

Université d'Oran

Faculté des Sciences Economiques, des Sciences de Gestion et des Sciences Commerciales.

Mémoire de magister en Sciences Commerciales

Option : Techniques quantitatives appliquées sur l'économie de marché

Thème :

**Essai d'application des modèles de prévision univariés sur
la consommation d'énergie électrique en Algérie**

Présentée par :

Mme. SENOUCI Samira née KERRAR

Sous la direction de :

M. FEKIH Abdelhamid

Jury :

Président : M. SALEM Abdelaziz - Professeur - Université d'Oran.

Rapporteur : M. FEKIH Abdelhamid - Maître de conférences (A)- Université d'Oran.

Examineur : M. MAAMAR Belkheir - Maître de conférences (A)- Université d'Oran.

Examineur : M. KEFIF Benouda - Maître de conférences (A)- Université d'Oran.

Examineur : Mme. TAIEBI Ghalia - Maître de conférences (A)- Université d'Oran.

Année Universitaire : 20011-20012

Dédicace :

Je dédie ce travail à la mémoire de ma grande mère,

à mes chères parents,

à mon marie, mes enfants et ma belle mère,

à mon frère et ma sœur,

et à toute ma famille.

Remerciements

Je tiens à remercier sincèrement, mon directeur de recherche Monsieur FEKIH Abdelhamid qui m'a soutenue pendant les moments difficiles et m'a aidée, encouragée dans mon travail.

Je tiens aussi à remercier Monsieur KEFFIF Benouda pour sa patience et ses précieux conseils.

Je tiens à rendre hommage à Mme HAMOU Touatia. Enfin, je ne saurais oublier mes amis et mes collègues de post graduation qui m'ont soutenue et encouragée dans les moments difficiles.

Sommaire :

Introduction générale	3
Chapitre I : Analyse classique des séries chronologiques	
Introduction	7
Section 1 : Introduction à l'analyse des séries chronologiques.....	8
Section 2 : Analyse classique des séries chronologiques.....	30
Section 3 : Lissage des séries chronologiques.....	54
Section 4 : Prédiction par lissage exponentielle.....	71
Conclusion	84
Chapitre II : Modélisation univariée et prédiction des processus aléatoires	
Introduction	87
Section 1 : Processus aléatoire.....	88
Section 2 : Méthode de prédiction de Box-Jenkins.....	102
Section 3 : Prédiction dans les ARMA et les ARIMA.....	124
Conclusion	132
Chapitre III : Etude prévisionnelle de la consommation d'énergie électrique en Algérie	
Introduction	135
Section 1 : Présentation générale de la Sonelgaz.....	136
Section 2 : Stratégie de développement du secteur de l'électricité en Algérie.....	144
Section 3 : Consommation d'électricité : Caractéristiques et méthodes de prédiction.....	150
Section 4 : Application de méthode Box Jenckins sur la série de consommation d'électricité en Algérie.....	154
Conclusion	170
Conclusion générale	173

Annexes

Bibliographie

Table des matières

Liste des figures :

Figure I. 1 : Modèle de données général d'une série chronologique.....	9
Figure I. 2 : Représentation graphique de la valeur de l'auto-corrélation.....	12
Figure I. 3 : Taches Solaires.....	18
Figure I. 4 : Définition des termes : valeurs extrêmes, valeurs aberrantes et contaminants (figure adaptée à partir de Barnett et Lewis, 1994).....	20
Figure I. 5 : Schéma général de traitement des valeurs aberrantes et objectives poursuivis lors de l'examen des valeurs aberrantes.....	21
Figure I. 6 : Acteurs, fonctions et base de données.....	28
Figure I. 7 : Un graphique du dixième siècle.....	32
Figure I. 8 : La démarche de la modélisation.....	35
Figure I. 9 : quelques formes de tendance.....	38
Figure I. 10 (a) : Une série chronologique qui suit un modèle additif.....	43
Figure I. 10 (b) : Une série chronologique qui suit un modèle multiplicatif.....	43
Figure I. 11 : Ventes trimestrielles d'un produit festif.....	47
Figure I. 12 : Exemple de corrélogramme.....	52
Figure I. 13 : Détermination de la tendance par la méthode des points extrêmes.....	55
Figure I. 14 : Détermination de la tendance par la méthode du couloir.....	59
Figure I. 15 : Détermination de la tendance par les moyennes échelonnées.....	60
Figure I. 16 : Procédure des filtres.....	60
Figure I. 17 : Résultat d'application des trois filtres "moyenne mobile", "gaussien" et "médiann" (Exemple visuelle).....	64
Figure I. 18 : Traitement d'une désaisonnalité (cas d'une série comportant une saisonnalité trimestrielle).....	66
Figure I. 19 : Exemple de conservation des aires sur une série trimestrielle à tendance constante.....	68
Figure I. 20 : L'effet du lissage exponentiel simple sur le graphe de la chronique.....	72
Figure I. 21 : L'effet du lissage exponentiel double sur le graphe de la chronique.....	74
Figure I. 22 : la différence entre les effets des deux lissages exponentiels « simple et double » sur le graphe de la chronique.....	75
Figure I. 23 : Méthodes de Holt-Winters (1960).....	80
Figure I. 24 : Traitement général d'une série chronologique.....	84

Figure II. 1 : Etude de l'autocorrelation et l'autocorrelation partielle sous le logiciel EViews.....	89
Figure II. 2 : corrélogramme pour une série MA (1).....	91
Figure II. 3 : corrélogramme pour une série $MA(q)$	92
Figure II. 4 : corrélogramme pour des séries $AR(1)$	94
Figure II. 5 : Relation entre, processus AR et processus MA : théorème de Wold.....	95
Figure II. 6 : la méthode de Bob-Jenkins.....	102
Figure II. 7 : l'effet de la transformation logarithmique sur une série chronologique.....	105
Figure II. 8 : Autocorrélation estimée.....	109
Figure II. 9 : l'intervalle de décision de la table Durbin et Watson.....	115
Figure II. 10 : La représentation du $MAIC$	120
Figure II. 11 : La visualisation graphique de la différence entre $BIC(k)$ et $AIC(k)$	121
Figure III. 1 : l'organigramme général du groupe Sonelgaz.....	144
Figure III. 2 : Production et consommation d'électricité en Algérie (x1 000 000 Kwh).....	146
Figure III. 3 : Inteconexions internationales existantes.....	147
Figure III. 4 : graphe de la série « CNS » sous EViews 6.....	157
Figure III. 5 : caractéristiques statistiques de la série « CCC » sous EViews 6.....	157
Figure III. 6 : graphe de la série « CCC » par saison sous EViews 6.....	158
Figure III. 7 : corrélogramme de la série « CCC » sous EViews 6.....	159
Figure III. 8 : graphe de la série « LCCCSA » sous EViews 6.....	160
Figure III. 9 : corrélogramme de la série « LCCCSA » sous EViews 6.....	161
Figure III. 10 : graphique des séries résiduelles, réelles et estimées de la série LCCCSA sous EViews6.....	166
Figure III. 11 : caractéristiques statistiques des résidus de la modélisation ARMA sous EViews 6.....	166
Figure III. 12 : corrélogramme des résidus sous EViews 6.....	167
Figure III. 13 : réestimation de la dernière année de la série « CCC » par EViews 6.....	169
Figure III. 14 : Graphe des prévisions de la consommation d'énergie électrique.....	170

Liste des tableaux :

Tableau I. 1 : L'évolution historique de l'analyse des séries chronologiques.....	34
Tableau I. 2 : traitement des données pour faire le choix entre le modèle additif et le modèle multiplicatif.....	44
Tableau I. 3 : tableau résumant les données caractériser par : saisons et cycles.....	45
Tableau I. 4 : tableau de Buys-Ballot.....	45
Tableau I. 5: tableau de Buys-Ballot pour les ventes trimestrielles.....	47
Tableau I. 6: classement du trimestre en fonction de leurs valeurs.....	47
Tableau I. 7 : calculs des moyennes par cycle et par saison.....	49
Tableau I. 8: Analyse de la variance pour détecter une saisonnalité et/ou une tendance.....	49
Tableau I. 9 : représentation du concept du retard dans le coefficient d'auto-corrélation...	51
Tableau II. 1 : les différents cas des modèles ARMA.....	106
Tableau II. 2 : Propriétés des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle....	107
Tableau II. 3 : Représentations graphiques des FAC et des FACP.....	108
Tableau II. 4 : les critères " <i>AIC, FPE, BIC, S et CAT</i> "	122
Tableau III. 1 : Consommation d'énergie électrique en Algérie (x100 000 000 Kwh).....	156
Tableau III. 2 : test de D.F (avec constante et tendance) sur la série LCCCSA sous EVIEWS6.....	162
Tableau III. 3 : test de Dickey-Fuller (avec constant) sur la série LCCCSA sous EVIEWS6.....	163
Tableau III. 4 : estimation des paramètres du modèle SARIMA (1, 0, 12) x (0, 1, 1) ₁₂ sous EVIEWS6.....	165
Tableau III. 5 : Test d'hétéroscédasticité des erreurs sous EVIEWS6.....	168
Tableau III. 6 : Prévision par la méthode de Box & Jenkins sur la consommation de l'énergie électrique en Algérie.....	170

**INTRODUCTION
GÉNÉRALE**

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'Algérie est un pays qui jouit d'une position relativement enviable en matière énergétique. Les réserves en hydrocarbures dont il dispose et les niveaux actuels de consommation nécessaires à la couverture de ses besoins propres lui permettent de rester sereine pour quelques temps encore.

Dans l'immédiat, le problème énergétique de l'Algérie est un problème qui se pose en terme de stratégie de valorisation de ces ressources pour les besoins du développement du pays, de choix d'une véritable politique énergétique à long terme et de définition immédiate d'un modèle cohérent de consommation énergétique couvrant le court et le moyen terme, avant la date fatidique de l'épuisement de ses ressources fossiles stratégiques.

L'industrie de l'énergie électrique dans la plupart des pays en voie de développement, est en train de changer, d'une approche opérationnelle centralisée vers une approche concurrentielle. La notion d'approvisionnement de l'énergie électrique par, uniquement un service public, est remplacée par la notion qu'un marché compétitif est un mécanisme plus approprié pour assurer l'énergie aux consommateurs avec une fiabilité élevée à cout moindre.

L'Algérie compte parmi ces pays. Dans de telles conditions de concurrence, la prévision devient un outil puissant dans la recherche de rendements plus élevés. En effet, parce que de l'énergie électrique ne peut être stockée, la condition physique unique qui assure un rendement optimale, est une production égale a la consommation. Un module valide (ou outil de prévisions) pour prédire la charge et/ou de consommation électrique, aidera à atteindre cette condition. Du coté financier, une prévision valide du cout de l'électricité, peut maximiser les profits.

Les producteurs et les consommateurs comptent sur l'information de prévision des couts pour préparer leurs stratégies commerciales. La prévision des couts de l'électricité, est bien développée si on prend l'exemple du marché américain, ou, du marché californien, les données globales concernant l'offre et la demande sont publiquement disponibles pour le marché du lendemain, et ceci sur trois mois.

En raison de l'importance des investissements que réclament la production et à la distribution de l'électricité, cette énergie est particulièrement vue, en Algérie, comme une énergie « noble ». La politique énergétique algérienne, insiste donc tout spécialement sur la nécessité d'en assurer la maîtrise de la consommation et de garantir la rationalisation de son utilisation en veillant à réserver son emploi pour des usages vraiment spécifiques pour pouvoir répondre à une consommation intérieure toujours plus importante et éviter tous incidents possibles qui met hors service l'ensemble ou une partie du réseau national interconnecté.

Sachant que cette énergie est non stockable, la maîtrise ou même une compréhension du phénomène de consommation d'énergie électrique, permettra une prévision garantissant l'équilibre physique global entre l'offre et la demande à l'échelle du pays. De sa qualité dépendent le niveau des marges d'exploitation nécessaires et plus largement la sûreté du système.

Le travail exposé dans ce mémoire s'intéresse à l'étude *économétrique de la série de consommation d'énergie électrique en Algérie*, application des techniques d'analyse des séries chronologiques on va de construire un modèle de prévision permettant d'aboutir à une prévision pouvant aider à la mise en œuvre de stratégie de développement adéquat pour ce phénomène de consommation, de ce fait faire un essai d'application des modèles de prévision sur la consommation d'électricité en Algérie sera la problématique de ce travail.

Pour répondre à notre objectif, le travail passera par trois étapes très déterminantes :

- **En premier lieu** voir l'aspect analyse classique des séries chronologiques : après avoir passé un aperçu sur l'évolution historique sur le volé de l'économétrie des séries chronologiques, connaître les caractéristiques, les composantes, les formes et définir les formes de lissage classique des séries chronologiques. Sans oublier de déterminer l'importance très significatif de la collecte des données et leurs mises à disposition à la portée de la recherche, un point très déterminant dans la crédibilité des résultats des recherches économétriques.

Les données économiques sont des données qui permettent de suivre l'évolution d'un phénomène au cours du temps, appelé "séries chronologiques". Une série chronologique est composée d'une partie documentaire et d'une partie numérique. Une base de données

économique contient deux grandes catégories de séries : les séries brutes issues de diverses sources et les séries élaborées (unifiées ou dérivées). Les séries élaborées doivent être mises à jour en cas de modification ou d'actualisation des séries brutes.

- **En second lieu** voir tous les points de théorie de la modélisation univariée et prévision des processus aléatoires, et voir les techniques permettant le choix du modèle adéquat. Un deuxième point qui offre un large éventail de techniques économétriques, d'étude de séries chronologiques (ou temporelles) et de prévision pour modéliser, anticiper et simuler les processus, et améliorer ainsi la planification stratégique et tactique. Grâce à elles, vous cernez mieux l'influence exercée par certains facteurs : conditions économiques et commerciales, caractéristiques sociodémographiques des clients, décisions tarifaires et activités marketing notamment, en termes d'analyse mathématiques des processus stochastiques.
- **En dernier** et en terme de coté pratique de ce mémoire Etude prévisionnelle de la consommation d'énergie électrique en Algérie : la consommation électrique basse tension (BT). Cette consommation représente la consommation des ménages (y compris celles des petites entités commerciales tel que les boulangeries, les restaurants, etc.), qui représente une part importante de la consommation électrique nationale. L'étude d'évolution de cette consommation s'appuie sur l'application de la méthodologie de Box-Jenckins tous en utilisant l'outil informatique à l'aide du logiciel EVIEWS 6.

Sachant que la prévision ne sera jamais parfaitement bien, qu'il y a toujours des erreurs de prévision, et que les bonnes méthodes de prévision fournissent non pas une prévision mais un intervalle de prévision, l'essentiel dans ce travail est de déterminer la démarche et la méthodologie approprier de traitement de ce genre de séries temporelles.

CHAPITRE 1 :

Analyse classique des séries chronologiques

CHAPITRE 1 : Analyse classique des séries chronologiques

Introduction :

Il existe toute une gamme de problèmes spécifiques aux séries chronologiques qui ne sont pas étrangers aux praticiens de statistiques descriptives et qui vont nécessiter la mise au point d'un certain nombre de techniques pour un traitement économétrique (c'est-à-dire à fondements probabilistes). C'est là la première raison du développement de l'économétrie des séries temporelles.

Ces problèmes sont les suivants : la prévision, l'identification et le retrait de la tendance, la correction des variations saisonnières, la détection de rupture, la séparation du court terme et du long terme, l'étude des anticipations des agents...*les résolutions de ces problèmes sont les outils primordiales pour pouvoir développer une étude technique qui permet de décrire un phénomène économique (une meilleur compréhension des phénomènes économiques) ou d'utiliser certaines de ses aspects qui peuvent aider dans les résolutions avenir (les fondement des techniques de prévisions).*

Il existe deux catégories de modèles pour rendre compte d'une série temporelle. Les premiers considèrent que les données sont une fonction du temps. Cette catégorie de modèle peut être ajustée par la méthode des moindres carrés, ou d'autres méthodes itératives. Une seconde catégorie de modèles cherche à déterminer chaque valeur de la série en fonction des valeurs qui la précède.

A noter que le choix de l'un ou l'autre type de modèle est surtout théorique: est-il raisonnable de penser que dans un phénomène donné, les points sont fondamentalement fonction des points précédents et de leurs erreurs, plutôt qu'un signal, périodique ou non, entaché de bruit.

L'étude dans ce chapitre se focalise sur le développement de la première catégorie de série : étude de plusieurs points traitant les différentes formes de série et leurs différentes composantes, sans oublier un point primordial qui traite les bases de données et leurs immenses rôles dans l'analyse des phénomènes économiques.

Section 1 : Introduction à l'étude des séries chronologiques :

Introduction :

Le but de cette section est de donner un aperçu général sur les éléments clés dans l'étude des séries chronologiques, et cela, en développant quatre points essentiels :

Le premier point est une définition globale de ces séries : définition, notation, caractéristiques statistiques et classification.

Le deuxième point part de l'utilisation de ces séries dans les études prévisionnelles, ainsi il développe définition et spécification des variables appliquées à la prévision ; cependant le troisième point complète le point précédent en détaillant le problème de précision des données.

Le dernier point développe l'utilisation en prévision des bases de données, tout en se basant sur les bases de données à caractère économique : définition, construction, les différents acteurs, la mise à jour et audit interne.

1. 1. Série chronologique :

La majeure partie des méthodes statistiques sont conçus pour être appliquées à des expériences indépendantes ou des résultats d'enquêtes : l'ordre des observations n'a pas de significations particulières.

En économie, les données constituent souvent des séries d'observations sur une ou plusieurs variables faites à différentes dates : les observations ne sont pas indépendantes, et constituent une série de données qui se suit dans un ordre chronologique, sous une forme remarquablement significative.

1. 1. 1. Notation d'une série chronologique :

Une série chronologique (on dit aussi chronique ou série temporelle) est une succession d'observations d'une même grandeur au cours du temps.

On appelle une série chronologiques toute suite d'observations $(X_t : t \in T)$ indexées par un ensemble T (le **temps**), avec $t = 1, \dots, n$; le nombre n est appelé la longueur de la série.

L'indice temps peut être selon les cas l'heure, le jour, le mois, l'année etc.... A la différence de certains enregistrements de phénomènes physique, les statistiques économiques sont généralement discontinues¹.

1. 1. 2. Définition de la série chronologique :

Si on prend la définition donnée par C. Delobel, une série chronologique est caractérisée par un "**identifiant**" unique, l'identifiant parmi l'ensemble de toutes les séries, un calendrier définissant le rythme des mesures et une liste de valeurs successives. A ces caractéristiques de base, on peut ajouter d'autres caractéristiques qui permettent de mieux définir la série, par exemple, son unité d'expression des valeurs, sa date de saisie, sa source, son degré de fiabilité, etc. On peut aussi, proposer un premier modèle de données général pour décrire toute série chronologique à l'aide d'une notation semi formelle :

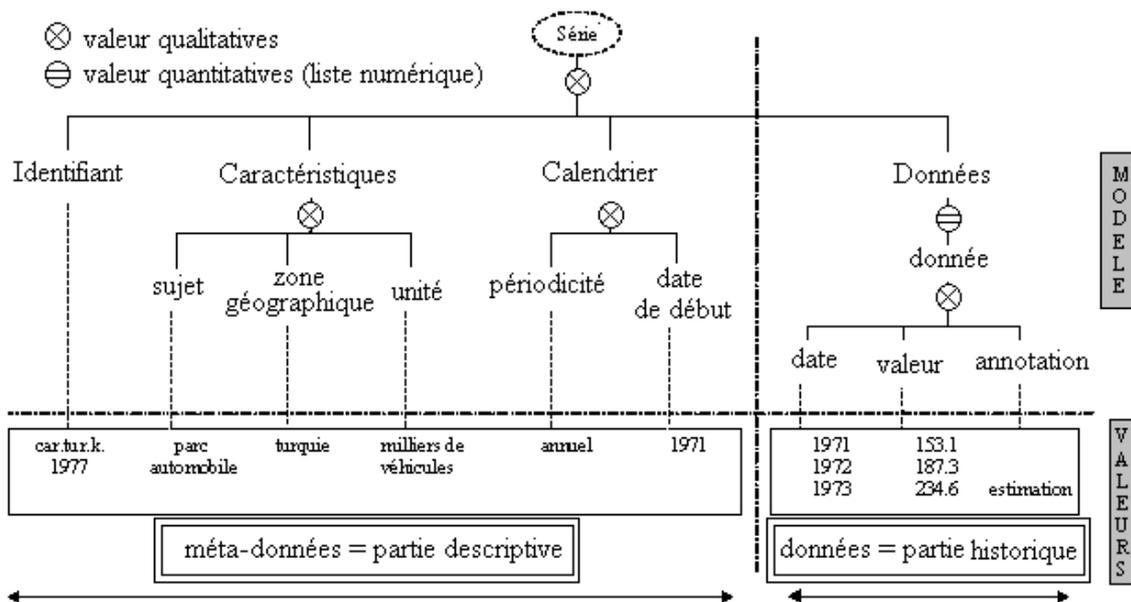


Figure I. 1 : Modèle de données général d'une série chronologique.

Source² : Marie Claude QUIDOZ, 1997, p : 9.

Cette Figure I. 1 précise que toute série est composée :

- **L'identifiant** est un code qui permet de nommer une série et de la distinguer sans ambiguïté d'une autre série. Ce code doit être un code **parlant** dans le monde économique et cela pour faciliter la manipulation des séries principalement lors des calculs. Cette contrainte

¹ Michel VATÉ « STATISTIQUE CHRONOLOGIQUE ET PREVISION » ; éditions : ECONOMICA ; septembre 1993 ; p : 15.

² www.cname-m-c-quidoz.pdf

rejette une codification numérique. Nous devons nous orienter vers un code qui est une composition des caractéristiques significatives de notre série.

- La partie **descriptive** est constituée d'un ensemble d'attributs (sujet, zone, unité, etc.) permettant de décrire le contexte de la série. Ces attributs doivent nous permettre d'obtenir des informations plus précises autorisant une interprétation non ambiguë des données. Tous ses attributs sont, en général, obligatoires.
- La partie **donnée** est composée d'une liste ordonnée (ordre temporel) d'éléments (date, valeur, annotation). Les attributs **date** et **valeur** sont obligatoires, l'attribut **annotation** est facultatif. La date est un attribut calculé en fonction de la **date de début** et de la **périodicité**, attributs figurant dans la partie descriptive de la série. L'attribut **valeur** représente la valeur prise par un phénomène à une date donnée. La valeur est à prendre au sens large, pouvant être un nombre ou un texte indiquant la raison de l'absence de la valeur. Une valeur peut être absente pour différentes raisons : elle peut correspondre à une valeur non enregistrée, perdue ou secrète d'un phénomène existant ; nous la notons « **na** » pour non accessible.
- Le **calendrier** est l'élément fondamental ; c'est grâce à lui que le temps s'exprime dans une série chronologique. Les unités d'observation du temps prises en compte sont alternativement l'année, le trimestre, le mois et plus rarement le jour. Cette unité de temps est considérée comme régulière à notre niveau d'abstraction. Par exemple, nous considérons que le mois de Janvier et de Février ont le même nombre de jours. Cette unité de temps est appelée périodicité dans le monde économique. A cette périodicité, nous devons ajouter une date de début d'observation, qui est exprimée dans la même unité temporelle. Notre calendrier peut être défini de la façon suivante :

Calendrier = date de début d'observation + périodicité

1. 1. 3. Caractéristiques et propriétés statistiques d'une série chronologique :

L'emploi de méthodes d'inférence statistique conduit à interpréter chaque observation x_t comme réalisation d'une variable aléatoire X_t ; et la chronique $\{x_1, \dots, x_n\}$ comme réalisation d'un processus aléatoire $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_T\}$.

Il est donc bien utile de disposer de quelques indices numériques qui **résumant** une série :

1. 1. 3. 1. Indices de tendance centrale :

Dans ce travail, c'est la moyenne qui sera systématiquement utilisée.

$$\bar{x}_n = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n}$$

1. 1. 3. 2. Indices de dispersion :

Les plus courants sont la variance empirique :

$$Var(x) = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2}{n}$$

où l'écart type empirique qui est la racine carrée de la variance empirique : $\sigma = \sqrt{Var(x)}$ indiquant la dispersion des observations autour de leur indice de tendance centrale, ils ont une très grande utilité dans l'étude des chroniques.

1. 1. 3. 3. Indices de dépendance :

On se limite dans ce point par l'étude de l'Auto-covariances et l'Auto-corrélations.

1. 1. 3. 3. 1. Auto-covariances :

Ces indices $\gamma(1), \gamma(2), \dots$ donnent une idée de la dépendance entre les données :

$\gamma(1) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+1} - \bar{x}_n)}{n}$	\Leftrightarrow la dépendance entre deux données successives,
$\gamma(2) = \frac{\sum_{j=1}^{n-2} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+2} - \bar{x}_n)}{n}$	\Leftrightarrow la dépendance entre deux données écartées de deux unités de temps,
$\gamma(k) = \frac{\sum_{j=1}^{n-k} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+k} - \bar{x}_n)}{n}$	\Leftrightarrow la dépendance entre deux données écartées de k unités de temps
\vdots	\vdots

D'après ce principe, on peut facilement remarquer que : $\gamma(0) = Var(x)$.

1. 1. 3. 3. 2. Fonction Auto-corrélations :

Ce sont les quotients des covariances par la variance :

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\text{Var}(x)} \Rightarrow \rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

Évidemment $\rho(0) = 1$, si bien qu'en passant des auto-covariances aux auto-corrélations on perd une information : la dispersion de la série autour de sa moyenne. Il faut garder ce fait en mémoire. Ceci dit, ce sont ces auto-corrélations qui caractérisent les dépendances. Pour le voir, il faut remarquer par exemple que :

$$\rho(1) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+1} - \bar{x}_n)}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2}$$

est presque le coefficient de corrélation entre la série $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ et la série décalée d'une unité de temps (x_2, x_3, \dots, x_n) . Si on veut constituer une bonne illustration de la valeur de $\rho(1)$. On peut résumer notre explication aux deux cas suivants :

Si cette auto-corrélation est proche de ± 1 le nuage est allongé selon une droite, et la pente de cette droite a le signe de $\rho(1)$.

Si cette auto-corrélation est plus proche de zéro le nuage est d'autant plus "arrondi".

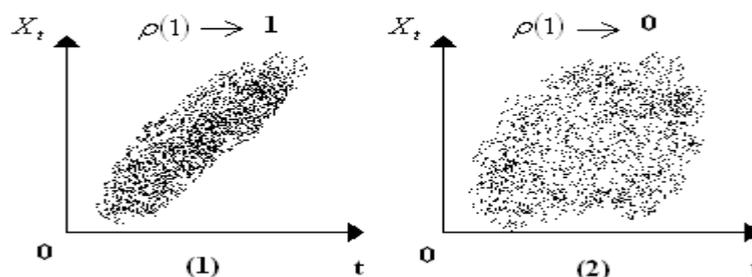


Figure I. 2 : Représentation graphique de la valeur de l'auto-corrélation.

Source : soi même.

1. 1. 3. 3. 3. Fonction d'Autocorrélation Partielle :

L'autocorrélation partielle au décalage "k" (PACF(k)) est définie comme étant la corrélation entre deux éléments :

- Le résidu de la régression de la série X_{t+k} par les séries $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$
- Le résidu de la régression de la série X_t par les séries $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$

En d'autres termes :

$$X_{t+k} = \alpha_1 X_{t+1} + \alpha_2 X_{t+2} + \dots + \alpha_{k-1} X_{t+k-1} + U$$

$$X_t = \beta_1 X_{t+1} + \beta_2 X_{t+2} + \dots + \beta_{k-1} X_{t+k-1} + V$$

et

$$PACF(k) = Corr(U, V) \quad (5)$$

Il faut comprendre que l'autocorrélation partielle est la corrélation entre X_t et X_{t+k} , une fois ceux-ci expliqués par les valeurs entre eux deux, $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$.

1. 1. 4. Classification des séries chronologiques d'un point de vue statistique :

Il existe quatre (04) types de classification, chacune selon un point de vue différent :

1. 1. 4. 1. Première classification :

Il existe deux (02) sortes de séries chronologiques :

Séries continues : dans certains domaines (comme en physique). La variable X_t peut être observée de façon continue, ou l'indicateur t peut prendre toutes les valeurs dans un intervalle de nombres réels. Dans un tel cas on parle de série chronologique continue.

Séries discrètes : une série est discrète lorsque l'ensemble des valeurs possibles de t est un ensemble discret, ou t peut être considéré comme un sous-ensemble des nombres entiers. Il existe deux types de séries chronologiques discrètes, suivant le type d'observation correspondant aux :

- Niveaux : séries chronologiques enregistrées instantanément ;
- Flux : séries chronologiques sur un intervalle de temps.

Séries chronologiques enregistrées instantanément : Ce sont des séries discrètes dont on peut admettre qu'elles sont les valeurs, mesurées à certains instants, de séries continues dans le temps. La température de midi en un endroit précis est bon exemple de série de ce

type. Dans chacune de ces cas, on peut imaginer que la variable est continue dans le temps, et que la série en question représente les valeurs de la variable aux dates d'observation.

Séries chronologiques sur un intervalle de temps : Comprend les séries qui représentent le total cumulé d'une variable depuis l'observation précédente. Un bon exemple de série de cette classe est la mesure de la consommation d'énergie électrique en un endroit donné. On rencontre de telles séries en économie lorsqu'on parle de « flux ».

Remarque³ : Les méthodes d'analyse des série de ces deux classes sont les mêmes pour l'essentiel, mais il peut arriver que certains problèmes demandent de les traiter différemment. C'est par exemple le cas des conséquences de l'inégalité du nombre de jours ouvrables dans un mois : pour une série cumulée il peut y avoir certaines perturbations.

1. 1. 4. 2. Deuxième classification :

C'est une classification un peut plus fine des séries chronologiques économiques, cette classification distingue : Séries issues de micro-variables ; Séries issues de marco-variables.

Parlant d'une entreprise d'un secteur concurrentiel, les variables qu'elle peut contrôler, le niveau de production par exemple, n'affecte pas de manière significative d'autres variables mesurées sur une plus large échelle, comme l'indice des prix, ou le revenu national. Les variables qui sont sans effet sur telles grandeurs économiques seront dites « micro-variables », quand on dira des autres qu'elles sont des « marco-variables ». Pour l'analyse d'une série unique, cette classification n'a pas grand intérêt, mais dès qu'on s'oriente vers la recherche des liens de causalité, cette classification prend de l'importance.

1. 1. 4. 3. Troisième classification :

C'est une classification selon le type de grandeurs⁴ :

- **Des flux :** (ventes, chiffre d'affaire, trafic, production, revenus, naissances, décès, créations d'entreprise, investissements, flux migratoires, diplômes délivrés, ...)
- **Des stocks :** (population, parc automobile, effectifs salariés, chômage, clientèle, réserves de change, capacité hospitalière, population scolaire, patrimoine...)

³ C.W.J. GRANGER, "analyse spectrale des séries temporelles en économie", Ed DUNOD, Paris 1969, p 10.

⁴ Michel VATÉ, "STATISTIQUE CHRONOLOGIQUE ET PREVISION", Ed ECONOMICA, Paris 1993, p 15.

• **Des intensités** : (prix, ratios, cours boursiers, résultats de sondage, taux de change, part de marché, marge bénéficiaire, fécondité, taux de réussite à un examen, ...).

1. 1. 4. 4. Quatrième classification :

Cette classification met en évidence le terme :

1. 1. 4. 4. 1 Notion de séries stationnaires :

La stationnarité joue un rôle central dans la théorie des processus, car elle remplace (de façon naturelle) l'hypothèse d'observation i.i.d. en statistique. Deux notions sont généralement considérées. La première notion de stationnarité peut se définir de façon forte par une stabilité en loi du processus :

$$\forall (X_1, \dots, X_n), \forall (t_1, \dots, t_n), \forall h : P[X_{t_1} < X_1, \dots, X_{t_n} < X_n] = P[X_{t_1+h} < X_1, \dots, X_{t_n+h} < X_n]$$

et on peut vérifier si un processus est strictement stationnaire si :

$$\begin{cases} E[X_t] = \mu & \forall t \in T, \\ Var[X_t] = \sigma^2 & \forall t \in T, \\ Cov[X_t, X_s] = \gamma[|t-s|] & \forall t \in T, \forall s \in T, t \neq s. \end{cases} \quad (6)$$

Cette définition toutefois peut être affaiblie : le processus est dit stationnaire au second ordre si son espérance et sa variance sont constantes et si sa covariance ne dépend que de l'intervalle de temps et non du temps:

$$\begin{cases} E[X_t] = \mu & \forall t \in T, \\ Var[X_t] = \sigma^2 & \forall t \in T, \\ Cov[X_t, X_{t+\theta}] = \gamma[\theta] & \forall t \in T, \forall \theta \in T. \end{cases} \quad \gamma[\theta]: \text{ est la fonction d'auto-covariance du processus.}$$

1. 1. 4. 4. 2 Pourquoi les séries chronologiques sont non stationnaires :

Voici quelques cas qui expliquent pourquoi les séries ne sont pas stationnaires :

- La première série à laquelle on pense est celle qui est croissante dans le temps ;
- Une série saisonnière est également non stationnaire puisque la valeur espérée dépend du temps dans la période de la saison ;

- Une série dans la dispersion varie dans le temps n'est pas stationnaire (la série des valeurs n'est pas stationnaire du fait que la dispersion grandit dans le temps).

Selon la définition de cette classification, on remarque qu'elle est importante du point de vue statistique : mais elle est beaucoup moins en économie, du fait qu'il est presque impossible de trouver des séries strictement stationnaire.

1. 2. Définition et spécification des variables appliquées à la prévision :

En raison de l'évolution rapide des moyens de collecte automatique des données et de leur traitement informatique, le problème des valeurs des variables appliquées pour des raisons de prévision a pris une importance non négligeable durant les dernières décennies.

La présence de ces problèmes peut conduire à une interprétation des résultats qui peut être erronée. Ce point met en évidence les éléments essentiels qui doivent être manier avec prudence, ainsi mettre l'accent sur la manière de traiter les chroniques de façon structurée.

1. 2. 1. Période de temps couverte par chaque valeur des données :

« Pratiquement tout phénomène économique évolue de façon continue, cette continuité n'est ni à un instant donné (tous les jours ou tous les mois). Mais pour des besoins comptables ou statistiques, il est nécessaire de définir une certaine période de temps et de rassembler la valeur de chaque variable pour cette période »⁵.

Il est donc nécessaire de considérer l'application spécifique de la prévision avant de déterminer la période que doit couvrir chaque valeur observée d'une variable. Ainsi, il est préférable qu'on s'assure des points suivants :

1. 2. 1. 1. Régularité des observations :

Elle est parfaite dans le cas de certains relevés météorologiques mais c'est déjà moins vrai pour beaucoup de variables économiques ou financières puisque les mois ne comportent pas le même nombre de jours, en particulier de jours ouvrables. Une correction par simple proportionnalité peut être envisagée mais elle change la signification concrète des valeurs manipulées.

⁵ Steven C. WHEELWRIGHT, Spyros MAKRIDAKIS, "choix et valeur des méthodes de prévision", Editions d'Organisation, Paris 1974, p : 165.

En effet de légères entorses à la règle sont prises en compte dans la composante résiduelle ou dans la composante périodique lorsqu'elles sont systématiques (février, jours fériés,...). Par contre une période de grève nécessite plus de précautions.

1. 2. 1. 2. Stabilité des structures conditionnant le phénomène étudié :

La plupart des chroniques étudiées concernent des grandeurs économiques et les techniques d'analyse cherchent à déterminer l'évolution lente du phénomène ainsi que ses variations saisonnières (pour une meilleure compréhension ou à des fins de prévision).

Cela suppose une certaine stabilité qui, lorsqu'elle n'est pas vérifiée, peut être obtenue en décomposant la chronique observée en plusieurs chroniques successives (empiriquement à l'aide d'une représentation graphique où à partir de la connaissance des modifications de l'environnement économique).

1. 2. 1. 3. Permanence de la définition de la grandeur étudiée :

Cette condition, qui paraît évidente, n'est parfois pas respectée. C'est en particulier le cas de certains indices économiques (changement du mode de calcul de l'indice).

1. 2. 1. 4. Aspect périodique d'une partie de la grandeur observée :

Cet aspect est indispensable dans l'usage des techniques cherchant à déterminer des variations saisonnières. Elle suppose comparable deux observations relatives au même mois de deux années différentes. Elle n'exclut pas l'existence d'une évolution lente. Elle indique qu'une part du phénomène (la composante saisonnière) se répète de façon plus ou moins identique d'une année à l'autre. Dans ce cas il est souvent commode d'indexer la chronique à l'aide de deux indices : X_{ij} représente l'observation du $j^{\text{ème}}$ mois de la $i^{\text{ème}}$ année, et les données sont listées dans une table à double entrée.

1. 2. 2. Représentations graphiques :

La première chose à faire consiste à représenter graphiquement les données afin de repérer sans prétraitement numérique les éventuels tendances et/ou facteurs saisonniers présents dans la série.

1. 2. 2. 1. Représentation de la chronique :

Graphiquement les observations sont une façon d'entreprendre une analyse plus technique de la chronique, Cette représentation permet d'apprécier l'évolution lente du phénomène (tendance), de dégager les périodes de stabilité. Elle suggère parfois d'opérer une transformation de la grandeur.

L'analyse d'une série chronologique ne doit pas se faire au vu de ses seules valeurs numériques mais doit prendre en compte le contexte des observations. Cette représentation graphique est également utile pour le choix d'un modèle. L'aspect graphique est un indicateur sommaire permettant d'opérer un premier tri. Voici un exemple historique connu :

Les taches solaires : Il s'agit du nombre annuel de taches observées à la surface du soleil pour les années 1700-1980 (à 1 donnée/ an, soit donc 281 points reliés).

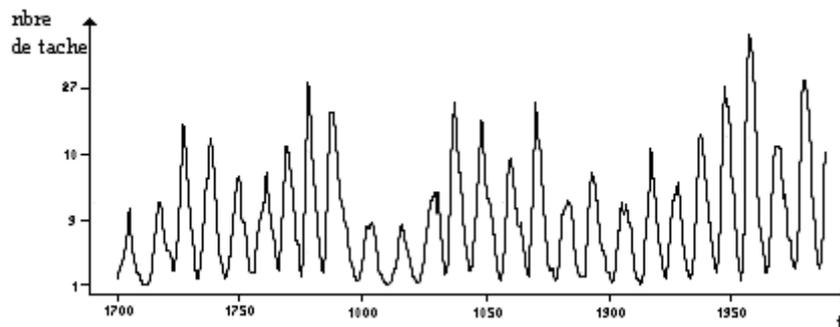


Figure I. 3 : Taches Solaires.

