Mohammed Abdelaziz BENKAMLA

Polycopie de cours en :

Mathématiques financières

- A l'usage des étudiants de deuxième année en sciences de commerciales-

Avant-propos

L'objectif de ce polycopie de cours est de donner à l'étudiant les bases scientifiques nécessaires à l'analyse et au calcul des opérations financières réalisées dans le cadre des banques et des marchés financiers, qui tourne autour les taux d'intérêt. La démarche suivie dans la rédaction s'appuyée sur les normes méthodologiques d'enseignement de la matière mathématiques financières, ce qui permet à l'étudiant d'assimiler facilement les principes de base pour une éventuelle analyse plus approfondie.

Le présent polycopie de cours a été élaboré, après une modeste expérience professionnelle dans une entreprise publique et des années d'enseignement du module mathématiques financières aux étudiants du LMD, pour servir comme référence de cours à la faculté des sciences économiques, sciences commerciales et des sciences de gestion de l'université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed. Il est présenté sous forme de fiches qui permettent une acquisition graduelle des connaissances d'une part et un suivi de l'application des règles d'une autre part.

Souvent l'étudiant fait face à des difficultés d'apporter ses connaissances théoriques à la réalité et l'analyse pratique des situations, alors finalité primordiale de ce polycopie de cours est d'initier l'étudiant à tenir des opérations financières sans aucune contrainte. Le polycopie contient des exercices avec des solutions qui facilitent toujours à l'étudiant d'acquérir les connaissances nécessaires dans le domaine des mathématiques financières.

Enfin, l'étudiant va découvrir un recueil de concepts techniques.

Table des Matières

INTRODUCTION

Les opérations financières se sont développées et multiplient avec l'émergence de nouvelles pratiques bancaires et aussi de nouveaux produits financiers. Alors, les entreprises et les ménages, ayants un besoins ou un surplus financier, s'orientent vers les banques avec un seul mot d'ordre l'intérêt.

Le cours de mathématiques financières comprend des techniques pour des opérations diverses qui tournent autour les taux d'intérêt. Ce taux représente la rémunération du bailleur de fond.

Aujourd'hui, les intervenants n'ont plus besoin des vieilles méthodes de calcul, au contraire, il existe des logiciels qui résoudront toutes les difficultés rencontrées.

Les mathématiques financières exigent une double compétence, notamment en mathématiques (les suites, les séries, les équations, les logarithmes,…) et en finance (mode de financement, choix des investissements, système de crédit, cashflow,…).

Ce polycopie de cours comprend deux importants axes, à savoir :

Axe 1 : les opérations à court terme avec le principe de l'intérêt simple. Ce type d'opérations regroupe des études sur le calcul de l'intérêt, l'escompte et le compte courant.

Axe 2 : les opérations à long terme avec le principe de l'intérêt composé et qui s'applique sur l'amortissement des emprunts et le choix des investissements.

AXE I : OPERATIONS FINANCIERES A COURT TERME

Fiche 1 : Intérêt simple

1. Définitions et justification de l'intérêt

1.1. Définition de l'intérêt

L'intérêt représente une rémunération d'un prêt d'argent. C'est le prix à payer par l'emprunteur au prêteur, pour rémunérer le service rendu par la mise à disposition d'une somme d'argent pendant une période de temps.

Trois facteurs essentiels déterminent le coût de l'intérêt :

- La somme prêtée,

- La durée du prêt,

- et le taux auquel cette somme est prêtée.

Il y a deux types d'intérêt : l'intérêt simple et l'intérêt composé.

Exemple 1 :

A prête à B la somme de 300.000 DA pour six mois et après cette période, ce dernier remet à A le montant prêté plus l'intérêt calculé.

1.2. Justifications économiques et financières de l'intérêt

Plusieurs raisons ont été avancées pour justifier l'existence et l'utilisation de l'intérêt, parmi lesquelles on peut citer :

- La privation de consommation : Lorsqu' une personne (le prêteur) prête une somme d'argent à une autre (l'emprunteur), elle se prive d'une consommation immédiate. Il est ainsi normal qu'elle reçoive en contrepartie une rémunération de la part de l'emprunteur pour se dédommager de cette privation provisoire.

- La prise en compte du risque : Une personne qui prête de l'argent, le fait pour une durée étalée dans le temps. Elle court, dès lors, un risque inhérent au futur. La réalisation de ce risque résulte au moins des éléments suivants :

* l'insolvabilité de l'emprunteur : dans le cas où l'emprunteur se trouve incapable de rembourser sa dette, lorsque celle-ci vient à échéance, le prêteur risque de perdre l'argent qu'il a déjà prêté. Il est alors normal qu'il exige une rémunération pour couvrir le risque encouru et dont l'importance sera appréciée en fonction de la probabilité de non remboursement.

* l'inflation : entre la date de prêt et la date de remboursement, la valeur du prêt peut diminuer à la suite d'une érosion monétaire connue également sous le nom d'inflation. Le prêteur peut donc exiger une rémunération pour compenser cet effet

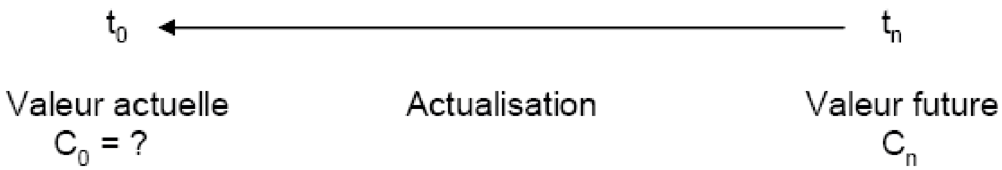
1.3. Les notions : Actualisation et capitalisation

D'après ce qui précède, le taux d'intérêt apparaît comme le taux de transformation de l'argent dans le temps. Cette relation entre temps et taux d'intérêt signifie que deux sommes d'argent ne sont équivalentes que si elles sont égales à la même date.

Dès lors, pour pouvoir comparer deux ou des sommes disponibles à différentes dates le passage par les techniques de calcul actuariel (capitalisation et actualisation) devient nécessaire.

A. Actualisation :

L'actualisation est une technique qui consiste à faire reculer dans le temps une valeur future pour calculer sa valeur présente appelée Valeur Actuelle. La valeur actuelle C_0 d'une somme d'argent C_1 disponible dans une année et placée au taux t. Dès lors, la valeur actuelle C_0 d'une somme d'argent C_n disponible dans n années d'intervalle et placée au taux t est égale à : la capitalisation.



B. Capitalisation :

Contrairement à l'actualisation, la capitalisation consiste à faire avancer dans le temps une valeur présente pour calculer sa valeur future appelée aussi Valeur Acquise.

La valeur acquise C_1 d'une somme d'argent présente C_0 capitalisée au taux t pendant une année Dès lors, la valeur future C_n d'une somme d'argent présente C_0 disponible après n années et placée au taux t est égale à capitalisation

2. Les intérêts simples : Définition et calculs

2.1. Définition de l'intérêt simple

L'intérêt simple se calcule toujours sur le principal. Il ne s'ajoute pas au capital pour porter lui-même intérêt.

L'intérêt simple est proportionnel au capital prêté ou emprunté. Il est d'autant plus élevé que le montant prêté ou emprunté est important et que l'argent est prêté ou emprunté pour longtemps. Il est versé en une seule fois au début de l'opération, c'est-à-dire lors de la remise du prêt, ou à la fin de l'opération c'est à dire lors du remboursement.

L'intérêt simple concerne essentiellement les opérations à court terme (inférieures à un an).

Considérons un capital C_0 placé sur un compte rémunéré de la date initiale 0 à une date future n. On doit le rembourser à cette date par le paiement d'un montant C_n.

C_0 et C_n font respectivement l'objet de diverses appellations équivalentes :

C_0 Capital ou montant investi, immobilisé, placé ou investi, Capital ou montant emprunté ou financé, Valeur présente, Valeur initiale, Valeur actuelle

C_n Capital ou montant récupéré, Capital ou montant remboursé, Valeur future, Valeur finale, Valeur acquise.

2.2. Calcul de l'intérêt simple

La règle générale de calcul de l'intérêt est la suivante[1] :

$$I = Ctn/100$$

L'intérêt est en fonction de :

t : le taux d'intérêt ;

n : la durée du placement ;

C : le capital.

Concernant la durée de placement, on constate deux scénarios :

Scénario 1 : le calcul se fait à la base d'une année commerciale n = 360 jours

Scénario 2 : le calcul se fait à la base d'une année civile n = 365 jours

Selon l'unité utilisée pour caractériser n (nombre de périodes) cette formule générale I = C t n/100 devient :

En trimestre : I=C t n/400

En mois : I= C t n/1200 ;

En quinzaine : I= C t n/2400

En jours : I=C t n/36000

[1] Walder Masiéri (2001), Mathématiques financières, Edition Dalloz, P.4

2.3. Méthode des nombres et des diviseurs fixes

La formule initiale est la suivante :

$$I = Ctn/36000$$

On peut écrire :

$$I = \frac{Cn}{36000}/t$$

Si

$$D = 36000/t$$

La formule de calcul de l'intérêt devient :

$$I = Cn/D$$

2.4. Les Intérêts précomptés et le taux effectif de placement

Les résultats et les formules qui précèdent sont fondés sur le paiement des intérêts par l'emprunteur au jour du remboursement du capital emprunté. Il est cependant fréquent que, par convention entre prêteur et emprunteur, les intérêts soient versés par l'emprunteur le jour de la conclusion du contrat de prêt, jour où l'emprunteur reçoit le capital prêté[2] .

[2] Walder Masiéri (2001), Op.cit. P.8

L'emprunteur dispose de C_0 en début d'emprunt et rembourse C_n en fin d'emprunt.

$C_n=C_0$ (1+t n/100) Quant à la valeur actuelle $C_0=C_n$/ (1+t n/100)

Exemple :

1- Monsieur Amine place pour neuf mois un montant de 250 000 DA, au taux de 5%.

La valeur acquise de cette opération à l'échéance est :

2500(1+5 9/1200)=259 375DA

2- la somme qu'il peut emprunter aujourd'hui au taux de 7%

S'il ne peut rembourser que 560000 DA dans onze mois est la valeur actuelle de 560 000 DA : 5600/ (1+7 11/1200)=526 233 DA.

Les intérêts sont dits précomptés quand ils sont comptés en début de période.

C'est le cas notamment pour les agios et commission d'escompte qui sont décomptés au moment même de la remise de l'effet. La valeur actuelle sera : La valeur acquise est :

$C_0 = C_n$ (1- t* n/100) $C_n= C_0$/ (1- t* n/100) 10

L'intérêt simple est versé soit par avance, au moment du versement du capital, soit lors du remboursement du prêt. Ces deux modalités ne sont pas équivalentes selon le volet financier.

Démonstration :

On a : $C_n\ C_0 = C_0\ t\ n/100$

Et : $C_n\ C_0 = C_n\ t^*\ n/100$

On déduit :

$C_n\ t^*\ n/100 = C_0\ T\ n/100 = C_n\ (1- t^*\ n/100)\ T\ n/100$ D

Où : $T= t^* / (1\ t^*n/100)$

Exemple :

Une personne place à intérêt précompté la somme de 100 000 DA pour un an, au taux de 10 %. Quel est le taux effectif de ce placement ?

$T= t^* / (1\ t^*n/100) = 10/(1-10.1/100) = 11{,}11\%$

2.5. L'intérêt global de plusieurs capitaux

L'intérêt global fourni par plusieurs capitaux tous placés au même taux t est donné par la formule suivante[3] :

$$Intéret\ global = \sum Cini/D$$

D : diviseur fixe attaché au taux t.

Exemple

Calculer au taux unique de 8%, de l'intérêt global fourni par les capitaux suivants :

71215 DA (durée 21 jours)

253180 DA (durée 32 jours)

91275 DA (durée 52 jours)

Intérêt global $= 71215 * 21 + 253180 * 32 + 91275 * 52/4500$

Intérêt global $= 3187\ DA$

Exemple 2 :

1) déterminer le taux moyen placements suivants :

C_1= 10000 DA, n_1 =20 jours, t_1 =10%

C_2 =20000 DA, n_2 =25 jours, t_2 = 9%

[3] Walder Masiéri (2001), Op.cit. P.12

$C\ 3 = 30000$ DA, $n_3 = 30$ jours, $t_3 = 8\%$

$C_4 = 40000$ DA, $n_4 = 35$ jours, $t_4 = 7\%$

$$T = \sum C\ i\ t\ i\ n\ i \ / \sum C\ i\ n\ i$$

$$T = 7{,}8\%.$$

2.6. Intérêt global de plusieurs capitaux

L'intérêt global fourni par plusieurs capitaux tous placés au même taux est donné par la formule : D étant le diviseur fixe attaché à t

I global = Ci ni /D

Série d'exercices

Exercice1 :

Une personne a des capitaux placés dont les valeurs nominales sont en progression arithmétique de raison 60000DA. Sachant que la valeur du premier capital est de 160000 DA et la somme totale des capitaux est de 1860000DA.

Travail à faire :

1. Déterminer le nombre de capitaux ?

2. Calculer la valeur nominale de chaque capital ?

Exercice 2 :

Deux capitaux dont la somme est Cg sont en progression arithmétique croissante de raison 10000 DA. Le taux de placement à intérêts simples du premier est 150/100 du taux du deuxième. Sachant que le revenu annuel du premier est supérieur de 18000 DA au revenu annuel du deuxième.

Travail à faire :

Calculer les deux taux ?

Exercice 3 :

Trois capitaux en progression arithmétique sont placés une année à des taux en progression géométrique. Sachant que :

- La somme des trois capitaux est égale à Cg ;

- Le troisième capital est quadruple du premier ;

- La somme des trois taux d'intérêts est égale à 18,2% ;

- L'intérêt rapporté par le deuxième capital est triple de celui rapporté par le premier.

