلاسل الزمنية المستقرة.

2. طريقة التمهيد الآسي المزدوج:

يسمى ايضا بالتمهيد الآسي المضاعف (LED) (Brown 1959) جاءت هذه الطريقة من اجل استخدامها على السلاسل الزمنية التي تحتوي على مركبة الاتجاه العام اضافة إلى المركبة الفصلية (العشوائية). وتعتبر طريقة جيدة مقارنة بسابقتها ويعبر عنه رياضيا بالعلاقة التالية:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

حيث:

β_0 و β_1 تمثل معاملي مركبة الاتجاه العام.
 ϵ_t تمثل المركبة العشوائية.

وتحسب قيمة التنبؤ بإتباع الخطوات التالية:

1. نحسب قيمة التنبؤ بالتمهيد الأول حيث:

$$\hat{X}_t = \lambda X_{t-1} + (1 - \lambda) \hat{X}_{t-1} \leftrightarrow \hat{X}_t = \lambda \sum_{j \geq 0} (1 - \lambda)^j X_{t-j}$$

2. نحسب قيمة التنبؤ بالتمهيد الثاني حيث:

$$\hat{\hat{X}}_t = \lambda \hat{X}_t + (1 - \lambda) \hat{\hat{X}}_{t-1} \leftrightarrow \hat{\hat{X}}_t = \lambda^2 \sum_{j \geq 0} (j + 1)(1 - \lambda)^j \hat{X}_{t-j}$$

ونحسب المعاملين β_0 و β_1 كما يلي:

$$\begin{cases} \beta_0 = 2\hat{X}_{t-1} - \hat{\hat{X}}_t \\ \beta_1 = \left(\frac{\lambda}{1 - \lambda}\right) (\hat{X}_{t-1} - \hat{\hat{X}}_t) \end{cases}$$

وبالتالي نحصل على معادلة التنبؤ الآتية:

$$X_{t+h} = (2\hat{X}_t - \hat{\hat{X}}_t) + h \frac{\lambda}{1 - \lambda} (\hat{X}_t - \hat{\hat{X}}_t) \Leftrightarrow X_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 h$$

حيث:

h عدد الفترات التي يراد التنبؤ بها.

λ معامل التكييف أي ثابت التمهيد ويحدد بنفس طريقة التمهيد الآسي البسيط.

\hat{X} و $\hat{\hat{X}}$ يمثلان التمهيد الأول والتمهيد الثاني على التوالي.

X_{t-1} تمثل القيمة الحقيقية للظاهرة المدروسة.

بالرغم من الأهمية الكبيرة لاستخدام نماذج التلميس الآسي إلا أنها تعاني من نقائص ويمكن ذكر ما يلي:

- تعطي نماذج التلميس الآسي الأهمية للمشاهدات الأخيرة.

- غياب الأدوات الإحصائية والاختبارات الضرورية للتأكد من جودة النموذج.

- صعوبة تحديد الثوابت.

- تستخدم هذه الطرق في الفترات القصيرة لا تتجاوز 3 أشهر.

التنبؤ بنموذج التمهيد الاسي لهولت - وينترز

MODELE DE LISSAGE EXPONENTIEL DE HOLT - WINTERS

تمهيد:

تعتبر هذه الطريقة أفضل طرق التمهيد نظرا لقدرتها على معالجة السلاسل الزمنية ذات المركبات الفصلية، العشوائية والاتجاه. وضعت من طرف هولت ووينترز عام 1960 وهناك صورتين لهذه الطريقة وذلك حسب شكل السلسلة الزمنية وهما كالتالي:

- حالة الشكل المضاعف.
- حالة النموذج التجميعي.

أي من خلال هذه الطريقة للتمهيد الخاصة بالسلاسل الزمنية الفصلية نبدأ باختيار النموذج الملائم فهناك طريقة تمهيد للسلاسل الزمنية ذات فصلية مضاعفة وطريقة أخرى للتمهيد خاصة بالسلاسل ذات فصلية تجميعية.

1. حالة الشكل المضاعف:

في هذه الحالة يمكن كتابة السلسلة على النحو التالي:

$$X_t = (a + b_t t) s_t + \epsilon_t$$

وفي هذه الحالة هناك ثلاثة تمهيدات وهي:

- التمهيد المتوسط a بمعامل تهيئة α ، حيث: $0 \leq \alpha \leq 1$.

- التمهيد الاتجاه b بمعامل تهيئة β ، حيث: $0 \leq \beta \leq 1$.

- التمهيد الفصلية S بمعامل تحديث γ ، حيث: $0 \leq \gamma \leq 1$.

1.1. تكوين التمهيدات:

تمهيد المتوسط:

$$a_t = \alpha \left(\frac{X_t}{S_{t-p}} \right) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

تمهيد الاتجاه:

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-p}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

تمهيد الفصلية:

$$S_t = \gamma \left(\frac{X_t}{a_t} \right) + (1 - \gamma)S_{t-p}$$

2.1. التنبؤ للفترة h :

$$\hat{X}_{t+h} = (a_t + b_t h)S_{t-p} + h; \quad 1 \leq h \leq p$$

$$\hat{X}_{t+h} = (a_t + b_t h)S_{t-2p+h} + h; \quad p + 1 \leq h \leq 2p$$

حيث:

a_t : متوسط السلسلة في اللحظة t

X_t : القيمة الملاحظة للسلسلة في اللحظة t

S_t : المعامل الفصلي في اللحظة t

P : دورية المعطيات

bt : الاتجاه المقدر في اللحظة t

النموذج الفصلي يحقق الخاصية $\sum_{i=1}^p S_i = p$ وان لم يحقق هذا نقوم بحساب المعاملات الفصلية المعدلة بالطريقة التي سبقنا الشارة اليها.

3.1. التهيئة (Initialisation):

- تهيئة الفصلية: المعاملات الفصلية بالنسبة للسنوات الأولى تقدر من القيم المشاهدة في الزمن (X_t) مقسمة على المتوسط \bar{X} ل: p من المشاهدات للسنوات الأولى أي:

- تهيئة المتوسط الصافي:

$$S_t = \frac{X_t}{\bar{X}}; \quad t = 1, 2, \dots, p$$

$$a_p = \bar{X}$$

حيث:

\bar{X} متوسط السنوات الأولى.

- تهيئة الاتجاه:

$$b_t = 0$$

2. حالة النموذج التجميعي:

تكتب السلسلة في هذه الحالة في شكل العلاقة التالية:

$$X_t = (a_t + b_t t) + S_t + \varepsilon_t$$

1.2. تكوين التمهيدات:

تمهيد المتوسط:

$$a_t = \alpha(X_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

تمهيد الاتجاه:

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-p}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

تمهيد الفصلية:

$$S_t = \gamma(X_t - a_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$$

2.2. التنبؤ للفترة h:

$$\hat{X}_{t+h} = (a_t + b_t h)S_{t-p} + h; \quad 1 \leq h \leq p$$

$$\hat{X}_{t+h} = (a_t + b_t h)S_{t-2p+h} + h; \quad p + 1 \leq h \leq 2p$$

في هذه الحالة يكون لدينا: $\sum_{i=1}^p S_i = 0$

3.2. التهيئة (Initialisation):

- تهيئة الفصلية: المعاملات الفصلية بالنسبة للسنوات الأولى تقدر من القيم المشاهدة في الزمن (X_t) منقوص منها المتوسط

\bar{X} : لـ p من المشاهدات للسنوات الأولى أي:

$$S_t = X_t - \bar{X}; \quad t = 1, 2, \dots, p$$

- تهيئة المتوسط الصافي:

$$a_p = \bar{X}$$

حيث:

\bar{X} متوسط السنوات الأولى.

- تهيئة الاتجاه:

$$b_t = 0$$

تقدير المعالم: المعالم α, β, γ تقدر عن طريق تدنية مجموع مربعات الأخطاء المتوقعة بين القيم المشاهدة للسلسلة والقيم

المتوقعة.

تمارين محلولة

التنبؤ عن طريق نموذج الانحدار الخطي البسيط

تمرين 01 :

قصد تشجيع العمل تمنح مؤسسة "أ" منح شهرية لعمالها. الجدول التالي يمثل معطيات خاصة بـ 11 عامل لهذه المؤسسة.

مدة الخبرة	الساعات الاضافية	المنحة الشهرية
14	12	350,00
3	5	150,00
5	7	280,00
6	1	280,00
4	0	200,00
9	3	300,00
15	8	400,00
5	5	250,00
12	4	320,00
7	9	250,00
17	0	450,00

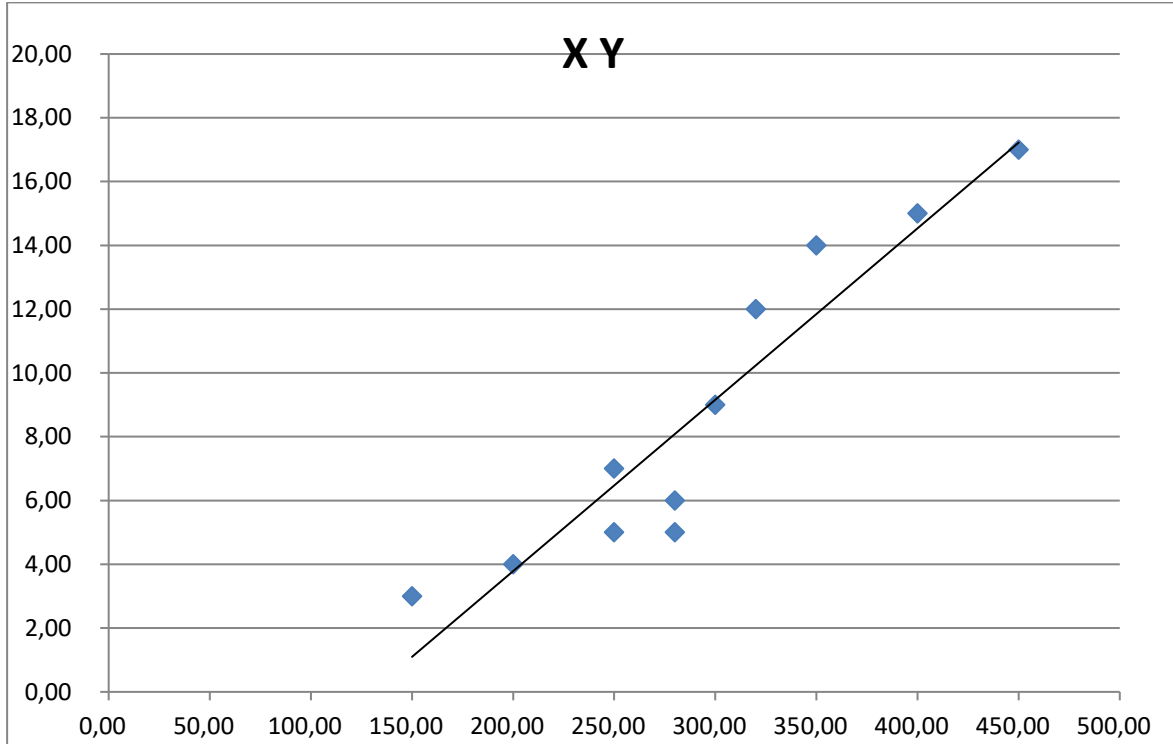
المطلوب:

1. حدد العلاقة ما بين هذه المنحة و مدة الخبرة (استعمل طريقتين)؟
2. هل يمر مستقيم الانحدار الخطي بالنقطة المركزية (\bar{X}, \bar{Y}) ؟
3. احسب قيمة البواقي ؟
4. احسب مدى قوة ارتباط مدة الخبرة بهذه المنحة ؟
5. اذا كانت مدة الخبرة لأحد الموظفين هي 30 سنة فكم ستكون منحة الشهرية ؟

الحل:

لتحديد العلاقة ما بين متغيرين نبدأ بالطريقة البيانية ثم نمر الى الطريقة الرياضية.

1. تحديد العلاقة بين المنحة ومدة الخبرة



من خلال الرسم البياني نلاحظ ان سحابة تشتت النقاط تمثل خط مستقيم متزايد ومتقارب النقاط. اذن نستنتج ان هناك علاقة خطية موجبة وقوية ما بين المنحة الشهرية ومدة الخبرة. وبما ان الطريقة البيانية ليست كافية لتحديد العلاقة يجب ان نمر الى التحليل الرياضي.

2. التحليل الرياضي للعلاقة ما بين المنحة ومدة الخبرة:

الهدف من هذا التحليل هو ايجاد المعادلة الخطية $y = a + bx$ التي تربط المنحة الشهرية بمدة الخبرة. ولهذا نقوم بالبحث عن المعاملين a و b .