Source⁶ : A. PHILIPPE, 1999-2004, p : 11.

C'est une des séries temporelles les plus célèbres. On y distingue la superposition de deux phénomènes périodiques (une période d'à peu près 11 ans et une autre d'à peu près 60 ans, cette dernière étant moins crédible que la première vu la longueur de la série).

1. 2. 2. 2. Représentation du mouvement saisonnier :

La représentation de la chronique peut faire apparaître, en plus de la tendance, un aspect périodique plus ou moins marqué de période connue, 12 pour une chronique mensuelle, 4 pour une chronique trimestrielle,...

⁶ www.U.F.R.univ-lille1.fr/SITE/0_cours_series_temporelle/m.-ci.VIANO.pdf

1. 2. 3. Degré de détail recherché :

Deux aspects de degré sont pris en compte : le premier est la période couverte par chaque valeur de la variable nécessaire à une application spécifique, et le deuxième est le degré de synthèse mis en jeu par une variable. Par exemple : la situation de prévoir les unités de ventes de l'ensemble de la société, et dans une autre situation, on prévoit les ventes par groupe de produits dans chaque région géographique.

« En prenant le temps, pendant la phase de définition de la prévision, de déterminer le degré de détail dont on a besoin, on évitera les dépenses substantielles qu'il faudrait engager plus tard si le manager décidait que les prévisions initiales sont trop synthétiques et qu'il faut revenir en arrière pour collecter des données à un niveau plus détaillé »⁷.

1. 3. Problème de précision des données :

Avant l'utilisation d'une des méthodes de régression, on doit éliminer toutes valeurs qui peut faussée notre étude, c'est-à-dire éliminer les valeurs aberrantes « v.a » (certaines observations peuvent ne pas paraître compatible avec le reste des données). Savoir si ces observation sont vraiment aberrante et n'ont pas été engendrées par le même phénomène que les autres observations, est essentiel pour la fiabilité de notre analyse.

Ces valeurs peuvent apparaître pour plusieurs raisons :

- Elles peuvent être dues à des erreurs de mesure, de saisie ou de calcul. on peut dans un tel cas espérer les corriger en examinant la façon, dont les données ont été recueillies et traitées ;
- Elles peuvent refléter des phénomènes accidentels (une grève par exemple). les dates retrouvées, de tels évènements peuvent facilement être repérés et seront détourné facilement par leurs éliminations de la série.

À partir de ces définitions, on se rend compte qu'il est nécessaire de définir également le terme valeurs extrêmes qui a tendance semer la confusion et qui est défini par Everitt 2002 : « comme les valeurs les plus grandes et les plus petites parmi un ensemble d'observations »⁸.

⁷ Steven C.WHEELWRIGHT, Spyros MAKRIDAKIS, "choix et valeur des méthodes de prévision", Editions d'Organisation, Paris 1974, p : 165.

⁸ V. PLANCHON, Email : planchon@cra.wallonie.be Reçu : 27 avril 2004, accepté : 7 janvier 2005, p : 12.

Barnett et Lewis ont distingué, dans le cas univarié, les notions de « v.a », d'observations extrêmes et de contaminants à l'aide de la figure suivante :

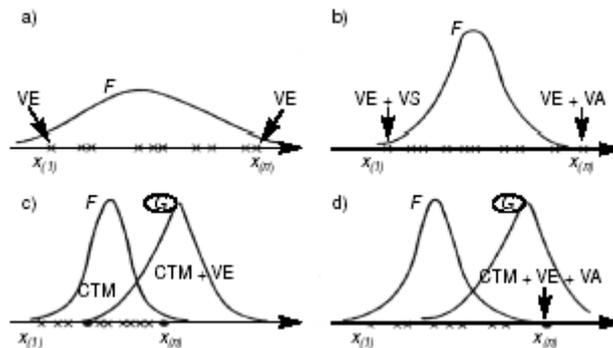


Figure I.4 : Définition des termes : valeurs extrêmes, valeurs aberrantes et contaminants (figure adaptée à partir de Barnett et Lewis, 1994).

Source : V. BARNET, T. LEWIS 1994⁹.

Soit $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, un échantillon aléatoire univarié, provenant d'une distribution de Fisher, et soit $x(1), x(2), \dots, x(n)$ les données ordonnées dans l'ordre croissant.

La figure (a), ni la valeur $x(1)$, ni $x(n)$ ne semblent correspondre à une « v.a ».

La figure (b), $x(n)$ est une « v.a » supérieure ou située au niveau de la queue droite de la distribution. La valeur $x(1)$ peut être considérée comme suspecte pour la queue gauche de la distribution.

En effet, on voit que les valeurs extrêmes peuvent être ou ne pas être des valeurs aberrantes, mais toute valeur aberrante est par contre toujours une valeur extrême.

Si toutes les observations ne proviennent pas de la distribution F mais que l'une ou l'autre est issu de la distribution G (la distribution de Gauss), de moyenne plus élevée que F, les observations de G sont considérées comme des contaminants. De tels contaminants peuvent apparaître comme étant extrêmes mais ce n'est pas forcément le cas.

La figure (c) montre deux contaminants indiqués par un rond noir ; celui situé à droite est l'extrême supérieur tandis que celui de gauche se trouve au milieu de l'échantillon. Néanmoins, bien que $x(n)$ soit extrême et contaminant, n'est pas une « v.a ».

⁹ V. PLANCHON, Email : planchon@cra.wallonie.be Reçu : 27 avril 2004, accepté : 7 janvier 2005, p : 20.

Enfin, la figure (d), la valeur extrême $x(n)$, correspond à un contaminant qui est également une « v.a ». Une « v.a » peut donc être la manifestation de la présence d'un contaminant. Ces diverses situations indiquent la complexité de l'étude de valeurs anormales et la difficulté de définir le type d'observation rencontré de manière précise.

Les objectifs de l'étude des « v.a » dépendent en effet de l'origine et de la nature de celles-ci, comme le montre la figure I. 5. Cette figure permet de visualiser clairement le schéma général de traitement des « v.a » et des objectifs poursuivis :

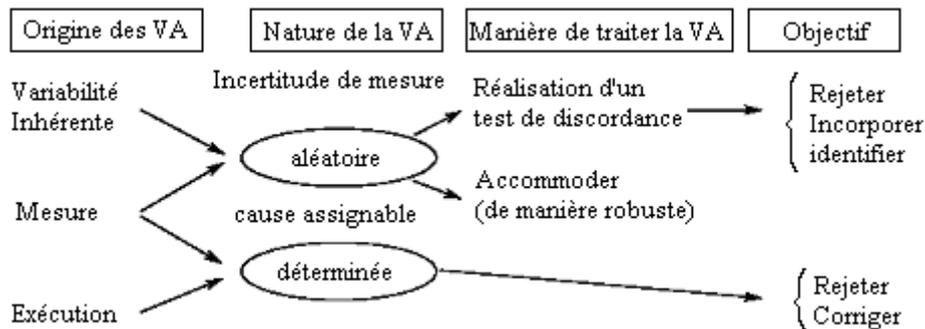


Figure I. 5 : Schéma général de traitement des valeurs aberrantes et objectives poursuivis lors de l'examen des valeurs aberrantes.

Source: V. BARNET, T. LEWIS, 1994¹⁰.

Pour les « v.a » de nature aléatoire, la réalisation d'un test de discordance (traité dans le chapitre suivant) doit être perçue uniquement comme la première étape de l'étude de « v.a ». En effet, en fonction des facteurs étudiés et de l'intérêt pratique de l'étude, il peut être décidé, suite à la réalisation du test, de rejeter les valeurs discordantes et de procéder à l'analyse à partir de l'échantillon modifié. D'autres possibilités peuvent cependant être intéressantes, comme le choix d'un autre modèle que celui choisi initialement.

On peut également concentrer son attention sur les « v.a » et identifier des facteurs non pris en compte initialement et qui ont une grande importance pratique. Les « v.a » peuvent permettre d'identifier des caractéristiques importantes du point de vue pratique plutôt que de refléter une possible inadéquation du modèle.

Il faut reconnaître que le rejet inconsidéré des « v.a » a des conséquences statistiques non négligeables pour l'analyse ultérieure de l'échantillon qui n'est plus aléatoire mais qui devient un échantillon censuré. Le remplacement des données rejetées par des équivalents statistiques

¹⁰ V. PLANCHON, Email : planchon@cra.wallonie.be Reçu : 27 avril 2004, accepté : 7 janvier 2005, p : 24.

implique des conséquences similaires. Les pratiques par lesquelles on remplace les extrêmes les plus faibles et les plus grands par leurs plus proches voisins ou la réalisation vont également avoir des implications sur les distributions.

Quant aux « v.a » dont la nature est déterminée, c'est-à-dire les erreurs de mesure ou d'exécution, elles peuvent être rejetées ou faire l'objet de corrections dans la mesure où celles-ci sont encore réalisables.

1. 4. Utilisation en prévision d'une base de données :

De nombreuses définitions existent pour décrire un système d'information, nous en citerons simplement deux¹¹ :

La définition de R. Planche 1988 : « un système d'information est un ensemble structuré de composants fonctionnant ensemble et qui a pour objectif de rassembler, de traiter, de manipuler et de fournir les informations nécessaires à certaines activités ».

La définition de J. Menissier 1997 précise que « le système d'information d'une organisation est un modèle de l'organisation qui montre ce qu'elle est, ce qu'elle fait et les rapports qu'elle entretient avec le monde extérieur ».

Le but de notre système d'information est de mettre à la disposition des utilisateurs des séries chronologiques harmonisées, validées et définies sur une longue période. La réalisation de ce système d'information s'appuie sur une base de données, cette base de données est toute forme numérique quand peut trouver d'une série chronologique, c'est pour cela que cette étapes de collecte de données ne peut être négligé dans notre étude.

1. 4. 1. Définitions d'une Base de données:

« Une base de données est un ensemble structuré de données enregistrées sur des supports accessibles par l'ordinateur pour satisfaire simultanément plusieurs utilisateurs de façon sélective et en un temps opportun »¹². On peut compléter cette définition, en précisant qu'une base de données est un ensemble d'informations sur un sujet déterminé qui est exhaustif, non redondant et structuré, une base de données est donc conçue pour enregistrer des faits et des

¹¹ www.deptinfo.cnam.fr/formadoc/Doctorants/Ladiray.pdf.

¹² Delobel C. et Adiba M., Bases de données et systèmes relationnels. Dunod 1982.
www.deptinfo.cnam.fr/formadoc/Doctorants/Ladiray.pdf.

événements et les restituer à la demande, tels qu'ils ont été enregistrés ou en les mettant en rapport pour en tirer des conclusions.

1. 4. 1. 1. Base de données statistiques :

«À l'origine, les statistiques sont l'ensemble des renseignements numériques découlant des recensements de population, des données de registres d'état-civil et d'enquêtes appropriées. Ce qui veut dire que le terme "**statistiques**" concerne les données chiffrées, quantitatives, rassemblées par des organismes spécialisés »¹³.

Par conséquent, une base de données statistique est une base de données spécialisée dans la collecte de données numériques. Au vu de cette définition, on pourra employer indifféremment le nom "**base de données statistique**" ou "**base de données numérique**".

Dans les faits, une base de données statistiques ne contient pas uniquement des données chiffrées, certains caractères observés peuvent avoir des valeurs qualitatives (par exemple, le sexe, la profession, etc.). Cette distinction est très rarement faite. Par abus de langage, nous utilisons plus couramment le mot "base de données statistiques" que "bases de données numériques".

1. 4. 1. 2. Base de données en économie :

On appelle "base de données en économie" une base de données numérique spécialisée dans le domaine de l'économie. Elle contient par exemple des renseignements numériques sur les prix, les productions industrielles, les consommations des ménages...

1. 4. 1. 3. Entités d'une base de données en économie :

Les statistiques peuvent être rassemblées selon deux axes d'après A. Sauvy¹⁴ : un axe transversal et un axe longitudinal. Les statistiques transversales saisissent, à un instant donné, une population selon un ou plusieurs caractères -correspond plutôt à des mesures statiques (recensement)- et les statistiques longitudinales suivent, dans le temps, une population (au sens statistique). C'est-à-dire à des mesures dynamiques (état civil).

¹³ Lecaillon J., Labrousse C., Statistique descriptive. Cujas, 2^{ième} édition, 1975.
www.deptinfo.cnam.fr/formadoc/Doctorants/Ladiray.pdf.

¹⁴ Sauvy A., La population. Que sais-je ? PUF, 1979. www.deptinfo.cnam.fr/formadoc/Doctorants/Ladiray.pdf

A la lecture de ces deux approches, on peut se poser la question sur la meilleure façon de stocker les entités d'une base de données statistiques en économie. Les stocker sous forme de tableaux, qui illustrent mieux l'axe transversal ou bien sous forme de vecteurs temporels, qui illustrent mieux l'axe longitudinal ? Ainsi la question dérivée est suivante : est-ce un problème de stockage ou est-ce seulement un problème de représentation de l'information stockée ?

Il n'existe pas de véritable réponse à cette question ; le choix est très subjectif. Il peut dépendre des travaux qu'on souhaite faire avec ces données, des habitudes des utilisateurs et des moyens informatiques disponibles. Si le but est d'analyser de façon statique les données et de faire de l'analyse de données ou de la statistique descriptive, il semble plus raisonnable de stocker les données sous forme transversale (tableau). Si le but est d'analyser la situation passée et présente dans le but d'élaborer des prévisions, il semble plus raisonnable de stocker les données sous forme longitudinale (vecteur temporel).

1. 4. 2. Construction d'une base de données économique :

Vu la diversité des formes dans la quelle on peut trouver une base de données, cela bien sur selon la diversité des sources de cette base de données. Il est bien utile de détailler la méthode de construction de telle source d'information en économie.

Un grand nombre de services économiques dans plusieurs pays ont donc décidé de construire des bases de données spécifiques à leur domaine. Par exemple, en France l'IEPE (Institut d'Economie et de Politique de l'Energie) s'est investi dans la construction de bases de données de séries chronologiques spécifiques à l'énergie selon une démarche propre.

1. 4. 2. 1. Démarche :

La première activité consiste à définir le contenu de la base de données, en termes de thèmes et de zones géographiques à couvrir. Ce contenu ne doit pas être défini dans l'absolu, mais en tenant compte de la cible visée. Cette cible est à définir en fonction des bases de données existantes sur le marché et des besoins des consommateurs potentiels. Rapidement, ce contenu doit être affiné en détaillant les données qui sont disponibles telles quelles et les données qui doivent être élaborées. La collecte ne peut commencer qu'à partir du moment où la définition de ce contenu est suffisamment avancée.

Ce contenu n'est pas forcément figé. Il peut être redéfini en permanence selon les projets en cours. Cette façon de voir les choses a des avantages, mais malheureusement présente aussi beaucoup d'inconvénients. Parmi les avantages, citons la centralisation de toutes les données utilisées. Parmi les inconvénients, citons la difficulté à suivre ces données une fois que le projet cesse (pour un problème de disponibilité de personnes, pour un problème de coût d'achat des nouvelles publications, etc.).

1. 4. 2. 2. Collecte des données : séries chronologiques brutes :

La collecte des données peut commencer dès que le contenu de la base de données est défini, cette collecte se fait auprès de producteurs de données. Ils se différencient les uns des autres par les thèmes et les zones géographiques couverts (c'est-à-dire par la quantité d'informations disponibles en même temps), mais aussi par le nombre d'années publiées, par la régularité de leur publication, par la fréquence des mises à jour et par la fiabilité de leurs données. A côté de ces producteurs "officiels", des données peuvent être collectées suite à la lecture d'ouvrages, d'articles ou de thèses. Ces données, sont souvent uniques en leurs genres.

Ces données se trouvent sous forme d'annuaires statistiques (support papier), soit sous forme de fichiers informatiques (support magnétique), soit directement à partir d'Internet. Selon le support, les données sont saisies à la main ou chargées à l'aide de programmes écrits spécifiquement pour s'adapter aux formats d'origine des sources des données.

Afin de fixer les termes, on nome "**série chronologique brute**", la série qui est la retranscription fidèle, mais organisée des informations diffusées par les producteurs de données. Cette série ne satisfait pas obligatoirement à la définition donnée d'une série chronologique :

- des valeurs absentes peuvent subsister. Selon les domaines d'activités,
- une même série brute peut être collectée auprès de différents producteurs ce qui implique un problème de choix de la meilleure source.
- une donnée économique n'est pas une donnée mesurée, mais une donnée élaborée par un producteur à partir de données élémentaires fournies par des organismes officiels (douanes, entreprises, etc.). Ce qui met en évidence une confusion de quelle série plus représentatif du phénomène.

1. 4. 2. 3. Séries chronologiques élaborées : Séries chronologiques unifiées et séries chronologiques dérivées :

Les séries chronologiques brutes reflètent très rarement, ce qu'un utilisateur souhaite trouver dans une base de données. Par conséquent, un travail de transformation de séries est nécessaire. Dans la grande majorité des cas, il s'agit de simples opérations mathématiques (par exemple, changement d'unité, etc.), mais dans certains cas, il s'agit d'opérations plus complexes (par exemple, fusionner des séries brutes, interpoler des valeurs manquantes, etc.).

En général, les producteurs diffusent seulement quelques années, qui ne sont pas forcément contiguës. Cette diffusion des données ne satisfait pas l'utilisateur qui veut pouvoir disposer de données harmonisées, validées et définies sur une longue période. Un travail de construction de ces données attendues s'avère indispensable. Donc en économie, on peut distinguer deux appellations pour ces données attendues, correspondant en réalité à deux étapes très différentes :

La première étape : consiste à construire une série chronologique "unifiée" à partir de toutes les séries chronologiques brutes collectées.

La deuxième étape : consiste à calculer des séries chronologiques dérivées.

Une fois le classement des séries brutes réalisé¹⁵, la procédure d'unification peut débuter. Elle consiste en une union des séries triées. La procédure commence à sélectionner les séries chronologiques brutes appartenant à la source jugée prioritaire. Elle examine ensuite les séries chronologiques brutes appartenant aux autres sources disponibles si des valeurs absentes subsistent.

La procédure se poursuit par une phase d'interpolation des valeurs manquantes, si l'expert souhaite les remplacer. Dans le cas contraire, l'annotation de valeur manquante **na** (non accessible) est inscrite.

1. 4. 3. Différents acteurs :

Nous avons besoin de définir trois groupes d'acteurs :

¹⁵ Le classement des séries brutes se fait selon la méthode suivante : en critère principal, on tri les producteurs par ordre de fiabilité décroissante, en critère secondaire, on tri les publications par ordre décroissant des dates de parution.

1. 4. 3. 1. Groupe "Administrateur" :

C'est le groupe qui a la charge de la gestion de la base de données en collaboration avec les experts. Il est le seul à posséder les droits d'écriture sur la totalité de la base de données (données et procédures associées).

1. 4. 3. 2. Groupe "Expert" :

C'est le groupe qui a la charge de la vérification des données contenues dans la base de données. L'expert appartient au domaine d'application retenu. Il a accès en lecture à la totalité de la base de données (données et procédures associées). Une fois son travail réalisé, il doit avertir l'administrateur pour que ce dernier enregistre la série validée.

1. 4. 3. 3. Groupe "Utilisateur" :

C'est pour lui que la base de données existe. Nous avons besoin de distinguer deux catégories d'utilisateurs :

Utilisateur Interne : est un utilisateur appartenant à l'environnement qui a mis en place cette base de données et qui désire consulter ces données. Il est considéré comme un utilisateur intensif et expérimenté, ayant une parfaite connaissance de la nature de ces données. Il doit posséder le droit d'accès en lecture à la totalité de la base de données (données et procédures).

Utilisateur Externe: il s'agit d'un utilisateur extérieur à l'environnement qui a mis en place cette base de données et qui désire consulter ces données pour son intérêt principal ou l'intérêt de l'organisme d'appartenance. Il est considéré comme un utilisateur occasionnel, ne possédant pas toujours une grande connaissance de tous les éléments qui peuvent intervenir dans ce domaine d'étude. Il ne possède que le droit d'accès en lecture à la partie de la base de données pour laquelle il a souscrit, selon le contrat qu'il a souscrit.

1. 4. 3. 4. Synthèse des fonctions :

Les différentes fonctions présentées sont synthétisées dans la figure I. 6, qui illustre le rôle de chaque groupe d'acteurs dans une base de données :

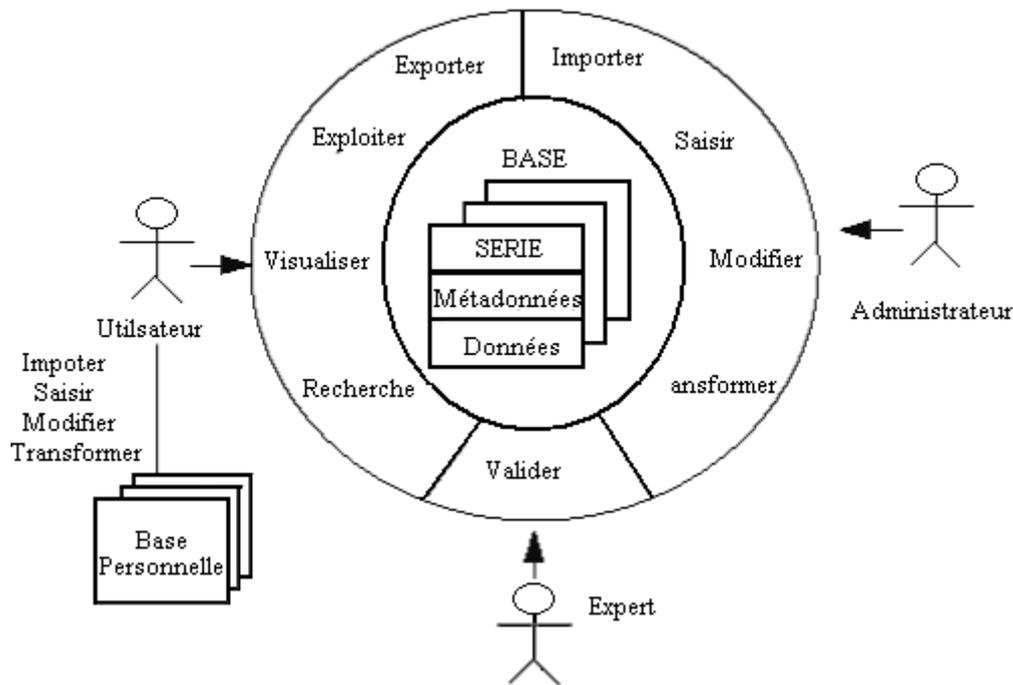


Figure I. 6 : Acteurs, fonctions et base de données.

Source : Marie Claude QUIDOZ, 1997¹⁶.

Un acteur peut jouer plusieurs rôles. Un administrateur est aussi un expert et un utilisateur. Un expert est aussi un utilisateur.

L'administrateur a accès à toutes les fonctions définies. L'expert et l'utilisateur ont accès à toutes les fonctions d'utilisation. Ils peuvent aussi consulter les procédures d'unification et de dérivation et constituer des bases de données personnelles. L'utilisateur externe a seulement accès aux fonctions et aux séries pour lesquelles il a souscrit un contrat.

1. 4. 4. Mise à jour et audit interne :

Après une identification du genre de données sur lesquelles on veut fonder notre étude et lorsque la collecte initiale des données est terminée, il reste à développer et mettre en œuvre une procédure réglant la collecte de nouvelles données au fur et à mesure de leur naissance, et leurs addition à la série existante d'observation historiques. Une telle procédure devrait également tenir compte de la nécessité de révision de la série, annoncée par des variations éventuelles des relations sous-jacentes ou de certains autres facteurs.

¹⁶ Marie Claude QUIDOZ, « MODELES ET SYSTEMES DE BASES DE DONNEES TEMPORELLES ET ACTIVES EN ECONOMIE », 1997, p : 31.

Probablement tout aussi important que la procédure permettant la collecte des données, il faut développer un système de contrôle des erreurs, permettant de vérifier l'exactitude des données au fur et à mesure de leur collecte.

Conclusion :

Les besoins en termes de bases de données sont très importants dans le domaine de l'économie. De nombreux organismes diffusent des données. Mais ces données sont très rarement utilisables directement (périodes trop courtes, révisions sur trois ans, unités différentes, hétérogénéités des supports, etc.).

La qualité des données est une notion qui est présente depuis longtemps dans l'industrie et qui semble essentielle dans toute expérimentation scientifique. Ainsi l'expérimentateur peut juger du degré d'exploitabilité de ses échantillons de données et par delà du degré de validité des résultats d'exploitation.

Ce sont les raisons pour lesquelles de nombreux instituts ont investi dans la construction de bases de données spécialisées pour permettre une analyse plus significative de ces séries chronologiques.

Section 2 : Analyse classique des séries chronologiques :

Introduction :

Une série temporelle ou encore une chronique est une succession d'observation au cours du temps, représentant un phénomène économiques (prix, ventes, ...) ; par l'hypothèse, le pas du temps est considéré constant : l'heure, le jour, le mois, le trimestre, l'année. On suppose également que la chronique ne contient ni observations manquantes, ni valeurs aberrantes ou accidentelles sur toute la période d'observation. La valeur courante en t de la chronique est notée X_t , ou t le temps est compris entre 1 et n , avec n le nombre total d'observations de la chronique. On appelle h le nombre de points ou de valeurs à prévoir de la chronique : la prévision de la série de $n+1$ à $n+h$ connaissant l'historique de X_1 à X_n .

Les techniques traditionnelles de traitement des chroniques procèdent par décomposition puis recombinaison de la chronique pour effectuer la prévision. Cette approche suppose que la structure de la chronique peut être décomposée en éléments simples (modélisable, et donc plus facilement prévisibles, pour ensuite être reconstituée pour donner la prévision de la chronique.

2. 1. Analyse des séries chronologiques :

Ces un problème analogue à celui de l'estimation des propriétés d'une population à partir d'un échantillon tiré de cette population, puisque le principe est d'estimer et reconstituer, à partir d'un échantillon donné (la série d'observation) des propriétés du processus générateur inconnu.

Pour mieux illustrer le principe de l'analyse des séries chronologique, on est obligé de préciser son évolution historique, qui explique précisément les éléments les plus importants dans l'analyse ; après avoir définis cette notion et précisés ces objectifs.

2. 1. 1. Définition de l'analyse des séries chronologiques :

« C'est une présentation d'un état de l'art des différentes techniques utilisées pour l'analyse exploratoire de séries chronologiques, ceci dans le cadre d'un regroupement de donnée. En effet, l'analyse des séries est un domaine disposant d'une longue histoire qu'ils

convoient de prendre en compte afin de déterminer le rythme des techniques d'analyse, voir aussi de nouvelles modes de représentation »¹⁷.

Ces dernières décennies, l'augmentation des capacités de calcul a ouvert de nouveaux horizons, il ne s'agit plus seulement de présenter les données, mais de découvrir des structures internes. L'analyse exploratoire des séries chronologiques à pour but de permettre de « comprendre » des données présenter en trop grand nombre pour être appréhendées individuellement. Les statistiques ont longtemps été freinées par le fait qu'elles reposaient sur le calcul, alors qu'aucune technologie vraiment efficace pour effectuer ces calculs n'a été disponible avant longtemps.

Récemment, l'ordinateur a permis une révolution des techniques statistiques. Assister par ordinateur, l'analyse statistiques permet de découvrir des informations en essayant au maximum de s'affranchir des hypothèses techniques. Des algorithmes d'optimisation permettant de rechercher un maximum de vraisemblance pour trouver les modèles les plus adaptés aux données.

On commencera par données un aperçus historiques sur l'évolution de l'analyse des séries chronologiques, pour ensuite expliquer la problématique de cette analyse, les particularités des séries numériques en tant qu'objet d'analyse, et les formes sous les quelle sont disponibles les donner avant de pouvoir conditionner aussi fortement les techniques qui seront applicables.

2. 1. 2. Historique de l'analyse des séries chronologiques :

Historiquement, ce sont les astronomes qui les premiers ont travaillé sur les séries chronologique, la reproduction ci-dessous est tiré d'un manuscrit du X^{ème} siècle, représentant l'inclinaison des orbites des planètes en fonction du temps. C'est en particulier grâce à ce genre de données que Kepler a pu énoncer ses lois sur les mouvements des planètes.

¹⁷ C.W.J. GRANGER, "Analyse spectrale des séries temporelles en économie", Ed DUNOD, Paris 1969, p 23.

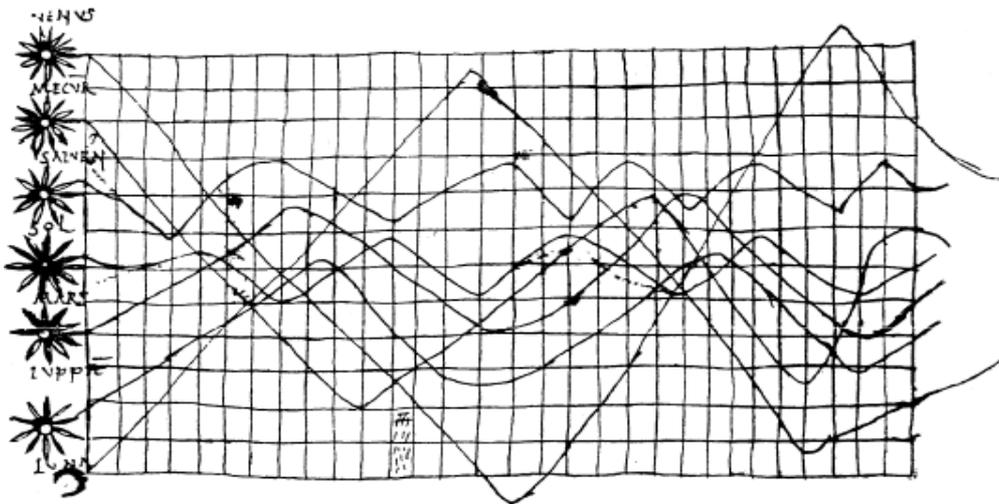


Figure I. 7: Un graphique du dixième siècle
Source : Jean-Marie DUFOUR, 2006, p : 1¹⁸

Ces visualisations graphiques ont permis grâce aux différents outils mathématiques mis en place au XVIII^{ème} et XIX^{ème} siècles, de mettre en place les premières techniques d'étude des séries chronologiques.

Dés le début, il est apparu évident aux statisticiens et aux autres chercheurs que la plupart des séries réelles n'étaient pas des chapelets de données indépendantes, les séries étaient trop « **lisses** » pour être indépendantes.

L'histoire des séries chronologiques est étroitement liée à la question des prévisions, question à laquelle les techniques d'analyse des chroniques sont censées répondre : on commençant par l'étude des séries caractériser par des fluctuations constantes dans une période donnée ; l'idée que le caractère lisse de toutes les séries était dû à la présence d'une fonction périodiques , est apparu l'intuition qu'il suffirait de déterminer avec assez de précision cette fonction (qui détermine observation de la période t, en fonction des observations des périodes précédentes à la période t) pour pouvoir prévoir.

L'étude des séries temporelles semble avoir atteint sa majorité au cours des années 70, ou des développements significatifs sont apparus. en 1965, Cooley et Tukey ont beaucoup aidé l'étude spectrale des séries grâce à leur article "*an algorithm for the machine calculation of complex fourier series*", introduisant la "*fast fourier transform (FFT)*"; cet algorithme a permis de calculer rapidement des périodogrammes. a la même époque, en 1970, Box et Jenkins ont publié leur ouvrages "*times series analysis, forecasting and control*", montrant

¹⁸ www.fas.umontreal.ca/SCECO/dufour/ResE/Dufour_1998_C_TS_HistoryTSA_F.pdf

que l'étude des séries chronologiques à l'aide de processus obtenus, pouvait s'appliquer a de nombreux domaines, est facilement implémenté informatiquement. Étant donnée que ces méthodes ont très peu avancé dans le non linéaire (ce qui est considéré comme leurs limites), une nouvelle génération de méthodes apparaît, cependant, faute d'être parfaitement opérationnelles, elles laissent encore aux techniques classiques la haut du pavé dans les applications¹⁹. Pour complémenté notre étude historique, il est impérative de données un aperçus sur le premier processus d'analyse des séries chronologiques : **le processus harmonique**.

Le processus harmonique²⁰ : beaucoup de séries chronologiques semblent comporter des périodicités exactes en approximatives, cela suggère l'utilisation de fonctions périodiques : Une fonction $f(t)$, est périodique de période p si : $f(t + p) = f(t), \forall t \in R$

avec $\frac{1}{p}$ est la fréquence associé a la fonction (nombre de cycle par unité de temps).

on dit que le processus $(X_t : t \in T)$ est un processus harmonique d'ordre m s'il peut s'écrire sous la forme :

$$X_t = \sum_{j=1}^m [a_j \cos(v_j \cdots t) + b_j \sin(v_j \cdots t)] + u_t, \forall t \in T$$

u_t : un bruit blanc et v_t : des constante distinctes dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

En 1924, Whittoker et Robinson ont utilisé la théorie d'analyse des processus harmoniques sur la brillance de l'étoile T-Ursa Major, observée sur 600 jours, et ont montré que la brillance pouvait être modélisée (presque parfaitement) à l'aide de deux fonctions harmoniques, de périodes respectives 24 et 29 jours.

Si cette théorie a donnée de très bons résultats en astronomie, son application en économie a conduit à des résultats nettement moins concluants. En 1921 et 1922, Beveridge a utilisé cette théorie sur le prix du blé "*wheat prices and rainfall in wester europe*". La série présentait tellement de pics qu'au moins 20 périodicités étaient possibles.... Toutefois, cette méthode s'est révélée plus compliquée à mettre en œuvre en sciences humaines.

¹⁹ www.sfds.asso.fr/ : Bernard BURTSCHY (ENST, Paris).

²⁰ C.W.J. GRANGER, "Analyse spectrale des séries temporelles en économie", Ed DUNOD, Paris 1969, p 138.

On peut résumer l'évolution des théories d'analyse des séries chronologique et la prévision des modelés économiques par le tableau suivant :

<u>Années 20</u> :	Macroéconomie descriptive : description des cycles : court : Stutsky. longs : Kondratief.
<u>Années 50</u> :	Début de la théorie des séries chronologiques avec comme objectif, la prévision.
<u>Années 60</u> :	Macroéconomie : modèle structurels : une vingtaine de variable, et 200 observations maximum.
<u>Années 70</u> :	Théorie de Box et Jenkins, s'appuyant sur un logiciel (modèle linéaire) : on considère les variables un a une, sur 200 observations.
<u>Années 80</u> :	Macroéconomie : modèles multivariés (causalité, cointégration, codépendance). début de l'utilisation des modèles de chronique sur des données financières : beaucoup de variables, 200 observations. début des modèles à temps continu.
<u>Années 90</u> :	données hautes fréquences sur les marchés financiers : de 4 000 à plus de 2 000 000 observations.

Tableau I. 1 : L'évolution historique de l'analyse des séries chronologiques.

Source : soi même.

La théorie économique inspirée de Keynes reposait sur l'utilisation de « prévisions conditionnelles » : sous certaines hypothèses, les prévisions d'une ou plusieurs variables étaient faites conditionnellement à des comportements, au sein du modèle structurels.

Les prévisions non structurelles ont alors pu prendre en compte les différents cycles observés en macroéconomie (1977 : *'business cycle modeling : without pretending to have too much a priori theory'* de Sargent et Sims) : des prévisions de chroniques économiques peuvent se faire sans nécessairement avoir de modèle structurel derrière.

Les modèles utilisés sont toutefois relativement anciens puisqu'ils sont inspirés des modèles de Stutsky et Yule, tous les deux datant de 1927, basés sur la notion de modèle autorégressif. La publication de l'ouvrage de Box et Jenkins en 1970 permettra une avancée rapide avec l'utilisation des modèle ARMA.

Toutefois, les lacunes de la théorie de Box et Jenkins est qu'elle ne prend pas en comptes des effets croisés de dépendance entre variable. Pour effectuer de la prévision d'un ensemble de variables a priori liées, il convient d'effectuer une prévision « globale » : la théorie des modèle VAR (modèles autorégressifs vectoriels) a été introduite en économie sous l'impulsion de Sims en 1980, qui a travaillé sur des systèmes d'équations où toutes les

variables sont endogènes (contrairement aux équations de Keynes). Cette théorie avait été étudiée dès les années 70.

2. 1. 3. Objectifs et problèmes de l'analyse des séries chronologiques :

2. 1. 3. 1. **Modélisation :**

L'objectif est de développer des modèles permettant de décrire le comportement d'une ou plusieurs séries chronologiques. En mettant au point une méthodologie d'analyse. On peut illustrer les étapes de modélisation par le schéma suivants :

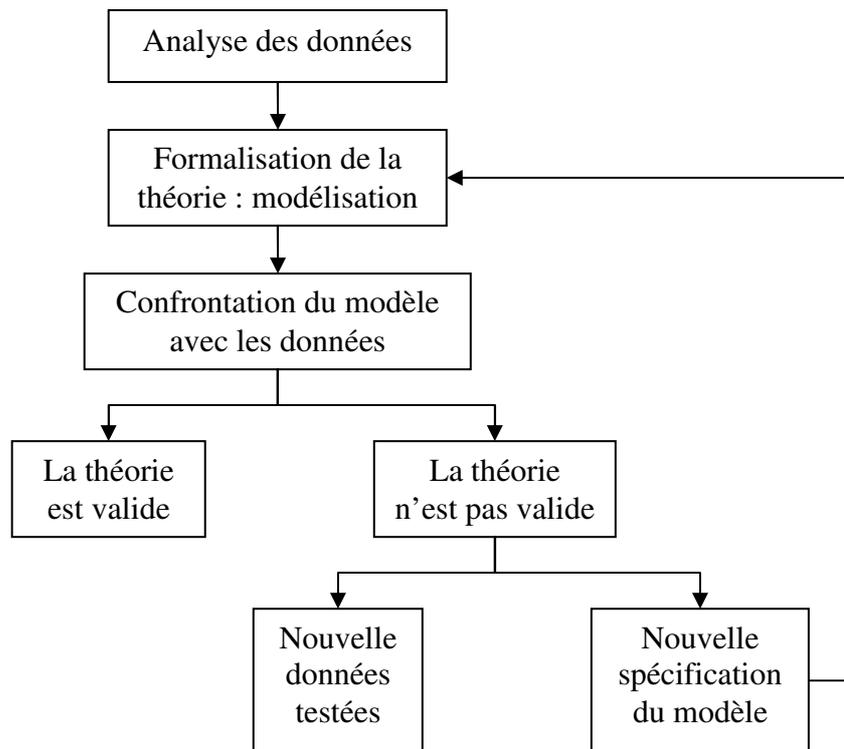


Figure I. 8 : La démarche de la modélisation.

