

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université d'Oran2

Faculté des Sciences de la Terre et de l'Univers

MEMOIRE

pour l'obtention du diplôme de Master 2
En géographie et l'Aménagement du territoire

Thème

Différentes transformations
et projections en
Géomatique.
*Application à
l'aménagement de Territoire.*

Présenté par: Mlle. TOUMI Meriem
Mlle. MENETH Imene

Soutenu le 13/07/2021, devant le jury composé de:

- M. SOUIAH Sid-Ahmed / Maître de Conférences A / Président

- M. ALLAL Nadir / Maître Assistant A / Examineur

- M. GOURINE Bachir / Directeur de Recherche / Encadreur

2020/2021

Dédicace

Mille mercis, A Maman,

qui m'a donné toujours le courage, l'amour ...

Papa qui m'a appris à être fort

Toutes mes pensées vont à mes frères

A toi Farid et Azzedine,

Et mes chères sœurs

A toi Houhou, Souad, Dalila et Yasmine

J'ai arrivé ...pour vous...Rabi ykhalikom lia....

A toi aussi mes chères amis Imene, Amina, Soumia, Manel

A mon bras droit Abdelouahab Mebarkia ...

A mon ange qu'il m'a éclairé la vie...

À vous Bounouala Walid

A tout mes amis de promotion 2020 - 2024 sans exception ...

A tous personne qui pensent a moi...

Mlle. TOUMI Meriem

Dédicace

« A toute ma famille »

“Et surtout mes parents ”

Thank you to all who helped me get through this journey

MENETH IMENE

Remerciement

J'adresse toute mon gratitude à ALLAH tout puissant, qui m'a donné la force, le courage et la patience d'accomplir toutes ces années d'études.

A Mr B.GOURINE, que j'exprime toute ma gratitude pour l'encadrement que vous m'avez assuré.

A,

Mes sincères remerciements s'adressent à l'ensemble de mes professeurs, chacun de son nom, au Mr Z.GHAFFOUR le directeur de l'établissement privé de formation professionnelle « TAOUFIK », qui m'ont offert

une vive reconnaissance s'impose pour ceux qui ont su me guider et m'éclairer de leurs éminents conseils tout au long de ce travail,

Je remercie par la même occasion, les membres du jury de nous avoir fait honneur en acceptant de juger notre travail.

Je tiens aussi à exprimer notre gratitude :

A Mme F. GOURINE la chef du département Géographie et Aménagement de territoire, pour leur

contribution dans notre cursus.

A mes amis collègues et frères qui ont été présents tout au long de mon parcours. A toutes les personnes ayant, de près ou de loin participé à l'aboutissement de ce travail.

Mlle. TOUMI Meriem

Remerciement

Je remercie dieu le tout puissant de m'avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire. Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de Mr GOURINE Bachir, je le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant ma préparation de ce mémoire, sans oublier madame GOURINE Farida pour ses orientations, Je les remercie qui m'ont aidé dans mes recherches.

Mes profonds remerciements à toutes les personnes qui m'ont aidés et soutenue de près ou de loin.

MENETH IMENE

Résumé

Dans les applications géomatiques, les données sont, généralement, de sources hétérogènes. Par conséquent, il est nécessaire d'unifier le système de référence sur lequel seront exprimées ces données et de désigner le plan cartographique pour la représentation des phénomènes à étudier.

L'objectif du présent travail est d'élaborer une méthodologie de calcul pour la transformation entre systèmes géodésiques et pour les projections cartographiques, dans le domaine de l'aménagement de territoire. Le but recherché, consistait à établir un programme Matlab dénommé *Tranf_Proj*, permettant d'effectuer des transformations 3D entre systèmes géodésiques (global WGS-84 et local national NS-59), par les méthodes de Molodensky Badekas, Bursa Wolf et la transformation géocentrique, et d'exécuter la projection cartographique (UTM, Lambert) des réseaux géodésiques.

Les tests de l'application ont porté sur trois (03) régions d'étude: Région d'Oran (20 x 15 km²), région de Constantine (35 x 20 km²) et le Nord de l'Algérie (1090 x 500 km²). Les deux premières sont à grandes échelles et la troisième est à petite échelle.

D'après les résultats des méthodes de Molodensky Badekas, Bursa Wolf et la transformation géocentrique, les valeurs de transformation varient d'une région à une autre et la précision sur ces paramètres décroît, en passant d'une zone restreinte à une zone étendue. En effet, la déviation standard des paramètres, était de l'ordre centimétrique et décimétrique, pour les zones d'Oran et de Constantine, respectivement. Cependant, elle était de l'ordre métrique pour la région du Nord de l'Algérie.

Ces résultats préliminaires montrent qu'il est nécessaire de considérer un zonage de notre territoire, c.-à-d., déterminer ces paramètres de transformation selon des zones restreintes (à grande échelle) afin d'assurer une qualité centimétrique des coordonnées transformées.

En outre, les projections cartographiques suivant Lambert et UTM se font avec une grande précision et dépendent du système géodésique utilisé.

Les mots clés : Transformation, Projection, WGS-84, NS-59, Molodensky Badekas, Bursa Wolf.

Abstract

In geomatics applications, data is generally from heterogeneous sources. Therefore, it is necessary to unify the reference system on which these data will be expressed and to select the cartographic map for the representation of the phenomena to be studied.

The objective of this work is to develop a methodology for the transformation between geodetic systems and for cartographic projections, in the field of spatial planning. The aim was to establish a Matlab program called Tranf_Proj, in order to perform 3D transformations between geodetic systems (global WGS-84 and local national NS-59), by the methods of MolodenskyBadekas, Bursa Wolf and geocentric transformation, and to carry out the cartographic projection (UTM, Lambert) of the geodetic networks.

The tests of the application focused on three (03) study regions: Oran region (20 x 15 km²), Constantine region (35 x 20 km²) and the North of Algeria (1090 x 500 km²).

According to the results of MolodenskyBadekas, Bursa Wolf and the geocentric transformation methods, the transformation values vary from a region to another and the precision on these parameters decreases, going from a small area to a large area. Indeed, the standard deviation of the parameters was at centimetre and decimetre levels, for the Oran and Constantine zones, respectively. However, it was of the metric order for the northern region of Algeria.

These preliminary results show that it is necessary to consider a zoning of our territory, i.e., to determine these transformation parameters according to restricted zones (on a large scale) in order to ensure a centimetric accuracy of the transformed coordinates.

In addition, the cartographic projections according to Lambert and UTM are done with great precision and depend on the geodetic system used.

Keywords: Transformation, Projection, WGS-84, NS-59, MolodenskyBadekas, Bursa Wolf.

Sigles et abréviations

AMS	: Army Map Service
CNTS	: Centre Nationale des Techniques Spéciale
CRAAG	: Centre de Recherche en Astronomie Astrophysique et Géophysique
CTP	: Conventionnel Terrestrial Pole
DMA	: Defense Mapping Agency
ED50	: European Datum 1950
EGNOS	: European Geostationary Navigation Overlay Service
DEM	: Digital Elevation Model
GPS	: Global Positioning System
GRS 80	: Gravity Reference System (1980)
EPSG	: European Petroleum Survey Group
ESRI	: Environmental Systems Research Institute
GIS	: Geographic Information System
IGN	: Institut Géographique Militaire
INCT	: Institut National de Cartographie et de Télédétection (Algérie)
NIMA	: National Imagery and Mapping Agency
UTM	: Universal Transverse Mercator
WGS84	: World Géodésique System (1984)

Lexique des principales variables

X, Y, Z : Coordonnées cartésiennes géocentriques .

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: Différences de coordonnées cartésiennes.

λ, φ : Coordonnées géographiques.

$\Delta\lambda ; \Delta\varphi$: Différences de coordonnées géographiques.

he : Hauteur ellipsoïdique.

a : Demi – grand axe de l’ellipsoïde.

b : Demi petit axe de l’ellipsoïde.

e : Excentricité.

F : Aplatissement.

ρ : Rayon de courbure

T_x, T_y, T_z : Translations

E_x, E_y, E_z : Rotations

K : Facteur d’échelle

Δk : Variation du facteur d’échelle

az : Azimut

λ_{NS} : Longitude Nord Sahara

λ_{ED50} : Longitude Europe 50

ϵ_{NS} : Latitude isométrique Nord Sahara

ϵ_{ED50} : Longitude Isométrique Europe 50

G : Constante de gravitation universelle

M : Masse de la terre

W : Vitesse de rotation de la terre

r, θ, λ : Coordonnées sphériques

H : Altitude orthométrique

N : Ondulation de géoïde

Chapitre 1

I.2. Surfaces de référence	3
I.2.1 Géoïde	3
I.2.2 Ellipsoïde de révolution	4
I.3. Systèmes de coordonnées.....	7
I.3.1 Système géocentrique.....	7
I.3.2. Système géographique	7
I.3.3 Système Cartographique	9
I.4 Conclusions.....	11

Chapitre 2

II.1. Historique sur le Réseau Géodésique National.....	13
II.2 Généralités [Reyt, 1960]	13
II. 3 Chaînes primordiales du réseau Algérien	14
Le système géodésique VOIROL 1875.....	15
Valeur du réseau :	16
Réfection du parallèle Nord Algérie par l'IGN (1955) :.....	16
I.1.4 Le système NORD SAHARA (1959)	16
I.1.5 Travaux de l'Institut National de Cartographie et de Télédétection [INCT, 2001].....	17
Nivellement:	20
II.2. Etat actuel du réseau géodésique national "Nord Sahara 1959"	21
II.3. Système de positionnement par satellite GPS	22
II.1Le referential WGS 84 (World Geodetic System 1984).....	22
II.3.2.Les valeurs numériques du système WGS-84	23
II.3.3. Les Caractéristiques de WGS 84.....	24

Chapitre 3

III.1 La Représentation Plane de Lambert.....	26
III.1.2 Définition et propriétés.....	27
III.1.3 Expression des coordonnées cartésiennes planes	28

III.1.4 Passage des coordonnées (R, Ω) aux coordonnées (x, y)	29
III.1.5 Passage des coordonnées (x, y) aux coordonnées (R, Ω)	29
III.1.6 La projection Lambert en Algérie.....	30
III.2 Projection de Mercator transverse.....	31
III.2.1 Définition et propriétés.....	31
III.2.2 Détermination des coordonnées UTM.....	32
III.2.2.1 Calcul Direct : coordonnées de projection.....	32
III.2.2.2 Calcul Inverse : coordonnées géographiques	35
III.2.2.3. Le Module linéaire.....	37
III.2.2.4. Convergence des méridiens.....	37
II.3 La projection UTM en Algérie	38

Chapitre 4

IV.1 Introduction	40
IV.2 Définition de transformation entre systèmes de référence	41
IV.3 Types de transformation entre systèmes de référence.....	42
IV.3.1 Transformation bidimensionnelle (2D).....	42
a. La transformation conforme :.....	42
b. La transformation affine.....	42
c. La transformation polynomiale	43
IV.3.2 Transformation tridimensionnelle (3D)	44
IV.4 Modèles de transformation 3D.....	46
IV.4.1 Modèle cartésien de Bursa Wolf.....	46
IV.4.2 Modèle cartésien de MolodenskyBadekas	47
IV.4.3 Modèle cartésien de Veis.....	48
IV.4.4 Modèle géographique de Molodensky	48
IV.4.5 Géocentrique	49
IV.4.6 Transformation polynomiale.....	49
Conclusion :.....	51

Chapitre 5

V.1 Introduction	53
V.2. Programme réalisé : Transf_Proj.....	53

V.3. Zone d'étude	54
V.3 Résultats relatifs aux transformations	57
V.3.1 Résultats de la méthode de MolodenskyBadekasà 07 paramètres.....	57
V.3.2 Résultats de la méthode de Bursa Wolfà 07 paramètres	59
V.3.3 Résultats de la transformation Géocentrique à 03 paramètres	60
V.3 Résultats relatifs aux projections UTM et Lambert	63
V.3.1 Résultats de la Région d'Oran	63
V.3.1 Résultats de la Région de Constantine.....	63
V.3.1 Résultats de la Région du Nord d'Algérie.....	65

LISTE DES FIGURES

Figure I.1: Ellipsoïde et Géoïde	3
Figure I.2 : Ellipsoïde de révolution	4
Figure I. 3 Relation entre les surfaces de l'ellipsoïde et du géoïde	6
Figure I.4 : Système Géocentrique Cartésien.....	7
Figure I.5 : Système de coordonnées géographiques	8
Figure I.6 : Types de projections cartographiques	10

FigureII.1: La triangulation géodésique de la l'Algérie et de la Tunisie de 1902.	15
FigureII.2: Décalages entre les latitudes du système Europe 50 et les latitudes correspondantes du Figure II. 3: Décalages des systèmes Merchich (Marroc) et Cartage (Tunisie) par rapport au système Nord-Sahara.	18
FigureII.4: Système des coordonnées WGS84.....	23
Figure II.5 : (a) Ellipsoïde de référence de WGS-84 (b) position des deux ellipsoïdes de NS-59 et WGS-84.....	24

Figure III.1: Représentation conique de Lambert	28
--	----

Figure III.2 : Interprétation géométrique	29
Figure III.3: Images des parallèles et des méridiens.....	30
Figure III.4 : Le Repère origine de la projection Lambert.....	30
Figure III.5 : Projection Lambert en Algérie.	32
Figure III.6: Représentation géométrique de la projection UTM	35
Figure III.7: Passage de (X, Y) à (φ, λ)	37

Figure IV.1 : Schéma de transformations géométriques entre systèmes.....	43
Figure IV.2 : Deux repères 3d.....	44
Figure IV.3: (a) Transformation conforme (b)Transformation affine.....	45
Figure IV.4: Modèle de transformation polynomiale.....	45
Figure IV.5 : Représentation géométrique du modèle de Bursa Wolf.	48
Figure IV.6 : Représentation géométrique du modèle de MolodenskyBadekas.	49

Figure IV.1 : Schéma de transformations géométriques entre systèmes.....	43
Figure IV.2 : Deux repères 3d.....	44
Figure IV.3: (a) Transformation conforme (b)Transformation affine.....	45
Figure IV.4: Modèle de transformation polynomiale.....	45
Figure IV.5 : Représentation géométrique du modèle de Bursa Wolf.	48
Figure IV.6 : Représentation géométrique du modèle de MolodenskyBadekas.	49

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1: Paramètres de l'ellipsoïde de Clarke 1880.	5
Tableau I.2: Caractéristiques de quelques ellipsoïdes de référence.	5
Tableau I.3 : Les sept (07) paramètres de passage entre systèmes géodésiques utilisées en France.	6
Tableau I.4 : Coordonnées géographiques suivant les systèmes géodésiques employés.....	8

Tableau II.1: Les caractéristiques des systèmes géodésiques utilisés en Algérie.....	14
Tableau II.2: Paramètres définissant l'ellipsoïde Clarke 1880 modifié	17
Géodésie primordiale:	19
Géodésie de détail:	19
Tableau II.4: Lignes de nivellement observées annuellement.....	21
Tableau III.1: Constantes de la projection Lambert Nord et Lambert Sud, en Algérie.....	32
Tableau III.2: Constantes de la projection UTM en Algérie.	39
Tableau V.1 : Coordonnées géographiques des points doubles suivant WGS-84 et NS-59, de la région d'Oran.....	57
Tableau V.2 : Coordonnées géographiques des points doubles suivant WGS-84 et NS-59, de la région de Constantine	58
Tableau V.3 : Coordonnées géographiques des points doubles suivant WGS-84 et NS-59, de la région du Nord de l'Algérie.....	59
Tableau V.4 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – région d'Oran.	60
Tableau V.5 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – région de Constantine.....	60
Tableau V.7 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – région d'Oran.	61
Tableau V.8 :Résultats de la méthode de Bursa Wolf – région de Constantine.....	62
Tableau V.9 :Résultats de la méthode de Bursa Wolf – Nord de l'Algérie.	62
Tableau V.10 :Résultats de la transformation géocentrique – Région d'Oran.....	62
Tableau V.11 : Résultats de la transformation géocentrique– Région de Constantine.	63
Tableau V.12 : Résultats de la transformation géocentrique– Nord de l'Algérie	63
Tableau V.13 :Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59et VLU/NS-59 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/NS-59, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/NS-59 - Cas de la région d'Oran.....	65

Tableau V.14 : Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et VLU/NS-59 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/NS-59, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/NS-59 - Cas de la région de Constantine.	66
Tableau V.15 : Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et VLU/NS-59 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/NS-59, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/NS-59 - Cas de la région du Nord de l'Algérie.....	67
Tableau V.16 : Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/WGS-84 et VLU/WGS-84 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/WGS-84, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/WGS-84 - Cas de la région du Nord de l'Algérie.	68

Introduction Générale

Actuellement, les applications des systèmes de référence, notamment les systèmes spatiaux, connaissent un grand développement et un grand essor dans divers domaines des géosciences. Parmi ces systèmes, le GPS, qui est devenu incontournable dans la localisation, le positionnement et la navigation. Les résultats sont exprimés en coordonnées tridimensionnelles (longitude, latitude, hauteur ellipsoïdale), dans un système de référence géocentrique mondial appelé WGS-84 (World Geodetic System 1984).

Chaque pays possède sa propre référence géodésique ; adaptée à son territoire et à son étendue. Ces références géodésiques, sont des systèmes locaux non géocentriques, dans la plupart. Il existe donc des transformations géométriques qui permettent de passer d'un système à un autre.

Pour le cas de notre pays, la transformation des données GPS dans le système Nord Sahara 1959 se pose en général pour les grandes étendues. Le manque d'information sur la hauteur du géoïde relatif à l'ellipsoïde astro-géodésique Clarke 1880, altère considérablement la précision des coordonnées (planimétrie et altimétrie).

Dans les applications géomatiques, les données sont, généralement, de sources hétérogènes. Par conséquent, il est nécessaire d'unifier le système de référence sur lequel seront exprimées ces données et de désigner le plan cartographique pour la représentation des phénomènes à étudier.

C'est dans ce contexte, que s'inscrit la thématique du sujet de ce présent mémoire dont l'objectif consiste, d'une part, à une recherche bibliographique sur le système géodésique national (Nord Sahara 1959) et les projections afférentes et de l'autre part, à élaborer une méthodologie pour la transformation entre systèmes géodésiques de référence et pour les projections cartographiques, dans le domaine de l'aménagement de territoire.

Le but du mémoire escompté, est donc, l'établissement d'un programme informatique dénommé Tranf_Proj, sous Matlab, permettant d'effectuer des transformations 3D entre systèmes géodésiques, notamment, entre le WGS-1984 et le Nord-Sahara 1959 et d'exécuter la projection cartographique (UTM, Lambert) des réseaux géodésiques en Algérie.

Le mémoire est scindé en cinq parties et présenté sous la forme suivante :

Le premier chapitre est consacré aux notions de base sur les systèmes de référence, les surfaces de référence : géoïde et ellipsoïde ainsi que les systèmes de coordonnées géographiques, géocentriques et de projection cartographique.

Le deuxième chapitre met en relief le système géodésique national Nord Sahara 1959 (historique, définition, origine et valeur du réseau) avec une description générale du système géodésique global WGS-84.

Introduction

Dans le troisième chapitre, sont décrites les formulations permettant le passage des coordonnées géographiques aux coordonnées planes suivant les projections cartographiques de Lambert et UTM et vice versa.

Le quatrième chapitre traite les modèles de transformation entre systèmes de référence. Différentes méthodes de transformation avec leurs formalismes mathématiques sont présentées, telles que les méthodes de Molodensky-Badekas, Busa Wolf, Veis, transformation géocentrique, polynomiale, ...

Le cinquième et dernier chapitre est consacré à l'application, où sont décrits le programme élaboré Transf_Proj, les données des zones d'étude d'Oran, de Constantine et du Nord de l'Algérie et les résultats avec leur analyse des transformations 3D de Molodensky-Badekas, Busa Wolf, et la transformation géocentrique. La projection cartographique des coordonnées géographiques de ces régions d'intérêt est assurée par UTM et VLU (Voirol Lambert Unifié).

**Chapitre I: *Notions sur les systèmes
géodésiques et systèmes de coordonnées***

I.1.Introduction

La Terre est un corps de forme irrégulière en raison de l'attraction gravitationnelle inégale de ses parties. C'est une surface complexe, non modélisable. Sa représentation mathématique nécessite un modèle spécifique.

La géodésie est une science qui a pour but l'étude et la détermination de la taille et de la forme de la Terre, y compris son champ de gravité, dans un espace tridimensionnel variant en fonction du temps. Elle permet, entre autres, de mesurer la position (latitude, longitude et altitude) et le mouvement de points à la surface de la Terre. Elle a deux buts principaux :

- Un but scientifique : contribuer à l'étude de la forme, de la dimension, des déformations et du champ de pesanteur de la Terre ;
- Un but utilitaire : déterminer avec le plus de précision possible les coordonnées d'un certain nombre de points géodésiques, servant de charpente et d'ossature aux levées topographiques.

Afin de se repérer et de localiser un objet sur la surface terrestre, il est nécessaire d'utiliser un système de positionnement et de cartographie. Pour cela, des notions de géodésie sont nécessaires, comme:

- La définition d'un référentiel géodésique (ellipsoïde, méridien d'origine),
- Le choix d'un système de projections et de coordonnées (géographiques ou planes).

I.2. Surfaces de référence

I.2.1 Géoïde

En apparence la Terre a la forme d'une sphère. En fait, elle est légèrement déformée par la force centrifuge induite par sa rotation autour de l'axe des pôles : la Terre n'est pas un corps rigide. Cette déformation est relativement faible : « tassement » de 11 km au niveau des pôles par rapport à un rayon moyen de 6 367 km et « renflement » de 11 km au niveau de l'équateur. Elle a donc l'aspect d'un ellipsoïde de révolution dont le petit axe est l'axe de rotation : l'axe des pôles (fig. I.1.).

La Terre est une surface en équilibre. La surface du niveau moyen des mers et océans au repos n'a pourtant pas une forme régulière et ne coïncide ainsi pas avec un ellipsoïde de révolution : elle n'est pas régulière mais ondulée, présente des creux et des bosses (fig. I.1.).