Travail à faire :

-Calculer les trois capitaux, en distinguant entre les trois taux

Exercice 4 :

Un capital de 720000 Da, prêté à 8% le 8 juin 2022, a acquis à la fin du prêt, une valeur de 728800 Da.

Travail à faire :

A quelle date le prêt a été remboursé ?

Exercice 5 :

Un capital de 840 000 DA a produit du 16 mai au 25 septembre 2022, un intérêt de 23 100 DA.

Travail à faire :

Calculer le taux de placement ?

Exercice 6 :

Un placement à intérêt précompté, au taux de 8%, un capital de 500 000 DA pendant 20 mois.

Travail à faire :

Calculer le taux effectif de placement qui résulte de l'opération ?

Exercice 7 :

Un capital de 100 000 DA est placé à intérêt simple à 8%. Un autre capital, de montant de 96000 DA est placé à la même date, à intérêt simple à 10%.

Travail à faire :

Déterminer au bout de combien de temps ces deux capitaux auront acquis la même valeur ?

Exercice 8 :

Deux capitaux dont le montant total est de 200 000 DA sont placés :

Le premier à t %

Le second à (t+1)%

Intérêt annuel du premier capital : 10800 DA et le revenu annuel du second est de 8000 DA.

Travail à faire :

Calculer les deux capitaux et les deux taux ?

Polycopie de cours en Mathématiques Financières
Présenté par BENKAMLA Mohammed Abdelaziz

Fiche 2 : Escompte

1. Notion et définition

1.1.Notion de l'effet

Le paiement d'une dette s'effectue par la remise immédiate ou différée : d'espèces, d'un chèque bancaire ou postal ; ou encore par l'établissement d'un effet de commerce, qu'il s'agisse d'une lettre de change ou d'un billet à ordre.

Il existe deux grands types d'effets de commerce :

- La lettre de change (ou traite) : est un document émis par une personne appelée tireur (le créancier, c'est-à-dire le fournisseur) qui donne mandat à une autre personne appelée tiré (le débiteur, c'est-à-dire le client) de payé à une date donnée, une personne appelée bénéficiaire (généralement le tireur ou une tierce personne). Le tiré reconnaît se dette vis-à-vis du tireur en acceptant le lettre de change. L'acceptation se traduit par l'apposition d'une signature au recto du document.

- Le billet à ordre : est un document émis par une personne appelée souscripteur (le débiteur) qui s'engage à payer, à une date donnée, une somme d'argent à une autre personne, appelée le bénéficiaire (le créancier). Deux possibilités s'offrent au bénéficiaire d'un effet de commerce. Il peut le conserver jusqu'à l'échéance, puis le remettre à sa banque pour encaissement. Dans ce cas, l'effet n'est qu'un simple moyen de paiement. Il peut également le remettre à sa banque avant l'échéance et en demander l'escompte. Si l'établissement de crédit accepte, il paie au bénéficiaire le montant de l'effet diminué des intérêts et commissions constituant la rémunération de la banque.

1.2.Définition de l'escompte

L'escompte commercial, prix du service rendu par le banquier, est l'intérêt, calculé à un taux t par le banquier, d'une somme égale à la valeur nominale de l'effet, pour la durée n jours qui séparent la date de remise à l'escompte de l'effet de la date d'échéance, ce nombre de jours correspondant à la durée du prêt consenti par le banquier.[4]

Règle :

$$\textbf{Escompte} = \mathbf{V\ t\ n/36000}$$

$$\mathbf{V = 36000\ e\ /tn}$$

$$\mathbf{t = 36000\ e\ /Vn}$$

$$\mathbf{n = 36000\ e\ /Vt}$$

Exemple :

Un effet de commerce de valeur nominal 300 000 DA, échéance 31 mai 2022, escompté le 26 mars 2022 au taux de 9%.

L'escompte commercial égal à :

[4] Walder Masiéri (2001), Op.cit. P.25

e = 300 000 x 9 x 66 / 36000 = 4950 DA.

Ou :

e = 300 000 x 66 / 4000 = 4950 DA

2. Valeur actuelle

La valeur actuelle représente la différence entre la valeur nominale et l'escompte commercial.

La valeur actuelle d'un effet est fonction linéaire de la valeur nominale de l'effet, et fonction affine du taux de l'escompte, et aussi du nombre de jours retenu par le calcul de l'escompte et aussi de la valeur nominale de l'effet.

Règle :

$$\mathbf{Va = Vn - e}$$

Exemple :

Suite de l'exemple précédent, quelle est la valeur actuelle de l'effet de commerce escompté ?

Va = 300 000 – 4950 = 295 050 DA

3. L'escompte rationnel et la valeur rationnelle

La valeur actuelle rationnelle est la somme qui, augmentée de ses propres intérêts calculés au taux d'escompte en fonction du nombre de jours d'escompte, devient égale à la valeur nominale de l'effet. L'escompte rationnel, différence entre la valeur nominale et la valeur actuelle rationnelle, est l'intérêt de la valeur actuelle rationnelle.

Définissons l'escompte rationnel par e_r.

Règle :

$$\mathbf{e_r = Vr\ t\ n/36000}$$

La valeur actuelle rationnelle d'un effet (Vr), est la différence entre la valeur nominale et l'escompte rationnel.

$$\mathbf{Vr = V - e_r}$$

4. Equivalence d'effets de commerce

L'équivalence de deux effets de commerce veut dire l'équivalence de leurs valeurs actuelles à une date.

Exemple :

Deux effets de commerce, de valeurs nominales respectives 984 000 DA à échéance 31 octobre et 990 000 DA à échéance 30 novembre, sont négociés au taux de 7,2% . Quelle est la date d'équivalence de ces deux effets ?

$$Va_1 = Va_2 \ldots\ldots(1)$$

Sachant que :

$Va = Vn - e$

(1) $\leftrightarrow Vn_1 - e_1 = Vn_2 - e_2$

$984000 - 984000 * x/5000 = 990000 - 990000 * (x+30)/5000$

$x = 50$ j

La date d'équivalence est 11 septembre

3. Eléments complémentaires de l'escompte

Lorsque la banque escompte un effet de commerce, elle prélève l'escompte de la valeur nominale, en plus, elle prélève diverses commissions relatives à ses services. Tous ces prélèvements sont appelés agio.

Règle :

Agio = escompte + diverses commissions

Valeur nette = valeur nominale – agio

Observation :

Les commissions peuvent être proportionnelles à la durée ou fixes.

Exercice 1 :

Un effet de valeur nominale 221 000 DA, échéance le 2 Août est escompté le 15 juin aux conditions suivantes : taux d'escompte 8%, taux d endos 0,6 %, taux de la commission indépendante du temps 0,1‰ ;

1- Calculer l'agio et la valeur nette de l'effet.

2- Calculer le taux réel d'escompte.

3- Calculer le taux de revient de l'opération d'escompte.

Exercice 2 :

Les conditions d'escompte offertes par deux banques sont les suivantes :

Banques	**Taux d'escompte**	**Commission proportionnelle au temps**	**Commission indépendante du temps**
A	8,2 %	0,6%	0,5%
B	8,1%	0,6%	0,7%

1- Exprimer en fonction de (n) les deux taux effectifs d'agio ?
2- Etablir le classement préférentiel en fonction de (n) entre les deux banques ?

Exercice 3 :

Le 26 avril, deux effets sont présentés à l'escompte dans la même banque et même taux. La banque remet le même montant pour chacun des deux effets, sachant que la valeur nominale du 1er effet est de 7370 DA et son échéance le 31 mai, et que la valeur nominale du 2ème effet est de 7430 DA et son échéance le 30 juin.

Calculer le taux d'escompte

Fiche 3 : Compte courant

1. **Définition** :

Un compte courant (hérité de l'italien conto corrente), souvent aussi appelé par abus de langage compte à vue ou CAV, compte de dépôt ou compte chèque, est un type de compte en banque utilisé dans les relations commerciales et financières représentant les rapports existant entre deux personnes qui, effectuant l'une avec l'autre des opérations réciproques, conviennent de fusionner les créances et les dettes résultant de ces opérations en un solde au régime unitaire. Il est donc juridiquement différent du compte d'épargne.

2. Fonctionnement du compte courant

Toute augmentation de l'encours bancaire entraîne, dans la comptabilité d'une personne physique ou morale, le débit du compte banque. A contrario, toute sortie est enregistrée au crédit.

A la banque, le compte de cette personne est tenu en sens inverse.

Le tableau ci-dessous indique les conséquences, telles qu'elles sont perçues à la banque, des opérations les plus fréquemment réalisées par une personne morale (entreprise) :

Compte de la société X à la banque Y

Débit	**Crédit**
- Retraits d'espèces	- Versements d'espèces
- Paiement de chèques émis par X	- Encaissements de chèques
- Paiements d'effets domiciliés par X	- Encaissements d'effets
- Virement de X au profit d'un autre compte	- Effets escomptés
- Accréditif	- Virements au profit de X
- Achats de valeurs mobilières	- Encaissements de coupons
- Retours d'effets impayés	- Cessions de valeurs mobilières
- Intérêts débiteurs	- Intérêts créditeurs
- Agios	…….
…….	

3. Compte courant et d'intérêts

Si les deux parties, banquier et entreprise, conviennent que les opérations consignées dans ce compte sont productives d'intérêts, il s'agit alors d'un compte courant et d'intérêts.

La gestion de ce compte implique le recours à d'autres conventions relatives aux :

- Caractère des taux d'intérêts,
- Dates de valeurs,
- Date d'arrêté du compte,
- Commissions.

4. Les taux d'intérêts

Si le taux d'intérêt appliqué au solde est le même quel qu'en soit le sens, débiteur ou créditeur, ce compte est dit à taux réciproques. Dans le cas contraire, il s'agit de taux non réciproques ou différentiels. La réciprocité de taux s'applique généralement aux comptes entre commerçants, alors que ceux mettant en jeu banquier et commerçant se fondent sur des taux non réciproques. Ces taux, uniformes ou différenciés, peuvent demeurer constants au cours de la période de référence ou bien varier.

5. Les dates de valeurs

La date de valeur est la date à partir de laquelle une somme inscrite au compte produit des intérêts.

Entre commerçants ces dates sont généralement :

- La date d'échéance, pour les factures et effets de commerce,
- La date de remise ou le lendemain, pour les chèques,
- La date de l'opération, pour les versements.

Les banquiers minorent ou majorent en leur faveur ces dates d'un ou deux jours, dits jours de banque.

6. Commissions et date d'arrêté du compte

Le compte tenu par la banque comprend des agios (intérêts, commissions et TAF). Les principales commissions sont :

- La commission d'endossement ;
- La commission de tenue de compte ;
- La commission du plus fort découvert ;
- La commission de manipulation ;
- …etc.

Le taux de la taxe sur les activités financières (TAF) est de 19%. Ces éléments ne portent pas intérêts. Ils sont inscrits à la clôture du compte. Les dates d'arrêtés des comptes sont, par convention, tous les douze mois ou semestre et plus fréquemment, dans le domaine bancaire, tous les trimestres.

7. Les méthodes de tenue de comptes

Les comptes courants et d'intérêts peuvent être tenus suivant trois méthodes :

- méthode directe,
- méthode indirecte,
- méthode Hambourgeoise.

7.1. La méthode hambourgeoise

La méthode hambourgeoise consiste à calculer, après chaque opération, l'intérêt du solde en capital, pour la durée qui sépare l'apparition de ce solde (date de valeur de l'opération l'ayant engendré) de la date de valeur de l'opération suivante. Le dernier solde porte l'intérêt depuis sa date de valeur jusqu'à la date d'arrêter du compte. L'intérêt est de même nature que le solde sur lequel il est calculé (débiteur ou créditeur). A l'arrêté du compte, la somme algébrique de tous les intérêts ainsi calculés s'ajoute algébriquement aux capitaux qui les ont produits (au débit ou au crédit selon la nature de la somme algébrique).

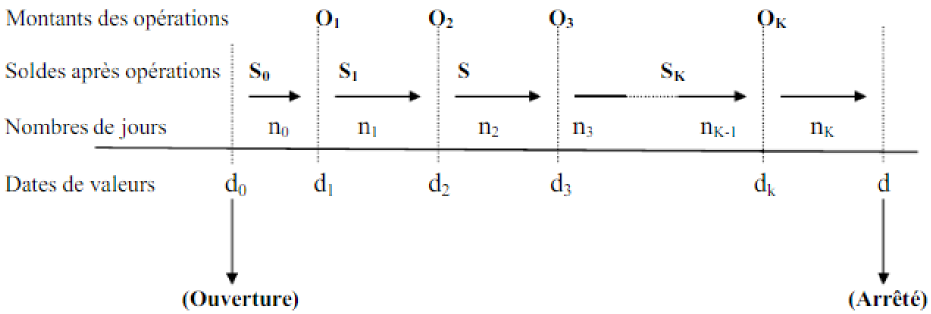
2.1. Principes de la méthode

L'application de la méthode hambourgeoise implique que le solde soit déterminé après chaque opération. Ce solde porte intérêt jusqu'à la date de valeur de l'opération suivante ou la date de clôture du compte, s'il s'agit de la dernière opération. Le solde des intérêts est ajouté aux capitaux au terme de la période de référence.

Exemple schématisé

Soit :

- $O_1, O_2, O_3, \ldots, O_k$ les montants respectifs des opérations ;
- $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_k$ les dates de valeur de ces opérations ;
- S_0 le solde du compte à son ouverture (solde à nouveau) ;
- $S_1, S_2, S_3 \ldots\ldots S_K$ les soldes respectifs après la **1**[er], **2**[ème], **3**[ème], **……, .k**[ème] opération.



