الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة محمد بن أحمد وهران 2
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة في مقياس:

الاقتصاد الجزئي 1

موجهة لطلبة السنة أولى جذع مشترك

من إعداد

د. خديجة طيبي

أعضاء اللجنة:

د. رويسات عبد الناصر. أستاذ محاضر قسم ا

د. زهرة بوتيفور. أستاذ محاضر قسم ا

السنة الجامعية 2020-2021

المقدمة:

الاقتصاد الجزئي أحد مقاييس برنامج السنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير.

يمثل هذا المقياس فهم واستيعاب أي متطلبات مسبقة خاصة بالاقتصاد. لكن لا يستغني بالطبع عدم حاجة الطالب لمتطلبات أخرى، حيث يحتاج الدارس لبعض المعارف في مجال الرياضيات وخاصة عملية الاشتقاق والتمثيل البياني للجداول وحساب النسب المئوية وغيرها من أساسيات علم الرياضيات.

هذه المطبوعة عبارة عن ملخصات لمفاهيم و تعاريف مدعمة بتمارين. مقسمة إلى فصلين :

يحتوي الفصل الأول على دراسة نظرية سلوك المستهلك وذلك بغرض تعريف الدارس بالأسس التي يعتمد عليها المستهلك في توزيعه لدخله بين السلع المختلفة محاولين بذلك اقتصار الدراسة فقط على جانبين و هما، مستهلك بسلعة واحدة ومستهلك بسلعتين.

أما الفصل الثاني فيدرس سلوك المنتج بدوال الإنتاج و بالتحديد مدى قصير (أي استعمال عامل إنتاج واحد).

أهداف المقياس :

يهدف مقياس الاقتصاد الجزئي إلى :

- ☜ التعرف على المفاهيم الأساسية لعلم الاقتصاد ومناهجه.
- ☜ التعرف وفهم سلوك المستهلك وتحليله وإشباعه.
- ☜ معرفة المرونات وأشكالها ودورها في فهم المتغيرات الاقتصادية.

يهدف أي علم إلى اكتشاف قوانين تساعد في التفسير و التنبؤ و التحكم في الظواهر المرتبطة بهذا العلم، و يهدف علم الاقتصاد بدوره إلى دراسة الظواهر الاقتصادية لمحاولة تفسير سلوك الوحدات الاقتصادية (الأفراد، الأسر، المؤسسات، الحكومات) بطريقة منهجية، من خلال مجموعة من النظريات و القواعد و الأدوات التحليلية. فإدارة اقتصاد أية دولة يجب أن تتم وفق منهج علمي و قوانين تضبط هذه العملية، و بقدر دقة هذه القوانين و حساسيتها يمكن ضبط المعاملات الإقتصادية، و هذا أقصى ما يتمناه أي علم من العلوم، أن يوفر قوانين للتحكم في الظاهرة التي يدرسها.

تتميز القوانين الاقتصادية بأنها:

- نسبية التطبيق: أي تتغير بتغير الزمان و المكان. فالحياة الإقتصادية في المجتمعات البدائية لا تنطبق قوانينها في المجتمعات المعاصرة.

- أقل حتمية: فإذا ما قارناها بقوانين العلوم الطبيعية سنجد أن العلاقات التي تحكمها كثيرة و متشعبة. مما يجعل قوانينها تخضع للاستثناءات. فليس بالضرورة أنه إذا حدث كذا أو كذا سينتج كذا، مما يجعل الحتمية في القوانين الإقتصادية أقل منها في العلوم الطبيعية.

- أقل دقة: و هذا يقودنا إلى أنها في حساباتها أقل دقة من قوانين العلوم الطبيعية. فهي تعبر فقط عن ميل أو اتجاه معين مرشح للحدوث.

مفهوم علم الاقتصاد:

ينحدر أصل كلمة اقتصاد ''Economie'' من كلمتين يونانيتين الأصل : ''oikos'' و تعني المنزل و كلمة ''nomos'' التي تعني القواعد أو القانون، ففي بادئ الأمر كان يقصد بكلمة اقتصاد مجموعة القواعد أو التدابير المتبعة في النشاطات المنزلية لاستغلال الدخل المحدود للعائلة بأفضل كيفية ممكنة.

إن إتباع مجموعة من الإجراءات و التدابير في تسيير نشاطات الدولة بمجملها يطلق عليها مصطلح الإقتصاد السياسي، و هذا يعني أن علم الاقتصاد يساعد الدولة على وضع سياسات إقتصادية رشيدة لمحاولة إيجاد الحلول للمشاكل أو الأزمات الإقتصادية التي تواجه المجتمع، كمشكل الغذاء، البطالة، فائض الإنتاج، التضخم،...

المشكلة الإقتصادية:

يهتم علم الإقتصاد بدراسة سلوك الأفراد و المؤسسات (الشركات) التي تمكنهم من إشباع حاجاتهم اللامحدودة في ظل محدودية الموارد (المصادر) المتاحة لديهم، أي أنه يهتم بدراسة ما يسمى بالندرة أو المشكلة الإقتصادية. و كنتيجة لهذه الندرة، فإن الأفراد (أو المؤسسات) ملزمون بتبني الاختيارات، أي المفاضلة أو اختيار الكيفية المثلى التي تستعمل بها الموارد المتاحة لديهم لتعظيم إشباع رغباتهم (أو أرباحهم)، لذلك يطلق على علم الإقتصاد إسم علم الاختيارات (البدائل) أو علم اتخاذ القرارات.

أنواع الإقتصاد:

ينقسم علم الإقتصاد إلى عدة تصنيفات نذكر منها:

أ- الإقتصاد الكلي ''Macroéconomie'':

تهتم نظرية الإقتصاد الكلي بدراسة و تحليل النشاط الاقتصادي على المستوى الوطني (الإجمالي) أي أنها تدرس المجاميع أو التراكمات، كالإنتاج الداخلي الخام، الاستهلاك الكلي، الاستثمار الكلي، الادخار الكلي ... دراسة مشاكل الإقتصاد بصفة عامة كمشكل البطالة، التضخم و كذا دراسة العلاقات بين المجاميع الكلية كعلاقة بين معدل الفائدة، الاستهلاك، الادخار و الاستثمار.

ب-الإقتصاد الجزئي:

تهتم هذه النظرية بدراسة و تحليل النشاط الاقتصادي على مستوى الوحدة الإقتصادية كالمستهلك، المنتج، السلعة الواحدة، أو التوازن في السوق الواحدة،... و ترتكز على وحدة أو جزء من أجل تبسيط لذى فهي ترتكز أيضا على استعمال فرضية ثبات العوامل الأخرى عند دراسة تدفق الظواهر. و نظرا لاهتمامها بدراسة تدفقات السلع و الخدمات من المنتج إلى المستهلك و دراسة تدفق الخدمات (ككراء الأراضي و اليد العاملة) التي تمنحها الأفراد للمنتجين و آلية تحديد الأسعار في السوق في كلتا الحالتين، فإن الأسعار تلعب

دورا أساسيا في هذه النظرية. الأمر الذي عمل على تسميتها أيضا بنظرية السعر ''La théorie de prix''.

ملاحظات:

- نتائج الإقتصاد الجزئي لا تعمم بالضرورة على الإقتصاد الكلي.
- قد يؤثر الكل على الجزء أو يؤثر الجزء على الكل فتشجيع الدولة للاستثمار في القطاع الفلاحي مثلا سيحفز المستثمر على الاستثمار أكثر في هذا القطاع.
- نظرية الإقتصاد الجزئي ترتكز على التحليل الساكن المقارن: أي مقارنة ظاهرتين أو أكثر دون أي اعتبار لعنصر الزمن (كالعلاقة بين العميل و السعر).
- نظرية الإقتصاد الجزئي ترتكز في تحليلها على الإقتصاد الأكيد أي دراسة ما هو قائم كالحلول التي اتبعتها الشركة في حل مشكلة معينة.

خواص:

مشتقتها	الدالة
aU'	$aU \quad (a \in R)$
$U' + V'$	$U + V$
$U'V + UV'$	UV
$\frac{U'V - UV'}{V^2}$	$\frac{U}{V}$
$\frac{U'}{U^2}$	$\frac{1}{U}$
$nU'.U^{n-1}$	$U^n \quad (n \in N)$
$\frac{U'}{2\sqrt{U}}$	$\sqrt{U}$
$U'e^U$	e^U
$\frac{U'}{U}$	$\ln U$

$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$a^0 = 1$

$a^n = a*a*a \ldots.a$ n fois

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^n * a^p = a^{n+p}$

$(a^n)^p = a^{np}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$(a * b)^n = a^n * b^n$

قائمة المحتويات

الفصل الأول: نظرية سلوك المستهلك

مقدمة الفصل:

قصد مواجهة مشكل الندرة فإن المستهلك مجبر على اتخاذ قرارات استهلاكية لدى فالإشكالية تكمن في إيجاد الأساس الذي يمكن الاعتماد عليه من أجل اتخاذ القرارات (الاختيارات) الاستهلاكية السليمة.

تمكننا نظرية المستهلك من تحليل سلوك المستهلك بغرض البحث عن تعظيم المنفعة (إشباعه) جراء استهلاكه للسلع و الخدمات باستعمال دخله المحدود، إذن فنظرية المستهلك تهدف إلى تحديد توازن المستهلك، أي السلوك الأمثل للمستهلك و المتمثل في إحدى الحالتين الآتيتين:

- تحقيق قدر محدد من الإشباع أو المنفعة بإنفاق أقل مقدرا ممكن من الدخل.
- تحقيق المستهلك أقصى إشباع (منفعة) ممكن باستعمال كامل دخله المتاح.

مما سبق نستنتج أن نظرية المستهلك تقوم على مفهوم المنفعة (l'utilité) و التي تلعب دورا مهما في تحديد قيمة السلعة أو الخدمة. و توجد طريقتين أو مدخلين لتحليل سلوك المستهلك هما:

أ- أسلوب المنفعة القياسية (العددية).

ب- أسلوب المنفعة الترتيبية أو أسلوب منحنيات السواء.