الطريقة الأولى

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

نبدأ أولاً بحساب المتوسطين الحسابيين للمتغيرين X_i و Y_i

$$\bar{X} = \sum x_i / n = 97 / 11 = 8.82$$

$$\bar{y} = \sum y_i / n = 3\,230 / 11 = 293.64$$

ومن أجل تسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي :

	$X_i * Y_i$	X_i^2	$X_i - \bar{X}$ (01)	$Y_i - \bar{Y}$ (02)	(01)*(02)	$(X_i - \bar{X})^2$	Y_i^2	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	4 900,00	196,00	5,18	56,36	292,07	26,85	122 500,00	3 176,86
2	450,00	9,00	-5,82	-143,64	835,70	33,85	22 500,00	20 631,40
3	1 400,00	25,00	-3,82	-13,64	52,07	14,58	78 400,00	185,95
4	1 680,00	36,00	-2,82	-13,64	38,43	7,94	78 400,00	185,95
5	800,00	16,00	-4,82	-93,64	451,16	23,21	40 000,00	8 767,77
6	2 700,00	81,00	0,18	6,36	1,16	0,03	90 000,00	40,50
7	6 000,00	225,00	6,18	106,36	657,52	38,21	160 000,00	11 313,22
8	1 250,00	25,00	-3,82	-43,64	166,61	14,58	62 500,00	1 904,13
9	3 840,00	144,00	3,18	26,36	83,88	10,12	102 400,00	695,04
10	1 750,00	49,00	-1,82	-43,64	79,34	3,31	62 500,00	1 904,13
11	7 650,00	289,00	8,18	156,36	1 279,34	66,94	202 500,00	24 449,59
Somme	32 420,00	1 095,00	0,00	0,00	3 937,27	239,64	1 021 700	73 254,55

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$b = 3\,937.27 / 239.64 = 16.4302$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$a = 293.64 - 16.43(8.82) = 148.7519$$

المعادلة الخطية التي تمثل العلاقة ما بين المنحة الشهرية ومدة الخبرة هي من الشكل التالي :

$$Y = 148.75 + 16.43x$$

الطريقة الثانية

نستعمل القانون التالي:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum x_i^2 - n \bar{X}^2}$$

$$b = \frac{32\,420 - 11(8.82 \times 293.64)}{1\,095 - 11(8.82)^2}$$

$$b = \frac{32\,420 - 28\,488.9}{1\,095 - 11(77.79)}$$

$$b = \frac{3\,931}{1\,095 - 855.69}$$

$$b = 3\,931.1 / 239.31$$

$$b = 16.4268 \approx 16.43$$

2. التحقق من مرور الخط المستقيم بالنقطة المركزية

نقوم بتعويض قيمة \bar{X} في المعادلة الخطية التي تمثل العلاقة ما بين X_i و Y_i للتحقق من قيمة \bar{Y}

$$Y = 148.75 + 16.43 (8.82) = 293.66 \approx \bar{Y}$$

وبهذا نستنتج ان الخط المستقيم يمر بالنقطة المركزية (\bar{X}, \bar{Y}) .

ملاحظة: نجد في معظم الاحيان قيمة تقارب قيمة \bar{Y} وهذا راجع لعدد الأرقام بعد الفاصلة التي نأخذها بعين الاعتبار في

الحساب.

3. حساب قيمة البواقي

تمثل المسافة بين نقاط السحابة اي القيم المعطاة ونقاط الخط المستقيم $Y = 148.75 + 16.43 x$

ونرمز له ب e_i

ويمكن حسابه بطرح القيم المحسوبة \hat{y}_i حسب المعادلة من القيم الحقيقية اي المعطاة y_i

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

مثال عن طريقة الحساب: نعوض قيمة x_1 في المعادلة الخطية كالتالي:

$$Y' = 148.75 + 16.43 (14) = 378.77$$

$$e_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 350 - 378.77 = -28.77$$

وبهذه الطريقة نتم حساب كل القيم الاخرى المدونة في الجدول التالي:

Calcul écarts(Valeur réelle - Valeur
Calculée)

$$Y' = a + bX$$

i	Réel		a	b	Calculé Y'	Ecart Y-Y'
	X _i	Y _i				
1	14,00	350,00	148,7519	16,4302	378,77	-28,77
2	3,00	150,00	148,7519	16,4302	198,04	-48,04
3	5,00	280,00	148,7519	16,4302	230,90	49,10
4	6,00	280,00	148,7519	16,4302	247,33	32,67
5	4,00	200,00	148,7519	16,4302	214,47	-14,47
6	9,00	300,00	148,7519	16,4302	296,62	3,38
7	15,00	400,00	148,7519	16,4302	395,20	4,80
8	5,00	250,00	148,7519	16,4302	230,90	19,10
9	12,00	320,00	148,7519	16,4302	345,91	-25,91
10	7,00	250,00	148,7519	16,4302	263,76	-13,76
11	17,00	450,00	148,7519	16,4302	428,07	21,93
Total	97,00	3 230,00			3 230,00	0,00

4. تحديد مدى قوة ارتباط العلاقة ما بين المنحة ومدة الخبرة

لحساب قوة الارتباط نستعمل القانون التالي: $R^2 = b * \hat{b}$

لدينا قيمة b اذن نبحث عن قيمة 'b'

$$\hat{b} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$$b' = 3\,937.27 / 73\,254.55 = 0.0537$$

$$R^2 = b * \hat{b} = 16.7302 \times 0.0537 = 0.8831$$

$$r = \sqrt{R^2} = 0.9397 \approx 94\%$$

ومن هنا نستنتج ان العلاقة بين المتغيرين (المنحة ومدة الخبرة) قوية جدا وأما الباقي تمثله عوامل أخرى. اي (1-0.94 =0.06)

فيكون تحديد المنحة الشهرية في هذه المؤسسة يتأثر بنسبة 94% بمدة الخبرة و يتأثر بعوامل اخرى بنسبة 6%.

5. تحديد قيمة المنحة الشهرية المتنبى بها لعامل ذو خبرة 30 سنة

نقوم اولاً بتعويض قيمة X التي نريد التنبؤ بقيمة Y التي تناسبها في المعادلة الخطية ثم نضع قيمة المتغير التابع في مجال معين

بثقة معينة 95 % و هي كالتالي:

$$Y = 148.75 + 16.43 (30) = 641.65$$

$$Y'P = [Y'p - e , Y'p + e] 95\%$$

$$e = 2cov(r)$$

$$Cov(r) = \sqrt{(1 - R^2) \frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{n - 2}}$$

$$e = 2\sqrt{(1-0.88)(73\ 254.55/11-2)}$$

$$e = 2\sqrt{(0.12)(73\ 254.55/9)} = 2\sqrt{(0.12)(8\ 139.39)}$$

$$e = 2\sqrt{976.7268} = 2(31.25) = 62.5$$

$$Y'P = [641.65 - 62.5 , 641.65 + 62.5] 95\%$$

قيمة المنحة الشهرية المتنبئ بها في حالة عامل له مدة خبرة 30 سنة هي محصورة كما يلي:

$$Y'_{30} = [579.15, 704.15] 95\%$$

تمرين 02 : اتم حل التمرين الاول وبنفس الطريقة لتحديد العلاقة ما بين المنحة الشهرية بعدد الساعات الاضافية مجيبا عن

نفس الاسئلة؟

2. هل يمر مستقيم الانحدار الخطي بالنقطة (\bar{X}, \bar{Y}) ؟

3. احسب قيمة البواقي؟

4. احسب مدى قوة ارتباط الساعات الاضافية بالمنحة الشهرية؟

5. إذا كان متوسط عدد الساعات الاضافية لأحد الموظفين هو 10 ساعات إضافية في الشهر فكم ستكون منحنه الشهرية؟

الحل:

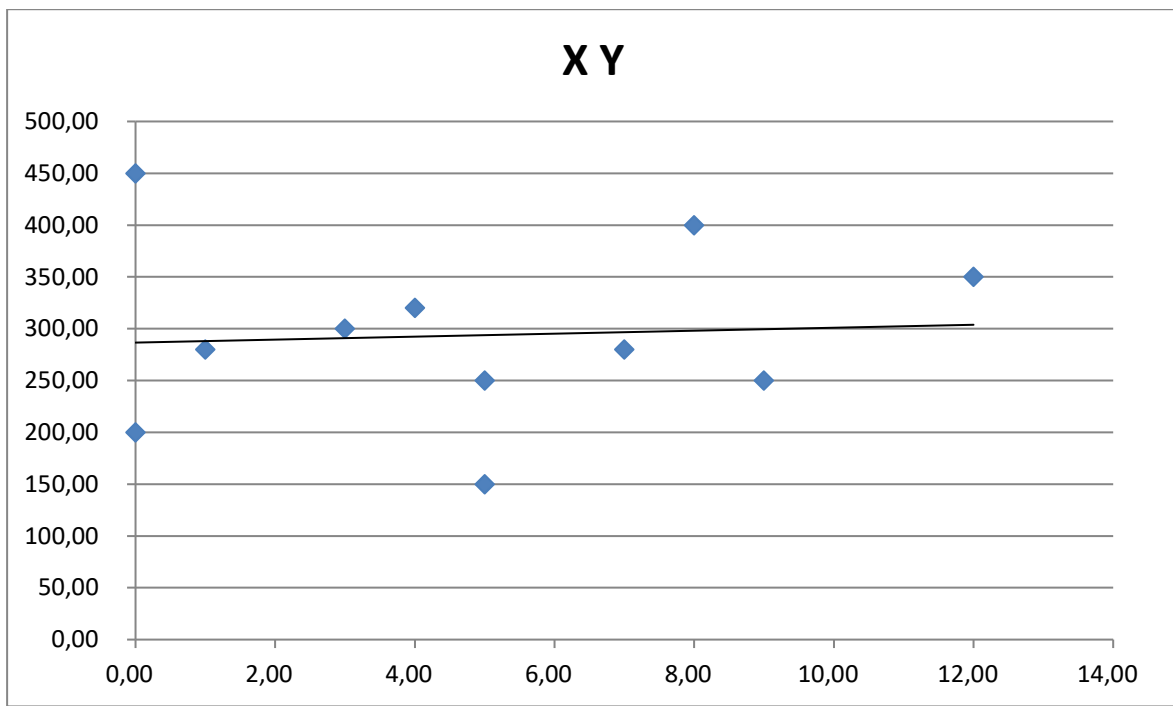
1. تحديد العلاقة ما بين المنحة وعدد الساعات الإضافية

لتحديد العلاقة ما بين المتغيرين نقوم اولا بتحديد ما ياتيها ثم رياضيا .

التحليل البياني:

نرسم النقاط الموافقة لمعطيات الجدول بمدف معرفة نوع العلاقة وشكلها واتجاهها. ولهذا نقوم اولا بتحديد المتغير التابع والمتغير المستقل.

بما ان عدد الساعات الاضافية هي التي تؤثر في المنحة الشهرية اي كلما تغيرت عدد الساعات الاضافية تغيرت قيمة المنحة وليس العكس اذن هذا يعني ان عدد الساعات الاضافية هي المتغير المستقل ونرمز له بـ X . اما المنحة الشهرية فهي المتغير التابع نرسم له بـ Y .



من خلال الرسم البياني نلاحظ ان سحابة تشتت النقاط تمثل خط مستقيم متزايد ولكنه متباعد النقاط. اذن نستنتج ان هناك علاقة خطية موجبة وضعيفة ما بين المنحة الشهرية وعدد الساعات الإضافية وبما ان الطريقة البيانية ليست كافية لتحديد العلاقة يجب ان نمر الى التحليل الرياضي.

التحليل الرياضي:

الهدف من هذا التحليل هو ايجاد المعادلة الخطية $y = a + bx$ التي تربط المنحة الشهرية بعدد الساعات الإضافية ولهذا نقوم بالبحث عن المعاملين a و b .

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$\bar{X} = \sum x_i / n = 54 / 11 = 4.91$$

$$\bar{y} = \sum y_i / n = 3\,230 / 11 = 293.64$$

ومن اجل تسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي:

	$X_i * Y_i$	X_i^2	$X_i - \bar{X}$ (01)	$Y_i - \bar{Y}$ (02)	(01)*(02)	$(X_i - \bar{X})^2$	Y_i^2	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	4 200,00	144,00	7,09	56,36	399,67	50,28	122 500,00	3 176,86
2	750,00	25,00	0,09	-143,64	-13,06	0,01	22 500,00	20 631,40
3	1 960,00	49,00	2,09	-13,64	-28,51	4,37	78 400,00	185,95
4	280,00	1,00	-3,91	-13,64	53,31	15,28	78 400,00	185,95
5	0,00	0,00	-4,91	-93,64	459,67	24,10	40 000,00	8 767,77
6	900,00	9,00	-1,91	6,36	-12,15	3,64	90 000,00	40,50
7	3 200,00	64,00	3,09	106,36	328,76	9,55	160 000,00	11 313,22
8	1 250,00	25,00	0,09	-43,64	-3,97	0,01	62 500,00	1 904,13
9	1 280,00	16,00	-0,91	26,36	-23,97	0,83	102 400,00	695,04
10	2 250,00	81,00	4,09	-43,64	-178,51	16,74	62 500,00	1 904,13
11	0,00	0,00	-4,91	156,36	-767,60	24,10	202 500,00	24 449,59
Somme	16 070,00	414,00	0,00	0,00	213,64	148,91	1 021 700,00	73 254,55

$$b = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum (X - \bar{X})^2}$$

$$b = 213.64 / 148.91 = 1.4347$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$a = 293.64 - 1.43 (4.91) = 286.5934$$

المعادلة الخطية التي تمثل العلاقة ما بين المنحة الشهرية وعدد الساعات الإضافية هي من الشكل التالي:

$$Y = 286,59 + 1,43 x$$

2. التحقق من مرور الخط المستقيم بالنقطة المركزية

نقوم بتعويض قيمة \bar{X} في المعادلة الخطية التي تمثل العلاقة ما بين X_i و Y_i للتحقق من قيمة \bar{Y}

$$Y = 286.59 + 1.43 (4.91) = 293.637 \approx \bar{Y}$$

و بهذا نستنتج ان الخط المستقيم يمر بالنقطة المركزية (\bar{X}, \bar{Y}) .