- ✓ Le premier intérêt $\mathbf{I_0}$ est calculé sur le solde $\mathbf{S_0}$ pendant n_0 jours ;
- ✓ Le deuxième intérêt $\mathbf{I_1}$ est calculé sur le solde $\mathbf{S_1}$ pendant n_1 jours ;
- ✓ …………………………………………………………………………
- ✓ Le dernier intérêt $\mathbf{I_K}$ est calculé sur le solde $\mathbf{S_K}$ pendant n_K jours.

L'intérêt global **I** sera égal à la somme algébrique des intérêts partiels. On l'appelle « Balance des intérêts ».

$$I = I_0 + I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots + I_K$$

Exemple 1 :

M. Mohammed El-Amine dispose d'un compte courant et d'intérêt à la Banque Société Générale. Durant le mois de janvier 2023, les opérations ont été les suivantes :

01.01.2023 : Solde créditeur à nouveau 45 000 DA.

08.01.2023 : Retrait chèque d'un montant de 24 000 DA, Date de valeur 07.01

13.01.2023 : Versement espèce de 60 000 DA, date de valeur 14.01.2023

18.01.2023 : Effet remis à l'escompte de 36 000 DA, date de valeur 21.01

22.01.2023 : paiement d'effet de commerce d'un montant de 126 000 DA, date de valeur 19.01.2023.

24.01.2023 : cession des actions d'une valeur de 21 000 DA, date de valeur 30.01.2023.

Travail à faire :

Présentez le compte bancaire du mois de janvier 2023, selon la méthode hambourgeoise. Les intérêts sont calculés aux taux réciproque de 6,50%

Solution :

Compte courant selon la méthode hambourgeoise

Dates	Libellés	Sommes		Soldes		Date de valeur	jours	Intérêts	
		Débit	Crédit	Débit	Crédit			Débiteurs	Créditeurs
01/01	Solde à nouveau		45.000		45.000	31/12	7		56 ,88
08/01	Retrait chèque n° B 418	24.000			21.000	07/01	7		26,54
13/01	Versement espèces		60.000		81.000	14/01	7		102,38
18/01	Effets remis à l'escompte		36.000		117.000	21/01	R2	42,25	
22/01	Effets domiciliés	126.000		9.000		19/01	11	17,88	
24/01	Vente en Bourse		21.000		12.000	30/01	1		2,17
31/01	Balance des intérêts							127,84	
	Intérêts créditeurs 6,50%		127,84		12 .127, 84				
31/01	Solde créditeurs	12.127,84							
		162.127,84	162 .127,84					187,97	187,97
01/02	**Solde à nouveau**		**12.127,84**		**12.127,84**				

Exercice 1:

L'entreprise SARL transport sud dispose d'un compte courant à la banque BNP Paris bas, les opérations du mois de février 2023 ont été les suivantes :

1er février : Solde à nouveau : 70.000 DA, valeur 31/01

5 février : Versements d'espèces : 36.000 DA, valeur 7/02

10 février : Chèque de retrait : 15.000 DA, valeur 8/02

20 février : Retour effet impayé : 28.000 DA, valeur 5/02

8 février : Remise d'effets : 26.000 DA, valeur 10/02

15 février : Remise de chèques : 11.000 DA, valeur 17/02

22 février : Remise d'effets : 43.000 DA, valeur 22/02

18 février : Chèque n° 058 : 21.000 DA, valeur 24/02

24 février : Accréditif : 24.000 DA, valeur 25/02

14 février : Virement à l'ordre de M. Amine : 25.000 DA, valeur 18/02

Travail à faire :

Présentez le compte bancaire du mois de février 2023, selon la méthode hambourgeoise. Les intérêts sont calculés aux taux réciproque de 5 %

Exercice 2 :

Les opérations suivantes ont été inscrites du 01 janvier au 31 mars, au compte courant et d'intérêt.

Date de l'opération	Libellé	Valeur	Date de valeur
01/01	Solde débiteur	10400	31/12
08/01	Virement reçu	25000	10/01
25/01	Retour effet impayé	15000	15/01
24/02	Remise chèque à l'encaissement	28000	28/02
12/03	Dépôt espèce	5000	13/03

Selon la méthode hambourgeoise et un taux d'intérêt réciproque de 5%, présenter le compte courant au 31 mars.

Exercice 3

Un client a réalisé auprès de sa banque les opérations suivantes, au cours du mois d'Octobre 2022 :

1er Octobre solde 90.000 DA valeur 26 septembre

3 Octobre retrait en espèces 9.000 DA Valeur 6 Octobre

5 Octobre retrait en chèque 25.000 DA Valeur 10 Octobre

9 Octobre retrait par chèque 43.000 DA Valeur 15 Octobre

11 Octobre remise effet 22.000 DA Valeur fin Octobre

15 Octobre retour effet impayé 52.000 DA Valeur 10 Octobre

18 Octobre coupons détachés 25.000 DA Valeur 21 Octobre

25 Octobre dépôt chèque 70.000 DA Valeur 30 Octobre

30 Octobre intérêts reçus 4.000 DA Valeur 5 Octobre

La commission de découvert est de 0,07% du plus fort découvert mensuel.

Les frais fixes de gestion s'élèvent à : 250 DA

Le taux d'intérêt et de découvert est de : 8 %

Le TAF est de : 16,5%.

Présentez le compte courant d'intérêt :

1- Par la méthode hambourgeoise, intérêt immédiats ;

2- Par la méthode hambourgeoise ordonnée. Les taux d'intérêts sont 2,5% sur les soldes créditeurs et 8% sur les soldes débiteurs.

AXE II : OPERATIONS FINANCIERES A LONG TERME

Fiche 4 : Intérêt composé

1. Définition

Lorsqu'un emprunt ou un placement excède la durée d'une année, les intérêts sont généralement payés périodiquement, en fin de période. Les intérêts perçus peuvent être placés. Ils viennent alors augmenter le capital initial. C'est à partir de cette nouvelle somme que les intérêts sont calculés pour la période suivante ; on dit que les intérêts sont capitalisés, ils portent eux-mêmes intérêt. C'est le principe de la capitalisation. On parle alors d'intérêt composé.

1.1. Valeur acquise par un capital placé à intérêts composés

La valeur acquise est la somme du capital placé et des intérêts générés.

Désignons par :

C_n : la valeur acquise au terme de n périodes de placement

C_0 : le capital placé

n : la durée de placement, exprimée en périodes

i : le taux d'intérêt pour une période.

Observation :

Il convient de noter que le taux d'intérêt exprime, dans le cas des intérêts composés, l'intérêt produit par 1 dinar placé pendant une période.

La valeur acquise par un capital placé à intérêts composés est donnée par le tableau suivant :

Années	Capital placé au début de la période	Intérêts de la période	Valeur acquise au terme de la période
1	C_0	$C_0 \cdot i$	$C_0 + C_0 \cdot i = C_0(1+i)$
2	$C_0(1+i)$	$C_0(1+i)i$	$C_0(1+i) + C_0(1+i)i = C_0(1+i)^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	$C_0(1+i)^{n-2}$	$C_0(1+i)^{n-2}\,i$	$C_0(1+i)^{n-2} + C_0(1+i)^{n-2}\,i = C_0(1+i)^{n-1}$
n	$C_0(1+i)^{n-1}$	$C_0(1+i)^{n-1}\,i$	$C_0(1+i)^{n-1} + C_0(1+i)^{n-1}\,i = C_0(1+i)^{n}$

Observation :

Le tableau ci-dessus indique que les valeurs successives des intérêts sont en progression géométrique de raison $(1+i)$. Il met également en évidence le fait que les intérêts d'une période se fondent en partie sur ceux accumulés au cours des périodes précédentes.

La valeur acquise C_n d'un capital C_0 placé à intérêts composés au taux i pendant n périodes, s'obtient directement par :

$$\boxed{C_n = C_0(1+i)^n}$$

La valeur numérique de C_n s'obtient aisément à l'aide d'une calculatrice. L'expression $(1+i)^n$ est également donnée par la table financière n° 1. Cette valeur peut aussi être obtenue à partir des tables de logarithmes. Dans ce cas, il est nécessaire que la formule générale soit exprimée sous la forme suivante :

$$\boxed{\log C_n = \log C_0 + n \log(1+i)}$$

Exercice

Quelle est la valeur acquise par un capital de 500.000 DA placé à intérêts composés pendant 5 ans au taux de 8% ?

Solution

C_5 = 500.000 $(1{,}08)^5$ = 500.000 x 1,469 328 = **734 664**

Ou :

Log C_n= log500.000+5log(1,08)

C_5 = **734 664**

2. Transformation de l'expression générale

L'expression générale comporte trois variables : C_0, i, n.
Chacune d'elles peut être obtenue en fonction des deux autres.

La détermination de la valeur de C_0, dans le cas où les autres variables sont connues, s'effectue à partir de :

$$C_0 = C_n (1+i)^n \text{ figure}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$C_0 = C_n (1+i)^{-n}$$

Les valeurs tabulaires de $(1+i)^{-n}$ sont données par la table n° 2.

2.2. Cas ou i est l'inconnue

La transformation de la formule générale aboutit à :

$$\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$$

Deux cas de figures sont alors envisageables :

- La valeur de *i* est fournie par la table financière n° 1,
- Aucune valeur tabulaire ne correspond directement à *i*.

a) Valeur tabulaire de i

La recherche s'effectuera à partir des valeurs *n* et C_n/C_0 Une fois la valeur de C_n/C_0 repérée sur la ligne de *n*, le taux *i* est obtenu par lecture du taux de la colonne.

Les indications fournies par la table financière n° 1 sont les suivantes :

n \ *i*	. . . .	6%
.		
.		
6		1,418 519

Le taux cherché est 6%.

L'année 6

b) Valeur non tabulaire de i

La valeur de i s'obtient soit par interpolation linéaire ou à l'aide des logarithmes.

Illustrons ces deux méthodes à partir de l'exemple suivant :

C_0 = 100.000

n= 5 ans

C_n = 135.408,1

- Résolution par interpolation linéaire

$$\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^5$$

$$1{,}354\,081 = (1+i)^5$$

La lecture de la table financière n° 1 ne livre pas exactement le taux correspondant C_n/C_0, mais deux taux relatifs à des valeurs qui encadrent

1,354 081 :

n \ i	. . . .	6%	.	6,5%
.		.	.	.
.		.	.	.
5		1,418 519	.	1,370 087

La valeur de i est donnée par :

$$i = 0{,}06 - \frac{1{,}338226 - 1{,}354081}{1{,}338226 - 1{,}370087}(0{,}06 - 0{,}065)$$

$$i = 0{,}06 + 0{,}002488152$$

$$i = 0{,}06249 \quad soit \quad 6{,}25\%$$

- Résolution par les logarithmes

La valeur de *i* sera déterminée à partir du logarithme de l'expression générale :

$$\log C_n = \log C_0 + n\log(1+i)$$

D'où l'on déduit :

$$\frac{\log C_n - \log C_0}{n} = \log(1+i)$$

Transposition des valeurs numériques :

$$\frac{\log 13\,540{,}81 - \log 10\,000}{5} = \log(1+i)$$

$$\log(1+i) = 0{,}0263289$$

$$i = 10^{(0{,}0263289)} - 1$$

$$i = 0{,}0625 \quad soit \quad 6{,}25\%$$

2.3. Cas où n est l'inconnue

La détermination de la valeur de *n* implique la même transformation de l'expression générale que celle effectuée dans le cas où *i* est l'inconnue :

$$\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$$

Les mêmes alternatives sont envisagées :

- La valeur de *n* est donnée par la table financière n° 1 ;
- Aucune valeur tabulaire ne correspond exactement à *n*.

a) Valeur tabulaire de ***n***

La valeur de C_n/C_0 se trouvera dans la colonne relative au taux *i* donné. Celle de *n* sera obtenue par projection sur la ligne de la durée de placement.

Exemple

C_0 = 500.000 DA

i = 10%

C_n= 1.178.974

La correspondance tabulaire de $(1+ i)^n$ est donnée par :

$$\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$$

$$2{,}357\,948 = (1{,}10)^n$$

La table financière n° 1 comporte les indications suivantes :

n \ i	10%
9	2,357 948

b) Valeur non tabulaire de *n*

La démarche est là encore identique à celle qui permet de déterminer la valeur de *i*. Considérons donc les deux méthodes de résolution à partir de l'exemple qui suit :

C_0 = 20.000 DA

i = 5%

C_n= 26.156 DA

n = ?

- Résolution par interpolation linéaire

$$\frac{C_n}{C_0} = (1{,}05)^n$$

$$1{,}307\ 8 = (1{,}05)^n$$

2.4. Cas où n est un nombre fractionnaire

L'expression générale est fondée sur des valeurs de *i* et *n* relative à une période. Si la durée correspond à un nombre fractionnaire, la détermination de la valeur acquise implique le recours à l'une des trois méthodes suivantes :

- La solution commerciale**, qui permet de déterminer la valeur acquise exclusivement avec l'expression générale fondée sur les intérêts composés ;**

- **La solution rationnelle,** qui consiste à n'appliquer l'expression générale que pour la partie entière de la durée et à valoriser la partie fractionnaire à l'aide des intérêts simples ;

- **Le recours à un taux équivalent.** Il s'agit alors de transformer la durée, exprimée en nombres de périodes entières et fractionnaires en subdivisions de périodes et de déterminer le taux *i* correspondant à ces subdivisions périodiques.

a) Solution commerciale

Appliquée aux données de l'exemple précédent :

$C_0 = 20.000$ DA

$i = 5\%$

$n = 5$ ans et 6 mois

Cette solution consiste à poser :

$C_{5,5} = 20.000\ (1{,}05)^{5+6/12}$

$C_{5,5} = 20.000\ (1{,}05)^{5{,}5}$

$C_{5,5} = 26.156$ DA

b) Solution rationnelle

Soit $n = e + f$

Où :

- e : est la partie entière de la durée totale de placement,
- f : est la partie fractionnaire de la durée totale de placement.