نظرية المنفعة القياسية(العددية) (l'approche cardinale) تشمل:

- علم الإقتصاد ذو طابع اجتماعي يهتم بسلوك الأفراد (المستهلكين) و المؤسسات، فمن الصعب أحيانا التنبؤ بسلوكات المستهلكين نتيجة تداخل عدة عوامل أو محددات قد تؤثر على قراراتهم لدى، فإنه من الضروري اللجوء إلى تبني مجموعة من الافتراضات:

- إفتراض العقلانية
- إفتراض تعظيم المنفعة و تدنية الدخل
- إفتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة
- مبدأ التجزئة
- مبدأ المقارنة
- مبدأ التعدي.

المبحث الأول: نظرية سلوك المستهلك بسلعة واحدة

1. تعريف المنفعة:

من وجهة النظر الاقتصادي، كل شيء مرغوب في استهلاكه يولد طلب فهو يحقق منفعة للمستهلك، إذن فالمنفعة هي شدة الرغبة التي يبديها المستهلك للحصول على السلعة أو الخدمة في لحظة معينة و بالتالي فمصطلح المنفعة مرتبط بإشباع الحاجات من السلع و الخدمات التي تحقق الطلب.

قام كلا من:

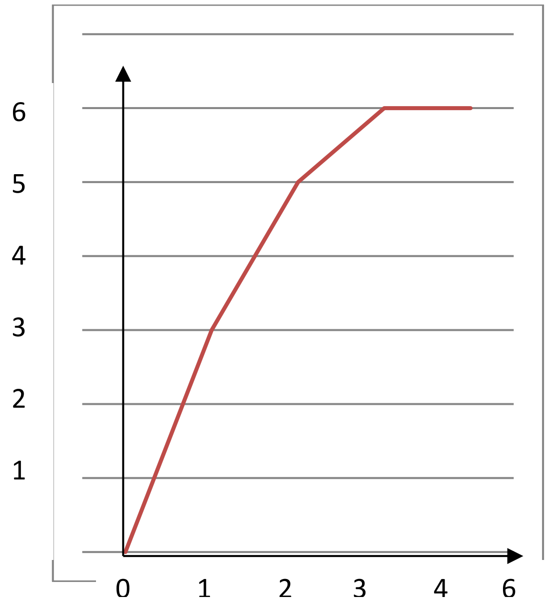
William Jevous (1835-1882)
Carl Mengar (1840-1921)
Leon Walras (1834-1910)
Alfred Marshall (1842-1924)
Henrish Gossen

بابتكار وحدة قياس وهمية تدعى UUأو وحدة منفعة تسمح بقياس مقدار المنفعة أو مقدار الإشباع الذي يحققه المستهلك من جراء استهلاك مجموعة من السلع و الخدمات.

يستعمل المستهلك عدة سلع، دراستنا تقتصر على دراسة سلوك المستهلك بسلعة واحدة و سلعتين فقط و ذلك لتبسيط الدراسة و ترجمة كل ما هو اقتصادي إلى نموذج رياضي.

<u>مثال:</u>
الجدول التالي يعطينا العلاقة بين وحدات استهلاك سلعة ما X و المنفعة U في حالة سلعة واحدة-
جدول رقم (01):

X	0	1	2	3	4
U_{Tx}	0	3	5	6	6



منحنى 01:منحنى المنفعة الكلية في حالة سلعة واحدة

المنفعة التي حصلنا عليها تسمى المنفعة الكلية.
نلاحظ أنه كلما زادت الكميات المستهلكة من السلعة X كلما زادت المنفعة الكلية إلى أن تصل إلى نقطة الإشباع ثم يبدأ في التناقص.

2. أنواع المنافع:

أ- **<u>المنفعة الكلية:</u>** هي إجمالي المنفعة التي يكسبها المستهلك من جراء إستهلاكه لمجموعة من الوحدات السلعية خلال فترة زمنية محددة و معنى ذلك أن المنفعة الكلية تتزايد مع تزايد كمية السلعة أو الخدمة المستهلكة إلى أن تصل إلى درجة التشبع التي تصبح فيها المنفعة الكلية المحققة عند أقصى قيمة لها، و بعد بلوغ المنفعة الكلية لقيمتها القصوى (تشبع المستهلك) فإن استهلاك وحدات إضافية سيؤدي إلى انخفاض في المنفعة الكلية المحققة، و يمكن التعبير عن دالة المنفعة الكلية في حالات استهلاك سلعة واحدة X كما يلي:

$$U_{TX} = f(x)$$

X: هي الكمية المستهلكة من السلعة.

الفصل الأول: نظرية سلوك المستهلك

U_{TX}: هي المنفعة الكلية للسلعة X.

ملاحظة: المنفعة الكلية تكون على شكل دالة أو على شكل جدول.

- المنفعة الكلية على شكل دالة مستمرة: U=f(x)

$$f(x) = -2x^2 + 5x + 4$$

- المنفعة الكلية على شكل دالة غير مستمرة (معطيات جدول).

U	0	1	2
U_{TX}	0	4	5

ب-المنفعة الحدية: Utilité Marginale

و تسمى أيضا الإضافية و هي التغيير الحاصل في المنفعة نتيجة تغيير في وحدات الاستهلاك و يعبر عنها رياضيا بالعلاقة التالية:

- منفعة حدية في حالة دالة غير مستمرة: $U_{m_X} = \frac{\Delta U_T}{\Delta X} = U'_X$

مثال:

				X
-	-	-	0	0
3	3	1	3	1
2	2	1	5	2
1	1	1	6	3
0	0	1	6	4

- منفعة حدية في حالة دالة مستمرة:

مثال:

$U_{T_X} \frac{dU_{TX}}{dX} U'_{T_X} = U_m$ $\quad$ $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$

$$\frac{dU_{TX}}{dX} U'_{T_X} = U_m = 6X - 2$$

ج) المنفعة المتوسطة: $U_M = \bar{U}$

$$\bar{U} = U_M = \frac{U_{T_X}}{X}$$

الفصل الأول: نظرية سلوك المستهلك

مثال: لدينا الجدول التالي يبين العلاقة الموجودة بين الكمية المستهلكة و المنفعة الكلية، لنجد المنفعة المتوسطة:

$\bar{U} = U_M = \frac{U_{T_X}}{X}$	U_{T_X}	X
-	0	0
3/1 = 3	3	1
5/2 = 2.5	5	2
6/3 = 2	6	3
6/4 = 1.5	6	4

تمرين: لدينا الجدول التالي يبين العلاقة الموجودة بين المنفعة الكلية، الحدية و المتوسطة:

$$U_m = \frac{120-50}{2-1} = 70$$

U_M	U_m	U_{T_X}	X
-	50	0	0
50	70	50	1
60	90	120	2
70	160	210	3
92.5	170	370	4
108	110	540	5
108.3	50	650	6
100	40	700	7
82.5	-40	660	8

تحليل المنحنى:

- نلاحظ أن المنفعة الكلية تتزايد بوتيرة متزايدة إلى أن تصل إلى نقطة الانعطاف و بعدها تبدأ بتزايد بطيء ثم تصل إلى الذروة و هي نقطة إشباع المستهلك.
- نلاحظ أن المنفعة الحدية تتزايد إلى أن تصل ذروتها في نقطة انعطاف الكلية و بعدها تنعدم في ذروة الكلية ثم تتناقص.

نقطة إشباع المستهلك عند ذروة الكلية و انعدام الحدية.

3. نقطة الإشباع (حسابيا و بيانيا):

تمرين تطبيقي(1): مستهلك ينفق كل دخله في شراء السلعة (X) التي يقدر سعرها 18 و.ن و ذلك طبقا لدالة المنفعة التالية: $U_X = -\frac{1}{2}x^2 + 10x + 5$

1- حدد قيمة المنفعة التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع.

2- أحسب قيمة الدخل المنفق.
3- مثل بيانيا هذه الحالة.

<u>تمرين تطبيقي(2):</u> الجدول التالي يبين مستويات المنفعة الكلية المتحصل عليها لمستهلك تبعا لاستهلاكه كميات من السلعة (X).
أوجد المنفعة الحدية و نقطة إشباع المستهلك.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	**X**
70	80	81	79	75	70	60	45	25	$\boldsymbol{U_{T_X}}$

<u>حل التمرين التطبيقي(1):</u> $+ 5x + 10U_{T_X} = -\frac{1}{2}x^2$

- لنجد قيمة المنفعة U التي تحقق أقصى إشباع:

$U'_{T_X} =$
U

$\Leftrightarrow$ Max U معناه أقصى إشباع.

الشرط1: $U'_{T_X} = 0 \Leftrightarrow + 5x + 10)'(-\frac{1}{2}x^2 = 0$

$-x + 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

الشرط2: $U''_{T_X} < 0 \Leftrightarrow$ (-x+5)’’ < 0

-1 < 0 محققة

إذن بالفعل x=5 نقطة إشباع المستهلك و عليه: $+ 5(5) + 10U_{T_X} = -\frac{1}{2}5^2$

$U_{T_X} = 22.5$

- لنجد قيمة الدخل اللازم: Px = 18

$R = XP_x = (5)(18) \Rightarrow R = 90$ um

- لنمثل بيانيا هذه الحالة:

$U_{T_X} = -\frac{1}{2}5^2 + 5(5) + 10$

$U'_{T_X} = U_m = -x + 5$

X	0	1	2	3	4	5	6
$\boldsymbol{U'_{T_X}}$	5	4	3	2	1	0	-1
$\boldsymbol{U_{T_X}}$	10	14.5	18	20.5	22	22.5	22

المبحث الثاني: إستهلاك سلعتين

1. أنواع المنافع:

أ- المنفعة المتوسطة: (أنظر حالة سلعة واحدة)

تعطى بالعلاقة التالية في حالة سلعتين:

$\overline{U}_{T_X} = \frac{U}{X}$ و $\overline{U}_{T_Y} = \frac{U}{Y}$ / $\overline{U}_X = \frac{2XY}{X} = 2Y$ $\overline{U}_Y = \frac{2XY}{Y} = 2X$

ب- المنفعة الحدية: *ex : UT = f(x,y) = 2xy*

لحساب المنفعة الحدية في حالة استهلاك المستهلك لسلعتين يجب أن تحسب للسلعة (X) و السلعة (Y).