Par exemple, la surface de la mer se bombe au-dessus d'un volcan et se creuse au-dessus des grandes fosses océaniques parce que les reliefs créent des excès ou des déficits de matière produisant ainsi des variations locales du champ de pesanteur. Or la surface d'un fluide en équilibre est en tout point normale aux forces de pesanteur : on dit qu'elle est **équipotentielle du champ de pesanteur**. La Terre, non rigide, peut être considérée comme un fluide ; la direction des forces de pesanteur varie d'un endroit à un autre en raison de la répartition hétérogène de la matière composant la Terre ; **sa surface n'est donc pas régulière.**

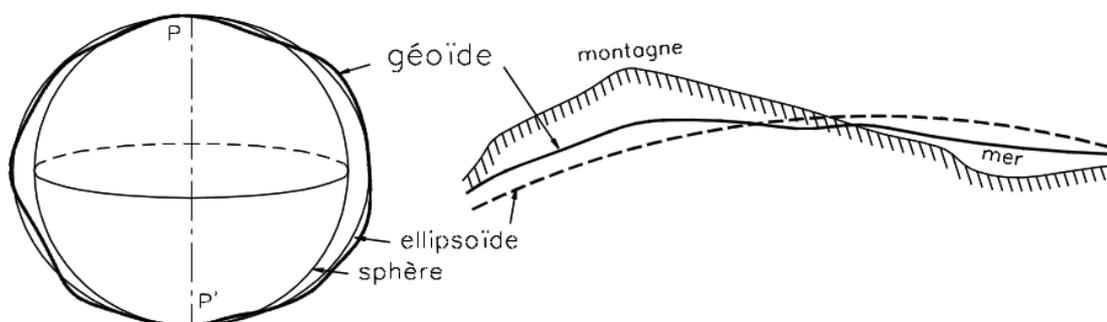


Figure I.1: Ellipsoïde et Géoïde

La surface des mers et océans au repos recouvrant toute la Terre est appelée **géoïde**.

Le **géoïde**, niveau des mers prolongé sous les continents, est donc une surface gauche à laquelle on ne saurait appliquer des relations mathématiques de transformation. Il est la surface de référence pour la détermination des altitudes, autrement dit la surface de niveau zéro.

En réalité, la référence en altitude dépend du choix du **repère fondamental** et du **système d'altitude**. Il s'ensuit que la surface de niveau zéro est légèrement différente du géoïde ; l'écart est constant et représente l'altitude du point fondamental au-dessus du géoïde.

- **Remarque :**

Lorsque le topographe (ou le maçon) cale la bulle de son niveau, il matérialise un plan tangent au géoïde qui correspond à la surface d'équilibre des eaux (pente d'écoulement des eaux nulle). On obtient ainsi **partout** l'orientation de la verticale physique d'un lieu. Il est intéressant de noter qu'aucune autre référence n'offre de telles facilités.

I.2.2 Ellipsoïde de révolution

L'ellipsoïde géodésique est un ellipsoïde de révolution («sphère aplatie aux pôles»). C'est une approximation mathématique de la Terre (modèle), que l'on choisit le **plus proche possible** du géoïde.

Deux paramètres suffisent à fixer les dimensions d'un ellipsoïde de révolution : demi grand axe a et demi petit axe b , par exemple (ou autres grandeurs dérivées : excentricité e , aplatissement $1/f, \dots$). Ceux-ci peuvent être déterminés en pratique par diverses méthodes (mesures d'arc de méridien, mesures de pesanteur réparties sur toute la Terre, exploitation des mesures de géodésie spatiale). Il existe de nombreux modèles d'ellipsoïdes. Leurs dimensions peuvent différer de quelques **centaines de mètres**.

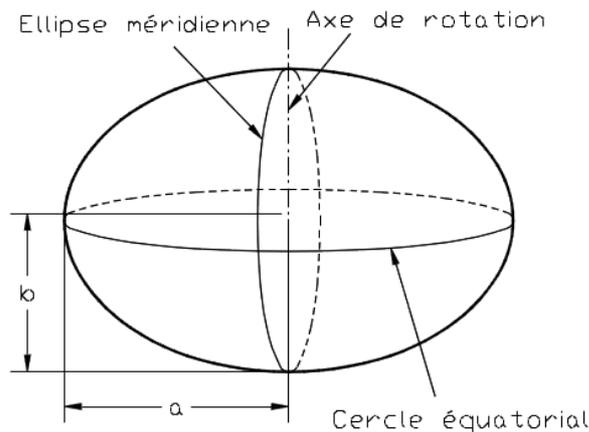


Figure I.2 : Ellipsoïde de révolution

Un **méridien** est l'intersection de la surface de l'ellipsoïde avec un plan contenant l'axe des pôles : c'est donc une ellipse.

Un **parallèle** est l'intersection de la surface de l'ellipsoïde avec un plan perpendiculaire à l'axe des pôles : c'est donc un cercle.

Tous les méridiens sont égaux entre eux (à quelques écarts près). Leur rayon de courbure diminue des pôles vers l'équateur, donc leur courbure (inverse du rayon) augmente.

Il n'existe pas un ellipsoïde **global** unique mais plusieurs **ellipsoïdes locaux** définis pour chaque pays, chacun adoptant un ellipsoïde le plus proche possible du géoïde local. Ceci explique que les ellipsoïdes diffèrent d'un pays à l'autre. Pour la **géodésie Algérienne**, on utilise l'ellipsoïde défini en 1880 par **Clarke** et dont les caractéristiques sont les suivantes :

Paramètres	Notation	Valeur
Demi-grand axe	a	6378249.145 (m)
Aplatissement	$1/f$	293.46500
Excentricité	e	0.082483399

Tableau I.1: Paramètres de l'ellipsoïde de Clarke 1880.

D'autres ellipsoïdes existent, ci-après les caractéristiques de quelques-uns, Tableau I.2.

Ellipsoïde	$\frac{1}{2}$ grand axe a (m) $\frac{1}{2}$ petit axe b (m)	Excentricité e $1/\text{aplat. } 1/f$	Syst. géodésique Point fondamental	Projection Méridien origine
Clarke 1880	6 378 249,200 6 356 515,000	0,082 483 256 763 293,466 021 3	NTF Panthéon	Lambert Paris
Hayford 1909	6 378 388,000 6 356 911,946	0,081 991 890 22 297,000 000 0	ED 50 Potsdam	UTM Greenwich
GRS 1980	6 378 137,000 6 356 752,300	0,081 819 218 06 298,257 025	International	
IAGRS 1980	6 378 137,000 6 356 752,314	0,081 819 191 31 298,257 222 101	WGS 84	

Tableau I.2:Caractéristiques de quelques ellipsoïdes de référence.

A titre d'exemple, l'ellipsoïde **Clarke 1880** (IGN) est associé au système national appelé Nouvelle Triangulation Française utilisant la projection **Lambert**.

Le système **WGS-84** (*World Geodetic System 1984*) sert de base au système géocentrique de référence utilisé en GPS. Son ellipsoïde IAGRS 80 est très proche de GRS 80 (*Geodetic Reference System 1980*).

Le système **ED-50** (*European Datum 1950*) utilise la projection *Universal Transverse Mercator*.

Le tableau suivant donne les décalages d'origine tx , ty et tz connus à quelques mètres près dans un repère géocentrique, pour les couples IAGRS 80 -Clarke 80 et Hayford 09 - Clarke 80. Pour le premier couple, sont également donnés le facteur d'homothétie k et les rotations d'axes rx , ry , et rz .

Ces paramètres permettent de transformer les coordonnées de points d'un système à un autre par une similitude euclidienne (adaptation du type **Helmert**) à trois ou à sept paramètres selon la précision cherchée. Pour la cartographie à petite échelle, la précision de quelques mètres est suffisante et on peut ainsi se contenter de cette similitude à trois paramètres. Pour plus de précision (décimétrique), on utilise une similitude à sept paramètres déterminés localement par observation de points connus dans deux systèmes différents (points doubles). Par exemple, dans les éditions de ses fiches de points géodésiques, l'IGN proposera les paramètres de la transformation à trois ou sept paramètres la mieux adaptée à chaque lieu pour passer du système WGS 84 (ellipsoïde IAGRS 80) au système NTF (ellipsoïde Clarke 80) puis au système RGF 93.

De : Vers :	IAGRS 80 Clarke 80	Hayford 09 Clarke 80
tx (m)	168	84
ty (m)	60	-37
tz (m)	-320	-437
rx (gon)	0	
ry (gon)	0	
rz (gon)	-0,554	
$k = 1 + d$	$1 - 21,98 \cdot 10^{-8}$	

Tableau I.3 :Les sept (07) paramètres de passage entre systèmes géodésiques utilisées en France.

• **Relation entre ellipsoïde et du géoïde :**

Chaque de ces deux surfaces est une surface de référence pour un type de coordonnées. L'ellipsoïde étant pour les coordonnées géographiques et dont la coordonnée verticale est la hauteur ellipsoïdale h . tandis que le géoïde est la référence des altitudes H . La différence entre les deux surfaces est l'ondulation du géoïde N ou la hauteur ellipsoïdale du géoïde, Figure (I.4).

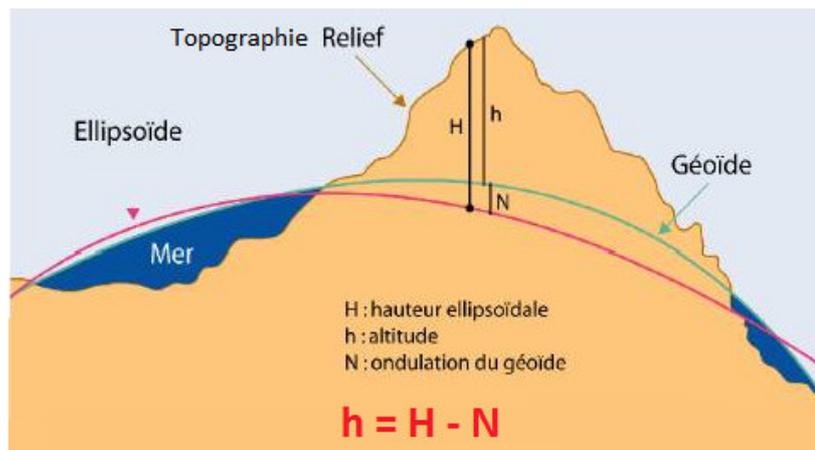


Figure I. 3Relation entre les surfaces de l'ellipsoïde et du géoïde

I.3. Systèmes de coordonnées

I.3.1 Système géocentrique

Un système de référence géocentrique est un repère (O, X, Y, Z) tel que :

- est proche du centre des masses de la terre (au mieux à quelques dizaines de mètres près pour les systèmes réalisés par géodésie spatiale) ;
- l'axe OZ est proche de l'axe de rotation terrestre ;

- le plan OXZ est proche du plan du méridien origine.

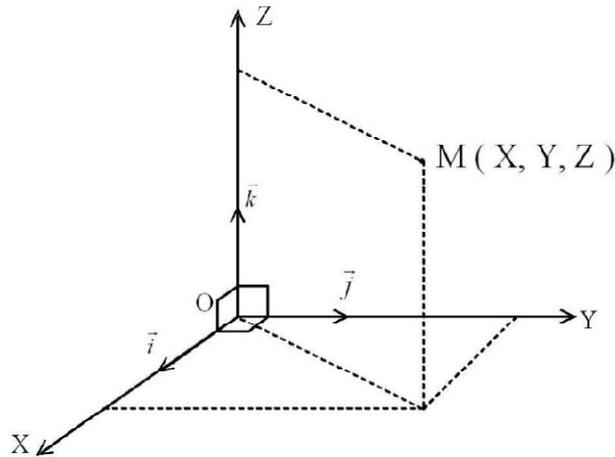


Figure I.4 : Système Géocentrique Cartésien

Dans un système de référence géodésique, un point de la croûte terrestre est considéré fixe bien qu'il soit soumis à de faibles mouvements, dus aux marées terrestres, d'une amplitude inférieure à 30 cm et aux mouvements tectoniques, provoquant des déplacements inférieurs à 10 cm par an.

I.3.2. Système géographique

L'axe de rotation de la terre est l'axe des pôles PP' . Le cercle perpendiculaire à l'axe des pôles est l'équateur. La demi-ellipse méridienne passant par les pôles et par un point A est la méridienne de A (fig. I.4.).

Un point sur l'ellipsoïde est repéré par sa **longitude** et sa **latitude** (rapportées à la normale (n_a) à l'ellipsoïde en A). Elles sont définies ci-après.

- **Longitude (λ)** : la longitude λ d'un lieu A est l'angle dièdre formé par le méridien du lieu avec le méridien origine. Elle est comprise entre 0° et 180° Est ou Ouest. Le méridien origine international est celui de Greenwich (observatoire de la banlieue de Londres).
- **Latitude (φ)** : la latitude de A est l'angle φ que fait la verticale (n_a) de A avec le plan de l'équateur. Elle est comprise entre 0 à 90° Nord ou Sud. Les cercles perpendiculaires à la ligne des pôles PP' sont appelés parallèles : ils sont parallèles au plan de l'équateur.
- **Hauteur ellipsoïdale (h)** : à un point A' situé sur la surface de la terre et sur la même verticale que A, on associera une troisième coordonnée correspondant à la hauteur au-dessus de l'ellipsoïde, notée h , mesurée suivant la normale (n_a).

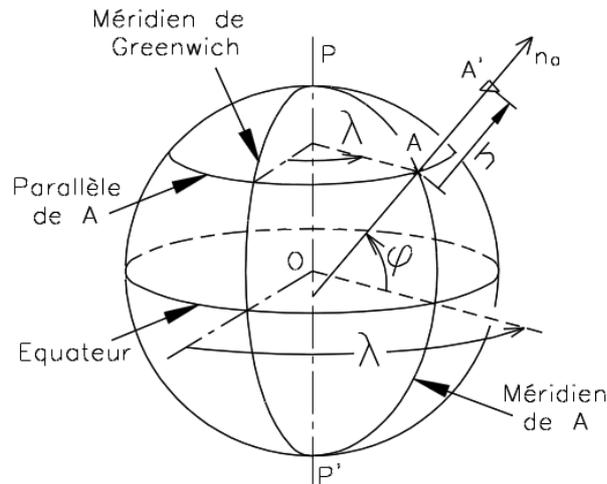


Figure I.5 : Système de coordonnées géographiques

• **Remarque :**

Les **coordonnées géodésiques** sont associées à un ellipsoïde donc à un système géodésique donné. Le tableau suivant illustre les différentes valeurs en position géographiques d'un même lieu, en fonction du système géodésique utilisé.

Système de coordonnées géographiques	Longitude	Latitude
NTF (méridien de Paris)	5°24'0" Est	48°36'00,0" Nord
NTF (méridien de Greenwich)	7°44'14,0" Est	48°36'00,0" Nord
ED50 (Greenwich)	7°44'16,4" Est	48°36'03,0" Nord
WGS84 (Greenwich)	7°44'12,2" Est	48°35'59,9" Nord

Source IGN

Tableau I.4 : Coordonnées géographiques suivant les systèmes géodésiques employés.

• **Changement de coordonnées (X, Y, Z) et (λ , φ , h) :**

Les formules suivantes permettent de passer des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes et inversement dans un référentiel donné.

$$\begin{cases} x = (N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ y = (N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ z = (N \cdot (1 - e^2) + h) \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ \varphi = \arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \left(1 - e^2 \cdot \frac{N}{N + h}\right)^{-1}\right) \\ h = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \varphi} - N \end{cases}$$

avec :

$$N(\varphi) = a \cdot (1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{-1/2} : \text{grande normale,}$$

a, e : demi grand axe et excentricité de l'ellipsoïde

Le passage $(x, y, z) \rightarrow (\lambda, \varphi, h)$ est un peu plus compliqué car la grandeur N est fonction de la latitude. On considère alors la latitude comme limite d'une suite convergente.

$$\varphi_n = \arctan\left(\frac{z + e^2 \cdot N_{n-1} \cdot \sin \varphi_{n-1}}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad \text{avec :} \quad \varphi_0 = \arctan\left(\frac{z}{(1 - e^2) \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

La détermination de la latitude s'effectue par un calcul itératif.

I.3.3 Système Cartographique

Si l'on choisit une représentation plane de l'ellipsoïde, on peut définir des **coordonnées planimétriques ou en projection**. Deux composantes décrivent alors la position d'un point sur la surface en question. Il est recommandé de les désigner par (E, N), initiales de "Easting" et "Northing", afin d'éviter toute confusion avec les coordonnées cartésiennes.

Complétées par une troisième composante, verticale, elles constituent un système tridimensionnel. On choisit soit une hauteur ellipsoïdale (E, N, h), soit une altitude (E, N, H).

Une représentation plane est une correspondance biunivoque qui associe au point M (λ, φ, h) de la surface de l'ellipsoïde un point M' sur le plan de coordonnées :

$$\begin{cases} E = E(\lambda, \varphi) \\ N = N(\lambda, \varphi) \end{cases}$$

Une représentation plane, ou projection de la surface de l'ellipsoïde sur le plan, est définie par des fonctions et des paramètres comme le méridien ou le parallèle central, l'échelle sur l'isomètre centrale, etc.

Les représentations planes ou projections sont utilisées pour :

- décrire ou représenter sur une surface plane une portion du modèle ellipsoïdal de la surface terrestre ;
- obtenir des grandeurs métriques, plus facilement exploitables que les grandeurs angulaires ;
- évaluer plus aisément les distances.

Mais une projection ne peut se faire sans qu'il y ait de déformations. Il est néanmoins possible de définir le type et les paramètres d'une projection dans le but de minimiser certaines déformations. On peut choisir :

- soit de conserver les surfaces : **projections équivalentes**;
- soit de conserver localement les angles : **projections conformes**;
- soit d'opter pour une représentation ne conservant ni les angles ni les surfaces : **projections «aphylactiques»**.

Il ne peut exister de représentation **conforme et équivalente**. Ces deux classes sont disjointes, l'ellipsoïde n'étant pas applicable sur un plan.

Une *projection «équidistante»* conserve les distances à partir d'un point donné. Mais, dans aucun cas, une projection ne conserve l'ensemble des distances. On introduit alors les notions d'*altération linéaire* et de *module linéaire*. Aujourd'hui, la plupart des projections utilisées en Géodésie et en Topographie sont conformes. En revanche, la Cartographie à grande échelle préfère les projections équivalentes.

La plupart des projections, même si elles conservent les angles, ne conservent pas la direction du **Nord géographique** : le **nord** de la projection (axe des ordonnées) n'indique pas la direction du pôle nord géographique. On introduit alors la notion de *convergence des méridiens*. La convergence des méridiens en un point d'une projection cartographique est l'angle que fait en ce point la courbe représentant le méridien avec la direction de l'axe des ordonnées.

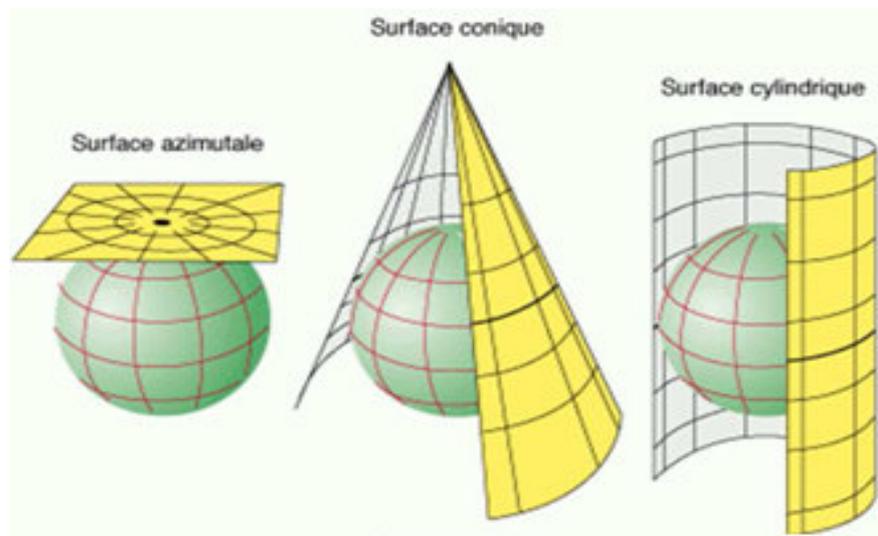


Figure I.6 : Types de projections cartographiques

I.4 Conclusions

Les projections cartographiques et les transformations de coordonnées sont les fondamentaux pour établir un cadre de référence commun à l'exploitation des données géographiques. C'est le recours à un ellipsoïde commun, à un datum commun, à des projections cartographiques communes et enfin à un système de coordonnées cartésiennes commun qui rend possible l'utilisation de la géométrie plane pour toutes les opérations de superposition de données et d'analyse spatiale.

Chapitre II : Le Système Géodésique Nord Sahara 59 et WGS 84

II.1. Historique sur le Réseau Géodésique National

Un *réseau géodésique* est défini comme un ensemble de points régulièrement espacés sur la croûte terrestre et matérialisés par des bornes ou des repères; Ils sont reliés entre eux de manière cohérente et possédant des coordonnées géographiques précises. Il sert de support de base pour la détermination d'autres points d'égales caractéristiques ou de précision inférieure [Quentin, 1998]. Il permet notamment de fournir aux utilisateurs l'accès au système géodésique (le réseau géodésique matérialise le système géodésique).

Un *système géodésique local* (planimétrique), limité au territoire national, issu des observations terrestres (angles et distances) et astronomiques (orientations) est caractérisés par :

un *Point Fondamental*, point origine à partir du quel le réseau est observé et ajusté,

un *ellipsoïde* qui soit le plus possible confondu localement avec le géoïde,

un *modèle d'estimation* des positions de l'ensemble des points du réseau,

une *projection cartographique* et un méridien origine.

II.2 Généralités [Reyt, 1960]

Le réseau géodésique primordial du Nord Africain est constitué par deux chaînes parallèles: l'une au Nord, de Casablanca à Tunis, passant dans les régions de Meknès, Oujda, Oran, Alger et Constantine et l'autre au sud, d'Agadir à Gabès, jalonnée par Bou-Denib, Ain Sefra, Laghouat et Biskra. Ces deux parallèles sont reliés par les sept chaînes méridiennes de Marrakech, Maknès, Guercif, Méchéria, Laghouat, Biskra et Gabès. Ces opérations ont débuté en 1854.

Jusqu'en 1950, cet ensemble était divisé en deux tronçons distincts ayant leurs éléments de départ particuliers: la triangulation d'Algérie-Tunisie ayant pour origine le point astronomique de Voirol¹(Alger) et la triangulation du Maroc basée sur le point astronomique de Merchich(Casablanca).

En 1950, un système géodésique indépendant a été adopté pour la Tunisie, ayant pour origine le point astronomique de **Carthage** (Tunis).

La triangulation originelle d'Algérie-Tunisie avait un caractère d'une géodésie de reconnaissance. Les résultats étaient transmis au fur et à mesure de l'avancement des observations, elles mêmes dépendant des besoins cartographiques. Le réseau de premier ordre fut calculé sans compensations et les coordonnées des points communs aux divers enchaînements se trouvaient avec des valeurs différentes, dont on prenait simplement la moyenne. Le réseau de triangulation complémentaire

¹ Point Voirol : Point de Laplace établi en 1875 pour servir de point fondamental à la triangulation Algérienne, ayant les coordonnées astronomiques $\Phi_0 = 36^{\circ}45'07''9$ et $\Lambda_0 = 3^{\circ}02'49''45$ Est de Greenwich.

s'appuyait sur les résultats du 1^{er} ordre, d'où des cassures importantes à la jonction des blocs des points de détail.