La valeur acquise au terme des *e* périodes entières de placement s'écrit :

$$C_n = C_0(1+i)^e$$

L'intérêt simple produit par C_e, au cours de la durée fractionnaire restante *f*, se détermine ainsi :

$$C_f = C_e \times i \times f$$

La valeur acquise globale, qui résulte de la somme de C_e et C_f s'obtient directement par :

$$C_n = C_e + C_r = C_0(1+i)^e + C_0(1+i)^e \times i \times f$$

$$\boxed{C_n = C_0(1+i)^e(1+i \cdot f)}$$

Identifions ces paramètres aux valeurs numériques de l'exemple précédent :

C_0 = 20.000 DA

i = 5%

n = 5 ans et 6 mois

Posons :

e = 5 ans

f = 6/12 d'année

La valeur acquise au terme de la période globale de placement sera fournie par :

$C_{5,5} = 20.000\ (1,05)^5\ [1+(0,05x6/12)]$

$C_{5,5} = 20.000\ (1,05)^5\ (1,025)$

$C_{5,5} = 26.163,8$

4. Valeur actuelle d'un capital placé à intérêts composés

4.1. Définition

La valeur C_n acquise par un capital placé pendant n périodes s'obtient par la capitalisation des intérêts. L'actualisation permet, par le processus inverse, de déterminer la valeur actuelle de C_n, également appelée valeur à l'origine ou valeur à l'époque zéro.

4.2. Expression générale

La valeur acquise est donnée par l'expression :

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

Divisions les deux membres par $(1+i)^n$

$$C_n / (1+i)^n = C_0 (1+i)^n / (1+i)^n \ :$$

D'où :

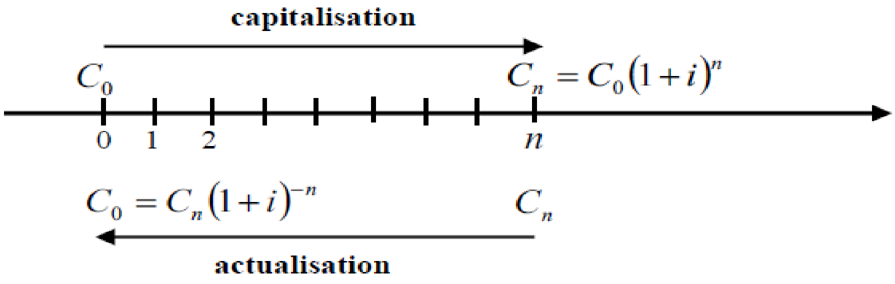
$$C_0 = C_n / (1+i)^n$$

Ou encore :

$$\boxed{C_0 = C_n / (1+i)^{-n}}$$

Cette expression fournit la valeur actuelle C_0 d'une somme dont l'expression à l'époque future n est C_n.

Représentation graphique



Fiche 5 : Amortissement des emprunts

LES ANNUITES

1. Définitions et caractéristiques

Les annuités sont une suite de versements perçues ou réglées à intervalles de temps réguliers.

Le terme « annuité » est lié à des périodicités annuelles. Lorsque la période est différente de l'année, il est préférable de remplacer le terme « annuité » par « semestrialité », « trimestrialité » ou « mensualité ».

Les annuités peuvent être perçues ou versées en début de période ou en fin de période. Les versements effectués ont pour but :

- constituer un capital, il s'agit d'annuités de placement (versement en début de période) ou de capitalisation (versements en fin de période) ;

- rembourser une dette, c'est le cas des annuités de remboursements ou d'amortissements.

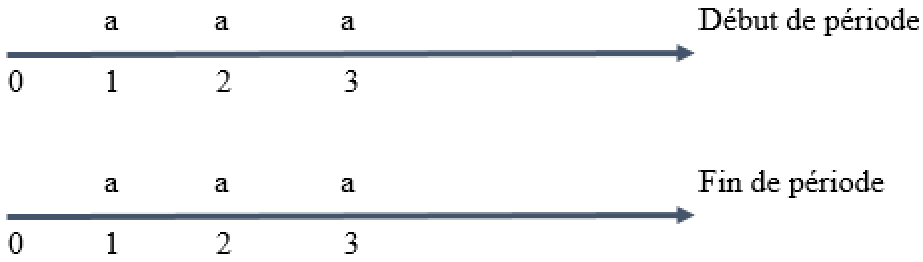
L'étude des annuités consiste à déterminer la valeur actuelle ou la valeur acquise, à une date donnée, d'une suite de flux. Elle prend en considération la date du premier flux, la périodicité des flux, le nombre des flux et le montant de chaque flux.

Lorsque les annuités sont égales, on parle d'annuités constantes, alors que lorsque leur montant varie d'une période à une autre, on parle d'annuités variables.

Les annuités peuvent être certaines lorsque leur nombre est connu à l'avance, aléatoires ou viagères, lorsque leur nombre est inconnu au moment du contrat ou enfin perpétuelles lorsque leur nombre est illimité.

2. Les annuités constantes

La valeur acquise ou la valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes suit la date de versement c'est à dire début de période ou fin de période.



2.1. La valeur acquise d'une suite d'annuités constantes de capitalisation

La valeur acquise d'une suite d'annuités constantes de fin de période indique la somme des valeurs acquises par chacune de ces annuités, exprimée immédiatement après le versement de la dernière annuité.

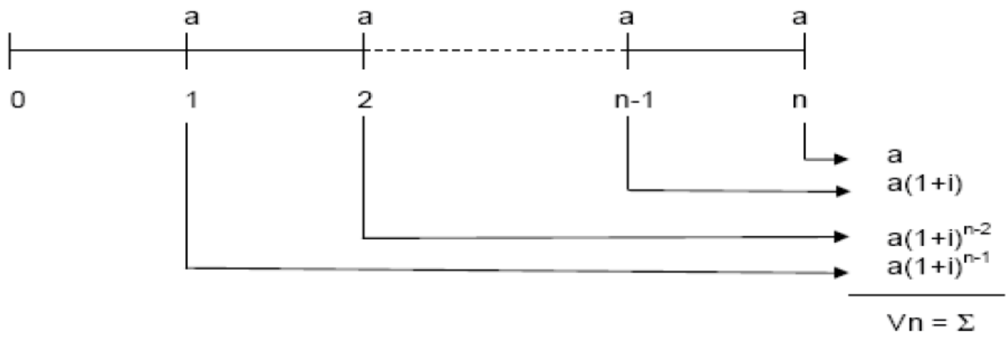
Définissons par :

a : le montant constant de l'annuité ;

n : le nombre d'annuités (de périodes) ;

i : le taux d'intérêt ;

V_n : la valeur acquise par la suite d'annuités au terme de la dernière ;



On a alors :

$V_n = a + a\,(1+i) + a\,(1+i)^2 + \ldots..+ a\,(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$

$V_n = a\,[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \ldots..+ (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}\,]$

Il s'agit d'une suite géométrique de premier terme 1, de raison géométrique

q = (1+i) et comprenant n termes. La formule devient donc :

$Vn = a\,[((1+i)^n -1)/(1+i) -1]$

$Vn = a\,[(1+i)^n -1/i]$

Le terme $(1+i)^n -1/i$ est fourni par la table financière n°3.

Exemple :

Une personne place 500 000 DA chaque année pendant 8 ans. Ces versements sont capitalisés au taux de 7%. Déterminer le capital constitué au terme du dernier versement.

Solution

$V_8 = 500000[(1,07)^8 -1/0,07]= 512\ 9901$DA.

2.2. La valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes de capitalisation

La valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes de fin de période est la somme des annuités actualisées exprimées à la date de conclusion du contrat (une période avant le premier versement).

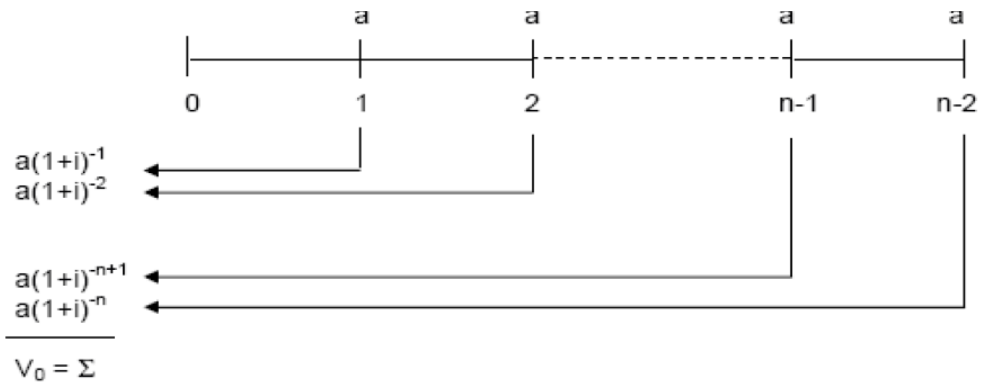
Soit :

V_0 = la valeur actuelle par la suite des annuités

a = l'annuité constante de fin de période

n = le nombre de périodes (d'annuités)

i = le taux d'intérêt par période de capitalisation



Alors :

$V_0 = a\,(1+i)^{-1} + a\,(1+i)^{-2} + \ldots.. + a\,(1+i)^{-n+1} + a\,(1+i)^{-n}$

On a donc une suite géométrique de premier terme a (1+i)-1, de raison géométrique $q = (1+i)^{-1}$ et comprenant n termes.

La formule devient :

$V_0 = a\ (1+i)^{-1}\ [(1+i)^{-n}-1/\ (1+i)^{-1} - 1]$

$V_0 = a\ [1-(1+i)^{-n}\ /i]$

Le terme $1-(1+i)^{-n}/i$ est fourni par la table n°4.

Exemple :

Monsieur Amine a contracté un prêt auprès de la banque Natexis, qu'il le rembourse par 10 annuités, égales chacune à 15 000 DA, au taux de 12%.

Quel est le montant du capital emprunté ?

Solution

$V_0 = 15000[1-(1{,}12)^{-12}\ /0{,}12] = 15000 \times 5{,}\ 650223 = 84753{,}345$ DA.

A RETENIR

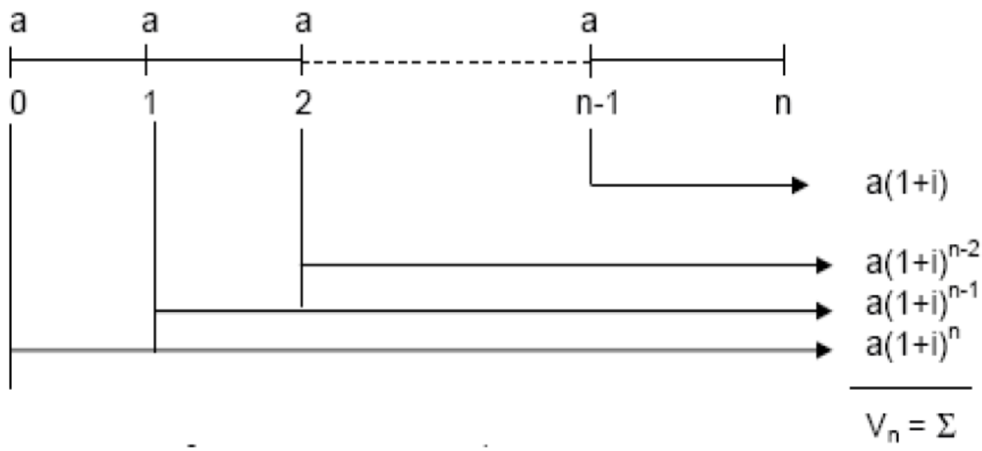
$$C_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\ ;\ a = C_0 \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\ ;\ C_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = C_0(1+i)^n$$

C_0 : capital emprunté ou valeur de l'emprunt ou valeur actuelle
i : taux d'intérêt (annuel ou mensuel etc...)
n : nombre de périodes
a : montant de chaque paiement effectué en fin de période (*in fine*)
C_n : valeur acquise de C_n au bout de **n** périodes.

La valeur d'un emprunt *augmente* lorsque le taux *baisse*.
La valeur d'un emprunt *diminue* lorsque le taux *croît*.

2.3. La valeur acquise d'une suite d'annuités constantes de placement

La valeur acquise par la suite d'annuités est égale à la somme des valeurs acquises par les versements successifs.



$V_n = a\,(1+i) + a\,(1+i)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + a\,(1+i)^{n-1} + a\,(1+i)^n$

On a donc une suite géométrique de premier terme a (1+i), de raison géométrique q= (1+i) et comprenant n termes.

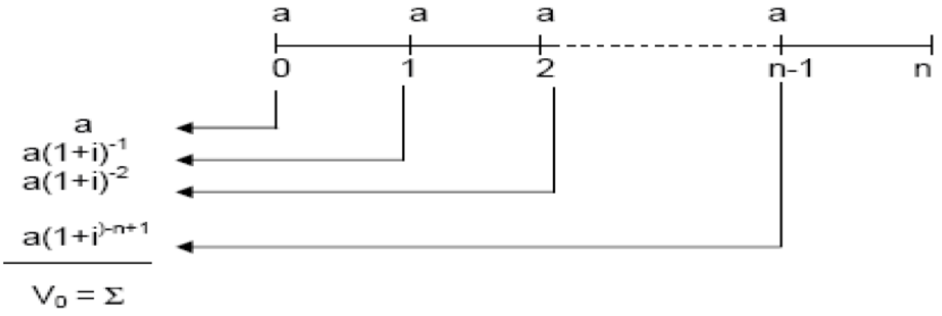
La formule devient donc :

$V_n = a\,(1+i)[\,(1+i)^n -1\,/i]$

2.4. La valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes de placement

Pour actualiser une suite d'annuités constantes de fin de période, on revient au temps zéro, c'est- à –dire au moment de la signature du contrat, (une période avant le premier versement).