أ- حالة دالة مستمرة: $U'_Y = \frac{dU}{dY}$ و $U'_X = \frac{dU}{dX}$

مثال1: $U_T = x^2 . yf(x,y)$

$U'_X = 2x.y$ و $U'_Y = x^2$

نقوم بعملية الاشتقاق الجزئي:

مثال2: U(x,y) = 2x + 3y U'$_x$ =2 ; U'$_y$ = 3

تمرين: أحسب المنافع الحدية للسلعة ''X'' و ''Y'' لدوال المنفعة التالية:

1. $U(x,y) = 2\sqrt{x} . \sqrt{y}$
2. $U(x,y) = (x+3)(y+5)$
3. $U(x,y) = 3x^{3/4} . y^{1/2}$
4. $U(x,y) = x.y$
5. $U(x,y) = x^{\alpha} . y^{\beta}$
6. $U(x,y) = x^{\alpha} + y^{\beta}$

الحل:

$U_{(x,y)} = 2\sqrt{x} . \sqrt{y}$

$U'_X = 2\frac{1}{2\sqrt{x}}\sqrt{y} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

$U'_Y = 2\sqrt{x}\frac{1}{2\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

$U(x,y) = (x+3)(y+5) = xy + 5x + 3y + 15$

$U'_X = y + 5$

$U'_y = x + 3$

$U(x,y) = 3x^{3/4} . y^{1/2}$

$U'_X = 3.\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1}\ y^{1/2} = \frac{9}{4}x^{-1/4} . y^{1/2} = \frac{9y^{1/2}}{4x^{1/4}}$

$U'_Y = 3x^{3/4}.\frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}-1} = \frac{3x^{3/4}}{2y^{1/2}}$

$U(x,y) = x.y$
$U'_X = y$
$U'_y = x$

$U(x,y) = x^{\alpha}.y^{\beta}$

$U'_X = \alpha x^{\alpha-1}y^{\beta} = \frac{\propto x^{\propto}.y^{\beta}}{x}$
$U'_y = x^{\alpha}.\beta y^{\beta-1} = \frac{x^{\propto}.\beta y^{\beta}}{y}$
$U(x,y) = x^{\alpha}+y^{\beta}$
$U'_X = \alpha x^{\alpha-1}$
$U'_y = \beta y^{\beta-1}$

2. المعدل الحدي للإحلال بين سلعتين (X,Y) Taux marginal de substitution entre les deux biens (X,Y) :

تعريف: هو مقدار الوحدات التي يتخلى عنها المستهلك من سلعة ما مقابل الحصول على وحدات إضافية من سلعة أخرى مع البقاء على نفس مستوى المنفعة.

يعطى بالعلاقة التالية: $TMS_{X/Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{dY}{dX} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} =$

مثال على الحالة 1:

نفترض أن شخصا يستهلك سلعتين فقط هما التفاح (X) و البرتقال (Y) حسب ما هو مبين في الجدول الموالي:

المجموعة	التفاح	البرتقال	X	Y	TMS
A	2	32	-	-	
B	4	20	2	-12	-6
C	6	12	2	-8	-4
D	8	8	2	-4	-2
E	10	6	2	-2	-1

من خلال الجدول السابق نلاحظ أن المعدل الحدي للإحلال بين السلعتين يتجه إلى التناقص و هذا ما يعرف بمبدأ الإحلال الحدي (الاستبدال)، كلما قلت الكمية من السلعة التي لدى المستهلك زادت أهمية الوحدة الإضافية منها، أي أنه إذا كانت لدى المستهلك سلعتان (X,Y) فإنه كلما زادت لديه كمية من السلعة (X)

(التفاح) قلت كمية السلعة (Y) (البرتقال) التي يرغب في التخلي عنها في مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة X (التفاح).

في مثالنا: عند المجموعة (A)

يتخلى المستهلك عن 6 وحدات من البرتقال مقابل الحصول على وحدة 1 من التفاح.

ملاحظة:

المعدل الحدي للإحلال دائما سالب (يعبر عن التخلي) لدى تؤخذ قيمته بالقيمة المطلقة.

مثال على الحالة 2:

لدينا دالة المنفعة الكلية التالية لمستهلك ما، $U(x,y) = 3x^{3/4}y^{1/2}$.

أحسب المعدل الحدي للإحلال لهذا المستهلك.

الحل:

$$U'_X = \frac{9y^{1/2}}{4x^{1/4}} \;; \quad U'_Y = \frac{3x^{3/4}}{2y^{1/2}}$$

و منه:

$$TMS_{X/Y} = \frac{\frac{9y^{1/2}}{4x^{1/4}}}{\frac{3x^{3/4}}{2y^{1/2}}} = \frac{3y}{2x}$$

تمارين:

تمرين1: أحسب المعدل الحدي لدوال المنفعة التالية:

1. $U(x,y) = 2\sqrt{x}\,.\sqrt{y}$
2. $U(x,y) = x^{\alpha}.\, y^{\beta}$
3. $U(x,y) = x^{\alpha}+ y^{\beta}$
4. $U(x,y) = 3x^{1/5}.\, y^{4/5}$

تمرين2: يوضح الجدول التالي مستويات من السلعة (X,Y) لمستهلك ما:

X	Y
7	12
8	9
9	7
10	6.3
11	5.7
12	5.3

الحل النموذجي:

تمرين1:

$$1.\ TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{2\frac{1}{2\sqrt{x}}\sqrt{y}}{2\sqrt{x}\frac{1}{2\sqrt{y}}} = \frac{\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}} = \frac{y}{x}$$

$$2.\ TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}}{x^{\alpha}\beta y^{\beta-1}} = \frac{\propto y}{\beta x}$$

$$3.\ TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta y^{\beta-1}}$$

$$4.\ TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1}\,y^{4/5}}{x^{\frac{1}{5}}\frac{4}{5}y^{\frac{4}{5}-1}} = \frac{y}{4x}$$

تمرين2:

X	Y	XΔ	YΔ	TMS
7	12	-	-	-
8	9	1	3	3
9	7	1	2	2
10	6.3	1	-0.7	-0.7
11	5.7	1	-0.6	-0.6
12	5.3	1	-0.4	-0.4

التفسير:

- عند النقطة (A): يتخلى المستهلك عن 3 وحدات من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X).
- عند النقطة (E): يتخلى المستهلك عن 0.6 وحدات من السلعة (Y) مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة (X).

3.توازن المستهلك (نقطة توازن المستهلك)

يطلق عليها أيضا تعظيم منفعة المستهلك، و هو مصطلح يشير إلى قرارات المستهلك بشأن مقدار استهلاكه لعدد من السلع و الخدمات في حدود إمكانياته المادية أو دخله مع أخذ أسعار السلع بعين الاعتبار بحيث يحصل على أقصى قدر من الرضا أو الإشباع.

الافتراضات التي يقوم عليها تحليل سلوك المستهلك:

- وجود منحنى السواء (courbe d'indifférence) محدد يوضح مقياس تفضيلات المستهلك عبر وجود وحدات مختلفة من سلعتين مختلفتين.
- يمتلك المستهلك دخلا ثابتا يزيد تخصيصه لشراء سلعتين بحيث يجب ألا يتجاوز إنفاق المستهلك هذا الدخل.
- أسعار السلع ثابتة
- أن يكون المستهلك متعقلا (تصرف عقلاني) في إنفاق دخله.

توجد طريقتان لحساب نقطة توازن المستهلك.

أ- طريقة $TMS_{X/Y}$

$$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

<u>مثال:</u> لدينا مستهلك يتمتع بدالة المنفعة التالية:

$U=2x.y$

أسعار السلع (X,Y) هي على التوالي (6,2) ينفق هذا المستهلك دخلا مقداره R=120 .

- أوجد توازن المستهلك.

<u>الحل النموذجي:</u>

يحدث التوازن عند: $TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$

شرط أو علاقة التوازن $\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \quad \frac{2y}{2x} = \frac{6}{2} = 3 \Leftrightarrow y=3x$

نعوض علاقة التوازن في عبارة الدخل: $R = xP_x + yP_y$

$120= 6x + 2y$

$120= 6x + 2(3x)$

$120= 12x \Rightarrow x=10 \Rightarrow y=30 \Rightarrow E(10 ;30).$

<u>تمارين مختلفة حول توازن المستهلك:</u>

<u>تمرين1:</u>

نفترض أن مستهلكا يستهلك سلعتين هما 'X' و 'Y' حسب الجدول التالي:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
X	1	2	3	4	6	9	12	18	36
Y	36	18	12	9	6	4	3	2	1

1. مثل بيانيا معطيات الجدول. إشرح.
2. أحسب $TMS_{X/Y}$ بين النقطتين A و B و النقطتين E و F. إشرح ماذا يحصل.
3. إذا كان سعر السلعة X هو 5ون و سعر السلعة Y هو 10ون ما هو إنفاق المستهلك في كل النقاط حسب رأيك ما هي التركيبة التي سيختارها المستهلك هل الاختيار ممكن فعلا.

<u>تمرين2:</u>

لدينا المعطيات التالية:

X	1	2	3	4	6	8	01	12
Y	12	6	4	3	2	1.5	1.2	1

سعر السلعة X يساوي 6ون و سعر السلعة Y يساوي 8ون و يقدر دخل المستهلك بـ 48ون

1- حدد منفعة المستهلك.

2- إذا أصبح سعر السلعة X يساوي 3ون حدد مستوى المنفعة بالنسبة للمستهلك. فسر انتقال المستهلك من المستوى الأول إلى المستوى الثاني.

تمرين3:

لدينا المعطيات التالية:

$$\begin{cases} U = 2x.y \\ \mathrm{P_x} = 4 \\ \mathrm{P_y} = 6 \\ \mathrm{R} = 48 \end{cases}$$

أحسب نقطة توازن المستهلك.

تمرين4:

لدينا دالة المنفعة التالية: $y^{1/2}U = 3x^{1/2}$.

1- حدد المنفعة الحدية لكل من السلعة X و Y.
2- حدد شرط توازن المستهلك.
3- إذا كان لدينا $P_x=P_y$ و كان المستهلك يريد تحقيق منفعة تساوي 48 وحدة منفعية، حدد الكميات المستهلكة.
4- إذا تغيرت أسعار السلع و أصبح سعر السلعة X هو 5ون و سعر السلعة Y 10ون حدد علاقة التوازن.
5- أحسب توازن المستهلك إذا كان هذا الأخير يتمتع بدخل مقداره 400ون. حدد مستوى المنفعة.