ملاحظة: نجد في معظم الاحيان قيمة تقارب قيمة \bar{Y} وهذا راجع لعدد الأرقام بعد الفاصلة التي نأخذها بعين الاعتبار في الحساب.

3. حساب قيمة البواقي

تمثل المسافة بين نقاط السحابة اي القيم المعطاة ونقاط الخط المستقيم $Y = 286.59 + 1.43 x$ ونرمز له ب e_t

ويمكن حسابه بطرح القيم المحسوبة \hat{y}_i حسب المعادلة من القيم الحقيقية اي المعطاة y_i

$$y_i - \hat{y}_i$$

مثال عن طريقة الحساب: نعوض قيمة x_1 في المعادلة الخطية كالتالي:

$$Y' = 286.59 + 1.43 (12) = 303.81$$

$$y_i - \hat{y}_i = 350 - 303.81 = 46.19$$

وبهذه الطريقة نتم حساب كل القيم الاخرى المدونة في الجدول التالي:

N	Réal		a	b	Calculé Y'	Ecart Y-Y'
	X	Y				
1	12,00	350,00	286,5934	1,4347	303,81	46,19
2	5,00	150,00	286,5934	1,4347	293,77	-143,77
3	7,00	280,00	286,5934	1,4347	296,64	-16,64
4	1,00	280,00	286,5934	1,4347	288,03	-8,03
5	0,00	200,00	286,5934	1,4347	286,59	-86,59
6	3,00	300,00	286,5934	1,4347	290,90	9,10
7	8,00	400,00	286,5934	1,4347	298,07	101,93
8	5,00	250,00	286,5934	1,4347	293,77	-43,77
9	4,00	320,00	286,5934	1,4347	292,33	27,67
10	9,00	250,00	286,5934	1,4347	299,51	-49,51
11	0,00	450,00	286,5934	1,4347	286,59	163,41
Total	54,00	3 230,00			3 230,00	0,00

4. تحديد مدى قوة ارتباط العلاقة ما بين المنحة وعدد الساعات الاضافية

$$R^2 = b * \hat{b} \quad \text{لحساب قوة الارتباط نستعمل القانون التالي:}$$

لدينا قيمة b اذن نبحث عن قيمة 'b

$$\hat{b} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$$b' = 213.64 / 73 254.55 = 0.0029$$

$$R^2 = b * \hat{b} = 1.43 \times 0.0029 = 0.0042$$

$$r = \sqrt{R^2} = 0.0647 \approx 6.47\%$$

ومن هنا نستنتج ان العلاقة بين المتغيرين (المنحة وعدد ساعات العمل الاضافية) ضعيفة وأما الباقي فتمثله عوامل أخرى. اي
 (1 - 0.0647 = 0.9353) فيكون تحديد المنحة الشهرية في هذه المؤسسة يتأثر بنسبة 6.47% بعدد ساعات العمل
 الإضافية ويتأثر بعوامل اخرى بنسبة 93.5% .

5. تحديد قيمة المنحة الشهرية المتنبى بها لعامل ذو 10 ساعات إضافية في الشهر

نقوم اولاً بتعويض قيمة X_i التي نريد التنبؤ بقيمة Y_i التي تناسبها في المعادلة الخطية ثم نضع قيمة المتغير التابع في مجال معين
 بثقة معينة 95% وهي كالتالي:

$$Y = 286.59 + 1.43 (10) = 300.89$$

$$Y'_P = [Y'_p - e, Y'_p + e] 95\%$$

$$e = 2cov(r)$$

$$Cov(r) = \sqrt{(1 - R^2) \frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{n - 2}}$$

$$e = 2\sqrt{(1-0.0042)(73\ 254.55/11-2)}$$

$$e = 2\sqrt{(0.9958)(73\ 254.55/9)} = 2\sqrt{(0.9958)(8\ 139.39)}$$

$$e = 2\sqrt{8\ 105.20} = 2(90.02) = 180.04$$

$$Y'_p = [300.89 - 180.04, 300.89 + 180.04] 95\%$$

قيمة المنحة الشهرية المتنبئ بها في حالة عامل له متوسط 10 ساعات إضافية في الشهر هي محصورة كما يلي :

$$Y'_{10} = [120.85, 480.93] 95\%$$

التنبؤ عن طريق المتوسطات المتحركة البسيطة

تمرين 01 :

لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية المدونة في الجدول تمثل رقم الاعمال الشهري لمؤسسة.

المطلوب:

1. باستخدام المتوسط المتحرك لثلاث أشهر احسب التنبؤ للفترة القادمة.
2. ما هي قيم رقم اعمال المتنبئ بها في الشهر السابع (X7)، الشهر الثامن (X8).

الاشهر	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
رقم الاعمال	65	35	10	57	24	47

الحل:

بما ان الاساس هو 3 (n=3) اذن نبدأ بحساب قيمة X₄, X₅, X₆ ثم نتنبأ بالقيم X₇ و X₈. نقوم بحساب في كل مرة متوسط 3 أشهر متتالية لان (n=3).

$$MM (n) = \frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}$$

1. حساب تنبؤ للفترة القادمة:

$$X_4 = \frac{x_3+x_2+x_1}{3} = \frac{10+35+65}{3} = \frac{110}{3} = 36.66$$

$$X_5 = \frac{x_4+x_3+x_2}{3} = \frac{57+10+35}{3} = \frac{102}{3} = 34$$

$$X_6 = \frac{x_5+x_4+x_3}{3} = \frac{24+57+10}{3} = \frac{91}{3} = 30.33$$

2. حساب رقم الاعمال المتنبى به في الشهر 7 و8:

$$X_7 = \frac{x_6+x_5+x_4}{3} = \frac{47+24+57}{3} = \frac{128}{3} = 42.66$$

$$X_8 = \frac{x_7+x_6+x_5}{3} = \frac{42.66+47+24}{3} = \frac{113.66}{3} = 37.88$$

$$X_9 = \frac{x_8+x_7+x_6}{3} = \frac{37.88+42.66+47}{3} = \frac{127.54}{3} = 42.51$$

ادا طلب حساب قيم الأشهر 10، 11، 12، 13، 14، 15 وما يلي يكون بنفس الطريقة

$$X_{10} = \frac{x_9+x_8+x_7}{3} = \frac{42.51+37.88+42.66}{3} = \frac{123.05}{3} = 41.01$$

$$X_{11} = \frac{x_{10}+x_9+x_8}{3} = \frac{41.01+42.51+37.88}{3} = \frac{121.4}{3} = 40.46$$

$$X_{12} = \frac{x_{11}+x_{10}+x_9}{3} = \frac{40.46+41.01+42.51}{3} = \frac{123.98}{3} = 41.32$$

$$X_{13} = \frac{x_{12}+x_{11}+x_{10}}{3} = \frac{41.32+40.46+41.01}{3} = \frac{122.79}{3} = 40.93$$

$$X_{14} = \frac{x_{13}+x_{12}+x_{11}}{3} = \frac{40.93+41.32+40.46}{3} = \frac{122.71}{3} = 40.90$$

$$X_{15} = \frac{x_{14}+x_{13}+x_{12}}{3} = \frac{40.90+40.93+41.32}{3} = \frac{123.15}{3} = 41.05$$

ملاحظة: بما انه ليس لدينا قيمة X_7 في المعطيات اي في الجدول اذن نأخذ قيمة X_7 المحسوبة (42.66)

باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة فان رقم الاعمال المتنبى بها هي كالتالي:

قيمة رقم الاعمال المتنبى بها في الشهر السابع هي 42.66

قيمة رقم الاعمال المتنبئ بها في الشهر الثامن هي 37.88

تمرين 02 :

لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية تمثل الطلبات الشهرية لمنتوج معين خلال فترة زمنية معينة.

الاشهر	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇
كمية الطلب	38	5	35	45	7	55	70

المطلوب:

1. باستخدام المتوسط المتحرك لأربع فترات (اشهر) احسب التنبؤ للفترة القادمة.
2. باستخدام المتوسط المتحرك لثلاث فترات (اشهر) ثم لأربع فترات احسب التنبؤ بالطلب للشهر السابع و الثامن ثم 9.

الحل:

1. حساب تنبؤ الفترة القادمة:

بما ان الاساس هو 4 (n=4) اذن نبدأ بحساب قيمة X₅, X₆, ثم X₇. كما اننا نقوم بحساب في كل مرة متوسط 4 اشهر متتالية لان (n=4).

$$MM(n) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

$$X_5 = \frac{X_4 + X_3 + X_2 + X_1}{4} = \frac{45 + 35 + 5 + 38}{4} = \frac{123}{4} = 30.75$$

$$X_6 = \frac{X_5 + X_4 + X_3 + X_2}{4} = \frac{7 + 45 + 35 + 5}{4} = \frac{92}{4} = 23$$

$$X_7 = \frac{X_6 + X_5 + X_4 + X_3}{4} = \frac{55 + 7 + 45 + 35}{4} = \frac{142}{4} = 35.5$$

2. حساب حجم الطلب المتوقع به في الشهر 7 و 8 ثم 9:

1.2. اذا كان اساس التحرك هو 3: نقوم بحساب متوسط كل 3 اشهر متتالية

$$X_7 = \frac{X_6 + X_5 + X_4}{3} = \frac{55 + 7 + 45}{3} = \frac{107}{3} = 35.66$$

$$X_8 = \frac{X_7 + X_6 + X_5}{3} = \frac{70 + 55 + 7}{3} = \frac{132}{3} = 44$$

$$X_9 = \frac{X_8 + X_7 + X_6}{3} = \frac{44 + 70 + 55}{3} = \frac{169}{3} = 56.33$$

2.2. اذا كان اساس التحرك هو 4: نقوم بحساب متوسط كل 4 اشهر متتالية

$$X_7 = \frac{X_6 + X_5 + X_4 + X_3}{4} = \frac{55 + 7 + 45 + 35}{4} = \frac{142}{4} = 35.5$$

$$X_8 = \frac{X_7 + X_6 + X_5 + X_4}{4} = \frac{70 + 55 + 7 + 45}{4} = \frac{177}{4} = 44.25$$

$$X_9 = \frac{X_8 + X_7 + X_6 + X_5}{4} = \frac{44.25 + 70 + 55 + 7}{4} = \frac{176.25}{4} = 44.06$$

بما انه ليس لدينا قيمة X_8 في المعطيات اي في الجدول اذن نأخذ قيمة X_8 المحسوبة.

ملاحظة: كلما تغير اساس التحرك أي n تغيرت قيمة المتوسط الحسابي (أي عدد الفترات التي نجمعها).

تمرين 03:

لتكن لدينا السلسلة الزمنية التالية تمثل المبيعات الشهرية لمؤسسة خلال فترة زمنية معينة.

X ₈	X ₇	X ₆	X ₅	X ₄	X ₃	X ₂	X ₁	الأشهر
120	80	45	25	75	50	35	40	حجم المبيعات

المطلوب:

1. باستخدام المتوسط المتحرك لثلاث فترات (اشهر) احسب التنبؤ للفترة القادمة.
2. باستخدام المتوسط المتحرك لثلاث فترات (اشهر) ثم لأربع فترات احسب التنبؤ بالمبيعات للشهر التاسع والعاشر.

الحل:

1. حساب تنبؤ الفترة القادمة:

بما ان الاساس هو 3 (n=3) اذن نبدأ بحساب قيمة X₄, X₅, X₆, X₇ , و X₈ . نقوم بحساب في كل مرة متوسط 3 اشهر متتالية لان (n=3).

$$MM(n) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

1. حساب تنبؤ للفترة القادمة:

$$X_4 = \frac{X_3 + X_2 + X_1}{3} = \frac{50 + 35 + 40}{3} = \frac{125}{3} = 41.66$$

$$X_5 = \frac{X_4 + X_3 + X_2}{3} = \frac{75 + 50 + 35}{3} = \frac{160}{3} = 53.33$$

$$X_6 = \frac{X_5 + X_4 + X_3}{3} = \frac{25 + 75 + 50}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

$$X_7 = \frac{x_6 + x_5 + x_4}{3} = \frac{45 + 25 + 75}{3} = \frac{145}{3} = 48.33$$

$$X_8 = \frac{x_7 + x_6 + x_5}{3} = \frac{80 + 45 + 25}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

2. حساب حجم المبيعات المتنبئ به في الشهر 9 و 10:

1.2. إذا كان اساس التحرك هو 3: نقوم بحساب متوسط كل 3 اشهر متتالية

$$X_9 = \frac{x_8 + x_7 + x_6}{3} = \frac{120 + 80 + 45}{3} = \frac{245}{3} = 81.66$$

$$X_{10} = \frac{x_9 + x_8 + x_7}{3} = \frac{81.66 + 120 + 80}{3} = \frac{281.66}{3} = 93.88$$

2.2. إذا كان اساس التحرك هو 4: نقوم بحساب متوسط كل 4 اشهر متتالية:

$$X_9 = \frac{x_8 + x_7 + x_6 + x_5}{4} = \frac{120 + 80 + 45 + 25}{4} = \frac{270}{4} = 67.5$$

$$X_{10} = \frac{x_9 + x_8 + x_7 + x_6}{4} = \frac{67.5 + 120 + 80 + 45}{4} = \frac{312.5}{4} = 78.125$$

بما انه ليس لدينا قيمة X_9 في المعطيات اي في الجدول اذن نأخذ قيمة X_9 المحسوبة.