Source : Khaled SADAOU, 2006.²¹

2. 1. 3. 2. **Problèmes d'analyse des séries chronologiques :**

2. 1. 3. 2. 1. prévision:

Étant donné des observations X_1, X_2, \dots, X_T , on désire évaluer une valeur non observée X_{T+1} . La prévision peut être :

²¹ Khaled SADAOU, MODELES DE DECISION A COURT TERME, éditions Bledition, Octobre 2006, Bordj El Bahri Alger. p : 56.

- ponctuelle : $\hat{X}_T(h)$
- sous forme d'un intervalle de prévision : $[\hat{X}_{T,1}(h), \hat{X}_{T,2}(h)]$

La qualité de la prévision dépend de la façon dont évolue la série. Plus la série est fonction « régulière » du temps, plus il sera facile de prévoir. Les prévisions seront par exemple bonnes pour beaucoup de variables économiques en période de croissance, lorsque l'allure générale de la série est linéaire ou exponentielle.

En revanche, les diverses méthodes de prévision ne permettent pas de prévoir un changement d'évolution dû à une modification des structures économiques, que rien dans le passé ne permettait de supposer.

Les méthodes servant à la prévision peuvent également être utilisées pour évaluer une valeur passée de la variable, appeler valeur ajustée au lieu de prévision qui peut par exemple être utile dans le cas de données manquantes et donc permettre de compléter une série chronologique, ainsi ils peuvent aussi servir pour mesurer l'effet d'un phénomène accidentel (grève, phénomène climatique exceptionnel) ; la valeur ajustée donne une idée de la valeur qu'aurait dû prendre la variable, si ce phénomène n'avait pas eu lieu.

2. 1. 3. 2. 2. Décomposition de la série chronologique :

Les problèmes de décomposition les plus fréquents sont les suivants : estimer la tendance, enlever la tendance, estimer les variations saisonnières et enfin enlever les variations saisonnières. Dans une période de croissance, beaucoup de variables économiques ont des évolutions à moyen terme (ou tendance) analogues.

Ces variables sont donc toutes fortement corrélées entre elles, sans que ceci exprime une quelconque liaison à caractère explicatif entre ces variables. Pour voir si de telles liaisons existent, il peut être utile d'enlever cette tendance.

2. 1. 3. 2. 3. Détection et modélisation des ruptures : (changement structurel) :

Suite à des changements politique économique ou à des modifications profondes des relations structurelle entre variables, les série peuvent dans certains cas présenter des ruptures

soit de niveau, soit de pente. Il est évidemment important d'essayer de prévoir ces dates de rupture ou, si ceci se révèle impossible, de repérer leur existence le plus rapidement possible.

2. 1. 3. 2. 4. Étude du lien dynamique entre plusieurs variables : On distingue deux points :

- Causalité²² : C'est une approche qui consiste à analyser l'évolution jointe des divers variables d'intérêt est à examiner si parmi celle-ci certaines sont fixées. Une telle approche ne peut évidemment être développée que si un modèle joint de l'ensemble des variables peut être écrit.
- Décalages temporels²³ : cela consiste à mettre en évidence un retard temporel entre deux séries chronologiques, cela en mesurant l'importance du retard par une pente positive ou négative du diagramme représentatif de chaque série.

2. 1. 3. 2. 5. Séparation entre relations de court terme et relations de long terme :

Ce point peut être résumé par le « concept de coïntégration » : Les influences entre variables prennent plus ou moins de temps, sont plus ou moins persistantes. L'un des problèmes importants de la macro économétrie est de séparer ces relations persistantes (dites de long terme) de celles qui ne le sont pas. Ces dernières s'interprètent souvent en termes d'ajustement.

2. 1. 3. 2. 6. Étude des anticipations et contrôle :

L'analyse des séries temporelles permet aussi d'étudier comment les agents réagissent vis-à-vis du temps. Ainsi on dispose souvent de données jointes sur les valeurs prises par certaines variables économiques et sur les prévisions de ces valeurs faites avant. On peut se demander s'ils anticipent bien le niveau de la variable, son évolution ; on peut essayer de comprendre comment ils calculent implicitement leurs anticipations.

2. 2. Composantes d'une série chronologique :

L'un des problèmes importants posés par l'analyse des séries chronologiques est la décomposition de la série, d'où la décomposition classique des séries, ou on peut la considérer

22 Christian GOURIEROUX, Alain MONFORT, SERIES TEMPORELLES ET MODELES DYNAMIQUES, collection économie et statistiques avancées, Ed Economica, paris 1990, p 442.

23 C.W.J. GRANGER, analyse spectrale des séries temporelles en économie, Ed DUNOD, Paris 1969, p 82.

comme la résultante de l'action, de plusieurs facteurs que l'on regroupe généralement sous trois (03) rubriques :

2. 2. 1. Mouvement « Extra-Saisonnier » : Tendances séculaires (Z_t):

On utilise aussi le mot anglais "trend", cette composante est la résultante de l'évolution générale du phénomène dont on étudie les mesures dans le temps. La tendance est le plus souvent la composante la plus importante dans une série chronologique. C'est elle qui fait l'objet de l'attention de l'analyste. Cette tendance reflète les processus fondamentaux qui animent les phénomènes observés. Cette composante à généralement une forme simple, reflétant la croissance moyenne :

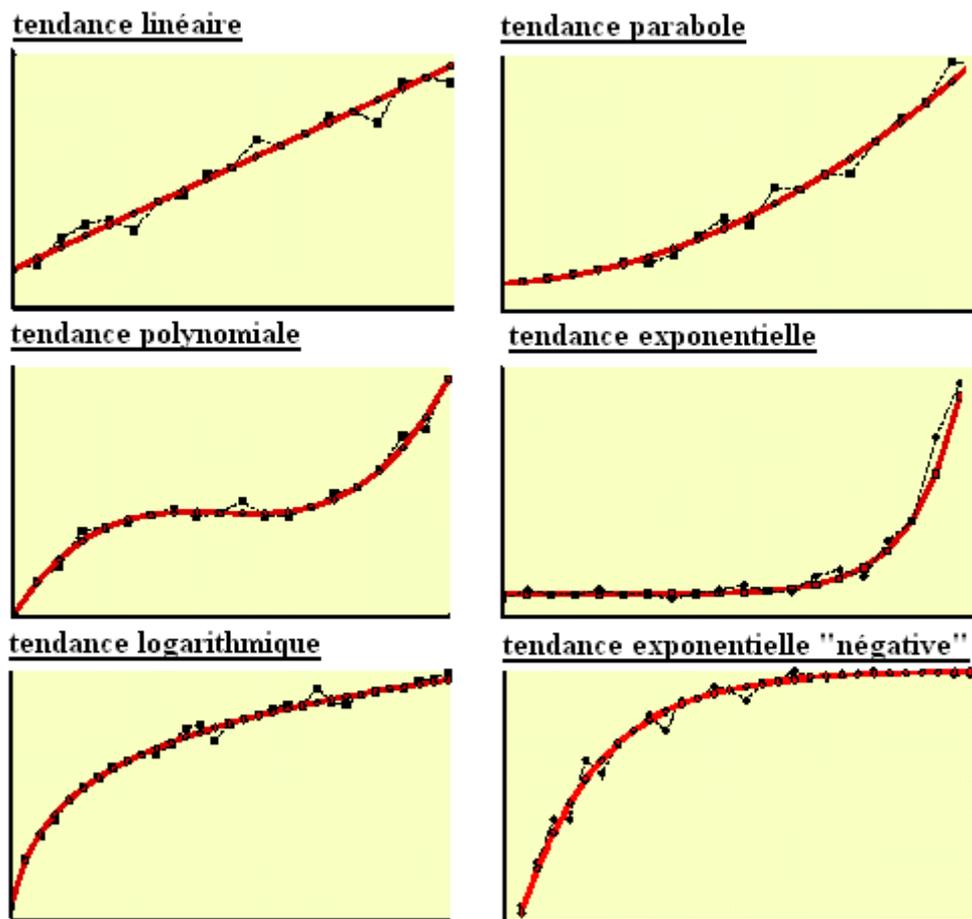


Figure I. 9 : quelques formes de tendance.

Source : soi même.

Plusieurs types de composantes tendancielle existent :

2. 2. 1. 1. Tendance polynomiale :

Cette forme s'écrit de la façon suivante : $Z_t = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i * t^i \quad t = 1, \dots, N$

Z_t : tendance séculaire au moment t , a_i : estimateurs constants et m : degré du polynôme,

2. 2. 1. 2. Tendance exponentielle :

Cette forme s'écrit de la façon suivante : $Z_t = a * e^{bt}$

a, b : estimateurs constants et e : base des logarithmes népériens.

2. 2. 1. 3. Tendance exponentielle à saturation :

Elle a la forme suivante : $Z_t = a - c * e^{bt}$

a, b, c : estimateurs constants.

Cette tendance est croissante, et elle tend vers a pour les grande valeurs de t .

2. 2. 1. 4. Tendance logistique :

Elle a une forme définie par la formule suivante :

$$Z_t = \frac{1}{a + c * e^{bt}}$$

Cette fonction est croissante, mais l'accroissement marginal n'est pas monotone. Elle augmente jusqu'à un certain niveau puis elle diminue.

2. 2. 1. 5. Tendance trigonométrique :

Définie par la formule suivante : $Z_t = a_0 + \sum_{j=1}^m [a_j \cos(\omega_j t) + b_j \sin(\omega_j t)]$

a_j, b_j : estimateurs constants.

Cette fonction est généralement périodique (ou quasi périodique). Dès le début de l'analyse des séries chronologiques, on a utilisé ce type de modèles pour tenter de représenter des séries avec un comportement d'apparence périodique. Un problème important dans ce genre d'analyse consiste à déterminer les fréquences ω_i .

2. 2. 1. 6. Tendances avec rupture :

Il est également possible d'utiliser des modèles formulés de la façon suivante :

$$Z_t = \begin{cases} a_0 + a_1 * t & \text{pour } t \leq t_0 \\ a'_0 + a'_1 * t & \text{pour } t > t_0 \end{cases} \quad (14)$$

Cette tendance est une des composantes les plus compliquées à modéliser car il n'existe pas vraiment de méthode d'analyse.

2. 2. 2. Variations Saisonnières (S_t) :

Ces variations affectent régulièrement les séries chronologiques, ces variations sont appelées les variations identiques dues à des facteurs exogènes apparaissant de façon régulière.

La composante saisonnière ou mouvement saisonnier représente des effets périodiques de période connue p qui se reproduisent de façon plus ou moins identique d'une période sur l'autre. La chronique correspondante, également déterministe, est notée $S_t, t = 1, \dots, T$. Elle est généralement supposée rigoureusement périodique : $S_{t+p} = S_t$ et les valeurs $S_j = S_{ij}, j = 1, \dots, p$ d'une période sont appelées coefficients saisonniers. Le bilan de l'effet saisonnier sur une période doit être nul car il est pris en compte dans la tendance. La composante saisonnière permet simplement de distinguer à l'intérieur d'une même période une répartition stable dans le temps d'effets positifs ou négatifs qui se compensent sur l'ensemble de la période²⁴.

Les cycles forment parfois une composante essentielle de la variation de la série. C'est le cas des industries de la mode, où le rythme de changement est donné par la ponctuation biannuelle des saisons.

²⁴ www.lmc.imag.fr/lmc-sms/Serge.Degerine/Enseignement/M2P_IS//SC_IS/SC-cours.pdf.

Mathématiquement ces cycles suivent les descriptions trigonométriques. Les fonctions sinus et cosinus rendent ainsi compte de ces alternances. Une description de ce type ondulatoire nécessite l'emploi de deux critères : l'amplitude de la variation et la fréquence de la variation.

Certains phénomènes économiques étudiés à très long terme présentent une composante cyclique (cycles d'activité) dont la période, de plusieurs années, est souvent mal définie. Cette composante est prise en compte dans la tendance sur les séries de taille moyenne, appelée "Variations Cycliques (C_t)".

2. 2. 3. Variations Accidentelles : résidus aléatoires : (ξ_t)

Ces variations sont provoquées par un ou plusieurs éléments aléatoires qui échappent à toute prévision possible. Cette composante résiduelle ou variations accidentelles est la partie non structurée du phénomène. Elle est modélisée par une suite de variables aléatoires $\xi_t, t = 1, \dots, T$, centrées, non corrélées et de même variance, on parle de bruit blanc.

Les bruit blanc sont des processus élémentaires, ils ont une fonction d'auto-covariance nulle, et sont considérés comme peu intéressants en eux-mêmes pour la prévision, ils servent de base à la construction des modèles de prévision.

Un bruit blanc est suite de variable aléatoire non corrélées et d'espérance et de variance constante. Autrement dit, pour tout n :

$$E(X_n) = \mu, \text{Var}(X_n) = \sigma^2 \text{ et } \text{Cov}(X_n, X_{n+h}) = 0 \text{ pour } h \neq 0.$$

Les utilisations de ce terme se résument dans les cas suivants :

- Si l'espérance μ est nulle, on dit que le bruit est centré. Le cas le plus couramment utilisée est la suite de variables aléatoires gaussiens standards (espérance nulle et variance égale à 1) indépendantes.
- On parle de bruit blanc faible, dans le cas où : la suite $(X_t : t \in Z)$, telle que :

$$E(X_n) = 0, \text{Var}(X_n) = \sigma^2 \text{ et } \text{Cov}(X_n, X_{n+h}) = 0 \text{ pour } h \neq 0.$$

- On parle de bruit blanc fort, dans le cas où : la suite $(X_t : t \in Z)$, telle que : X_t soit indépendant et identiquement distribuer (i.i.d.), et on notera par la suite $X_t \rightarrow BB(\mu, \sigma^2)$ pour tout bruit blanc en générale.

2. 3. Modèle de séries chronologiques :

Les valeurs de la série chronologique X_t , s'écrit en fonction des composantes déjà citer précédemment, ce qui se résume à :

$$X_t = f(Z_t, S_t, C_t, \xi_t)$$

Mais du fait que la composante C_t est un élément qui ne peut être concret que dans des séries chronologiques très longue, donc la fonction de X_t s'écrit généralement :

$$X_t = f(Z_t, S_t, \xi_t)$$

Z_t : tendance séculaire à l'instant t .

S_t : variation saisonnière à l'instant t .

ξ_t : variation aléatoire à l'instant t .

Pour pouvoir séparer les trois composantes servant à décrire la série observée, il est nécessaire de préciser leur mode d'interaction. La plupart des séries chronologiques entrent dans l'un des deux modèles généraux de représentation, qui sont : Modèle additif et Modèle multiplicatif.

2. 3. 1. Modèle additif :

Dans ce modèle, la série chronologique, s'écrit de la façon suivante :

$$X_t = Z_t + S_t + E_t$$

La détermination de ce modèle est simple lorsque les variations saisonnières sont stationnaires. C'est-à-dire quelles n'évoluent pas dans le temps.

2. 3. 2. Modèle multiplicatif :

Dans ce modèle, la série chronologique, s'écrit de la façon suivante :

$$X_t = Z_t \times S_t \times E_t$$

Dans ce modèle, les variations saisonnières et les variables accidentelles, ont un effet multiplicatif sur la taille de la série chronologique.

2. 3. 3. le choix du modèle :

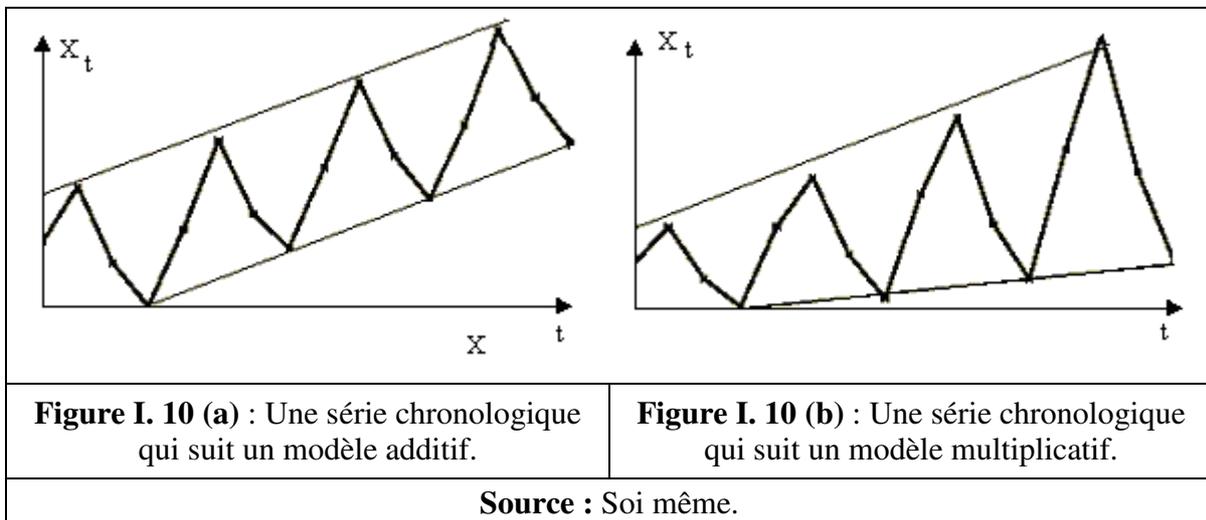
Pour trouver le type de modèle que suit la série chronologique, on peut appliquer trois méthodes, qui sont résumé dans ce qui suit :

2. 3. 3. 1. Première méthode : le test de la bande :

Le test de la bande consiste à partir de l'examen visuel du graphique de l'évolution de la série brute à relier, par une ligne brisée, toutes les valeurs « hautes » et toutes les valeurs « basses » de la chronique :

- Si les deux lignes sont parallèles, la décomposition de la chronique peut se faire selon un modèle additif ;
- Si les deux lignes ne sont pas parallèles, le modèle multiplicatif semble plus approprié.

Après une représentation graphique de la série chronologique :



2. 3. 3. 2. Deuxième méthode :

Après avoir écrit la fonction X_t de la série chronologique pour les deux modèles :

Modèle additif : $\hat{X}_t^+ = Z_t + S_t + E_t$

Modèle multiplicatif : $\hat{X}_t^* = Z_t \times S_t \times E_t$

avec :

\hat{X}_t^+ : valeur estimée de X_t donnée par le modèle additif.

\hat{X}_t^* : valeur estimée de X_t donnée par le modèle multiplicatif.

On essaye de choisir le modèle qui donne le minimum de la somme des écarts entre les valeurs réelles de la série X_t et les valeurs de la série chronologique donnée par le modèle \hat{X}_t , c'est-à-dire :

$$\text{Min} \left[\sum_{t=0}^n (X_t - \hat{X}_t)^2 \right] \quad (17)$$

Pour un traitement des données on utilise un tableau suivant :

T	X_t	\hat{X}_t^+	$(X_t - \hat{X}_t^+)$	$(X_t - \hat{X}_t^+)^2$	\hat{X}_t^*	$(X_t - \hat{X}_t^*)$	$(X_t - \hat{X}_t^*)^2$
1	X_1	\hat{X}_1^+	$(X_1 - \hat{X}_1^+)$	$(X_1 - \hat{X}_1^+)^2$	\hat{X}_1^*	$(X_1 - \hat{X}_1^*)$	$(X_1 - \hat{X}_1^*)^2$
2	X_2	\hat{X}_2^+	$(X_2 - \hat{X}_2^+)$	$(X_2 - \hat{X}_2^+)^2$	\hat{X}_2^*	$(X_2 - \hat{X}_2^*)$	$(X_2 - \hat{X}_2^*)^2$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	X_n	\hat{X}_n^+	$(X_n - \hat{X}_n^+)$	$(X_n - \hat{X}_n^+)^2$	\hat{X}_n^*	$(X_n - \hat{X}_n^*)$	$(X_n - \hat{X}_n^*)^2$
				$\sum_{t=0}^n (X_t - \hat{X}_t^+)^2$			$\sum_{t=0}^n (X_t - \hat{X}_t^*)^2$

Tableau I. 2 : traitement des données pour faire le choix entre le modèle additif et le modèle multiplicatif.

Source : soi même.

2. 3. 3. 3. Troisième méthode : le test de Buys-Ballot²⁵ :

Le test de Buys-Ballot est fondé sur un raisonnement en trois étapes :

2. 3. 3. 3. 1. première étape :

Supposant que la série chronologique qui est l'objet de l'étude ait une période p, c'est-à-dire qu'au bout de p observations, la série a tendance à se reproduire : nous avons des cycles de saisons. Dans ce cas les données peuvent être présentées sous la forme suivante :

²⁵ Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, « Analyse des séries temporelles en économétrie », presses universitaires de France, juin 1998.

	saison "1"	saison "2"	...	saison "p-1"	saison "p"
cycle "1"	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$...	$X_{1,p-1}$	$X_{1,p}$
cycle "2"	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$...	$X_{2,p-1}$	$X_{2,p}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
cycle "n"	$X_{n,1}$	$X_{n,2}$...	$X_{n,p-1}$	$X_{n,p}$

Tableau I. 3 : tableau résumant les données caractériser par : saisons et cycles.

Source : soi même.

Ou $X_{i,j}$ est la réalisation pour la saison j du cycle i

2. 3. 3. 3. 2. deuxième étape :

Au tableau précédent, on ajoute deux colonnes :

- une colonne pour les moyennes \bar{X}_i des observations de la ligne i
- une colonne pour les écarts types σ_i des observations de la ligne i

	saison "1"	saison "2"	...	saison "p-1"	saison "p"	\bar{X}_i	σ_i
cycle "1"	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$...	$X_{1,p-1}$	$X_{1,p}$	\bar{X}_1	σ_1
cycle "2"	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$...	$X_{2,p-1}$	$X_{2,p}$	\bar{X}_2	σ_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
cycle "n"	$X_{n,1}$	$X_{n,2}$...	$X_{n,p-1}$	$X_{n,p}$	\bar{X}_n	σ_n

Tableau I. 4 : tableau de Buys-Ballot.

Source : Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, 1998, p 55.

2. 3. 3. 3. 3. troisième étape :

Faisons la régression linéaire entre les écarts types et les moyennes périodiques par la formule suivante : $\sigma_i = a\bar{X}_i + b$ a : pente de régression ; et b : est un terme constant.

$$a = \frac{Cov(\sigma_i, \bar{X}_i)}{Var(\bar{X}_i)} \quad \text{et} \quad b = \bar{\sigma} - a \bar{\bar{X}} \quad \text{où} \quad \bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i}{n} \quad \text{et} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{X}_i}{n} \quad (18)$$

n : nombre de cycle de période p.

si $a < 0.05$, la série chronologique suit un modèle additif ;

si $a > 0.10$, la série chronologique suit un modèle multiplicatif ;

si $0.05 < a < 0.10$, la série chronologique suivra le modèle qui donnera les meilleurs résultats, c'est-à-dire celui qui minimise les écarts entre les observations et les estimations (fonction 17).

Le problème qui reste à résoudre est l'estimation de la période p ; ce problème peut être détourné en évaluant les coefficients a et b , pour différentes valeurs de p , en utilisant un algorithme qui fait la régression linéaire pour différentes périodes.

L'exécution de cet algorithme nous donne plusieurs valeurs de a qui sont par exemple supérieures à 0.10, par conséquent, on conclut que la série chronologique suit un modèle multiplicatif.

2. 3. 4. Transformation des modèles multiplicatifs en modèles additifs :

Le modèle multiplicatif peut être transformé en modèle additif par une simple introduction du logarithme : $X_t = Z_t \times S_t \times \xi_t \Rightarrow \log(X_t) = \log(Z_t \times S_t \times \xi_t)$

$$\Leftrightarrow \log(X_t) = \log(Z_t) + \log(S_t) + \log(\xi_t)$$

En mettant : $X'_t = \log(X_t)$, $Z'_t = \log(Z_t)$, $S'_t = \log(S_t)$, $\xi'_t = \log(\xi_t)$.

Le modèle devient : $X'_t = Z'_t + S'_t + \xi'_t$. Donc, le travail sur les logarithmes suppose que le modèle est additif.

2. 4. Tests de détection de la saisonnalité :

Une désaisonnalisation systématique, sans tester l'existence de cette composante, viendrait à créer un « bruit » nuisible à l'analyse de la chronique et donc à dégrader la qualité de la prévision. Dans ce point, on va, par conséquent, présenter les techniques permettant de tester l'existence d'une composante saisonnière :

2. 4. 1. Représentation graphique et le tableau de Buys-Ballot :

L'analyse graphique d'une série chronologique suffit, parfois, pour mettre en évidence une saisonnalité. Néanmoins, si cet examen n'est pas révélateur ou en cas de doute, le tableau de Buys-Ballot permet d'analyser plus finement l'historique de la série chronologique. Prenant l'exemple²⁶ d'une vente trimestrielle d'un produit festif, qui est représenté par le graphe :

²⁶ Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, « Analyse des séries temporelles en économétrie », presses universitaires de France, juin 1998.

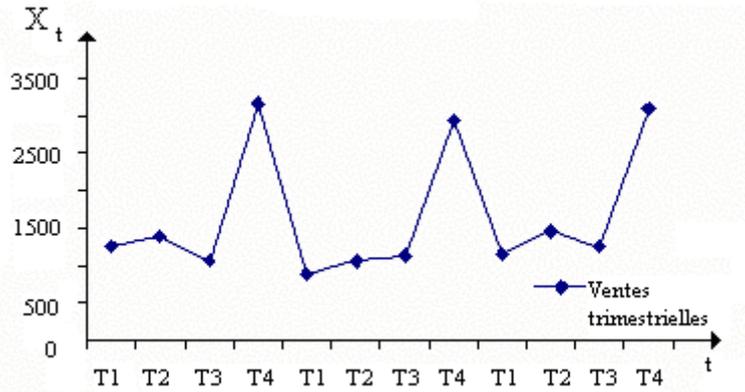


Figure I. 11 : Ventes trimestrielles d’un produit festif.

Source : Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, 1998, p 60 .

Ce graphe indique une saisonnalité marquée au quatrième trimestre, ce qu’on peut confirmer à l’aide du tableau de Buys-Ballot :

	trimestreT ₁	trimestreT ₂	trimestreT ₃	trimestreT ₄	\bar{X}	σ_x
1 ^{ère} année	1 248	1 392	1 057	3 159	1 714	842.69
2 ^{ème} année	891	1 065	1 118	2 934	1 502	831.02
3 ^{ème} année	1 138	1 456	1 224	3 090	1 727	795.48
\bar{X}	1 092	1 304	1 133	3 061	Moyenne gle : 1 647.7	
σ_x	149	171	69	94	Écart type gle : 829.74	

Tableau I. 5: tableau de Buys-Ballot pour les ventes trimestrielles.

Source : Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, 1998, p61

Et pour en tirer plus d’information de ces données on peut alors classer les trimestres pour chaque année par valeurs décroissantes :

années	1 ^{ère} année	T ₄	T ₂	T ₁	T ₃
	2 ^{ème} année	T ₄	T ₃	T ₂	T ₁
	3 ^{ème} année	T ₄	T ₂	T ₃	T ₁
	\bar{X}	T ₄	T ₂	T ₃	T ₁

Tableau I. 6: classement du trimestre en fonction de leurs valeurs.

Source : Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, 1998, p61

La lecture de ce tableau indique la persistance du trimestre T₄ à se classer en première position quelle que soit l’année et la position de « creux » occupée par le trimestre T₁, ce qui conduit à retenir l’existence d’une saisonnalité.

2. 4. 2. Analyse de la variance et test de Fisher :

L'examen visuel du graphe ou du tableau ne permet pas toujours de déterminer avec certitude l'existence d'une saisonnalité, de surcroît il automatise le traitement qui peut s'avérer nécessaire dans le cas d'un nombre important de séries à examiner.

Le test de Fisher à partir de l'analyse de la variance permet de pallier ces deux inconvénients. Ce test suppose la chronique sans tendance, ou encore sans extra saisonnalité. Dans le cas contraire cette composante sera éliminée par une régression sur le temps (tendance déterministe), ou par une procédure de filtrage (tendance aléatoire).

Soit N le nombre de cycle, p le nombre d'observations (saisons) dans le cycle et X_{ij} : valeur de la chronique pour le $i^{\text{ème}}$ cycle ($i = 1, \dots, N$) et la $j^{\text{ème}}$ saison ($j = 1, \dots, p$), supposé telle que :

$$X_{ij} = m_{ij} + \xi_{ij}$$

ξ_{ij} : résidus aléatoires formés d'éléments indépendants : $\xi_{ij} \rightarrow N(0; \sigma^2)$

m_{ij} : éléments d'une composante de la chronique qui s'écrivent : $m_{ij} = a_i + b_j$

ou a_i mesure l'effet cycle en colonne et b_j mesure l'effet saison en ligne du tableau. Deux effets absents sont testés contre deux effets significativement présents :

- si l'effet saison est significatif, la série est saisonnière ;
- si l'effet cycle est significatif, ceci suggère deux interprétations :
 - la chronique de départ n'a pas été transformée, elle possède alors des paliers horizontaux (possède une tendance) ;
 - la chronique a été transformée, des changements de tendance existent.

Le déroulement du test est le suivant :

2. 4. 2. 1. Première étape : calcul de la variance totale du tableau :

$$S_T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 \quad \text{avec} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^N X_{ij}}{Np} \text{ moyenne générale de la chronique}$$

Si on prend : $\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^p X_{ij}}{p}$: moyenne du cycle "i" ;

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^N X_{ij}}{N} : \text{moyenne de la saison "j"}.$$

$$X_{ij} = m_{ij} + \xi_{ij} \text{ avec } \xi_{ij} \rightarrow N(0; \sigma^2)$$

$$m_{ij} = \text{effet saison} + \text{effet cycle}$$

$$\text{on obtient : } S_t = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{X}_i + \bar{X}_i - \bar{X}_j + \bar{X}_j + \bar{X} - \bar{X} - \bar{X})^2$$

$$S_T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j + \bar{\bar{X}})^2$$

+ (Terme rectangle nul)

Le tableau I. 7 présente les calculs intermédiaires avec les notations précédentes :

	saison "1"	...	saison "j"	...	saison "p"	moyenne cycle
cycle "1"	X_{11}	...	X_{1j}	...	X_{1p}	
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮	
cycle "i"	X_{i1}	...	X_{ij}	...	X_{ip}	$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^p X_{ij}}{p}$
⋮	⋮	⋱	⋮	⋱	⋮	
cycle "N"	X_{N1}	...	X_{Nj}	...	X_{Np}	
moyenne saison			$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^N X_{ij}}{N}$			$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^N X_{ij}}{Np}$

Tableau I. 7 : calculs des moyennes par cycle et par saison.

Source : soi même.

Somme des carrés	Degré de liberté	Désignation	Variance
$S_S = N \sum_j (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2$	$p - 1$	Variance saisons	$V_S = \frac{S_S}{p - 1}$
$S_C = p \sum_i (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2$	$N - 1$	Variance cycle	$V_C = \frac{S_C}{N - 1}$
$S_R = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j + \bar{\bar{X}})^2$	$(p - 1)(N - 1)$	Variance résidu	$V_R = \frac{S_R}{(p - 1)(N - 1)}$
S_T	$N \times p - 1$	Variance totale	$V_T = \frac{S_T}{N \times p - 1}$

Tableau I. 8 : Analyse de la variance pour détecter une saisonnalité et/ou une tendance.

Source : soi même.

Les résultats de ce tableau seront utilisés pour effectuer l'analyse de la variance de cette chronique. Ainsi on peut construire les tests d'hypothèses.

2. 4. 2. 2. Deuxième étape :

Test d'influence du facteur colonne (saison) :

$$\begin{cases} H_0 = \overline{INF} \\ H_1 = INF \end{cases} \text{ avec } INF : \text{ influence et } \overline{INF} \text{ pas d'influence.}$$

Calcul du Fisher empirique : $F_C = \frac{V_S}{V_R}$ que l'on compare au Fisher lu dans la table :

$$F_{V_1;V_2}^\alpha \text{ à } V_1 = p - 1 \text{ et } V_2 = (N - 1)(p - 1) \text{ degré de liberté.}$$

Si Fisher empirique est supérieur au Fisher lu dans la table, on rejette l'hypothèse H_0 , la série est donc saisonnière (voir annexe 1).

2. 4. 2. 3. Troisième étape :

Test d'influence du facteur ligne (cycle) :

$$\begin{cases} H_0 = \overline{INF} \\ H_1 = INF \end{cases} \text{ avec } INF : \text{ influence et } \overline{INF} \text{ pas d'influence.}$$

Calcul du Fisher empirique : $F_C = \frac{V_C}{V_R}$ que l'on compare au Fisher lu dans la table :

$F_{V_3;V_2}^\alpha$ à $V_3 = N - 1$ et $V_2 = (N - 1)(p - 1)$ degré de liberté. Si Fisher empirique est supérieur au Fisher lu dans la table, on rejette H_0 , la série est donc affectée d'une tendance.

2. 4. 3. Fonction d'autocorrélation :

A partir de la définition de l'auto-corrélation développée dans la première section (fonction 4), Le coefficient d'auto-corrélation d'ordre k est donné par :

$$\rho(k) = \frac{\sum_{j=k+1}^n (x_j - \bar{x}_1)(x_{j+k} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum_{j=k+1}^n (x_j - \bar{x}_1)^2 \sum_{j=k+1}^n (x_{j+k} - \bar{x}_2)^2}} \quad \text{avec : } \begin{cases} \bar{x}_1 = \frac{1}{n-k} \sum_{j=k+1}^n x_j \\ \bar{x}_2 = \frac{1}{n-k} \sum_{j=k+1}^n x_{j+k} \end{cases}$$

On peut résumer le sens du coefficient d'auto-corrélation dans le tableau suivant :

	Retard	Auto-corrélation
1 2 3 ... t ... n	0	$\rho(0) = 1$
1 2 3 ... t-1 ... n-1	1	$\rho(1)$
1 2 3 ... t-2 ... n-2	2	$\rho(2)$
⋮	⋮	⋮
1 2 3 ... t-k ... n-k	k	$\rho(k)$
⋮	⋮	⋮
1 2 3 ... t-K ... n-K	K	$\rho(K)$

Tableau I. 9 : représentation du concept du retard dans le coefficient d'auto-corrélation.

Source : soi même.

Pour n grand, si la série est sans tendance et de variance relativement constante au cours du temps, on suppose que $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}$. Ainsi le coefficient d'auto-corrélation devient :

$$\rho(k) = \frac{\sum_{j=1}^{n-k} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+k} - \bar{x}_n)}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} = \frac{\gamma(k)}{\sigma^2}$$

Quelques propriétés remarquables méritent d'être rappelées :

$$\begin{cases} \rho(0) = 1, \\ \rho(k) = \rho(-k), \\ |\rho(k)| \leq 1. \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction d'auto-corrélation (noté FAC) est appelée corrélogramme comme l'illustre le graphe II-4 est la représentation de la suite des $\rho(k)$ en fonction de k :

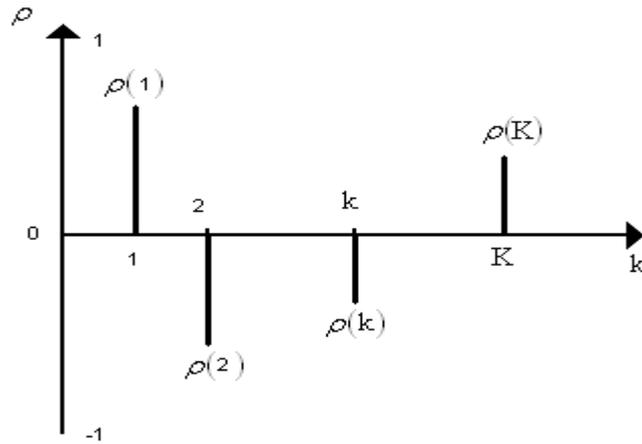


Figure I. 12 : Exemple de corrélogramme.
Source : soi même.

$\rho(k)$ est une mesure de la corrélation entre les réalisations de la série chronologique à k période d'intervalle. Si la série chronologique contient effectivement un cycle de longueur p , il est logique que le coefficient d'auto-corrélation d'ordre p $\rho(p)$ soit le plus grand possible et qu'il tend vers 1. En effet :

$$\rho(p) = \frac{\sum_{j=1}^{n-p} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+p} - \bar{x}_n)}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2}$$

Sous l'hypothèse qu'il existe un cycle de longueur p , x_{i+p} a la même distribution que x_i d'où :

$$E[\rho(p)] = \frac{E\left[\sum_{j=1}^{n-p} (x_j - \bar{x}_n)(x_{j+p} - \bar{x}_n)\right]}{E\left[\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2\right]} = \frac{E\left[\sum_{j=1}^{n-p} (x_j - \bar{x}_n)^2\right]}{E\left[\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2\right]}$$

Pour les grandes valeurs de n :

$$E[\rho(p)] \approx \frac{Var(X)}{Var(X)} = 1$$

Il suffit donc de calculer $\rho(k)$ pour les $k = 1, 2, \dots$ et voir pour quelle valeur de k , $\rho(k)$ est maximum. k sera donc la longueur du cycle recherché.

Conclusion :

L'analyse des séries chronologiques économiques repose le plus souvent sur une décomposition tendance-cycle de la série. Toutefois cette décomposition, si elle est très utilisée en pratique, ne repose pas sur une construction théorique unique. Il est alors souvent admis que la tendance correspond à l'équilibre de long terme, alors que le cycle correspond à dynamique de court terme. Mais cette distinction ne suffit pas pour identifier clairement les deux composantes, et des hypothèses supplémentaires sont alors nécessaires.

Deux approches sont alors généralement utilisées :

- La première consiste à utiliser une théorie économique, c'est-à-dire un modèle structurel, avec des composantes qui auront des interprétations économiques ;
- La deuxième tend à utiliser des outils statistiques « neutres ».