تمرين5:

لدينا دالة المنفعة التالية: U=32=X.Y

إذا كان التوازن يحدث عندما يكون 2-= $TMS_{X/Y}$

1- حدد نقطة توازن المستهلك.
2- إذا علمت أن سعر السلعة X هو 6ون، حدد الدخل اللازم لبلوغ هذا المستوى من المنفعة.
3- إذا تغير P_y إلى 6ون، هل يبقى المستهلك على نفس المستوى من المنفعة. إشرح لماذا؟
4- أحسب $TMS_{X/Y}$ بين نقطتي التوازن.

ب-طريقة Lagrange:

لقد رأينا أن هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية. يمكن تعظيم المنفعة بطريقة ثانية و هي طريقة Lagrange نريد تعظيم الدالة $\mathrm{U} = (x,y)$ تحت قيد الدالة $g(x,y)$، يكون لدينا النموذج التالي:

$$\begin{cases} Max f(x,y) \to 1 \\ g(x,y) \quad\quad \to 2 \end{cases}$$

تكون الدالة الأولى دائما دالة التعظيم و الدالة الثانية دائما دالة القيد.

في طريقة Lagrange يتم تعويض دالة التعظيم $f(x,y)$ بدالة جديدة F(x,y,λ) نسميها دالة Lagrange تكون العلاقة بينها كالتالي:

$$\mathrm{F}(\mathrm{x},\mathrm{y},\lambda) = \underbrace{f(x,y)}_{\substack{\text{دالة المنفعة الكلية} \\ \text{دالة التعظيم}}} + \underbrace{\lambda}_{\text{معامل } Lagrange} \underbrace{g(x,y)}_{\text{قيد الميزاني}}$$

نأخذ (x,y) حتى تكون الدالة الجديدة مساوية للدالة الأصلية و يكون تعظيم الدالة الأصلية إذا هو نفسه تعظيم الدالة الجديدة.

تصبح طريقة Lagrange كالتالي:

خطوة1: كتابة عبارة Lagrange

$$L= F(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$$

دالة قيد الميزانية 0= (x, y) معناه دالة الدخل معدومة

$R= \; xP_x - yP_y = 0$

$R \; -xP_x - yP_y = 0$

$$L= F(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

$$L= U + \lambda R - \lambda xP_X - \lambda yP_y$$

خطوة2: إشتقاق L بالنسبة للمتغيرات الثلاث (x,y,λ)

$$L'_X = \frac{dL}{dx} = 0 \Leftrightarrow U'_X - \lambda P_X = 0$$

$$\lambda = \frac{U'_X}{P_X} \quad (1)$$

$$L'_Y = \frac{dL}{dY} = 0 \Leftrightarrow U'_Y - \lambda P_Y = 0$$

$$\lambda = \frac{U'_Y}{P_Y} \quad (2)$$

$$\lambda = \lambda \Leftrightarrow \frac{U'_X}{P_X} = \frac{U'_Y}{P_Y} (*)$$

خطوة3: تعويض علاقة (*) في (3)

$L'_\lambda=0 \Leftrightarrow R = xP_x - yP_y = 0 \quad (3)$

مثال توضيحي:

لدينا دالة المنفعة التالية:

أسعار السلع كالتالي $Px=10$, $Py=5$, $U=4x.y$ **هذا المستهلك يتمتع بدخل مقداره** $R=200$

أوجد الكميات المستهلكة من (X,Y) **مستعملا طريقة** Lagrange.

خطوة1: كتابة عبارة 'L':

$$L= F(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$$

$$L= U + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

$$L= 4xy + \lambda(200 - 10x - 5y)$$

$$L= 4xy + 200 - 10\lambda x - 5\lambda y$$

خطوة2: إشتقاق L بالنسبة للمتغيرات الثلاث (x,y,λ)

$$L'_X = \frac{dL}{dx} = 0 \Leftrightarrow 4y - 10\lambda = 0$$

$$\lambda = \frac{4y}{10} \quad (1)$$

$$L'_Y = \frac{dL}{dY} = 0 \Leftrightarrow 4x - 5\lambda = 0$$

$$\lambda = \frac{4x}{5} \quad (2)$$

$$\lambda = \lambda \Leftrightarrow \frac{4y}{10} = \frac{4x}{5}$$

$20\lambda=40x \Rightarrow y = \frac{40}{20} x \Rightarrow y = 2x$ علاقة أو شرط التوازن

خطوة3: نعوض شرط التوازن في العلاقة الموالية:

$L'_\lambda=0 \Leftrightarrow \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Leftrightarrow 200 - 10x - 5y =0$

$$200 - 10x - 5(2x) = 0$$
$$200 - 20x = 0 \Rightarrow x = 10$$

لدينا و $10x = $ **إذن :** $y = 20$

و منه: $E(10;20)$

تمارين:

تمرين1: لدينا النموذج التالي:

$$\begin{cases} U = 4x.y \\ 40 = 6x + y \end{cases}$$

حيث يمثل x و y الكميات المستهلكة من السلعتين X و Y علما أن **Px= 6** و **Py= 1** وأن دخل المستهلك يساوي 40ون

هل يمكن للمستهلك تعظيم المنفعة إنطلاقا من هذه المعطيات (مستعملا طريقة Lagrange)

تمرين2: لتكن دالة المنفعة الكلية التالية تابعة لتغير السلع (X,Y)،

$$U = f(x,y) = 12x + 30y - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

إذا كانت أسعار السلع X و Y هي $Px = \mathbf{2}_{um}$ $Py = 3_{um}$

و دخل المستهلك $R = 50_{um}$

1- ما هي كمية المثلى من X و Y المستهلكة مستعملا طريقة Lagrange

2- ما هي قيمة λ.

الحل النموذجي:

تمرين1:

$$L = 4x + 40\lambda - 6\lambda x - \lambda$$
$$L'_x = 0 \Leftrightarrow 4y - 6\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{4y}{6} \quad ①$$
$$L'_y = 0 \Leftrightarrow 4x - \lambda = 0 \quad ②$$
$$L'_\lambda = 0 \Leftrightarrow 40 - 6x - y = 0 \Leftrightarrow 40 = 12x \Rightarrow x = 3,33$$
$$y = 6x = 6(3,33) \Rightarrow y = 19,98$$
$$E(3,33;19,98)$$

تمرين2:

$$\begin{cases} U = 12x + 30y - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ P_x = 2 \\ P_y = 3 \\ R = 50 \end{cases}$$

$$L = U + \lambda g(x,y)$$
$$L = U + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$
$$L = U + \lambda(50 - 2x - 3y)$$
$$L = 12x + 30y - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y + 50\lambda - 2\lambda x - 3\lambda y$$

اشتقاق L بالنسبة لـ x, y, λ:

$$L'_x = 0 \Leftrightarrow 12 - x - 2\lambda = 0 \Rightarrow x = 12 - 2\lambda \quad ①$$

$L'_y = 0 \Leftrightarrow 30 - y - 3\lambda = 0 \Rightarrow y = 30 - 3\lambda$ ②

$L'_\lambda = 0 \Leftrightarrow \Rightarrow 3x = 0$ ③

نعوض ① و ② في ③ فنجد:

③ $\Leftrightarrow 50 - 2(12 - 2\lambda) - 3(30 - 3\lambda) = 0$

$\Leftrightarrow 50 - 24 + 4\lambda - 90 + 9\lambda = 0$

$\Leftrightarrow -64 + 13\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 4{,}92 \approx 5$

$\lambda = 5$

① $\Leftrightarrow x = 12 - 2\lambda \Rightarrow x = 12 - 2(5) = 2$

$x = 5$

② $\Leftrightarrow y = 30 - 3\lambda = 30 - 3(5) = 15$

$y = 15$

E(2 ;15)

4. منحنى استهلاك-دخل (منحنى إنجل):

تعريف: يبين العلاقة بين الدخل و الكمية المستهلكة من سلعة ما. عندما يتغير الدخل فبالضرورة تتغير الكمية المستهلكة من السلعة. نفترض أن الدخل هو المتغير الوحيد حتى تتجلى العلاقة بينه و بين الكمية دون سواه من المؤثرات أي الأسعار.

بما أن الأسعار لا تتغير فهذا يعني أن ميل خطوط الميزانية أو الدخل لا يتغير لأن الميل هو نسبة الأسعار $(\frac{p_x}{P_y})$ فعندما يرتفع الدخل فسنحصل على مجموعة خطوط الميزانية متوازية. يتقاطع كل خط ميزانية من هذه المجموعة مع أحد منحنيات من خارطة السواء. تتشكل مجموعة نقاط توازن مختلفة $E_1 \dots E_n$ كذلك ارتفاع الدخل سوف يؤدي إلى ارتفاع مستوى المنفعة.

إذا مررنا منحنى بمجموعة نقاط التوازن نحصل على منحنى استهلاك-دخل أو ما يسمى بمنحنى "إنجل" "**Engel**" نسبة إلى أول عالم إحصائي درس علاقة الدخل بالاستهلاك.

مثال توضيحي:

لدينا المعطيات التالية:

$$\begin{cases} U = 2x.y \\ P_x = 10 \\ P_y = 5 \\ R = 200 \end{cases}$$

1- أوجد نقطة توازن المستهلك

2- إذا بقيت أسعار السلعتين ثابتة و تغير الدخل من 200 إلى 300 إلى 400 ون. أوجد نقاط التوازن الجديدة المختلفة.

3- أرسم المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة. إشرح.

4- ماذا يحصل للمستهلك؟

5- أكتب معادلة هذا المنحنى.