ملاحظة: كلما تغير اساس التحرك أي n تغيرت قيمة المتوسط الحسابي (أي عدد الاشهر التي نجمعها).

التنبؤ عن طريق التمهيد الاسي البسيط

تمرين 01:

إليك معطيات الجدول التالي والتي تمثل مبيعات مؤسسة خلال فترة زمنية معينة. باستعمال طريقة التمهيد الأسى البسيط

احسب تنبؤ لمدى ثلاث فترات من اجل مجال ثقة 95% علما ان ثابت التمهيد $\lambda = 0.3$ ثم احسب قيم الفوارق et

الزمن t	1	2	3	4	5	6	7	8
المبيعات x_t	30	40	40	30	20	20	30	30

الحل:

نطبق مباشرة القانون التالي:

$$\hat{X}_{t+1} = \lambda x_t + (1 - \lambda) \hat{X}_t$$

$$\text{نبدأ ب: } \hat{X}_1 = x_1 = 30$$

t = 02	$\hat{X}_2 = 0.3 \cdot x_1 + (1 - 0.3) \hat{X}_1 = 0.3 \times 30 + 0.7 \times 30 = 9 + 21 = 30$
t = 03	$\hat{X}_3 = 0.3 \cdot x_2 + (1 - 0.3) \hat{X}_2 = 0.3 \times 40 + 0.7 \times 30 = 12 + 21 = 33$
t = 04	$\hat{X}_4 = 0.3 \cdot x_3 + (1 - 0.3) \hat{X}_3 = 0.3 \times 40 + 0.7 \times 33 = 12 + 23.1 = 35.10$
t = 05	$\hat{X}_5 = 0.3 \cdot x_4 + (1 - 0.3) \hat{X}_4 = 0.3 \times 30 + 0.7 \times 35.1 = 9 + 24.57 = 33.57$
t = 06	$\hat{X}_6 = 0.3 \cdot x_5 + (1 - 0.3) \hat{X}_5 = 0.3 \times 20 + 0.7 \times 33.57 = 6 + 20.65 = 29.5$
t = 07	$\hat{X}_7 = 0.3 \cdot x_6 + (1 - 0.3) \hat{X}_6 = 0.3 \times 20 + 0.7 \times 29.5 = 6 + 20.65 = 26.65$
t = 08	$\hat{X}_8 = 0.3 \cdot x_7 + (1 - 0.3) \hat{X}_7 = 0.3 \times 30 + 0.7 \times 26.65 = 9 + 18.65 = 27.65$
t = 09	$\hat{X}_9 = 0.3 \cdot x_8 + (1 - 0.3) \hat{X}_8 = 0.3 \times 30 + 0.7 \times 27.65 = 9 + 19.36 = 28.36$
t = 10	$\hat{X}_{10} = 0.3 \cdot x_9 + (1 - 0.3) \hat{X}_9 = 0.3 \times 28.36 + 0.7 \times 28.36 = 8.51 + 19.85 = 28.36$
t = 11	$\hat{X}_{11} = 0.3 \cdot x_{10} + (1 - 0.3) \hat{X}_{10} = 0.3 \times 28.36 + 0.7 \times 28.36 = 8.51 + 19.85 = 28.36$

ملاحظة: نلاحظ ان قيم كل من X_9 و X_{10} و X_{11} متساوية هذا لان هذه الطريقة تستخدم في الفترات القصيرة.

حساب قيم الفوارق e_t :

$$e_t = X_t - \hat{X}_t$$

باستعمال القانون نحصل على القيم e_t المدونة في الجدول التالي:

الزمن t	1	2	3	4	5	6	7	8
المبيعات X_t	30	40	40	30	20	20	30	30
قيم التنبؤ \hat{X}_t	30	30	33	35.1	33.57	29.5	26.5	27.65
الفوارق e_t	(30-30) 0	(40-30) 10	(40-33) 7	(30-35.1) -5.1	(20-33.57) -13.57	(20-29.5) -9.5	(30-26.5) 3.5	(30-27.65) 2.35

تمرين 02:

تمثل البيانات المدونة في الجدول حجم مبيعات مؤسسة من سنة 2012 إلى سنة 2020. حيث استخدم الطن كوحدة قياس.

السنوات	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
حجم المبيعات	1660	1640	1840	1210	1680	1380	1580	1560	2000

المطلوب: باستعمال طريقة التمهيد الاسي البسيط احسب تنبؤ لمدى ثلاث فترات من اجل مجال ثقة 95%. علما ان ثابت التمهيد ($\lambda = 0.3$). ثم احسب قيم الفوارق e_t .

الحل:

نطبق مباشرة القانون الاتي:

$$\hat{X}_{t+1} = \lambda x_t + (1 - \lambda) \hat{X}_t$$

$$\hat{X}_1 = x_1 = 1660 \text{ نبدأ ب:}$$

t = 02	$\hat{X}_2 = 0.3 \cdot X_1 + (1 - 0.3) \hat{X}_1 = 0.3 \times 1660 + 0.7 \times 1660 = 498 + 1162 = 1660$
t = 03	$\hat{X}_3 = 0.3 \cdot X_2 + (1 - 0.3) \hat{X}_2 = 0.3 \times 1640 + 0.7 \times 1660 = 492 + 1162 = 1654$
t = 04	$\hat{X}_4 = 0.3 \cdot X_3 + (1 - 0.3) \hat{X}_3 = 0.3 \times 1840 + 0.7 \times 1654 = 552 + 1157.8 = 1709.8$
t = 05	$\hat{X}_5 = 0.3 \cdot X_4 + (1 - 0.3) \hat{X}_4 = 0.3 \times 1210 + 0.7 \times 1709.8 = 63 + 1196.86 = 1559.86$
t = 06	$\hat{X}_6 = 0.3 \cdot X_5 + (1 - 0.3) \hat{X}_5 = 0.3 \times 1680 + 0.7 \times 1559.86 = 504 + 1091.90 = 1595.9$
t = 07	$\hat{X}_7 = 0.3 \cdot X_6 + (1 - 0.3) \hat{X}_6 = 0.3 \times 1380 + 0.7 \times 1595.9 = 414 + 1117.13 = 1531.13$
t = 08	$\hat{X}_8 = 0.3 \cdot X_7 + (1 - 0.3) \hat{X}_7 = 0.3 \times 1580 + 0.7 \times 1531.13 = 474 + 1071.79 = 1545.79$
t = 09	$\hat{X}_9 = 0.3 \cdot X_8 + (1 - 0.3) \hat{X}_8 = 0.3 \times 1560 + 0.7 \times 1545.79 = 468 + 1082.05 = 1550.05$
t = 10	$\hat{X}_{10} = 0.3 \cdot X_9 + (1 - 0.3) \hat{X}_9 = 0.3 \times 2000 + 0.7 \times 1550.05 = 600 + 1085.04 = 1685.04$
t = 11	$\hat{X}_{11} = 0.3 \cdot X_{10} + (1 - 0.3) \hat{X}_{10} = 0.3 \times 1685.04 + 0.7 \times 1685.04 = 505.51 + 1179.53 = 1685.04$
t = 12	$\hat{X}_{12} = 0.3 \cdot X_{11} + (1 - 0.3) \hat{X}_{11} = 0.3 \times 1685.04 + 0.7 \times 1685.04 = 505.51 + 1179.53 = 1685.04$

حساب قيم الفوارق **et**:

$$et = X_t - \hat{X}_t$$

باستعمال القانون نحصل على القيم **et** المدونة في الجدول التالي:

2020	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	الزمن t
2000	1560	1580	1380	1680	1210	1840	1640	1660	المبيعات X_t
1550.05	1545.79	1531.13	1595.9	1559.86	1709.8	1654	1660	1660	قيم التنبؤ \hat{X}_t
(2000- 1550.05)	(1560- 1545.79)	(1580- 1531.13)	(1380- 1595.9)	(1680- 1559.86)	(1210- 1709.8)	(1840- 1654)	(1640- 1660)	(1660- 1660)	الفوارق et
449.95	14.21	48.87	-215.9	120.14	-499.8	186	-20	0	

التنبؤ عن طريق التمهيد الاسي المزدوج

تمرين 01:

تمثل البيانات المدونة في الجدول حجم مبيعات مؤسسة من سنة 2010 إلى سنة 2021 بالوحدات.

السنوات	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
حجم المبيعات	23	27	33	35	40	42	45	50	52	55	52	55

المطلوب: باستعمال طريقة التمهيد الاسي المزدوج احسب تقديرات المبيعات للسنوات 2013 – 2014 – 2015

و2016 علما ان ثابت التمهيد $(\lambda = 0.8)$. ثم احسب قيم الفوارق e_t .

الحل:

تستعمل تقنية التمهيد الاسي في حالة السلاسل الزمنية ذات المركبات العشوائية ومركبات الاتجاه العام وتكتب بالشكل التالي:

يتم تقدير β_0, β_1 و \hat{X}_t أولا.

نطبق مباشرة القانون الآتي:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

حيث:

β_0 و β_1 يمثلان معاملي مركبة الاتجاه العام.

ε_t تمثل المركبة العشوائية.

وتحسب قيمة التنبؤ بإتباع الخطوات التالية:

1. نحسب قيمة التنبؤ بالتمهيد الأول حيث:

$$\hat{X}_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) \hat{X}_{t-1}$$

X_t القيمة الفعلية

\hat{X}_{t-1} القيمة الممهدة

بما انه لا يوجد قيمة t_0 اذن نفترض القيمة الابتدائية : $\hat{X}_1 = x_1 = 23$

t = 02	$\hat{X}_2 = 0.8 \cdot X_2 + (1 - 0.8) \hat{X}_1 = 0.8 \times 27 + 0.2 \times 23 = \mathbf{26.2}$
t = 03	$\hat{X}_3 = 0.8 \cdot X_3 + (1 - 0.8) \hat{X}_2 = 0.8 \times 33 + 0.2 \times 26.2 = \mathbf{31.64}$
t = 04	$\hat{X}_4 = 0.8 \cdot X_4 + (1 - 0.8) \hat{X}_3 = 0.8 \times 35 + 0.2 \times 31.64 = \mathbf{34.328}$
t = 05	$\hat{X}_5 = 0.8 \cdot X_5 + (1 - 0.8) \hat{X}_4 = 0.8 \times 40 + 0.2 \times 34.328 = \mathbf{38.865}$
t = 06	$\hat{X}_6 = 0.8 \cdot X_6 + (1 - 0.8) \hat{X}_5 = 0.8 \times 42 + 0.2 \times 38.865 = \mathbf{41.373}$
t = 07	$\hat{X}_7 = 0.8 \cdot X_7 + (1 - 0.8) \hat{X}_6 = 0.8 \times 45 + 0.2 \times 41.373 = \mathbf{44.274}$
t = 08	$\hat{X}_8 = 0.8 \cdot X_8 + (1 - 0.8) \hat{X}_7 = 0.8 \times 50 + 0.2 \times 44.274 = \mathbf{48.854}$
t = 09	$\hat{X}_9 = 0.8 \cdot X_9 + (1 - 0.8) \hat{X}_8 = 0.8 \times 52 + 0.2 \times 48.854 = \mathbf{51.37}$
t = 10	$\hat{X}_{10} = 0.8 \cdot X_{10} + (1 - 0.8) \hat{X}_9 = 0.8 \times 55 + 0.2 \times 51.37 = \mathbf{54.274}$
t = 11	$\hat{X}_{11} = 0.8 \cdot X_{11} + (1 - 0.8) \hat{X}_{10} = 0.8 \times 52 + 0.2 \times 54.274 = \mathbf{52.454}$
t = 12	$\hat{X}_{12} = 0.8 \cdot X_{12} + (1 - 0.8) \hat{X}_{11} = 0.8 \times 55 + 0.2 \times 52.454 = \mathbf{54.49}$

2. نحسب قيمة التنبؤ بالتمهيد الثاني حيث:

$$\hat{X}_t = \lambda \hat{X}_t + (1 - \lambda) \hat{X}_{t-1}$$

نفترض القيمة الابتدائية : $\hat{X}_1 = x_1 = 23$

t = 02	$\hat{X}_2 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_2 + (1 - 0.8) \hat{X}_1 = 0.8 \times 26.2 + 0.2 \times 23 = 25.56$
t = 03	$\hat{X}_3 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_3 + (1 - 0.8) \hat{X}_2 = 0.8 \times 31.64 + 0.2 \times 25.56 = 30.424$
t = 04	$\hat{X}_4 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_4 + (1 - 0.8) \hat{X}_3 = 0.8 \times 34.328 + 0.2 \times 30.424 = 33.547$
t = 05	$\hat{X}_5 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_5 + (1 - 0.8) \hat{X}_4 = 0.8 \times 38.865 + 0.2 \times 33.547 = 37.801$
t = 06	$\hat{X}_6 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_6 + (1 - 0.8) \hat{X}_5 = 0.8 \times 41.373 + 0.2 \times 37.801 = 40.658$
t = 07	$\hat{X}_7 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_7 + (1 - 0.8) \hat{X}_6 = 0.8 \times 44.274 + 0.2 \times 40.658 = 43.547$
t = 08	$\hat{X}_8 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_8 + (1 - 0.8) \hat{X}_7 = 0.8 \times 48.854 + 0.2 \times 43.547 = 47.792$
t = 09	$\hat{X}_9 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_9 + (1 - 0.8) \hat{X}_8 = 0.8 \times 51.37 + 0.2 \times 47.792 = 50.654$
t = 10	$\hat{X}_{10} =$	$0.8 \cdot \hat{X}_{10} + (1 - 0.8) \hat{X}_9 = 0.8 \times 54.274 + 0.2 \times 50.654 = 53.55$
t = 11	$\hat{X}_{11} =$	$0.8 \cdot \hat{X}_{11} + (1 - 0.8) \hat{X}_{10} = 0.8 \times 52.454 + 0.2 \times 53.55 = 52.673$
t = 12	$\hat{X}_{12} =$	$0.8 \cdot \hat{X}_{12} + (1 - 0.8) \hat{X}_{11} = 0.8 \times 54.49 + 0.2 \times 52.673 = 54.126$