Pour actualiser les annuités de début de période, on revient au temps zéro, celui qui correspond au premier versement.



$V_0 = a + a\,(1+i)^{-1} + a\,(1+i)^{-2} + \ldots.. + a\,(1+i)^{-n+1}$

On a donc une suite géométrique de premier terme a, de raison géométrique

$q= (1+i)^{-1}$ et comprenant n termes.

La formule devient :

$V_0 = a\,[(1+i)^{-n} -1 / (1+i)^{-1} -1]$

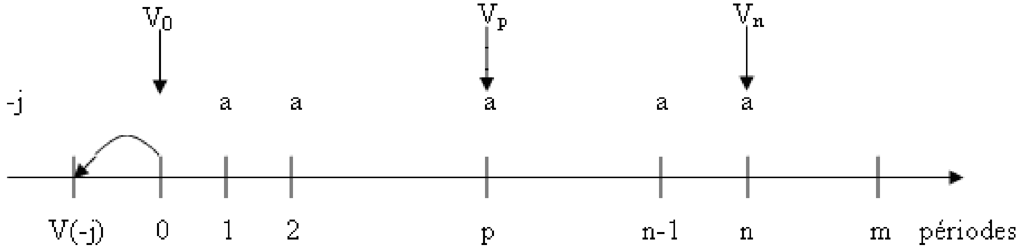
$V_0 = a\,(1+i)\,[1- (1+i)^{-n} /i]$

2.5. Evaluation d'une suite d'annuités constantes à une date quelconque

La notion d'équivalence s'applique également aux suites d'annuités. L'évaluation à une date quelconque implique là encore le recours aux principes d'actualisation et de capitalisation.

2.5.1. Représentation graphique du problème

Il est possible d'évaluer une suite d'annuités constantes à n'importe quelle époque. Le problème se résumant soit à une opération de calcul de valeur acquise, ou de calcul de valeur actuelle, à partir du moment où sont précisées les périodes.



2.5.2. Formalisation

a) Evaluation à l’époque m (m>n) :

La valeur acquise à l’époque (m) serait :

$V_m = V_n (1+i)^{m-n}$ ou $V_m = V_0 (1+i)^m$

Ainsi, on obtient :

$V_m = a [1-(1+i)^{-n} /i] (1+i)^m$

b) Evaluation à l’époque p (o<p<n) :

En partant de V_0, V_0 sera capitalisé pendant p périodes :

$V_p=V_0 (1+i)^p = a [1-(1+i)^{-n} /i] (1+i)^p$

En partant de V_n , V_n sera actualise pendant (n-p) périodes:

$V_p=V_n (1+i)^{-(n-p)} = a [(1+i)^n -1/i](1+i)^{-(n-p)}$

$V_p= a [1-(1+i)^{-n} /i] (1+i)^p$

c) Evaluation à l’époque (j); (j<0) :

A partir de V_0 :

$V_{-j} = V_0 (1+i)^{-j} = a [1-(1+i)^{-n} /i] (1+i)^{-j}$

A partir de V_n:

$V_{-j} = V_n\ (1+i)^{-(n+j)} = a\ [(1+i)^n\ -1/i]\ (1+i)^{-n}\ (1+i)^{-j}$

$V_{-j} = a\ [1-(1+i)^{-n}\ /i]\ (1+i)^{-j}$

L'évaluation peut avoir lieu à n'importe quelle époque ; connaissant le point de départ, et le point d'arrivée, en utilisant soit le calcul de la valeur acquise, soit le calcul de la valeur actuelle, soit les deux à la fois.

Exemple :

Une suite comporte 8 annuités de fin de période de 25 000 DA chacune. Evaluer sa valeur au taux de 10% :

- Valeur actuelle et la valeur acquise.

Détermination de la valeur actuelle :

$V_0 = a\ [1-(1+i)^{-n}\ /i] = 25000\ [1-(1,10)^{-8}\ /0,10] = 133\ 373,125$ DA;

Détermination de la valeur acquise :

$V_n = a\ [(1+i)^n\ -1/i] = 25000\ [(1,10)^{-8} – 1/0,10] = 285\ 897,188$ DA;

2.6. Remplacement d'une suite d'annuités constantes

2.6.1. Remplacement d'une suite d'annuités constantes par une autre

Une suite d'annuités constantes peut être remplacée par une autre si, pour un taux d'intérêt donné et à une date quelconque, leur équivalence est établie. Au temps zéro, l'équivalence est exprimée par l'égalité des valeurs actuelles des deux suites.

$$\mathbf{V_0 = V'}$$

$$\mathbf{a[1-(1+i)^{-n} /i] = a' \ [1-(1+i)^{-m} /i]}$$

2.6.2. Remplacement d'une suite d'annuités par un versement unique : cas général de l'échéance commune

Dans la situation de remplacement d'une suite d'annuités par un versement unique, la nouvelle suite d'annuités constantes est réduite à un seul terme, qui sera désigné par Vu.

Le nombre de périodes au terme desquelles Vu est payé sera noté u.

$$Vu\ (1+i)^{-u} = a\ [1-(1+i)^{-n} / i]$$

AMORTISSEMENTS DES EMPRUNTS

Dans les établissements financiers on parle souvent de deux types d'emprunts :

-Les emprunts ordinaires ;

-Les emprunts obligataires ;

L'emprunt ordinaire est celui qui est contracté auprès d'un seul emprunteur : banque, établissement financier.

L'emprunt obligataire inclut plusieurs prêteurs dénommés les obligataires.

1. Les emprunts ordinaires

1.1. Définition

Un emprunt ordinaire est un contrat entre un prêteur et un emprunteur. Il n'y a qu'un seul prêteur, il est donc indivisible (un seul établissement financier prend en charge la totalité du montant à prêter). Le remboursement de cet emprunt s'effectue, par annuités de fin de période où chaque annuité est composée de deux éléments :

- Un remboursement d'une partie du capital emprunté, appelé l'amortissement.

- Une partie intérêt calculée sur la base du taux d'intérêt convenu entre les deux parties et du capital restant dû dépendant.

1.2. Tableau d'amortissement

Le remboursement d'un emprunt peut être :

- constant, c'est-à-dire identique durant toutes les périodes ;

- variable d'une échéance à une autre, cette variation provient généralement des intérêts, qui tendent à décroître à mesure que s'opèrent les remboursements constants ;

- unique, les emprunts de ce type comportent deux variantes :

-Variante 1 où l'emprunteur rembourse le capital et les intérêts au dernier terme ;

-Variante 2 où le service périodique est réduit au paiement des intérêts jusqu'au dernier terme où le débiteur rembourse le capital emprunté en sus des intérêts.

Les relations entre les différentes variables de l'emprunt ordinaire sont présentées dans le tableau d'amortissement suivant :

années	Dette en début d'année (1)	Intérêt de l'année (2) = (1). *I*	Amortissement de l'année (3)	Annuités	Dette au terme de l'année (5) = (1)-(3)
1	D_0	$D_0.i$	m_1	$a_1=D_0.i+m_1$	$D_1=D_0-m_1$
2	D_1	$D_1.i$	m_2	$a_2=D_1+m_2$	$D_2=D_1-m_2$
.					
.					
P	D_{p-1}	$D_{p-1}.i$	m_p	$a_p=D_{p-1}.i+m_p$	$D_p=D_{p-1}-m_p$
.					
n-1	D_{n-2}	$D_{n-2}.i$	m_{n-1}	$a_{n-1}=D_{n-2}.i+m_{n-1}$	$D_{n-1}=D_{n-2}-m_{n-1}$
n	D_{n-1}	$D_{n-1}.i$	m_n	$a_n=D_{n-1}.i+m_n$	$D_n=D_{n-1}-m_n=0$

1.3. Caractéristiques générales

Le tableau dissimule cinq caractéristiques :

C1 : relation entre capital emprunté et annuités.

$D_0 = a_1 (1+i)^{-1} + a_2 (1+i)^{-2} +\ldots+ a_p (1+i)^{-p} +\ldots+ a_n (1+i)^{-n}$

C_2 : relation entre capital emprunté et amortissements.

$D_0 = m_1+m_2+\ldots+m_n$

$D_0 = \sum m_k$ (de k=1 à n)

C3 : relation entre le solde de l'emprunt au début de la dernière annuité et le dernier amortissement.

$D_{n-1} - m_n = 0 \Rightarrow P_3 : D_{n-1}= m_n$

Le solde de l'emprunt au début de la dernière annuité est remboursé au travers du dernier amortissement.

C4 : relation entre annuités et amortissements.

$a_p = D_{p-1} .i + m_p$ et $ap+1= D_p .i + m_{p+1}$

La différence entre ces deux annuités s'écrit :

$a_{p+1} - a_p = (D_p .i + m_{p+1}) - (D_{p-1} .i + m_p) = D_p .i + m_{p+1} - D_{p-1} .i - m_p$

La colonne n° 5 du tableau d'amortissement indique pour la ligne p l'expression de la dette vivante après paiement de la $P^{ième}$ annuité :

$D_p=D_{p-1} - m_p$

La transposition de cette expression dans le différentiel d'annuités permet d'obtenir :

$a_{p+1} - a_p = D_{p-1} .i - m_p .i + m_{p+1} - D_{p-1} .i - m_p$

$\Rightarrow P_4: ap+1 - a_p= m_{p+1} - m_p (1+i)$

C5 : dette amortie après paiement de la $P^{ième}$ annuité

Il s'agit de la fraction du capital emprunté, remboursée au terme de la $P^{ième}$ période :

R_p et notée P_5 :

$Rp= m_1+ m_2+ m_3+\ldots+m_p = \sum m_k$ (de k=1 à p)

Exemple :

Un emprunt de 100 000 DA, contracté au taux d 12% est remboursé au moyen de 5 annuités constantes.

Calculer la valeur de l'annuité.

$a= 10000[0{,}12/1-(1{,}12)^{-5}] = 277\ 409{,}68$ DA

A RETENIR

La **valeur actuelle (VA)** d'un ensemble de flux financiers est la somme algébrique des valeurs actuelles de chaque flux rapportées à une date choisie (par défaut le choix de la date est l'origine des dates du scénario financier).

La **valeur future (VF)** d'un ensemble de flux financiers est la somme algébrique des valeurs acquises de chaque flux rapportées à la dernière date du scénario financier. On a : $VF = VA \times (1+i)^n$ où n est le nombre de périodes séparant les deux dates de références.

La **valeur actuelle nette (VAN)** est un cas particulier de VA.

- Dans le cadre d'un projet d'investissement, avec le point de vue de l'investisseur, c'est la valeur actuelle des flux.
- Dans le cadre d'un emprunt, avec le point de vue de l'emprunteur, c'est la valeur actuelle des flux. (De même : $VFN = VAN \times (1+i)^n$)

Exercices

Exercice 1 :

Une société emprunte un capital de 7 000 000DA remboursable en annuités constantes pendant 10 ans. Le taux retenu lors des négociations est 3,5%. Calculer :

- Le montant de l'annuité constante ;

- Le dernier amortissement ;

- Le capital remboursé après le 7ème versement ;

- Le capital restant à rembourser après paiement de la 4ème annuité ;

Exercice 2 :

Un emprunt de nominal D_0 est amortissable en 10 échéances annuelles constantes. On vous donne :

- le montant du 3ème amortissement est 23 460,22 DA,

- le montant du 6ème amortissement est 30 381,61 DA,

Travail à faire :

- Calculer le taux d'emprunt, le capital emprunté, le montant de l'annuité, le capital restant dû après paiement de la 7ème annuité ;

- Présenter la partie du tableau d'amortissement relative aux trois dernières échéances.

Exercice 3 :

Une personne a emprunté le 01/01/2020 une somme remboursable en 6 annuités constantes, la première étant payable le 31/12/2020. La somme du 2ème et du 3ème amortissement s'élève à 27.720 DA, la somme des deux premiers à 25.200 DA.

Travail à faire :

Calculer le taux de l'emprunt, le 1er amortissement, le montant de l'annuité, le dernier amortissement ;

-Si la personne décide de rembourser intégralement le montant de sa dette restant dû en début de la 3ème année, quel serait le montant du versement unique ?

Exercice 4 :

Un emprunt obtenu au taux semestriel de 4,25% est amortissable au moyen de semestrialités constantes de 262 092 DA chacune. Le dernier amortissement dépasse le premier de 201 815 DA.

Travail à faire :

Calculer le nominal initial de l'emprunt.

Exercice 5 :

Une entreprise emprunte un capital de 950.000 DA remboursable en annuités constantes pendant 10 ans. La 1ère annuité serait à verser le 31/12/2022, le taux retenu lors des négociations est 3,5%.

Travail à faire :

Calculer :

1- le montant de l'annuité constante ;

2- le dernier amortissement ;

3- le capital remboursé après le 7ème versement ;

4- le capital restant à rembourser après paiement de la 4ème annuité ;

Exercice 6

La banque BDL prête une somme remboursable chaque fin d'année en 20 annuités constantes tel que le produit du premier et du troisième amortissement soit égal à 2.241.613,4 DA et que le produit du 5e amortissement par le 6e soit égal à 5.064.949,2 DA.

Travail à faire :

Calculer :

Le taux d'intérêt, le premier amortissement, l'annuité, la somme empruntée et la dette amortie et non amortie après le paiement de la $12^{ème}$ annuité.

Exercice 7 :

Pour financer son exploitation, un industriel contracte auprès d'une banque un emprunt remboursable en six annuités de fin de période.