A partir de 1950, un essai d'homogénéisation de ce réseau a été tenté. On savait déjà à cette époque que ce nouveau travail ne pourrait être vraiment significatif qu'à la condition de reprendre un certain nombre d'observations anciennes. Les événements d'Afrique du Nord ayant arrêté cette reprise des travaux sur le terrain, on s'est contenté à effectuer un tri des "meilleures" observations et à reprendre les calculs en utilisant des méthodes de compensations plus performantes. Ces calculs ont été grandement facilités par l'emploi des machines à calculer électroniques dont l'IGN (*Institut Géographique National, France*) est pourvu depuis 1953.

Dès 1974, l'INC (*Institut National de Cartographie*) a développé un programme de mise en place d'un réseau géodésique national de 1^{er} et 2^{ème} ordre couvrant le territoire algérien [INCT, 2001].

Le tableau ci-dessous illustre les caractéristiques des différents systèmes géodésiques utilisés en Algérie.

Système	Epoque	Point fondamental	Eléments	Base	Ellipsoïde	Observations
VOIROL 1875	1860	VOIROL	L=40 ^{Gr} 8357,8 Nord M=0 ^{Gr} 7887,3 Est Paris	BLIDA (≈10Km)	Clarke 1880	Défaut d'échelle Manque d'homogénéité
EUROPE 1950	1950 -1953			M'Sabiha (ORAN) ALGER NAVARIN (frontière tunisienne)	International	1^{er} ordre et le 1^{er} ordre complémentaire entièrement réobservés pour le parallèle Nord Algérie
NORD SAHARA	1959		Transformé du système Europe 50 M-4" L-48",4		Clarke 1880 modifié	
VOIROL UNIFIE 1960 Projection Lambert	1960		Transformé du système Nord Sahara X+135 ^m 00 Y+ 90 ^m 00		Clarke 1880 modifié	

Tableau II.1: Les caractéristiques des systèmes géodésiques utilisés en Algérie

II. 3 Chaînes primordiales du réseau Algérien

La triangulation d'Algérie a débuté en 1854. A la veille de la première guerre mondiale, le réseau primordial comprenait (voir schéma 1):

Deux chaînes parallèles : le parallèle Nord dans la région du Tell et le parallèle Sud sur les Hauts plateaux;

Trois chaînes méridiennes: celle de Méchéria à l'Ouest, de Laghouat au centre et de Biskra à l'Est ; Ces deux dernières chaînes se rejoignant dans la région de Ouargla.

L'occupation française de la Tunisie en 1881, permet de prolonger le parallèle Nord jusqu'à Tunis, le parallèle Sud jusqu'à Sfax et de réunir ces deux tronçons par la méridienne de Gabès.

La triangulation de 1^{er}, 2^{ème} et 3^{ème} ordre était établie en 1897, en 81 feuilles à l'échelle de 1/200 000. L'assemblage est fait en trois feuilles.

La figure (II.1) illustre les chaînes primordiales de la triangulation de 1902, de l'Algérie et de la Tunisie raccordée, d'une part, à l'Espagne et d'autre part, à Sicile par l'île de Pantelleria.

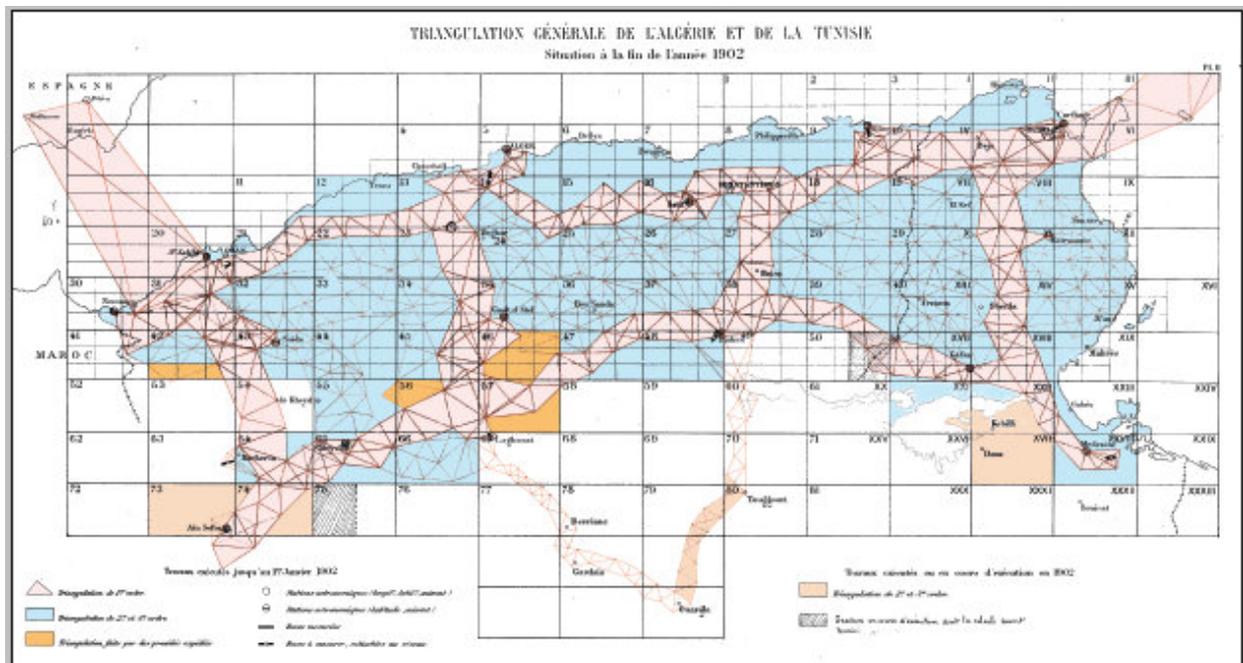


Figure II.1: La triangulation géodésique de la l'Algérie et de la Tunisie de 1902.

Le système géodésique VOIROL 1875

Le système géodésique Voirol de 1875 est défini par le point fondamental de la triangulation Algéro-Tunisienne (le point astronomique de Voirol, ou Bouzaréah) dont la position géographique déterminée en 1875 est la suivante : $\Phi = 40^{\text{G}} 8357'' 8$ Nord et $\Lambda = 0^{\text{G}} 7887'' 3$ Est de Paris

L'azimut de départ de ce réseau est celui du côté Voirol → Melaàb el Kora dont la valeur adoptée fut $358^{\text{G}} 0903'' 24$.

L'échelle du réseau est donnée par la base de Blida dont la longueur mesurée en 1854 fut: 10.000,286 mètres.

L'ellipsoïde de Clarke (1880) fut adopté comme surface de référence.

Valeur du réseau :

La triangulation primordiale qui avait le caractère d'une géodésie de reconnaissance n'a pas été compensée (avant 1950). En outre, de nouvelles mesures de la base de Blida (9.999,624 mètres au lieu de 10.000,286 mètres), effectuées en 1910 et en 1913, ont mis en évidence une erreur de 0^m.662 qui avait pour conséquence une erreur d'échelle d'environ 1/15.000^e ($\Delta D/D = 0.662/10000$) sur l'ensemble du réseau et les travaux cartographiques qui ont suivi. Du seul fait de cette erreur d'échelle initiale, les erreurs en position des points du réseau sur les frontières marocaine et tunisienne atteignaient en moyenne 50 mètres.

Le calcul de la triangulation de détail a été fait par blocs de 6 à 8 feuilles au 1/50.000 avec les coordonnées locales des points de 1^{er} ordre. De ce fait, il existe entre les blocs des points de détail des cassures de l'ordre de 3 à 4 mètres, atteignant par endroits 18 mètres.

Vers 1924, la triangulation primordiale étant presque achevée, pourvue de nouvelles bases géodésiques et de nombreux points astronomiques, le bureau de calculs de la Géodésie du Service Géographique de l'Armée (M. Hasse) fit une tentative de compensation par blocs (1924-1934). Mais les calculs correspondants ne furent jamais publiés. D'après les documents originels fournis par l'IGN (tours d'horizon, longueur des bases et points astronomiques), l'AMS (*ArmyMap Service*) a effectué un calcul d'ensemble des triangulations primordiales de toute l'Afrique du Nord. Ce calcul a été conduit dans le cadre de la compensation Européenne, sur l'ellipsoïde International; appelé système Europe 50.

Réfection du parallèle Nord Algérie par l'IGN (1955) :

L'IGN a entrepris le travail de réfection en 1953-54 sur la base de nouvelles observations, entre la frontière marocaine et la frontière tunisienne. Ce travail a été interrompu à cause des événements de la révolution Algérienne; seul le parallèle Nord Algérie a pu être entièrement ré-observé avec introduction des bases et des azimuts astronomiques de M'Sabiha, d'Alger et de Navarin.

Les calculs sont effectués sur l'ellipsoïde international et appuyés sur les points géodésiques fournis par l'AMS: 02 points à l'Ouest (Ras Foughal et Bou Keltoum) et 03 points à l'Est (Koursi, R'Orra et El-Malah). Ces calculs se trouvent donc incorporés dans le système Europe 50. Ils sont ensuite prolongés pour toute la zone située entre les chaînes parallèles Nord et Sud et les bretelles méridiennes de Guercif et Gabès pour déterminer le 1^{er} ordre complémentaire entre 1956 et 1959.

I.1.4 Le système NORD SAHARA (1959)

En 1959, L'IGN est donc en possession d'un réseau de 1^{er} ordre et de 1^{er} ordre complémentaire homogène et compensé dans le système Europe 50, sur l'ellipsoïde International. Toutefois ce système est gênant pour deux raisons:

L'ensemble des cartes d'Afrique est établi sur l'ellipsoïde de Clarke 1880.

Les cartes du Sahara étant établies sur un réseau des points astronomiques, les canevas des zones Nord et du Sud présentent des discordances appréciables sur une carte aux endroits des recouvrements.

Pour pallier à ces problèmes, il a été établi, sur l'ellipsoïde Clarke, un système de méridiens et parallèles tel que les discordances moyennes entre les coordonnées géodésiques et astronomiques soient minimums. En d'autres termes, on a cherché sur l'ellipsoïde Clarke 1880 une position des méridiens et parallèles rendant minimum la somme des déviations de la verticale observées sur tout le réseau géodésiques nord-africain.

Le système de coordonnées sur l'ellipsoïde remplissant ces conditions a été appelé "Système Géodésique Nord Sahara 1959", à la suite de l'arrêté ministériel du 22 décembre 1959.

Il est déduit du système Europe 50 par la transformation directe conforme suivante:

$$M_c = M_i - 0^{\circ}.00040 \qquad \qquad \qquad \mathcal{L}_c = \mathcal{L}_i - 0^{\circ}.00484$$

où M_i et \mathcal{L}_i représentent, respectivement, la **longitude** et la **latitude isométrique** dans le système ED50 sur l'ellipsoïde international ; M_c et \mathcal{L}_c représentent les éléments correspondants du système Nord-Sahara 1959 sur l'ellipsoïde Clarke 1880 modifié dont les paramètres sont présentés dans le tableau (II.2).

Paramètres	Notation	Valeur
Demi-grand axe	a	6378249.145
Aplatissement	1/f	293.46500
Excentricité	e	0.082483399

Tableau II.2: Paramètres définissant l'ellipsoïde Clarke 1880 modifié

I.1.5 Travaux de l'Institut National de Cartographie et de Télédétection [INCT, 2001]

De 1974 à 1982, l'INC a procédé à une importante opération de densification de la chaîne primordiale du parallèle Nord. Les mesures angulaires ont été faites au théodolite T3.

L'extension de la chaîne primordiale du parallèle Nord jusqu'à Béchar, Laghouat et Biskra afin de couvrir les hauts plateaux d'Est en Ouest, en géodésie primordiale et complémentaire fut réalisé entre 1983 et 1993.

Par la suite, l'INC procéda à l'observation d'une bande de points sur l'axe Béchar - Tindouf (800 km) pour équiper la région Sud-Ouest en géodésie primordiale dont elle fait l'objet de mise en place d'un réseau primordial du Sud.

Actuellement, la partie Nord de l'Algérie est couverte par un réseau de géodésie classique constitué de **578** points de 1^{er} ordre et de quelques **3291** points de 2^{ème} ordre avec une densité de 10 points par feuille au 1/50 000.

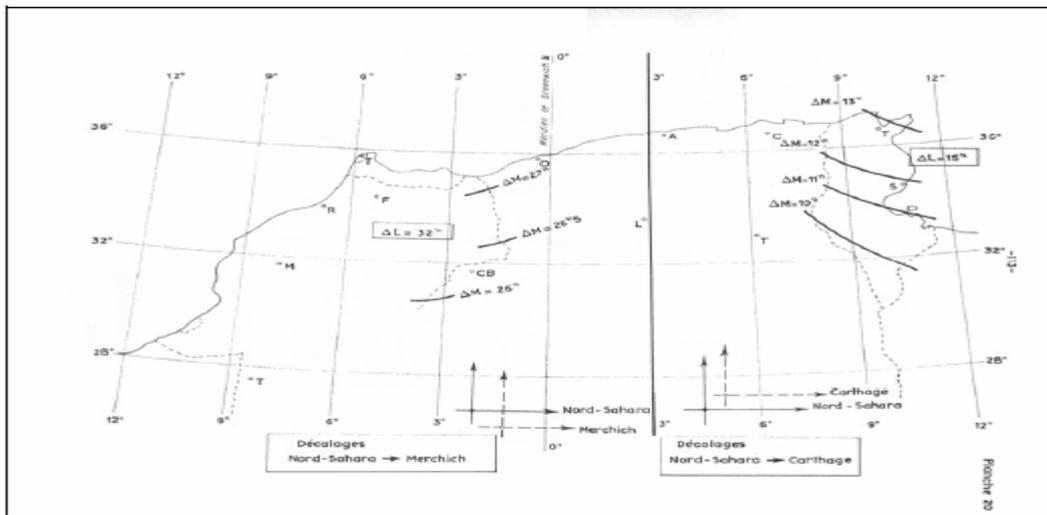


Figure II. 3: Décalages des systèmes Merchich (Marroc) et Cartage (Tunisie) par rapport au système Nord-Sahara.

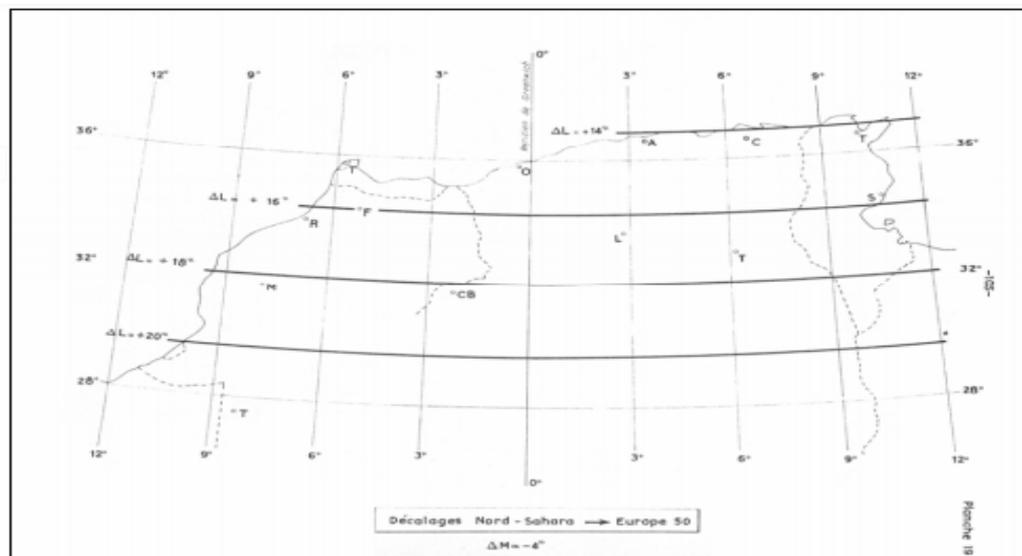


Figure II.2: Décalages entre les latitudes du système Europe 50 et les latitudes correspondantes du système Nord-Sahara.

Géodésie primordiale:

Année	Missions	Nombre de points	Précision des coordonnées (m)
1983	Ghazaouet - Tlemcen	03	0.051
1984	El Aricha - Mecheria	20	0.051
1985	Saida - El Kreider	29	0.079
1986	Constantine	24	0.112
1987	Aures	50	0.124
1988	Tiaret	33	0.134
1989	M'sila	36	0.134
1990	El Bayedh	27	0.134
1991	Djelfa	28	0.134
1992	Ain Sefra	31	0.079
1993/94	Bechar-Tindouf	169	0.107

Géodésie de détail:

Année	Missions	Nombre de points	Précision des coordonnées (m)
1974	Oran	135	0.064
1975	Mostaganem	17	0.064
1976	Chlef	88	0.072
1976/77	Tiziouzou	152	0.070
1977/78	Setif - Bejaïa	225	0.053
1978/79	Alger - Medea	146	0.063
1981/82	Annaba - Skikda	149	0.070
1984	Ghazaouet - Tlemcen	172	0.053

1985	Saida - El Krider	282	0.067
1986	Constantine	206	0.067
1987	Aures	255	0.070
1988	Tiaret	259	0.073
1989	M'sila	183	0.063
1990	El Bayedh	114	0.085
1991	Djelfa - Laghouat	440	0.101
1992	Ain Sefra	141	0.110
1993/94	Bechar	327	0.089

Nivellement:

L'origine du nivellement en Algérie remonte à l'époque coloniale française (1889). Il fut confié au Service Géographique de l'Armée (SGA) puis pris en charge par l'IGN. Munis d'un matériel semblable à celui du Service du Nivellement Général de France (NGF), ses opérateurs élaborèrent à partir de 18887 un réseau de nivellement géométrique de précision limité aux premier et second ordre, basé sur le médimarémètre (marégraphe) de la Goulette (Tunisie) [Levallois, 1988].

Dès 1889, ce réseau qui était étendu au territoire Algérie, est repris après une interruption de 1896 à 1903. A cette occasion, le capitaine Cholesky mit en œuvre à partir de 1910, la méthode des doubles cheminements parallèles actuellement utilisée.

Vers 1914, les travaux géodésiques étaient consacrés à des réfections locales du réseau de détail (travaux de triangulation menés en parallèle) mais surtout au nivellement de précision jusqu'à 1939. En 1945, l'IGN prit la succession du SGA. La tâche fut poursuivie avec continuité avec des moyens renforcés, les programmes annuels prévoyaient ainsi [Zeggai, 1996]:

Des travaux en France: reprises locales du 1^{er} et 2^{ème} ordre et surtout le développement du 4^{ème} ordre.

L'établissement du 1^{er} ordre en Afrique du Nord.

Le tableau ci-dessous reproduit quelques relevés statistiques entre 1946 et 1955 de la longueur totale en kilomètres de nivellement observées par année pour l'Afrique du Nord [Levallois, 1988]:

Année	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955
Longueur (km)	792	377	625	572	865	697	547	803	808	517

Tableau II.4: Lignes de nivellement observées annuellement

Entre 1953 et 1954, les travaux de nivellement furent menés en parallèle avec la ré observation du parallèle Nord et du 1^{er} ordre complémentaire du littoral.

Vers 1968, les travaux de géodésie, de cartographie et de nivellement ont été pris en charge par INC. Les lignes de nivellement de précision exécutées depuis 1975 ont suivi en parallèle des travaux de la géodésie par la densification du parallèle Nord.

Actuellement, le réseau altimétrique algérien comporte quelques 7200 km de nivellement de 1^{er} ordre et quelques 18000 km de différents ordres, lié à la référence altimétrique de la Goulette en Tunisie. La précision de ce réseau est de 1 ppm [Zeggai, 1996].

Après avoir fait un survol de l'historique du réseau géodésique en Algérie (différentes étapes de conception, réalisation et réfection du réseau national à travers à peu près plus d'un et demi-siècle d'existence), Néanmoins il présente des inconvénients dont il est impératif à les identifier et les remédier.

II.2. Etat actuel du réseau géodésique national "Nord Sahara 1959"

Le réseau géodésique national en vigueur, "Nord Sahara 1959", représente l'ossature de référence pour toutes les informations localisées issues des travaux topographiques ou cartographiques réalisés par l'État, les collectivités locales, les entreprises chargées de l'exécution d'une mission de service public, ou pour leur compte. Néanmoins, outre sa vétusté, le patrimoine géodésique planimétrique "Nord Sahara 1959" connaît un certain nombre de problèmes tels que [Gourine, 2004]:

La mal définition de l'origine de ce système (il est dérivé du système ED50 par simple correction des méridiens et des parallèles) [Clifford, 2001] et [Reyt, 1960].

La non homogénéité du réseau due à :

l'erreur d'échelle qui est d'environ 1/15000^e suite à l'erreur commise sur la base de Blida de 0.662 m;

l'utilisation de coordonnées locales de 1^{er} ordre par bloc pour la triangulation de détails;

des cassures entre différents blocs de l'ordre du mètre voir de dizaines de mètres;

la combinaison des canevas Nord et Sud de l'Algérie issus de deux sources d'informations différentes (géodésie et astronomie).

La non-conformité de la projection Lambert VLU 60 déduite du Lambert Voirol 75 dont le système original était la représentation équivalente de Bonne. La grille de *Lambert* utilisée tire ses valeurs de celle de *Bonne*.

L'imprécision des tables de calculs de la projection Lambert Voirol 75 qui sont fournies par des *formules tronquées* au troisième ordre. En plus, dans ces formules est utilisé le demi grand axe de l'ellipsoïde au lieu du rayon de courbure de la méridienne ρ_0 . Les formules standards de Lambert

ne s'appliquent pas correctement sur l'Algérie. Comme exemple, on considère un point test de coordonnées $\phi=33^\circ\text{N}$ et $\lambda=3^\circ\text{E}$ appartenant à la zone Nord Algérie : à partir des tables de calculs de la projection Lambert Voiron 75, ses coordonnées planes sont : $X=528064.182$ m et $Y=-32764.881$ m; Par contre, avec utilisation des formules rigoureuses de la projection Lambert conique conforme, le même point aura des coordonnées $X=528074.691$ m et $Y=-32776.731$ m. La différence entre les deux formules pour le même point donne : $\Delta X= -10.509$ m et $\Delta Y= +11.850$ m, soit une erreur totale de 15.839 mètres [Clifford, 2001].

Le 1^{er} ordre complémentaire s'est appuyé directement sur les résultats de la compensation par *petits blocs* de la triangulation de 1^{er} ordre.

L'ajustement du réseau complémentaire a été effectué par *petits blocs locaux* (coupures au 1/50000). Ceci a causé des discordances à la jonction de chacun de ces blocs atteignant des chiffres importants.