نحسب المعاملين β_0 و β_1 كما يلي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_0 = 2\hat{X}_t - \hat{X}_t \\ \beta_1 = \left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)(\hat{X}_t - \hat{X}_t) \end{array} \right.$$

حساب المعامل β_0

t = 01	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_1 - \hat{X}_1 = 2 \times 23 - 23 = \mathbf{23}$
t = 02	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_2 - \hat{X}_2 = 2 \times 26.2 - 25.56 = \mathbf{26.84}$
t = 03	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_3 - \hat{X}_3 = 2 \times 31.64 - 30.424 = \mathbf{32.856}$
t = 04	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_4 - \hat{X}_4 = 2 \times 34.328 - 33.547 = \mathbf{35.109}$
t = 05	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_5 - \hat{X}_5 = 2 \times 38.865 - 37.801 = \mathbf{39.929}$
t = 06	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_6 - \hat{X}_6 = 2 \times 41.373 - 40.658 = \mathbf{42.088}$
t = 07	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_7 - \hat{X}_7 = 2 \times 44.274 - 43.547 = \mathbf{45.001}$
t = 08	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_8 - \hat{X}_8 = 2 \times 48.854 - 47.792 = \mathbf{49.916}$
t = 09	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_9 - \hat{X}_9 = 2 \times 51.37 - 50.654 = \mathbf{52.086}$
t = 10	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_{10} - \hat{X}_{10} = 2 \times 54.274 - 53.55 = \mathbf{54.998}$
t = 11	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_{11} - \hat{X}_{11} = 2 \times 52.454 - 52.673 = \mathbf{52.235}$
t = 12	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_{12} - \hat{X}_{12} = 2 \times 54.49 - 54.126 = \mathbf{54.854}$

حساب المعامل β_1

t = 01	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_1 - \hat{X}_1) = 4 \times (23 - 23) = \mathbf{0}$
t = 02	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_2 - \hat{X}_2) = 4 \times (26.2 - 25.56) = \mathbf{2.56}$
t = 03	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_3 - \hat{X}_3) = 4 \times (31.64 - 30.424) = \mathbf{4.864}$
t = 04	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_4 - \hat{X}_4) = 4 \times (34.328 - 33.547) = \mathbf{3.124}$
t = 05	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_5 - \hat{X}_5) = 4 \times (38.865 - 37.801) = \mathbf{4.256}$
t = 06	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_6 - \hat{X}_6) = 4 \times (41.373 - 40.658) = \mathbf{2.86}$
t = 07	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_7 - \hat{X}_7) = 4 \times (44.274 - 43.547) = \mathbf{2.908}$
t = 08	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_8 - \hat{X}_8) = 4 \times (48.854 - 47.792) = \mathbf{4.248}$
t = 09	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_9 - \hat{X}_9) = 4 \times (51.37 - 50.654) = \mathbf{2.864}$
t = 10	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_{10} - \hat{X}_{10}) = 4 \times (54.274 - 53.55) = \mathbf{2.896}$
t = 11	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_{11} - \hat{X}_{11}) = 4 \times (52.454 - 52.673) = \mathbf{-0.876}$
t = 12	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_{12} - \hat{X}_{12}) = 4 \times (54.49 - 54.126) = \mathbf{1.456}$

عملية التنبؤ حسب المعادلة التنبؤ الآتية:

$$X_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 h$$

بما ان h يستعمل عند التنبؤ خارج السلسلة الزمنية اذن ننقص فترة عند كل قيمة مقدرة:

$$X_{t+h} = \beta_0 + \beta_1$$

t = 02	$X_{1+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 23 + 0 = 23$
t = 03	$X_{2+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 26.84 + 2.56 = 29.4$
t = 04	$X_{3+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 32.856 + 4.864 = 37.72$
t = 05	$X_{4+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 35.109 + 3.124 = 38.233$
t = 06	$X_{5+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 39.929 + 4.256 = 44.185$
t = 07	$X_{6+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 42.088 + 2.86 = 44.948$
t = 08	$X_{7+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 45.001 + 2.908 = 47.909$
t = 09	$X_{8+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 49.916 + 4.248 = 54.164$
t = 10	$X_{9+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 52.086 + 2.864 = 54.95$
t = 11	$X_{10+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 54.998 + 2.896 = 57.894$
t = 12	$X_{11+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 52.235 - 0.876 = 51.359$

للتنبؤ بقيم السنوات 2013، 2014، 2015 و 2016 نحدد في كل مرة قيمة h والتي تمثل عدد السنوات الموالية للمعطيات. اذ

القيمة التنبؤية عند الفترة $t+h$ وبعده h وحدة زمنية عن أساس التنبؤ نحسب:

$$X_0 = \hat{X}_0 = X_1 \text{ مع العلم ان القيم الأولية لهذه الطريقة تساوي } X_{t+h} = \hat{X}_t$$

2013 h = 1	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.854 + 1.456 (1) = 56.31$
2014 h = 2	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.854 + 1.456 (2) = 57.766$
2015 h = 3	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.854 + 1.456 (3) = 59.222$
2016 h = 4	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.854 + 1.456 (4) = 60.678$

ملخص:

X_{t+h}	β_1	β_0	\hat{X}_t	\hat{X}_t	X_t	الترتيب الزمني	السنوات
-	0	23	23	23	23	01	2001
23	2.56	26.84	25.56	26.2	27	02	2002
39.4	4.864	32.856	30.424	31.64	33	03	2003
37.72	3.124	35.109	33.547	34.328	35	04	2004
38.233	4.256	39.929	37.801	38.865	40	05	2005
44.185	2.86	42.088	40.658	41.373	42	06	2006
44.948	2.908	45.001	43.547	44.274	45	07	2007
47.907	4.248	49.916	47.792	48.854	50	08	2008
54.164	2.864	52.086	50.654	51.37	52	09	2009
54.95	2.896	54.998	53.55	54.274	55	10	2010
57.894	-0.876	52.235	52.673	52.454	52	11	2011
51.359	1.456	54.854	54.126	54.49	55	12	2012

حساب قيم الفوارق e_t :

$$e_t = X_t - \hat{X}_t$$

باستعمال القانون نحصل على القيم e_t المدونة في الجدول التالي:

السنوات	حجم المبيعات	قيم التنبؤ \hat{X}_t	الفوارق e_t
2001	20	-	20
2002	25	23	2
2003	35	29.4	5.6
2004	40	37.72	2.28
2005	45	38.233	6.767
2006	50	44.185	5.815
2007	55	44.948	10.052
2008	60	47.905	12.095
2009	50	54.164	-4.164
2010	55	54.95	-2.894
2011	53	57.894	-4.894
2012	55	51.359	3.641

تمرين 02:

تمثل البيانات المدونة في الجدول حجم مبيعات مؤسسة من سنة 2010 إلى سنة 2021 بالوحدات.

السنوات	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
حجم المبيعات	20	25	35	40	45	50	55	60	50	55	53	55

المطلوب: باستعمال طريقة التمهيد الاسي المزوج احسب تقديرات المبيعات للسنوات 2022 – 2023 – 2024

و2025 علما ان ثابت التمهيد ($\lambda = 0.8$). ثم احسب قيم الفوارق e_t .

الحل:

تستعمل تقنية التمهيد الاسي في حالة السلاسل الزمنية ذات المركبات العشوائية ومركبات الاتجاه العام وتكتب بالشكل التالي:

يتم تقدير β_0 ، β_1 و \hat{X}_t أولا.

نطبق مباشرة القانون الآتي:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

حيث:

β_0 و β_1 يمثلان معاملي مركبة الاتجاه العام.

ε_t تمثل المركبة العشوائية.

وتحسب قيمة التنبؤ بإتباع الخطوات التالية:

1. نحسب قيمة التنبؤ بالتمهيد الأول حيث:

$$\hat{X}_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) \hat{X}_{t-1}$$

X_t القيمة الفعلية

\hat{X}_{t-1} القيمة الممهدة

بما انه لا يوجد قيمة t_0 اذن نفترض القيمة الابتدائية : $\hat{X}_1 = x_1 = 20$

t = 02	$\hat{X}_2 = 0.8 \cdot X_2 + (1 - 0.8) \hat{X}_1 = 0.8 \times 25 + 0.2 \times 20 = \mathbf{24}$
t = 03	$\hat{X}_3 = 0.8 \cdot X_3 + (1 - 0.8) \hat{X}_2 = 0.8 \times 35 + 0.2 \times 24 = \mathbf{32.8}$
t = 04	$\hat{X}_4 = 0.8 \cdot X_4 + (1 - 0.8) \hat{X}_3 = 0.8 \times 40 + 0.2 \times 32.8 = \mathbf{38.56}$
t = 05	$\hat{X}_5 = 0.8 \cdot X_5 + (1 - 0.8) \hat{X}_4 = 0.8 \times 45 + 0.2 \times 38.56 = \mathbf{43.712}$
t = 06	$\hat{X}_6 = 0.8 \cdot X_6 + (1 - 0.8) \hat{X}_5 = 0.8 \times 50 + 0.2 \times 43.712 = \mathbf{48.7424}$
t = 07	$\hat{X}_7 = 0.8 \cdot X_7 + (1 - 0.8) \hat{X}_6 = 0.8 \times 55 + 0.2 \times 48.742 = \mathbf{53.7484}$
t = 08	$\hat{X}_8 = 0.8 \cdot X_8 + (1 - 0.8) \hat{X}_7 = 0.8 \times 60 + 0.2 \times 53.748 = \mathbf{58.7496}$
t = 09	$\hat{X}_9 = 0.8 \cdot X_9 + (1 - 0.8) \hat{X}_8 = 0.8 \times 50 + 0.2 \times 58.75 = \mathbf{51.75}$
t = 10	$\hat{X}_{10} = 0.8 \cdot X_{10} + (1 - 0.8) \hat{X}_9 = 0.8 \times 55 + 0.2 \times 51.75 = \mathbf{54.35}$
t = 11	$\hat{X}_{11} = 0.8 \cdot X_{11} + (1 - 0.8) \hat{X}_{10} = 0.8 \times 53 + 0.2 \times 54.35 = \mathbf{43.47}$
t = 12	$\hat{X}_{12} = 0.8 \cdot X_{12} + (1 - 0.8) \hat{X}_{11} = 0.8 \times 55 + 0.2 \times 43.47 = \mathbf{52.694}$

2. نحسب قيمة التنبؤ بالتمهيد الثاني حيث:

$$\hat{X}_t = \lambda \hat{X}_t + (1 - \lambda) \hat{X}_{t-1}$$

نفترض القيمة الابتدائية : $\hat{X}_t = \hat{X}_1 = x_1 = 20$

t = 02	$\hat{X}_2 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_2 + (1 - 0.8) \hat{X}_1 = 0.8 \times 24 + 0.2 \times 20 = 23.2$
t = 03	$\hat{X}_3 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_3 + (1 - 0.8) \hat{X}_2 = 0.8 \times 32.8 + 0.2 \times 23.2 = 30.88$
t = 04	$\hat{X}_4 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_4 + (1 - 0.8) \hat{X}_3 = 0.8 \times 38.56 + 0.2 \times 30.88 = 37.024$
t = 05	$\hat{X}_5 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_5 + (1 - 0.8) \hat{X}_4 = 0.8 \times 43.712 + 0.2 \times 37.024 = 42.3744$
t = 06	$\hat{X}_6 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_6 + (1 - 0.8) \hat{X}_5 = 0.8 \times 48.742 + 0.2 \times 42.374 = 47.4684$
t = 07	$\hat{X}_7 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_7 + (1 - 0.8) \hat{X}_6 = 0.8 \times 53.748 + 0.2 \times 47.468 = 52.492$
t = 08	$\hat{X}_8 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_8 + (1 - 0.8) \hat{X}_7 = 0.8 \times 58.75 + 0.2 \times 52.492 = 57.4984$
t = 09	$\hat{X}_9 =$	$0.8 \cdot \hat{X}_9 + (1 - 0.8) \hat{X}_8 = 0.8 \times 51.75 + 0.2 \times 57.498 = 52.8996$
t = 10	$\hat{X}_{10} =$	$0.8 \cdot \hat{X}_{10} + (1 - 0.8) \hat{X}_9 = 0.8 \times 54.35 + 0.2 \times 52.9 = 54.06$
t = 11	$\hat{X}_{11} =$	$0.8 \cdot \hat{X}_{11} + (1 - 0.8) \hat{X}_{10} = 0.8 \times 43.47 + 0.2 \times 54.06 = 45.588$
t = 12	$\hat{X}_{12} =$	$0.8 \cdot \hat{X}_{12} + (1 - 0.8) \hat{X}_{11} = 0.8 \times 52.694 + 0.2 \times 45.588 = 51.2728$