الحل:

1- لنجد توازن المستهلك:

$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = \frac{10}{5} = 2 \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = 2$

$\Rightarrow y = 2x$

$R = xP_x + yP_y$

200= 10x+ 5y

200= 10x+ 5(2x)

200= 20x ⇒ x=10

⇒ y=20

E(10 ;20)

2- لنجد توازن المستهلك عند **M**

- R_2=300

300= 10x+ 5y

300= 10x+ 5(2x)

300= 20x ⇒ x=15

⇒ y=30

E(15 ;30)

- R_3=400

400= 10x+ 5y

400= 10x+ 5(2x)

400= 20x ⇒ x=20

⇒ y=40

E(20 ;40)

3- لنرسم المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة:

- لنرسم منحنى السواء U_1: لدينا

U_1=2xy = 2(10)(20) = 400 ⇒ xy=200 ①

U_2=2xy = 2(15)(30) = 900 ⇒ xy=450 ②

U_3=2xy = 2(20)(40) = 1600 ⇒ xy=800 ③

X	5	10	20	40
Y	40	20	10	5

X	10	15	30	45
y	45	30	15	10

X	10	20	40	80
y	80	40	20	10

- رسم خطوط الميزانية:

R_1=200=10x+5y ①

$\Rightarrow y_1 = \frac{-P_x}{P_y}x + \frac{R1}{P_y} \Leftrightarrow \frac{-10}{5}x + \frac{200}{5}$

$\Rightarrow \boxed{y_1 = -2x + 40}$

x	0	20
y	40	0

R_2=300=10x+5y ②

$$\Rightarrow y_1 = \frac{-P_x}{P_y}x + \frac{R2}{P_y} \Leftrightarrow \frac{-10}{5}x + \frac{300}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{y_1 = -2x + 60}$$

x	0	30
y	60	0

$R_3=400=10x+5y$ ③

$$\Rightarrow y_1 = \frac{-P_x}{P_y}x + \frac{R3}{P_y} \Leftrightarrow \frac{-10}{5}x + \frac{400}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{y_1 = -2x + 80}$$

x	0	40
y	80	0

تمرين: يحصل فرد على المنفعة باستهلاكه سلعتين (x,y) طبقا لدالة المنفعة التالية: $U= f(x,y) = 2x.y$
سعر السلعتين على التوالي: $P_x = 4$، $P_y = 6$ أما دخل المستهلك فيقدر بـ 240ون

1. ما هي الكميات المستهلكة من السلعتين لتحقيق أقصى منفعة؟
2. إذا ارتفع دخل المستهلك بـ 60ون حدد نقطة التوازن الجديدة.

3. أوجد منحنى استهلاك-دخل (منحنى إنجل).

الحل:

$$TMS_{X/Y} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y}{2x} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$R = xP_x + yP_y \Leftrightarrow 240 = 4x + 6y \Rightarrow x = 30 \Rightarrow y = 20$ $E_1(30 ;20)$

لنجد E_2 **عند** $R_2 = 300$

$y = \frac{2}{3}x$; $300=8x \Rightarrow x = 37.5 \Rightarrow y = 75$ $E_2(357.5 ;75)$

لنستنتج منحنى إنجل للسلعة x: $R= f(x)$

	A	B
X	30	37.5
R	240	300

$$\begin{cases} (A): 240 = 30a + b & \rightarrow ① \\ (B): 300 = 37.5a + b & \rightarrow ② \end{cases}$$

$$② - ① \Leftrightarrow 60 = 7.5a \Rightarrow a = 8 \Rightarrow b = 0$$

5. دالة الطلب: (دالة إستهلاك-سعر)

تعريف:

لإشباع حاجته، يجب على المستهلك أن يسعى وراء هذه الحاجة بتوفير السلع اللازمة، هناك خيارات بالنسبة له: إما أن تكون هذه السلع بدون مقابل فهو لا يبذل أي جهد من أجل الحصول عليها و بالتالي له أن يستهلك منها ما يشاء دون أي قيد.

أما إذا كان المستهلك يبذل جهدا من أجل الحصول على السلع التي يريدها فإنه كلما كان الجهد مضنيا كلما كان طلبه على السلع أقل فعلى سبيل المثال إذا كان هذا المستهلك بحاجة إلى الماء و كان على ضفاف

نهر جاري فله من الماء ما يشاء شربا و غسيلا و استحماما و حتى السباحة شريطة أن يحسن ذلك. أما إذا كان يقيم على مسافة من هذا النهر فلابد أن يتغير طلبه على الماء لأنه يحصل عليه بعد جهد و عناء و سيسعى على طلب كمية أقل و الاقتصاد في استعمالها إذا كان المستهلك يدفع عوض الجهد مقابلا ماديا كأن يشتري الماء بثمن كلما كان الثمن الذي يدفعه مقابل الماء مرتفعا كلما كان شراءه للماء أقل. فالعلاقة بين الكمية المطلوبة و السعر هي علاقة عكسية: إذا ارتفع السعر انخفضت الكمية المطلوبة و العكس صحيح.
نفترض جدول طلب طلب التالي:

السعر P_x	0	1	2	3	4	5
الكمية Q_x	10	8	6	4	2	0

يرمز P_x إلى سعر السلعة X التي يطلبها المستهلك و يرمز Q_x إلى كمية هذه السلعة عند كل مستوى من مستويات السعر.

نلاحظ من خلال الرسم البياني أننا نحصل على دالة متناقصة يكون فيها الميل سالبا للدلالة على العلاقة العكسية بين السعر و الكمية و تسمى دالة الطلب و نكتب:
دالة الطلب المباشرة $Q = f(P)$
دالة طلب عكسية $P = (Q)$ و تسمى دالة استهلاك-سعر.
تعبر دالة الطلب على العلاقة الموجودة بين السعر و الكمية المستهلكة من سلعة ما إذا تغير السعر فبالضرورة تتغير الكمية المستهلكة.
مستويات الكميات المستهلكة و الأسعار تعبر عن دالة الطلب.
في هذه الحالة نفترض أن السعر هو المتغير الوحيد و أن الأشياء الأخرى ثابتة حتى نتمكن من معرفة العلاقة التي تربط بين الكمية و السعر دون سواه.
مثال:نفترض أن سعر السلعة X يتغير (ينخفض) في كل مرة و يبقى سعر السلعة Y ثابتا. لدينا المعطيات التالية:
$$\begin{cases} U = x.y \\ 24 = 4x + 3y \end{cases}$$

1- أوجد نقطة توازن المستهلك.
2- إذا انخفض سعر السلعة X و أصبح يساوي 2ون، أحسب نقطة التوازن الجديدة.
3- إذاأصبح سعر السلعة X 1ون أجد نقطة التوازن الجديدة.
4- أوجد معادلة استهلاك-سعر (دالة الطلب).
الحل:
1. لنجد نقطة توازن المستهلك:

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{x}{y} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3y=4x$$
$$\Rightarrow y=\frac{4}{3}x \quad (*)$$

نعوض (*) في R:

$$R=4x+3y \Leftrightarrow 24=4x+3y \Rightarrow 24=4x+3(\frac{4}{3}x)$$
$$\Leftrightarrow 24=8x \quad \Rightarrow x=3$$

$\Rightarrow y=4$

$E_1(3;4)$

2. لنجد توازن المستهلك في حالة $P_{x2} = 2$

$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3y=2x \Rightarrow y= \frac{2}{3}x$

$24=2x+3y \Leftrightarrow 24=2x+3(\frac{2}{3}x)$

$\Leftrightarrow 24=4x$

$\Rightarrow x=6$

$\Rightarrow y=4$

$E_2(6;4)$

3. لنجد توازن المستهلك عند $\mathbf{P_{x3} = 1}$

$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3y=x$

$24=x+3y \Leftrightarrow 24=3y+3y$

$\Leftrightarrow 24=6y$

$\Rightarrow y=4$

$\Rightarrow x=12$

$E_3(12;4)$

4. لنجد معادلة إستهلاك-سعر :(طريقة 1)

لإيجاد معادلة الاستهلاك-السعر نحتاج إلى الخطوات التالية:

- إنشاء جدول الطلب:

	A	**B**	**C**
X	3	6	12
P_x	4	2	1

- تشكيل جملة معادلتين بعد اختيار نقطتين: $x = aP_x + b$

لنختار النقطة A و C و نشكل دالة الطلب على الشكل التالي:

$$\begin{cases}(A): 3 = 4a + b \rightarrow ① \\ (C): 12 = a + b \rightarrow ②\end{cases}$$

$① - ② \Leftrightarrow 9= -3a \Rightarrow a=-3$

لإيجاد b يكفي تعويض a إما في ① أو ②

$① \Leftrightarrow 3= 4(-3) + b \Rightarrow b=15$

إذن دالة استهلاك-سعر (دالة الطلب) هي : $\boxed{X=-3P_x +15}$

دالة الطلب بالطريقة 2:

تمرين: مستهلك يستهلك سلعتين "X" و "Y". إذا علمت أن الدخل على السلعتين يقدر بـ 36ون و أن أسعار السلع هي على التوالي: Px=3 ; Py=12

الحل:

$$\begin{cases} U = f(x,y) = x.y^2 \\ P_x = 3 \\ P_y = 12 \\ R = 36 \end{cases}$$

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y^2}{2yx} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{y}{2x} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow yPy = 2xPx \Rightarrow \boxed{y = \frac{2xP_X}{P_Y}}$$

$$R = xP_x + yP_y$$

$$R = xP_x + \frac{2xP_X}{P_Y}P_y$$

$$R = 3xP_x \Rightarrow \boxed{x = \frac{R}{3P_x}}$$

لنجد دالة الطلب لـ "Y":

لدينا:

$$\frac{y}{2x} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow yP_y = 2xP_x$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{yPy}{2P_x}}$$

$$R = xP_x + yP_y$$

$$R = x\frac{yPy}{2P_x}P_x + yP_y$$

$$R = \frac{yPy}{2} + yP_y \Leftrightarrow 2R = 3yP_y$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3Py}}$$ دالة الطلب لـ "Y"

ملاحظة: تستعمل هذه الدوال لحساب مختلف المرونات (المرونة السعرية، المرونة التقاطعية و مرونة الدخل).

6. فائض المستهلك:

تعريف: إن مفهوم فائض المستهلك مهم جدا في التحليل الجزئي. أول من تطرق إليه هو الاقتصادي الكبير **A.MARSHAL** و عرفه كما يلي: "الفرق بين السعر الذي يرغب الفر في دفعه و السعر الذي يدفعه في الواقع (سلعة) معينة".

لقد رأينا أن دالة الطلب تعطينا الكميات التي يكون المستهلك مستعدا لشرائها حسب كل مستويات السعر، لكن في الواقع و عند تعظيم المنفعة فإن المستهلك يشتري كمية معينة بسعر معين و قد يكون هذا السعر أقل مما كان مستعدا أن ينفقه و بالتالي كأنه وفر مبلغا معينا، هذا المبلغ المالي يعرف بفائض المستهلك (surplus du consommateur).

مثال توضيحي: من المثال السابق، أحسب فائض المستهلك.