A partir du tableau d'amortissement établi par le service crédit, on a :

- annuité de remboursement 20.336,30 DA,

- 6ème amortissement 19.185,00 DA ;

Travail à faire :

- Calculer le taux d'intérêt ;

- Calculer le montant de l'emprunt ;

- Présenter le tableau d'amortissement ;

Exercice 8 :

Le 1er janvier de l'année 2023, une agence emprunte un capital remboursable par annuités constantes, la première payable le 31 décembre de la même année. Vous disposez des informations suivantes :

- montant du 2ème amortissement : 3 809 674DA

- montant du 7ème amortissement : 5 026 466DA

- montant du 13ème amortissement : 7 009 914DA

1. calculer le taux de cet emprunt,

2. sachant que le montant de l'annuité constante est 827 823,3 DA, calculez le montant de l'emprunt.

3. Calculer la durée

Immédiatement après le paiement de la cinquième annuité, l’emprunteur envisage de s’acquitter du solde de sa dette par 50 mensualités constantes, la première échéant dans un mois. Le taux appliqué demeure le même.

4. Calculer le montant de ces mensualités ;

5. Présenter les trois premières et les trois dernières lignes du tableau d’amortissement de cet emprunt.

Exercice 9 :

Une personne emprunte 600 000 DA au taux effectif d’intérêt de 6% par année. A la fin de chaque année, il verse l’intérêt. A la fin de la 8ème année, en plus de payer l’intérêt, il rembourse le 100 000 DA emprunté. Pour accumuler ce montant de 100 000DA, il met en place un fonds d’amortissement en faisant 8 paiements égaux, un à la fin de chaque année, dans un placement rémunéré au taux effectif d’intérêt de 2% par année.

- Déterminer le montant net du prêt immédiatement après le 2ème versement.

- Déterminer le montant net d’intérêt pour la 5ème année.

Exercice 11 :

Une personne ayant placé au début de chaque année et pendant 20 ans une somme constante « x » au taux de 4%, à une société qui doit le lui rembourser en 25 ans au taux de 5,5% (le premier amortissement devant avoir lieu une année après l’emprunt).

Première modalité de remboursement : au moyen d'une annuité constante. Sachant que le 3ème amortissement s'élève à 8 378 264 DA.

Travail à faire :

- Calculer l'annuité de remboursement ;

- Calculer le montant de l'emprunt ;

- Calculer le capital amorti après le versement de la $10^{ème}$ annuité ;

- Calculer l'annuité de placement ;

- Présenter les cinq premières lignes du tableau d'amortissement ;

Exercice 12 :

Pour financer l'acquisition d'un logement, une personne prévoit d'emprunter 8 000 000 DA, qu'elle souhaite rembourser en 25 ans par annuités constantes. Le taux d'intérêt proposé par la banque est de 6,25 %.

Travail à faire

1- Calculer l'annuité à verser ;

2- La banque lui propose la formule suivante :

- Remboursement des 2 000 000 DA au terme de la $15^{ème}$ année ;

- Paiement chaque année des intérêts au taux de 6,75% ;

- Versements annuels constants capitalisés au taux de 5% ;

2.1- Calculer le montant de ces versements ;

2.2- Calculer le montant annuel effectif.

2-3- Calculer le taux correspondant à cette annuité effective dans un système.

Exercice 13 :

Une entreprise a emprunté auprès d'une banque une somme remboursable en 4 annuités constantes au taux de 10%, chaque annuité s'élève à : 151426 DA.

Travail à faire :

-Calculer le montant de l'emprunt

- Présenter le tableau d'amortissement de l'emprunt.

Exercice 14 :

Une entreprise a bénéficié d'un prêt remboursable en x annuités, la première annuité est remboursable à la fin de la première année de la conclusion du contrat d'emprunt.

A partir du tableau d'amortissement d'emprunt, on a soulevé les informations suivantes :

Intérêt de la première année : 31500 DA

Intérêt de la deuxième année : 27 096,43

Intérêt de la troisième année : 22 384,61

Travail à faire :

1. Calculer le taux d'intérêt

2. Calculer la valeur du prêt

3. Calculer le nombre des annuités

4. Présenter les trois premières et trois dernières lignes du tableau d'amortissement.

Exercice 15 :

A partir du tableau d'amortissement d'emprunt, on a soulevé les informations suivantes :

Intérêt de la cinquième année : 9136,72 DA

Intérêt de la sixième année : 7483,21 DA

Intérêt de la septième année : 5747,01 DA

Travail à faire :

1. Calculer le taux d'intérêt et le montant de l'annuité ;

2. Calculer la valeur du prêt

3. Calculer le nombre des annuités

4. Présenter les deux premières et deux dernières lignes du tableau d'amortissement.

Fiche 6 : Choix des investissements

Principe :

L'investissement mobilise d'importants moyens financiers. Cette situation implique qu'un investissement ne peut se réaliser sans étude préalable entrainant des hypothèses et des choix.

D'un point de vue économique, l'investissement est une part de la richesse qui est destinée à accroitre la production, par l'accroissement ou bien le renouvellement des capacités productives, afin de concrétiser les objectifs visés.

D'un point de vue comptable, l'investissement est toute dépense d'acquisition d'un bien ou un service consommable sur plusieurs exercices comptables et que le dépensant soit propriétaire de cet investissement.

D'un point de vue financier, l'investissement représente un engagement de capitaux dans une opération à partir de laquelle on envisage des gains futurs étalés dans le temps généralement, c'est un engagement durable, difficilement réversible. Il s'analyse comme une sortie de fonds destinés à procurer des recettes ultérieures.

1. Les méthodes financières du choix d'investissement

Le processus décisionnel en matière d'investissement comporte deux phases principales :

- Evaluation du coût de l'investissement : elle consiste en l'évaluation du montant de l'investissement qui comprend le coût de l'investissement lui-même et le besoin en fonds de roulements d'exploitation

- Evaluation de l'exploitation dans le temps : elle consiste en la simulation dans le temps l'exploitation de l'investissement réalisé (évaluer le chiffre d'affaire attendu, les charges attendues,…)

La mesure de la rentabilité de l'investissement repose essentiellement sur le concept de cash-flow. Il existe plusieurs méthodes permettant l'appréciation de la rentabilité d'un investissement :

1.1. La valeur actuelle nette

La valeur actuelle nette (VAN) est l'excédent du cumul des cash-flows actualisés (CFA), calculés sur toute la durée de vie de l'investissement, sur le montant total du capital investi I_0. L'investissement dont la valeur actuelle nette sera la plus élevée sera considéré comme le plus rentable.

$$VAN = \Sigma CFA - I_0 = \Sigma\ CF\ n / (1+t)^n - I_0$$

Pour chaque opération, il est peut être retenu un taux d'actualisation. Ce dernier est déterminer en fonction des taux d'intérêts des capitaux empruntés, taux d'inflation prévalent, et du taux appliqué dans le secteur activité.

Exemple :

Un investissement initial est de 400 DA. Les flux de trésoreries sont donnés ci-dessous. Le taux d'actualisation retenu est de 10%.

Années	Cash flows	Facteurs d'actualisation	Cash flows actualisés
0	-400		
1	+170	$(1,1)^{-1}$	154,54
2	+140	$(1,1)^{-2}$	115,70
3	+130	$(1,1)^{-3}$	97,67
4	+120	$(1,1)^{-4}$	81,96

VAN= (154,54+11,570+97,67+81,96) – 400 = 49,88

L'investissement initial réalisé a nécessité un décaissement de 400 DA. La somme des valeurs actualisées des flux nets de trésorerie donne 449,88 DA. Dans ce cas, l'investissement compte tenu du taux retenu peut être réalisé.

La méthode de la VAN ne permet de comparer que deux ou plusieurs projets dont les mises de fonds sont identiques. Pour détourner cette difficulté, on peut utiliser les indices de rentabilité.

Pour un investissement réalisé en une seule fois

Indice de rentabilité= valeur des CFA et de la valeur résiduelle / valeur de l'investissement initial

Pour un investissement réalisé par plusieurs fractions

Indice de rentabilité= valeur des CFA et de la valeur résiduelle / valeur actualisée des investissements successifs

Exemple : Le choix porte sur deux machines A et B

I0 A=1200 D, I0 B=1500 D, t=10%

		1	2	3
Cash flows A	-1200	+500	+600	+500
Cash flows actualisés de A	-1200	454	496	375
Cash flows B	-1500	900	400	500
Cash flows actualisés de B	-1500	818	330	376

VAN A = -1200 + (454 + 496 + 375) = +126

VAN B = -1500 + (818 + 330 + 376) = +24

Les deux projets sont acceptables (au taux supérieur à 10%), la machine A est cependant plus rentable que B

L'indice de rentabilité de A= 1326/1200= 1,105

L'indice de rentabilité de B= 1524/1500= 1,016

Exercice :

Un individu vous propose de vendre votre machine pour un investissement de 2.000.000 DA (correspondant à sa valeur résiduelle) dans un projet ayant un cash-flow qui double chaque période sur une base de 400.000 DA assurée pendant 3 périodes alors que le taux moyen géométrique d'intérêt du marché est de 5%.

- Calculer la VAN

- Calculer le TRI.

AXE III : Exercices avec solutions

Fiche 7 : Exercices sur les opérations à court terme

Exercice 1 :

Un individu place 45.000 DA pour trois mois, à partir du 10 Juin. Le taux d'intérêt est de 10 % l'an. De combien dispose-t-il à l'issue du placement ?

SOLUTION

Cn = Co + I

I $=\frac{Ctn}{1.200} = \frac{45.000 \times 10 \times 3}{1.200} = 1.125$

Cn = 45.000 + 1.125 = 46.125 DA.

Exercice 2 :

Un individu place 75.000 DA du 15 Mai au 18 Septembre, sur un compte rapportant 9,5 % l'an. De combien dispose-t-il à l'issue du placement ?

SOLUTION

Durée du placement :

D = 16 + 30 + 31 + 31 + 18 = 126 jours

$$I = \frac{75.000 \times 9,5 \times 126}{36.000} = 2.493,75\ DA$$

Valeur acquise = 75.000 + 2.493,75 = 77.493,75 DA

Exercice 3 :

Un individu place sur un compte 27.000 DA. Cent (100) jours plus tard, il récupère 28.140 DA. Quel est le taux d'intérêt ?

SOLUTION

$$I = \frac{Ctn}{36.000}$$

I = 28.140 – 27.000

I = 1.140 DA

$$I = \frac{27.000 \ \times t \ \times 100}{36.000}$$

2.700.000 t = 41.040.000

t = 15,2 %

Exercice 4 :

Un individu place 29.200 DA sur un compte rapportant 11,40 %. A l'issue du placement, il récupère 31.428,45 DA. Quelle a été la durée du placement ?

SOLUTION

$$31.428{,}45 - 29.200 = 29.200 \ \times 0{,}114 \ \times \frac{n}{360}$$

$$n = \frac{31.428{,}45 - 29.200}{29.200} \times \frac{1}{0{,}114} \times 360$$

$$n = 241 \ jours$$

Exercice 5 :

Un capital de 7.200 DA, prêté à 8 % le 8 Juin, a acquis, à la fin du prêt, une valeur de 7.288 DA. Déterminer à quelle date le prêt a été remboursé ?

SOLUTION

Intérêts produits = 7.288 – 7.200 = 88

Durée du prêt : $n = \frac{36.000I}{Ct} = \frac{36.000 \times 88}{7.200 \times 8}$

$$n = 55\ jours$$

Date de remboursement : 55 jours après le 8 Juin, soit le **2 Août**.

Exercice 6 :

Calculez le capital qui, placé à 8,4 % pendant 62 jours, a acquis une valeur de 16.738,70 U/M.

SOLUTION

Soit C, le capital recherché :

$$C + \frac{C \times 8{,}4 \times 62}{36.000} = 16.738{,}70\ ou\ C + \frac{43{,}4\ C}{3.000} = 16.738{,}70$$

$C\frac{3.000+43{,}4}{3.000} = 16.738{,}70 \quad C = \frac{16.738{,}70 \times 3.000}{3.043{,}4} = 16.500\ DA$

Exercice 7 :

Calculez le taux moyen résultant des placements suivants :

N°	Capitaux	Taux	Période
1	3.800 DA	7,5 %	25 Mai au 15 Juillet
2	6.420 DA	8,2 %	25 Mai au31 Juillet
3	780 DA	8,5 %	25 Mai au 31 Août

SOLUTION

Durée de placement :

N° 1 = 51 jours ; N° 2 = 67 jours ; N° 3 = 98 jours.

Taux moyens de placement :

$$\frac{(3.800 \times 7{,}5 \times 51) + (6.420 \times 8{,}2 \times 67) + (780 \times 8{,}5 \times 98)}{(3.800 \times 51) + (6.420 \times 67) + (780 \times 98)} = 8{,}04\ \%$$

Exercice 8 :

On place à intérêt précompté, au taux de 9 %, un capital de 20.000 DA pendant 20 mois. **Calculez le taux effectif de placement qui résulte de l'opération**.

SOLUTION

Intérêt fourni par le placement : $\frac{20.000 \times 9 \times 20}{1.200} = 3.000\ DA$

Capital effectivement engagé : 20.000 – 3.000 = 17.000 DA

Taux effectif de placement : $\frac{1.200 \times 3.000}{17.000 \times 20} = 10{,}59\ \%$

Exercice 9 :

Un prêt de 300.000 DA est consenti à un taux de t %. Au bout de 4 mois, l'emprunteur rembourse à son prêteur 120.000 DA de capital, somme que le prêteur replace immédiatement à 9 %.

Au bout d'un an (à partir de l'opération initiale), le prêteur se voit verser l'ensemble du capital et des intérêts et constate que son capital aura été, finalement, placé à un taux moyen égal à (t – 0,8) %.

1 – Calculez t ?

2 – De quelle somme totale le prêteur dispose-t-il au bout d'un an ?