La disparition des signaux et monuments géodésiques ce qui rend les opérations de rattachement très difficiles.

L'intervisibilité entre les points géodésiques qui est parfois impossible à cause de l'implantation de nouvelles constructions et des forêts.

La non couverture de la totalité du territoire national (zone sud) par le canevas géodésique.

II.3. Système de positionnement par satellite GPS

En 1973, le département de la défense des Etats-Unis (DOD), décide de développer le système NAVASTAR (NAVigation Satellite Timing And Ranging) ou le GPS (Global Positioning System), un nouveau système de localisation et navigation conçu pour remplacer le système TRANSIT (NNSS). Il apporte les améliorations suivantes :

Le positionnement en trois dimensions à savoir : l'attitude, longitude et altitude.

Précision améliorée.

Couverture mondiale permanente et continue.

Le système GPS, qui est le plus utilisé actuellement, est certainement le meilleur système de localisation. Il faut signaler que le nombre d'utilisateurs est limité et que l'accès aux signaux est gratuit pour le GPS standard à l'heure actuelle.

II.1 Le référentiel WGS 84 (World Geodetic System 1984)

WGS-84 est un système géodésique mondial Il est composé d'un système de coordonnées, d'un ellipsoïde de référence (l'ellipsoïde de révolution IAG GRS 80), un géoïde (EGM96).

La terre est assimilée à un ellipsoïde de révolution autour de l'axe nord sud, soit une sphère légèrement aplatie au niveau des pôles.

Les précédentes réalisations étaient : WGS 72 (associé au système TRANSIT), WGS 64 et WGS 60. La plupart des projections pour navigation (marine ou aérienne), appelées UTM (Transverse Universelle de Mercator) sont basées sur la référence WGS, version de 1984.

Ce système géodésique mondial est notamment utilisé par le système de positionnement par satellite GPS.

Le calcul des mesures GPS aboutit à un résultat sous forme de coordonnées dans un système géodésique noté WGS 84 ; Le WGS 84 est un système de référence géodésique, géocentrique, tridimensionnel et mondial, il a été développé par le département de la défense américaine, à l'aide des mesures spatiales effectuées en se basant sur la technique Doppler du TRANSIT.

Le WGS 84 est une version améliorée du système WGS 72, caractérisée par les éléments suivants :

Le système de référence correspondant est le système lié à la terre et matérialisé par :

Réseau de points d'ordre zéro se trouvant à la surface de la terre.

Origine (O) est le centre de gravité des masses terrestres.

L'orientation est choisie de telle façon qu'elle soit identique à celle du système CIO-BIH. L'axe des Z est parallèle à la direction du CTP (Conventionnal Terrestrial Pole) .

L'axe des X est parallèle à la direction du BIH qui définit le méridien origine . Axe (OY) tel que le système d'axe soit direct .

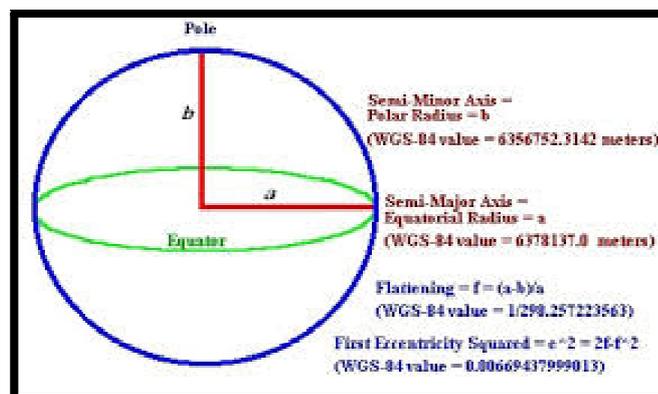


Figure II.4: Système des coordonnées WGS84

II.3.2

Les valeurs numériques du système WGS-84

la longueur de l'ellipse méridienne est : 40 007,863 km

(via la formule approchée $2 \cdot \pi \cdot a \cdot (1 - e^2/4 - \dots)$.

la **surface** est : $S = 510,065\ 622$ millions de kilomètres carrés

(formule approchée $S = 2 \cdot \pi \cdot (a^2 + b^2)$.

le **volume** est : $V = 1\ 083$ milliards de kilomètres cubes

($V = 4 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot b / 3$) ; soit, avec une densité moyenne de 5,5, une **masse** de $6 \cdot 10^{24}$ kg.

(http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/tr8350_2.html)

II.3.3. Les Caractéristiques de WGS 84

Demi grand axe (a) : 6378137.00 mètre

Aplatissement (f) : 298.257223563

Excentricité (e) : 0.0818191980426

Vitesse angulaire (ω_e) : $7292115 \cdot 10^{-11}$ (rad /S)

Constante Gravitationnelle (μ) : $3986005 \cdot 10^8$ (m^3 / S^2)

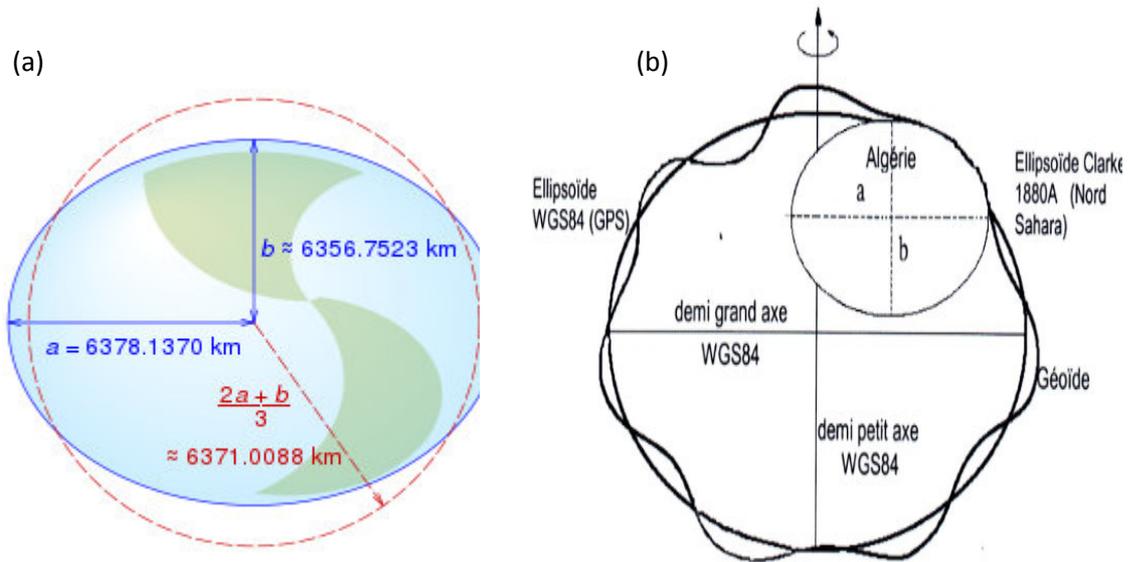


Figure II.5 : (a) Ellipsoïde de référence de WGS-84 (b) position des deux ellipsoïdes de NS-59 et WGS-84.

Chapitre III: Systèmes des Représentation Plane
Lambert et UTM

Une carte est le résultat de la projection, sur la surface plane d'une feuille de papier ou d'un écran numérique, de mesures relatives à la Terre, à un corps céleste, à un monde imaginaire. Le plus souvent, la carte est créée en deux étapes : en rapportant d'abord les données du monde physique à une surface sphérique ou ellipsoïdale (le modèle géométrique du globe), puis le résultat à un plan. Les caractéristiques de ce modèle sont telles que les valeurs des angles, ou des distances, ou des aires qu'on y mesure sont proportionnelles à celles qu'on mesure dans la réalité. La transformation de la surface courbe sur un plan est connue sous le nom de projection cartographique et peut prendre une multitude de formes différentes, qui toutes engendrent des déformations d'angles, d'aires et/ou de distances. S'il est possible dans une projection cartographique de maîtriser telle déformation, de manière à préserver des caractéristiques spécifiques, d'autres caractéristiques des objets représentés seront nécessairement déformées. Le principal problème en cartographie est qu'il n'est pas possible de projeter ou de transformer une surface sphérique ou ellipsoïdale sur une surface plane sans générer de déformations. Seul un globe de forme sphérique ou ellipsoïdale convient à la restitution de toutes les caractéristiques liées à la rotondité de la Terre ou d'un corps céleste dans leurs véritables proportions. Dans ce chapitre, on abordera les deux projections utilisées en Algérie : Lambert et UTM.

III.1 La Représentation Plane de Lambert

Les projections coniques donnent l'apparence d'une surface conique développée qui pourrait être roulée en un cône. Ces projections sont des constructions mathématiques souvent plus complexes que la projection sur une simple surface conique. On peut y trouver une seule ligne, ou deux lignes, qui soient exemptes d'altérations de l'échelle.

La projection conique conforme de Lambert, proposée par Johann Heinrich Lambert en 1772, montre les méridiens comme des droites régulièrement réparties convergeant en un des pôles (fig. III.1). Les angles entre les méridiens de la projection sont plus petits que les angles homologues sur le globe. Les parallèles sont des arcs de cercles qui sont tous centrés sur le pôle et dont l'espacement augmente au fur et à mesure qu'on s'éloigne du pôle. Le pôle le plus proche du parallèle standard est un point et l'autre pôle ne peut pas être représenté. L'échelle est vraie le long du parallèle standard ou le long de deux parallèles standards, et elle est constante le long de n'importe quel parallèle donné. La projection conique conforme de Lambert est très largement employée pour la cartographie à grande échelle des régions dont la forme est allongée dans la direction Est-Ouest et pour les régions situées dans des latitudes moyennes. Elle est un standard dans beaucoup de pays pour les cartes à l'échelle de 1 : 500 000, aussi bien que pour les cartes aéronautiques aux échelles similaires[9_IMY_Map_Projections_and_Reference_Systems_FR (14.p)].

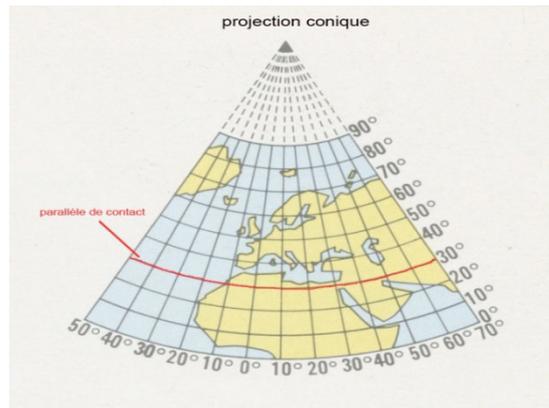


Figure III.1: Représentation conique de Lambert

III.1.2 Définition et propriétés

La représentation plane Lambert est une représentation conique, conforme et directe d'un modèle ellipsoïdique :

- *conique* : on utilise les coordonnées polaires R et Ω ,
- *conforme* : conservation des angles ou l'altération angulaire est nulle,
- *directe* : les coordonnées polaires sont des fonctions de la forme :

$$R = R(\varphi)$$

$$\Omega = \Omega(\lambda)$$

Où (φ, λ) sont les coordonnées d'un point sur le modèle de l'ellipsoïde de référence.

Pour le cas de l'Algérie, on considère la représentation tangente, c'est-à-dire, on utilise un seul parallèle origine. Dans la suite, on va étudier en détail le cas d'un seul parallèle origine. Une interprétation de la représentation plane Lambert est comme suit:

On considère un cône (C) (Fig. III.2) de sommet S ; tangent au parallèle origine de latitude φ_0 de l'ellipsoïde de référence \mathcal{E} . A un point $M(\varphi, \lambda)$ de \mathcal{E} , on lui fait correspondre son image m sur la demi-droite d'origine S tangente à la méridienne de longitude λ et au parallèle origine.

On développe le cône (C) sur le plan, on obtient l'image d'une portion de l'ellipsoïde (Fig. III.3).

Les images des parallèles sont des arcs de cercles concentriques de centre S l'image du sommet du cône (C), celles des méridiens sont des droites concordantes passant par S (Fig. III.3).

Les courbes coordonnées $\varphi = \text{constante}$ et $\lambda = \text{constante}$, sur le modèle sont orthogonales et leurs images le sont aussi dans le plan.

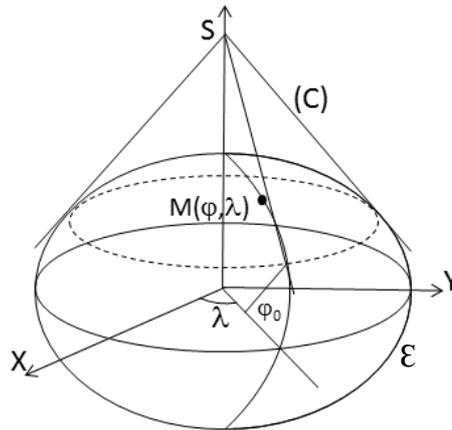


Figure III.2 : Interprétation géométrique

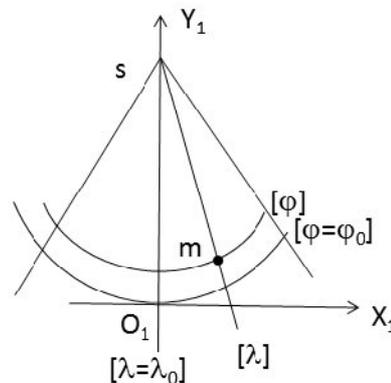


Figure III.3: Images des parallèles et des méridiens

III.1.3 Expression des coordonnées cartésiennes planes

Dans ce paragraphe, on va décrire les coordonnées cartésiennes en fonction de (Ω, R) . Soit un point $M(\varphi, \lambda)$ ayant pour coordonnées polaires (Ω, R) .

On considère un système d'axes (O, x, y) qu'on nomme repère origine, tel que l'axe Ox est tangent à l'image du parallèle origine au point O dirigé vers l'Est et Oy est porté par l'image du méridien origine dirigé vers le Nord (Fig. III.4). Soit le point S de Oy , avec $OS = R_0$, on a alors :

$$\begin{aligned} x_M &= R \cdot \sin \Omega \\ y_M &= R_0 - R \cdot \cos \Omega \end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{aligned} x_M &= R \sin ((\lambda - \lambda_0) \sin \varphi_0) \\ y_M &= R_0 - R \cos ((\lambda - \lambda_0) \sin \varphi_0) \end{aligned}$$

Avec λ comptée positivement à l'Est du méridien origine des longitudes.

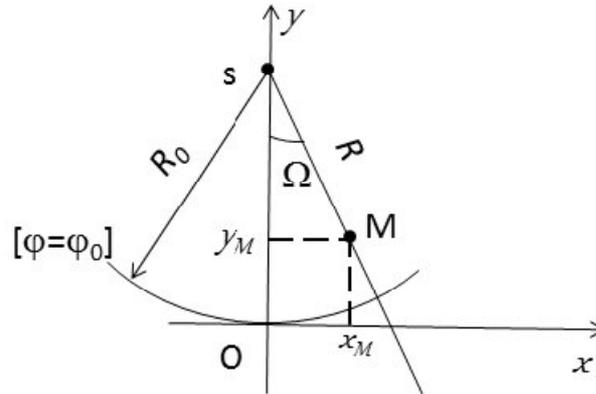


Figure III.4 : Le Repère origine de la projection Lambert

III.1.4 Passage des coordonnées (R, Ω) aux coordonnées (x, y)

Ayant (φ, λ) et φ_0, λ_0 , on calcule :

$$\Omega = (\lambda - \lambda_0) \cdot \sin \varphi_0$$

$$L(\varphi) = \log \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{e}{2} \log - \frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi}$$

$$R_0 = N_0 \cot g \varphi_0$$

$$R = R_0 \exp(-\sin \varphi_0 (L - L_0))$$

$$x = R \sin \Omega$$

$$y = R_0 - R \cos \Omega$$

III.1.5 Passage des coordonnées (x, y) aux coordonnées (R, Ω)

On donne φ_0 et λ_0 et ayant (x, y) , on calcule :

$$R_0 = N_0 \cdot \cot g \varphi_0$$

$$R \cdot \cos \Omega = R_0 - y$$

Comme :

$$x = R \cdot \sin \Omega$$

D'où :

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{x}{R_0 - y}$$

Par suite :

$$\Omega = (\lambda - \lambda_0) \sin \varphi_0 = \operatorname{Arctg} \left(\frac{x}{R_0 - y} \right)$$

D'où :

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{1}{\sin \varphi_0} \operatorname{Arctg} \left(\frac{x}{R_0 - y} \right)$$

De :

$$Y = R_0 - R \cos \Omega$$

On obtient :

$$R = \frac{R_0 - y}{\cos \Omega}$$

Et de :

$$R = R_0 \exp(-\sin \varphi_0 (L - L_0)) \Rightarrow \text{Log} \frac{R}{R_0} = -\sin \varphi_0 (L - L_0)$$

D'où :

$$L = L_0 + \frac{1}{\sin \varphi_0} \text{Log} \frac{R_0}{R}$$

Le problème devient à calculer φ à partir de la donnée de la latitude isométrique L. Ce calcul se fait par itérations.

III.1.6 La projection Lambert en Algérie

Durant la période coloniale, l'Algérie a utilisé la projection conique conforme tangente de Lambert. Dans le but de minimiser les déformations (altérations linéaires), l'Algérie a été découpée en deux zones, Fig. III.5:

- Une projection appelée "Lambert Nord" qui couvre le Nord de l'Algérie,
- Une projection appelée "Lambert Sud" qui couvre le Sud de l'Algérie.

Le tableau suivant illustre les valeurs des constantes de chaque zone qui permettent le calcul des coordonnées, dans projection Lambert sur l'ellipsoïde de Clarke 1880.

Constantes	Lambert Nord	Lambert Sud
Mode de définition	Tangente	Tangente
Zone d'application	42,0 gr - 37,5 gr	34,5 gr - 39,5 gr
Latitude origine	40 gr = 36°	37 gr = 33° 18'
Longitude origine ou méridien central de la projection	3 gr Est Greenwich	3 gr Est Greenwich
E ₀	500 135.000 m	500 135.000 m
N ₀	300 090.000 m	300 090.000 m
Facteur d'échelle	0,999 625 544 000 (valeur calculée)	0,999 625 769 000 (valeur calculée)

Tableau III.1: Constantes de la projection Lambert Nord et Lambert Sud, en Algérie.

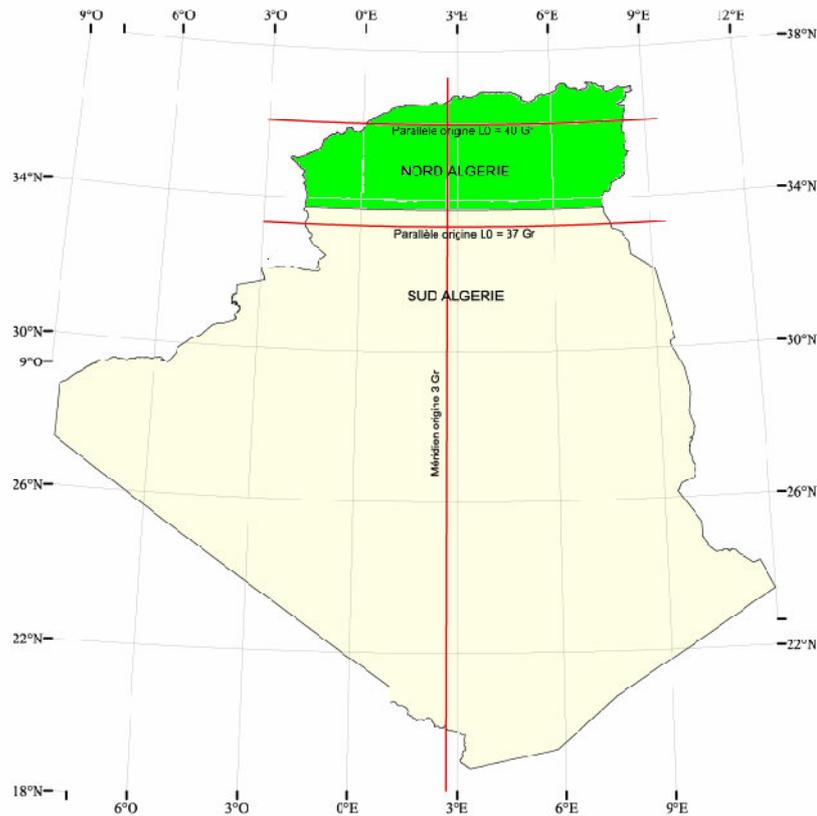


Figure III.5 : Projection Lambert en Algérie.

III.2 Projection de Mercator transverse

La projection de Mercator transverse, également connue sous le nom de projection de Gauss-Kruger, est une projection où la ligne d'échelle constante est le long d'un méridien plutôt que sur l'équateur.

Le méridien central et l'équateur sont des lignes droites. Les autres méridiens et parallèles sont des courbes complexes dont la concavité est tournée vers le méridien central. La projection possède une échelle vraie le long du méridien central ou le long de deux lignes parallèles équidistantes du méridien central. Elle est généralement utilisée pour des cartes à grande échelle, sur de petites zones.

En raison de la distribution de la déformation, elle est habituellement utilisée en divisant la région à cartographier en zones de six degrés (6°) limitées par des méridiens. Cette projection est très utilisée pour les cartes topographiques aux échelles comprises entre 1:25 000 et 1:250 000, et est à la base du système de coordonnées UTM, [9_IMY_Map_Projections_and_Reference_Systems_FR (14.p)].

III.2.1 Définition et propriétés

La représentation plane UTM (Universal Transverse Mercator) est l'une des représentations la plus utilisée dans le monde [Abdelmajid Ben Hadj, S 2015(86.p) Cartographie Mathématique et les Transformations de Passage entre les Systèmes Géodésiques].

C'est une représentation :

- conforme d'un modèle ellipsoïdique,
- transverse : c'est-à-dire l'image de l'équateur (en partie) est l'axe Ox (vers l'Est) et l'image d'un méridien appelé méridien central, de longitude λ_0 qu'on suppose égale à 0° , est l'axe Oy (vers le Nord) du plan.

Les coordonnées rectangulaires d'un point sont des fonctions de la forme :

$$X = X(\varphi, \lambda)$$

$$Y = Y(\varphi, \lambda)$$

où (φ, λ) sont les coordonnées du point sur le modèle ellipsoïdique.