On peut noter à présent que ce travail s'intéresse à la seconde approche. Néanmoins, on peut confirmer que cette notion difficile à mettre en pratique, et qu'il existe plusieurs méthodes pour y parvenir.

Section 3 : Lissage des séries chronologiques :

Introduction :

Lorsqu'une série chronologique est structurée par une saisonnalité, les comparaisons inter temporelles du phénomène nécessitent une chronique corrigée des variations saisonnières notées CVS, lissée ou bien encore désaisonnalisée.

Toute une série de modèles, parfois très sophistiqués, ont été proposés pour éliminer les «**dents de scie**» des séries chronologiques, c'est-à-dire pour éliminer l'influence des variations saisonnières et accidentelles en faisant apparaître le mouvement conjoncturel du phénomène étudié, «purifié» en quelque sorte de ces oscillations secondaires. C'est ce qu'on appelle le **lissage** d'une série, en anglais : "*smoothing*" (« adoucissement »).

La régression linéaire est certainement la méthode la plus simple pour analyser une série chronologique. Elle est cependant suffisante et assez riche pour aborder bien des problèmes économiques élémentaires.

Le modèle de régression général en séries chronologiques s'écrit :

$$X_t = g(t; \theta) + \xi_t, t = 1, \dots, T,$$

où $g(t; \theta)$ est une fonction déterministe connue du temps, à travers un paramètre vectoriel $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_r)$, et $\xi_t, t = 1, \dots, T$, une suite de variables aléatoires centrées. Ainsi la partie structurée de la grandeur étudiée est entièrement située dans la moyenne $g(t; \theta) = E(X_t)$ et décrite de façon paramétrique. En effet l'erreur ξ_t , que l'on suppose additive, est soumise à des hypothèses très restrictives. On peut distinguer trois situations principales :

- a) . Les erreurs ξ_t sont des variables aléatoires non corrélées, de moyenne nulle et de même variance σ^2 ; on dit que $\xi_t, t = 1, \dots, T$ est un bruit blanc de variance σ^2 et on note brièvement $\xi_t \rightarrow BB(0; \sigma^2)$.
- b) . Les erreurs ξ_t sont des variables aléatoires indépendantes, identiquement distribuées, de moyenne nulle et de variance σ^2 ; on note $\xi_t \rightarrow i.i.d(0; \sigma^2)$.

c) . Les erreurs ξ_t sont des variables aléatoires gaussiennes indépendantes, de moyenne nulle et de variance σ^2 ; on dit aussi qu'il s'agit d'un bruit blanc gaussien et on note $\xi_t \rightarrow i.i.dN(0; \sigma^2)$ ou $\xi_t \rightarrow BBN(0; \sigma^2)$.

Pour pouvoir donner une idée globale sur le lissage des séries chronologique, cette section sera présenté en trois point, le premier consiste a résumé le lissage des chroniques ayants un caractère linéaire, le deuxième se focalise sur les chronique a caractère quelconque et le dernier sera un résumé sur la démarche de régression.

3. 1. Cas d'une tendance sensiblement linéaire²⁷:

Ce type de tendance peut être traité par les deux méthodes de lissage suivantes :

3. 1. 1. Méthode fruste :

On peut envisager de tracer une droite passant au plus près de tous les points observés. Avec un peu d'expérience, cette méthode peut fournir une première idée de la tendance mais ne dispense pas du recours à des techniques un peu plus sophistiquées.

3. 1. 2. Méthode des points extrêmes :

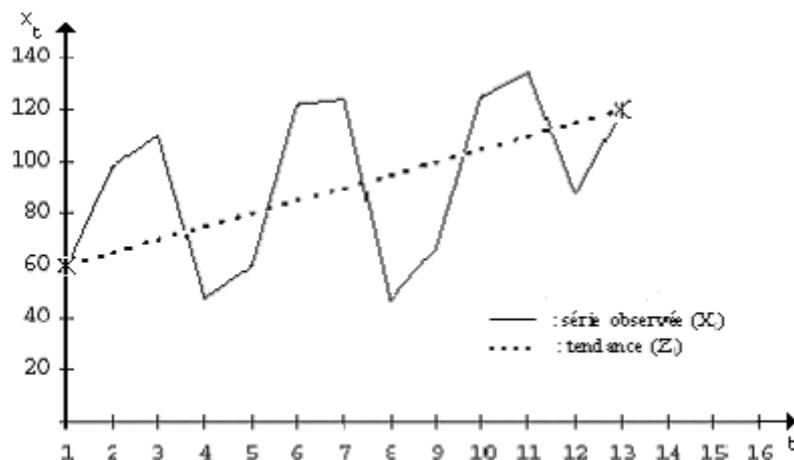


Figure I. 13: Détermination de la tendance par la méthode des points extrêmes.

Source : Bernard DELMAS, 2002, p : 2.²⁸

Dans les cas les plus favorables, on pourra se contenter d'une méthode - moins arbitraire - consistant à joindre par une droite les deux points extrêmes de la série (voir Figure I. 13). Ceci

²⁷ www.ifresi.univ-lille1.fr/SITE/08Une_Statistiques_Descriptives/FichCVS2.pdf

²⁸ www.territoires-rh.org/pj/Master/UE9-Variations-Saisonnieres.pdf

ne sera valable, bien entendu que si les fluctuations de la courbe sont régulièrement réparties de part et d'autre de cette droite, ce qui suppose en particulier qu'un nombre entier de cycles se situent entre les deux points extrêmes.

3. 1. 3. Méthode des moindres carrés ordinaires MCO :

La méthode des moindres carrés est largement développée dans de nombreux ouvrages de statistique où d'économétrie. Cette technique est beaucoup plus sûre que les deux méthodes précédentes, et cela à cause de son caractère mathématique. S'agissant de l'ajustement de la courbe de tendance, la formulation très générale du principe des moindres carrés est la suivante :

Etant donné l'ensemble des fonctions du temps t qui ont la même forme algébrique, mais qui diffèrent que par leurs paramètres. La fonction qui est la mieux ajustée à une série chronologique X_t , est celle dont les paramètres définissent une courbes \hat{X}_t , qui minimise **SSE** la somme des carrés entre les observations X_t et les valeurs des estimations \hat{X}_t :

$$Min[SSE] = Min \left[\sum_{t=0}^n (X_t - \hat{X}_t)^2 \right]$$

On déduit de ce critère les expressions qui permettent les estimations des paramètres optimaux. Parmi les applications, on peut citer quelques fonctions tendanciennes connues :

3. 1. 3. 1. Tendances linéaires :

L'équation de la tendance a estimé est : $X_t = a t + b$.

X_t : observation de la série chronologique à l'instant t et a, b : paramètres de l'équation,

La méthode des moindres carrés permet estimé deux paramètres a, b par leurs estimateurs \hat{a}, \hat{b} , en utilisant une régression simple :

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_t (X_t - \hat{X}_t)^2 = \sum_t (X_t - (\hat{a} t + \hat{b}))^2 \\ SSE &= \sum_t (X_t^2 + \hat{a}^2 t^2 + \hat{b}^2 - 2 \hat{a} t X_t - 2 \hat{a} \hat{b} t - 2 \hat{b} X_t) \\ &= \sum_t X_t^2 + \hat{a}^2 \sum_t t^2 + n \hat{b}^2 - 2 \hat{a} t \sum_t X_t - 2 \hat{a} \hat{b} \sum_t t - 2 \hat{b} \sum_t X_t \end{aligned}$$

pour résoudre cette fonction, on doit :

$$\begin{cases} \frac{\partial f(\hat{a}, \hat{b})}{\partial \hat{a}} = -2 \sum_t t X_t + 2 \hat{a} \sum_t t^2 + 2 \hat{b} \sum_t t = 0 \\ \frac{\partial f(\hat{a}, \hat{b})}{\partial \hat{b}} = -2 \sum_t X_t + 2 \hat{a} \sum_t t + 2 n \hat{b} = 0 \end{cases}$$

Equation :

$$\begin{cases} \hat{a} \sum_t t^2 + \hat{b} \sum_t t = \sum_t t X_t \\ \hat{a} \sum_t t + n \hat{b} = \sum_t X_t \end{cases}$$

Transformation matricielle :

$$\begin{vmatrix} n & \sum_t t \\ \sum_t t & \sum_t t^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_t \\ \sum_t t X_t \end{vmatrix}$$

Après résolution

$$\hat{a} = \frac{Cov(t, X_t)}{Var(t)} \quad \text{et} \quad \hat{b} = \bar{X} - \hat{a} \bar{t}$$

3. 1. 3. 2. Tendence non linéaire :

L'équation de la tendance de la série à estimer prend la forme suivante : $X_t = e^{(at+b)}$ pour faciliter l'application de la méthode des moindres carrés, on écrit cette équation exponentielle sous forme logarithmique : $\log(X_t) = \log(e^{(at+b)}) = at + b$

Transformation matricielle :

$$\begin{vmatrix} n & \sum_t t \\ \sum_t t & \sum_t t^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Log(X_t) \\ Log(\sum_t t X_t) \end{vmatrix}$$

Après résolution

$$\hat{a} = \frac{Cov(t, \log(X_t))}{Var(t)} \quad \text{et} \quad \hat{b} = \overline{\log(X_t)} - \hat{a} \bar{t}$$

3. 1. 3. 3. Tendence linéaire multivariable explicative :

Avec **k** variables explicatives, la tendance linéaire multivariable aura la forme suivante :

$X_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + a_k t^k$ et la forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} n & \sum_t t & \sum_t t^2 & \dots & \sum_t t^k \\ \sum_t t & \sum_t t^2 & \sum_t t^3 & \dots & \sum_t t^{k+1} \\ \sum_t t^2 & \sum_t t^3 & \sum_t t^4 & \dots & \sum_t t^{k+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_t t^k & \sum_t t^{k+1} & \sum_t t^{k+2} & \dots & \sum_t t^{2k+1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_t \\ \sum_t t X_t \\ \sum_t t^2 X_t \\ \vdots \\ \sum_t t^k X_t \end{vmatrix}$$

Il existe une méthode mathématique très simplifier pour résoudre cette forme de problème matricielle : $\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{B}$ (sachant que : \mathbf{A} , \mathbf{B} : deux matrices connues et \mathbf{X} : une matrice inconnue) et on utilisant la fonction connue suivante : $\mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{1}$ (\mathbf{A}^{-1} : la matrice inverse de la matrice \mathbf{A}). Ce qui nous mène à : $\mathbf{X} = \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1}$

Donc, pour résoudre un problème matriciel de ce genre, il suffit de trouver la matrice inverse de la matrice des carrés, pour simplifier la résolution.

3. 1. 3. 4. **Extension de l'application de la méthode :**

L'utilisation de la méthode MCO n'est pas limité au cas cité précédemment mais elle peut être adaptée à d'autre forme de tendance, citant quelques exemples :

Fonction d'origine	Transformation de la fonction	
$X_t = a t^2 + b \Rightarrow$	$X_t = a \theta + b$	$\theta = t^2$
$X_t = (b a^t + c)^{-1} \Rightarrow$	$U_t = \alpha t + \beta$	$\begin{cases} \alpha = \ln(a), & \beta = \ln(b), \\ U_t = \ln\left(\frac{1}{X_t} - c\right). \end{cases}$

3. 1. 3. 5. **Deux inconvénients de la méthode des MCO :**

3. 1. 3. 5. 1 Difficulté de mise à jours :

Les estimateurs \hat{a}, \hat{b} dépendent du nombre d'observations effectuées ; dans ce contexte, on doit noter \hat{a}^T, \hat{b}^T leurs expressions relatives à la période $1, \dots, T$, et lorsqu'on dispose d'une observation supplémentaire X_{T+1} , ces estimateurs sont transformés en $\hat{a}^{T+1}, \hat{b}^{T+1}$. Cependant il n'y a pas de relation simple entre $(\hat{a}^{T+1}, \hat{b}^{T+1})$ et (\hat{a}^T, \hat{b}^T) .

3. 1. 3. 5. 2 Changement de régime :

Les bonnes propriétés de la méthode des MCO supposent que le modèle que le modèle linéaire (par exemple) fournisse une description correcte de la série brute. Il arrive cependant que la forme fonctionnelle liant entre les composants du modèle (saisonnalité et tendance) et la série change au cours de la période. Ainsi une désaisonnalisation avec ce modèle conduit à

de mauvais résultats, il est donc nécessaire de détecter les changements de régime en observant la façon dont évolue X_T .

3. 2. Cas d'une tendance a priori quelconque :

Si, comme c'est souvent le cas, la série brute ne présente d'allure linéaire ni dans un graphique arithmétique ni dans un graphique semi-logarithmique, il faut recourir à d'autres méthodes de lissage :

3. 2. 1. Méthode des « high low mid points » ou « méthode du couloir » :

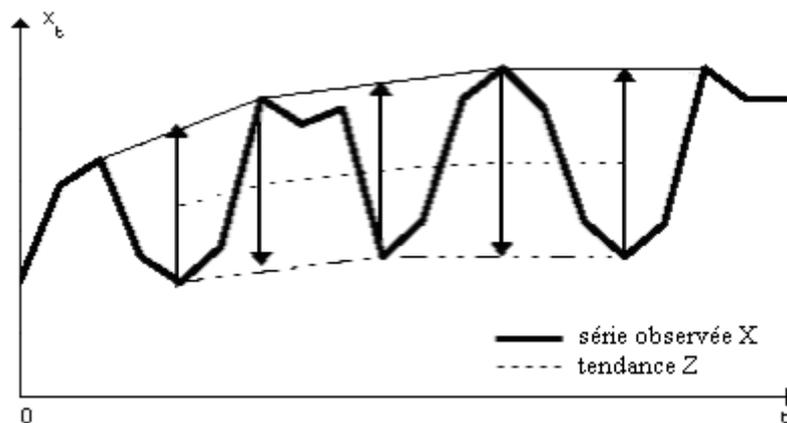


Figure I. 14 : Détermination de la tendance par la méthode du couloir.

Source : Bernard DELMAS, 2002.²⁹

Très facile à mettre en œuvre, elle consiste à construire graphiquement un couloir qui a pour plafond la ligne brisée joignant les maxima locaux de la courbe brute et pour plancher celle qui joint les minima locaux. On déduit ensuite la courbe de tendance en reliant par des segments de droite les points situés à mi-hauteur du couloir sur les verticales tracées aux points d'inflexion des « courbes-enveloppes » (Figure I. 14).

Cette méthode présente toutefois une certaine part d'arbitraire : faut-il retenir pour la construction du « couloir » tous les maxima et tous les minima ou seulement, dans un voisinage donné. Rien ne permet de trancher sur ce point et l'application de la méthode donnera lieu à des résultats sensiblement différents d'un statisticien à un autre.

²⁹ www.territoires-rh.org/pj/Master/UE9-Variations-Saisonnieres.pdf

Une critique plus grave encore compte tenu de l'objectif visé consiste à remarquer que le résultat est fortement influencé par les « accidents » de la série brute, c'est-à-dire par les points aberrants de la courbe originelle.

3. 2. 2. Méthode des moyennes échelonnées :

Pour éviter cette perturbation, on peut recourir à la méthode des moyennes échelonnées qui revient à caractériser chaque période par la **moyenne** des valeurs de la série **de cette période**, chaque point représentatif étant placé **au milieu de la période** correspondante. Les points successifs, reliés par des segments de droite, constituent la courbe lissée. La technique est toutefois assez grossière réservé donc aux situations où l'on est contraint de produire des résultats d'analyse dans un temps très limité.

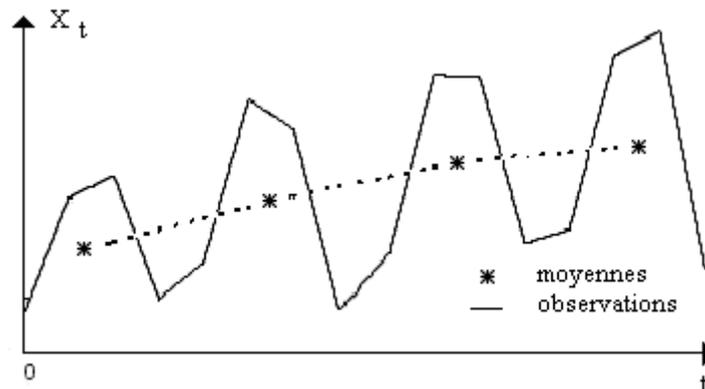


Figure I. 15 : Détermination de la tendance par les moyennes échelonnées.

Source : Bernard DELMAS, 2002.³⁰

3. 2. 3. Méthodes de régularisation (filtres linéaires) :

Un filtre est une transformation mathématique de la chronique, la chronique entrante porte le non d'input du filtre et le résultat de la transformation (la chronique sortante) porte le non d'output³¹.

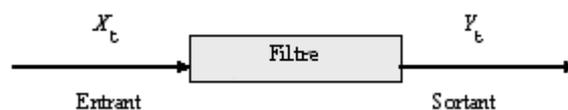


Figure 16: Procédure des filtres

Source : Michel VATÉ, 1993.

³⁰ www.territoires-rh.org/pj/Master/UE9-Variations-Saisonnieres.pdf

³¹ Michel VATÉ, STATISTIQUE CHRONOLOGIQUE ET PRÉVISION, collection Exercices et Cas, Ed Economica, Paris 1993, p : 83.

Le filtrage d'une série chronologique est une opération par laquelle on tente d'en séparer les éléments constitutifs. Le résultat d'un filtrage est une nouvelle chronique qui se différencie de la série originale par l'atténuation, voire l'élimination complète, de certaines composantes, et parfois aussi par l'amplification de certains autres.

Les techniques de filtrage permettent de supprimer quelques composantes de la série chronologique, mais elles n'en fournissent par l'estimation, et pour cela il faut recourir aux autres procédures.³²

On s'intéresse ici à la catégorie des filtres linéaire, c'est-à-dire les opérateurs qui consistent en une combinaison linéaire de plusieurs éléments de la chronique :

3. 2. 3. 1. Le filtre le plus utilisé : Méthode des moyennes mobiles :

L'application la plus courante des filtrages linéaires sont : Le lissage par un opérateur de moyennes mobiles, (ainsi que le lissage exponentiel : section IV chapitre 1).

La méthode des **moyennes mobiles** est de loin la technique la plus courante pour le lissage des séries chronologiques. Laissant beaucoup moins de latitude à l'observateur dans son application, elle est, de ce point de vue, plus objective que les méthodes graphiques.

La méthode consiste à remplacer chaque valeur X_t d'une série donnée par la moyenne des p valeurs de cette série originelle centrées sur t , on appelle p l'"ordre" de la moyenne mobile. La formule générale de la moyenne mobile est ainsi la suivante :

- Si p est pair $p = 2k$ la formule se complique un peu :

$$F_t = \frac{\left(\frac{X_{t-k}}{2} + X_{t-k+1} + \dots + X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + \dots + X_{t+k-1} + \frac{X_{t+k}}{2} \right)}{p}$$

- Si l'ordre p est impair c'est à dire : $p = 2k + 1$ avec k entier et supérieur ou égale 1 :

$$F_t = \frac{\left(\overbrace{X_{t-k} + \dots + X_{t-1}}^{k \text{ terme}} + X_t + \overbrace{X_{t+1} + \dots + X_{t+k}}^{k \text{ terme}} \right)}{p}$$

³² Michel VATÉ, " STATISTIQUE CHRONOLOGIQUE ET PREVISION", Ed ECONOMICA, Paris septembre 1993, p : 83.

Il est hautement souhaitable de retenir comme ordre de la moyenne mobile la durée du cycle, mais ce cycle, s'il existe, sera rarement régulier dans le cas des séries étudiées en sciences sociales. Le choix sera donc toujours approximatif et on préférera presque toujours, quand ce sera possible, les moyennes mobiles d'ordre **impair**.

Bien entendu, la série est d'autant plus « **adoucie** » quand l'ordre (p) de la moyenne mobile est grand. Mais en contrepartie, plus cet ordre est grand, plus la moyenne mobile retarde.

3. 2. 3. 2. Application de quelques filtres sur une fréquence visuelle³³ :

Pour une mieux comprendre le principe, on va utiliser un exemple de bruit visuel : la figure 15. On note :

- Les valeurs de la fonction bruitée : $u_0(x, y, z)$
- Les valeurs de la fonction régularisée : $u(x, y, z)$

3. 2. 3. 2. 1. Filtre "moyenne mobile" :

Pour chaque valeur de $u_0(x, y, z)$, $u(x, y, z)$ est la moyenne des valeurs de u_0 dans une fenêtre taille $(2l+1) \times (2m+1) \times (2n+1)$, et la moyenne, aura la forme suivante :

$$u(x, y, z) = \frac{\sum_{x'=x-l}^{x+l} \sum_{y'=y-m}^{y+m} \sum_{z'=z-n}^{z+n} u_0(x', y', z')}{(2l+1)(2m+1)(2n+1)}$$

Ce filtre a pour effet d'atténuer les hautes fréquences, c'est-à-dire les brusques transitions. On peut montrer que dans le cas d'échantillons indépendants tirés selon la distribution normale, ce filtre diminue la variance de la distribution. Son inconvénient majeur est la perte de résolution.

3. 2. 3. 2. 2. Filtre gaussien :

Le filtre gaussien est une amélioration du filtre "moyenne mobile", mais son traitement est beaucoup plus fastidieux, car on applique à la fonction $u_0(x, y, z)$ l'opérateur gaussien à trois dimensions :

³³ www.lct.jussieu.fr/scemama/thèse/ascenode7.html

$$G(x, y, z) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^3} e^{-\frac{(x^2+y^2+z^2)}{2\sigma^2}}$$

En pratique, afin que le calcul ne soit pas un obstacle, la formule devient :

$$G(x, y, z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} = G(x)G(y)G(z)$$

L'application du filtre se traduit donc par

$$u(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(z) \int_{-\infty}^{+\infty} G(y) \int_{-\infty}^{+\infty} G(x) u_0(x, y, z) dx dy dz$$

Ce filtre est bien meilleur que le filtre "moyenne mobile", dans le cadre où on effectue la régularisation la plus efficace en affectant le moins possible la résolution.

3. 2. 3. 2. 3. Filtre médian :

Pour chaque valeur de $u_0(x, y, z)$, $u(x, y, z)$ est la médiane des valeurs de u_0 dans une fenêtre taille $(2l+1) \times (2m+1) \times (2n+1)$ c'est-à-dire la valeur u pour laquelle on a autant de valeurs supérieures à u que de valeurs inférieures ou égales à u .

Par rapport au filtre "moyenne mobile", ce filtre atténue moins le bruit, mais il altère de façon moindre les zones de fort gradient. Cet effet se remarque, puisque les valeurs $u(x, y, z)$ appartiennent à l'ensemble des valeurs initiales $u_0(x, y, z)$ ce qui nous permet d'utiliser ce filtre pour régulariser des grilles booléennes. Ce filtre est à appliquer lorsque le bruit est de nature impulsionnelle.

3. 2. 3. 2. 4. Application des filtres : L'application de ces trois filtres sur l'image bruitée (figure III-5) donne ce qui suit :

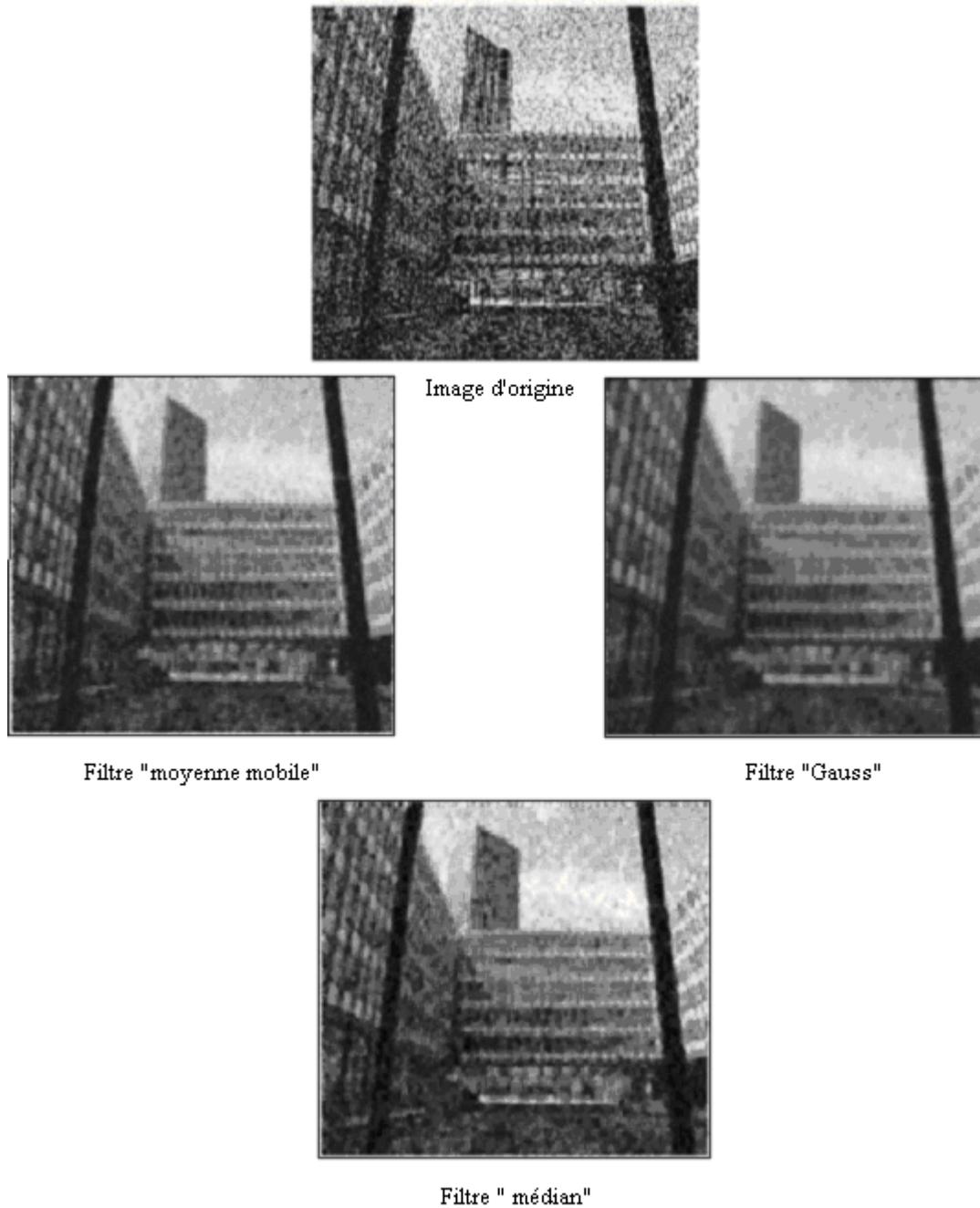


Figure I. 17 : Résultat d'application des trois filtres "moyenne mobile", "gaussien" et "médian" (Exemple visuelle).

Source : www.let.jussieu.fr/scemama/these/ascenode8.html

3. 3. Méthodes de dessaisonalisation par régression sur le temps :

3. 3. 1. Principe de la méthode de régression :

L'analyse de la saisonnalité a pour but une nouvelle répartition du profil historique de la chronique, sans modifier le niveau atteint en cumul annuel (par exemple) : les moyennes

annuelles de la série brute et de la série CVS doivent être identiques. Ce principe de base : appelé le principe de *la conservation des aires*, permet de calculer des coefficients saisonniers définitifs, dans les deux cas suivants :

3. 3. 1. 1. Schéma additif : la somme des coefficients doit être nulle.

Soit S_j le $j^{\text{ème}}$ coefficient provisoire, on calcule la somme des coefficients : $S = \sum_{j=1}^p S_j$ sachant que p est la période de saisonnalité.

- Si $S = 0$ les S_j sont les coefficients saisonniers définitifs.
- Si $S \neq 0$ les S_j sont normés afin que leurs somme soit nulle.

Les coefficients saisonniers définitifs sont donnés par : $S_j^* = S_j - \bar{S}$.

3. 3. 1. 2. Schéma multiplicatif : la moyenne des coefficients doit être = 1.

Soit S_j le $j^{\text{ème}}$ coefficient provisoire, on calcule la somme des coefficients : $S = \sum_{j=1}^p S_j$ sachant que p est la période de saisonnalité. Les coefficients saisonniers définitifs sont donnés par : $S_j^* = \frac{S_j}{\bar{S}}$.

3. 3. 2. Régression sur le temps :

La figure suivante illustre le traitement d'une dessaisonnalisation de ce type pour une série trimestrielle, schéma facilement adaptable au cas de périodicité différente.

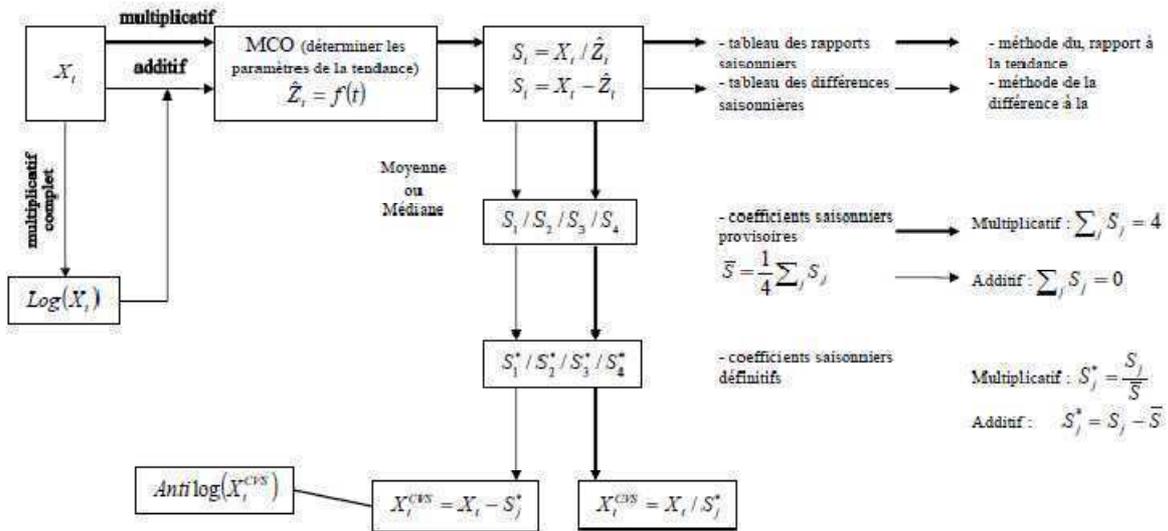


Figure I. 18 : Traitement d’une désaisonnalité (cas d’une série comportant une saisonnalité trimestrielle)

Source : Michel TERRAZA, Régis BOURBONNAIS, 1998.

Pour développer au mieux l’explication de cette figure, on va exposer dans le point suivant l’un des deux modèles principaux : le modèle multiplicatif de désaisonnalisation.

3. 3. 3. Exposé du modèle multiplicatif de désaisonnalisation :

Dans ce modèle, les valeurs successives de la série peuvent être considérées comme la résultante de la combinaison de trois coefficients :

Modèle multiplicatif (données mensuelles) : $X_t = X_{i,j} = Z_t \cdot S_j \cdot E_t$

où : t : est l’indice du mois dans l’ensemble de la série, $t = 1, \dots, T$;

i : l’indice de l’année, $i = 1, \dots, N$;

j : l’indice du rang du mois dans l’année, $j = 1, \dots, 12$.

Suivant le contexte, on préférera utiliser la notation continue des mois : t ou la notation i,j détaillant le numéro de l’année i et le numéro du mois dans l’année j . On passe facilement de l’une à l’autre en remarquant que : $t = 12(i-1) + j$, si l’on a choisi de commencer à 1 la numérotation des années.

On notera par ailleurs :

Z_t : tendance ou valeur lissée ou valeur «filtrée» de la série ;

S_j : coefficient spécifique au mois j que l'on cherche à déterminer ;

E_t : coefficient d'aléa ou mouvement accidentel ou variation résiduelle.

On part de l'hypothèse que le multiplicateur saisonnier est stable, pour les mois de même nom d'une année à l'autre - au moins pour les quelques années étudiées.

On suppose également que les mouvements aléatoires d'amplification ou de tassement du phénomène se compensent sur quelques mois.

On détermine tout d'abord les valeurs de la série « lissée » (Z_t), en général grâce à la méthode des moyennes mobiles.

3. 3. 3. 1. Calcul des multiplicateurs saisonniers «perturbés» :

En rapportant données brutes et données lissées, on obtient pour chaque mois une grandeur S_t^* ($= S_{i,j}^*$) qui fournit une première estimation du multiplicateur saisonnier, mais perturbée par les aléas puisque :

$$S^* = \frac{X_t}{Z_t} = \frac{Z_t \cdot S_j \cdot E_t}{Z_t} = S_j \cdot E_t$$

L'étape qui suit consiste à synthétiser les coefficients correspondants aux mois de même nom dans un coefficient unique. Compte tenu de l'hypothèse de compensation des aléas sur plusieurs mois, on peut les éliminer en déterminant pour chacun des 12 mois la moyenne des coefficients observés.

$$S_j = \frac{\sum_i S_{i,j}}{N-1} \quad \text{multiplicateurs moyens (non corrigés)}$$

Remarque : Si la série présente des accidents ou des valeurs aberrantes, on peut également ne calculer la moyenne qu'après élimination des deux valeurs extrêmes du mois (appelée : « moyenne tronquée d'ordre 2 »), ou retenir, de préférence à la moyenne, la médiane qui présente l'avantage de ne pas être influencée par ces valeurs aberrantes.

3. 3. 3. 2. « Neutralisation » annuelle des coefficients saisonniers :

Dans le cas simple où les mouvements aléatoires sont négligeables et où, de plus, la valeur tendancielle est constante dans la période étudiée : $a_t \approx 1$, $Z_t = \bar{Z}$ (constante) $\forall t$

Le modèle se réduit alors à : $X_{ij} = \bar{Z} \cdot S_j$

Il est logique de supposer, dans ce cas simple, que la moyenne des valeurs observées est rigoureusement égale à la valeur tendancielle constante \bar{Z} :

$$\bar{X} = \sum_{t=1}^T X_t / T = \bar{Z} \quad (*)$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{t=1}^T \bar{Z} S_j}{T} = \bar{Z} \frac{\sum_{t=1}^T S_j}{T} = \bar{Z} \bar{S}$$

avec \bar{S} la moyenne des coefficients saisonniers.

Pour satisfaire à la condition (*), on doit donc avoir : $\bar{Z} \bar{S} = \bar{Z}$ donc : $\bar{S} = 1$

c'est-à-dire une moyenne des coefficients saisonniers égale à 1. C'est ce que l'on appelle le «principe de la conservation des aires » :

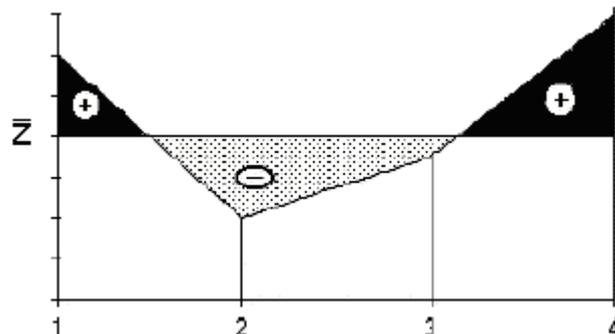


Figure I. 19 : Exemple de conservation des aires sur une série trimestrielle à tendance constante.

Source : Bernard DELMAS, 2002, p : 9.³⁴

Du graphe, on peut facilement remarquer que l'aire totale des surfaces situées au-dessus de la courbe (trame foncée) est égale à l'aire totale des surfaces situées en dessous (trame claire).

³⁴Bernard DELMAS, Statistique descriptive, éditions Nathan-Université, 3ème édition : 2002, p : 4.

On commence par déterminer la moyenne des coefficients calculés à l'étape précédente :

$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^{12} S_j}{12}$ si cette moyenne \bar{S} s'avère sensiblement différente de 1, on devra corriger

chacun des douze multiplicateurs provisoires en les divisant par la moyenne \bar{S} : $S_j^* = \frac{S_j}{\bar{S}}$

(pour $j = 1, 2, \dots, 12$) appelé Multiplicateurs définitifs (corrigés). On assure ainsi, par construction, la neutralisation annuelle des 12 coefficients :

$$\frac{\sum_{j=1}^{12} S_j^*}{12} = \frac{\sum_{j=1}^{12} \frac{S_j}{\bar{S}}}{12} = \frac{\sum_{j=1}^{12} S_j}{12 \cdot \bar{S}} = \frac{\bar{S}}{\bar{S}} = 1$$

3. 3. 3. 3. Calcul de la série CVS :

On peut maintenant déduire de la série brute la série corrigée des variations saisonnières (ou : « série CVS » comme disent les statisticiens). Il suffit de diviser chaque valeur observée par le coefficient du mois correspondant :

$$X_t^{CVS} = X_{ij}^{CVS} = \frac{X_{ij}}{S_j^*} \text{ (pour } t = 1, 2, 3, \dots, T)$$

La série CVS correspond ainsi à la résultante des seules influences de la tendance et des mouvements aléatoires, en effet, si l'on se rapporte à la formule de base du modèle donnée :

$X_t = X_{ij} = Z_t \cdot S_j \cdot E_t$ on peut en déduire que :

$$X_{ij} = \frac{X_{ij}}{S_j} = \frac{Z_{ij} \cdot S_j \cdot E_{ij}}{S_j} = Z_{ij} \cdot E_{ij}$$

On peut vérifier la qualité de la procédure retenue (ainsi que l'exactitude des calculs) en construisant ensuite la série des valeurs ajustées de la variable par le produit des valeurs tendancielle par les coefficients mensuels adéquats : $X_{\text{ajusté}} : \hat{X}_{ij} = \hat{X}_t = Z_t \cdot S_j$

Les écarts entre la série brute et la série ajustée ne doivent provenir que des mouvements accidentels et doivent donc être distribués de manière erratique. Si au contraire les écarts augmentent ou diminuent régulièrement, c'est que le modèle d'analyse a été mal choisi.