SOLUTION

a) Détermination du taux :

Placement effectif :

300.000 DA au taux de t pendant 4 mois

180.000 DA au taux de t pendant 8 mois

120.000 DA au taux de 9 % pendant 8 mois

a produit le même intérêt que le placement de :

300.000 DA au taux (t – 0,8) pendant 12 mois.

On peut écrire, donc :

$$\frac{300.000 \times t \times 4}{1.200} + \frac{180.000 \times t \times 8}{1.200} + \frac{120.000 \times 9 \times 8}{1.200} = \frac{300.000 \times (t - 0{,}8) \times 12}{1.200}$$

t = 12 %

a) Détermination de la somme totale :

Valeur acquise = Capital + Intérêt

$$= 300.000 + \frac{300.000 \times (12 - 0{,}8) \times 1}{100} = 333.600\ DA$$

Exercice 10 :

Deux capitaux, dont le montant total est de 16.800 DA, sont placés, pendant un an, à des taux respectifs qui diffèrent de 0,40 %. Intérêt total = 1.651,20 DA.

Si le premier capital avait été placé au taux du second, et le second capital au taux du premier, l'intérêt annuel total aurait été de 1.641,60 DA

Calculez les deux capitaux et les deux taux.

SOLUTION

Soit C et (16.800 – C) les capitaux placés et par *t* et *(t – 0,4)* les taux correspondants.

On peut écrire :

$$\frac{Ct}{100} + \frac{(16.800 - C)(t - 0{,}4)}{100} = 1.651{,}20 \; ou \; 16.800\, t + 0{,}4C = 171.840$$

Et

$$\frac{C(t - 0{,}4)}{100} + \frac{16.800 - C}{100} = 1.641.60 \; ou \; 16.800t - 0{,}4C = 164.160$$

En additionnant membre à membre les deux égalités, on obtient :

$33.600t = 336.000$ d'où ***t = 10*** et ***t – 0,4 = 9,6***

En retranchant membre à membre la 2ème équation et la 1ère équation :

0,8 C = 7680 d'où ***C = 9.600 DA*** et ***16.800 – C = 7.200 DA.***

9.600 DA étaient placés à 10 % et 7.200 DA étaient placés à 9,6 %.

Exercice 11 :

Le 22 Août, un effet de commerce à échéance du 30 novembre et de nominal égal à 12.000 DA est escompté commercialement. Taux d'escompte 9 %.

Calculer l'escompte commercial et la valeur actuelle commerciale de cet effet.

SOLUTION

Nombre de jours du 22 Août au 30 Novembre : 100 jours

Escompte commercial : $e = \frac{12.000 \times 9 \times 100}{36.000}$

$$e = 300\ DA$$

Valeur actuelle commerciale : $a = 12.000 - 300 = 11.700\ DA$

Exercice 12 :

Un effet de nominal 40.000 DA à 4 mois est négocié. Son escompte est égal à 771,10 DA.

1 – Calculer le taux d'escompte.

2 – Calculer la valeur actuelle.

3 – Calculer l'escompte rationnel.

SOLUTION

1 – Calcul du taux d'escompte

$$\boldsymbol{e = \frac{Ctn}{1.200}}$$

$$\boldsymbol{771,10 = \frac{40.000 \times t \times 4}{1.200}}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{1.200e}{Cn}}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{1.200 \times 771,10}{40.000 \times 4}}$$

***t* = 5,78 %**

2 – Calcul de l'escompte rationnel

On calcul d'abord, la valeur actuelle

Va = C – e

40.000 – 771,10 = 39.228,90 DA

3 – Calcul de l'escompte rationnel

$$Va + \frac{Va \times 5{,}78 \times 4}{1.200} = 40.000$$

$$\frac{1.200Va}{1.200} + \frac{Va \times 5{,}78 \times 4}{1.200} = 40.000$$

$$\frac{1.200Va + 23{,}12Va}{1.200} = 40.000$$

$$1.223{,}12\,Va = 40.000 \times 1.200$$

$$Va = \frac{48.000.000}{1.223{,}12}$$

$$Va = 39.243{,}90 \text{ DA}$$

Escompte rationnel :

$$er = \frac{Va.t.n}{1.200}$$

$$er = \frac{39243{,}90 \times 5{,}78 \times 4}{1.200}$$

$$\boldsymbol{er = 756{,}10 \text{ DA}}$$

Exercice 13 :

Une remise à l'escompte, effectuée le 31 Mars, porte sur trois effets de nominal 6.600 DA chacun. L'escompte total, calculé au taux de 8,5%, s'élève, pour cette remise à 280,50 DA.

Déterminer la date d'échéance du troisième effet, sachant que le premier est payable le 30 Avril et que pour le second l'escompte s'élève à 93,50 DA.

SOLUTION

Le premier effet, pour lequel les calculs portent sur une durée de 30 jours, supporte un escompte de :

$$e = \frac{6.600 \times 8{,}5 \times 30}{36.000} = 46{,}75\ DA$$

L'escompte du troisième effet est donc :

$$280{,}50 - (46{,}75 + 93{,}50) = 140{,}25\ DA$$

Date d'échéance du troisième effet :

$$n = \frac{36.000e}{C.n}$$

$$n = \frac{36.000\ (140{,}25)}{6.600\ \times 8{,}5} = 90\ jours$$

Date d'échéance recherchée : 90 jours après le 31 Mars, soit le **29 Juin.**

Exercice 14 :

Une traite à échéance du 30 Juin a été remise à l'escompte le 19 Mai, au taux de 9,2%. Une autre traite, de même échéance, a été négociée le 2 Juin, au taux de 9,5%. Si on intervertit les deux taux d'escompte, le total des deux valeurs actuelles demeure inchangé.

Calculer les valeurs nominales respectives des deux effets, sachant que leur total est 85.000 DA.

SOLUTION

Désignons par x la valeur nominale du premier effet et par *y* la valeur nominale du second.

Le nombre de jours à courir pour le premier effet est de 42 jours. Pour le second, 28 jours.

Si le total des valeurs actuelles des deux effets demeure inchangé, c'est que le total des escomptes retenus n'a pas changé.

$$\frac{x\ \times 9{,}2\ \times 42}{36000} + \frac{y \times 9{,}5\ \times 28}{36000} = \frac{x\ \times 9{,}5\ \times 42}{36000} + \frac{y\ \times 9{,}2\ \times 28}{36000}$$

$$x\ \times 42\ \times (9{,}5 - 9{,}2) = y\ \times 28\ \times (9{,}5 - 9{,}2)$$

$$(1)\quad 2y = 3x$$

La combinaison de cette égalité (1) et de l'égalité $x + y = 85.000$, conduit à :

x = 34.000 DA et y = 51.000 DA

Exercice 15 :

Déterminer, au taux d'escompte de 9%, la date d'équivalence des deux effets suivants :

7.800 DA à échéance du 31 Mai.

7.880 DA à échéance du 10 Juillet.

SOLUTION

Situons la date recherchée n jours avant le 31 Mai. Nous pourrons donc, écrire :

$$7800 - \frac{7800 \times 9 \times n}{36000} = 7880 - \frac{7880 \times 9 \times (n + 40)}{36000}$$

Le nombre de jours séparant les deux effets est de 40 jours. On déduit :

$80n$ = 4.800

n = 60 jours avant le 31 Mai, **soit le 1er Avril.**

Exercice 16 :

Le 22 Août, on négocie un effet de commerce de nominal 8.700 DA à échéance du 15 Octobre.

Les conditions d'escompte sont les suivantes : taux d'escompte = 9,60 %, taux de commission proportionnelle à la durée = 0,60 %, taux de commission indépendante de la durée = 0,20%.

1 – Calcule l'agio total hors taxe et le montant net de la négociation.

2 – Calculer le taux réel de l'escompte.

3 – Calculer le taux de revient de l'opération d'escompte.

SOLUTION

1 – Calcul de l'agio total hors taxe et le montant net de la négociation

a) **Agio total hors taxe**

$$\frac{8.700 \times 9,6 \times 54}{36.000} + \frac{8.700 \times 0,6 \times 54}{36.000} + (8.700 \times 0,2\%) = 150,51\ U/M$$

b) **Montant net de la négociation**

Va = 8.700 – 150,21 = 8.549,79 DA.

2 - Calcul du taux réel de l'escompte.

Le taux réel peut être calculé de deux manières :

1ère méthode :

9,6 % + 0,6 % + (360/54) x 0,2% = 11,53 %

2ème méthode :

$$C - Va = \frac{Ctn}{36.000} \Rightarrow t = \frac{36.000(C - Va)}{Cn} = \frac{36.000\ (8.700 - 8.549,79)}{8.700\ \times 54}$$

***t* = 11,53 %**

3 - Calcul du taux de revient

$$\frac{Va\ \times t\ \times n}{365} = C - Va\ \Rightarrow t = \frac{365\ (C - Va)}{Va\ \times n} = \frac{365\ (8.700 - 8.549,79)}{8.549,79\ \times 54}$$

$$t = 11{,}90\ \%$$

Exercice 17 :

Compléter le duplicata suivant d'un bordereau d'escompte qui a été mal reproduit.

Bordereau d'escompte Remise : 15 Janvier

Capitaux	**Villes**	**Echéances**	**Jours**	**Escompte**	**Commissions d'encaissement**	
					Taux	**Montant**
7.260,00	Oran	….	12	21,78	Gratuit	Gratuit
3.360,00	Tlemcen	31 Janvier	….	….	….	6,72
22.920,00	Tiaret	16 Février	….	….	1/2 ‰	….
…..	Saida	….	….	…..	….	…..
…..						20,66
329,82						
Net 38.170.18						

Escompte à ….. ……

Commission indépendante de la durée 1 ‰ ……

Commission d'encaissement 20,66

329,82

La commission d'encaissement est supposé indépendante de la durée.

SOLUTION

Bordereau d'escompte Remise : 15 Janvier

Capitaux	**Villes**	**Echéances**	**Jours**	**Escompte**	**Commissions d'encaissement**	
					Taux	**Montant**
7.260,00	Oran	27 Janvier	12	21,78	Gratuit	Gratuit
3.360,00	Tlemcen	31 Janvier	16	13,44	2 ‰	6,72
22.920,00	Tiaret	16 Février	32	183,36	1/2 ‰	11,46
4.960,00	Saida	26 Février	42	52,08	1/2 ‰	2,48
38.500				270,66		20,66
329,82						
Net 38.170.18						

Escompte à 9 % 270,66

Commission indépendante de la durée 1 ‰ 38,50

Commission d'encaissement 20,66

329,82

1) On commence par calculer le total des remises = 38.170,18 + 329,82 = 38.500. Ensuite, on détermine la valeur du $4^{ème}$ effet = 38.500 – 7.260 – 3.360 – 22.920 = 4.960.
2) On calcul la commission indépendante de la durée 1 ‰ = 38.500 x 1 ‰ = 38,50

3) On calcul l'escompte total = 329,82 – 20,66 – 38,50 = 270,66
4) A partir du premier effet, on détermine le taux d'escompte

$$t = \frac{36.000e}{Cn} = \frac{36.000 \times 21{,}78}{7.260 \times 12} = 9\%$$

5) Date de remise le 15 Janvier : l'échéance du 1er effet est donc le 27 Janvier = 15 + 12. A partir de la date de remise, il est, aussi, possible de déterminer ***n*** pour les deux effets suivants, soit 16 jours pour le 2ème et 32 pour le 3ème.
6) L'escompte du 4ème effet peut être déterminé par soustraction :
   270,66 – 21,78 – 13,44 – 183,36 = 52,08
7) De là, on peut déterminer ***n* = 36.000 x 52,08 / 4.960 x 9 = 42 jours.** L'échéance sera le 26 Février.
8) Commissions d'encaissement : Pour le 2ème effet, le taux est déterminé en divisant :
   6,72 / 3.360 = 2 ‰.

   Pour le 3ème effet, on calcule le montant : 1/2 ‰ x 22.920 = 11,46.

   Pour le 4ème, on calcule, d'abord le montant : 20,66 – 6,72 – 11,46 = 2,48. Ensuite, on calcule le taux : 2,48 / 4.960 = 1/2 ‰

Fiche 8 : Exercices sur les opérations à long terme

Exercice 1 :

Un capital de 2 000 000 DA a été constitué par une série de 10 versements annuels en fin de période, effectués au taux de 5%.

Quelle est la valeur de chaque versement.

Exercice 2 :

Une personne place chaque moi une somme de 5 000 DA au taux de 5% pendant 24 mois.

Quelle la valeur acquise des versements :

1/ au 8ème versement ;

2/ une période après le dernier versement ;

3/ 6 périodes après le dernier versement.

Exercice 3 :

Un crédit de 800 000 DA est remboursé par des annuités de valeur de 18 000 DA au taux de 6,5%.

Quel est le nombre d’annuités ?

Exercice 4 :

Une personne verse pendant 8 ans, 60 000DA par semestre pour acquérir un logement. Le logement est finalement vendu au prix de 1 200 000DA au paiement du dernier versement.

Quel est le taux annuel d'intérêts composés du placement ?

Exercice 5 :

Un individu achète une voiture estimée à 650 000 DA, il paye 200 000 DA au comptant et le reste par 3 versements annuels égaux, le premier ayant lieu dans une année après l'achat.

- le taux annuel étant de 7%, calculez le montant de chacun de ces versements ;

Exercice 6 :

Une suite de 12 annuités est ainsi constitué : 3 annuités de 12 000 DA chacune, puis 5 annuités 16 000DA chacune, puis 4 annuités de 19 000 DA chacune. Calculer la valeur acquise et la valeur ce cette série d'annuités. Taux =6,5% ;

Exercice 7 :

Une entreprise emprunte auprès d'une banque 5 000 000 DA. Remboursable en 10 ans par annuités constantes de fin de période.

Calculer le taux de l'emprunt sachant que l'annuité est de 726 767,5 DA ;

Exercice 8 :

Un étudiant veut épargner, il dépose 1 000 dinars par mois pendant 3 ans à un taux d'intérêt annuel de 3,5% capitalisé mensuellement.