Soit un point $M(\varphi, 0)$ sur le méridien origine, alors les coordonnées de son image sur le plan sont:

$$X(\varphi, 0) = 0$$

$$Y(\varphi, 0) = Y(\varphi)$$

$Y(\varphi)$ sera déterminée en imposant que le long du méridien central ou origine, les longueurs sont conservées. Sur le méridien, la longueur est donnée par :

$$\beta(\varphi) = \int_0^\varphi \rho ds$$

D'où

$$\beta(\varphi) = Y(\varphi) = Y(\varphi, 0)$$

III.2.2 Détermination des coordonnées UTM

III.2.2.1 Calcul Direct : coordonnées de projection

Sur l'ellipsoïde, on a : $ds^2 = \rho^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2\varphi d\lambda^2$, le carré de l'élément de longueur infinitésimale, avec :

$$N(\varphi) = a \cdot (1 - e^2 \sin^2\varphi)^{-1/2}$$

$$\rho(\varphi) = a \cdot (1 - e^2) \cdot (1 - e^2 \sin^2\varphi)^{-3/2}$$

Respectivement, les rayons de courbure de la grande normale et de la méridienne, a le demigrand axe et e la première excentricité de l'ellipsoïde de référence. On peut écrire que :

$$ds^2 = N^2 \cos^2\varphi \left(\frac{\rho^2 d\varphi^2}{N^2 \cos^2\varphi} + d\lambda^2 \right)$$

En posant :

$$dL = \text{Log} \frac{\rho d\varphi}{N \cos\varphi}$$

$$\text{Ou } L = \text{Log} \text{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{e}{2} \text{Log} \frac{1 + e \sin\varphi}{1 - e \sin\varphi}$$

Avec L la latitude isométrique, on a alors les coordonnées (L, λ) symétriques et orthogonales. L'expression de ds^2 est égale à :

$$ds^2 = N^2 \cos^2\varphi (dL^2 + d\lambda^2)$$

sur le plan, on a :

$$dS^2 = dX^2 + dY^2$$

Chapitre III : Systèmes de représentation planes Lambert et UTM

on pose :

$$z = L + i\lambda$$

$$Z = Y + iX$$

Où i désigne le nombre complexe tel que $i^2 = -1$. Entre z et Z , on a la relation :

$$Z = Y + iX = f(z) = f(L + i\lambda)$$

où f est une fonction à déterminer. La représentation étant conforme, la fonction f est par suite une fonction analytique dans C (l'ensemble des nombres complexes). La fonction f est dérivable à tout ordre et développable en séries en tout point complexe. Considérons le point z_0 tel que :

$$z_0 = L + i0 = L \text{ et } z = L + i\lambda, \text{ ce qui donne } z - z_0 = i\lambda.$$

Dans la représentation UTM, on restreint λ à varier dans l'intervalle $[-3^\circ, +3^\circ]$. Cet intervalle définit un fuseau de méridien central $\lambda_0 = 0^\circ$ et d'amplitude 6° . Ainsi, la Terre est divisé en $360^\circ/6^\circ = 60$ fuseaux qu'on numérote de 1 à 60 ce qui explique l'utilisation mondiale de la représentation UTM.

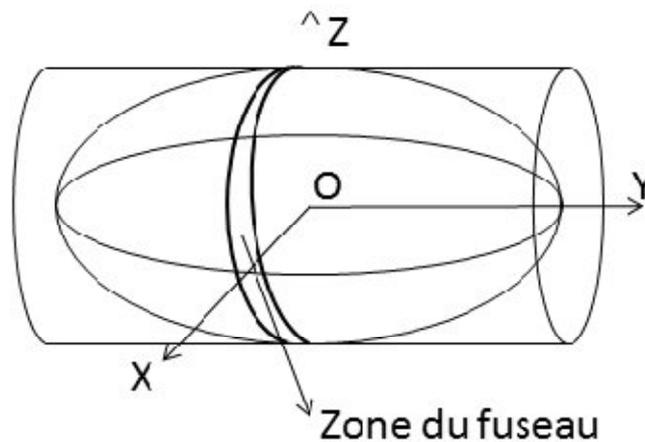


Figure III.6: Représentation géométrique de la projection UTM

Une interprétation géométrique de la représentation UTM est comme suit:

- on considère un cylindre ayant une base elliptique, tangent à l'ellipsoïde modèle le long de la méridienne de longitude $\lambda = \lambda_0 = 0^\circ$. A un point $M(\varphi, \lambda)$ appartenant au fuseau $[-3^\circ, +3^\circ]$ on lui fait correspondre un point m du cylindre (Fig. III.6).
- après développement du cylindre sur le plan, on obtient l'image $m(X, Y)$.

On revient maintenant au développement de la fonction f au voisinage de z_0 , on a l'expression :

$$f(z) = f(z_0) + (z - z_0)f'(z_0) + \frac{(z - z_0)^2}{2!}f''(z_0) + \dots + \frac{(z - z_0)^n}{n!}f^{(n)}(z_0) + \dots$$

On se limite à l'ordre $n = 8$. D'où:

$$Y + iX = f(L) + i\lambda f'(L) - \frac{1}{2!}\lambda^2 f''(L) - i\frac{1}{3!}\lambda^3 f'''(L) + \frac{1}{4!}\lambda^4 f^{(4)}(L) + \frac{1}{5!}\lambda^5 f^{(5)}(L)$$

$$- \frac{1}{6!}\lambda^6 f^{(6)}(L) - \frac{1}{7!}\lambda^7 f^{(7)}(L) + \frac{1}{8!}\lambda^8 f^{(8)}(L) + \dots$$

Pour $\lambda = 0$, on a $Y + iX = f(L)$ soit:

$$Y = f(L) = Y(\varphi, 0) = \beta(\varphi)$$

On pose :

$$a_0 = f(L) = \beta(\varphi)$$

$$a_n = \frac{1}{n!} f^n(L) = \frac{1}{n!} \frac{d^n \beta(\varphi)}{dL^n}$$

Ce qui donne :

$$Y + iX = a_0 + ia_1\lambda - a_2\lambda^2 - ia_3\lambda^3 + ia_4\lambda^4 + ia_5\lambda^5 - ia_6\lambda^6 - ia_7\lambda^7 + ia_8\lambda^8 + \dots$$

D'où

$$X = a_1\lambda - a_3\lambda^3 + a_5\lambda^5 - a_7\lambda^7 + \dots$$

$$Y = \beta(\varphi) - a_2\lambda^2 + a_4\lambda^4 - a_6\lambda^6 + a_8\lambda^8 + \dots$$

Avec :

$$a_0 = f(L) = \beta(L), \quad a_1 = f'(L) = \frac{d\beta}{dL} = \frac{d\beta}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dL}$$

En posant :

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi, \quad e'^2 = \frac{e^2}{1-e^2}, \quad t = \operatorname{tg} \varphi$$

Avec e' la deuxième excentricité, on obtient les coefficients :

$$e_1 = N \cos \varphi$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} N \cos \varphi \sin \varphi$$

$$a_3 = -\frac{1}{6} N \cos^3 \varphi (1 + \eta^2 - t^2)$$

$$a_4 = \frac{1}{24} N \cos^3 \varphi \sin \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$$

$$a_5 = \frac{1}{120} N \cos^5 \varphi \sin \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2 + 13\eta^4)$$

$$a_6 = -\frac{1}{720} N \cos^5 \varphi \sin \varphi (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330t^2 \eta^2 + 200\eta^4 - 232t^2 \eta^4)$$

$$a_7 = -\frac{1}{5040} N \cos^7 \varphi \sin \varphi (61 - 131t^2 + 179t^4 + 331\eta^2 - 3298t^2 \eta^2)$$

$$a_8 = \frac{1}{40320} N \cos^7 \varphi \sin \varphi (165 - 61t^2 + 537t^4 + 9679\eta^2 - 23278t^2 \eta^2 + 9244\eta^4 + 358t^4 \eta^2 - 19788 t^2 \eta^4)$$

Le calcul de $\beta(\varphi) = f(L) = \beta$ se calcule à partir du développement de $\beta(\varphi)$ en fonction de $u = e^2 \sin^2(\varphi)$ car $u < 1$. On exprime $\sin^m \varphi$ en fonction de \sin de multiples de φ soit $\sin p\varphi$. En intégrant, on arrive à :

$$\beta(\varphi) = a(1 - e^2) \cdot (C_0 \varphi + C_2 \sin 2\varphi + C_4 \varphi + C_6 \sin 6\varphi + C_8 \sin 8\varphi + C_{10} \sin 10\varphi + C_{12} \sin 12\varphi)$$

Avec :

$$C_0 = 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \frac{11025}{16384} e^8 + \frac{43659}{65536} e^{10} + \frac{693693}{1048576} e^{12}$$

$$C_2 = -\frac{3}{8}e^2 - \frac{15}{32}e^4 - \frac{525}{1024}e^6 - \frac{2205}{4096}e^8 - \frac{72765}{131072}e^{10} - \frac{297297}{524288}e^{12}$$

$$C_4 = \frac{15}{256}e^4 + \frac{105}{1024}e^6 + \frac{2205}{16384}e^8 + \frac{10395}{65536}e^{10} + \frac{1486485}{8388608}e^{12}$$

$$C_6 = \frac{35}{3072}e^6 - \frac{315}{12288}e^8 - \frac{31185}{786432}e^{10} - \frac{165165}{3145728}e^{12}$$

$$C_8 = \frac{315}{131072}e^8 - \frac{3465}{524288}e^{10} - \frac{99099}{8388608}e^{12}$$

$$C_{10} = -\frac{693}{1310720}e^{10} - \frac{9009}{5242880}e^{12}$$

$$C_{12} = \frac{1001}{8388608}e^{12}$$

Alors les formules définitives du calcul direct sont en s'arrêtant à l'ordre 8:

$$X' = k \cdot X + 500\,000.00 \text{ m}$$

$$Y' = k \cdot Y$$

k : facteur d'échelle.

III.2.2.2 Calcul Inverse : coordonnées géographiques

Ayant les coordonnées (X', Y') en UTM et la longitude λ_0 du méridien central, le calcul des coordonnées géographiques (λ, φ) s'effectue en commençant par:

$$X = (X' - 500000)/k$$

$$Y = Y' / k$$

Par suite, en utilisant les variables : $z = L + i(\lambda - \lambda_0)$ et $Z = Y + iX$, on cherche à déterminer une fonction analytique g , telle que:

$$z = g(Z)$$

$$\text{ou } L + i(\lambda - \lambda_0) = g(Y + iX)$$

Pour cela, on considère sur l'axe OY le point P(0,Y) (Fig. III.7), il lui correspond l'affixe $Z_0 = Y$, sur l'ellipsoïde il est l'image de $L' = L'(\varphi') = g(Z_0)$. D'où le développement de g au point Z_0 :

$$g(Z) = g(Z_0) + (Z - Z_0)g'(Z_0) + \frac{(Z - Z_0)^2}{2!}g''(Z_0) + \dots + \frac{(Z - Z_0)^n}{n!}g^{(n)}(Z_0) + \dots$$

Or: $Z - Z_0 = Y + iX - Y = iX$, ce qui donne :

$$L + i(\lambda - \lambda_0) = g(Z_0) + iX \cdot g'(Y) - \frac{1}{2}X^2 \cdot g''(Y) - \frac{1}{3!}iX^3 g^{(3)}(Y) + \frac{1}{4!}X^4 g^{(4)}(Y) + \frac{1}{5!}iX^5 g^{(5)}(Y) - \frac{1}{6!}X^6 g^{(6)}(Y) + \dots$$

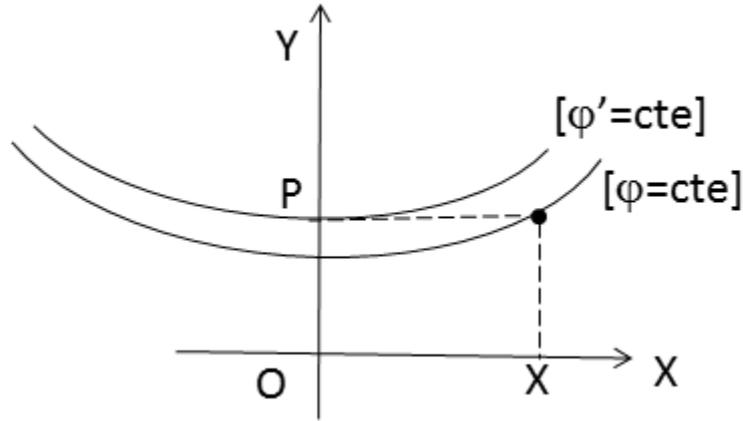


Figure III.7: Passage de (X, Y) à (φ, λ)

On pose :

$$b_0 = g(Z_0) = g(Y) = L', \quad b_n = \frac{g^{(n)}(Y)}{n!} = \frac{1}{n!} \frac{d^n L'}{dY^n} = \frac{1}{n!} \frac{d^n L'}{d\beta^n}$$

D'où :

$$\lambda = \lambda_0 + b_1 X - b_3 X^3 + b_5 X^5 + b_7 X^7 + \dots$$

Avec :

$$b_0 = g(Z_0) = L', \quad b_1 = g'(Y) = \frac{dL'}{dY} = \frac{dL'}{d\beta} = \frac{dL'}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi'}{d\beta}$$

En posant $\eta'^2 = e'^2 \cos^2 \varphi'$ avec e' la deuxième excentricité $e'^2 = e^2 / (1 - e^2)$, $t' = \operatorname{tg} \varphi'$ et $N'' = N(\lambda')$, on obtient les coefficients:

$$b_1 = \frac{1}{N' \cos \varphi'}$$

$$b_2 = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{2N'^2 \cos \varphi'}$$

$$b_3 = \frac{(1 + 2t'^2 + \eta'^2)}{N' \cos \varphi'}$$

$$b_4 = \frac{\operatorname{tg} \varphi' (5 + 6t'^2 + \eta'^2 - 4\eta'^4)}{2N'^4 \cos \varphi'}$$

$$b_5 = \frac{(5 + 28t'^2 + 6\eta'^2 + 24t'^4 + 8\eta'^2 t'^2)}{120N'^5 \cos \varphi'}$$

$$b_6 = \frac{\operatorname{tg} \varphi' (61 + 180t'^2 + 46\eta'^2 + 120t'^4 + 48\eta'^2 t'^2)}{720N'^6 \cos \varphi'}$$

$$b_6 = \frac{\operatorname{tg} \varphi' (61 + 180t'^2 + 46\eta'^2 + 120t'^4 + 48\eta'^2 t'^2)}{720N'^6 \cos \varphi'}$$

$$b_7 = \frac{(61 + 622t'^2 + 107\eta'^2 + 1320t'^4 + 1538\eta'^2 t'^2 + 46\eta'^4)}{120N'^5 \cos \varphi'}$$

Chapitre III : Systèmes de représentation planes Lambert et UTM

Ayant $L(\varphi)$, on calcule φ par itérations ; en utilisant la formule:

$$L = \text{Log} \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{e}{2} \text{Log} \left(\frac{1+e \sin \varphi}{1-e \sin \varphi}\right)$$

III.2.2.3. Le Module linéaire

Le module linéaire m est tel que :

$$m^2 = \left(\frac{dS^2}{d\lambda^2}\right) = \frac{dS^2}{d\lambda^2} = \frac{dX^2 + dY^2}{\rho^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

La représentation étant conforme, alors le module linéaire est indépendant de la direction, mais ne dépend que du point, on choisit de calculer m le long des parallèles, soit $d\varphi = 0$, ce qui donne :

$$m^2 = \frac{dX^2 + dY^2}{N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

Comme on a :

$$\begin{aligned} X &= a_1 \lambda - a_3 + a_5 \lambda^5 + \dots \\ Y &= \beta(\varphi) - a_2 \lambda^2 + a_4 \lambda^4 + \dots \end{aligned}$$

et que les coefficients a_i sont des fonctions seulement de la latitude (φ), d'où :

$$dX = a_1 d\lambda - 3a_3 \lambda^2 d\lambda + 5a_5 \lambda^4 d\lambda = (a_1 - 3a_3 \lambda^2 + 5a_5 \lambda^4) d\lambda + \dots$$

et :

$$dY = -2a_2 \lambda d\lambda + 4a_4 \lambda^3 d\lambda + \dots$$

En gardant les termes en λ et λ^2 , on obtient :

$$dX = N \cos \varphi \left[1 + \left(\frac{\lambda^2}{2}\right) \cos^2 \varphi (1 - \text{tg}^2 \varphi + \eta^2) \right] d\lambda$$

et :

$$dY = \lambda N \cos^2 \varphi \text{tg} \varphi d\lambda$$

Par suite :

$$dX^2 + dY^2 = N^2 \cos^2 \varphi \left(\left(1 + \left(\frac{\lambda^2}{2}\right) \cos^2 \varphi (1 - \text{tg}^2 \varphi + \eta^2) \right)^2 \sin^2 \varphi \right) d\lambda^2$$

En simplifiant et en négligeant les termes en λ^4 , on trouve :

$$m = \sqrt{1 + \lambda^2 (1 + \eta^2) \cos^2 \varphi}$$

Au lieu de prendre m comme module linéaire, on le multiplie par un facteur k appelé facteur de réduction de l'échelle généralement égal à **0.9996**. Le module linéaire devient :

$$m' = k \sqrt{1 + \lambda^2 (1 + \eta^2) \cos^2 \varphi}$$

On remplace λ par $\lambda - \lambda_0$, on trouve la formule du module linéaire :

$$m' = k \sqrt{1 + (\lambda - \lambda_0)^2 (1 + \eta^2 \cos^2 \varphi) \cos^2 \varphi}$$

III.2.2.4. Convergence des méridiens

Le gisement de l'image du méridien appelé 'convergence des méridiens' et noté par g en un point (φ, λ) est donné en première approximation par la formule :

$$tg \gamma = (\lambda - \lambda_0) \sin \varphi$$

γ est comptée dans le sens des gisements.

II.3 La projection UTM en Algérie

La représentation cartographique plane en vigueur adoptée par l'Algérie en 2003 est l'UTM (Universel Transverse Mercator). L'Algérie s'étale de l'Ouest à l'Est sur quatre fuseaux : le 29, 30, 31 et 32 soit de 9° à l'Ouest du méridien d'origine et à 12° à l'Est du méridien d'origine, Fig. III.7.

Le tableau ci-après montre les constantes de la projection UTM adoptées en Algérie.

Constantes	UTM Nord fuseau n
Latitude origine	0°
Longitude origine ou méridien central de la Projection	6(Nf-31)+3 ° /Greenwich Nf: numéro de fuseau.
E ₀	500 000 m
N ₀	0 m
Facteur d'échelle	0.9996

Tableau III.2: Constantes de la projection UTM en Algérie.

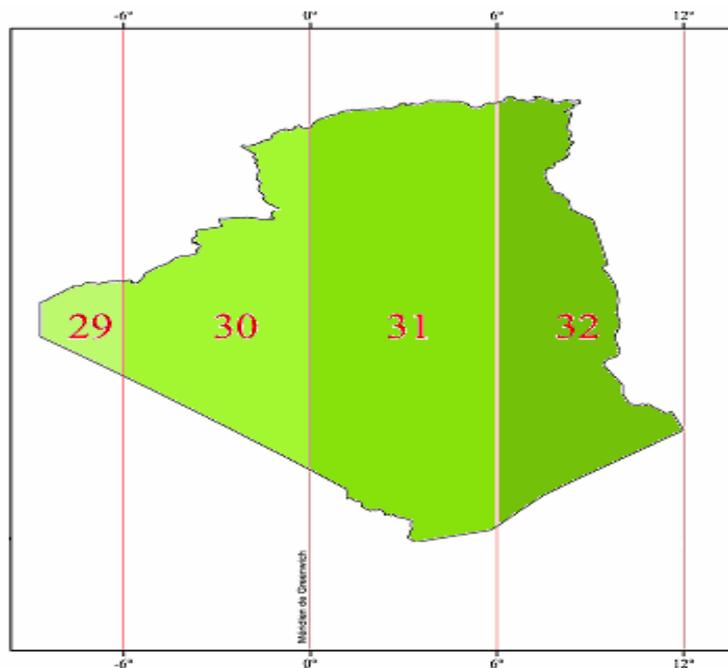


Figure IV.1 :Schéma de transformations géométriques entre systèmes

Chapitre IV: Transformation entre les systèmes géodésiques

IV.1 Introduction

Ce chapitre comprend une description des différents modèles de transformation qui consiste en leurs avantages et inconvénients relatifs et les modèles les plus appropriés choisis pour cette étude.

On entend par changement de système géodésique la transformation qui permet d'exprimer les coordonnées cartésiennes, géographique ou planes d'un point dans un autre système géodésique, où se définit par des opérations mathématiques consistant à mettre en relation les deux systèmes. Lorsque les éléments ou les paramètres de transformation sont connus, il suffit de les appliquer directement aux coordonnées disponibles pour obtenir leurs correspondants dans le nouveau système [Bertrand,2002].

Dans d'autre cas, ces paramètres sont inconnus et doivent être déterminés en employant des points connus dans les deux systèmes (points doubles).

Une compensation selon le principe des moindres carrés est effectuée lorsque le nombre de points d'appui dépasse le minimum requis par la transformation.

Le plus utilisé est la similitude 3D car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée "dans les 2 sens" (Les mêmes 7 paramètres servent à transformer des coordonnées exprimées dans le système A vers le système B mais également du système B vers le système A, avec une simple inversion de signe).

Les formules de Molodensky sont des développements limités dont l'ordre influe évidemment sur la précision finale. Le passage inverse nécessite l'application de formules différentes. La transformation polynomiale ne s'applique que sur des zones restreintes (pour conserver une précision comparable à celle obtenue par l'emploi d'une similitude). La figure ci-après illustre sommairement les modèles de transformation entre deux systèmes donnés.

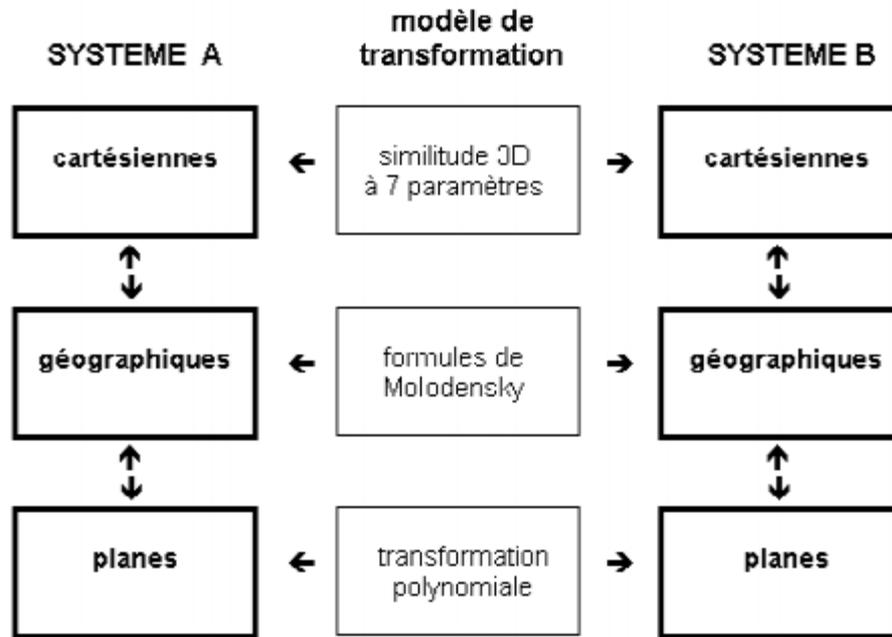


Figure IV.1 :Schéma de transformations géométriques entre systèmes

IV.2 Définition de transformation entre systèmes de référence

La transformation de référence peut alors être définie comme la transformation utilisée pour transformer les coordonnées d'un point défini dans une référence en coordonnées dans une référence différente. Des transformations de données sont nécessaires pour convertir les coordonnées déterminées à l'aide d'un équipement de positionnement par satellite en coordonnées locales si celles-ci ont été définies sur un ellipsoïde différent.