3. 3. 3. 4. Projections :

On utilise le même principe de calcul pour les valeurs ajustées et pour les prévisions :

3. 3. 3. 4. 1. Première étape :

On déduit tout d'abord de la tendance passée (les Z_t de l'étape n°1) les valeurs tendanciennes futures projetées : ${}_p Z_{T+1}, {}_p Z_{T+2}, \dots$. On se limitera souvent à une simple "extrapolation", c'est-à-dire à la prolongation d'une droite si la tendance passée est à peu près linéaire. L'utilisation de cette méthode - fruste mais assez efficace - justifie l'emploi du terme de "projection" dans ce contexte, de préférence à celui de "prévision", un peu trop ambitieux.

3. 3. 3. 4. 2. Deuxième étape :

On « désaisonnalise » ensuite en effectuant le produit des valeurs de tendance par le multiplicateur mensuel adéquat :

$$\mathbf{X}_{\text{projeté}} : \quad {}_p \hat{X}_{ij} = {}_p \hat{X}_i = {}_p Z_i \cdot S_j$$

Conclusion :

La qualité de la prévision de X dépend bien sûr crucialement de la vraisemblance des hypothèses retenues pour la projection des Z_t . Cette projection est peu risquée si l'on a constaté une croissance régulière à taux constant dans le passé, c'est-à-dire une droite de tendance dans un graphique semi-logarithmique. On se bornera alors généralement à prolonger cette droite.

Si, par contre, on a constaté des ruptures de rythme, des points d'inflexion sur la courbe tendancielle, la projection sera beaucoup plus arbitraire. En l'absence de renseignements plus précis sur l'évolution prévisible du marché..., le seul conseil que l'on puisse donner est un conseil de bon sens : le prévisionniste prendra moins de risque en prolongeant la fin de la courbe, c'est-à-dire en prenant appui sur les données les plus récentes.

On rappellera à ce propos que le fait de réaliser une projection linéaire dans un graphique arithmétique revient à supposer un freinage du rythme de croissance.

Notons enfin que les critiques que l'on peut porter à la méthode de projection, si elles doivent inciter à la prudence, ne condamnent pas cependant la méthode en elle-même. Une prévision - même très grossière - de l'activité d'un service sera toujours préférable pour l'administrateur ou le gestionnaire au noir complet !

Section 4 : Prévision par lissage exponentielle :

Introduction :

Les méthodes de lissages consistent à explorer une série en vue de faire de la prévision, or comme on le voit sur l'exemple ci-dessous, une extrapolation simple (linéaire en l'occurrence) dépend fortement du type de résultats que l'on cherche à avoir : prévision à court, moyen, ou long terme.

Ces méthodes de lissage ont beaucoup de succès dans les milieux dans lesquels un grand nombre de chroniques unidimensionnelles doivent être analysées séparément dans un but de prévision. Les succès sont importants malgré l'absence de bases théoriques solides comparable à celles des méthodes ARMA, ARIMA et SARIMA.

On présente, dans cette section les bases empiriques des techniques et précisions les conditions d'utilisation optimales. Sachant que, les procédures automatiques présentent quelques dangers. On risque des mauvaises prévisions si la technique utilisée n'est pas adaptée à la chronique analysée.

Dans toutes les techniques le lissage exponentiel ajuster à la chronique, localement, une fonction simple :

- Une constante dans le lissage exponentiel simple LES ;
- Une droite dans le lissage exponentiel double LED ;
- Des fonctions polynomiales ou périodiques dans les lissages plus généraux LEG.

En plus de ces trois méthodes de lissage exponentiel, on complétera cette section par « les méthodes de Holt-Winters », avec l'introduisent le facteur de saisonnalité.

4. 1. Lissage exponentiel simple LES :

On dispose de N^{35} observations X_1, X_2, \dots, X_N , et on souhaite prévoir, la valeur à un horizon h . On note cette prévision : $\hat{X}_T(h)$.

La prévision $\hat{X}_T(h)$ fournie par le LES, avec la constante de lissage α , $0 < \alpha < 1$ est :

³⁵ L'entier N est appelé parfois base de la prévision

$$\hat{X}_T(h) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_{T-j}$$

$\hat{X}_T(h) = \hat{X}_T$ soit $\hat{X}_T(h)$ ne dépend pas de h , et \hat{X}_T : prévision faite en T de la valeur $T + 1$.

Ainsi F_{T+1} : valeur prédite pour la date $T + 1$ $F_T = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_{T-j}$

On remarque rapidement à partir de cette fonction, qu'on donne un poids d'autant moins important aux observations du passé que ceux les plus récents, avec une croissance exponentielle, qui donne comme résultat :

- $\alpha \rightarrow 1$: prise en compte de tout le passé en pratique entre $[0.7, 0.99]$;
- $\alpha \rightarrow 0$: prise en compte d'avantage des valeurs récentes (plus sensible aux fluctuations) en pratique entre $[0.01, 0.3]$;

Donc, la prévision F_T est construite : en prenant en compte toute l'histoire de la chronique, de sorte que, plus on s'éloigne de la base T de prévision, moins l'influence des observations correspondantes est importante. Cette décroissance de l'influence est de type exponentiel. De la vient le nom de la technique. Toutes ces fonctions auront le fait suivant sur un exemple graphique :

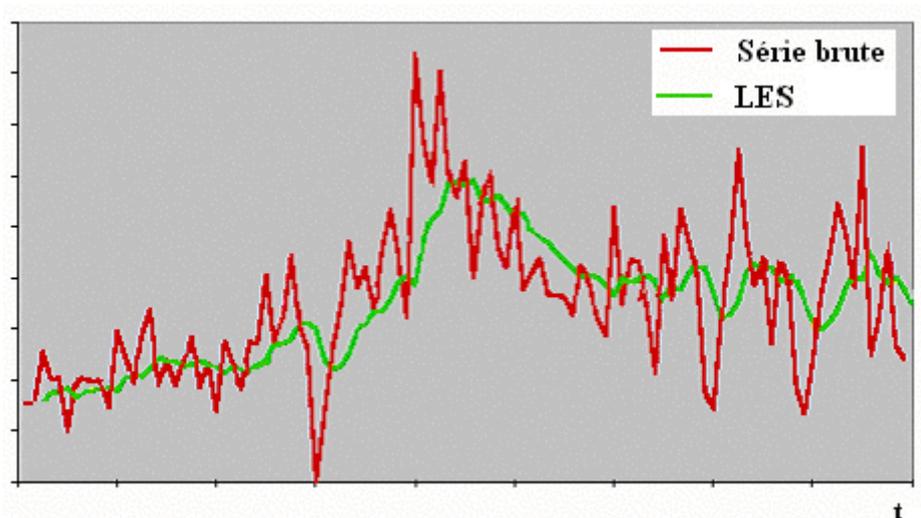


Figure I. 20 : L'effet du lissage exponentiel simple sur le graphe de la chronique.

Source : soi même

4. 1. 1. Formules récursives de mise à jour :

À partir de la définition du lissage exponentiel simple « LES » précédente, on obtient les formules de récurrences suivantes :

$$F_T = (1-\alpha)X_{T-1} + \alpha F_{T-1} \qquad F_T = (1-\alpha)X_{T-1} + \alpha [(1-\alpha)X_{T-2} + \alpha F_{T-2}]$$

Pour ne pas refaire les calculs à chaque fois :

$$F_{T+1} = (1-\alpha)X_T + \alpha F_T \Leftrightarrow F_{T+1} = X_T - \alpha X_T + \alpha F_T \Leftrightarrow F_{T+1} = X_T - \alpha (X_T - F_T)$$

En développant on obtient : $F_T = (1-\alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_{T-j}$

Sachant que l'erreur commise dans la prédiction précédente (prédiction de T) est :

$$X_T - F_T = \xi_T, \text{ la fonction revient à : } F_{T+1} = X_T - \alpha \xi_T$$

4. 1. 2. Choix de la constante de lissage :

On peut déterminer la valeur de α adapté à la prévision d'une série de donnée. On utilisant la méthode des moindres carrés, en cherchant la valeur qui minimise les écarts entre les prévisions et les observations (qui en moyenne réalise la meilleure prévision) :

$$Min[SSE] = Min \left[\sum_{i=1}^T (X_i - F_i)^2 \right]$$

si on remplace F_i par sa fonction correspondante, on obtient :

$$Min[SSE] = Min \left[\sum_{i=1}^T \left(X_i - (1-\alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_j \right)^2 \right]$$

En pratique le choix de la constante de lissage, se fait à l'aide d'un algorithme qui facilite le calcul pour plusieurs valeurs de α et choisit la valeur qui minimise le SSE.

4. 1. 3. Critique de la méthode de lissage exponentiel simple :

En pratique le lissage exponentiel simple est très peu utilisé, cela peut se résumer en :

- la méthode n'est pas bonne en présence de tendance de composante saisonnière ou de fluctuation de hautes fréquences, mais permet de suivre une tendance à variation très lente (une constante pouvant évoluer au cours du temps), en l'absence d'effet saisonnier.

- le choix de α peut relever de considérations empiriques : des fortes pondérations pour les valeurs récentes, donne de meilleures prévisions à court terme qu'à long terme.

L'intérêt de la méthode est d'aboutir à des formules de mise à jour des paramètres sans avoir à recalculer à chaque instant la solution du modèle linéaire. La simplicité des formules obtenues tient à la nature exponentielle du facteur d'oubli qui permet d'utiliser des approximations.

4. 2. Lissage exponentiel double ou améliorée LED :

Le lissage exponentiel simple est adapté à des séries pouvant être ajustée par une constante. Cette permet de faire un ajustement par une droite au voisinage de T à savoir approcher X_T par Y_t , ou : $Y_t = a_1 + a_2(t - T)$

Le prédicateur sera : $F_{T+h} = \hat{a}_1 + \hat{a}_2 h$, a_1 et a_2 sont solution de la méthode des moindres carrés :

$$\text{Min}[SSE] = \text{Min} \left[\sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j (X_{T-j} - (a_1 - a_2 j))^2 \right]$$

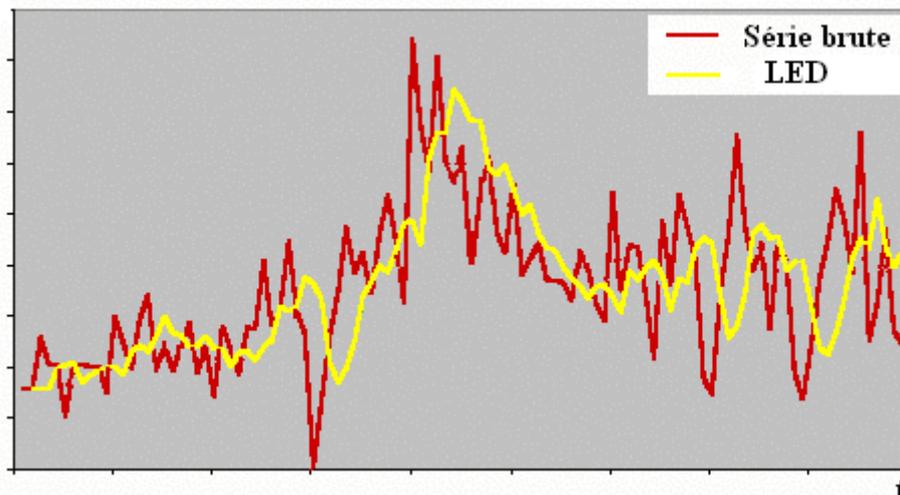


Figure I. 21 : L'effet du lissage exponentiel double sur le graphe de la chronique
Source : soi même

4. 2. 1. Calcul des coefficients :

Dans le cas de la prévision par lissage exponentiel double, la méthode des moindres carrés suit les procédures suivantes :

On annule les dérivées partielles de SSE par rapport à a_1 et a_2 . On a :

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_{T-j} - a_1 \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j + a_2 \sum_{j=0}^{T-1} j \alpha^j = 0 & (1) \\ \sum_{j=0}^{T-1} j \alpha^j X_{T-j} - a_1 \sum_{j=0}^{T-1} j \alpha^j + a_2 \sum_{j=0}^{T-1} j^2 \alpha^j = 0 & (2) \end{cases}$$

Après quelques modifications mathématiques, et en introduisant deux lissage exponentiels simples successifs :

- Celui de X produit L_1 : $L_1(T) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_{T-j}$
- Celui de L_1 produit L_2 : $L_2(T) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j L_1(T - j)$

après introduction de ces deux lissages exponentiels simples dans les équations (1) et (2), on obtient :

$$\begin{cases} L_1(T) - a_1 + a_2 \frac{\alpha}{1 - \alpha} = 0 & (3) \\ L_2(T) - (1 - \alpha)L_1(T) - a_1 \alpha + a_2 \frac{\alpha(1 + \alpha)}{1 - \alpha} = 0 & (4) \end{cases}$$

les solutions cherchées après résolution de l'ensemble des deux problèmes (3) et (4) :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = L_1(T) - L_2(T) & (5) \\ \hat{a}_2(T) = \frac{1 - \alpha}{\alpha} [L_1(T) - L_2(T)] & (6) \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} L_1(T) = \hat{a}_1(T) - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \hat{a}_2(T) & (7) \\ L_2(T) = \hat{a}_1(T) - \frac{2\alpha}{1 - \alpha} \hat{a}_2(T) & (8) \end{cases}$$

4. 2. 2. Formules récursives de mise à jour :

Commençons par $L_1(T)$ et $L_2(T)$:

$$L_1(T) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j X_{T-j} = (1 - \alpha)X_T + \alpha L_1(T - 1) \quad (9)$$

$$L_2(T) = (1 - \alpha)L_1(T - 1) + \alpha L_2(T - 1)$$

$$L_2(T) = (1 - \alpha)^2 X_T + \alpha (1 - \alpha)L_1(T - 1) + \alpha L_2(T - 1) \quad (10)$$

En réécrit les deux formules (5) et (6) en utilisant les deux formules (9) et (10), et en tenant compte de (7) et (8) on obtient :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = (1 - \alpha^2)X_T + \alpha^2 [\hat{a}_1(T - 1) - \hat{a}_2(T - 1)] \\ \hat{a}_2(T) = (1 - \alpha^2)X_T - (1 - \alpha)^2 \hat{a}_1(T - 1) + (2\alpha - \alpha^2) \hat{a}_2(T - 1) \end{cases}$$

en utilisant la formule $F_{T+h} = \hat{a}_1 + \hat{a}_2 h$ avec $h=1$ et $t-1$ comme instant de base, on obtient :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = \hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1) + (1-\alpha^2)[X_T - F_T] \\ \hat{a}_2(T) = \hat{a}_2(T-1) + (1-\alpha)^2[X_T - F_T] \end{cases} \quad (11)$$

Sachant que l'erreur commise dans la prédiction précédente (prédiction de T) est : $X_T - F_T = \xi_T$, la fonction revient à :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = \hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1) + (1-\alpha^2)\xi_T \\ \hat{a}_2(T) = \hat{a}_2(T-1) + (1-\alpha)^2\xi_T \end{cases}$$

Si on veut toucher la différence entre l'effet du lissage exponentiel simple et du lissage exponentiel double, on peut superposer les deux figures (Figure I. 20 et Figure I. 21) :

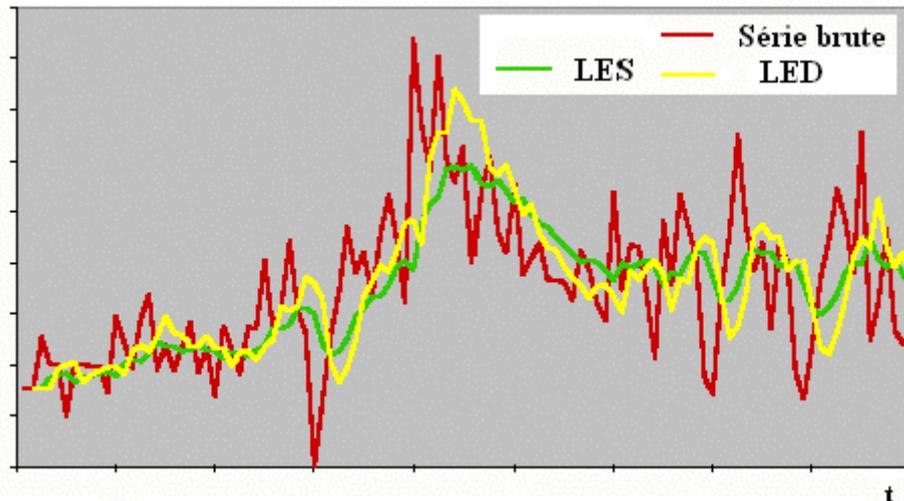


Figure I. 22 : la différence entre les effets des deux lissages exponentiels « simple et double » sur le graphe de la chronique

Source³⁶ : Serge DEGERINE, 2004, p64.

4. 3. Lissage exponentiel généralisé LEG :

« On conçoit aisément que l'on ait essayé de généraliser les méthodes des deux premiers points en cherchant à ajuster au voisinage de T, une fonction plus compliquée : en particulier des fonctions ayant une composante périodique pour pouvoir traiter les séries saisonnières. La difficulté de cette généralisation était de conserver des méthodes de calcul simple ; ce

³⁶ www.lmc.imag.fr/lmc-sms/Serge.Degerine/Enseignement/M2P_IS//SC_IS/SC-cours.pdf

problème a été résolu par Brown (1962), à l'aide de l'introduction de la notion de vecteur de fonctions à matrice de transitions fixe »³⁷.

En d'autres termes que le vecteur :

$$f(t) = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{pmatrix}, t \in \mathbf{Z},$$

$f(t)$ admet une matrice de transition fixe A telle que : $f(t) = A f(t-1), \forall t \in \mathbf{Z}$.

4. 3. 1. Matrices de transition fixes :

La méthode du lissage exponentiel généralisé consiste à ajuster au voisinage de T de la série X_t , une fonction $\varphi(t-T)$ de la $\varphi(t) = \sum_{i=1}^n a_i f(t)$, ou $f(t)$ est à matrice de transition fixe, et à utiliser cette fonction ajustée pour la prévision.

Cette classe de fonction $\varphi(t)$ comprend la plupart des fonctions usuelles suivantes :

4. 3. 1. 1. Fonction constante : $\varphi(t) = a$ obtenu avec $f(t) = 1$ et $A = 1$.

Dans ce cas on trouve le principe du lissage exponentiel simple **LES**.

4. 3. 1. 2. Fonction linéaire : $\varphi(t) = a_1 + a_2 t$,

on obtient avec : $f(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}$ et dans ce cas : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ puisque $\begin{vmatrix} 1 \\ t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 \\ t-1 \end{vmatrix}$

Avec cette fonction la méthode du lissage exponentiel généralisé coïncide avec le lissage exponentiel double **LED**.

4. 3. 1. 3. Fonction polynomiale de degré m : $\varphi(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i t^i$

Cette famille est obtenue en prenant en compte comme base les polynômes :

$$f_1(t) = 1, f_2(t) = t, f_3(t) = \frac{t(t-1)}{2}, \dots, f_{m+1}(t) = \frac{t(t-1)\dots(t-m+1)}{m!}$$

³⁷ Christian GOURIEROUX, Alain MONFORT, SERIES TEMPORELLES ET MODELES DYNAMIQUES, collection « économie et statistiques avancées », série : Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique et Centre d'Etude des Programmes Economiques, éditions Economica, Février 1990, paris, France, p : 135.

$$\text{ainsi : } f(t) = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_{m+1}(t) \end{pmatrix} \text{ est à matrice de transition fixe : } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. 3. 1. 4. Fonctions sinusoidales : $\varphi(t) = a_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(\omega t)$,

$$\text{obtenues avec : } f(t) = \begin{pmatrix} \sin(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{pmatrix}, \quad \text{et dans ce cas : } A = \begin{pmatrix} \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix}.$$

4. 3. 1. 5. Fonction exponentielle : $\varphi(t) = a e^{\alpha t}$,

$$\text{avec : } f(t) = e^{\alpha t} \text{ et dans ce cas : } A = e^{\alpha}.$$

4. 3. 2. Description de méthode LEG :

Cette méthode de lissage se met en place de la même façon que les méthodes précédentes, l'ajustement au voisinage de T, de la fonction $\varphi(t) = f'(t-T)a$. Le programme d'optimisation s'écrit :

$$\text{Min [SSE]} = \text{Min} \left[\sum_{i=0}^{T-1} \beta^j (X_{T-j} - f'(-j)a)^2 \right]$$

sachant que $f'(t)$: transposé de $f(t)$; a : vecteur colonne formé par les a_i

en introduisant :

$$X = \begin{pmatrix} X_T \\ \vdots \\ X_1 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} f_1(0) & \cdots & f_n(0) \\ \vdots & & \vdots \\ f_1(-T+1) & \cdots & f_n(-T+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f'(0) \\ \vdots \\ f'(-T+1) \end{pmatrix} \text{ et } \Omega = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & 1/\beta & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1/\beta^{T-1} \end{pmatrix}$$

il est clair que la fonction de minimisation correspond à la régression linéaire de X sur les colonnes de F, associée à la matrice de covariance Ω . On en déduit que la solution de la fonction (11) est unique et donnée par :

$$\hat{a}(T) = (F' \Omega^{-1} F)^{-1} F' \Omega^{-1} X.$$

$$\text{En notant } M(T) = F' \Omega^{-1} F \text{ et } Z(T) = F' \Omega^{-1} X, \text{ on a : } \hat{a}(T) = (M(T))^{-1} Z(T) \quad (12)$$

Les matrices $M(T)$ et $Z(T)$ peuvent aussi s'écrire : $M(T) = \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j f(-j)f'(-j)$ (13)

$$Z(T) = \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j f(-j)X_{T-j}$$

D'après la formule (13), la matrice $M(T)$ converge vers une matrice finie M quand $T \rightarrow +\infty$: on peut estimer $\hat{a}(T)$ en utilisant cette matrice limitée : $\hat{a}(T) = M^{-1} Z(T)$ (14)

avec : $M = \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j f(-j)f'(-j)$

la prévision de X_{T+h} , faite à la date T , est : $\hat{X}_T(h) = f'(h) \hat{a}(T)$ (15)

4. 3. 3. Méthode adaptative de mise à jour :

Pour cela notant que : $Z(T+1) = X_{T+1} f(0) + \beta A^{-1} Z(T)$ et on peut écrire aussi, en utilisant la formule (14) :

$$\hat{a}(T+1) = X_{T+1} M^{-1} f(0) + \beta M^{-1} A^{-1} M \hat{a}(T)$$

ou $\hat{a}(T+1) = g X_{T+1} + G \hat{a}(T)$ avec $g = M^{-1} f(0)$

$$G = \beta M^{-1} A^{-1} M$$

Les matrices g et G sont indépendantes de T et peuvent être calculées une fois pour toutes. Ainsi la formule de mise à jour s'écrit sous la forme suivante :

$$\hat{a}(T+1) = A' \hat{a}(T) + g [X_{T+1} - \hat{X}_T(1)]$$

Cette formule généralise les deux formules de mise à jour des deux méthodes précédentes LES et LED

Dans ce genre de résolution, le problème majeur est la détermination de f . La nature de la série (tendance, variations saisonnières) peut donner des indications, mais il reste à cet égard un degré d'arbitraire qui sera beaucoup moins important dans la méthode de Box et Jenkins.

4. 4. Méthodes de Holt-Winters :

Les méthodes de Brown démontrées dans le deuxième et le troisième point de cette section (LED et LEG) ont pour origine une généralisation de la méthode de lissage exponentiel

simple considérée comme un ajustement local d'une droite horizontale. Holt et Winters ont adopté une approche différente, qui se résume dans ce qui suit :

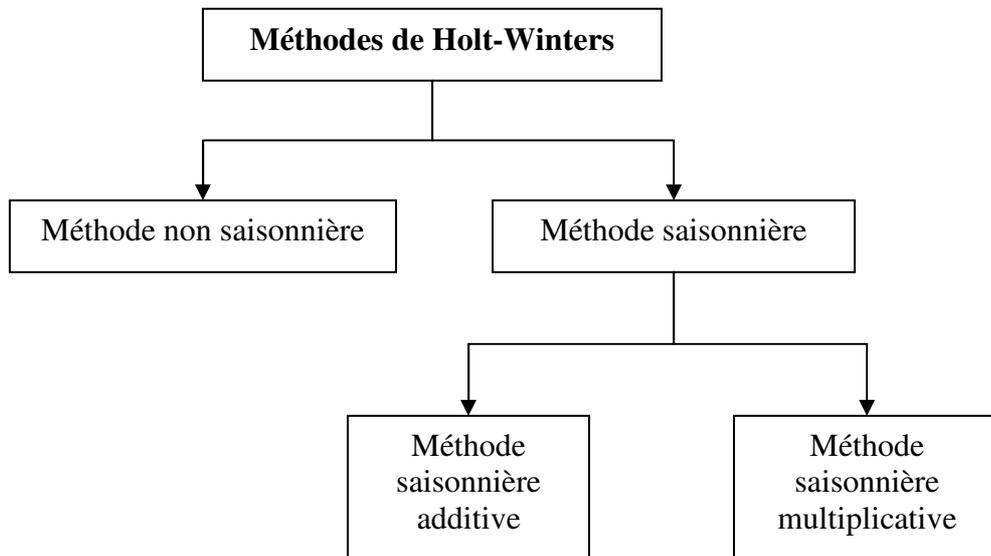


Figure I. 23 : Méthodes de Holt-Winters (1960)
Source³⁸ : Olivier. ROUSTANT, 2008.

4. 4. 1. Méthode non saisonnière :

La méthode de Holt-Winters sans saisonnalité est fondée, comme la méthode de lissage double, sur l'hypothèse d'ajuster au voisinage de T , une droite quelconque, la nuance se fait au niveau des formule de mise à jour, qui prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = (1 - \alpha) X_T + \alpha [\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)], & 0 < \alpha < 1, & (16) \\ \hat{a}_2(T) = (1 - \gamma) [\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + \gamma \hat{a}_2(T-1), & 0 < \gamma < 1, & (17) \end{cases}$$

La formule (16) est une moyenne pondérée de deux informations sur le **niveau** a_1 de la série à la date T : l'observation X_T et la prévision faite en $T - 1$.

La formule (17) est une moyenne pondérée de deux informations sur la **pen**te a_2 , de la série à la date T : la différence entre les niveaux estimés à $T - 1$ et T la pente estimer en $T - 1$. Toutefois ces deux relations ne peuvent être utilisées qu'après initialisation, qui se fait généralement de la façon suivante :

³⁸ www.emse.fr/~roustant/.../polycopie_series_temporelles_2008_2009.pdf

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = X_2 \\ \hat{a}_2(T) = X_2 - X_1 \end{cases}$$

La prévision à l'horizon h faite à la date T est donnée par :

$$\hat{X}_T(h) = \hat{a}_1(T) + h \hat{a}_2(T)$$

Cette méthode est plus flexible que la méthode du lissage exponentiel double dans la mesure où elle fait intervenir deux constantes (α, γ) au lieu d'une (β) ; plus précisément la formule (11) s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(T) = (1 - \beta^2)X_T + \beta^2[\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)] \\ \hat{a}_2(T) = \hat{a}_2(T-1) + \frac{(1 - \beta)^2}{1 - \beta^2}[\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1) - \hat{a}_2(T-1)] \end{cases}$$

est identique au formule (16) et (17), si on prend :

$$\begin{cases} \alpha = \beta^2 \\ \gamma = 1 - \frac{(1 - \beta)^2}{1 - \beta^2} = \frac{2\beta}{1 + \beta} \end{cases}$$

La contrepartie de cette grande flexibilité est d'avoir à choisir deux constantes au lieu d'une, soit par des méthode subjectives : α et $\gamma \rightarrow 1 \Rightarrow$ des prévisions très « lisses », puisque le poids du passé est fort ; soit par des méthodes objectives : comme la minimisation en α et γ de $\sum_{t=1}^{T-1} [X_{t+1} - \hat{X}_t]^2$.

4. 4. 2. Méthode saisonnière :

Cette méthode fait introduire la notion de saisonnalité, une notion qui peut prendre deux formes :

4. 4. 2. 1. Méthode saisonnière additive :

On suppose ici que la série X_t peut être approchée au voisinage de T par la série :

$$Y_t = a_1 + (t - T)a_2 + S_T, \text{ ou } S_t : \text{ est un facteur saisonnier.}$$

Les $s = 4$ formules de mise à jour s'écrivent de la façon suivantes, ou s est le facteur de saisonnalisation (ou le nombre de saisons : $s = 4$ pour des données trimestrielles ou $s = 12$ pour des données mensuelles) :

$$\begin{cases} \text{lissage de la moyenne : } \hat{a}_1(T) = (1 - \alpha)(X_T - \hat{S}_{T-s}) + \alpha[\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)], & 0 < \alpha < 1 \\ \text{lissage de la tendance : } \hat{a}_2(T) = (1 - \gamma)[\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + \gamma \hat{a}_2(T-1) & , 0 < \gamma < 1 \\ \text{lissage de la saisonnalité : } \hat{S}_T = (1 - \delta)[X_T - \hat{a}_1(T)] + \delta \hat{S}_{T-s} & , 0 < \delta < 1 \end{cases}$$

et la prévision à horizon h s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{X}_T(h) = \hat{a}_1(T) + h \hat{a}_2(T) + \hat{S}_{T+h-s} & , \text{ si } 1 \leq h \leq s, \\ \hat{X}_T(h) = \hat{a}_1(T) + h \hat{a}_2(T) + \hat{S}_{T+h-2s} & , \text{ si } s \leq h \leq 2s, \\ \text{etc...} \end{cases} \quad (18)$$

Les formules (18) s'interprètent de la même façon que les formules (16) et (17) ; le principal problème est le même que celui de la méthode non saisonnière : le choix des constantes α , γ et δ , est les méthodes de détournement de ce problèmes sont les mêmes que les précédentes.

La encore le problème d'initialisation va se poser, et on peut prendre :

$$\begin{cases} \hat{a}_1(s) = M_s(X_1; \dots; X_s) & , M_s \text{ est une moyenne pondérée,} \\ \hat{a}_1(s+1) = M_s(X_{2; \dots; X_{s+1}}), \\ \hat{a}_2(s+1) = \hat{a}_1(s+1) - \hat{a}_1(s), \\ \hat{S}_j = X_j - \hat{a}_1(j). \end{cases}$$

Remarque : le cas d'une saisonnalité trimestrielle, $s = 4$

$$\hat{a}_1(4) = \frac{\frac{1}{2}X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + \frac{1}{2}X_6}{4}$$

4. 4. 2. 2. Méthode saisonnière multiplicative :

On suppose ici que la série X_t peut être approchée au voisinage de T par la série :

$$Y_t = [a_1 + (t - T)a_2] S_T, \quad \text{ou } S_t : \text{ est un facteur saisonnier.}$$

Les $s = 4$ formules de mise à jour s'écrivent de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_1(T) = (1 - \alpha) \frac{X_T}{\hat{S}_{T-s}} + \alpha [\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)], \quad 0 < \alpha < 1, \\ \hat{a}_2(T) = (1 - \gamma) [\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + \gamma \hat{a}_2(T-1), \quad 0 < \gamma < 1, \\ \hat{S}_T = (1 - \delta) \frac{X_T}{\hat{a}_1(T)} + \delta \hat{S}_{T-s}, \quad 0 < \delta < 1. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{lissage de la moyenne,} \\ \text{lissage de la tendance,} \\ \text{lissage de la saisonnalité.} \end{array} \right.$$

et la prévision à horizon h s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{X}_T(h) = [\hat{a}_1(T) + h \hat{a}_2(T)] \hat{S}_{T+h-s}, \quad \text{si } 1 \leq h \leq s, \\ \hat{X}_T(h) = [\hat{a}_1(T) + h \hat{a}_2(T)] \hat{S}_{T+h-2s}, \quad \text{si } s \leq h \leq 2s, \\ \text{etc...} \end{array} \right.$$

La encore le problème d'initialisation va se poser, et on peut prendre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_1(s) = M_s(X_1; \dots; X_s), \quad M_s \text{ est une moyenne pondérée,} \\ \hat{a}_1(s+1) = M_s(X_{2, \dots; X_{s+1}}), \\ \hat{a}_2(s+1) = \frac{\hat{a}_1(s+1)}{\hat{a}_1(s)}, \\ \hat{S}_j = \frac{X_j}{\hat{a}_1(j)}. \end{array} \right.$$

Conclusion :

En fait toutes les méthodes que l'on a vues dans cette section sont, à l'exception de la dernière, des cas particuliers du système de prévision de Box-Jenkins. Ce système a en outre l'avantage important de sélectionner la méthode la plus appropriée à la série dans un grand ensemble de méthodes possibles, alors que chacune des méthodes décrites dans cette section n'est adaptée qu'à un certain type de séries. Enfin, dans le système Box-Jenkins, il n'y a pas d'arbitraire analogue au choix des constantes de lissages. Naturellement, ces qualités de la méthode Box-Jenkins seront acquises dans le chapitre suivant.

présence ou non d'un effet saisonnier conduisant ainsi à des méthodes de prévision simples. Ainsi que les méthodes de lissage. La tendance et l'effet saisonnier sont estimés de façon non paramétrique par le biais de moyennes mobiles. L'étude des solutions des équations de récurrence linéaires permet de faire le lien avec le chapitre précédent.

CHAPITRE 2 :

Modélisation univariée et prévision des
processus aléatoires

Introduction :

Les techniques traditionnelles de prévision des séries chronologiques se révèlent dans la plupart des cas insuffisantes pour prévoir les phénomènes économiques. En dehors des méthodes de lissage. Le caractère déterministe qui met en évidence les composantes de la série, mettait les chercheurs dans l'obligation de trouver un nouveau concept de traitement des chroniques. Suite a une série de travaux qui proposent une nouvelle « philosophie » de traitement : ils considèrent qu'à l'instant t , la valeur x_t de la chronique est un état d'une variable aléatoire. Ce faisant sur une période d'observation, cette suite de variables aléatoires qui peut recourir à l'ensemble des travaux concernant les processus aléatoires, ainsi en faire bénéficier les chroniques économiques.

Mais en économie, l'expérience n'est pas renouvelable, et en ne dispose que d'un échantillon temporel. De ce fait, il faut recourir à l'hypothèse forte d'ergodicité qui suppose que l'estimation des moments du processus pour chacun des instant t tend vers l'estimation des moments les plus long du processus et donc vers les moments temporels de l'échantillon.

Pour développer la théorie des processus aléatoire, il est impératif de faire un petit aperçu sur l'évolution de cette théorie dans le temps¹. Dans ce chapitre la démarche sera de faire un aperçu sur les processus aléatoire avant de pouvoir déterminer la méthodologie de Box-Jenkins pour faire ensuite des prévisions dans les ARMA et les ARIMA et les SARIMA.

¹ Voir Annexe 6

Section 1 : Processus aléatoires :

Introduction :

« On utilise le terme de processus aléatoire pour décrire une quantité variable dont le comportement ne peut pas être exprimé entièrement par une relation déterministe »²

Appelé aussi processus stochastique, un processus aléatoire est une suite de variables aléatoires indexées dans le temps. On supposera par souci de simplicité, que les dates d'observations ne sont pas équidistantes (lorsque les dates d'observations ne sont pas équidistantes des procédures plus complexes d'analyse des séries temporelles sont nécessaires).

Avant de pouvoir définir le processus aléatoire « ou stochastique » il faut bien mettre le point sur la variable aléatoire elle-même. Une variable aléatoire réelle X est une variable à valeurs réelles dont le comportement peut être décrit par une loi de probabilité. Habituellement, cette loi de probabilité est décrite par une fonction de distribution :

$$F_X(x) = P[X < x]$$

Partant de la définition précédente, un processus stochastique sur T , telle qu'à chaque élément $t \in T$ est associée à une variable aléatoire appelée X_t . Le processus s'écrit $(X_t : t \in T)$

1. 1. Quelques définitions et outils pour l'analyse des séries temporelles :

Avant de détailler les processus aléatoire on doit définir plusieurs déterminants qui aident à différencier ces processus : les opérateurs de recul et d'avance, la stationnarité et la fonction d'autocorrélation.

1. 1. 1. Opérateurs « de recul et d'avance » :

1. 1. 1. 1. Opérateur de recul B :

L'opérateur de recul ou l'opérateur retard "backshift or backward, operator" B (ou L), il est défini comme agissant sur la série.

² Georges BRESSON, Alain PIROTTE "Économétrie des séries temporelles : théorie et applications" Editions PUF 1995 Vendôme -France- p 17.

A un instant t on fait correspondre la valeur de la série à l'instant $t-1$. On définit ainsi une nouvelle série BX comme: $B X_t = X_{t-1}$

On peut appliquer plusieurs fois cet opérateur, on définit ainsi des nouvelles séries : $B^2 X_t = B(B X_t) = B X_{t-1} = X_{t-2}$ et $B^m X_t = X_{t-m}$ avec m : degré de recul.

1. 1. 1. 2. Opérateur d'avance F :

Cette opérateur est défini par $F X_t = X_{t+1}$ on l'appliquant plusieurs fois des nouvelles séries sont défini ainsi: $F^2 X_t = F(F X_t) = F X_{t+1} = X_{t+2}$ et en remarque que $F = B^{-1}$, on peut se contenter du seul opérateur B , ce qui permet de décrire complètement un filtre linéaire par un polynôme en B , noté $\phi(B)$, auquel on peut appliquer les règles algébriques suivantes :

$$Y_t = \phi(B) X_t \quad \text{où} \quad \phi(B) = \sum_{s=-m}^n a_s B^s$$

1. 1. 2. Lecture de l'autocorrélogramme sous logiciel (EViews):

Les autocorrélogrammes sont présentés sous la forme suivante, dont la lecture est très utile dans la méthodologie de box-jenckins :

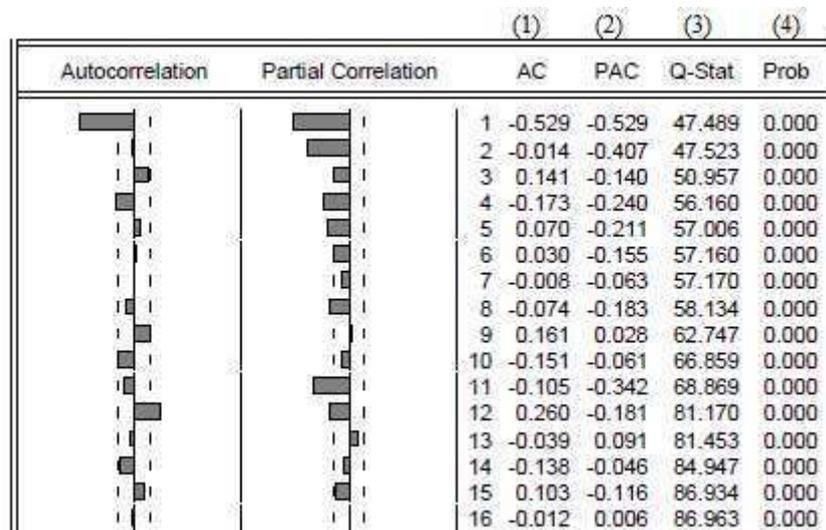


Figure II. 1: corrélation sous le logiciel EViews6

Source : soi même

Les courbes à gauche correspondent à l'autocorrélogramme de la série, et à son autocorrélogramme partiel. Les valeurs des séries sont données respectivement en (1) et en (2). Le test (3) est la valeur du test de Ljung-Box, et la valeur (4) étant la puissance du test.