الحل: لدينا دالة الطلب : $X=-3P_x +15$

لرسم دالة الطلب يجب استخراج $U_x = f(x)$

$X=-3P_x + 15 \Rightarrow x - 15 = -3P_x$

$\Rightarrow \boxed{P_x = \frac{-x+15}{3}}$

جدول مساعد:

X	0	15
P_x	0	5

لنجد فائض المستهلك:

فائض المستهلك = مساحة المثلث "**ABC**"

$SC =$ مساحة المثلث **ABC** $\frac{(\mathbf{BC}).(\mathbf{AC})}{\mathbf{2}} = \frac{(\mathbf{4}).(\mathbf{1})}{\mathbf{2}}$

$\boxed{SC = 2}$ 25 ***Surplus du Consommateur*** **(*فائض المستهلك*)**

7. المرونات

تعريف المرونة :

المرونة بصفة عامة لفظ مستعار من الرياضيات والفيزياء يعبر عن مدى الاستجابة بين ظاهرتين تربطهما علاقة دالية، أي أنها تقيس شدة النسبي في الظاهرة التي هي على علاقة بها.

نميز بين عدة أنواع من مرونة الطلب وذلك حسب نوع التغير في العوامل المؤثرة على الكمية الطلب كتغير سعر السلعة المدروسة أو تغير أسعار السلع الأخرى البديلة أو المكملة.

أ- مرونة الطلب السعرية: (المرونة المباشرة):

يقيس معامل مرونة الطلب السعرية (e) التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما $(\frac{\Delta Q}{Q})$ الناتجة عن التغير النسبي في سعر هذه السلعة $(\frac{\Delta P}{P})$.

بما أن العلاقة بين السعر و الكمية المطلوبة عكسية، فإن معامل مرونة الطلب السعرية يكون سالبا.

حساب مرونة الطلب السعرية:

هو المقارنة بين وضعيتين الأولى قبل الزيادة (معناه قيم أصلية أو مرجعية) والأخرى بعد الزيادة.

هناك نوعين من مرونة الطلب السعرية:

- مرونة عند نقطة :

$$Ed_X = \frac{dY}{dP_X} . \frac{P_X}{X}$$

- مرونة القوس (بين نقطتين):

$$Ed_X = \frac{\Delta X}{\Delta P_X} . \frac{P_{X1}}{X_1}$$

- دراسة إشارة المرونة السعرية :

-4	-1	0
طلب مرن		طلب غير مرن

↓ طلب مرن وحدوي

↓ طلب غير مرن إطلاقا

- $E_d=0$ طلب غير مرن إطلاقا معناه: لا توجد علاقة بين السعر والكمية: أي أن التغير في السعر لا يؤدي إلى تغير الكمية المطلوبة إطلاقا.

- $-1< E_d<0$ طلب غير مرن معناه اذا تغير السعر بمقدار معين فان الطلب يتغير بوتيرة أقل.
- $]-\infty ، -1[$ طلب مرن تغير السعر بنسبة قليلة => تغير Q بوتيرة أكبر.
- $E_d=-1$ طلب مرن مرونة الوحدة معناه الطلب يتغير بنفس وتيرة تغير السعر.

ب- **مرونة التقاطع:** (معرفة العلاقة بين السلعتين) يقيس معامل المرونة e_x التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة X $(\frac{\Delta Q_X}{Q_X})$ الناتجة عن التغير النسبي لسعر السلعة Y $(\frac{\Delta P_Y}{P_Y})$.

- عند النقطة :

$$E_{C_{X/Y}} = \frac{dX}{dP_Y}\cdot\frac{P_Y}{X}$$

- بين نقطتين :

$$E_{C_{X/Y}} = \frac{\Delta X}{\Delta P_Y}\cdot\frac{P_{Y_1}}{X_1}$$

تحسب مرونة التقاطع لمعرفة العلاقة بين السلعتين (X,Y)

$E_{C_{X/Y}} < 0$ => سلعتين متكاملتان أو متممتان (X,Y)

$E_{C_{X/Y}} > 0$ => سلعتين متنافسان أو استبداليتان (X,Y)

$E_{C_{X/Y}} = 0$ => سلعتين منفصلتان (X,Y)

ت- **مرونة الدخل(E_R):** (معرفة نوعية السلعة) و تعبر عن مدى تأثير تغير الدخل على الطلب، تحسب في حالتين:

- عند نقطة:

$$E_{R_X} = \frac{dX}{dR}\cdot\frac{R}{X}$$

- بين نقطتين:

$$E_{R_X} = \frac{\Delta X}{\Delta R}\cdot\frac{R_1}{X_1}$$

تحسب مرونة الدخل لمعرفة نوعية السلعة :

هناك (03) حالات:

سلعة رديئة <= $E_R < 0$

سلعة كمالية <= $E_R > 1$

سلعة ضرورية <= $0 < E_R \leq 1$

<u>مثال توضيحي :</u>

لتكن دالة المنفعة الكلية تابعة لتغير السلع (X,Y) حيث: $= x^2 . y + U = f(x,y) \frac{1}{2} x^2$

1- حدد دالة الطلب على السلعة X

2- إذا كنت تعلم أن $P_x = 4$ ،$P_y = 9$ ، $R = 360$ أحسب كلا من : المرونة السعرية، مرونة التقاطع ومرونة الدخل للسلعة X .

<u>الحل النموذجي :</u>

$$= x^2 . y + U = f(x,y) \frac{1}{2} x^2$$

1- لنجد دالة الطلب للسلعة X :

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \quad \frac{2x.y+x}{x^2} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{2y+1}{x} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow 2yP_Y + P_Y = xP_X$$

$$\Rightarrow y = \frac{xP_X - P_Y}{2P_Y} \quad (*)$$

نعوض العلاقة (*) في عبارة الدخل R:

$$R = xP_x + yP_y \Leftrightarrow R = xP_x + y\frac{xP_X - P_Y}{2P_Y}P_y \Rightarrow 2R = 3xP_x - P_y$$

$$\Rightarrow x = \frac{2R + P_Y}{3P_X}$$ دالة الطلب للسلعة

2- لنجد مرونة:

- الطلب السعرية (المباشرة E_{dx}):

$$Ed_X = \frac{dY}{dP_X} \cdot \frac{P_X}{X}$$

$$E_{d_X} = \frac{(2R + P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R + P_Y)}{(3P_X)^2} \cdot \frac{P_X}{\frac{2R + P_Y}{3P_X}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{d_X} = -1}$$

<u>التفسير :</u>

بما أن $E_{dx} = -1$ اذن الطلب على السلعة X طلب مرن وحدوي بمعنى تتغير الكمية المطلوبة بنفس وتيرة تغير السعر.

- مرونة الدخل E_{Rx} :

$$E_{R_X} = \frac{dX}{dR} \cdot \frac{R}{X} = \frac{(2R+P_Y)'(3P_X) - (3P_X)'(2R+P_Y)}{(3P_X)^2} \cdot \frac{P_X}{\frac{2R+P_Y}{3P_X}}$$

$$E_{R_X} = \frac{2(3P_X)}{9{P_X}^2} \cdot \frac{R(3P_X)}{2R+P_Y} = \frac{2R}{2R+P_Y} = \frac{2(360)}{2(360)+9}$$

$$E_{R_X} = 0.98$$

<u>التفسير:</u>

بما أن $0 < E_R \leq 1$ إذن X سلعة ضرورية أي يخصص لها نسبة من الدخل لشرائها.

- مرونة التقاطع : $E_{C_{X/Y}}$

$$E_{C_{X/Y}} = \frac{dX}{dP_Y}\cdot\frac{P_Y}{X}$$

$$E_{C_{X/Y}} = \frac{(2R+P_Y)'(3P_X)-(3P_X)'(2R+P_Y)}{(3P_X)^2}\cdot\frac{P_X}{\frac{2R+P_Y}{3P_X}}$$

$$E_{C_{X/Y}} = \frac{(P_Y)}{2R+P_Y}$$

$$E_{C_{X/Y}} = \frac{9}{2(360)}$$

$$E_{C_{X/Y}} = 0.0125$$

التفسير:

بما أن $E_{cx} > 0$ إذن (X,Y) سلعتين متبادلتين أو متناقصتين .

تمارين حول مرونة الطلب السعرية :

تمرين 1:

F	**E**	**D**	**C**	**B**	**A**	
5	6	7	8	9	10	**P**
25	23	21	19	17	15	**Q**

-1 مثل بيانيا معطيات الجدول، ماذا تلاحظ ؟

-2 احسب المرونة من نقطة لأخرى، ماذا تلاحظ؟

-3 حدد معادلة الطلب المتعلقة بالجدول السابق

-4 احسب مرونة الطلب عندما يكون $P_X = 8$

تمرين 2 :

لدينا الجدول التالي :

Q1	**P1**	**Q0**	**P0**	
8	5	12	3	**A**
2	8	7	5	**B**
9	6	3	10	**C**

-1 احسب المرونة المتقاطعة لهذه السلع A و B ثم A وC وأخيرا B و C

-2 فسر النتيجة .

تمرين 3:

الجدول التالي يمثل زيادة الدخل مع زيادة الكميات المستهلكة من السلعتين A و B

الاستهلاك		الدخل
10	A	1200
8	B	
12	A	1400

14	B	
12.5	A	1800
18	B	
12	A	2000
19	B	

أحسب مرونة الدخل. فسر النتيجة.

الحل النموذجي:

تمرين 1:

الملاحظة:

نلاحظ أننا حصلنا على رسم بياني يعبر عن علاقة عكسية بين السعر والكمية، إذن حصلنا على دالة الطلب ،والمرونة التي سنحسبها إنما تكون مرونة الطلب السعرية.

1- لنحسب المرونة من نقطة لأخرى :

$$Ed_{AB} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{Q_1 - Q_0}{P_1 - P_0} \frac{P_0}{Q_0}$$

$$Ed_{AB} = \frac{17 - 15}{9 - 10} \frac{10}{15} = \frac{-4}{3}$$

$$Ed_{BC} = \frac{19 - 17}{8 - 9} \frac{9}{17} = \frac{-18}{17}$$

$$Ed_{CD} = \frac{21 - 19}{7 - 8} \frac{8}{19} = \frac{-16}{19}$$

$$Ed_{DE} = \frac{23 - 21}{6 - 7} \frac{7}{21} = \frac{-14}{21}$$

$$Ed_{EF} = \frac{25 - 23}{5 - 6} \frac{6}{23} = \frac{-12}{23}$$

نلاحظ أنه عندما تدحرجنا على دالة الطلب أي عندما نزلنا من الأعلى نحو الأسفل فان مرونة الطلب انتقلت من (1,33-) بين A و B الى (0,52-) بين E و F مرورا بالطبع بالقيمة 1 .