نحسب المعاملين β_0 و β_1 كما يلي:

$$\begin{cases} \beta_0 = 2\hat{X}_t - \hat{X}_t \\ \beta_1 = \left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)(\hat{X}_t - \hat{X}_t) \end{cases}$$

حساب المعامل β_0

$$\beta_0 = 2\hat{X}_t - \hat{X}_t$$

t = 01	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_1 - \hat{X}_1 = 2 \times 20 - 20 = \mathbf{20}$
t = 02	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_2 - \hat{X}_2 = 2 \times 24 - 23.2 = \mathbf{24.8}$
t = 03	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_3 - \hat{X}_3 = 2 \times 32.8 - 30.88 = \mathbf{34.72}$
t = 04	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_4 - \hat{X}_4 = 2 \times 38.56 - 37.024 = \mathbf{40.096}$
t = 05	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_5 - \hat{X}_5 = 2 \times 43.712 - 42.374 = \mathbf{45.05}$
t = 06	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_6 - \hat{X}_6 = 2 \times 48.742 - 47.468 = \mathbf{50.016}$
t = 07	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_7 - \hat{X}_7 = 2 \times 53.748 - 52.492 = \mathbf{55.004}$
t = 08	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_8 - \hat{X}_8 = 2 \times 58.7496 - 57.498 = \mathbf{60.0012}$
t = 09	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_9 - \hat{X}_9 = 2 \times 51.75 - 52.9 = \mathbf{50.6}$
t = 10	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_{10} - \hat{X}_{10} = 2 \times 54.35 - 54.06 = \mathbf{54.64}$
t = 11	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_{11} - \hat{X}_{11} = 2 \times 43.47 - 45.588 = \mathbf{41.352}$
t = 12	$\beta_0 =$	$2 \hat{X}_{12} - \hat{X}_{12} = 2 \times 52.694 - 51.273 = \mathbf{54.115}$

حساب المعامل β_1

$$\beta_1 = \left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) (\hat{X}_t - \hat{X}_t)$$

$$\left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) = \frac{0.8}{1-0.8} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

t = 01	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_1 - \hat{X}_1) = 4 \times (20 - 20) = 0$
t = 02	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_2 - \hat{X}_2) = 4 \times (24 - 23.2) = 3.2$
t = 03	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_3 - \hat{X}_3) = 4 \times (32.8 - 30.88) = 7.68$
t = 04	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_4 - \hat{X}_4) = 4 \times (38.56 - 37.024) = 6.144$
t = 05	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_5 - \hat{X}_5) = 4 \times (43.712 - 42.374) = 5.352$
t = 06	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_6 - \hat{X}_6) = 4 \times (48.742 - 47.468) = 5.096$
t = 07	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_7 - \hat{X}_7) = 4 \times (53.7484 - 52.492) = 5.0256$
t = 08	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_8 - \hat{X}_8) = 4 \times (58.7496 - 57.495) = 5.0184$
t = 09	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_9 - \hat{X}_9) = 4 \times (51.75 - 52.9) = - 4.6$
t = 10	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_{10} - \hat{X}_{10}) = 4 \times (54.35 - 54.06) = 1.16$
t = 11	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_{11} - \hat{X}_{11}) = 4 \times (43.47 - 45.588) = - 8.472$
t = 12	$\beta_1 =$	$4 (\hat{X}_{12} - \hat{X}_{12}) = 4 \times (52.694 - 51.273) = 5.684$

عملية التنبؤ حسب المعادلة التنبؤ الآتية:

$$X_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 h$$

بما ان h يستعمل عند التنبؤ خارج السلسلة الزمنية اذن ننقص فترة عند كل قيمة مقدرة:

$$X_{t+h} = \beta_0 + \beta_1$$

t = 02	$X_{1+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 20 + 0 = \mathbf{20}$
t = 03	$X_{2+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 24.8 + 3.2 = \mathbf{28}$
t = 04	$X_{3+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 34.72 + 7.68 = \mathbf{42.4}$
t = 05	$X_{4+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 40.096 + 6.144 = \mathbf{46.24}$
t = 06	$X_{5+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 45.05 + 5.352 = \mathbf{50.402}$
t = 07	$X_{6+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 50.016 + 5.096 = \mathbf{55.112}$
t = 08	$X_{7+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 55.004 + 5.0256 = \mathbf{60.0296}$
t = 09	$X_{8+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 60.0012 + 5.0184 = \mathbf{65.0196}$
t = 10	$X_{9+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 50.6 - 4.6 = \mathbf{46}$
t = 11	$X_{10+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 54.64 + 1.16 = \mathbf{55.8}$
t = 12	$X_{11+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 = 41.352 - 8.472 = \mathbf{32.88}$

للتنبؤ بقيم السنوات 2022، 20.23، 20.24 و 2025 نحدد في كل مرة قيمة h والتي تمثل عدد السنوات الموالية للمعطيات.

اذ القيمة التنبؤية عند الفترة $t+h$ وبعده h وحدة زمنية عن أساس التنبؤ نحسب:

$$X_0 = \hat{X}_0 = X_1 \text{ مع العلم ان القيم الأولية لهذه الطريقة تساوي } X_{t+h} = \hat{X}_t$$

2022 h = 1	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.115 + 5.684 (1) = 59.799$
2023 h = 2	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.115 + 5.684 (2) = 65.483$
2024 h = 3	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.115 + 5.684 (3) = 71.167$
2025 h = 4	$X_{t+h} =$	$\beta_0 + \beta_1 h = 54.115 + 5.684 (4) = 76.851$

ملخص:

X_{t+h}	β_1	β_0	\hat{X}_t	\hat{X}_t	X_t	الترتيب الزمني	السنوات
-	0	20	20	20	20	01	2010
20	3.2	24.8	23.2	24	25	02	2011
28	7.68	34.72	30.88	32.8	35	03	2012
42.4	6.144	40.096	37.024	38.56	40	04	2013
46.24	5.352	45.05	42.374	43.712	45	05	2014
50.402	5.096	50.016	47.468	48.7424	50	06	2015
55.112	5.0256	55.004	52.492	53.7484	55	07	2016
60.0296	5.0184	60.0012	57.798	58.7496	60	08	2017
65.0196	-4.6	50.6	52.9	51.75	50	09	2018
46	1.16	54.64	54.06	54.35	55	10	2019
55.8	-8.472	41.352	45.588	43.47	53	11	2020
32.88	5.684	54.115	51.273	52.694	55	12	2021

حساب قيم الفوارق e_t :

$$e_t = X_t - \hat{X}_t$$

باستعمال القانون نحصل على القيم e_t المدونة في الجدول التالي:

السنوات	حجم المبيعات	قيم التنبؤ \hat{X}_t	الفوارق e_t
2010	20	-	20
2011	25	20	5
2012	35	28	7
2013	40	42.4	-2.4
2014	45	46.24	-1.24
2015	50	50.402	-0.402
2016	55	55.112	-0.112
2017	60	60.0296	-0.0296
2018	50	65.0196	-15.0196
2019	55	46	9
2020	53	55.8	-2.8
2021	55	32.88	22.12

أسئلة وتمارين مختلفة

موضوع 01

تمرين 01: اجب على الاسئلة التالية:

1- اشرح باختصار علاقة البواقي بقوة الارتباط ما بين متغيرين؟

كلما كانت قيمة البواقي أصغر كلما زادت قوة الارتباط ما بين المتغيرين والعكس صحيح.

2- ان التمثيل البياني للعلاقة ما بين متغيرين X و Y يسمح بتمييز وتحديد نوع العلاقة من حيث ثلاث خصائص. ما هي؟

1. قوة العلاقة (فويه - متوسطة او ضعيفة).

2. شكل العلاقة (خطية او غير خطية).

3. اتجاه العلاقة (موجبة او سالبة).

تمرين 02: إليك السلسلة الزمنية التالية تمثل رقم الأعمال الشهري لمؤسسة.

الشهر	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
رقم الاعمال	10	20	35	45	57	65

المطلوب:

1. باستخدام المتوسط المتحرك لثلاث أشهر احسب التنبؤ للفترة القادمة.

2. ما هي قيم رقم الاعمال المتنبئ بها في الشهر السابع (X₇)، الشهر الثامن (X₈).

$$MM(n) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

1. حساب تنبؤ للفترة القادمة:

$$X_4 = \frac{x_3 + x_2 + x_1}{3} = \frac{35 + 20 + 10}{3} = \frac{65}{3} = 21.66$$

$$X_5 = \frac{x_4 + x_3 + x_2}{3} = \frac{45 + 35 + 20}{3} = \frac{100}{3} = 33.33$$

$$X_6 = \frac{x_5 + x_4 + x_3}{3} = \frac{57 + 45 + 35}{3} = \frac{137}{3} = 45.66$$

2. حساب تنبؤ الشهر السابع (X7)، الشهر الثامن (X8):

$$X_7 = \frac{x_6+x_5+x_4}{3} = \frac{65+57+45}{3} = \frac{167}{3} = 55.66$$

$$X_8 = \frac{x_7+x_6+x_5}{3} = \frac{55.66+65+57}{3} = \frac{177.66}{3} = 59.22$$

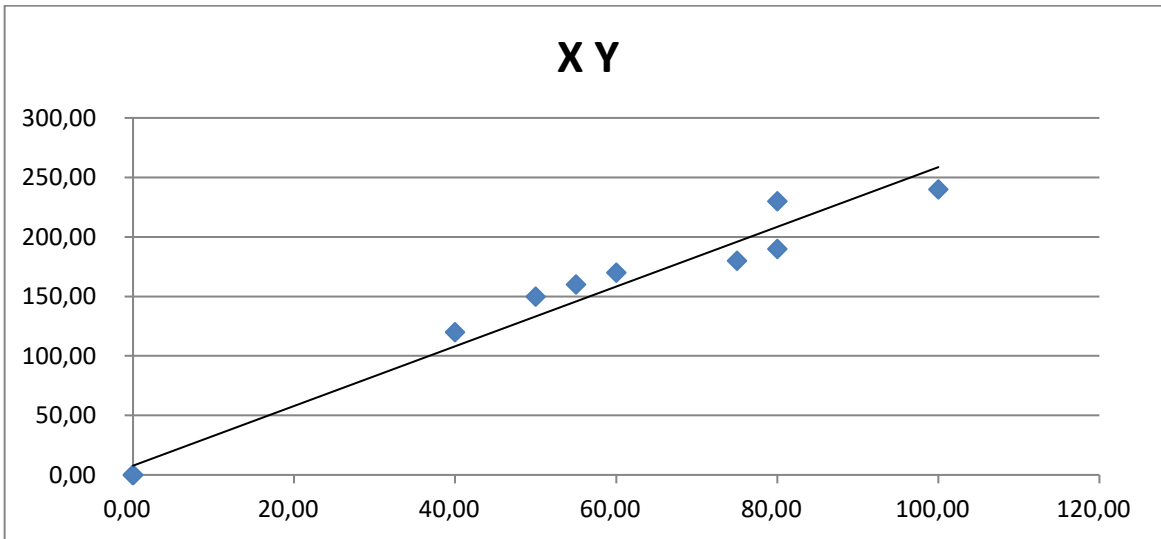
تمارين 03: يمثل الجدول التالي معطيات الدخل السنوي والادخار المناسب لـ 08 عائلات

الدخل (و.ن) X	120	150	160	170	180	190	230	240
الادخار (و.ن) Y	40	50	55	60	75	80	80	100

الاسئلة:

1. حدد العلاقة بين الدخل والادخار؟

الرسم البياني



من خلال الرسم البياني نلاحظ ان سحابة تشتت النقاط تمثل خط مستقيم متزايد ومتقارب النقاط. اذن نستنتج ان هناك علاقة خطية موجبة وقوية ما بين الدخل والادخار. نقوم بالبحث عن المعاملين **a** و **b** لكي نحدد العلاقة رياضيا.

$$\bar{X} = \sum x_i / n = 1440 / 08 = 180$$

$$\bar{Y} = \sum y_i / n = 540 / 08 = 67.5$$

ومن اجل تسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي:

	$X_i - \bar{X}$ (01)	$Y_i - \bar{Y}$ (02)	(01)*(02)	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	-60	-27,5	1650	3600	756,25
2	-30	-17,5	525	900	306,25
3	-20	-12,5	250	400	156,25
4	-10	-7,5	75	100	56,25
5	0	7,5	0	0	56,25
6	10	12,5	125	100	156,25
7	50	12,5	625	2500	156,25
8	60	32,5	1950	3600	1056,25
Somme	0,00	0,00	5 200	11 200	2 700

$$b = 5\,200 / 11\,200 = 0,46$$

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$a = 67,5 - 0,46(180) = -15,3$$

المعادلة الخطية التي تمثل العلاقة ما بين الدخل والادخار هي من الشكل التالي : $Y = -15,3 + 0,46 x$

2. أحسب معامل الارتباط بين المتغيرين؟

$$\hat{b} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$$R^2 = b * \hat{b}$$

$$b' = 5\,200 / 2\,700 = 1,92$$

$$R^2 = 0,46 \times 1,92 = 0,88 \quad r = \sqrt{R^2} = 0,93 = 93\%$$

ومن هنا نستنتج ان العلاقة بين المتغيرين قوية جدا وأما الباقي تمثله عوامل أخرى. اي (1- 0.93 = 0.07 = 7 %).