1. 2. Différents types de processus aléatoire stationnaire :

Les économètres ont mis au point toute une galerie de profils théoriques de processus temporels qui permettent de modéliser une gamme étendue de séries chronologiques. Les processus *MA*, *AR* ou *ARMA* : *MA* désigne un processus **moyenne mobile** "*Moving Average*" et *AR* un processus **autorégressif** "*Autoregressive*". Tous ces processus sont basés sur hypothèse suivante :

Hypothèse : On suppose que notre série X_t est générée à partir d'une autre série a_t qui suit une loi de Gauss de moyenne 0 et d'écart type σ_a , sous la forme:

$$X_t = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots a_t \text{ vérifie donc: } \begin{cases} a \rightarrow N(0, \sigma_a^2) \\ E(a_t) = 0 \quad \forall t \\ \gamma(k) = Cov(a_t, a_{t+k}) = \begin{cases} \sigma_a^2 & \text{si } k = 0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

La série a_t est "un bruit blanc". C'est l'exemple parfait d'une série stationnaire³ puisque son espérance est toujours nulle, que sa dispersion est stable et qu'il y a indépendance entre les observations. Donc la valeur μ est la moyenne de la série.

1. 2. 1. Processus à moyenne mobile :

En anglais "*moving average*", ce qui explique l'abrégié *MA* . Ce processus fournit un outil pour déceler des tendances dans les séries chronologiques unidimensionnelles. Il s'écrit sous la forme générique suivante :

1. 2. 1. 1. MA d'ordre 1 MA (1) :

On dit que la série X_t suit un processus de moyenne mobile (*MA(1)*) si elle est générée par un bruit blanc a_t sous la forme:

$$X_t = a_t - \theta a_{t-1} \Leftrightarrow X_t = (1 - \theta B) a_t$$

θ : coefficient réel, réalisant la condition suivante $|\theta| < 1$.

³ Voir chapitre 1 p:19.

Variance de X : Par calculs simples, on peut montrer que : $Var(X) = (1 + \theta^2) \sigma_a^2$
 $Var(X) > \sigma_a^2$ c'est-à-dire qu'en modélisant, on diminue la variance du phénomène ce qui est, par nature, le propre de toute modélisation.

Autocorrélation de X : De même, on peut montrer que :

$$\rho(k) = \begin{cases} \frac{-\theta}{1+\theta^2} & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{si } k \geq 2 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \rho(1) \leq \frac{1}{2}$$

La représentation graphique de $(MA(1))$, prend la forme suivante :

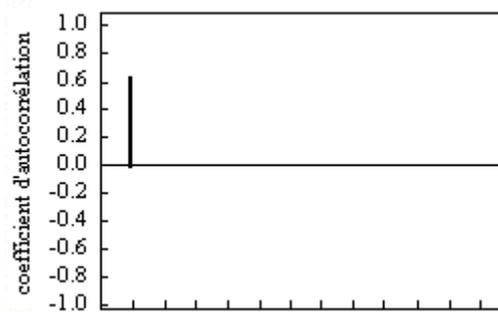


Figure II. 2 : corrélogramme pour une série MA (1)

Source : Rainer VON SACHS, Sébastien VAN BELLEGEM, 2005⁴.

1. 2. 1. 2. MA d'ordre q MA (q) :

On suppose que la série X est générée par un bruit blanc a sous la forme:

$$X_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} = \sum_{j=0}^q \theta_j a_{t-j} = \Theta(B) a_t \text{ avec :}$$

$\Theta(B) = \theta_0 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$, θ_i : vecteur de coefficients réels, q : désigne l'ordre du modèle moyenne mobile et a_t : un bruit blanc.

D'un point de vue conceptuel, le modèle à moyennes mobiles exprime donc la valeur courante de la série chronologique comme une régression linéaire des valeurs courantes de la série par rapport à une ou à plusieurs valeurs antérieures de la composante bruit blanc (appelée parfois « perturbations aléatoires ») de la série temporelle.

Stationnarité (et causalité) des processus $MA(q)$: un processus $MA(q)$ est toujours stationnaire et causal :

⁴ www.math.univ-montp2.fr/.../STAT2414_syllabus4ed.pdf _p :31.

- Sa variance $\gamma(0) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2$ est toujours finie,
- Sa fonction d'autocovariance $\gamma(k)$ est stationnaire.

Autocovariance de X : Par calculs simples, on peut montrer que :

$$\gamma_k = \begin{cases} (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_a^2 & \text{si } k = 0 \\ (\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) \sigma_a^2 & \text{si } 0 < k \leq q \\ 0 & \text{si } k > q \end{cases}$$

Pour obtenir ce résultat, il suffit de rappeler que⁵ :
$$\begin{cases} E(a_t a_{t-j}) = 0 & \text{si } j \neq 0 \\ E(a_{t-j}^2) = \sigma_a^2 & \forall j \end{cases}$$

Autocorrélation de X : On peut montrer que :

$$\rho(k) = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = 0 \\ \frac{\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} & \text{si } 0 < k \leq q \\ 0 & \text{si } k > q \end{cases}$$

La représentation graphique d'une succession de ces coefficients d'autocorrélation, pour des retards croissants, forment ce que l'on appelle "autocorrélogramme". « Il montre avec quelle intensité les réalisations du processus restent liées linéairement à leurs valeurs passées, pour des retards plus en plus éloignés »⁶. L'autocorrélogramme de X devient:

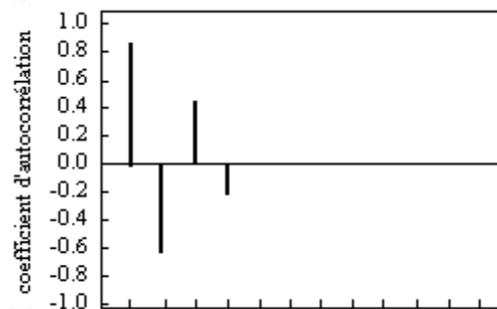


Figure II. 3 : corrélogramme pour une série $MA(q)$.

Source : Rainer VON SACHS, Sébastien VAN BELLEGEM, 2005⁷.

⁵ Théorème de la limite centrale.

⁶ Éric DOR, Économétrie : Synthèse de cours & Exercices corrigés, collection synthex, éditions PEARSON Education France, Février 2004, France, paris, p : 8.

⁷ www.math.univ-montp2.fr/.../STAT2414_syllabus4ed.pdf _p :31.

« En résumé, pour reconnaître qu'une série X est un processus moyenne mobile d'ordre q , on va dessiner l'autocorrélogramme de cette série. Pour chacune des valeurs d'autocorrélation, on aura un intervalle de confiance sur cette valeur. Si on peut décider que jusqu'à un décalage q , ces valeurs sont différentes de 0, et qu'ensuite elles ne sont pas statistiquement différentes de 0, alors on pourra dire que la série suit un processus $MA(q)$. On peut remarquer aussi qu'une telle série est stationnaire »⁸.

1. 2. 2. Processus autorégressif AR :

Sont notés AR De tels processus sont couramment utilisé pour la modélisation des séries chronologiques unidimensionnelles.

1. 2. 2. 1. AR d'ordre 1 AR (1) ou processus markovien linéaire :

On dit que la série X_t suit un processus autorégressif d'ordre 1 si on peut écrire:

$$\begin{aligned} X_t &= X_{t-1} + a_t \\ X_t - \phi X_{t-1} &= a_t \\ (1 - \phi B)X_t &= a_t \end{aligned}$$

où la série a_t est, par hypothèse, un terme d'erreur aléatoire « bruit blanc » de moyenne nulle et de variance constante. Et ϕ : coefficient réel.

On peut remarquer qu'on fait une régression de la série décalée de 1 sur la série elle-même et les résidus forment un bruit blanc.

$$(1 - \phi B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i B^i$$

Variance de X : Par calculs simples, on peut montrer que : $Var(X) = \gamma(0) = \frac{\sigma_a^2}{1 - \phi^2}$

Ici aussi, on diminue la variance en modélisant à condition que : $|\phi| < 1$.

De même l'autocovariance devient : $\gamma(k) = \frac{\phi^k \sigma_a^2}{1 - \phi^2}$

Autocorrélation de X : De même, on peut montrer que : $\rho(k) = \phi^k$ pour $k \geq 1$

On peut obtenir deux sortes de corrélogramme suivant si ϕ est positif ou négatif.

⁸ Bernard RAPACCHI, « Dur, dur!! Les séries chronologiques !! », Centre interuniversitaire de calcul de Grenoble, 18 août 1993, p : 9.

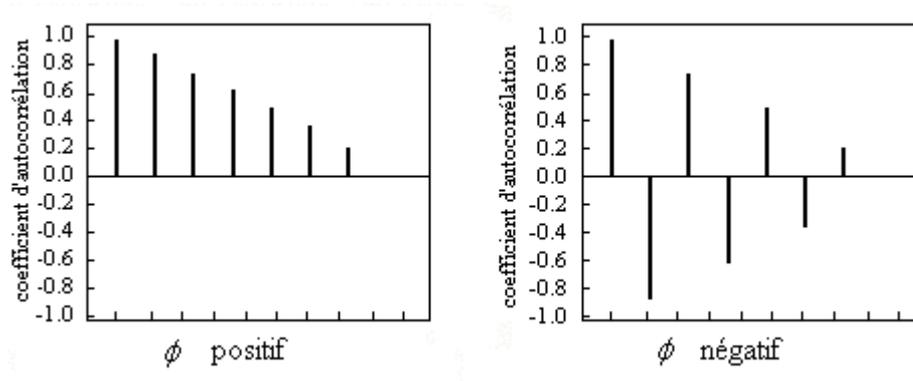


Figure II. 4 : corrélogramme pour des séries $AR(1)$.

Source : Bernard RAPACCHI, 1993, p : 11.⁹

Stationnarité : Un processus $AR(1)$ est stationnaire si et seulement si la valeur absolue de ϕ est inférieure à 1 :

$$|\phi| < 1$$

1. 2. 2. 2. AR d'ordre p AR (p) :

Une série X suit un processus autorégressif d'ordre p ($AR(p)$) si on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 X_t &= \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \\
 X_t - X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} &= a_t \\
 (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t &= a_t \\
 \Phi(B) X_t &= a_t
 \end{aligned}$$

où a_t est un bruit blanc, ϕ_i : des coefficients réels, sachant que $i = 1, \dots, p$ et $\Phi(B)$: est une fonction de B (l'opérateur de retard)

Ce processus s'écrit en générale sous la forme suivante :

$$X_t = \sum_{j=1}^p \phi_j X_{t-j} + a_t$$

Ici encore, on fait une régression des p séries décalées sur la série elle-même.

Autocorrélation : Pour un processus $AR(p)$, on ne peut rien dire de sa fonction ACF, si ce n'est que:

$$\rho(k) \neq 0 \quad \forall k$$

⁹ www.unige.ch/ses/sococ/eda/bernard/box.pdf

C'est pour pouvoir reconnaître un processus autorégressif qu'on a introduit la Fonction d'Autocorrélation Partielle (*PACF*), ce point sera développé dans la section suivante.

On peut de cette figure observer que la formule de l' $AR(\infty)$ découle de l'écriture $X_t = (1 - \theta_1 B) a_t$. Or cette écriture est celle d'une $MA(1)$ puisque le polynôme d'opérateur a pour degré 1. On peut également montrer (en utilisant l'écriture (4) avec un polynôme $\Phi(B)$ de degré 1) que l'écriture d'un $MA(\infty)$ peut être issue d'un $AR(1)$ d'où la correspondance :

$$AR(1) \Leftrightarrow MA(\infty)$$

$$MA(1) \Leftrightarrow AR(\infty)$$

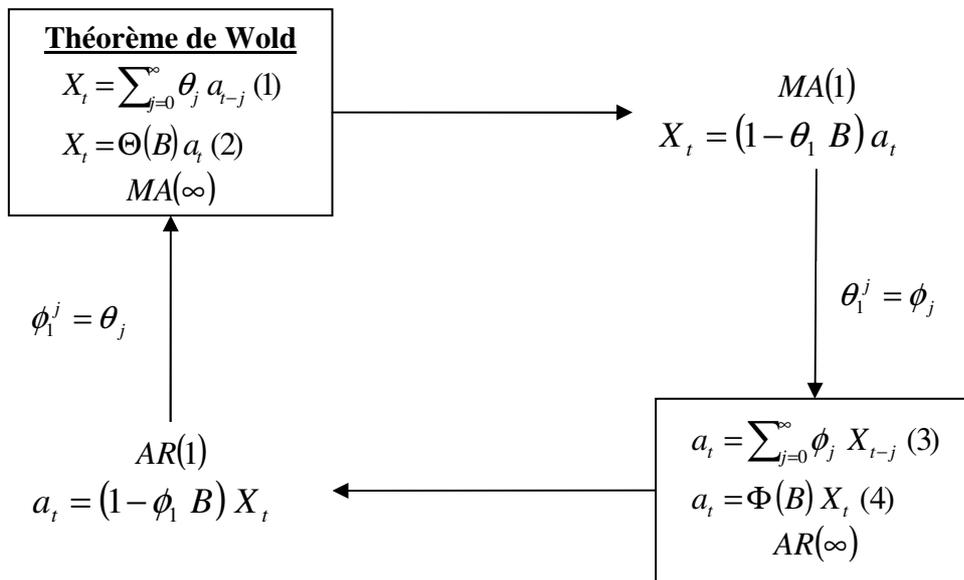


Figure II. 5 : Relation entre, processus AR et processus MA : théorème de Wold.
Source : Régis BOURBONNAIS, Michel TERRAZA, 1998.¹⁰

1. 2. 3. Processus autorégressif moyenne mobile (ARMA) :

Un tel processus est désigné dans la littérature anglo-saxonne par $ARMA(p, q)$ "autoregressive moving average". On appelle processus autorégressif moyenne mobile d'ordre (p, q) un processus stationnaire $(X_t; t \in \mathbb{Z})$ satisfaisant :

$$X_t = \sum_{j=1}^p \phi_j X_{t-j} - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j} + a_t \quad (1)$$

¹⁰ Régis BOURBONNAIS, Michel TERRAZA, Analyse des séries temporelles en économie, éditions PUF, Juin 1998. p :87.

où $a_t \rightarrow BB(0, \sigma^2)$ et on suppose que les coefficients ϕ_j et θ_j sont des fonctions continues paramétrées. Cette fonction peut aussi s'écrire :

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$\Phi(B) X_t = \Theta(B) a_t$$

Fonction d'autocovariance : $\gamma(h) = E(X_t X_{t-h})$

Soit la fonction (1), en multipliant X_t par X_{t-h} , ($h \geq 0$) et en prenant l'espérance mathématique du produit, on a :

$$\gamma_h = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma_{h-j} - \sum_{j=1}^q \theta_j \gamma_{a,x}(h-j) + \gamma_{a,x}(h) \quad \text{avec :}$$

$$\gamma_{a,x}(k) = E(a_t X_{t-k}) \quad \text{comme :}$$

$$X_{t-k} = \sum_{j=0}^{\infty} \theta_j a_{t-k-j} \quad \text{on a :}$$

$$\gamma_{a,x}(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k > 0 \\ \theta_{-k} \sigma^2 & \text{si } k \leq 0. \end{cases}$$

1. 2. 4. Processus autorégressif moyenne mobile intégré (ARIMA) :

« Il est évident que, pour la plupart des séries économiques, l'hypothèse de la stationnarité n'est pas tenable. En revanche, si l'on considère par exemple les différences premières (où plus généralement les différences d'ordre d) de telles séries, l'hypothèse devient plus vraisemblable »¹¹.

Un tel processus est appelé ARIMA (p, d, q) : le I étant l'initiale d' "integrated", ou ARMA intégré.

Comme on a vu précédemment qu'un processus stationnaire pouvait en général, être approché par un ARMA(p, q), une idée est de considérer la classe des processus dont la différence d'un certain ordre est un ARIMA(p, d, q)¹². On appelle une variable intégrée d'ordre d une variable x_t telle que :

- sa différence d^{ème} est stationnaire ;
- après avoir été différenciée d fois elle possède une représentation ARMA inversible.

¹¹ Jean-Jacques DROESBEKE, Bernard FICHET, Philippe TASSI, séries chronologiques : théorie et pratique des modèles ARIMA, éditions Economica, Paris, 1989, P : 59.

¹² Christian GOURIEROUX, Alain MONFORT, SERIES TEMPORELLES ET MODELES DYNAMIQUES, éditions Economica, Février 1990, Paris, P : 203.

Si on note $\nabla^d X_t$ la différence d'ordre d de X_t , c'est-à-dire $(1-B)^d X_t$, on va donc s'intéresser au processus $(X_t; t \in \mathbb{Z})$ tel que :

$$\Phi(B) \nabla^d X_t = \Theta(B) a_t$$

Les racines Φ et Θ étant de module supérieur à 1 et $(a_t; t \in \mathbb{Z})$ étant un bruit blanc centré. Cette équation peut aussi s'écrire sous la forme suivante : $\Phi(B)(1-B)^d X_t = \Theta(B) a_t$, ou encore :

$$\varphi(B) X_t = \Theta(B) a_t$$

avec :

$$\begin{aligned} \varphi(B) &= \Phi(B)(1-B)^d \\ &= 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_{p'} B^{p'} \quad \text{avec } p' = p + d \end{aligned}$$

1. 2. 5. Processus autorégressif moyenne mobile intégré saisonnier (SARIMA) :

La saisonnalité dans les phénomènes économiques est caractérisée par des observations contenant des variations saisonnières. Si ces observations dégagent une certaine forme de saisonnalité d'ordre s ($s > 1$), alors les observations aux périodes $(t, t + s, t + 2s, t + 3s, \dots)$ seront très voisines et on se verra différencier ces observations à l'ordre s pour rendre la série stationnaire :

$$X_t = (1 - B^s) X_t = X_t - X_{t-s}$$

Une série X_t suit un processus SARIMA (*Seasonnal AutoRegressive Integrated Moving Average*) d'ordre $(p, d, q)^*(P, D, Q)_s$ si cette série a une saisonnalité de période s et qu'on peut écrire :

$$\Phi_1(B) \Phi_2(B^s) (1-B)^d (1-B^s)^D X_t = \Theta_1(B) \Theta_2(B^s) a_t$$

Φ_1 : est un polynôme de degré p , Φ_2 : est un polynôme de degré P , Θ_1 :
est un polynôme de degré q , Θ_2 : est un polynôme de degré Q .

Remarque : les lettres minuscules représentent les ordres non saisonniers et les lettres majuscules, les ordres saisonniers.

1. 3. Processus aléatoires non stationnaires :

On peut distinguer deux sortes de processus aléatoires non stationnaires :

1. 3. 1. Tendance uniquement déterministe TD :

Un processus stochastique non stationnaire à tendance déterministe évolue de la manière suivante :

$$X_t = g(t) + v_t \quad \text{pour tout } t = 1, \dots, n$$

où : $g(t)$: est une fonction déterministe (mécanique, non aléatoire) du temps, v_t : est une composante aléatoire stationnaire, qui n'est pas nécessairement un bruit blanc, il peut être corrélée, lié à ses valeurs passées.

Le théorème de Wold montre qu'un processus stochastique stationnaire d'espérance nulle peut être écrit comme une combinaison linéaire des valeurs courantes et passées d'un bruit blanc : $v_t = \mu_t + \theta_1 \mu_{t-1} + \theta_2 \mu_{t-2} + \dots = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots) \mu_t = \Theta(B) \mu_t \quad \forall t$

où : μ_t : un bruit blanc,
 B : l'opérateur de retard,
 $\Theta(B)$: le polynôme de l'opérateur de retard B .

Donc un processus stochastique non stationnaire à tendance déterministe uniquement évolue de la manière suivante : $X_t = g(t) + \Theta(B) \mu_t \quad \forall t = 1, \dots, n$

Vu que la partie aléatoire v_t de X_t est stationnaire, la non stationnarité de X_t est inhérente uniquement à sa partie déterministe $g(t)$. Pour simplifier la présentation de ce genre de processus, prenant l'exemple le plus simple des tendance déterministe :

$$X_t = a + bt + v_t \quad \text{où } v_t = \Theta(B) \mu_t \quad \text{pour tout } t = 1, \dots, n$$

L'espérance de X_t varie dans le temps de manière déterministe :

$$E(X_t) = a + bt \quad \forall t = 1, \dots, n \quad \text{puisque : } E(v_t) = 0 \quad \forall t = 1, \dots, n$$

Sur les valeurs ultérieures du processus, l'effet d'un choc aléatoire μ_t est temporaire, puisque son impact sur les valeurs successives X_{t+1}, X_{t+2}, \dots s'estompe progressivement. De ce

fait, on se trouve dans les cas traités dans la deuxième section du premier chapitre (Le mouvement « EXTRA-SAISONNIER » : Tendances séculaires (Z_t)).

1. 3. 2. Processus stochastiques non stationnaires à tendance stochastique TS :

Les processus stochastiques non stationnaires à tendance stochastique sont dits **intégrés** ou à **racines unitaires**.

Un processus stochastique est non stationnaire à tendance stochastique quand une ou plusieurs racines unitaires figurent dans sa partie autorégressive, ce qui implique que la somme de ses coefficients autorégressifs est égale à 1.

Tout processus X_t peut en effet être représenté **approximativement** par un modèle $AR(p)$ où p est suffisamment grand pour capter toute la dynamique de X_t :

$$\forall t : X_t = a + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t$$

avec l'utilisation de l'opérateur de retard B , on obtient :

$$\forall t : (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t = a + a_t$$

où a_t : est un bruit blanc et a : est une dérive. Un tel processus est appelé « marche au hasard avec dérive » ou « marche aléatoire avec dérive ».

X_t est à tendance stochastique si $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p = 1$. cela implique qu'une racine unitaire figure dans le polynôme caractéristique $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$ du processus.

Pour mieux expliquer cette racine unitaire prenant l'exemple¹³ du processus suivant :

$$X_t = X_{t-1} + a + a_t \quad \text{où } a_t \text{ est un bruit blanc et } a : \text{ est une dérive.}$$

La précédente équation est équivalente à :

$$X_t - X_{t-1} = a + a_t$$

$X_t - X_{t-1}$ est donc stationnaire et il suffit de différencier **une fois** X_t pour obtenir une expression stationnaire. On dit que le processus X_t est intégré d'ordre 1. Il peut être représenté par la relation :

$$(1 - B)X_t = a + a_t$$

¹³ Éric DOR, Économétrie : Synthèse de cours & Exercices corrigés, collection synthex, éditions PEARSON Education France, Février 2004, France, paris, p : 159.

La racine du polynôme caractéristique $(1 - B)$ est égale à 1. **On dit donc que le processus X_t a une racine unitaire.**

On peut expliciter la valeur du processus et celle de sa variance à chaque période :

$$t = 1 : X_1 = a + X_0 + a_1 \text{ et } E(X_1) = a + X_0, V(X_1) = \sigma_a^2$$

$$t = 2 : X_2 = a + X_1 + a_2 = 2a + X_0 + a_1 + a_2 \text{ et } E(X_2) = 2a + X_0, V(X_2) = 2\sigma_a^2$$

$$t = 3 : X_3 = a + X_2 + a_3 = 3a + X_0 + a_1 + a_2 + a_3 \text{ et } E(X_3) = 3a + X_0, V(X_3) = 3\sigma_a^2$$

⋮ ⋮

Le processus X_t se forme par accumulation des chocs aléatoires a_t , si bien que sa variance augmente avec le temps. Il s'agit d'un cas de non stationnarité d'origine aléatoire, stochastique : l'accumulation de chocs aléatoire est la tendance stochastique car elle fait augmenter la variance dans le temps. En toute période t , le processus vaut donc :

$$X_t = at + X_0 + (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_t) \Rightarrow E(X_t) = at + X_0 \quad \text{et} \quad V(X_t) = t \sigma_a^2$$

La somme $(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_t)$ est la tendance stochastique et la partie déterministe de X_t est $at + X_0$. À la tendance stochastique s'ajoute une tendance déterministe si $a \neq 0$; sinon, le processus est une marche aléatoire sans dérive.

Les caractéristiques d'un processus stochastique X_t non stationnaire à tendance stochastique sont :

- l'espérance de X_t est constante en l'absence de dérive (terme constant) et varie dans le temps en cas de dérive : une tendance déterministe s'ajoute alors à la tendance stochastique.
- la variance de X_t varie dans le temps.
- l'effet d'un choc a_t est permanent : il affecte de la même manière toutes les valeurs ultérieures.

Conclusion :

L'étude des processus aléatoires stationnaires et non stationnaires est une introduction aux différentes techniques permettant d'analyser, de modéliser et de prévoir les séries temporelles de type stationnaire ou non, saisonnière ou non.

Ainsi le traitement des problèmes par l'utilisation des séries chronologiques en économétrie constitue un prolongement aux analyses de régression traditionnelles et introduit l'étudiant aux méthodes plus récentes d'identification, d'estimation et de prévision des séries chronologiques.

Le point suivant examine surtout les différentes approches reliées à l'analyse univariée des séries économiques.

Section 2 : Méthode de prévision de Box-Jenkins :

Introduction :

La méthode de prévision de Box-Jenkins est particulièrement bien adaptée au traitement de séries chronologiques complexes et à d'autres situations où la loi de base est difficile à appréhender. Cependant, il est bien plus difficile de cerner les principes de la technique, ainsi que les limites de son application.

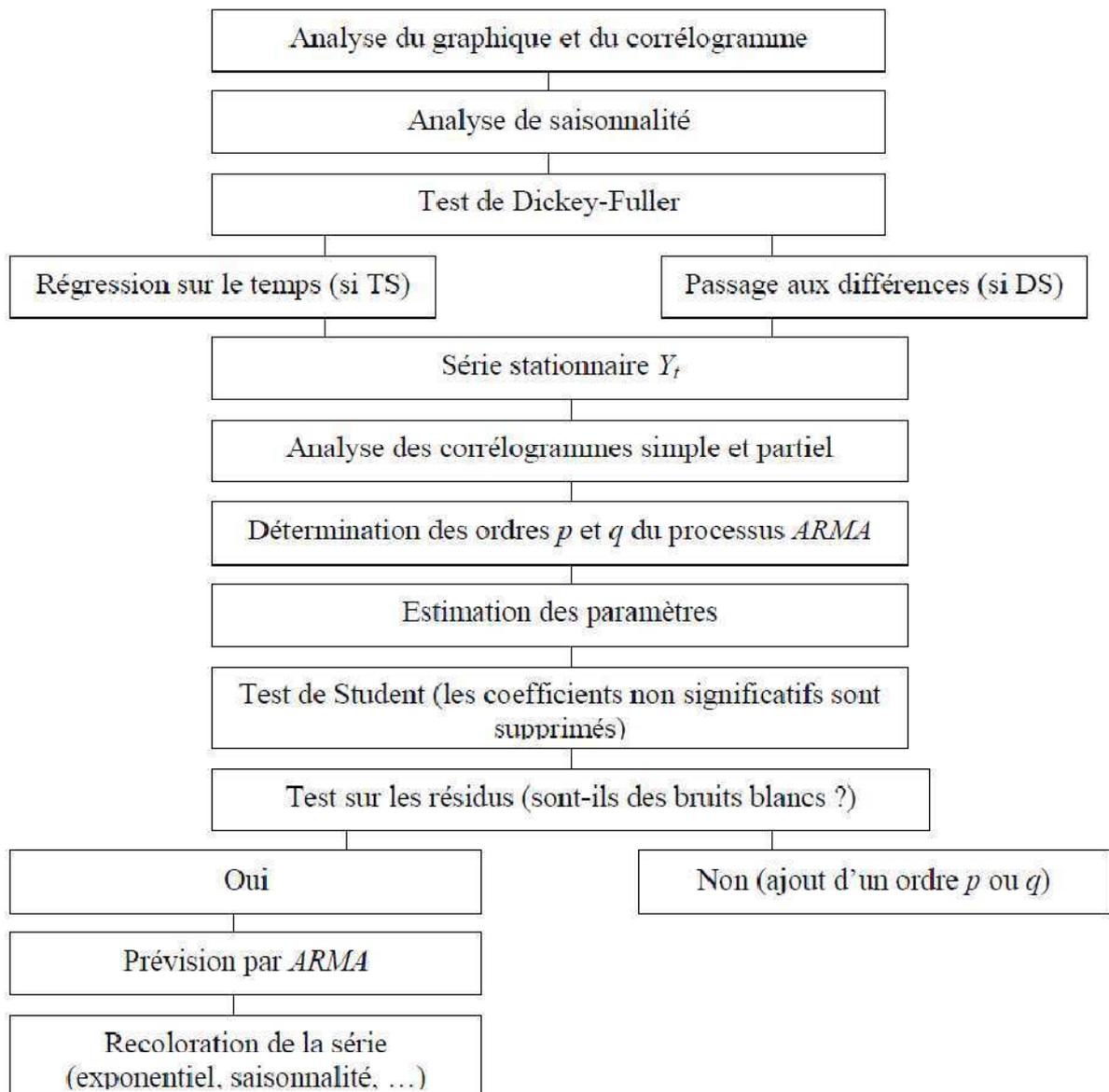


Figure II. 6 : la méthode de Bob-Jenkins.

Source : Steven C.WHEELWRIGHT, Spyros MAKRIDAKIS, 1974.¹⁴

¹⁴ Steven C.WHEELWRIGHT, Spyros MAKRIDAKIS, "choix et valeur des méthodes de prévision", Editions d'Organisation 1974, p:143.

Dans la méthode de Box-Jenkins, il n'y a pas besoin de faire dès le départ l'hypothèse d'une loi rigide mais au lieu de cela, on commence par une loi expérimentale adaptée au donnée en vue de minimiser l'erreur. Ensuite, la méthode prend un aspect subjectif puisqu'elle fournit aux personnes qui appliquent cette méthode des informations explicites qui leur donnent la possibilité de juger si la loi adoptée est correcte ou non pour la situation considérée.

2. 1. Stabiliser les processus aléatoires non stationnaires :

Les processus stochastiques non stationnaires sont caractérisés par des propriétés stochastiques qui évoluent en fonction du temps. On distingue deux types de processus stochastiques non stationnaires : une **non stationnarité de nature déterministe (TS)** et une **non stationnarité de nature stochastique (DS)**

2. 1. 1. Stabiliser des processus TS :

Un processus présente une non stationnarité de type déterministe TS (Trend Stationary), s'il peut se décomposer en une somme de deux fonctions : $X_t = f(t) + a_t$

Tel que : a_t : est un processus stationnaire de type ARMA.
 $f(t)$: : est une fonction polynomiale du temps.

La non stationnarité de ce processus est dû au fait que son espérance dépend du temps. La méthode pour stationnariser un processus TS est d'estimer les coefficients a_0, a_1, \dots par MCO (Moindre Carrés Ordinaires) et de retrancher de la valeur de X_t en t la valeur estimée de sa moyenne.

2. 1. 2. Stabiliser des processus TS :

Il faut transformer la série observée de manière à

- enlever la tendance,
- enlever la saisonnalité,
- stabiliser la variance.

2. 1. 2. 1. Pour enlever la tendance :

Faire des différences régulières d'ordre d :

$$d=1 \quad z_t - z_{t-1} = (1 - B) z_t \quad \text{où} \quad Bz_t = z_{t-1} ;$$

$$d=2 \quad (1 - B)z_t - (1 - B)z_{t-1} = (1 - B)^2 z_t$$

Différence régulière d'ordre d : $w_t = (1 - B)^d z_t$

2. 1. 2. 2. Pour enlever la saisonnalité :

Ordre de la saisonnalité : $s = 12$ (mois) ou 4 (trimestre)

Faire des différences saisonnières d'ordre D :

$$D=1 \quad z_t - z_{t-s} = (1 - B^s) z_t$$

$$D=2 \quad (1 - B^s)z_t - (1 - B^s)z_{t-s} = (1 - B^s)^2 z_t$$

Différence saisonnière d'ordre D : $w_t = (1 - B^s)^D z_t$

2. 1. 2. 3. Pour enlever tendance et saisonnalité :

La formule générale est : $w_t = (1 - B)^d(1 - B^s)^D z_t$; on peut choisir d et D minimisant l'écart-type de w_t .

Si on applique cette formule avec : $s = 12, d = 1, D = 1$: $w_t = (1 - B)(1 - B^{12}) z_t = (z_t - z_{t-12}) - (z_{t-1} - z_{t-13})$. On déduit

$$z_t = \underbrace{z_{t-12}}_{\substack{\text{valeur} \\ \text{1 an avant}}} + \underbrace{(z_{t-1} - z_{t-13})}_{\substack{\text{évaluation} \\ \text{de la tendance} \\ \text{1 an avant}}} + \underbrace{w_t}_{\substack{\text{terme} \\ \text{aléatoire}}}$$

On va modéliser la série « stationnaire » w_t .

2. 1. 2. 4. Pour stabiliser la variance :

On utilise souvent les transformations $\text{Log}(z_t)$ ou $\sqrt{z_t}$

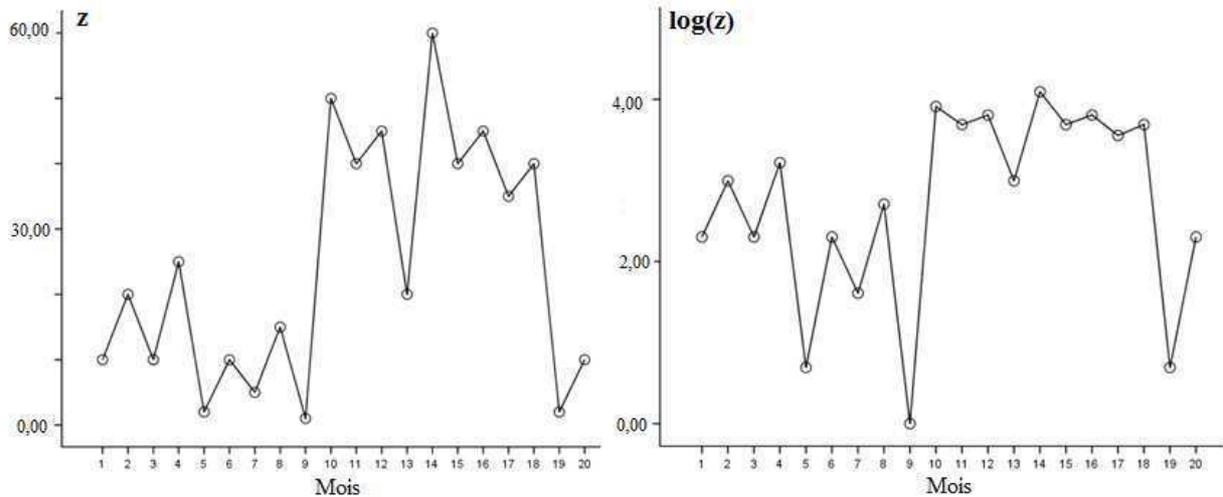


Figure II. 7 : l'effet de la transformation logarithmique sur une série chronologique.
Source : Michel TENENHAUS, 1974.

2. 2. Fixer le modèle statistique :

On suppose que la série stabilisée (w_1, \dots, w_N) provient d'un processus stationnaire:

$$\left. \begin{aligned} E(w_t) &= \mu \\ Var(w_t) &= \sigma_w^2 \\ \rho_k &= Cor(w_t, w_{t-k}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Indépendant} \\ \text{de la période } t \end{array}$$

Dans des conditions assez générales tout processus stationnaire peut être approché par des modèles AR(p), MA(q) ou ARMA (p, q). De ce fait il est impératif de tester si une série est largement sur- ou sous-différenciée (c'est-à-dire qu'un ordre complet de différenciation doit être ôté ou ajouté), on obtient généralement une racine unitaire (unit root) au niveau des coefficients AR ou MA.

Les structures DS et TS jouent un rôle très important dans le traitement statistique d'une chronique. Comment choisir entre l'une ou l'autre des structures ? Les tests de racine unitaire tentent de répondre à cette question. Les tests proposés par DICKEY & FULLER (1969) ont pour but de vérifier la stationnarité de la série étudiée. Ils permettent de détecter le type de non stationnarité. L'application du test se fait en estimant par la méthode des moindres carrés ordinaires MCO trois modèles suivants :

1. Avec Constant et tendances $\Delta X_t = \alpha + \beta T + \delta X_{t-1} + \mu_t$ modèle AR(1) avec tendance.

2. Avec Constant : $\Delta X_t = \alpha + \delta X_{t-1} + \mu_t$ modèle AR(1) avec constante.
3. Sans Constant et tendances : $\Delta X_t = \delta X_{t-1} + \mu_t$ modèle AR(1).

L'hypothèse est la suivante:
$$\begin{cases} H_0 : \delta = 0 \\ H_1 : \delta \neq 0 \end{cases}$$

Si t-statistic > ADF valeur critique, ==> pas rejeter l'hypothèse nulle, c'est à dire, la racine de l'unité existe.

Si t-statistic < ADF valeur critique, ==> rejeter l'hypothèse nulle, c'est à dire, la racine de l'unité n'existe pas.

2. 3. Identification des modèles stationnaires :

Le statisticien à qui on demande de faire la prévision va chercher dans l'ensemble des modèles ARMA celui qui convient le mieux. On dit qu'il va identifier le modèle, pour cela il doit tout d'abord choisir les ordres "p" et "q" s'il existe :

p	q	Modèle	Type du modèle	
$p > 0$	$q = 0$	$\psi(B) X_t = a_t$	Autorégressif (pure) d'ordre p	$AR(p)$
$p = 0$	$q > 0$	$X_t = \Theta(B) a_t$	Moyenne mobile d'ordre q	$MA(q)$
$p > 0$	$q > 0$	$\psi(B) X_t = \Theta(B) a_t$	Autorégressif-moyenne mobile	$ARMA(p, q)$
$p = 0$	$q = 0$	$X_t = a_t$	la série est un bruit blanc	$BB(0, \sigma_a^2)$

Tableau II. 1 : les différents cas des modèles ARMA.