تمر بحالة طلب مرن، طلب مرن وحدوي ثم طلب غير مرن.

2- لنحدد دالة الطلب :

نختار نقطتين من الجدول و لتكن A و B حسب المستقيم الموضوع في الجدول

مع العلم أن الشكل العام لدالة الطلب هو :

$X = aP_x + b$

$$\begin{cases} A: 15 = 10a + b \rightarrow ① \\ E: 23 = 6a + b \rightarrow ② \end{cases}$$

②-① $\Leftrightarrow 8 = -4a \Rightarrow a = -2$

② $\Leftrightarrow 23= 6(-2) + b \Rightarrow b=35$

وعليه :

دالة الطلب هي: $X=-2P_x + 35$

3- لنحسب مرونة الطلب السعرية عند $P_x= 8$

$$E_d = \frac{dQ}{dP} . \frac{P}{Q}$$

$$E_d = -2.\frac{8}{19} = \frac{-16}{19} \Rightarrow$$ طلب غير مرن

تمرين 2 :

لنحسب مرونة التقاطع بين A و B / A و C و B / C

أ- بين A و B :

$$E_{C_{A/B}} = \frac{\Delta Q_A}{\Delta P_B} . \frac{P_B}{Q_A} = \frac{8-12}{8-5}\ \frac{5}{12} = -0.55$$

A و B سلعتان متممتان أو مكملتان.

ب- بين A و C :

$$E_{C_{A/C}} = \frac{\Delta Q_A}{\Delta P_C} . \frac{P_C}{Q_A} = \frac{8-12}{6-10}\ \frac{10}{12} = 0.83$$

A و C سلعتان متنافستان أي استبداليتان.

ت- بين B و C :

$$E_{C_{B/C}} = \frac{\Delta Q_B}{\Delta P_C} . \frac{P_C}{Q_B} = \frac{8-122-7}{6-10}\ \frac{10}{7} = 1.78$$

B و C سلعتان متنافستان أو استبداليتان.

8. أثر السعر أثر الإحلال وأثر الدخل

يظهر كل من أثر السعر، الإحلال وأثر الدخل عندما يحدث تغير في الأسعار سواء بالارتفاع أو انخفاض للسلعتين إما X أو Y.

يمكن دراسة تأثير الأسعار على باقي متغيرات المستهلك من كميات ومنفعة بإتباع نظريتين:

- نظرية Hicks
- نظرية Slutsky

مثال:

يتمتع مستهلك بدالة المنفعة الكلية التالية : $U = f(x,y) = x.y$

أسعار السلعتين (X,Y) على التوالي (8،3) وينفق هذا المستهلك دخل قدره 240 و.ن .

1- أوجد الكميات المستهلكة من (X,Y) التي تحقق أقصى إشباع .

2- احسب قيمة المنفعة المحققة .

3- تخضع السلعة (X) لدعم يقدر ب 25 % أوجد التوازن الجديد والمنفعة الجديدة . حلل النتائج المحصل عليها .

4- بين أثر السعر، الإحلال وأثر الدخل حسابيا وبيانيا باستعمال نظرية Hicks و Slutsky

الحل النموذجي :

$$\begin{cases} U = f(x,y) = x.y \\ P_x = 8 \\ P_y = 3 \\ R = 240 \end{cases}$$

1- لنجد الكميات المستهلكة من (X,Y):

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow 8x = 3y \Rightarrow \boxed{y = \frac{8}{3}x}$$ علاقة توازن

نعوض علاقة التوازن في عبارة الدخل "R":

$$R = xP_x + yP_y$$

$$240 = 8x + 3y \Leftrightarrow 240 = 8x + 3\frac{8}{3}x \Rightarrow x = \frac{240}{16}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 15}$$

و عليه:

$$\boxed{y = 40}$$

2- لنجد المنفعة المحققة:

$$U = x.y = (15).(40)$$

$$\boxed{U = 600}$$

3- لنجد التوازن الجديد عندما تخضع السلعة (X) لدعم يقدر ب 25% معناه سعر السلعة ينخفض بـ 25%

$$P_{\underset{\text{جديد}}{x}} = P_{x1} - (P_{x1} * 25\%) \Rightarrow P_{\underset{\text{جديد}}{x}} = 8 - 8(0.25)$$

$$P_{\underset{\text{جديد}}{x}} = 6_{um}$$

$$TMS_{\frac{X}{Y}} = \frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_X}{P_Y} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x}$$ علاقة توازن جديدة

نعوض علاقة التوازن الجديدة في R :

$$R = xP_x + yP_y$$

$$240 = 6x + 3y \Leftrightarrow 240 = 6x + 3(2x) \Rightarrow x = \frac{240}{16}$$

$$\Rightarrow 240 = 12x \quad \Rightarrow \boxed{x = 20}$$

$$y = 2x = 2(20) \quad \Rightarrow \boxed{y = 40}$$

$E_2(20;40)$

مستوى المنفعة الجديد هو: $U_2 = x.y = (20)(40) \Rightarrow U_2 = 800$

<u>تحليل النتائج:</u>

من خلال النتائج نلاحظ أن Px انخفض من 8 إلى 6 وحدات نقدية والتالي ارتفعت كمية السلعة (X) من 15 إلى 20 وحدة وعليه ارتفعت أيضا قيمة المنفعة U.

$$P_x \searrow \Longrightarrow X \nearrow \Longrightarrow U \nearrow$$

4- لتبيين أثر السعر، أثر الإحلال والدخل :

أ- باستعمال نظرية Hicks :

- <u>أثر السعر:</u> هو الانتقال المستهلك من E_1 إلى E_2 ، نظرا لانخفاض من سعر السلعة X من 8 إلى 6 و.ن، ارتفعت الكميات المستهلكة من السلعة X من 15 إلى 20 وحدة وبالتالي ارتفع مستوى المنفعة من $U_1= 600$ إلى $U_2= 800$

هذا الانتقال من E_1 إلى E_2 يعبر عنه بأثر السعر ويحسب :5 = 20-15 = $E_p=x_2-x_1$

- <u>أثر الإحلال:</u> هو انتقال المستهلك من نقطة توازن E_1 إلى E_3 (نقطة توازن وهمية) يقوم من خلالها المستهلك بعملية الإحلال أي الاستبدال حيث يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء أي أنه لن
- يحصل على منفعة أكبر و إنما يغير التركيبة الاستهلاكية فقط ويحصل هذا بعملية الإحلال، يعبر عن هذا الانتقال بأثر الإحلال ويحسب بالفرق: $E_S=X_3-X_1$

لنجد X_3 :

$$\begin{cases} U_1 = x.y = (20)(15) = 600 & \rightarrow \quad ① \\ y = 2x \rightarrow (\text{Px في حالة انخفاض}) \text{ علاقة توازن جديدة} & ② \end{cases}$$

نقوم بتعويض ② في ① فنجد:

$$① \Leftrightarrow x.2x = 600 \Rightarrow 2x^2 = 600 \Rightarrow x^2=300 \Rightarrow x = 17.32$$

و منه:

$$E_S=X_3 - X_1$$

$$E_S= 17.32-15 = 2.3$$

- <u>أثر الدخل:</u> هو انتقال المستهلك من نقطة توازن E_2 إلى E_3 حيث ونظرا لانخفاض سعر السلعة X ارتفعت المنفعة من $U_1=600$ إلى $U_2=800$ وهذا الارتفاع لابد له من دخل أكبر (دخل إضافي) ويعبر عن أثر الدخل كما يلي :

$$E_R=X_2 - X_3$$

$$E_S= 20 - 17.32 = 2.7$$

ب- أثر السعر، الإحلال والدخل باستعمال نظرية Slutsky

- أثر السعر:الشيء نفسه مثل نظرية Hicks
- أثر الإحلال: نظرية Slutsky ترى أنه رغم تغير الأسعار إلا أن المستهلك يريد البقاء على نفس الإنفاق السابق.

بيانيا: يجب رسم خط ميزانية وهمي يوازي خط الميزانية الثاني ويمر بنقطة التوازن الأولى في النقطة E_3.

يختلف Hicks عن Slutsky في البحث عن نقطة التوازن الوهمية E_3.

$$R' = x_1 P_{x2} + y_1 P_{y1}$$

$$R' = (15)(6) + (40)(3)$$

$$R' = 210$$

$$\begin{cases} U = x.y \\ y = \dfrac{-P_{x2}}{P_{y1}} x + \dfrac{R'}{P_y} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{-6}{3} x + \dfrac{210}{3} \end{cases}$$

$$y = -2x + 70 \rightarrow ①$$

$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{P_{X2}}{P_{Y1}} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{6}{3} = 2 \Leftrightarrow y = 2x$

$① \Leftrightarrow ② \Leftrightarrow y = y \Leftrightarrow -2x + 70 = 2x$

$\Leftrightarrow -2x - 2x = 70 \Rightarrow 2x = 17.5$

أثر السعر: $E_p = x_2 - x_1 = 20 - 17.5$

$E_p = 2.5$

أثر الإحلال: $E_S = x_3 - x_1 = 17.5 - 20$

$E_p = 2.5$

أثر الدخل: $E_R = x_2 - x_3 = 20 - 17.5$

$E_R = 2.5$

- أثر السعر الإحلال الدخل بيانيا:

خط الميزانية 1 :

$$y_1 = \frac{-P_X}{P_Y}x + \frac{R}{y} = \frac{-8}{3}x + 80$$

خط الميزانية 2:

$$y_2 = \frac{-P_{X2}}{P_{Y1}}x + \frac{R'}{P_{Y1}} = -2x + 80$$

$E_1(15,20)$

$E_2(20,40)$

الفصل الثاني: دراسة نظرية سلوك المنتج

المبحث الأول: دراسة نظرية سلوك المنتج بدوال الإنتاج:

تنقسم دراسة نظرية سلوك المنتج إلى جزئين :

دراسة المنتج بدوال الإنتاج ودراسة المنتج بدوال التكاليف، كما ان دراسة سلوك المنتج بدوال الإنتاج بدورها تنقسم إلى دراستين :

المبحث الأول: دراسة الإنتاج في المدى القصير $\rightarrow$ $X = f(L, K_0)$

المبحث الثاني: دراسة الإنتاج في المدى الطويل $\rightarrow$ $X = f(L, K)$

(سوف نتطرق لهذا الجزء في المطبوعة اللاحقة).