Il existe de nombreux modèles de transformation. Certains d'entre eux sont : la transformation de similarité de Helmert, Bursa-Wolf, la régression multiple, Molodensky-Badekas, le modèle de Veis, la transformation affine, etc. Le choix du modèle de transformation le plus approprié dépend des facteurs suivants :

- Si le modèle doit être appliqué à une petite zone ou à une grande région ;
- L'exigence de précision ;
- Si les paramètres de transformation sont disponibles ou doivent être déterminés.

Généralement, une transformation dans laquelle le facteur d'échelle est le même dans toutes les directions est une transformation de similitude ou une transformation conforme, et est de loin le plus largement utilisé des modèles de transformation. Il préserve la forme mais pas la taille. Une transformation orthogonale est une transformation de similitude dans laquelle le facteur d'échelle est l'unité. Dans ce cas, la forme et la taille du réseau ne changeront pas, mais les positions des points changent.

Les transformations de similitude peuvent être utilisées lorsque les systèmes de référence de coordonnées source et cible ont les caractéristiques suivantes [EPSG, 2005] :

- Chacun d'eux a des axes orthogonaux ;

- Chacun d'eux a la même échelle le long des deux axes, et
- Les deux ont les mêmes unités de mesure.

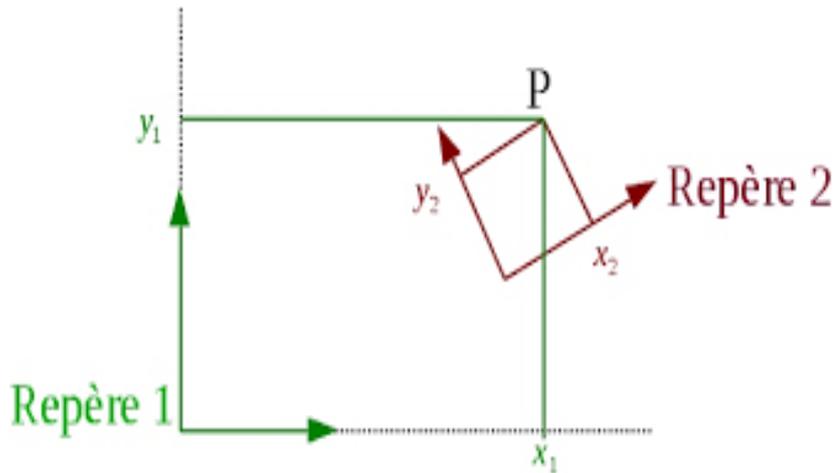


Figure IV.2 :Deux repères 3d

IV.3 Types de transformation entre systèmes de référence

Il existe plusieurs modèles de transformation (modèles locaux et modèles globaux) qui permettent le passage d'un système géodésique à un autre. Le choix d'un modèle de transformation adéquat est influencé par [Snap, 1999]:

- Le domaine pour lequel le modèle doit être appliqué.
- La présence de distorsion dans l'un ou l'autre système géodésique ou bien les deux à la fois.
- Le type de transformation souhaitée (2D ou 3D) et le système de coordonnées utilisé (géographique, cartésienne ou plane).
- La précision souhaitée.

Les transformations entre systèmes peuvent être largement divisées en deux catégories qui peuvent être subdivisées davantage [Hoar, 1982].

IV.3.1 Transformation bidimensionnelle (2D)

a. La transformation conforme :

Une transformation conforme à deux dimensions (figure IV.3) est une transformation linéaire (ou du premier ordre) qui relie deux systèmes de coordonnées cartésiennes 2D par une rotation, un changement d'échelle uniforme, suivi d'une translation. La rotation est définie par un angle de rotation (α) et le changement d'échelle par un facteur d'échelle (s). La translation est définie par deux paramètres de décalage d'origine (x_0, y_0). L'équation est :

$$\begin{aligned} X' &= aX - bY + x_0 \\ Y' &= bX + aY + Y_0 \end{aligned}$$

b. **La transformation affine :**

La transformation affine (figure IV.3) est une transformation linéaire (ou du premier ordre) et relie deux systèmes de coordonnées cartésiennes 2D par une rotation, un changement d'échelle dans les directions x et y, suivi d'une translation. La fonction de transformation est exprimée avec six(06) paramètres : un angle de rotation (a), deux facteurs d'échelle, un facteur d'échelle dans la direction x (sx) et un facteur d'échelle dans la direction y (sy) et deux décalages d'origine (x₀, y₀). L'équation est :

$$\begin{aligned} X' &= aX - bY + x_0 \\ Y' &= cX + dY + Y_0 \end{aligned}$$

c. **La transformation polynomiale :**

Une transformation polynomiale est une transformation non linéaire qui relie deux systèmes de coordonnées cartésiennes 2D par une translation, une rotation et un changement d'échelle variable, figure IV.4. La fonction de transformation peut avoir un nombre infini de termes. L'équation est :

$$\begin{aligned} X' &= x_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY + a_4X^2 + a_5Y^2 + a_6X^2Y + a_7XY^2 + a_8X^3 + \dots \\ Y' &= Y_0 + b_1X + b_2Y + b_3XY + b_4X^2 + b_5Y^2 + b_6X^2Y + b_7XY^2 + b_8X^3 + \dots \end{aligned}$$

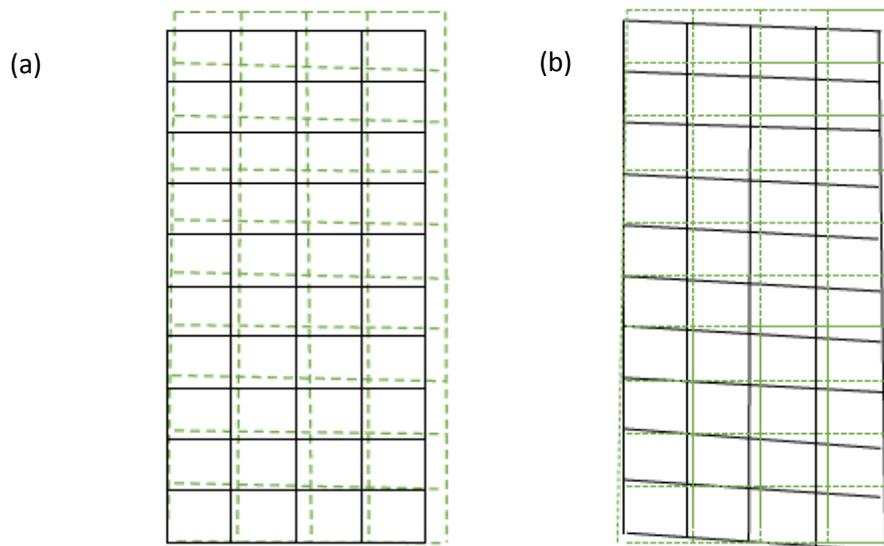


Figure IV.3: (a) Transformation conforme (b) Transformation affine

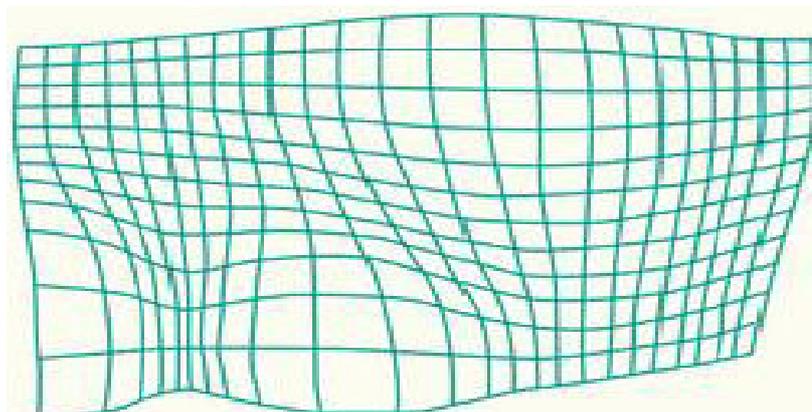


Figure IV.4: Modèle de transformation polynomiale

IV.3.2 Transformation tridimensionnelle (3D)

Il existe aucune méthode théorique directe de passage entre deux systèmes car chaque système géodésique repose sur le choix d'un modèle.

La transformation ne peut s'effectuer que par la connaissance des coordonnées de certains points dans les deux systèmes.

Le choix de la transformation est basé sur l'utilisation de modèles cartésien tridimensionnels et la détermination de sept (7) paramètres à savoir **[Duquenne,IGN]:**

- Trois translations T_x, T_y, T_z , pour amener l'origine de l'un à se confondre avec celle de l'autre (leur ordre de grandeur peut être de plusieurs centaines de mètres).
- Trois rotations R_x, R_y, R_z , pour amener chacun des 3 axes à se confondre avec son homologue (ordre de grandeur : 0.02 sec).
- Un facteur d'échelle Δk prenant en compte le fait que les vecteurs unitaires n'ont pas le même module (ordre de grandeur $<10^{-5}$ ou <10 ppm).

Cette transformation est appelée parfois transformation d'Helmert à sept (07) paramètres. La formule générale de la transformation est :

$$X_2 = T + (1 + \Delta k) \cdot R_{Z, Y, X} \cdot X_1$$

D'où l'écriture matricielle :

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} + (1 + \Delta k) \cdot R_{Z, Y, X} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

où:

- X_2 est le vecteur de composantes $(X_2, Y_2, Z_2)^T$, T désigne la transposée de matrice,
- T est le vecteur translation de composantes $(T_x, T_y, T_z)^T$ entre les systèmes 1 et 2,
- $1 + m$ est le facteur d'échelle entre les 2 systèmes,
- $R(R_x, R_y, R_z)$ est la matrice de rotation 3*3 pour passer du système 1 au système 2,
- X_1 est le vecteur de composantes $(X_1, Y_1, Z_1)^T$.

Les trois rotations R_x, R_y, R_z sont exprimées par les matrices suivantes :

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos E_x & \sin E_x \\ 0 & -\sin E_x & \cos E_x \end{pmatrix}, \quad R_y = \begin{pmatrix} \cos E_y & 0 & -\sin E_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin E_y & 0 & \cos E_y \end{pmatrix},$$

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos E_z & \sin E_z & 0 \\ -\sin E_z & \cos E_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans le cas de transformations géodésiques on aura :

- Les angles de rotation sont très petits (axes quasi-parallèles), les rotations sont linéarisées au premier ordre donc les angles en E sont petits et E^2 est négligeable :

$$\cos E = 1 + 0(E^2)$$

$$\sin E = E + 0(E^2)$$

- K proche de l'unité : $k = 1 + \Delta K$ avec ΔK^2 négligeable donc les trois matrices de rotations s'écrivent :

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & E_X \\ 0 & -E_X & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -E_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ E_Y & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} 1 & E_Z & 0 \\ -E_Z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Les termes du second ordre étant négligés et on a :

$$(E_X^2, E_Y^2, E_Z^2, E_X E, E_X E_Z, E_Y E_Z, \Delta E, \dots \rightarrow 0)$$

Donc le changement de repère devient :

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + \Delta k) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -E_Z & E_Y \\ E_Z & 1 & -E_X \\ -E_Y & E_X & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

On a :

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1 + \Delta K) \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} + (R - I) \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

Avec :

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \Delta R = R - I = \begin{pmatrix} 0 & -E_Z & E_Y \\ E_Z & 0 & -E_X \\ -E_Y & E_X & 0 \end{pmatrix}$$

L'écriture finale pour un point devient :

$$\begin{pmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_1 & 0 & Z_1 & -Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & Y_1 & -Z_1 & 0 & X_1 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 & Y_1 & -X_1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ \Delta K \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Remarque : un point connu dans les deux systèmes donne trois (03) équations .il faut au moins trois points pour obtenir les sept (07) paramètres de transformation.Pour n points,on doit résoudre un système de $(3.n+7)$. La résolution se fait par la méthode des moindres carrés.

IV.4 Modèles de transformation 3D

IV.4.1 Modèle cartésien de Bursa Wolf

Le modèle de Bursa Wolf n'est autre que celui qui a été présenté précédemment. C'est un modèle à (07) sept paramètres (03 translations, 03 rotations, et un facteur d'échelle), dont l'équation générale :

$$X_2 = T + (1+\Delta K).(I +\Delta R).X_1$$

Où :

- X_1, X_2 : Vecteurs position.
- T : Translation de l'origine.
- Δk : Variation du facteur d'échelle.
- ΔR : Variation de la rotation des trois axes.
- I : Matrice d'identité.

Les inconnues sont estimées par moindres carrés à partir des coordonnées de n points connus dans les deux systèmes ($n>3$).

L'inconvénient de la méthode est qu'on assume que les deux systèmes sont seulement des déformations linéaires.

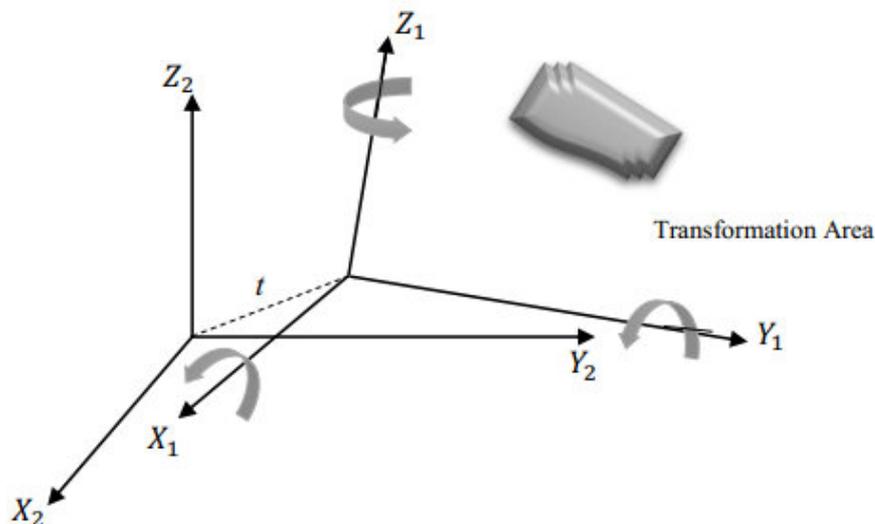


Figure IV.5 : Représentation géométrique du modèle de Bursa Wolf.

IV.4.2 Modèle cartésien de MolodenskyBadekas

Le modèle cartésien de MolodenskyBadekas est obtenu par l'introduction d'un vecteur définissant un point initial autour duquel s'effectuent les rotations (E_X, E_Y, E_Z). Ce point est généralement pris comme le centre de gravité (barycentre), dans les deux systèmes de coordonnées :

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_2^0 + \mathbf{T} + (1 + \Delta k) \cdot (\mathbf{I} + \Delta \mathbf{R}) \cdot (\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_1^0)$$

Le calcul des paramètres de transformation, passe en général par les coordonnées du centre de gravité exprimé dans les deux (02) systèmes.

Avec :

$\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$: Vecteurs position .

$\mathbf{X}_1^0, \mathbf{X}_2^0$: Vecteurs position des barycentres suivant les systèmes 1 et 2, respectivement.

\mathbf{T} : Vecteur de translation de l'origine.

Δk : Variation du facteur d'échelle.

$\Delta \mathbf{R}$: Variation de la rotation autour des trois axes.

\mathbf{I} : matrice d'identité.

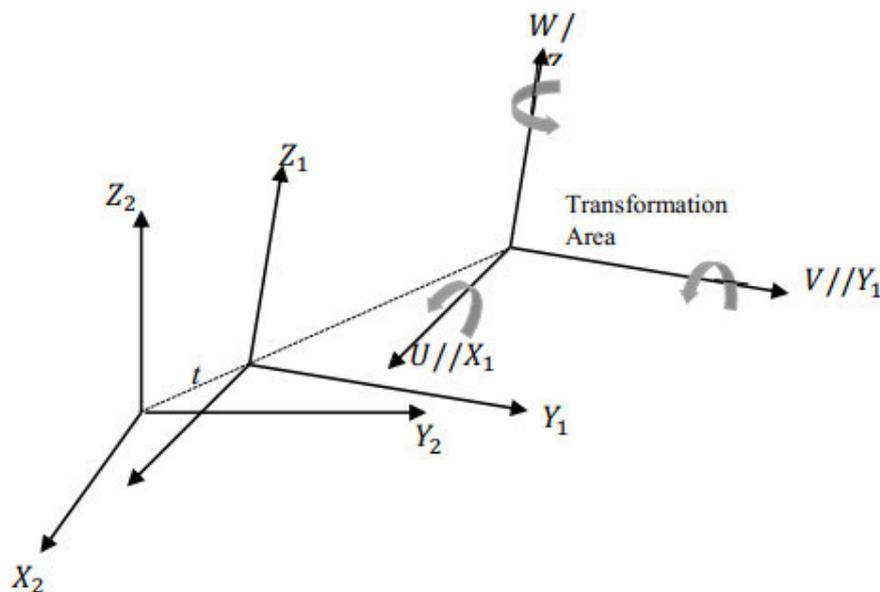


Figure IV.6 : Représentation géométrique du modèle de MolodenskyBadekas.

IV.4.3 Modèle cartésien de Veis

Le modèle de Veis est quasiment identique au modèle de Molodonsky-Badekas, sauf au niveau de la rotation :

$$\mathbf{R}_V = \mathbf{R}_{2,2} \cdot \mathbf{R}_{EZ, EY, EX} \cdot \mathbf{R}_{1,1}$$

où

\mathbf{R}_V : Rotation de Veis

$\mathbf{R}_{1,1}$: Passage du système général 1 au système local 1 (repère lié à 1).

$\mathbf{R}_{EZ, EY, EX}$: Passage du système local 1 au système local 2 (repère lié à 2).

$\mathbf{R}_{2,2}$: Passage du système local 2 au système 2.

Le système local étant le repère topo-centrique ou repère géodésique local. La transformation est la suivante :

$$\mathbf{X}_1 \text{ --- } \mathbf{X}_{O1} \text{ --- } \mathbf{X}_{O2} \text{ --- } \mathbf{X}_2$$

Le modèle de Veis se présente sous la forme suivante :

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_2^0 + \mathbf{T} + (1 + \Delta K) \cdot \mathbf{R}_V \cdot (\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_1^0)$$

IV.4.4 Modèle géographique de Molodensky

Chaque système de référence géodésique lui est associé un ellipsoïde de révolution défini par ses composantes (a, b) , (a, e) ou (a, f) .

Avec :

a : demi grand axe.

b : demi petit axe.

e : excentricité.

f : aplatissement.

Les coordonnées géographiques (longitude et latitude) sont des valeurs plus représentatives, dans la pratique que les coordonnées géocentriques cartésiennes (X, Y, Z) .

La transformation mise en œuvre est alors à neuf (09) paramètres dans laquelle s'ajoutent deux autres paramètres (Da et Df ou De).

$$\text{Avec } Da = a_2 - a_1$$

$$Df = f_1 - f_2$$

$$De = e1 - e2$$

En pratique si les systèmes de coordonnées X et x sont identiques. On obtient le modèle :

$$\lambda_2 - \lambda_1 = - \frac{\sin \lambda}{(N+h) \cdot \cos \varphi} \cdot T_x + \frac{\cos \lambda}{(N+h) \cdot \cos \varphi} T_y - (1 - 2f) \cdot \tan \varphi (\cos \lambda \cdot E_x + \sin \lambda \cdot E_y) + E_z$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \frac{\sin \varphi \cdot \cos \lambda}{(\rho+h) \cdot \cos \varphi} \cdot T_x - \frac{\sin \varphi \cdot \sin \lambda}{(\rho+h) \cdot \cos \varphi} T_y + \frac{\cos \varphi}{(\rho+h)} T_z + \sin \lambda \cdot E_x - \cos \lambda \cdot E_y$$

$$h_2 - h_1 = \cos \varphi \cdot \cos \lambda \cdot T_x + \cos \varphi \cdot \sin \lambda \cdot T_y + a \cdot \Delta k - da + (adf - fda) \cdot \sin^2 \varphi$$

Ce sont les formules simplifiées dites de Molodensky_DMA [Kheloufi, 2004].

IV.4.5 Géocentrique

Méthode mathématique la plus simple pour déterminer les paramètres. Convient si le nombre de points communs aux deux références est insuffisant pour la détermination précise des sept paramètres. Ses désavantages c'est ne peut pas tenir compte des points en dehors du point commun Moins précis avec une précision de 5 m à 10 m (ICSM, 2002).

IV.4.6 Transformation polynomiale

L'emploi d'une méthode de transformation pour le calcul des paramètres de passage entre deux référentiels géodésiques (exemple : transformation de similitude ou formules de Molodensky), exige l'homogénéité entre ces deux référentiels. Certains référentiels géodésiques locaux réalisés par la méthode classique, présentent un manque d'information en termes d'orientation et d'échelle et par conséquent, le problème de transformation se pose.

Diverses approches ont été proposées. La transformation polynomiale par la régression multiple ou MREs a été utilisée par DMA (1987).

En termes simples, ce sont des fonctions de polynômes qui représentent les distorsions entre les systèmes géodésiques, en fonction de la position en latitude, en longitude et en hauteur, ou bien en coordonnées rapportées à un repère topocentrique ENU (Easting ; Northing, Up).

La méthode dite transformation par les équations à régression multiple ou MREs a été utilisée par la NIMA (DMA : 1987) pour le passage d'un système géodésique local vers le système WGS-84. La méthode vient pour compléter les formules de transformations issues des équations différentielles de Molodensky et par conséquent possède l'avantage par rapport aux modèles de Bursa-Wolf et de Molodensky-Badekas. La MREs est capable de déterminer ou d'évaluer les distorsions non linéaires, dans un réseau appartenant au premier système ou à l'autre.

D'où on peut écrire [Pearse & Crook, 1997] :

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta \varphi$$

$$h_2 = h_1 + \Delta h$$

Avec :

$\lambda_1, \varphi_1, h_1$: Coordonnées géodésiques dans le premier système.