Source : Guillaum. CHEVILLON, 2005. ¹⁵

« Le principe de la méthode est de calculer et de mettre en graphique les autocorrélations empiriques¹⁶ et les autocorrélation partielles empirique de la transformation stationnaire appropriée de la série qu'on veut modéliser »¹⁷.

Un choix préliminaire d'ordre du modèle, c'est à dire parmi $AR(p)$, $MA(q)$ ou $ARMA(p, q)$ à choisir ; ce fait à l'aide d'une inspection graphique de la fonction d'autocorrélation ACF et la fonction d'autocorrélation partielle PACF estimées.

¹⁵ www.docstoc.com/docs/14227380/Pratique-des-series-temporelles p : 3.

¹⁶ On obtient les autocorrélations empiriques, qui sont les valeurs estimées des autocorrélations théoriques, en appliquant sur les données observées la formule de l'estimateur $\gamma(k)$ de $\rho(k)$

¹⁷ Éric DOR, Économétrie : Synthèse de cours & Exercices corrigés, collection synthex, éditions PEARSON Education France, Février 2004, France, paris, p : 171.

Une décroissance lente de $\rho(k)$ s'explique plus par un modèle $AR(p)$, que par un modèle $MA(q)$, et vice versa pour la $PACF$. C'est pour cela qu'une inspection simultanée des deux fonctions est conseillée.

		ACF $\rho(k)$	PACF $\alpha(k, k)$
modèle autorégressif AR	(1, 0)	Décroissance exponentielle (si $\phi_1 > 0$) ou oscillatoire (si $\phi_1 < 0$)	Pic significatif pour le premier retard, positif si $\phi_1 > 0$ et négatif si $\phi_1 < 0$. $\alpha(k, k) = 0$ pour $k > 1$.
	(2, 0)	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale amortie. la forme exacte de la fonction d'autocorrélation dépend des signes et des valeurs des coefficients ϕ_1 et ϕ_2 .	Pic significatif pour les deux premiers retards. $\alpha(k, k) = 0$ pour $k > 2$.
	(p, 0)	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale amortie.	Pic significatif pour les p premiers retard. $\alpha(k, k) = 0$ pour $k > p$.
moyenne mobile MA	(0, 1)	Pic significatif pour le premier retard, positif si $\theta_1 > 0$ et négatif si $\theta_1 < 0$. $\rho(k) = 0$ pour $k > 1$.	Décroissance exponentielle (si $\theta_1 > 0$) ou oscillatoire (si $\theta_1 < 0$)
	(0, 2)	Pic significatif pour les deux premiers retards. $\rho(k) = 0$ pour $k > 2$.	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale amortie. la forme exacte de la fonction d'autocorrélation dépend des signes et des valeurs des coefficients θ_1 et θ_2 .
	(0, q)	Pic significatif pour les q premiers retard. $\rho(k) = 0$ pour $k > q$.	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale amortie.
mixte ARMA	(1, 1)	Décroissance exponentielle à partir du premier retard. le signe de $\rho(1)$ est déterminé par la celui de $(\phi_1 - \theta_1)$.	Décroissance exponentielle (si $\theta_1 > 0$) ou oscillatoire amortie (si $\theta_1 < 0$).
	(p, q)	Décroissance exponentielle ou oscillatoire amortie tronquée après $q - p$ retards.	Décroissance exponentielle ou oscillatoire amortie tronquée après $q - p$ retards.

Tableau II. 2 : Propriétés des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle.

Source : Georges BRESSON, Alain PIROTTE, 1995.¹⁸

¹⁸ Georges BRESSON, Alain PIROTTE, Économétrie des séries temporelles : théorie et applications, Editions PUF, Vendôme 1995, p : 41.

	Autocorrélation $\rho(k)$	Autocorrélation partielle $\alpha(k, k)$
AR (p)		
MA (q)		
ARMA (p, q)		

Tableau II. 3 : Représentations graphiques des FAC et des FACP.
Source : Georges BRESSON, Alain PIROTTE, 1995.¹⁹

L'autocorrélation revient à calculer un coefficient de corrélation pour chaque couple $\{X_t, X_{t+k}\}$. c'est donc un nombre compris entre -1 et +1. L'autocorrélation estimée s'écrit :

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}, \quad \bar{X} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t, \quad k = 1, \dots, M$$

Remarque : Il est essentiel d'établir une hypothèse maximale du nombre de coefficients à utiliser, des valeurs p_{\max} et q_{\max} à partir desquelles travailler sur le modèle $ARMA(p, q)$.

¹⁹ Georges BRESSON, Alain PIROTTE, Économétrie des séries temporelles : théorie et applications, Editions PUF, Vendôme 1995, p : 42.

Pour déterminer la signification statistique de chacun des coefficients $\hat{\rho}(k)$, on calcul l'écart type de la distribution d'échantillonnage des valeurs de $\hat{\rho}(k)$. Bartlett a fourni une expression de cet écart type²⁰ :

$$\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k)) = \frac{1}{\sqrt{T}} \left(1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} (\hat{\rho}(j))^2 \right)^{1/2}$$

Et pour vérifier que le coefficient $\hat{\rho}(k)$ est significativement différent de zéro, on test l'hypothèse :

$$H_0 : \rho(k) = 0, \quad \forall k,$$

Bartlett a montré que, si on utilise l'écart type estimé $\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k))$, il faut se référer à une distribution de Student plutôt qu'à une distribution Normale :

La statistique approchée :

$$t_{\hat{\rho}(k)} = \frac{\hat{\rho}(k) - \rho(k)}{\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k))}$$

La traduction de l'hypothèse que la distribution est centrée sur $\rho(k)$ qui est inconnue et puisque $\hat{\rho}(k)$ suit approximativement une distribution normale d'écart type $\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k))$, alors l'intervalle $\pm 2\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k))$ contient 95% (par simple exemple) de toutes les valeurs possibles de $\hat{\rho}(k)$. Donc une valeur $\hat{\rho}(k)$ extérieure à l'intervalle $[-2\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k)), +2\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k))]$ est significativement différente de zéro.

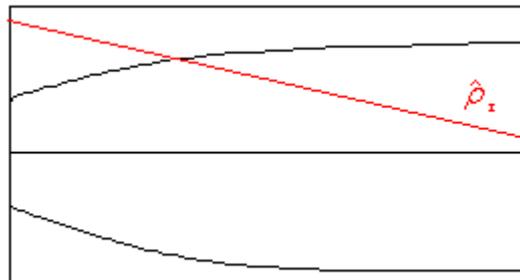


Figure II. 8 : Autocorrélation estimée.

Source : Georges BRESSON, Alain PIROTTE, 1995²¹ p : 57.

Cette figure est une représentation d'une autocorrélation estimée encadrée par deux courbes qui représentent l'intervalle

²⁰ Georges BRESSON, Alain PIROTTE, Économétrie des séries temporelles : théorie et applications, Editions PUF, Vendôme 1995, p : 55.

²¹ Georges BRESSON, Alain PIROTTE, Économétrie des séries temporelles : théorie et applications, Editions PUF, Vendôme 1995, p : 57.

$$[-2\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k)), +2\hat{\sigma}(\hat{\rho}(k))].$$

Tout comme pour l'autocorrélation estimée, on calcule une statistique approchée du t Student pour l'autocorrélation partielle estimée.

Cependant, il existe une méthode plus aisée et plus rapide de calcul des coefficients $\alpha(i, j)$, ($j = 1, \dots, k$) on se sert uniquement des coefficients d'autocorrélation et d'un ensemble d'équations récursives appelé algorithme de Durbin (1960) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha(1,1) = \rho(1) \quad (\text{condition d'initialisation de l'algorithme}) \\ \alpha(k, k) = \frac{\rho(k) - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha(k-1, j) \rho(k-j)}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha(k-1, j) \rho(j)}, \quad k = 2, 3, 4, \dots \\ \alpha(k, j) = \alpha(k-1, j) - \alpha(k, k) \alpha(k-1, k-j), \quad k = 2, 3, 4, \dots \quad \text{et } j = 1, 2, \dots, k-1 \end{array} \right.$$

On obtient ainsi une matrice triangulaire inférieure appelée matrice de Yule-Walker et on ne représente graphiquement que les coefficients de la première diagonale.

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & & & & & \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & & & & \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \alpha_{k1} & \alpha_{k2} & \alpha_{k3} & \dots & \alpha_{kk} & \end{pmatrix}$$

Pour un processus autorégressif d'ordre p , les coefficients $\alpha(k, k)$ pour $k \leq p$ sont différent de zéro et deviennent nuls lorsque $k > p$.

2. 4. Estimation :

Après l'étape d'identification qui sélectionne tout modèle traduisant une représentation adéquate, l'étape suivante est l'estimation des paramètres de ce modèle aléatoire identifié. Dans le modèle $ARIMA(p, d, q)$ suivant :

$$\Phi(B)(1-B)^d X_t = \theta_0 + \Theta(B) a_t, \quad \forall t$$

On doit procéder à l'estimation de :

- Paramètres autorégressifs : estimation du vecteur $\Phi(B) = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$
- Paramètres des moyennes mobiles : estimation du vecteur $\Theta(B) = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$
- Paramètre : θ_0
- Paramètre : σ_a^2

L'estimation de ces paramètres est appliquée en faisant comme si les degrés p, d, q étaient fixés, égaux aux valeurs trouvées dans l'étape d'identification a priori.

Plusieurs techniques sont possibles:

- Méthode du maximum de vraisemblance,
- Méthode par moindres carrés conditionnels,
- Méthode par moindres carrés inconditionnels,

2. 5. Test de diagnostic ou de validation :

Celui-ci s'opère en plusieurs étapes. Une partie statistique se réfère à divers tests de spécification, pour vérifier que le modèle est adéquat, c'est-à-dire qu'il ne peut être mis en défaut. Ensuite, si plusieurs modèles résistent à cette batterie de tests, il existe des méthodes ad hoc permettant de choisir entre eux.

Il s'agit ici de tester que les résidus suivent un bruit blanc : sont non corrélés et ne présentent pas d'hétéroscédasticité (variance constante). Les tests pour ce faire sont, entre autres :

2. 5. 1. Test de redondance :

Le but est de vérifier si les composantes *AR et MA de ARMA* n'ont pas de racines communes. Si tel est le cas, on peut alors se ramener à une représentation minimale excluant ces racines. Cette représentation sera préférable selon le principe de parcimonie²². Prenant un processus stationnaire $(X_t, t \in Z)$ satisfaisant une représentation *ARMA*(p, q) telle que :

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$\Phi(B) X_t = \Theta(B) a_t$$

²² La parcimonie est l'épargne (mettre de côté) portant sur les petites choses

où ϕ_i les racines de $\Phi(B) = 0$, $i \in [1, \tilde{p}]$, $\tilde{p} \leq p$ et θ_i les racines de $\Theta(B) = 0$, $i \in [1, \tilde{q}]$, $\tilde{q} \leq q$.

Supposons qu'il existe une racine commune à ces deux polynômes.

$$\exists j \in [1, \min(\tilde{p}, \tilde{q})] \text{ tel que } \phi_j = \theta_j$$

Alors on peut réexprimer les deux polynômes sous la forme :

$$\begin{aligned} \Phi(B) &= \prod_{i=1}^{\tilde{p}} \left(1 - \frac{B}{\phi_i}\right) = \left(1 - \frac{B}{\phi_j}\right) \prod_{i=1, i \neq j}^{\tilde{p}} \left(1 - \frac{B}{\phi_i}\right) \\ \Theta(B) &= \prod_{i=1}^{\tilde{q}} \left(1 - \frac{B}{\theta_i}\right) = \left(1 - \frac{B}{\theta_j}\right) \prod_{i=1, i \neq j}^{\tilde{q}} \left(1 - \frac{B}{\theta_i}\right) \end{aligned}$$

si on divise les deux polynômes par :

$$\left(1 - \frac{B}{\phi_j}\right) = \left(1 - \frac{B}{\theta_j}\right)$$

le processus peut se réécrire sous la forme :

$$\tilde{\Phi}(B)X_t = \tilde{\Theta}(B)a_t \Leftrightarrow \prod_{i=1, i \neq j}^{\tilde{p}} \left(1 - \frac{B}{\phi_i}\right) X_t = \prod_{i=1, i \neq j}^{\tilde{q}} \left(1 - \frac{B}{\theta_i}\right) a_t$$

La représentation de cette dernière formule correspond à la représentation minimale du processus $(X_t, t \in Z)$. Bien entendu, dans cette représentation les degrés de la représentation *ARMA* seront strictement inférieurs à ceux de la représentation initiale, d'où un gain de degré de liberté au moment de la phase d'estimation.

2. 5. 2. Coefficient de détermination :

Tout comme dans le cas des modèles linéaires standard, le coefficient de détermination donne une information sur la part de la variance de la variable endogène (ici x_t) qui peut être expliquée par le modèle estimé.

Prenant un processus stationnaire $(X_t, t \in Z)$ satisfaisant une représentation *ARMA*(p, q). On note \hat{a}_t le résidu d'estimation du modèle. Les coefficients de détermination R^2 et \bar{R}^2 sont alors définis par :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T \hat{a}_t}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}$$

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{T-1}{T-p-q} \frac{\sum_{t=1}^T \hat{a}_t}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2}$$

On utilise de préférence \bar{R}^2 puisqu'il permet de prendre en compte le nombre de variables explicatives, c'est à dire les p termes retardés de l'AR et les q retards de la composante MA. Bien entendu ces coefficients sont proches de 1 lorsque l'ajustement du modèle aux données est parfaite, c'est à dire si : $\sum_{t=1}^T \hat{a}_t \rightarrow 0$.

2. 5. 3. Test de bruit blanc :

Lorsque le processus est bien estimé, les résidus entre les valeurs observées et les valeurs estimées par le modèle doivent se comporter comme un bruit blanc. On notera par la suite \hat{a}_t le résidu d'estimation du modèle.

2. 5. 3. 1. Test de nullité de la moyenne des résidus :

Soit T le nombre de données disponibles (après avoir enlevé les retards correspondant aux termes AR et MA) : Si le processus $(a_t, t \in Z)$ est *i.i.d.* $(0, \sigma_a^2)$, on doit avoir :

$$\bar{a}_t = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{a}_t \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 0$$

Par application du théorème central limite, on montre que : $\frac{\bar{a}_t}{\hat{\sigma}_{at}} \sqrt{T} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} N(0,1)$

Dès lors, on peut tester la nullité de la moyenne des résidus en construisant l'intervalle de confiance sur \bar{a}_t au seuil standard de 95%.

$$P\left(\bar{a}_t \in \left[\frac{-1.96 \hat{\sigma}_{at}}{\sqrt{T}}, \frac{+1.96 \hat{\sigma}_{at}}{\sqrt{T}} \right]\right) = 0.95$$

2. 5. 3. 2. Test d'autocorrélation des résidus :

Si les résidus $(a_t, t \in Z)$ obéissent à un bruit blanc, il ne doit pas exister d'autocorrélation dans la série. On peut alors utiliser les différents tests suivants :

2. 5. 3. 2. 1. Test de Durbin Wastson :

Très utilisée, cette procédure permet de tester l'autocorrélation d'ordre 1 des perturbations. On se place dans le cadre du modèle linéaire, en retenant en outre les hypothèses suivantes :

- le modèle comporte une constante ;
- les perturbations suivent une loi normale ;
- elles suivent un processus autorégressif d'ordre 1 :

$$a_t = \rho a_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{avec } |\rho| < 1 \text{ où } \varepsilon_t \text{ est un bruit blanc : } BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Dans ce cadre d'hypothèse on se propose de tester l'hypothèse suivante : $H_0 : \rho = 0$.

C'est à ce niveau qu'interviennent Durbin et Watson. Ils montrent que l'on peut construire un test à partir de statistique suivante²³ :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{a}_t - \hat{a}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T \hat{a}_{t-1}^2}$$

et peut être écrit aussi sous la forme suivante $DW \cong 2(1 - \hat{\rho})$ à partir de l'expression de $\hat{\rho}$ qui est un estimateur de ρ obtenu par la méthode des moindres carrés ordinaires :

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{a}_t \hat{a}_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \hat{a}_{t-1}^2}$$

Pour résumer la procédure à adopter ensuite :

- Pour une valeur α du risque de première espèce, chercher dans une table de Durbin et Watson (voir annexe 1) les valeurs critiques $d_{L,\alpha}^*$ et $d_{U,\alpha}^*$ ²⁴.

- décision :

Si $DW < d_{L,\alpha}^*$, on rejette l'hypothèse nulle. On considère que $\rho > 0$.

Si $DW > 4 - d_{L,\alpha}^*$, on rejette l'hypothèse nulle. On considère que $\rho < 0$.

Si $d_{U,\alpha}^* < DW < 4 - d_{U,\alpha}^*$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle. On décide que $\rho = 0$.

²³ Brigitte DORMONT, Introduction à l'économétrie, éditions Montchrestien, Paris, 1999, p : 332.

²⁴ Les indices L et U désignent, en anglais, les adjectifs "lower" et "upper" (inférieur et supérieur), des notation utiliser dans la plupart des table de Durbin et Watson.

Si $d_{L,\alpha}^* < DW < d_{U,\alpha}^*$ ou si $4 - d_{L,\alpha}^* < DW < 4 - d_{U,\alpha}^*$, le test ne permet pas de conclure, dans ce cas on utilise un autre test.

Ces décisions peuvent être résumées dans la figure suivante :

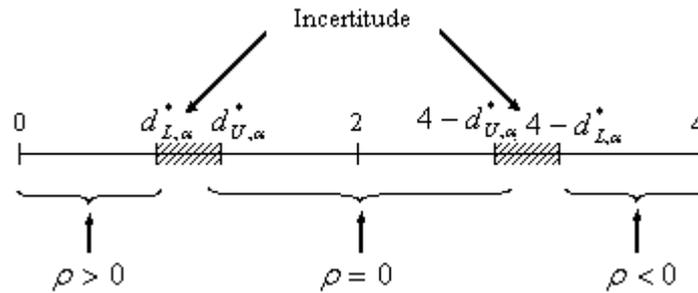


Figure II. 9 : l'intervalle de décision de la table Durbin et Watson.

Source : Brigitte DORMONT, 1999.²⁵

2. 5. 3. 2. 2. Étude de la ACF et de la PACF :

On doit vérifier qu'il n'existe aucune autocorrélation ou autocorrélation partielle significativement non nulle pour le processus étudié. Cette étude est prolongée par les tests du « porte-manteau ».

2. 5. 3. 2. 3. Test du port manteau ou test d'adéquation globale du modèle :

Ces tests reposent sur l'idée que la FAC d'un bruit blanc ne doit pas révéler d'autocorrélations non nulles. En pratique, et en suivant un raisonnement similaire au test de bruit blanc, mais tenant compte du fait que l'on construit une statistique de test basée sur des résidus, Box et Pierce, ainsi que Ljung-Box ont montré les deux tests suivants :

□ Test de Box et Pierce :

On note $\gamma(k)$ l'autocorrélation du processus $(a_t, t \in Z)$. Pour un ordre K , le test de Box et Pierce est le test de l'hypothèse :

$$H_0 : \gamma(1) = \dots = \gamma(K) = 0$$

$$H_1 : \exists j \in [1, K], \gamma(j) \neq 0$$

Pour un processus $ARMA(p, q)$, la statistique de ce test est :

²⁵ Brigitte DORMONT, Introduction à l'économétrie, éditions Montchrestien, Paris, 1999, p : 336.

$$Q_{BP} = T \sum_{k=1}^K (\gamma(k))^2 \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(K - p - q)$$

L'hypothèse H_0 est rejetée au seuil de 5% si Q_{BP} est supérieur au quantile 0.95 de la loi du χ^2 correspondant.

□ Test de Ljung-Box :

Ces statistiques, définies pour un ordre K ; correspondent à l'hypothèse nulle $H_0 : \gamma(k) = 0 \quad \forall k \leq K$ et sont construites de la façon suivante :

$$Q_{LB} = T(T+2) \sum_{k=1}^K \frac{(\gamma(k))^2}{T-k} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(K - p - q)$$

2. 5. 3. 2. 4. Test de Von Neumann's :

On range par ordre croissant les valeurs des résidus. Soit R_i la nouvelle chronique obtenue, le coefficient du Von Neumann's ratio test est :

$$RVN = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} (R_t - R_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{T-1} (R_t - \bar{R})^2}$$

où \bar{R} est la moyenne des R_i . L'hypothèse H_0 d'indépendance des valeurs des résidus, est rejetée si $RVN > \tau$ où τ est la valeur critique de Bartlett (à 95%, $\tau = 1.67$).

2. 5. 3. 2. 5. Test du "CUSUM" de Brown, Durbin et Evans 1975 :

Ce test permet d'étudier la stabilité du modèle estimé au cours du temps. Il existe deux versions de ce test : le CUSUM fondé sur la somme cumulée des résidus récursifs et le CUSUM SQ fondé sur la somme cumulée du carré des résidus récursifs. On note \tilde{a}_t le résidu normalisé par son écart type, tel que $\tilde{a}_t = \hat{a}_t / \hat{\sigma}_a$. On note la statistique S_t du CUSUM et la statistique S'_t du CUSUM SQ, on a :

$$S_t = (T - k) \frac{\sum_{j=k+1}^t \tilde{a}_j}{\sum_{j=k+1}^t \tilde{a}_j^2}, t = k + 1, \dots, T$$

$$S'_t = \frac{\sum_{j=k+1}^t \tilde{a}_j^2}{\sum_{j=k+1}^T \tilde{a}_j^2}, t = k + 1, \dots, T$$

Si les coefficients sont stables au cours du temps, alors les résidus récursifs S'_t doivent rester dans l'intervalle défini par :

$$\left[\pm \frac{\alpha (2t + T - 3k)}{\sqrt{T - k}} \right]$$

où $\alpha = 1.143, 0.948, 0.850$ pour des seuils respectivement égaux à 1%, 5% et 10%. De la même façon, les résidus S'_t doivent être compris dans l'intervalle :

$$\left[\pm C \frac{(t - T)}{T - k} \right]$$

où C est la statistique de Kolmogorov-Smirnov (voir annexe 1).

2. 5. 3. 3. Test d'homoscédasticité²⁶ :

Ce test est basé sur une régression du résidu au carré sur une constante et les produits croisés entre toutes les paires de variables explicatives différentes (constante comprise). On teste l'hypothèse nulle que tous les coefficients de cette régression sont nuls, sauf le terme constant. Sous cette hypothèse le test est distribué selon une loi Chi-2 à $((k + 1)k / 2) - 1$ degré de liberté.

2. 5. 3. 4. Test de normalité :

Pour vérifier si le processus des résidus $(a_t, t \in Z)$ est un bruit blanc gaussien, plusieurs tests peuvent être utilisés, mais le test le plus courant est celui de Jarque et Bera. Ce dernier est fondé sur la notion de Skewness (moment d'ordre 3 et asymétrie) et de Kurtosis (moment d'ordre 4 et queue de distribution). Soit μ_k le moment empirique d'ordre k du processus

$$(a_t, t \in Z) : \mu_k = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^t (\hat{a}_i - \bar{a}_i)^k$$

Les coefficients de la Skewness (S_k) et de la Kurtosis (K_u) est alors définie par :

²⁶ Éric DOR, Économétrie : Synthèse de cours & Exercices corrigés, collection synthex, éditions PEARSON Education France, Février 2004, France, paris, p : 42.

$$(S_k)^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} N(0, \sqrt{6/T}) \qquad K_u = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} N(3, \sqrt{24/T})$$

On construit alors les statistiques centrées réduites correspondantes à $S_k^{1/2}$ et K_u que l'on compare aux seuils d'une loi normale centrée réduite.

$$\frac{(S_k)^{1/2}}{\sqrt{6/T}} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} N(0,1) \qquad \frac{K_u - 3}{\sqrt{24/T}} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} N(0,1)$$

Si la statistique centrée réduite de $S_k^{1/2}$ est inférieure au seuil 1.96 à 5%, on accepte l'hypothèse de symétrie et l'hypothèse de normalité. Si la statistique centrée réduite de K_u est inférieure au seuil 1.96 à 5%, on accepte l'hypothèse de queue de distributions plates et l'hypothèse de normalité.

Le test de **Jarque et Bera** regroupe ces deux tests en un seul test :

$$s = \frac{T}{6} S_k + \frac{T}{24} (K_u - 3)^2 \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(2)$$

Donc si $s \geq \chi_{1-\alpha}^2(2)$ on rejette l'hypothèse H_0 de normalité des résidus au seuil de $\alpha\%$.

2. 2. Spécification « automatique » des modèles ARMA : Appeler aussi Critère de comparaison des modèles.

L'identification des processus $ARMA(p, q)$, à partir de la visualisation des fonctions d'autocorrélation n'est pas chose facile. Pour résoudre ce problème, certains auteurs ont développé des critères, issus de concepts de la théorie de l'information. Ces critères sont basés sur la maximisation de la fonction log-vraisemblance afin d'obtenir un critère d'entropie²⁷.

Le principe de vraisemblance revient à déterminer la valeur du paramètre β , fonction des observations (x_1, \dots, x_n) , qui assure la plus grande probabilité d'apparition de ces observations (x_1, \dots, x_n) .

²⁷ L'entropie est une mesure du contenu moyen en information d'une série.

En plus de la définition standard d'un processus ARMA, on fait l'hypothèse de la normalité des résidus afin de spécifier une forme fonctionnelle à la vraisemblance du modèle : ε_t est un bruit blanc gaussien : $\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

2. 6. 1. AIC « Akaike's Information Criterion » :

C'est le critère le plus connu, la « AIC » est défini pour un modèle à k paramètres, par la relation suivante :

$$AIC(k) = -2 \text{Log}(\text{vraisemblance maximisée}) + 2k$$

ou

$$AIC(k) = -2 (\text{maximum de Log vraisemblance}) + 2k$$

Il faut donc déterminer la log-vraisemblance du modèle ainsi que son maximum. Or, on sait que, dans le cas des moindres carrés ($y = X\beta + \varepsilon$), la log-vraisemblance approchée est :

$$L(\beta) = Cte - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} S(\beta) \quad S(\beta) \text{ est la somme des carrés des résidus.}$$

pour un processus ARMA(p, q), β sera un ensemble de $k = p + q + 1$ paramètres :

$$\beta = (\mu, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q) \quad \text{et} \quad S(\beta) = \sum_{t=p+1}^T \varepsilon_t^2$$

Si on suppose que $\hat{\beta}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de β , on peut écrire :

$$L(\beta) = L[\hat{\beta} + (\beta - \hat{\beta})] \quad \text{sachant que : } [\hat{\beta} = (\hat{\mu}, \hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q)]$$

Akaike a montré que la log-vraisemblance estimée pour T observations pouvait s'écrire :

$$L(\hat{\beta}) = \frac{T-p}{2} \text{Log} \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} S(\hat{\beta})$$

où σ_ε^2 est estimé par :
$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{T-p} S(\hat{\beta})$$

$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance conditionnelle de la variance résiduelle,

donc le maximum de $L(\hat{\beta})$ est donné par :
$$L(\hat{\beta}) = -\frac{T-p}{2} \text{Log} \sigma_\varepsilon^2 - \frac{T-p}{2}$$

On ignore le terme constant puisqu'il est indépendant de β . Le critère AIC s'écrit alors :

$$AIC(k) = (T-p) \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2k$$

Si l'on trace sur un graphe $AIC(k)$ en fonction des différentes valeurs de k , on obtient en général un minimum pour une certaine valeur de k . ce minimum est appelé *MAIC* (minimum *AIC*), donne donc le nombre de paramètres adéquat pour estimer le modèle $ARMA(p, q)$, ce qui est montré dans cette figure :

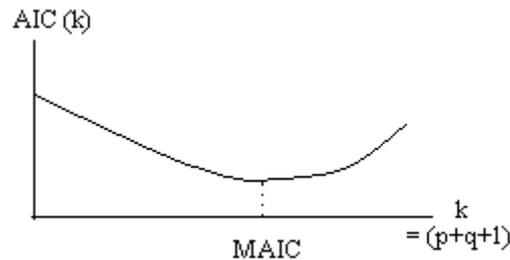


Figure II. 10 : La représentation du *MAIC*.

Source : George BRESSON, Alain PIROTTE, 1995.²⁸

2. 6. 2. FPE « Final Predictin Error » :

Akaike a également construit un critère de détermination des seuls processus $AR(p)$, ce critère appelé *FPE*, est défini par :

$$FPE(p) = \frac{T}{T - 2p} \hat{\sigma}_\varepsilon^2$$

La relation entre les critères *AIC* et *FPE* est la suivante :

$$AIC(p) = (T - p) \text{Log} [FPE(p)]$$

Cela n'exclut pas que le critère $AIC(k)$ dépasse le critère $FPE(p)$ dans la mesure où il permet d'identifier les modèles $AR(p)$, $MA(q)$ et $ARMA(p, q)$.

En effet : $AIC(k) = (T - p) \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2k = (T - p) \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2(p + q + 1)$

Si on veut tester un *AR* pur, on pose $q = 0$ et pour un *MA* pur, $p = 0$.

2. 6. 3. BIC « Bayesian Information Critérion » :

Akaike a développé ce troisième critère. Pour un modèle à k paramètres :

²⁸ Georges BRESSON, Alain PIROTTE "Économétrie des séries temporelles : théorie et applications" Editions PUF, Vendôme 1995, p :78.

$$BIC(k) = (T - p) \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 - (T - p - k) \text{Log} \left(\frac{1 - k}{(T - p)} \right) + k \text{Log}(T - p) + k \text{Log} \left[k^{-1} \left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1 \right) \right]$$

est petit relativement à $(T - p)$, on peut écrire :

$$-(T - p - k) \text{Log} \left(\frac{1 - k}{(T - p)} \right) = k$$

d'où

$$BIC(k) = AIC(k) + k (\text{Log}(T - p) - 1) + k \text{Log} \left[k^{-1} \left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1 \right) \right]$$

La différence entre $BIC(k)$ et $AIC(k)$ est que le second terme de $AIC(k)$ " $= 2k$ " est remplacé par le terme " $k + k \text{Log}(T - p)$ " dans $BIC(k)$. Ainsi, la minimisation de $BIC(k)$ peut conduire à des modèles d'ordre inférieure à ceux obtenus avec le critère $AIC(k)$ car le terme " $k + k \text{Log}(T - p)$ " a tendance à donner un minimum plus élevé que celui de $AIC(k)$ mais antérieur à celui de $AIC(k)$.

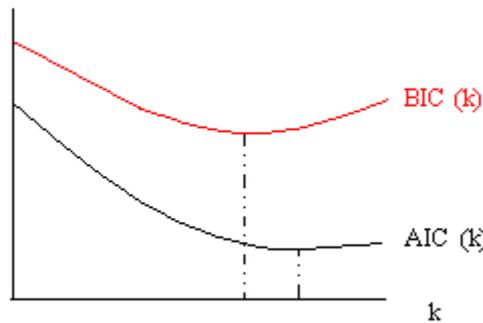


Figure II. 11 : La visualisation graphique de la différence entre $BIC(k)$ et $AIC(k)$.

Source : George BRESSON, Alain PIROTTE, 1995.²⁹

2. 6. 4. S de Schwarz :

C'est un critère similaire au $BIC(k)$, ce critère fut défini par Schwarz en 1978 :

$$\begin{aligned} S(k) &= (T - p) \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + k \text{Log}(T - p) \\ &= BIC(k) - k \left[\text{Log} \left[k^{-1} \left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1 \right) \right] - 1 \right] \end{aligned}$$

²⁹ Georges BRESSON, Alain PIROTTE "Économétrie des séries temporelles : théorie et applications" Editions PUF, Vendôme 1995, p :79.

2. 6. 5. CAT «Criterion of Autoregressive Transfer function » :

Le dernier critère qu'on citera est celui défini par Parzen 1977, ce critère est défini par:

$$CAT(k) = \begin{cases} -\left(1 + \frac{1}{T}\right) & , k = 0 \\ \frac{1}{T} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{\sigma_j^2} \right) - \frac{1}{\sigma_k^2} & , k = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

où σ_j^2 est l'estimateur sans biais de la variance résiduelle du modèle $AR(j)$:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{T - 2j - 1} S(\hat{\mu}, \hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_j)$$

Le tableau ci-dessous propose un récapitulatif des différents critères cités :

<p>identification des processus $ARMA(p, q)$</p>	$= \begin{cases} AIC(k) = (T - p) \text{Log} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2k \\ BIC(k) = AIC(k) + k(\text{Log}(T - p) - 1) + k \text{Log} \left[k^{-1} \left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1 \right) \right] \\ S(k) = BIC(k) - k \left[\text{Log} \left[k^{-1} \left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1 \right) \right] - 1 \right] \\ CAT(k) = \begin{cases} -\left(1 + \frac{1}{T}\right) & , k = 0 \\ \frac{1}{T} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{\sigma_j^2} \right) - \frac{1}{\sigma_k^2} & , k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \end{cases}$
<p>identification des processus $AR(p)$</p>	$= \begin{cases} FPE(p) = \frac{T}{T - 2p} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \\ AIC(p) = (T - p) \text{Log}[FPE(p)] \text{ pour } (T - p) \text{ grand} \end{cases}$

Tableau II. 4 : les critères " AIC, FPE, BIC, S et CAT".

Source : George BRESSON, Alain PIROTTE, 1995.³⁰

³⁰ Georges BRESSON, Alain PIROTTE "Économétrie des séries temporelles : théorie et applications" Editions PUF, Vendôme 1995, p :80.

Conclusion :

On cette méthode, méthodologie où bien algorithme dans quelques ouvrages met en évidence tous les points cité dans cette section, s'ils sont significatif le modèle identifier est validé sinon on revalorise la série avec d'autres paramètres jusqu'à l'identification du modèle adéquat. Les méthodes de Box et Jenkins qui sont des méthodes très puissantes qui exploitent au maximum le fait que l'évolution de la série temporelle étudiée est considérée comme une des réalisations d'un processus stochastique doué d'une structure assez forte. En effet, la structure une fois mise en évidence permet de prédire avec plus d'assurance la suite de la série. La contrepartie est la nécessité d'une assez longue durée d'observations pour que la prévision soit fiable. Les auteurs préconisent de 5 à 6 périodes dans le cas de phénomènes périodiques, et sinon un minimum de 30 observations.

Ces méthodes donnent d'excellents résultats pour les prévisions à court terme des séries macro-économiques, en particulier pour les indices de production industrielle.

Section 3 : Prévisions dans les ARMA et les ARIMA :

Introduction :

On suppose $X_t \sim ARMA : \Phi(B)X_t = \mu + \Theta(b)$ canonique minimale. On est à la date t et on cherche les meilleurs prévisions possibles pour $(x_{t+1}, \dots, x_{t+h})$, prévision à l'ordre h .

- prévision optimale de x_{t+h} à la date t : $EL(x_{t+h} / \underline{x}_t)$;
- approximation de cette prévision : je ne connais en effet pas les x_t jusqu'à $t = -\infty$.

On suppose que les coefficients de Φ et de Θ , ainsi que μ sont connus. En pratique, ils seront remplacés par leurs estimateurs.

Définition de la fonction de prévision : C'est la fonction qui, à la date t , associe à h la prévision optimale de $x_{t+h} = EL(x_{t+h} / \underline{x}_t)$.

3. 1. Prévision dans un AR(p) :

Soit un processus $AR(p)$ canonique: $x_t = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t-p} + a_t$, avec ${}_t x_{t+h}^* = EL(x_{t+h} / \underline{x}_t)$ prévision optimale. On a :

- Au rang 1 : $x_{t+1} = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t+1-p} + a_{t+1}$
 ${}_t x_{t+1}^* = EL(x_{t+1} / \underline{x}_t) = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t+1-p}$

Cette prévision est calculable à partir des observations.

- Au rang 2 : $x_{t+2} = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t+2-p} + a_{t+2}$
 ${}_t x_{t+2}^* = EL(x_{t+2} / \underline{x}_t) = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t+2-p}$
- Au rang h : $x_{t+h} = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t+h-p} + a_{t+h}$
 ${}_t x_{t+h}^* = EL(x_{t+h} / \underline{x}_t) = \mu + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t+h-p}$

Cette prévision s'obtient donc par itérations successives.

$$\left. \begin{aligned} x_t &= \mu + \sum_{k=1}^p \phi_k x_{t-k} + a_t \\ x_{t+h} &= \mu + \sum_{k=1}^p \phi_k x_{t+h-k} + a_{t+h} \\ {}_t x_{t+h}^* &= \mu + \sum_{k=1}^p \phi_k x_{t+h-k}^* + a_{t+h} \quad \text{avec} \quad {}_t x_{t+h-k}^* = x_{t+h-k} \quad \text{si} \quad k \geq h \end{aligned} \right\} (*)$$

On peut aller plus vite si on sait résoudre les équations de récurrence :

$$\Phi(B)x_t = \mu + a_t \Leftrightarrow \Phi(B)(x_t - m) = a_t \quad \text{avec} \quad \mu = \frac{m}{\Phi(1)}$$

on pose : $y_t = (x_t - m)$, et on a : ${}_t y_{t+h}^* = {}_t x_{t+h}^* - m$.

$$\Phi(B)y_{t+h} = a_{t+h} \Leftrightarrow \Phi(B) {}_t y_{t+h}^* = 0 \text{ avec la notation } (*)$$

d'où l'équation de récurrence d'ordre p :

$$\Phi(B) {}_t y_{t+h}^* = {}_t y_{t+h}^* - \sum_{k=1}^p \phi_k {}_t y_{t+h-k}^* = 0$$

On obtient ainsi les ${}_t y_{t+h}^*$ à partir de la forme générale de la solution, les y_t fournissant les conditions initiales.