اولا: دراسة الإنتاج في المدى القصير:

1- تعريف الإنتاجية:

لنبدأ أولا بدراسة الإنتاج بدوال الإنتاج في المدى القصير: حيث يتم استعمال عنصر اليد العاملة فقط لزيادة الإنتاج . (مع تثبيت عامل رأسمال) لأن المنتج خلال سنة واحدة لا يمكنه اللجوء إلى رأسمال فهذا الأخير يحتاج إلى عدة سنوات لهذا يرتكز المنتج في زيادة حجم إنتاجه إلا على اليد العاملة. يجب ذكر أنواع الإنتاجيات تعريف وقانون.

<u>مثال توضيحي:</u>

تنتج وحدة واحدة من المنتوج X طبقا لدالة الإنتاج التالية : $X_U = -L^2+9L$

1- حدد حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية كلية.

<u>الحل النموذجي:</u>

لدينا: $X_U = -L^2+9L$

$$X_U = \frac{X}{L} \Rightarrow x = X_U . L = (-L^2+9L)L$$

2- أنواع الإنتاجية:

- <u>إنتاجية حدية :</u> وتحسب الإنتاجية العينية الحدية في حالتين:

حالة دالة $X'_L = X_{mL} \frac{dX_L}{}$

حالة جدول (نقطتين): $X'_L = X_{mL} \frac{\Delta X}{\Delta L}$

تمثل زيادة الإنتاج على زيادة عنصر العمل المستعمل وتعتبر هذه الإنتاجية عن إنتاجية الوحدة الإضافية من العمل عندما تكون دالة الإنتاج معرفة قابلة للاشتقاق.

- <u>إنتاجية متوسطة:</u>

تعتبر عن نسبة الإنتاج الكلي إلى عناصر الإنتاج المستعملة وتكتب رياضيا على الشكل التالي:

$$\overline{X} = X_M = \frac{X}{L}$$

تابع للمثال التوضيحي:

$$(-L^2+9L)L = -L^3+9L^2$$

$$\text{Max ''x''} \Leftrightarrow \begin{cases} X' = 0 \rightarrow ① \\ X'' < 0 \rightarrow ② \end{cases}$$

شرط ① $\Leftrightarrow X' = 0 \Leftrightarrow (-L^3+9L^2)'=0 \Leftrightarrow -3L^2 + 18L = 0$

$$\Leftrightarrow L(-3L + 18) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} L = 0 & \rightarrow ① \\ -3L + 18 = 0 & \rightarrow ② \end{cases}$$

② $\Leftrightarrow -3L + 18 = 0 \Rightarrow L = \frac{-18}{-3} \Rightarrow \boxed{L = 6}$

شرط ② $\Leftrightarrow (-3L^2 + 18L = 0)' < 0 \Leftrightarrow -6L + 18 < 0 \Rightarrow -6L < -18$

$$\Rightarrow L > \frac{18}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{L > 3}$$

من خلال الشرط ② نقبل L=6 كحجم يد عاملة الذي يعظم الإنتاج.

تمرين:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $X=10KL^2 -KL^3$

X هو حجم الإنتاج، K رأس المال أما L فيعبر عن اليد العاملة .

نفترض أن عامل الإنتاج K ثابت ويساوي 1 .

1- حدد حجم اليد العاملة L الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاج كلي .
2- حدد حجم اليد العاملة L الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة
3- حدد قيمة الإنتاج X التي تناسب بداية تزايد الإنتاج بمعدل متناقص.

الحل النموذجي :

لدينا:

$$\begin{cases} X = 10KL^2 - KL^3 \\ K = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow X = 10(1)L^2 - (1)L^3$$

1- لنحدد حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاج كلي :

$$\text{Max ''x''} \Leftrightarrow \begin{cases} X' = 0 \rightarrow ① \\ X'' < 0 \rightarrow ② \end{cases}$$

شرط ① $\Leftrightarrow X' = 0 \Leftrightarrow (10L^2- L^3)'=0 \Leftrightarrow 20L - L^2 = 0$

$$\Leftrightarrow L(20-3L)'=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L = 0 & \to ① \\ 20 - 3L = 0 & \to ② \end{cases}$$

② ⇔ 20-3L=0 ⇒ L=$\frac{20}{3}$ ⇒ $\boxed{L = 6,66}$

شرط ② ⇔ $X'' < 0$ (20L- 3L²) ' <0 ⇔ 20-6L <0

$$\Rightarrow \boxed{L > 3,33}$$

من خلال الشرط 2 نقبل الحل L= 6,66 كحجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاج كلي.

2- لنحدد حجم اليد العاملة L الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة :

أولا: لنجد $\bar{X}$: الانتاجية المتوسطة

$$\bar{X} = \frac{X}{L} = \frac{10L^2 - L^3}{L} \Rightarrow \quad \boxed{\bar{X} 10L - L^2}$$

Max($\bar{X}$) ⇔ $\begin{cases} \bar{X}' = 0 & \to ① \\ \bar{X}'' < 0 & \to ② \end{cases}$

① ⇔ (10L-L²)' =0 ⇒ $\begin{cases} L = 0 \\ 10 - 2L = 0 \end{cases}$ ⇒ $\boxed{L = 5}$

② (10-2L)' < 0 ⇔-2<0 شرط محقق

حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة $\boxed{L = 10}$

3- لنحدد قيمة X التي تناسب بداية تزايد الإنتاج بمعدل متناقص:

ط1: تزايد الإنتاج بمعدل متناقص معناه:

Max X′=0 ⇔ $\begin{cases} (X')' = 0 & \to ① \\ (X')'' < 0 & \to ② \end{cases}$

ط2 : في منطقة تزايد الإنتاج بمعدل متناقص لدينا الإنتاجية الحدية تقطع الإنتاجية المتوسطة معناه:

X'=$\bar{X}$

20L – 3L² -10L+L² =0

-2L² +10L =0 ⇔ $L(-2L + 10) = 0$

$$\begin{cases} L = 0 \\ -2L + 10 = 0 \Rightarrow \boxed{L = 5} \end{cases}$$

$X = 10L^2 - L^3 = 10(5) - (5)^3 \Rightarrow$ X = و125ن

الفصل الثاني: دراسة نظرية سلوك المنتج

تمارين متنوعة:

تمرين 1:

لدينا المعطيات التالية :

$$\begin{cases} U = 4x.y \\ \mathrm{P_x} = 10 \\ \mathrm{P_y} = 5 \\ \mathrm{R} = 200 \end{cases}$$

1- حدد توازن المستهلك .
2- حدد مستوى المنفعة .

تمرين 2:

مستهلك يستهلك سلعتين (X,Y) حسب المعطيات التالية :

$$\begin{cases} U = 2x.y \\ \mathrm{P_x} = 5 \\ \mathrm{P_y} = 10 \\ \mathrm{R} = 200 \end{cases}$$

1- ابحث عن نقطة التوازن .
2- إذا بقي سعر السلعتين (X,Y) ثابتين و تغير دخل المستهلك من 200 إلى 400 ابحث عن نقطة التوازن الجديدة ، احسب مستوى المنفعة الجديد ، ماذا تلاحظ؟
3- ارسم المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة.
4- أكتب معادلة هذا المنحنى و ماذا يسمى؟

تمرين 3:

لدينا المعطيات التالية لمستهلك ما:

$$\begin{cases} U = x.y \\ TMS_{\frac{X}{Y}} = -2 \end{cases}$$

1- أوجد نقطة التوازن لهذا المستهلك
2- إذا علمت أن سعر السلعة $P_x=6$ ،أوجد قيمة الدخل اللازم لبلوغ هذا المستوى من المنفعة السابق.
3- حدد الطلب على السلعة X بدلالة السعر و الدخل .
4- قدر قيمة الطلب على السلعة X إذا كان $P_x= 6$
5- احسب فائض هذا المستهلك.

تمرين 4:

لتكن دالة المنفعة الكلية التالية تابعة لتغير السلع (X,Y) حيث :

$$U = f(x,y) = x^2.y + \frac{1}{2}x^2$$

1- إذا كانت أسعار السلع (X,Y) $\mathrm{P_y} = 9;\ \mathrm{P_x} = 4$ حدد دالة الطلب على السلعة X .
2- إذا كانت تعلم أن المرونة التقاطعية للسلعة X تساوي 0,038 حدد الدخل المخصص لشراء السلعتين (X,Y) .

تمرين 5:

الدالة التالية تعبر عن طلب السوق على السلعة X حيث:

$$X = -8P_x + 2P_y + 0,25\ R$$

1- نفترض ثبات كلا من P_y و R ويساويان على التوالي 1و.ن و 120 و.ن ، احسب المرونة المباشرة عندما سعر السلعة X يرتفع من 1و.ن و 2و.ن .

2- احسب مرونة الطلب بالنسبة للدخل لما $P_y = 5$ و $P_x = 3$ أما R فيساوي 100 و.ن حلل النتيجة .

تمرين 6 :

لدينا المعطيات التالية لمستهلك ما :

$$\begin{cases} U = 3x^{2/3}.y^{1/3} \\ \quad P_Y \qquad = P_X \\ \quad R = 450 \end{cases}$$

1- عند التوازن أوجد الكميات المستهلكة من السلعتين بدلالة الأسعار ، حدد هذه الكميات إذا كان $P_x=5$

2- حدد مرونة الطلب على السلعة X إذا كان سعر السلعة 10 و.ن ، ماذا تستنتج ؟

3- إذا استقر سعر السلعة X في مستوى 10 و.ن ،حدد الكمية التي يستهلكها هذا المستهلك من السلعتين . ثم حدد أثر السعر ، الإحلال حسب نظرية Hicks و Slutsky .

قائمة المراجع:

- عبد الناصر رويسات ,مبادئ الاقتصاد الجزئي ,محاضرات وتمارين محلولة 2013 المطبوعات الجامعية وهران.

- جاسم سلطان,خطوتك الأولى نحو فهم الاقتصاد,ام القرى الطبعة الثانية 2010 المنصورة.

- عمر صخري, مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي, ديوان المطبوعات الجامعية الجزائر 2001

- منى محمد علي الطائي ,الاقتصاد الجزئي : بين الأمثلة النظرية والدينامية الواقعية, دار مجدلاوي للنشر والتوزيع عمان 2014