$\lambda_2, \varphi_2, h_2$: Coordonnées géodésiques dans le second système.

$\Delta \varphi$: Différence en latitude entre les deux systèmes géodésiques.

$\Delta \lambda$: Différence en longitude entre les deux systèmes géodésiques.

Δh : Différence en élévation entre les deux systèmes géodésiques.

On a pour $\Delta \varphi$ la formule de la régression multiple suivante :

$$\Delta \varphi = A_0 + A_1 \cdot U + A_2 \cdot V + A_3 \cdot U^2 + A_4 \cdot U \cdot V + A_5 \cdot V^2 + \dots + A_{54} \cdot V^9 + A_{55} \cdot U^9 \cdot V + A_{56} \cdot U^8 \cdot V^2 + \dots + A_{64} \cdot U^9 \cdot V^2 + A_{65} \cdot U^8 \cdot V^2 + \dots + A_{72} \cdot U^9 \cdot V^3 + A_{73} \cdot U^8 \cdot V^4 + \dots + A_{99} \cdot U^9 \cdot V^9$$

Où

A_0, A_1, \dots, A_{99} : 100 coefficients possibles déterminés dans la MREs .

$U = k \cdot (\varphi - \varphi_0)$: Latitude géodésique normalisée du point de calcul.

$V = k \cdot (\lambda - \lambda_0)$: Longitude géodésique normalisée du point de calcul.

K : Facteur d'échelle et conversion degré \rightarrow radian, dans le cas où les coordonnées sont exprimées en degrés.

λ_0, φ_0 : coordonnées de l'origine du premier système.

On peut écrire aussi des formules similaires, pour la longitude et la hauteur ellipsoïdique. L'inconvénient principal de la MREs réside dans la non validité de la transformation pour les points situés à l'extérieur de la zone d'étude ou du champ d'application.

Les transformations polynomiales sont parfois utilisées pour géo référencer des images satellitaire ou des photographies aériennes non corrigées ou pour faire correspondre des couches de données vectorielles qui ne correspondent pas exactement, en les étirant ou en les recouvrant de la couche de données la plus précise.

Conclusion :

L'état de l'infrastructure géodésique Algérienne a été étudié en examinant de plus près les données utilisées dans le passé et les spécifications de conception du nouveau réseau l'Algérie qui n'a pas encore été établi. Aussi, les différents modèles de transformation ont été passés en revue et une étude de projection cartographique a été réalisée. Pour la portée de nos travaux, les modèles de transformation suivantes ont été utilisés pour déterminer les paramètres.

- Modèle géocentrique (trois paramètres simples) [**pdf master liberia**].
- Modèle Bursa Wolf (sept paramètres)
- Modèle MolodenskyBadekas (7 paramètres).

Chapitre V: Application

V.1.Introduction

Ce chapitre est consacré à la partie applicative des différents algorithmes et méthodes de transformations entre les systèmes géodésiques utilisés en Algérie : NS-59 et WGS-84 et aussi les projections cartographiques Lambert et UTM.

Sont décrits dans cette partie, le programme informatique réalisé, la zone d'étude et les données utilisées ainsi que les résultats obtenus.

V.2. Programme réalisé : Transf_Proj

Un programme informatique, dénommé **Transf_Proj**, a été élaboré sous l'environnement Matlab R2014a et qui traite les transformations entre systèmes géodésiques, notamment, NS-59 et WGS-84 et permet de calculer les coordonnées de projection Lambert et UTM, à partir des coordonnées géographiques et vice versa.

Ce programme regroupe un certain nombre de sous-programmes, pour l'exécution de la transformation 3D et des projections cartographiques. Les algorithmes utilisés sont ceux des méthodes de transformation de similitude 3D, à savoir, de Molodensky-Badekas, de Bursa Wolf et de la transformation géocentrique ainsi que la projection cartographique de Voirol Lambert Unifié (VLU) et de l'UTM. D'autres sous-programmes sont réalisés, ils concernent la conversion des coordonnées géographiques en coordonnées géocentriques cartésiennes et vice versa.

Ci-après une description succincte des algorithmes utilisés dans le programme Transf_Proj.

- **Transformations 3D :**

[dx, dy, dz,Rx,Ry,Rz,Scale] = Molodensky(filename,awgs,invwgs,aclk,invclk);

[dx, dy, dz,Rx,Ry,Rz,Scale]=BursaWolf(filename,awgs,invwgs,aclk,invclk);

[dx, dy, dz] = Geocentric(filename,awgs,invwgs,aclk,invclk);

Les paramètres d'entrée :

Filename : nom du fichier des coordonnées géographiques, suivant deux systèmes géodésiques.

awgs,invwgs,aclk,invclk : demi-grand axe et l'inverse de l'aplatissement des ellipsoïdes de référence de WGS-84 et NS-59, respectivement

Les paramètres de sortie :

dx, dy, dz,Rx,Ry,Rz,Scale : translation suivant x, y et z ; rotation suivant Ox, Oy et Oz et facteur d'échelle, respectivement.

- **Projections cartographiques:**

[x, y, gam, k] = utm_fwd(zone, northp, lat, lon) /aspect direct

[lat, lon, gam, k] = utm_inv(zone, northp, x, y) /aspect inverse

PRO=ell2lambertcc(ELL,sys,UND,FileOut)/aspect direct

ELL=lambertcc2ell(PRO,sys,UND,FileOut)/aspect inverse

Les paramètres :

zone : numéro de fuseau UTM.

lat, lon : coordonnées géographiques, latitude et longitude, respectivement.

northp : valeur logique indiquant que la projection UTM utilise la constante en y ou non.

x,y : coordonnées de projection UTM.

gam, k : valeur de la convergence des méridiens et de l'échelle en un point donné, respectivement.

PRO : coordonnées de projection Lambert x et y.

ELL : coordonnées géographiques (latitude et longitude).

sys : système géodésique utilisé.

UND : ondulation de géoïde. Si elle est omise, il n'y aura pas de correction sur l'altitude dans le calcul des coordonnées planes.

FileOut: fichier des résultats.

V.3. Zone d'étude

Afin de tester et valider le programme élaboré, l'étude a concerné 03 régions d'étude : Région d'Oran (20 x 15 km²), région de Constantine (35 x 20 km²) et le Nord de l'Algérie (1090 x 500 km²). Les coordonnées géographiques, en degrés minute seconde (*dms*), des points doubles suivant les deux systèmes géodésiques (WGS-84 et NS-59), utilisées pour les différentes transformations sont illustrés dans les tableaux (V.1, V.2 et V.3).

Il est à noter que le système géodésique national qui est le NS-59 (Nord Sahara 1959) est un datum local où les coordonnées géographiques se limitent seulement aux coordonnées curvilignes (latitude et longitude) exprimées sur l'ellipsoïde de référence de Clarke 1880. La coordonnée verticale est représentée par l'altitude *H*, par rapport au niveau moyen des mers (ou géoïde), issue du nivellement et rattachée au Nivellement Géodésique Algérien (NGA). Alors que le système géodésique mondial WGS-84 (World Geodetic System 1984) du GPS, est un datum global où les coordonnées géographiques (Latitude, Longitude et hauteur ellipsoïdale *he*) sont exprimées par rapport à l'ellipsoïde global IAG_GRS80.



Figure V.1 : Disposition du réseau des points doubles - Région d'Oran.

Point	Longitude WGS-84	Latitude WGS-84	he (m) WGS-84	Longitude NS-59	Latitude NS-59	H (m) NS-59
210	-0,40145313	35,4222603	474,561	-0,40115167	35,4222213	425,38
219	-0,29533539	35,4132256	189,304	-0,29503586	35,413186	139,6
217	-0,32447733	35,4544781	286,596	-0,32417725	35,4544398	237,2
2081	-0,4220888	35,3804166	316,02	-0,42178806	35,3803767	267,3

Tableau V.1 : Coordonnées géographiques des points doubles suivant WGS-84 et NS-59, de la région d'Oran

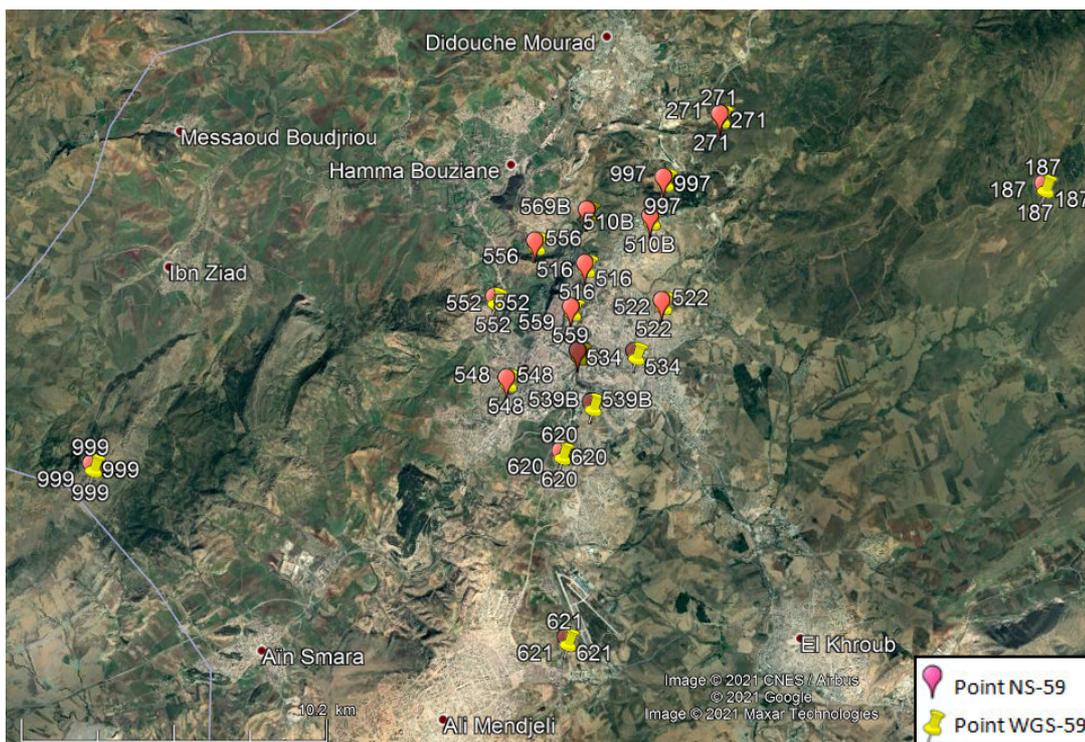


Figure V.2 : Disposition du réseau des points doubles - Région de Constantine.

Point	Longitude WGS-84	Latitude WGS-84	he (m) WGS-84	Longitude NS-59	Latitude NS-59	H (m) NS-59
271	6,40274964	36,2503715	1159,9373	6,40297603	36,2503147	1115,78
620	6,36432978	36,1906941	806,0976	6,36455592	36,1906359	762,22
552	6,35145136	36,2156126	512,738	6,35167795	36,2155553	468,927
559	6,37004144	36,2142673	651,9176	6,37026779	36,2142099	606,768
997	6,39106772	36,2358655	1038,8034	6,39129712	36,235809	995,516
556	6,36128636	36,2255867	579,1686	6,36151292	36,2255296	535,278
522	6,39027761	36,2147203	669,486	6,39050373	36,2146628	624,229
539B	6,37247445	36,1958539	728,7153	6,37270059	36,195796	684,794
516	6,37214342	36,2229422	744,2788	6,3723698	36,2228849	700,341
531	6,37075447	36,2054634	621,1827	6,37098068	36,2054056	577,293
534	6,38238276	36,2052689	636,3941	6,38260883	36,2052111	592,422
510B	6,38509906	36,2318644	872,1473	6,38532534	36,2318074	828,117
187	6,47266627	36,233989	1328,1159	6,47289131	36,2339322	1283,83
999	6,26402357	36,1907847	1357,2079	6,26425163	36,1907266	1313,9
621	6,36446389	36,1545044	771,9767	6,36468978	36,1544453	727,835

Tableau V.2 : Coordonnées géographiques des points doubles suivant WGS-84 et NS-59, de la région de Constantine

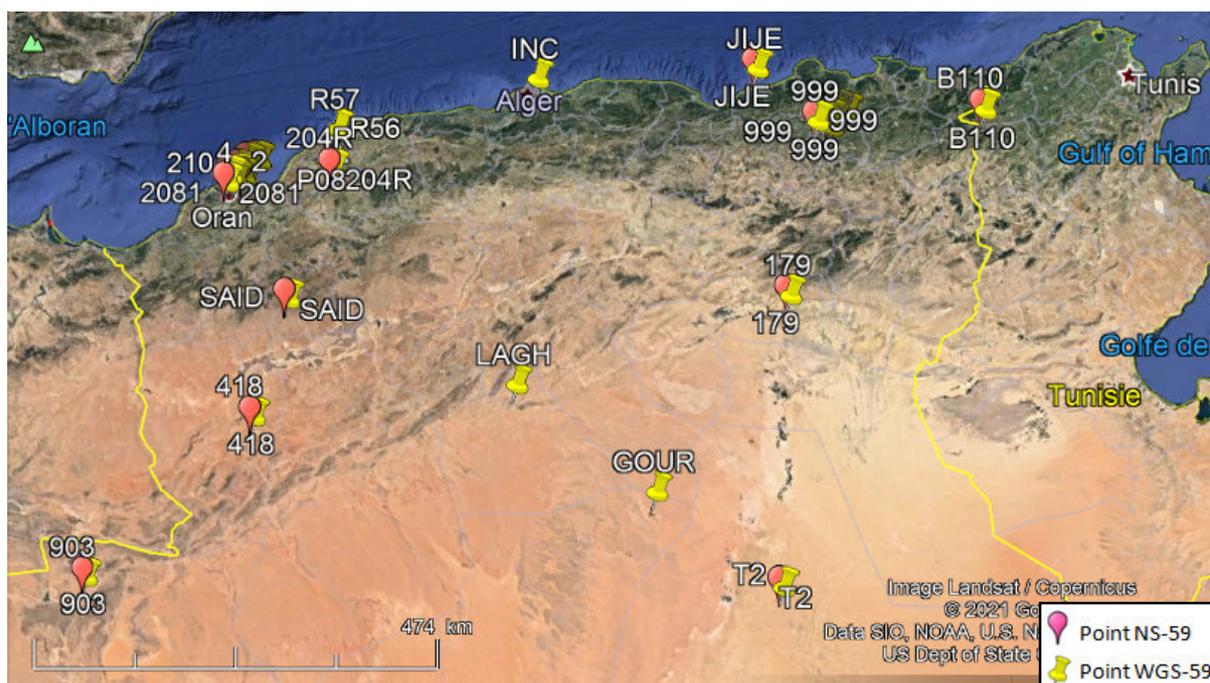


Figure V.3 : Disposition du réseau des points doubles - Région du Nord de l'Algérie.

Point	Longitude WGS-84	Latitude WGS-84	he (m) WGS-84	Longitude NS-59	Latitude NS-59	H (m) NS-59
305B	-0,18497084	35,5129769	74,78	-0,18467153	35,5129387	26,63
B110	8,24075096	36,2241595	1064,306	8,24095065	36,224109	1020,54
210	-0,40145313	35,4222603	474,561	-0,40115167	35,4222213	425,38
204R	0,37321196	35,4915573	142,877	0,37349886	35,4915126	96,23
999	6,26402357	36,1907847	1357,2079	6,26425163	36,1907266	1313,9
SAID	0,06292339	34,3210713	1270,105	0,06320882	34,3210107	1220,52
JIJE	5,44307357	36,4941161	59,762	5,44330555	36,4940767	15,014
187	6,47266627	36,233989	1328,1159	6,47289131	36,2339322	1283,83
179	6,0443913	34,4023756	33,109	6,04461234	34,4023035	-2,929
418	-0,17179995	33,2127451	1269,397	-0,17151777	33,2126657	1223,24
T2	5,54458648	31,5136467	203,126	5,54479961	31,5135228	172,6
903	-2,22563705	31,3453488	950,003	-2,22534184	31,345242	903

Tableau V.3 : Coordonnées géographiques des points doubles suivant WGS-84 et NS-59, de la région du Nord de l'Algérie

V.3 Résultats relatifs aux transformations

V.3.1 Résultats de la méthode de MolodenskyBadekasà 07 paramètres

Le tableau (V.4) montre les valeurs des paramètres de transformation, du système WGS-84 au système national NS-59, calculés à partir de la méthode de MolodenskyBadekas à 07 paramètres, de la région d'Oran (Fig. V.1). Statistiquement, l'incertitude sur les paramètres estimés par la méthode

des moindres carrés, varie dans un intervalle de ± 0.161 m. L'écart type sur les paramètres de translation est de l'ordre de ± 8 cm.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-155.592	0.0804
Ty(m)	-73.900	0.0804
Tz(m)	311.196	0.0804
Rx(")	-1.053	8.68 E-6 rad
Ry(")	-6.834	10.20 E-6 rad
Rz("):	-0.998	19.61 E-6 rad
Facteur d'échelle (ppm)	40.763	11.47
Déviation standard (SD) (m)	0.1607	

Tableau V.4 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – région d'Oran.

Le tableau (V.5) illustre les valeurs de ces paramètres de transformation, de la région de Constantine (Fig. V.2). Statistiquement, l'incertitude sur les paramètres estimés par la méthode des moindres carrés, varie dans un intervalle de ± 0.710 m. L'écart type sur les paramètres de translation est de l'ordre de ± 18.3 cm.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-156.688	0.1833
Ty(m)	-75.064	0.1833
Tz(m)	315.144	0.1833
Rx(")	-2.283	25.02 E-6 rad
Ry(")	-6.841	31.16 E-6 rad
Rz("):	3.923	48.64 E-6 rad
Facteur d'échelle (ppm)	37.201	32.06
Déviation standard (SD) (m)	0.7101	

Tableau V.5 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – région de Constantine.

Le tableau (V.6) présente les valeurs de ces paramètres de transformation, de la région du Nord de l'Algérie (Fig. V.3). Statistiquement, l'incertitude sur les paramètres estimés par la méthode des moindres carrés, varie dans un intervalle de ± 3.987 m. L'écart type sur les paramètres de translation est de l'ordre de ± 1.151 m.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-157.410	1.1509
Ty(m)	-73.542	1.1509

Tz(m)	311.276	1.1509
Rx(")	-0.064	3.00 E-6 rad
Ry(")	0.135	3.37 E-6 rad
Rz("):	-3.385	6.56 E-6 rad
Facteur d'échelle (ppm)	-5.288	3.55
Déviation standard (SD) (m)	3.9870	

Tableau V.6 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – Nord de l'Algérie.

D'après les résultats de la méthode de MolodenskyBadekas sur les trois régions d'étude, les valeurs de transformation varient (d'une façon métrique) d'une région à une autre et la précision sur ces paramètres décroît, en passant d'une zone restreinte à une zone étendue. En effet, la précision, en termes de déviation standard des paramètres, est de l'ordre de 0.16 m, 0.71 m et 3.99 m, pour les régions d'Oran, de Constantine et du Nord de l'Algérie, respectivement.

V.3.2 Résultats de la méthode de Bursa Wolf à 07 paramètres

Les tableaux (V.7, V.8 et V.9) montrent les valeurs des paramètres de transformation, du système WGS-84 au système national NS-59, calculés à partir de la méthode de Bursa Wolf à 07 paramètres, pour les régions d'Oran de Constantine et du Nord de l'Algérie, respectivement. Statistiquement, l'incertitude sur les paramètres estimés par la méthode des moindres carrés, varie dans un intervalle de ± 0.161 m, ± 0.710 m et ± 3.987 m, respectivement. Dans ces régions, l'écart type sur les paramètres de translation est de l'ordre de ± 8 cm, ± 18 cm et ± 1.15 m, respectivement.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-144.804	0.0804
Ty(m)	259.829	0.0804
Tz(m)	357.006	0.0804
Rx(")	-1.053	0.013 E-6 rad
Ry(")	-6.834	0.022 E-6 rad
Rz("):	-0.998	0.013 E-6 rad
Facteur d'échelle (ppm)	40.763	0.016
Déviation standard (SD) (m)	0.1608	

Tableau V.7 :Résultats de la méthode de MolodenskyBadekas – région d'Oran.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-50.705	0.1834
Ty(m)	246.284	0.1834
Tz(m)	239.900	0.1834

Rx(")	-2.283	0.029E-6 rad
Ry(")	-6.841	0.048E-6 rad
Rz("):	3.923	0.028E-6 rad
Facteur d'échelle (ppm)	37.201	0.036
Déviation standard (SD) (m)	0.7101	

Tableau V.8 :Résultats de la méthode de Bursa Wolf – région de Constantine.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-213.938	1.1509
Ty(m)	-103.415	1.1509
Tz(m)	398.144	1.1509
Rx(")	-0.064	0.18 E-6 rad
Ry(")	0.135	0.31 E-6 rad
Rz("):	-3.385	0.18 E-6 rad
Facteur d'échelle (ppm)	-5.288	0.22
Déviation standard (SD) (m)	3.9869	

Tableau V.9 :Résultats de la méthode de Bursa Wolf – Nord de l'Algérie.

D'après les résultats de la méthode de Bursa Wolf sur les trois régions d'étude, les valeurs de transformation varient (complètement) d'une région à une autre et la précision sur ces paramètres décroît, en passant d'une zone restreinte à une zone étendue. En effet, la précision, en termes de déviation standard des paramètres, est de l'ordre de 0.16 m, 0.71 m et 3.99 m, pour les régions d'Oran, de Constantine et du Nord de l'Algérie, respectivement.