موضوع 02

تمرين 01: اجب على الاسئلة التالية:

- 1 - اذكر باختصار أهمية دراسة السلاسل الزمنية؟
- الحصول على وصف دقيق للسلسلة الزمنية وانشاء نموذج رياضي للملاحظات.
- التعرف على التغيرات التي تطرأ على السلسلة الزمنية.
- التعرف على اسباب و نتائج هذه التغيرات.
- التعرف على العلاقة وطبيعتها بين الظاهرة ومختلف السلاسل الزمنية الاخرى.
- تفسير سلوك السلسلة الزمنية.
- التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة لاتخاذ أحسن القرارات وقدرة التحكم في سلوك الظاهرة المدروسة.

تمرين 02: إليك السلسلة الزمنية التالية تمثل رقم الأعمال الشهري لمؤسسة.

الشهر	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
رقم الاعمال	70	120	80	200	280	350

المطلوب:

1. باستخدام المتوسط المتحرك لثلاث أشهر احسب التنبؤ للفترة القادمة.
2. ما هي قيم رقم الاعمال المتنبئ بها في الشهر السابع (X₇)، الشهر الثامن (X₈).

$$MM(n) = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

1. حساب تنبؤ للفترة القادمة:

$$X_4 = \frac{x_3 + x_2 + x_1}{3} = \frac{80 + 120 + 70}{3} = 90$$

$$X5 = \frac{x_4+x_3+x_2}{3} = \frac{200+80+120}{3} = 133.33$$

$$X6 = \frac{x_5+x_4+x_3}{3} = \frac{280+200+80}{3} = 186.66$$

2. حساب تنبؤ الشهر السابع و الشهر الثامن

$$X7 = \frac{x_6+x_5+x_4}{3} = \frac{350+280+200}{3} = 276.66$$

$$X8 = \frac{x_7+x_6+x_5}{3} = \frac{276.66+350+280}{3} = 302.22$$

تمارين 03: يمثل الجدول التالي معطيات الدخل والاستهلاك الشهرين المناسب ل 08 عائلات

25	24	20	15	14	12	10	8	الدخل (و.ن) X
45	36	35	32	26	22	20	8	الاستهلاك (و.ن) Y

السؤال: حدد العلاقة بين الدخل والاستهلاك؟

الرسم البياني

من خلال الرسم البياني نلاحظ ان سحابة تشتت النقاط تمثل خط مستقيم متزايد ومتقارب النقاط. اذن نستنتج ان هناك علاقة خطية موجبة وقوية ما بين الدخل والاستهلاك. نقوم بالبحث عن المعاملين a و b لكي نحدد العلاقة رياضيا.

$$\bar{X} = \sum xi / n = 16$$

$$\bar{Y} = \sum yi / n = 28$$

ومن اجل تسهيل عملية الحساب نستعين بالجدول التالي:

	$X - \bar{X}$ (01)	$Y - \bar{Y}$ (02)	(01)*(02)	$(X - \bar{X})^2$
1	-8	-20	160	64
2	-6	-8	48	36
3	-4	-6	24	16
4	-2	-2	4	4
5	-1	4	-4	1
6	4	7	28	16
7	8	8	64	64
8	9	17	153	81
Somme	0,00	0,00	477	282

$$b = 477 / 282 = 1,69$$

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$a = 28 - 1,69 (16) = 0,96$$

$$Y = 0,96 + 1,69 x$$

موضوع 03

تمرين 01: اختر الجواب أو الأجوبة الصحيحة

1. في الانحدار الخطي البسيط، إذا كان معامل التحديد R^2 يساوي -1، فهل تتم محاذاة النقاط؟

لا

✓ نعم

ليس بالضرورة

2. هل يمر خط المربعات الصغرى البسيطة لانحدار بسيط بالنقطة المركزية (\bar{X}, \bar{y})

✓ دائما

أبدا

أحيانا

3. من اجل سلسلة زمنية تتكون من 12 فترة يمكننا حساب

10 متوسطات متحركة بطول 4 فترات

متوسط متحرك واحد بطول 12 فترة

✓ 8 متوسطات متحركة بطول 4 فترات

متوسطين متحركين بطول 11 فترة

4. التنبؤ عن طريق التمهيد الاسي البسيط:

✓ يستعمل في حالة تمهيد سلسلة مستقرة فقط

✓ لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام ولا على المركبة الفصلية

يعطي المشاهدات السابقة اوزانا ذات قيم متساوية

✓ تتناقص اوزان المشاهدات السابقة أسيا بصورة تنابعيه

5. في التمهيد الاسي البسيط يكون ثابت التمهيد λ :

دو قيمة محصورة ما بين 0 و 1 ✓

دو قيمة محصورة ما بين 0.05 و 0.30

✓ كلما كانت λ كبيرة كان التمهيد ضعيفا

6. علق على كل من العلاقات التالية بين x و y :

علاقة خطية موجبة	$Y = a + b x$
علاقة خطية موجبة	$Y = - a + b x$
علاقة خطية سالبة	$Y = a - b x$
علاقة خطية سالبة	$Y = - a - b x$

تمرين 02: إذا كانت العلاقة بين x و y خطية وبسيطة، مع العلم أن عدد المشاهدات هو 20 وعلمنا ان:

$$\sum(X - \bar{X})^2 = 10.97$$

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$\sum(Y_i - \bar{Y})^2 = 2.24$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$\sum(X - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 3.77$$

$$4.53 = \bar{X}$$

$$\bar{Y} = 8.65$$

1. حدد معادلة الانحدار الذي تم الحصول عليه بطريقة المربعات الصغرى

$$b = 3.77 / 10.97 = 0.34$$

$$a = 8.65 - 0.34 (4.53) = 7.11 \longrightarrow y = 7.11 + 0.34 x$$

$$R^2 = b * \hat{b} \quad \hat{b} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

2. احسب معامل التحديد R^2

$$b = 3.77 / 2.24 = 1.68$$

$$R^2 = 0.34 \times 1.68 = 0.57$$

3. احسب القيمة المتوقعة ل y إذا كانت $x = 40$

$$y = 7.11 + 0.34 (40) = 20.71$$

$$e = 2cov(r)$$

$$Cov(r) = \sqrt{(1 - R^2) \frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{n - 2}}$$

$$e = 2 \sqrt{(1 - 0.57)2.24 / 20 - 2} = 0.44$$

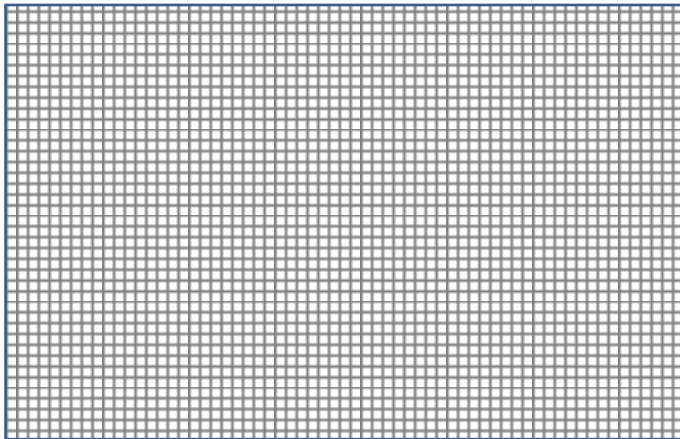
$$Y'P = [Y'p - e, Y'p + e] 95\%$$

$$Y'_{40} = [20.71 - 0.44, 20.71 + 0.44] 95\%$$

$$Y'_{40} = [20.27, 21.15] 95\%$$

تمرين 03: الجدول التالي يمثل قيم متغيرات x و y من عينة تشمل 8 مشاهدات:

5	4	3	2.7	2.5	2.5	1.5	1.3	x_i
1	2	3	4.7	4.5	3.5	3.5	2.3	y_i



1. ارسم تشتت النقاط

2. ما نوع العلاقة ما بين x و y ؟ بعد رسم تشتت النقاط يتبين ان العلاقة هي لا خطية

3. احسب المعدلات الحسابية ل x_i و y_i ؟

$$\bar{X} = \sum xi / n = 22.5 / 8 = 2.81$$

$$\bar{Y} = \sum yi / n = 24.5 / 8 = 3.06$$

4. ادا كانت العلاقة التي تربط x ب y هي :

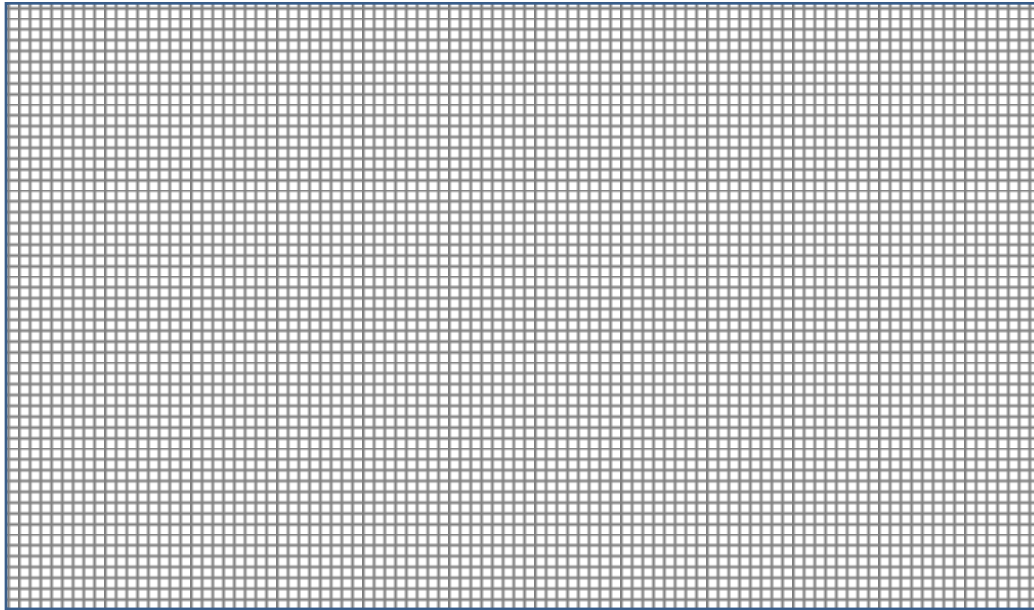
$$y = - 0.572 x + 4.6711$$

ارسم خط التعديل عن طريق المربعات الصغرى؟

تمرين 04: الجدول التالي يمثل قيم متغيرات x و y من عينة تشمل 12 مشاهدات:

12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01	X_i
12	17	15	12	12	15	14	11	11	13	12	10	Y_i

1. مثل بيانها هذه السلسلة الزمنية؟



2. حسب شكل المنحنى ما هو أساس التحرك الذي يمكن به حساب المتوسطات المتحركة البسيطة؟

الأساس الذي يمكن الحساب به هو 4

3. باستعمال هذا الأساس احسب قيمة تنبؤ الفترة 13 والفترة 14 و 15:

$$MM (n) = \frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}$$

$$X_{13} = \frac{x_{12} + x_{11} + x_{10} + x_9}{4} = \frac{12 + 17 + 15 + 12}{4} = 14$$

$$X_{14} = \frac{x_{13} + x_{12} + x_{11} + x_{10}}{4} = \frac{14 + 12 + 17 + 15}{4} = 14.5$$

$$X_{15} = \frac{x_{14} + x_{13} + x_{12} + x_{11}}{4} = \frac{14.5 + 14 + 12 + 17}{4} = 14.87$$

موضوع 04

تمرين 01

اجب على الاسئلة التالية:

1- في بضعة أسطر بين اهمية استعمال نماذج التنبؤ في المؤسسات الاقتصادية؟

2- قارن بين الطرق الكيفية والطرق الكمية التي تعتمد عليها عملية التنبؤ؟

تمرين 02

تستعمل مؤسسة زراعية لإنتاج القمح (y) كميات من الأسمدة (x) قصد تحسين إنتاجها.

يمثل الجدول التالي المعطيات الخاصة بتغير الكميات المنتجة من القمح حسب تغير كميات الأسمدة المستعملة

70	60	52	46	40	36	25	20	16	12	06	X_i
100	86	80	72	65	60	55	50	45	40	20	Y_i

الأسئلة:

1- حدد العلاقة التي تربط كمية إنتاج القمح بكمية الأسمدة المستعملة؟

2- أحسب معامل الارتباط بين المتغيرين؟

3- إذا إستعملت كمية 80 وحدة من الأسمدة فكم سيكون تنبؤ إنتاج القمح؟

الحل :

1- في بضعة أسطر بين أهمية استعمال نماذج التنبؤ في المؤسسات الاقتصادية؟

تعيش المؤسسة الاقتصادية في بيئة تتميز بالديناميكية هذا ما يستوجب استعمال تقنيات خاصة لاتخاذ قراراتها، ومن هنا تبرز أهمية ودور التنبؤ والمتمثلة في:

- تمكين التخطيط ووضع الافتراضات الممكنة حول احداث وظواهر مستقبلية، وبالتالي تساهم بقدر كبير في اتخاذ القرارات وترقب اثارها مستقبلا.

- تمكين معرفة احتياجات المؤسسة في المدى القصير والمتوسط.