- Calculer le capital accumulé par l'étudiant. Sachant que, Les versements sont de début de période.

Exercice 9 :

Un fonds de commerce est mis en vente au prix de 8 000 000 DA. Un commerçant s'engage à l'acquérir et propose de payer 3 000 000 DA au comptant et le reste par 5 versements égaux, le premier ayant lieu dans deux ans après l'acquisition.

Si le taux annuel est de 6%, calculez le montant de chacun de ces versements ;

Exercice 10 :

- Une personne doit verser à une banque de prêts-bails 4 annuités de 100 000DA, la première payable dans 1an, etc. la personne propose de s'acquitter en deux paiements d'égale valeur, le premier dans un an, le second dans 2ans.

Quelle est la valeur de la nouvelle annuité au taux de 6%.

Exercice 11 :

Un emprunteur doit 900 000 dinars, 600 000 dinars et 800 000 dinars respectivement dans un, deux et trois ans. Il désire se libérer de sa dette en deux versements égaux dans quatre et cinq ans.

Supposant que le taux est de 6%, quel est le montant des versements à effectuer.

Exercice 12 :

Une personne souhaite constituer un capital de 1 500 000 DA pour le 1er janvier 2035. Pour cela elle verse sur son compte chaque début d'année, à partir du 1er janvier 2023 et jusqu'au 1er janvier 2035 une somme X constante.

- Quel doit être le montant de cette somme si le taux d'intérêt servi sur ce compte est de 3% ?

Exercice 13 :

Lors de la vente d'un lot de matériel, une entreprise a reçu sous plis cachetés trois offres :

- 600 000 DA payables au comptant ;

- 750 00DA payables dans 3ans ;

- Versement de 10 annuités de 78 000DA, la première versée dès la signature du contrat.

Supposons que le taux d'intérêt est de 5%, évaluer l'offre la plus avantageuse pour l'entreprise.

Exercice 14 :

Une personne verse dans une banque, une somme de 100 000 DA par an, le 1er janvier de chaque année pendant 10 ans, la première a été versée le 1er janvier 2010, la dernière le 1er janvier 2019.

Quelle la valeur acquise des versements, sachant que le taux d'intérêt est de 3%

Exercice 15 :

Une personne place chaque 01/01 son épargne de l'année soit 150 000 DA à intérêts composés à 2,5 % l'an.

1- elle pensait réaliser ces versements pendant 15ans. Quelle eut été la valeur acquise au dernier versement ?

2-En fait à partir du huitième versement, et suite à une augmentation de salaire, elle a pu placer chaque année une somme de 200 000 DA.

2-1- De combien augmentera la valeur acquise au moment du dernier versement ?

2-2 - quelle est cette valeur ?

2-3- Vérifier le résultat calculé.

3- Le capital constitué sera destiné à l'acquisition d'un appartement, mais il est insuffisant ; l'acheteur s'engage à verser pendant 5 ans en fin d'année 180 000 DA au taux de 5,5 %.

3-1- combien lui manque pour accomplir la transaction ?

Exercice 16 :

Amine a consentit un prêt d'une valeur 900 000 DA. Il remboursera ce prêt en faisant des versements égaux à tous les trimestres pour les prochaines dix années. Il fera ces versements à la fin de chaque trimestre et le premier versement aura lieu trois mois après le prêt. Le taux d'intérêt pour ce prêt est le taux nominal i = 6 % capitalisé à tous les trois mois.

a- Déterminer le montant versé à la fin de chaque trimestre par Amine à sa banque et le total de ses versements.

b- Si, au lieu de rembourser son prêt par des versements égaux, il remboursait le principal et les intérêts dans un seul paiement à la fin des dix années, comparer ce paiement avec le total des versements obtenu en (a).

c- Si à la fin de la 6ème année, il veut rembourser plus rapidement son prêt en faisant toujours des paiements égaux à la fin de chaque trimestre. Quel doit être son versement trimestriel s'il veut rembourser son prêt à la fin de la 8ème année ?

d- S'il n'a pu faire son 8ème paiement trimestriel et la banque lui offre deux choix après avoir renégocié, soit d'augmenter son versement trimestriel ou soit de faire un versement supplémentaire au trimestre suivant la 8ème année. Dans tous les cas, le taux d'intérêt sera toujours i = 6% et les versements seront égaux. Déterminer le montant des versements trimestriels après le 8ème trimestre pour chacune de ces options.

Exercice 17 :

Monsieur Mohamed a contracté un prêt auprès d'une banque. Il rembourse son prêt en faisant 3 paiements :

Le premier au montant de 140 00 DA fait un an après le prêt, 280 000 DA fait un an et demi après le prêt et 320 000 DA fait trois ans après le prêt. Le taux d'intérêt nominal pour ce prêt est i = 4% capitalisé à tous les six mois.

(a) Déterminer le montant que la banque a prêté à Monsieur Mohamed.

(b) Si après avoir fait son premier paiement de 140 000DA, Monsieur Mohamed renégocie son prêt avec la banque de façon à n'avoir plus qu'un seul paiement de X dinars à faire 4 ans après le prêt. Le taux d'intérêt demeure inchangé. Quel doit être ce dernier paiement X ?

(c) Dans ce dernier cas pour accumuler ce montant X, il fait 36 versements mensuels au montant de Y dinars dans un compte de banque rémunéré au taux nominal d'intérêt i = 5% capitalisé mensuellement. Ce premier versement aura lieu un mois après son paiement de 140 000 DA. Déterminer Y.

Exercice 18 :

Monsieur Amine a fait un prêt avec une banque. Il rembourse son prêt en faisant 32 paiements trimestriels de 13 000 DA, le premier paiement étant fait trois mois après le prêt. Le taux d'intérêt pour ce prêt est le taux nominal i = 5,75 % capitalisé à tous les trois mois.

1- Déterminer le montant que la banque a prêté à Monsieur Amine.

2- Si après avoir fait son 12ème paiement, Monsieur Amine renégocie son prêt avec la banque. Quatre modes de paiements sont proposés de façon à avoir :

a- Paiement du solde restant immédiatement ;

b- Paiement par 10 versements. Calculer le montant du nouveau versement.

c- Un seul paiement à faire cinq ans plus tard, quel doit être ce dernier paiement ?

d- Paiement à l'aide de m versements de 25 000DA. Calculer le nombre de versements.

3- Si au lieu de faire 32 paiements trimestriels de 13 000 DA pour un total totalisant 416 000 DA comme ci-dessus, Monsieur Amine faisait un seul paiement de 416 000 DA. A quel moment dit-elle faire ce paiement pour rembourser son prêt ?

4- S'il n'a pu faire son 8ème paiement trimestriel et la banque lui offre deux choix après avoir renégocie, soit d'augmenter son versement trimestriel ou soit de faire un versement supplémentaire au trimestre suivant la 8ème année. Dans tous les cas, le taux d'intérêt sera toujours i=5,75% et les versements seront égaux. Déterminer le montant des versements trimestriels après le 8ème trimestre pour chacune de ces options.

Exercice 19 :

Une entreprise s'adresse à une banque pour emprunter 3 500 000 dinars. La banque lui propose un remboursement au moyen d'une série de 6 annuités constantes de fin de période aux taux de 6 % les 2 premières années, 7% les 2 années suivantes et 7,5 % les 2 dernières années.

1) Calculer le montant de l'annuité.

2) Calculer le montant de l'intérêt global que cette entreprise a versé à la banque.

3) Déterminer le taux effectif annuel d'intérêt de cet emprunt auprès de la banque.

Exercice 20 :

Quelle est la valeur actuelle d'une suite d'annuités différées :

- dont le 1er terme est 25 000DA et dont les termes sont en progression arithmétique de raison 2. Le taux d'intérêts composés est de 4,5 %.

- dont le 1er terme est 32 000 DA et dont les termes sont en progression géométrique de raison 0,7. Le taux d'intérêts composés est de 5,5 %.

Test de connaissances

Choisissez la bonne réponse dans chaque test

Test 1

Un capital de 7.200 U/M, prêté à 8 % le 01 février, a acquis, à la fin du prêt, une valeur de 7.288 U/M. Déterminer à quelle date le prêt a été remboursé ?

Réponses

15 mars

01 avril

25 mars

27 mars

Test 2

Un individu place 150.000 U/M du 15 Mai au 18 Septembre, sur un compte rapportant 10 % l'an. De combien dispose-t-il à l'issue du placement ?

Réponses

162 000

156 750

155 250

144 850

Test 3

Le 01 Mars, un effet de commerce à échéance du 09 juin et de nominal égal à 12.000 U/M est escompté commercialement. Taux d'escompte 9 %. Quel est le montant de l'escompte et la valeur actuelle ?

Réponses

E = 400, VA= 11 600

E= 300, VA= 11 700

E= 450, VA= 11 550

E= 350, VA = 11 650

Test 4

Déterminer, au taux d'escompte de 9%, la date d'équivalence des deux effets suivants :

7.800 U/M à échéance du 31 Mars.

7.880 U/M à échéance du 10 Mai.

Réponses

01 février

31 janvier

29 janvier

25 janvier

26 janvier

Test 5

Les opérations suivantes ont été inscrites du 1 avril au 30 juin, au compte courant et d'intérêt : 01.04. Solde créditeur 2412 Da (date de valeur 31/03)

05.04. Retour effet impayé 480 Da (date de valeur 31/03)

03.05. Effet à l'encaissement 2400 Da (date de valeur 03/05)

21.05. Effet à payer 3000 Da (date de valeur 21/05)

15.06. Dépôt espèce 800 Da (date de valeur 21/06)

Si le taux est de 5%, quel est le solde de ce compte au 30 juin, selon la méthode Hambourgeoise

Réponses

2160,085

2150,012

2225,485

2165,145

Test 6

Une personne place 50000 DA chaque année pendant 8 ans. Ces versements sont capitalisés au taux de 7%. Déterminer le capital constitué au terme du dernier versement.

512990,1 DA

512994,2 DA

512995,3 DA

512989,1 DA

Test 7

D0=500 000 DA ; n=5 ; i =0,12. Remboursement par annuité constantes ; calculer la valeur du premier amortissement

78 704,87 DA

78 705,89

78 715,88

78 701,86

Test 8

Quelle est la VAN d'une machine de 4.000.000 DA dans un projet ayant un cash-flow qui double chaque période sur une base de 800.000 DA assurée pendant 3 périodes alors que le taux moyen géométrique d'intérêt du marché est de 5%.

4.100.000

3.680.000

3.500.000

Autre

Test 9

Un débiteur a accepté 03 effets suivants :

1120 Da à échéance le 31 Mai

1680 Da à échéance le 30 juin

3200 Da à échéance le 31 juillet

S'il désire de remplacer ces trois effets par un effet unique à échéance 20 juin, quelle doit être la valeur nominale de cet effet unique, si le taux est de 6%

Réponses

5985,55

5979,42

5992,36

5980,32

Test 10

Une remise à l'escompte, effectué le 31 Mai, porte sur trois effets de valeur nominale 26400 Da chacune, l'escompte total, calculé au taux de 9% est égal à 1188 DA.

Déterminer la date d'échéance du 3ème effet, sachant que le 1er est payable le 30 juin et que l'escompte du 2ème effet s'élève à 396 Da

Réponses

27 Août

29 Août

01 Septembre

02 Septembre

Test 11

Un commerçant a le choix pour l'escompte de ses effets de commerce entre deux banques (A) et (B), qui lui font les conditions suivantes :

Banque (A) : Taux d'escompte 6%, Commission proportionnelle au temps 0,6 %, commission indépendante du temps 0,75%

Banque (B) : taux d'escompte 5,5%, Commission proportionnelle au temps 0,7 %, commission indépendante du temps 0,25%

Quel est le meilleur choix

Réponses

Si $n > 450$ j, Banque A, meilleure

Si $n < 450$ j, Banque A, meilleure

Si $n > 450$ j, Banque B, meilleure

Si $n < 450$ j, Banque B, meilleure

Test 12

Les opérations suivantes ont été inscrites du 1 juillet au 30 septembre, au compte courant et d'intérêt :

01.07. Solde créditeur 1500 Da (date de valeur 30/06)

03.07. Dépôt espèce 1900 Da (date de valeur 05/07)

17.08. Effet à l'encaissement 2200 Da (date de valeur 21/08)

20.08. Retrait espèce 2400 Da (date de valeur 19/08)

06.09. Retour effet impayé 1420 Da (date de valeur 11/09)

06.09. Remise chèque à l'encaissement 2440 Da (date de valeur 08/09)

Si le taux est de 5,75%, quel est le solde de ce compte au 30 septembre, selon la méthode Hambourgeoise

Réponses

1226,32

1245,65

1355,66

1228,47

Références bibliographiques

Boissonade M., Mathématiques financières, Armand Colin, 1998.

Justens Daniel, Rosoux Jaqueline, Introduction à la mathématique financière, De Boeck University,1995.

Hamini Allal, Mathématiques Financières, OPU, tome 1&2, Alger, 2005

Masieri Walder , Mathématiques financières ; cours et travaux pratiques (7e édition), Dalloz - Hypercours, 2001

Piermay Michel, Hereil Olivier, Lazimi Alain, Mathématiques financières, Economica. 1998

Posière Jean-pierre, Mathematiques Appliquées à la gestion, *collection les zoom's,* Gualino editeur, EJA, Paris, 2005

Saada Maurice, Pour s'initier aux mathématiques financières, fascicule 1 : les procédures fondamentales, Vuibert, Paris, 1979

Saada Maurice, Mathématiques Financières, Que sais-je ?, Presse Universitaire de France, Paris, 1985

Zaatri Mohamed, Les mathématiques financières : les annales du CMTC, ENAI, Alger, 1984