V.3.3 Résultats de la transformation Géocentrique à 03 paramètres

Les tableaux (V.10, V.11 et V.12) illustrent les valeurs des paramètres de transformation, du système WGS-84 au système national NS-59, calculés à partir de la méthode de la transformation géocentrique à 03 paramètres, pour les régions d'Oran de Constantine et du Nord de l'Algérie, respectivement. Statistiquement, l'incertitude sur les paramètres estimés par la méthode des moindres carrés, varie dans un intervalle de ± 0.897 m, ± 0.653 m et ± 4.659 m, respectivement. Dans ces régions, l'écart type sur les paramètres de translation est de l'ordre de ± 44.8 cm, ± 16.9 cm et ± 1.33 m, respectivement.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-155.592	0.448
Ty(m)	-73.900	0.448
Tz(m)	311.196	0.448

Déviatiion standard (SD) (m)	0.8967	
------------------------------	--------	--

Tableau V.10 :Résultats de la transformation géocentrique – Région d’Oran.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-156.688	0.1686
Ty(m)	-75.064	0.1686
Tz(m)	315.144	0.1686
Déviatiion standard (SD) (m)	0.6533	

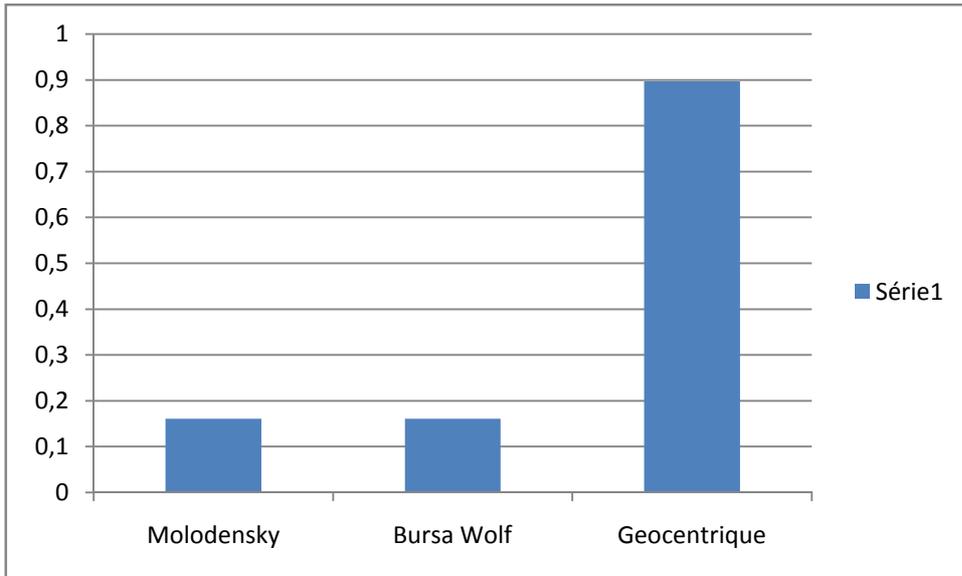
Tableau V.11 : Résultats de la transformation géocentrique– Région de Constantine.

Paramètre	Valeur	Ecart type
Tx(m)	-157.410	1.3349
Ty(m)	-73.542	1.3349
Tz(m)	311.276	1.3349
Déviatiion standard (SD) (m)	4.6589	

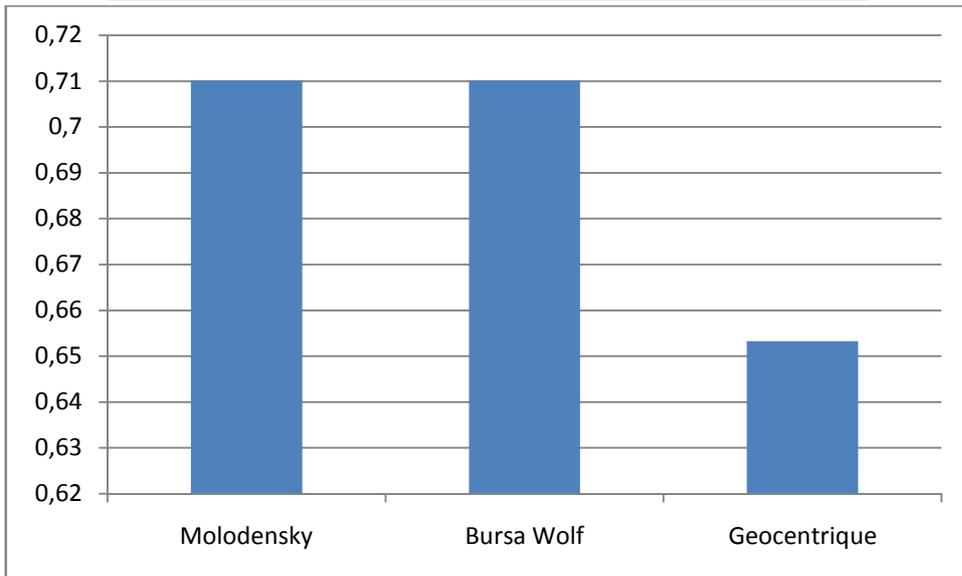
Tableau V.12 : Résultats de la transformation géocentrique– Nord de l’Algérie

D’après les résultats de la méthode de la transformation géocentrique sur les trois régions d’étude, les valeurs de transformation varient au niveau métrique d’une région à une autre et la précision sur ces paramètres décroît, en passant d’une zone restreinte à une zone étendue, à l’exception de la région de Constantine où la qualité des résultats est meilleure que celle de la région restreinte d’Oran. Ceci est dû probablement, au nombre de points doubles utilisés dans le calcul de ces paramètres, 15 points pour la région de Constantine (± 0.653 m) contre 04 points seulement pour la région d’Oran (± 0.897 m).

Déviatiion standard - Région d'Oran



Déviatión standard - Région de Constantine



Déviatión standard - Région du Nord de l'Algérie

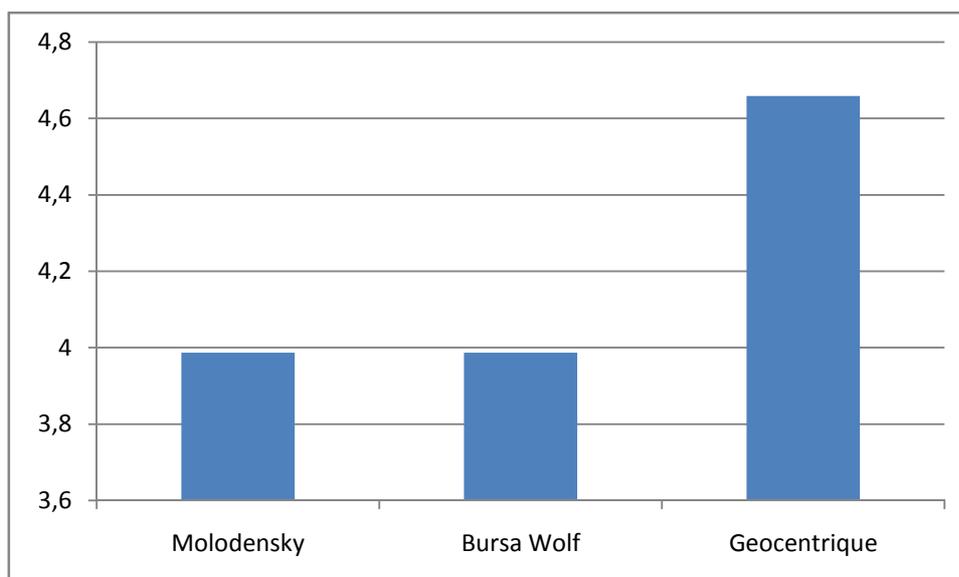


Figure V.4 :Graphes des déviations standards des méthodes de transformation suivant les trois régions d'étude.

La figure (V.4) illustre les déviations standards selon les trois méthodes de transformation (Molodensky, Bursa Wolf et Transformation Géocentrique) des trois régions d'étude. Cette figure montre que les valeurs les plus élevées ont été obtenues par la méthode de transformation géocentrique, pour les régions d'Oran et du Nord de l'Algérie. Alors que pour les méthodes de Molodensky et Bursa Wolf, ces valeurs restent similaires. A l'exception de la région de Constantine, la constatation faite précédemment est inversée. La transformation géocentrique a donné de meilleurs résultats.

V.3 Résultats relatifs aux projections UTM et Lambert

Sont décrits dans cette section, les résultats des méthodes de projection cartographiques (UTM et VLU), suivant les systèmes géodésiques NS-59 et WGS-84, correspondant aux trois régions d'étude.

V.3.1 Résultats de la Région d'Oran

Le tableau V.13 illustre les différences en longitude et en latitude issues de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et de VLU/NS-59, de la région d'Oran. Ces différences sont très faibles ; de l'ordre de μppm (ou 10^{-6} m) ; ce qui montre l'efficacité des algorithmes utilisés, dans le calcul des coordonnées de projection à partir des coordonnées géographiques et vice versa.

Sont illustrées, dans ce tableau, les coordonnées planes suivant les projections UTM/NS-59 et VLU/NS-59, de la région d'Oran.

	UTMNS-59		VLU NS-59	
	$\Delta\lambda(\text{ppm})$	$\Delta\phi(\text{ppm})$	$\Delta\lambda(\text{ppm})$	$\Delta\phi(\text{ppm})$
min	-6.2	-64.2	-8.6	0.0

max	1.2	64.1	2.5	64.1
moyenne	-2.3	-0.01	-2.5	16.0

Point	Xutm (m)	Yutm (m)	module	Fuseau
210	710804.414	3953861.8145	1.00014767	30
219	726456.909	3952694.563	1.00023203	30
217	721952.728	3960368.279	1.00020713	30
2081	707814.436	3945822.695	1.00013225	30

Point	Xvlu (m)	Yvlu (m)	Lambert
210	195332.269	272770.151	Nord
219	210882.159	270693.956	Nord
217	206835.096	278612.263	Nord
2081	191880.606	264923.093	Nord

Tableau V.13 : Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et VLU/NS-59 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/NS-59, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/NS-59 - Cas de la région d'Oran.

V.3.1 Résultats de la Région de Constantine

Le tableau V.14 illustre les différences en longitude et en latitude issues de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et de VLU/NS-59, de la région de Constantine. Ces différences sont très faibles ; de l'ordre de quelques dizaines de ppm (ou 10^{-6} m) ; ce qui montre l'efficacité des algorithmes utilisés, dans le calcul des coordonnées de projection à partir des coordonnées géographiques et vice versa.

Sont illustrées, dans ce tableau, les coordonnées planes suivant les projections UTM/NS-59 et VLU/NS-59, de la région de Constantine.

	UTM NS-59		VLU NS-59	
	$\Delta\lambda$ (ppm)	$\Delta\phi$ (ppm)	$\Delta\lambda$ (ppm)	$\Delta\phi$ (ppm)
min	-9.9	-63.6	-19.8	-190.1
max	9.9	63.7	19.8	254.8
moyenne	3.3	12.7	-0.7	-38.1

Point	Xutm (m)	Yutm (m)	module	Fuseau
271	291540.446	4032773.248	1.00013547	32
620	285683.962	4021913.647	1.00016599	32
552	283599.871	4027183.068	1.00017705	32
559	286229.263	4026702.905	1.00016311	32
997	289578.945	4030814.546	1.00014560	32
556	285099.982	4028988.136	1.00016907	32
522	289282.708	4026767.791	1.00014714	32
539B	286756.764	4023478.464	1.00016034	32
516	286788.693	4028130.820	1.00016017	32
531	286370.474	4025217.863	1.00016237	32
534	288270.808	4025111.276	1.00015241	32

510B	289057.626	4029593.227	1.00014830	32
187	301921.829	4029944.518	1.00008346	32
999	270643.967	4022326.040	1.00024823	32
621	285563.821	4015690.220	1.00016663	32

Point	Xvlu (m)	Yvlu (m)	Lambert
271	856421.209	353668.296	Nord
620	851283.186	342458.011	Nord
552	848863.240	347578.428	Nord
559	851516.928	347269.862	Nord
997	854591.637	351587.639	Nord
556	850242.531	349475.870	Nord
522	854558.311	347532.356	Nord
539B	852251.893	344088.138	Nord
516	851982.420	348730.229	Nord
531	851753.958	345797.906	Nord
534	853656.297	345814.676	Nord
510B	854150.781	350335.761	Nord
187	866959.662	351519.518	Nord
999	836256.022	341895.407	Nord
621	851566.200	336243.367	Nord

Tableau V.14 : Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et VLU/NS-59 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/NS-59, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/NS-59 - Cas de la région de Constantine.

V.3.1 Résultats de la Région du Nord d'Algérie

Le tableau V.15 illustre les différences en longitude et en latitude issues de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et de VLU/NS-59, de la région du Nord de l'Algérie. Ces différences sont très faibles ; de l'ordre de quelques dizaines de ppm (ou 10^{-6} m) ; ce qui montre l'efficacité des algorithmes utilisés, dans le calcul des coordonnées de projection à partir des coordonnées géographiques et vice versa.

Sont illustrées, dans ce tableau, les coordonnées planes suivant les projections UTM/NS-59 et VLU/NS-59, de la région du Nord de l'Algérie.

	UTM NS-59		VLU NS-59	
	$\Delta\lambda$ (ppm)	$\Delta\phi$ (ppm)	$\Delta\lambda$ (ppm)	$\Delta\phi$ (ppm)
min	-6.2	-100.9	-5.6	-269.2
max	9.9	64.1	19.8	192.1
moyenne	1.5	-89.3	2.9	-39.2

Point	Xutm NS-59 (m)	Yutm NS-59 (m)	module	Fuseau
305B	742636.094	3971551.089	1.00032555	30
B110	446419.293	4026050.110	0.99963537	32

210	710804.414	3953861.815	1.00014767	30
204R	285569.550	3966680.780	1.00016666	31
999	270643.967	4022326.040	1.00024823	32
SAID	234662.917	3825401.903	1.00046794	31
JIJE	744593.320	4079301.533	1.00033714	31
187	301921.829	4029944.518	1.00008346	32
179	232400.751	3840670.134	1.00048278	32
418	752396.859	3694196.569	1.00038554	30
T2	775650.730	3528595.266	1.00053728	31
903	558684.628	3494185.361	0.99964248	30

Point	Xvlu NS-59 (m)	Yvlu NS-59 (m)	Lambert
305B	228122.818	288562.766	Nord
B110	1011387.243	356984.846	Nord
210	195332.269	272770.151	Nord
204R	312824.966	282214.519	Nord
999	836256.022	341895.407	Nord
SAID	262304.312	140891.921	Nord
JIJE	771455.915	396169.680	Nord
187	866959.662	351519.518	Nord
179	809778.578	158286.570	Nord
418	221916.887	11216.772	Nord
T2	804177.157	145106.025	Sud
903	17938.988	121281.050	Sud

Tableau V.15 :Résultats des différences de l’aspect direct et inverse de la projection UTM/NS-59 et VLU/NS-59 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/NS-59, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/NS-59 - Cas de la région du Nord de l’Algérie.

Le tableau V.16 illustre les différences en longitude et en latitude issues de l’aspect direct et inverse de la projection UTM/WGS-84 et de VLU/WGS-84, de la région du Nord de l’Algérie. Ces différences sont très faibles ; de l’ordre de quelques *ppm* (ou 10^{-6} m) ; ce qui montre l’efficacité des algorithmes utilisés, dans le calcul des coordonnées de projection à partir des coordonnées géographiques et vice versa.

Sont illustrées, dans ce tableau, les coordonnées planes suivant les projections UTM/WGS-84 et VLU/WGS-84, de la région du Nord de l’Algérie.

	UTM WGS-84		VLU WGS-84	
	$\Delta\lambda(ppm)$	$\Delta\phi(ppm)$	$\Delta\lambda(ppm)$	$\Delta\phi(ppm)$
min	-9.9	-67.5	-9.9	-194.9
max	-9.9	132.0	19.8	134.2
moyenne	0.6	32.5	0.6	3.3

Point	Xutm WGS(m)	Yutm WGS(m)	module	Fuseau
305B	742560.677	3971560.785	1.00032505	30
B110	446369.633	4026065.984	0.99963544	32
210	710728.357	3953872.037	1.00014724	30
204R	285497.876	3966696.299	1.00016700	31
999	270587.558	4022345.441	1.00024850	32
SAID	234590.663	3825422.686	1.00046835	31
JIJE	744535.489	4079312.036	1.00033674	31
187	301866.160	4029963.313	1.00008370	32
179	232345.121	3840693.996	1.00048308	32
418	752323.264	3694219.135	1.00038502	30
T2	775593.668	3528631.927	1.00053682	31
903	558606.635	3494217.800	0.99964236	30

Point	Xvlu WGS(m)	Yvlu WGS(m)	Lambert
305B	227770.529	587796.582	Nord
B110	1012106.985	655595.072	Nord
210	194982.852	571918.880	Nord
204R	312569.907	581589.250	Nord
999	836674.281	641047.892	Nord
SAID	262249.893	440130.417	Nord
JIJE	771895.274	695552.439	Nord
187	867447.599	650603.548	Nord
179	809736.299	457379.316	Nord
418	222130.276	310459.183	Nord
T2	804119.984	145142.438	Sud
903	17862.837	121317.692	Sud

Tableau V.16 :Résultats des différences de l'aspect direct et inverse de la projection UTM/WGS-84 et VLU/WGS-84 suivant les coordonnées géographiques ; les coordonnées UTM/WGS-84, module linéaire et numéro de fuseau ; les coordonnées VLU/WGS-84 - Cas de la région du Nord de l'Algérie.

D'après les tableaux (V.15 et V.16), Il est clair que les valeurs de coordonnées de projection diffèrent pour les mêmes points, de l'ordre décimétrique et plus, car elles dépendent de systèmes géodésiques différents. C'est cas des points doubles qui sont exprimées suivant les systèmes géodésiques NS-59 et WGS-84. Dans ce cas, l'exploitation de données exprimées, suivant un système géodésique, dans un autre système géodésique nécessite la transformation entre ces deux systèmes et la projection des coordonnées géographiques transformées obtenus dans le plan cartographique souhaité. Cette opération est assurée par l'utilisation du programme élaboré Transf_Proj.

Conclusion

Conclusion Générale

Dans le cadre de ce mémoire, les travaux entrepris ont abouti à mettre en disposition du lecteur, d'une part, des notions de base sur les systèmes géodésiques de référence et les systèmes de coordonnées ainsi que la présentation du datum local Algérien : Nord Sahara 1959 (NS-59) et de l'autre part, les méthodes de transformations 3D entre systèmes de référence, notamment, entre le NS-59 et WGS-84, et les algorithmes des projections cartographiques de Lambert et UTM. Ces outils sont indispensables, dans les applications géomatiques.

Afin de valoriser notre travail, un programme dénommé Tranf_Proj a été élaboré sous l'environnement Matlab. Basé sur les méthodes de transformation cartésienne 3D de MolodenskyBadekas, Bursa Wolf et la transformation géocentrique, et sur les algorithmes des projections de Voiron Lambert Unifié et UTM, ce programme permet d'évaluer les paramètres de transformation (translation, rotation et facteur d'échelle) entre les deux systèmes géodésiques adoptés en Algérie (WGS-84 et NS59) et de calculer les coordonnées de projection (VLU et UTM).

Afin de tester et valider le programme réalisé, l'application a concerné 03 régions d'étude: Région d'Oran (20 x 15 km²), région de Constantine (35 x 20 km²) et le Nord de l'Algérie (1090 x 500 km²). Les deux premières sont à grandes échelles et la troisième est à petite échelle.

D'après les résultats des méthodes de MolodenskyBadekas, Bursa Wolf et la transformation géocentrique, sur les trois régions d'étude, les valeurs de transformation varient d'une région à une autre et la précision sur ces paramètres décroît, en passant d'une zone restreinte à une zone étendue. En effet, la déviation standard des paramètres, était de l'ordre centimétrique et décimétrique, pour les zones d'Oran et de Constantine, respectivement. Cependant, elle était de l'ordre métrique pour la région du Nord de l'Algérie.

Ces résultats préliminaires nous indiquent que pour obtenir une transformation précise (centimétrique) entre le système global WGS-84 au système national NS-59, il est nécessaire de considérer un zonage de notre territoire, c.-à-d., déterminer ces paramètres de transformation selon des zones restreintes (à grande échelle) afin d'assurer une qualité centimétrique des coordonnées transformées.

Pour les projections cartographiques VLU et UTM, les résultats des algorithmes ont montré leur efficacité dans le calcul des coordonnées de projection à partir des coordonnées géographiques, avec une précision submillimétrique, et vice versa.

Les valeurs de coordonnées suivant la même projection (VLU ou UTM) peuvent être différentes, pour les mêmes points, selon les systèmes géodésiques utilisés NS-59 ou WGS-84. Dans ce cas, l'exploitation de données exprimées, suivant un système géodésique, dans un autre système géodésique nécessite d'un côté, la transformation précise entre ces deux

Conclusion générale

systemes et de l'autre côté, la projection des coordonnées géographiques transformées obtenus dans le plan cartographique souhaité. Cette opération est assurée par l'utilisation du programme élaboré Transf_Proj.

Néanmoins, le thème de ce mémoire reste ouvert à d'autres aspects et considérations et ouvre le chemin vers des perspectives telles que :

- Investiguer sur d'autres méthodes de transformations 3D entre systèmes géodésiques,
- Compléter le programme réalisé Transf_Proj par les méthodes de transformation 2D ;
- Enrichir le programme par un aspect statistique plus poussé (tests statistiques, calcul de fiabilité, ..) ;
- Elaborer l'interface du programme Transf_Proj.

Bibliographie

ARTICLES ET PLAN

- 1- **Reyt A, 1960:** *Les principales étapes de la géodésie en Afrique du Nord et leur incidence cartographique*, polycopie IGN, juillet 1960.
- 2- **Clifford J. Mugner, 2001:** *Grids and Datums: Democratic and popular republic of Algeria*, publication de l'American Society for Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, PP 1113-1116, octobre 2001.
- 3- **Levallois J.J., 1988:** *Mesurer la terre: 300 ans de géodésie française*, livre édité par les presses de l'école nationale des ponts et chaussées, Association Française de Topographie, Décembre 1988.
- 4- **Zeggai Ali, 1996:** *Intégration des données GPS en nivellement*, Thèse de Magister soutenu en juillet 1996, CNTS.
- 5- **INCT, 2001:** *Situation de la géodésie en Algérie*, polycopie édité par l'Institut de Cartographie et de Télédétection, 2001.

MEMOIRES

- 6- **Gourine B., 2004 :** Ajustement avec contraintes du réseau géodésique national. Cas du réseau primordial. Mémoire de Magister en Géodésie, CNTS – Arzew, Septembre 2004.
- 7- **Daouadi.A, 2015, (85p),** Ajustement d'un réseau géodésique étendu en utilisant le fuseau étendu de la projection UTM, mars 2015.

- 1- Octavian.A, 2006 : 3D affine coordinate transformations (64p) , Royal institute of technology sweden march 2006.
- 2- Solomon.M , 2013 (95p) Determination of transformation parameters for monsterrado counrty of liberia july 2013.
- 3- Abdelmajid ben hadj.S 2015 : Cartographie Mathématiqueet les Transformations de Passage entre les Systèmes Géodésiques février 2015.

Sites Internet

- 1- <http://margaux.ipt.univparis8.fr/vgodard/enseigne/sig/memosig/mem23sig.htm>
- 2- <https://www150.statcan.gc.ca/n1/pub/92-195-x/2011001/other-autre/mapproj-projcarte/m-c-fra.htm>.
- 3- https://giscourses.cfans.umn.edu/sites/giscourses.cfans.umn.edu/files/understanding_map_projections.pdf.
- 4- <https://www.memoireonline.com/05/11/4525/Solution-du-probleme-de-valeurs-aux-limites-geodesique-theorie-de-Stokes-Helmert.html>.
- 5- <https://www.memoireonline.com/05/11/4525/Solution-du-probleme-de-valeurs-aux-limites-geodesique-theorie-de-Stokes-Helmert.html>.