- المساهمة في الحد من المخاطر التي قد تواجه المؤسسة.

- دراسة الظواهر الاقتصادية بمختلف الاساليب وتحليلها لاكتشاف طبيعتها وعواملها المحددة وتأثير هذه العوامل عليها من خلال:

جمع أكبر قدر من البيانات والمعلومات حول سلوك الظاهرة المدروسة والعوامل المؤثرة فيها ومدى قوة ذلك.

اكتشاف القوانين والعلاقات التي تتحكم في سلوك هذه الظاهرة.

استخدام المعلومات والقوانين والمفاهيم والعلاقات لتوجيه سلوك الظاهرة لمصلحة البشر.

2- قارن بين الطرق الكيفية والطرق الكمية التي تعتمدها عملية التنبؤ؟

يعتمد معيار التنبؤ على اسلوبين كمي ونوعي، فالأسلوب النوعي يضم بدوره مجموعة من الطرق تقوم على الخبرة والرأي الشخصي داخل المؤسسة وخارجها وحسب المستوى الهرمي للقرارات ومنها نجد: الحدس والخبرة - طريقة الدلفي.

من مزاياها انها تساهم في الاستفادة من اراء مجموعة كبيرة من الخبراء المختصين، انخفاض التكلفة المادية نتيجة تبادل الآراء عن طريق المراسلة، الانفراد والحيادية وعدم التأثير نتيجة لعدم الاجتماع ومن عيوبها انها تستغرق فترة زمنية طويلة في عملية اتخاذ القرارات.

اما الاسلوب الكمي يعتمد على الاساليب والطرق الاحصائية ويضم ما يلي: التنبؤ باستخدام الاقتصاد القياسي - التنبؤ باستخدام السلاسل الزمنية.

تمرين 02

تستعمل مؤسسة زراعية لإنتاج القمح (y) كميات من الأسمدة (x) قصد تحسين إنتاجها.

يمثل الجدول التالي المعطيات الخاصة بتغير الكميات المنتجة من القمح حسب تغير كميات الأسمدة المستعملة

70	60	52	46	40	36	25	20	16	12	06	X_i
100	86	80	72	65	60	55	50	45	40	20	Y_i

الحل:

1 - حدد العلاقة التي تربط كمية إنتاج القمح بكمية الأسمدة المستعملة؟

	$X*Y$	X'^2	$X-\bar{X} \dots$ (01)	$Y-\bar{Y} \dots$ (02)	(01)*(02)	$(X-\bar{X})^2$	Y'^2	$(Y-\bar{Y})^2$
1	120	36	-28,82	-41,18	1 186,79	830,49	400	1 695,94
2	480	144	-22,82	-21,18	483,33	520,67	1 600	448,67
3	720	256	-18,82	-16,18	304,51	354,12	2 025	261,85
4	1 000	400	-14,82	-11,18	165,69	219,58	2 500	125,03
5	1 375	625	-9,82	-6,18	60,69	96,40	3 025	38,21
6	2 160	1 296	1,18	-1,18	-1,40	1,40	3 600	1,40
7	2 600	1 600	5,18	3,82	19,79	26,85	4 225	14,58
8	3 312	2 116	11,18	10,82	120,97	125,03	5 184	117,03
9	4 160	2 704	17,18	18,82	323,33	295,21	6 400	354,12
10	5 160	3 600	25,18	24,82	624,97	634,12	7 396	615,94
11	7 000	4 900	35,18	38,82	1 365,69	1 237,76	10 000	1 506,85
Total	28 087	17 677	0,00	0,00	4 654,36	4 341,64	46 355	5 179,64

$$\bar{X} = \sum xi / n = 34,82$$

$$\bar{Y} = \sum yi / n = 61,18$$

الطريقة الاولى

$$b = \frac{\sum(XY - n\bar{X}\bar{Y})}{\sum(X^2 - n\bar{X}^2)} \quad b = 1,0720$$

الطريقة الثانية

$$b = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(X - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \quad a = 23,8557$$

$$F(X) = a + bX \quad y = 23.85 + 1.072x$$

2- أحسب معامل الارتباط بين المتغيرين؟

$$R^2 = b * \hat{b} \quad r = \sqrt{R^2}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum(XY - n\bar{X}\bar{Y})}{\sum(Y^2 - n\bar{Y}^2)}$$

$$b' = 0,8986$$

$$\hat{b} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$$R^2 = b * \hat{b}$$

$$R^2 = 0,9633 \quad r = 0,9815$$

بما ان r أكبر من 0.75 فان العلاقة قوية ما بين كمية القمح المنتج و كمية الاسمدة المستعملة.

3- إذا استعملت كمية 80 وحدة من الأسمدة فكم سيكون تنبؤ إنتاج القمح؟

$$y = 23.85 + 1.072(80)$$

$$y = 23.85 + 85.76 = 109.61 \text{ u}$$

اذا استعملت كمية 80 وحدة من الاسمدة فيكون تنبؤ إنتاج القمح بثقة 95 % كما يلي:

$$[109.61 + e, 109.61 - e]$$

$$e = 2 \sqrt{(1-R^2) \sum (y - \hat{y})^2 / n - 2}$$

$$2 \sqrt{(1-0.96) (5\ 179,64) / 11 - 2}$$

$$2 \sqrt{207.18/9} = 2 \sqrt{23.02} = 2 \times 4.79$$

$$e = 9.58$$

$$[109.61 + 9.58, 109.61 - 9.58]$$

$$[119.19, 100.03]$$

قائمة المراجع

- جلاطو جيلالي، الإحصاء التطبيقي مع تمارين و مسائل محلولة الطبعة الأولى، دار الخلدونية، الجزائر، 2007
- فروخي جمال، نظرية الاقتصاد القياسي سلسلة في دروس الاقتصاد، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994
- محمد صالح تركي القريشي، مقدمة في الاقتصاد القياسي، الطبعة الأولى، الوراق للنشر والتوزيع عمان-الأردن، 2004
- مكيد علي، الاقتصاد القياسي (دروس ومسائل محلولة)، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2011
- مولود حشمان، السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى، الطبعة الثالثة منقحة ومزودة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010.
- وليد اسماعيل السيفو وآخرون، أساسيات الاقتصاد التحليلي، الأهمية للنشر والتوزيع، الأردن، 2006،
- Guy Melard, "Méthode De Prévision A Court Terme", Edition de l'université de Bruxel, 1990.
- G. Gourigoux, Amonfort, «Série Temporelles Et Modèles Dynamique» , 2eme Edition ed ECONOMICA, Paris, 1995.
- Guy Mélard, «Méthodes de prévision à court terme», Editions de l'Université de Bruxelles, 1990.
- Hatem Fabrice, Cazes Bernard et Roubelat Fabrice, «La prospective, pratiques et méthodes», Economica, 1993.
- Lardic Sandrine et Valérie Mignon, «Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financières», Economica, 2002.
- Régis Bourbonnais et Michel Tirraza, "Analyse Des Séries Temporelle En Economiques", PUF, 1998.

- Walter Enders, «Applied econometric time series», Wiley series, 1995.

الخلاصة

إن تضاعف القيود البيئية، وضغط المخاطرة، وتنوع الشركاء والمتعاملين يجعل عملية صنع القرار صعبة للغاية. وبالتالي، فإن الأمر يتعلق بمعرفة كيفية اتخاذ القرار الصائب واختيار الطرق المناسبة لمختلف سياقات الحياة (الاجتماعية، والاقتصادية، والسياسية، وما إلى ذلك).

فأخذت التوقعات دورًا مهمًا وبشكل متزايد في تفسير الوضع الاقتصادي، وفي هذا الصدد لظالما حاول متخذي القرار الاستعانة بالعديد من النماذج الرياضية لإضفاء الطابع الرسمي عليها ودمجها في التحليلات وباحتمالات خطأ في حدودها الدنيا، لا سيما في مجال السياسة الاقتصادية.

تعتبر نماذج التنبؤ وسائل جد مهمة تساعدنا في فهم الواقع المعقد وتبسيطه لمواجهة المستقبل من خلال اتخاذ القرارات المناسبة. لكن تبقى دائما هذه الوسائل محدودة من حيث دقتها وارتباطها بمحيط ديناميكي وغير مؤكد هذا ما يستدعي البحث دائما على طرق جديدة تواكب التحولات باعتماد الخبرة والموهبة.

Résumé

Les anticipations ont pris une part de plus en plus importante dans l'explication de la conjoncture économique et de nombreux modèles économiques tentent de les formaliser et de les intégrer dans les analyses, notamment dans le domaine de la politique économique.

En fonction de la décision et de son type, des modèles permettant de simplifier une réalité trop complexe existent. Le but est de mettre en évidence les aspects de la réalité les plus importants pour l'analyse, et grâce au modèle, d'obtenir une meilleure compréhension et une bonne description de la réalité qu'ils représentent.

La multiplication des contraintes environnementales, la pression de l'urgence, la diversité des partenaires et acteurs rendent difficiles la prise de décision. Il s'agit donc de savoir comment rationaliser et objectiver par des méthodes concrètes, les choix les plus adaptés dans les différents contextes de la vie (sociale, économique, politique...etc).

قائمة المواضيع الموجهة للبحث

قائمة المواضيع الموجهة للبحث Liste des exposés

يطلب من كل طالب اختيار أحد المواضيع التالية لتقديم بحث حول الموضوع المختار، وهذا بعد التطرق الى جزء من هذه المواضيع من خلال المحاضرات وحصص الاعمال الموجهة بهدف التوسع في الموضوع وتنمية مفاهيمه، وكذا تمرينه على عملية البحث وتنقية المعلومات وفرزها لتقديمها في شكل يراعي معايير البحث العلمي.

المواضيع:

- 1- ماهية التنبؤ وأهميته
- 2- أنواع التنبؤ
- 3- خطوات التنبؤ
- 4- علاقة التنبؤ بالتخطيط
- 5- نماذج التنبؤ الكمية
- 6- نماذج التنبؤ النوعية
- 7- الهدف من دراسة السلاسل الزمنية
- 8- مركبات السلسلة الزمنية
- 9- طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية
- 10- مفهوم العلاقة والارتباط
- 11- طرق التنبؤ قصير المدى (بصفة عامة دون التوسع في الطرق)
- 12- طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة في التنبؤ
- 13- طريقة المتوسطات المتحركة من الدرجة الثانية في التنبؤ

14- تمهيد أسّي من الدرجة الأولى أي البسيط.

15- تمهيد أسّي من الدرجة الثانية أي المزدوج.

16- طريقة هولت-وينترز «Holt-Winters»

« Modèles de prévision »

Description du cours :

Dans ce polycopié, nous discutons de certains modèles utilisés dans le processus de prévision, ce qui peut aider l'étudiant à acquérir des compétences pour déterminer la méthode appropriée en fonction de la situation pour ce qui doit être prévu et interpréter les résultats, puis faire la décision appropriée.

Ce cours, nécessite quelques prérequis pour que l'étudiant puisse comprendre avec aisance. Il est nécessaire de comprendre quelques connaissances liées aux statistiques descriptives (présentation tabulaire et graphique, mesures de dispersion, mesures de forme...) ainsi que des connaissances mathématiques.

Objectifs : Simplifier les différents concepts afin que l'étudiant puisse les comprendre sans difficulté en reliant ces connaissances à des exemples appliqués qui l'aideront à acquérir des compétences pour déterminer la méthode appropriée en fonction de la situation et être en mesure de prédire les valeurs futures et de s'exercer à analyser les résultats.

« Forecasting models »

Course description:

In this course material, we discuss some models used in the forecasting process, which can help the student acquire skills to determine the appropriate method based on the situation for what needs to be forecasted and interpret the results, and then make the appropriate decision.

This course requires some prerequisites for students to understand it with ease. It is necessary to have an understanding of descriptive statistics (tabular and graphical presentation, measures of dispersion, measures of shape...) as well as mathematical knowledge.

Goals: Simplify the different concepts so that the student can understand them without difficulty by linking this knowledge with applied examples that will help him to acquire skills to determine the appropriate method according to the situation and to be able to predict future values and practice analysing the results.

" نماذج التنبؤ "

وصف المحاضرة:

نتطرق في هذا المقياس الى بعض النماذج التي تستعمل في عملية التنبؤ والتي قد تفيد الطالب في اكتساب مهارات في تحديد الأسلوب الملائم حسب الحالة المطلوب التنبؤ بها وهذا بالتعرف على بعض الطرق والأساليب المعتمدة في ذلك، كيفية جمع وعرض وتحليل المعطيات، التنبؤ بقيم الظاهرة المدروسة وفق شروط معينة وتفسير النتائج ثم اتخاذ القرار المناسب.

يتطلب هذا المقياس كغيره من المقاييس الى بعض المكتسبات المسبقة حتى يتمكن الطالب من فهمه بكل سهولة، فلا بد من إدراك بعض المعارف المتعلقة بالإحصاء الوصفي (العرض الجدولي والبياني، مقاييس التشتت، مقاييس الشكل...) وكذلك معارف رياضية.

الأهداف: تبسيط مختلف المفاهيم حتى يتسنى للطالب فهمها بدون صعوبة وذلك بربط هذه المعارف بأمثلة تطبيقية تفيد في اكتساب مهارات في تحديد الأسلوب الملائم حسب الحالة والتمكن من التنبؤ بقيم مستقبلية والتدريب على تحليل النتائج.