3. 2. Prévision dans un MA(q) :

Soit un processus $MA(q)$:

$$x_t = m + \Theta(B)a_t = m + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Cas $h > q \Rightarrow x_{t+h} = m + a_{t+h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_q a_{t+h-q}$ avec $t+h > a+h-1 > \dots > t+h-q > t$

d'où : ${}_t x_{t+1}^* = EL(x_{t+1} / x_t) = EL(m + a_{t-h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_p a_{t+h-p})$ et donc ${}_t x_{t+1}^* = m$

$$\text{Cas } h \leq q \Rightarrow \begin{cases} {}_t x_{t+1}^* = EL(x_{t+1} / x_t) \\ {}_t x_{t+1}^* = EL(m + a_{t-h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_h a_t - \dots - \theta_p a_{t+h-p} / x_t) \\ {}_t x_{t+1}^* = m + 0 - \theta_h a_t - \dots - \theta_q a_{t+h-p} \end{cases}$$

Cette forme théorique est inutilisable dans la pratique, faute de pouvoir observer les a_t . On va donc utiliser la forme $AR(\infty)$:

$$\Theta(B)^{-1}(x_t - m) = a_t \Rightarrow \Theta(B)^{-1} = \sum_{k=0}^{+\infty} b_k, b_0 = 1, \sum |b_k| < \infty.$$

donc $\sum_{k=0}^{+\infty} b_k x_{t-k} - \mu + a_t \Leftrightarrow x_t = \mu - \sum_{k=0}^{+\infty} b_k x_{t-k} + a_t$, où $\mu = \frac{m}{\Theta(1)}$.

d'où

$$h = 1: \begin{cases} x_{t+1} = \mu - \sum_{k=1}^{+\infty} b_k x_{t-k+1} + a_{t+1}, \\ {}_t x_{t+1}^* = \mu - \sum_{k=1}^{+\infty} b_k x_{t-k+1} + 0. \end{cases}$$

$$h = 2: \begin{cases} x_{t+2} = \mu - b_1 x_{t+1} - \sum_{k=2}^{+\infty} b_k x_{t-k+2} + a_{t+2}, \\ {}_t x_{t+2}^* = \mu - b_1 {}_t x_{t+1}^* - \sum_{k=2}^{+\infty} b_k x_{t-k+2} + 0. \end{cases}$$

cas générale :

$$\begin{cases} x_{t+h} = \mu - \sum_{k=1}^{+\infty} b_k x_{t-k+h} + a_{t+h}, \\ {}_t x_{t+h}^* = \mu + \sum_{k=1}^{+\infty} b_k {}_t x_{t+h-k}^* + 0 \text{ (avec la notation(*)),} \\ {}_t x_{t+h}^* = \mu - \sum_{k=1}^{h-1} b_k {}_t x_{t+h-k}^* - \sum_{k=h}^{+\infty} b_k x_{t+h-k}. \end{cases}$$

Pour $h \leq q$, on peut s'intéresser à la prévision approchée. En effet, on n'observe pas les x_s pour un nombre fini de périodes (donc on remonter jamais jusqu'à l'infini). On calcule donc une approximation ${}_t \hat{x}_{t+h}$ n'utilisant que les valeurs observées de x_{t-k} .

Définition 2. On définit donc ${}_t \hat{x}_{t+h}$ comme :

$${}_t \hat{x}_{t+h} = \mu - \sum_{k=1}^{t+h-1} b_k {}_t \hat{x}_{t+h-k}$$

$${}_t \hat{x}_{t+h} = \mu - \sum_{k=1}^{h-1} b_k {}_t \hat{x}_{t+h-k} - \sum_{k=h}^{t+h-1} b_k {}_t x_{t+h-k}$$

3. 3. Prévision pour un ARMA (p, q) :

3. 3. 1. Prévision optimale :

On utilise la forme $AR(\infty)$:

$$\Phi(B)x_t = \mu + \Theta(B)a_t$$

$$\Theta(B)^{-1} \Phi(B)(x_t) = \mu_0 + a_t, \quad \mu_0 = \frac{\mu}{\Theta(1)}$$

d'où : $\sum_{k=0}^{+\infty} b_k x_{t-k} = \mu_0 + a_t \Leftrightarrow x_t = \sum_{k=1}^{+\infty} b_k x_{t-k} + \mu_0 + a_t$

On va donc faire comme dans le cas d'un $MA(q)$, sauf que les prévisions ne seront pas constantes à partir d'un certain rang :

$${}_t x_{t+h}^* = \mu_0 - \sum_{k=1}^{+\infty} b_k {}_t x_{t+h-k}^* = \mu_0 + \sum_{k=1}^{h-1} b_k {}_t x_{t+h-k}^* - \sum_{k=h}^{+\infty} b_k x_{t+h-k}$$

La prévision optimale se calcule de manière itérative.

3. 3. 2. Prévision approchée :

De même que pour le $MA(q)$, si $s > 0$,

$$\begin{aligned} {}_t \hat{x}_{t+h} &= \mu_0 - \sum_{k=1}^{t+h} b_k {}_t \hat{x}_{t+h-k} \\ {}_t \hat{x}_{t+h} &= \mu_0 - \sum_{k=1}^{h-1} b_k {}_t \hat{x}_{t+h-k} - \sum_{k=h}^{t+h} b_k x_{t+h-k} \end{aligned}$$

on le calcule par itérations sur h.

3. 3. 3. Equation de récurrence :

$$\begin{aligned} \Phi(B)(x_t - m) &= \Theta(B)a_t, \quad m = \frac{\mu}{\Phi(1)} \\ \Phi(B)y_t &= \Theta(B)a_t \Leftrightarrow y_t = -(\phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p}) + a_t - (\theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}) \\ \text{si } h \geq q &\Rightarrow y_{t+h} = -\phi_1 y_{t+h-1} - \dots - \phi_p y_{t+h-p} + a_t + \underbrace{a_{t+h}}_{>t} - \theta_1 \underbrace{a_{t+h-1}}_{>t} + \dots + \theta_q \underbrace{a_{t+h-q}}_{>t} \end{aligned}$$

donc, ${}_t y_{t+h}^* = EL(y_{t+h} / \underline{y}_t) = EL(x_{t+h} / \underline{x}_t) \Leftrightarrow {}_t y_{t+h}^* = -\phi_1 y_{t+h-1}^* - \dots - \phi_p y_{t+h-p}^* + 0$

Les ${}_t y_{t+h}^*$ vérifient donc l'équation de récurrence : $\Phi(B)({}_t y_{t+h}^*) = 0$

Pour $h > q$, on connaît la forme générale de ${}_t y_{t+h}^*$ en fonction de h. Ils peuvent être explicités avec p conditions initiales (observations ou prévisions). On a donc ${}_t x_{t+h}^* = {}_t y_{t+h}^* + m$.

On peut montrer par ailleurs que pour $h > q$, les ${}_t \hat{y}_{t+h}$ vérifient la même équation de récurrence.

3. 4. Prévision pour un ARIMA(p, d, q) :

Soit un processus $ARIMA(p, d, q)$:

$$\begin{aligned} \Phi(B)(1-B)^d x_t &= \Theta(B) a_t \\ \Leftrightarrow \varphi(B)x_t &= \mu + \Theta(B)a_t \\ \Leftrightarrow \varphi(B)(x_t - m) &= \Theta(B)a_t \\ \Leftrightarrow \varphi(B)y_t &= \Theta(B)a_t \end{aligned} \quad \text{avec } m_t = E(x_t).$$

3. 4. 1. Prévision optimale :

Une prévision optimale de x_{t-h} sera de la forme (prévision de $(y_{t+h} + m_{t+h})$).

Pour les *ARIMA*, on a vu qu'on devait se donner les conditions initiales :

$$Z = (1, x_0, \dots, x_{-p-d+1}, a_0, \dots, a_{-q+1}).$$

On a alors :

$${}_t y_{t+h}^* = EL(y_{t+h} / y_t, \dots, y_1, Z)$$

Approximation *AR* :

$$y_t = -\sum_{j=1}^{t-1} b_j y_{t-j} + g'(t)Z \quad \text{avec} \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 0$$

Approximation *MA* :

$$y_t = \sum_{j=0}^{t-1} b_j y_{t-j} + \tilde{g}'(t)Z \quad \text{avec} \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{g}(t) = 0$$

On montre que $L(y_t, \dots, y_1, Z) = L(a_t, \dots, a_1, Z)$

on a alors :

$$\begin{aligned} y_{t+h} &= -\sum_{j=1}^{t+h-1} b_{jt} y_{t+h-j} + g'(t+h)Z \\ {}_t y_{t+h}^* &= EL(y_{t+h} / y_t, \dots, y_1, Z) \\ {}_t y_{t+h}^* &= -\sum_{j=1}^{t+h-1} b_{jt} y_{t+h-j}^* + g'(t+h)Z \end{aligned}$$

On retrouve ainsi un calcul itératif, problématique car il faudrait calculer explicitement g .

3. 4. 2. Prévision approchée :

On définit la prévision approchée comme :

$${}_t \hat{y}_{t+h} = -\sum_{j=1}^{t+h-1} b_{jt} \hat{y}_{t+h-j} \Rightarrow \text{en effet, } \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 0.$$

On peut donc également le calculer par itération sur h .

3. 4. 3. Equation de récurrence :

$$\varphi(B)y_t = \Theta(B)a_t \Leftrightarrow \varphi(B)y_t = a_{t+h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_q a_{t+h-q}$$

Donc, si $h > q$, $\varphi_t y_{t+h}^* = 0$. Les ${}_t y_{t+h}^*$ sont solution de l'équation de récurrence, ce qui permet de les exprimer en fonction de h . On peut remarquer que 1 est racine à l'ordre d de ce polynôme. ${}_t y_{t+h}^*$ est ainsi déterminé si on se donne $p + d$ conditions initiales.

On montre de même que les ${}_t \hat{t}_{t+h}$ vérifient la même équation de récurrence.

3. 5. Intervalles de prévision :

3. 5. 1. Erreur de prévision :

Définition 3 (Erreur de prévision). On définit l'erreur de prévision à l'horizon h comme :

$$e_t(h) = x_{t+h} - {}_t x_{t+h}^*$$

Il va s'agir d'exprimer l'erreur de prévision en fonction des a_s .

$$\begin{aligned} - \text{si } h > q : \begin{cases} {}_t x_{t+h}^* = m \\ x_{t+h} = m + a_{t+h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_q a_{t+h-q} \end{cases} &\Rightarrow e_t(h) = a_{t+h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_q a_{t+h-q} \\ - \text{si } h \leq q : \begin{cases} x_{t+h} = m + a_{t+h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_q a_{t+h-q} \\ {}_t x_{t+h}^* = m - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_q a_{t+h-q} \end{cases} &\Rightarrow e_t(h) = a_{t+h} - \theta_1 a_{t+h-1} - \dots - \theta_{h-1} a_{t+1} \end{aligned}$$

Cas $AR(p)$ ou $ARMA(p, q)$: $\Phi(B)x_t = \mu + \Theta(B)a_t$

La prévision optimale a été calculée en utilisant la forme AR ; on peut aussi calculer l'erreur en utilisant une forme $MA(\infty)$:

$$x_t = m + \Phi(B)^{-1} \Theta(B)a_t = m + \sum_{k=0}^{+\infty} c_k a_{t-k}, \text{ où } \begin{cases} m = \frac{\mu}{\Phi(1)}, \\ c_0 = 1, \quad \sum |c_k| < +\infty. \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{t+h} &= m + \sum_{k=0}^{+\infty} c_k a_{t+h-k} \\ {}_t x_{t+h}^* &= m + \sum_{k=h}^{+\infty} c_k a_{t+h-k} \end{aligned} \right\} \Rightarrow e_t(h) = \sum_{k=0}^{h-1} c_k a_{t+h-k}$$

Cas $ARIMA(p, d, q)$:

$$\varphi(B)x_t = \mu + \Theta(B)a_t, \text{ avec } \varphi(B) = (1 - B)^d \Phi(B).$$

on pose : $y_t = x_t - E(x_t)$ d'où $\varphi(B)y_t = \Theta(B)a_t$.

On utilise une approximation MA :

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \sum_{j=0}^{t-1} c_j a_{t-j} + \tilde{g}(t)' Z \\ y_{t+h} &= \sum_{j=0}^{t+h-1} c_j a_{t+h-j} + \tilde{g}(t+h)' Z \\ y_{t+h} &= EL(y_{t+h} / y_t, \dots, y_1, Z) \\ {}_t y_{t+h}^* &= \sum_{j=0}^{t+h-1} c_j a_{t+h-j} + \tilde{g}(t+h)' Z \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} e_t(h) = x_{t+h} - {}_t x_{t+h}^* = y_{t+h} - {}_t y_{t+h}^* \\ e_t(h) = \sum_{j=0}^{h-1} c_j a_{t+h-j} \end{cases}$$

C'est la même forme que précédemment.

3. 5. 2. Intervalle de prévision :

Donc, dans tous les cas, $e_t(h) = \sum_{j=0}^{h-1} c_j a_{t+h-j}$. On a alors : $Var(e_t(h)) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{h-1} c_j^2$, sous une hypothèse de normalité des (a_t) , on a : $e_t(h) \sim N(0, \sigma^2 \sum_{j=0}^{h-1} c_j^2)$, où les c_j sont des fonctions connues des paramètres du modèle.

En pratique, si les paramètres $(\hat{\mu}, \hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q, \hat{\sigma}^2)$ sont estimés, on peut calculer les \hat{c}_j^2 associés. Comme les estimateurs des paramètres sont convergents, les \hat{c}_j^2 le sont aussi.

On a donc une loi théorique :

$$\frac{x_{t+h} - {}_t x_{t+h}^*}{\sigma \sqrt{\sum_{j=0}^{h-1} c_j^2}} \sim N(0,1)$$

Comme les estimateurs sont convergents,

$$\frac{x_{t+h} - {}_t x_{t+h}^*}{\hat{\sigma} \sqrt{\sum_{j=0}^{h-1} \hat{c}_j^2}} \sim N(0,1)$$

D'où les intervalles de prévision au niveau $1 - \alpha$,

- Théorique : $\left[{}_t x_{t+h}^* - \mu_{1-(\alpha/2)} \sigma \sqrt{\sum_{j=1}^{h-1} c_j^2}; {}_t x_{t+h}^* + \mu_{1-(\alpha/2)} \sigma \sqrt{\sum_{j=1}^{h-1} c_j^2} \right]$
- Estimé : $\left[{}_t x_{t+h}^* - \mu_{1-(\alpha/2)} \hat{\sigma} \sqrt{\sum_{j=1}^{h-1} \hat{c}_j^2}; {}_t x_{t+h}^* + \mu_{1-(\alpha/2)} \hat{\sigma} \sqrt{\sum_{j=1}^{h-1} \hat{c}_j^2} \right]$
- En pratique, on néglige $Var({}_t \hat{x}_{t+h} - {}_t x_{t+h}^*)$, qui tend vers 0, donc :

$$\left[{}_t\hat{x}_{t+h} - \mu_{1-(\alpha/2)}\hat{\sigma}\sqrt{\sum_{j=1}^{h-1}\hat{c}_j^2}; {}_t\hat{x}_{t+h} + \mu_{1-(\alpha/2)}\hat{\sigma}\sqrt{\sum_{j=1}^{h-1}\hat{c}_j^2} \right]$$

Conclusion :

Le caractère optimal du prédicteur est une propriété du processus de génération des données, tandis qu'une règle de prévision est toute procédure opérationnelle systématique qui permette d'établir des déclarations concernant l'avenir.

Conclusion du chapitre 2 :

Les principales méthodes de prévision et d'analyse se résument en trois points :

Le premier point traite les tendances, projections et processus univarié traitant une méthode de prévision et de description d'une variable en n'utilisant que ses valeurs dans le passé :

- Soit trouver une droite qui donne une meilleure estimation des valeurs observées
- Soit trouvé une fonction analytique (déterministe ou probabiliste) liant les valeurs passées et présentes de la variable

Cette méthode a pour finalité **Prévision et détection de l'existence ou non d'une saisonnalité** du phénomène afin de mieux appréhender l'évolution réelle de la variable, c'est le traitement des série chronologique avec : les moindre carrés, les moyennes mobiles, les autorégressions, les modèle ARMA, ARIMA.

Le deuxième point des modèle de type boite noire qui sont une représentation formelle d'idée ou de connaissances relative à un phénomène, des modèles :

- Utilisation de deux types de variables : endogènes (déterminées par le modèle) et exogènes (facteurs externes) ;
- Utilisation des fonctions expliquant les relations entre les différentes variables : fonction de comportement et identités comptables.

Cette méthode a pour finalité **Eclairer les choix des décideurs en apportant des réponses précises (prévisions)** sur les conséquences des mesures qu'ils souhaitent mettre en œuvre par des simulations - Suivant le type de modèle, donner une prévision des indicateurs.

Le troisième point fonction explicative, qu'on peut classer en deux genres :

1. Déterministe : Ecrire la variable d'intérêt ou dépendante (observée ou non) en fonction d'autres variables (explicatives). La méthode la plus utilisée dans toutes les sciences à partir des théories et expériences, exprimer la variable d'intérêt en fonction des variables explicatives La fonction peut avoir une forme complexe.

La finalité de ce genre de modèle et la **Prévision et l'Explication du phénomène et contrôle empirique des théories**

2. Probabiliste : C'est la méthode la plus souvent utilisée en économie, elle consiste à **Ecrire** la variable d'intérêt en fonction d'autres variables (explicatives) en plus d'une variable aléatoire qui suit en général la loi normale. On peut classer dans cette catégorie aussi les processus multivariés (ou multidimensionnels) : A partir des théories et expériences, exprimer la variable d'intérêt en fonction des variables explicatives en plus d'une erreur aléatoire La fonction a une forme linéaire en général

La finalité est de Trouver une spécification (forme de la fonction la plus appropriée) du phénomène qui permettrait de faire des tests sur la significativité et la pertinence des différents facteurs explicatifs du phénomène et en faire des prévisions (dans la plupart des cas). Exemple : étude des Modèles économétriques MCO, MCG, Séries chronologiques multidimensionnelles : ARMA, VAR, Filtre de Kalman...

Donc on peut conclure que le modèle le plus approprié à chaque analyse de série chronologique est le mieux adapté à ce qu'elle dégage comme information et la connaissance ou non des éléments intervenant dans ce phénomène.

CHAPITRE 3 :

Etude prévisionnelle de la consommation
d'énergie électrique en Algérie

Introduction :

La demande électrique en Algérie sera très élevée, Une production complémentaire de 800 MW sera nécessaire à compter de 2009 pour pouvoir faire face à la croissance.

Pour atteindre cet objectif d'augmentation de la production de 12 à 15% environ d'ici trois ans, la Commission de Régulation de l'Electricité et du Gaz (CREG) recommande d'accélérer le développement des capacités de production par le renforcement du potentiel en place et la poursuite de la mise en place et/ou l'organisation des structures, dans un contexte où l'opérateur historique, la SONELGAZ, a perdu le monopole dans ce domaine.

L'ouverture de la production électrique à l'investissement privé a commencé en février 2002 et à ce jour, trois nouveaux producteurs d'énergie électrique sont apparus, dont deux sont entrés en phase de production (Kahraba-Skikda de 825 MW et Kahrama-Arzew de 321 MW), ainsi que le projet de Hadjeret Enouss (1 200 MW). La modernisation et l'amélioration de la qualité de service au profit des consommateurs et du management sont citées par cette commission comme un second objectif à réaliser. « La préoccupation majeure des pouvoirs publics est aujourd'hui de répondre à la demande des consommateurs en électricité et en gaz naturel », a résumé le ministre de l'Energie et des Mines, Chakib Khelil, qui assistait à la rencontre.

La demande d'électricité est déterminée à partir de l'analyse de l'historique de la consommation, des hypothèses d'évaluation du PIB, de l'importance de la population, du taux d'occupation par logement et du niveau d'équipement des ménages, expliquent les spécialistes.

Cette étude est consacrée à l'analyse historique de la consommation d'énergie électrique en Algérie, et plus spécifiquement la consommation électrique basse tension (BT). Cette consommation représente la consommation des ménages (y compris celles des petites entités commerciales tel que les boulangeries, les restaurants, etc.), faute de disponibilité de donnée. C'est ainsi qu'on essaye de part ce travail, de répondre à la question :

Quelle est la méthode la plus adéquate pour prévoir la consommation d'énergie électrique pour la distribution publique ?

Afin de répondre à cette problématique on a structuré ce travail en trois chapitres :

1. Les deux premières sections sont consacrées à la présentation de la SONELGAZ (généralités : historique de l'entreprise, organisation, missions...etc)
2. La troisième section portera sur la présentation des éléments qui peuvent intervenir ou affecter notre série de consommation.
3. Enfin la quatrième section est consacrée à l'application de la méthode Box-Jenkins sur les modèles ARIMA saisonnière (Auto Regressive Integrated Moving Average).

Section 1 : Présentation générale de la Sonelgaz

Avec plus de 55 ans de service public, Sonelgaz est l'opérateur historique dans le domaine, dans le domaine de la fourniture des énergies électrique et gazière en Algérie.

Ses missions principales sont :

- * La production, le transport et la distribution de l'électricité ;
- * Le transport et la distribution de gaz par canalisations.

Ses nouveaux statuts lui permettent d'intervenir dans d'autres segments d'activités dans le domaine de commercialisation de l'électricité et du gaz à l'étranger.

Depuis la promulgation de la loi sur l'électricité et la distribution du gaz par canalisation¹, Sonelgaz s'est restructurée pour s'adapter au nouveau contexte. Elle est aujourd'hui érigée en groupe industriel composé de 29 filiales et elle emploie 40 000 travailleurs. Sa contribution dans la concrétisation de la politique énergétique nationale a permis de hisser :

- * en matière d'électrification rural un taux de couverture à plus de 97 %,
- * en matière de distribution publique gaz un taux de pénétration à plus de 37 %.

1. 1. Histoire et évolution :

En 1947, de EGA à Sonelgaz d'aujourd'hui : Avec Plus d'un demi siècle d'existence, est créé l'établissement public « électricité et gaz d'Algérie » par abréviation EGA, auquel est confié le monopole de la production, du transport et de la distribution de l'électricité et du gaz.

En 1962, un défi relevé : EGA est pris en charge par l'état algérien indépendant ; en quelques années grâce à un formidable effort de formation, l'encadrement et le personnel algérien assurent effectivement le fonctionnement de l'établissement.

¹ Le point est détaillé dans le point « cadre juridique ».

En 1969, pour le soutien du développement économique et social : EGA devient Sonelgaz, devient société nationale de l'électricité et du gaz ; à ce moment c'est déjà une entreprise de taille importante dont le personnel est de quelques 6000 agents.

La transformation de la société avait pour objectif de conférer à l'entreprise les capacités organisationnelles et gestionnaires pour accompagner et soutenir le développement économique du pays. Il s'agit notamment du développement industriel, et de l'accès du plus grand nombre à l'énergie électrique. (L'électrification rurale) ; projet inscrits dans le plan de développement élaboré par les autorités publiques.

Des filiales travaux à la SPA:

En 1983, l'entreprise se dote de cinq (05) filiales travaux spécialisées :

KAHRIF pour l'électrification ;

KAHRAKIB - Infrastructures et installation électrique ;

KANAGAZ - Réalisation des réseaux gaz ;

INERGA - Génie Civil ;

ETTERKIB – Montage industriel ;

AMC - Fabrication des compteurs et appareils de mesure et de contrôle.

C'est grâce à ces filiales que Sonelgaz dispose actuellement d'infrastructures électriques et gazières répondant aux besoins du développement économique et social du pays.

En 1991, Sonelgaz devient Etablissement Public à caractère industriel et commercial (EPIC) ; la reprise de statut, tout en confirmant la mission de service public pose la nécessité de la gestion économique et de la prise en compte de la commercialité.

En 2002, Dans ce même objectif l'établissement devient, une Société par action (SPA). Cette promotion donne à la Sonelgaz la possibilité d'élargir ses activités à d'autres domaines relevant du secteur de l'énergie et aussi d'intervenir hors des frontières de l'Algérie. En tant que SPA elle doit détenir un porte feuille d'actions et autres valeurs mobilière et à la possibilité de prendre des participations dans d'autres sociétés.

En 2004, l'annonce d'évolution de la Sonelgaz qui devient un groupe ou holding.

Durant les années 2004 à 2006, Le groupe Sonelgaz devenant une holding ou groupe d'entreprises, se restructure en filiales chargées de ses activités de base :

SPE : Sonelgaz Production Electricité ;

GRTE : Gestionnaire Réseau Transport Electricité ;

GRTG : Gestionnaire Réseau Transport Gaz.

En 2006 la fonction distribution est structurée en quatre filiales : Alger, Région Centre, Région Est, Région Ouest.

Au delà de cette évolution assurer le service public reste la mission essentielle de Sonelgaz ; l'élargissement de ses activités et l'amélioration de sa gestion économique bénéficient en premier lieu à cette mission qui constitue le fondement de sa culture d'entreprise.

1. 2. Cadre juridique :

1. 2. 1. La loi sur l'électricité et la distribution du gaz par canalisation : la loi n° 02-01 du 5 Février 2002².

Cette loi a supprimé le monopole exercé jusque là par Sonelgaz, en ouvrant le secteur de l'énergie à la concurrence, sauf par les activités de transport et distribution. Ainsi apparaît deux sortes de client :

- * Clients dits éligibles : ces clients ont le choix de leurs fournisseurs et pourront négocier librement les prix et les quantités d'énergie avec lui.
- * Clients dits non éligibles ou captifs : continueront à être alimenté par l'entreprise qui détient la concession de distribution dans la zone concernée. Sonelgaz entant qu'opérateur historique, gardera ses concessions là où elle opère actuellement.

L'ensemble de ces choix implique nécessairement un autre principe qui est celui de l'Accès des Tiers aux Réseaux (ATR) de transport et de distribution de l'électricité et du gaz.

Du point de vue fonctionnement :

² www.fr.wikipedia.org/wiki/loi_n°_02-01_du_5_février_2002-19k-

- * Le réseau de transport de l'électricité sera exploité, entretenu et développé par un opérateur appelé Gestionnaire du Réseau de Transport d'Electricité, filiale de Sonelgaz.
- * La conduite du système production-transport, elle sera assurée par un opérateur appelé Opérateur Système.
- * Dans une ultime étape la loi prévoit la création d'un Opérateur du Marché de l'électricité.
- * Pour ce qui est du gaz l'ensemble de ces fonctions sera assuré par un seul opérateur, appelé le Gestionnaire du Réseau de Transport Gaz.

La régularisation de tout de dispositif sera assurée par un organe indépendant et autonome appelée Commission de Régulation de l'Electricité et du Gaz (CREG) dont la mission est de veiller au fonctionnement concurrentiel des marché dans l'intérêt des consommateurs et des opérateurs.

1. 2. 2. Cahier de charges relatif aux conditions de fourniture de l'électricité et du gaz par canalisations : Décret exécutif n°02-194 du 28 mai 2002³.

Ce cahier de charge décrète quatre (04) titres :

Titre I : Disposition générale : détaillant :

- Objet : détail du principe ATR et les obligations du distributeur vis-à-vis de l'ensemble des clients.
- Obligation de service public : réduction aux maximums des interruptions (électrique et gazière), détaille des conditions de distribution, les éléments détaillés dans le contrat clients-distributeur...

Titre II : Alimentation des clients en électricité : détaillant :

- Réseaux électrique : éclairage public, fixation des fréquences du courant distribuer...
- Alimentation en haute tension.
- Alimentation en basse tension.

Titre III : Alimentation des clients en gaz : détaillant :

³ www.mem-algeria.org/fr/legis/c_electgaz.htm-1k-

- Réseaux gaz : description du réseau, les types d'exploitation du gaz.
- Alimentation en haute pression : définition, conditions techniques, les obligations du distributeur en vers le client.
- Alimentation en moyenne et basse pression.

Titre IV : Dispositions particulières : détaillant :

- Conformité des installations intérieures
- Mesure et contrôle de l'énergie : appareil de mesure, appareil de contrôle et comptages.
- Dispositions commerciales
- Dispositions diverse : réparations et litiges entre clients et distributeur.

1. 2. 3. Statuts de Sonelgaz : décret présidentiel n°02-195 du 1 juin 2002⁴ :

En vue d'une plus grande autonomie de gestion Sonelgaz est passé d'établissement public à caractère industriel et commercial à une société par actions dont le capital est détenu par l'Etat, ce passage est dicté par la nécessité pour l'entreprise de s'adapter aux nouvelles règles de fonctionnement du secteur introduite par loi et notamment :

- * L'ouverture des activités,
- * L'introduction de la concurrence,
- * La possibilité du recours à l'actionnariat privé.

Par ailleurs, ces nouveaux statuts confèrent à l'entreprise une plus grande autonomie et lui permet d'exercer pleinement ses responsabilités de gestion.

Sur le plan fonctionnement l'entreprise est dotée d'une Assemblée Générale et d'un Conseil d'Administration. Elle est dirigée par un président directeur général.

1. 3. Organisation du groupe : Principes d'organisation :

Sonelgaz a adapté son organisation aux principes et dispositions de la loi n° 02-01 du 05/02/2002 cité dans le point précédent. Ses organes de direction se sont renforcés pour mettre en œuvre sa stratégie et réaliser ses objectifs.

⁴ www.mem-algeria.org/français/index.php?page=235-56k-

Le groupe Sonelgaz est constitué de la société mère (administrateur délégués, directions générales et direction exécutives) et de filiales.

La Sonelgaz est dotée d'organes sociaux prévus par ses statuts (assemblée générale et conseil d'administration). La présidence de Sonelgaz est dotée d'organes pour le management et le pilotage constitué :

- du comité exécutif,
- du comité de coordination groupe,
- des comités de groupe (de décision et où de concentration) spécialisés qui sont au nombre de huit (08).

Les directions générales et directions exécutives de la maison mère couvrent les fonctions dites de groupes suivantes : développement et stratégie, système d'information, engineering, ressources humaines, finance et comptabilité, audit technique, audit de gestion, communication corporate, juridique et relations internationales.

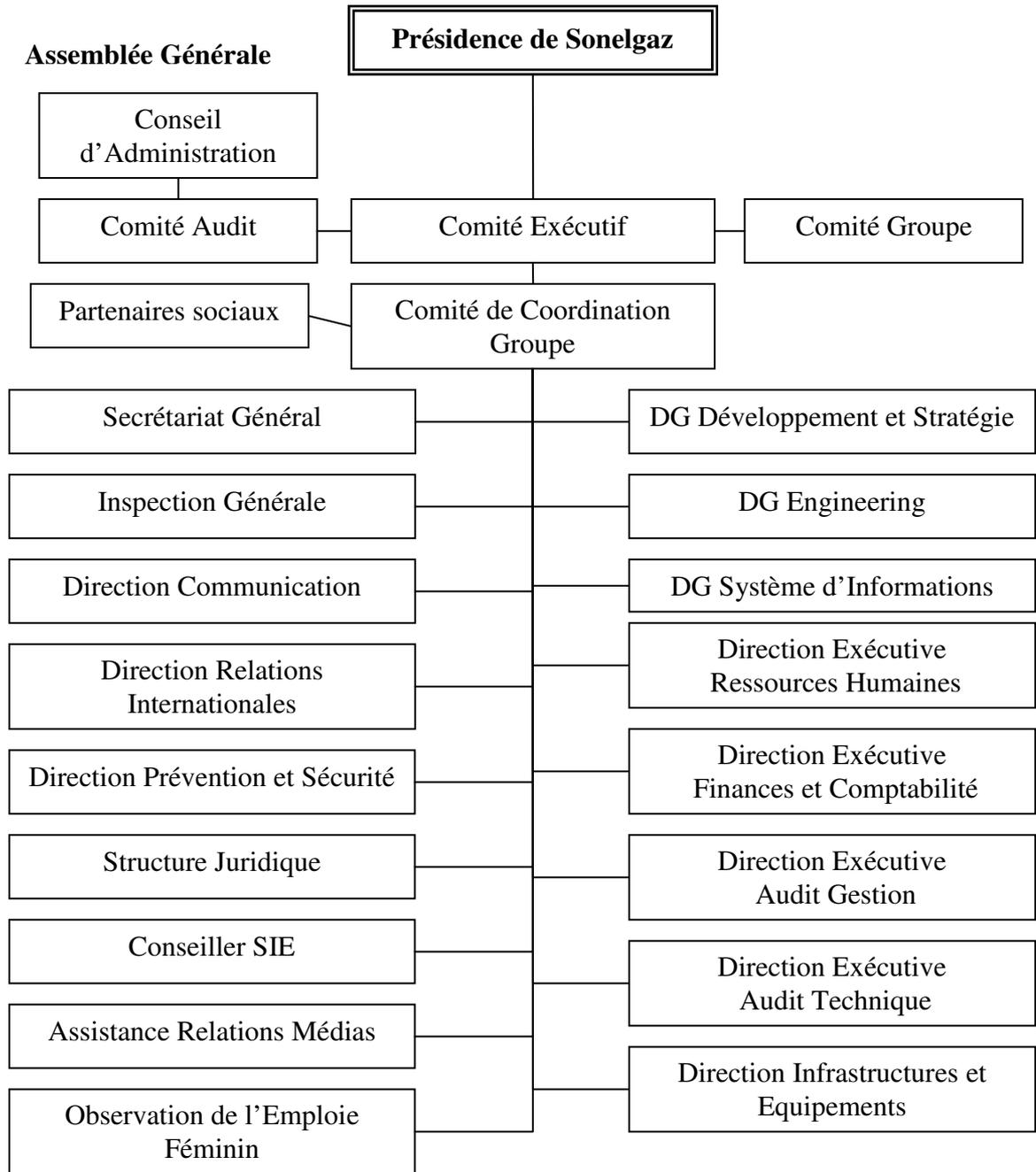
Les filiales sont réparties par pôle de métiers :

- * Filiales métiers : productions, transport de l'électricité, transport du gaz, distribution de l'électricité et du gaz.
- * Filiales métiers périphériques : logistique et soutien.
- * Filiales travaux.

Les principes ayant présidé à la structuration du groupe :

- * La stratégie industrielle et financière relève de la maison mère.
- * Les filiales sont chargées de la mise en œuvre des stratégies chacune pour ce qui la concerne.
- * Les filiales sont dotées de l'autonomie de gestion et elles ont une obligation de résultat.

L'orientation et l'intervention sur les filiales sont l'affaire des organes sociaux (Assemblée Générale et Conseil d'Administration).



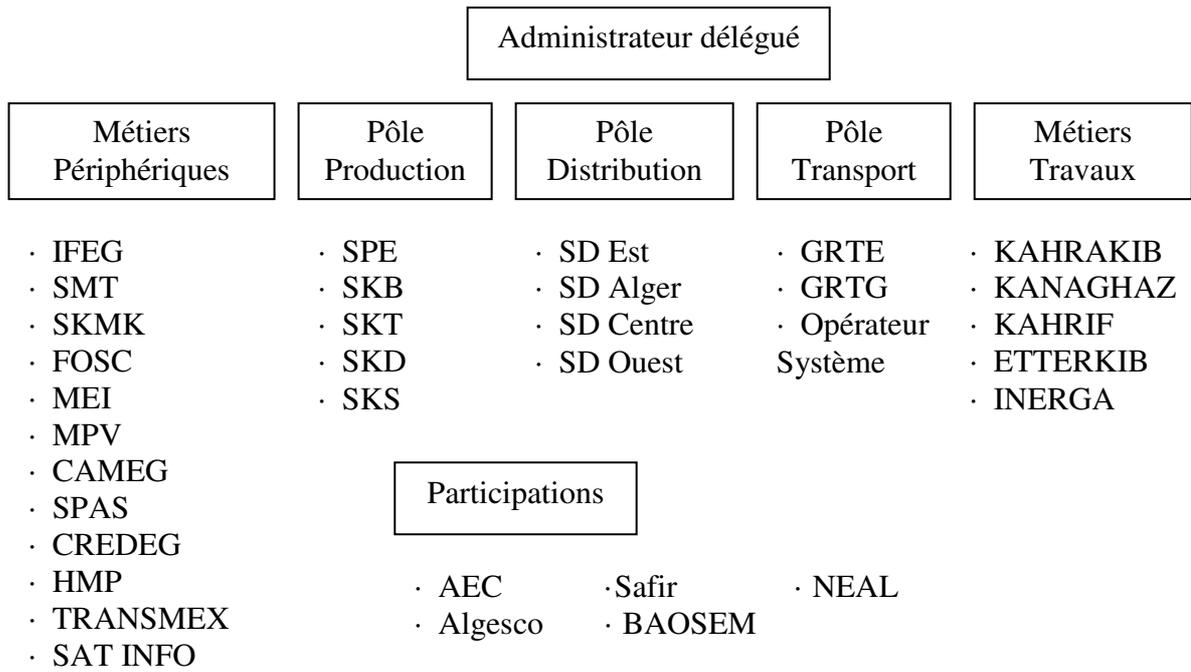


Figure III. 1 : l'organigramme général du groupe Sonelgaz.

Source : www.Sonelgaz.dz abréviation voir annexe N° 7

Section 2 : Stratégie de développement du secteur de l'électricité en Algérie :

Dés son indépendance, en 1962, l'Algérie a opté pour le développement du secteur de l'électricité.

Annoncée déjà par la charte nationale en 1976, la volonté de la généralisation de l'électrification domestique à travers tout le territoire national, ainsi aura une implication majeure sur le développement des réseaux de distribution et de transport. L'abondance des ressources gazières a favorisé ce développement.

L'ouverture du marché de l'électricité a conduit la séparation des activités de la Sonelgaz : production, transport et commercialisation. Ainsi, de par la mission que lui ont confiée les pouvoirs publics, Sonelgaz est en charge de mettre en œuvre une bonne gestion qui assure le bon fonctionnement du système électrique : un système répondant à la demande de l'énergie électrique.

2.1. Evolution de la production et de la consommation d'électricité en Algérie⁵ :

L'évolution de la consommation pour l'ensemble de la période 1971-2006, on enregistre une moyenne annuelle de 13 003 916 721,8, en 2005 qu'on enregistre le plus haut niveau (29 524 000 000) et c'est en 1971 qu'on enregistre le plus bas niveau (1 991 000 000). Ainsi le changement enregistré entre la première et la dernière année est 1357%.

De même pour l'évolution de la production 1971-2006, on enregistre une moyenne annuelle de 15 523 361 137,8, en 2006 qu'on enregistre le plus haut niveau (35 226 000 000) et c'est en 1971 qu'on enregistre le plus bas niveau (2 229 000 000). Le changement enregistré entre la première et la dernière année est 1480%.

⁵ <http://perspective.usherbrooke.ca/bilan/servlet/BMListeStatSpecifique?codetheme=1>

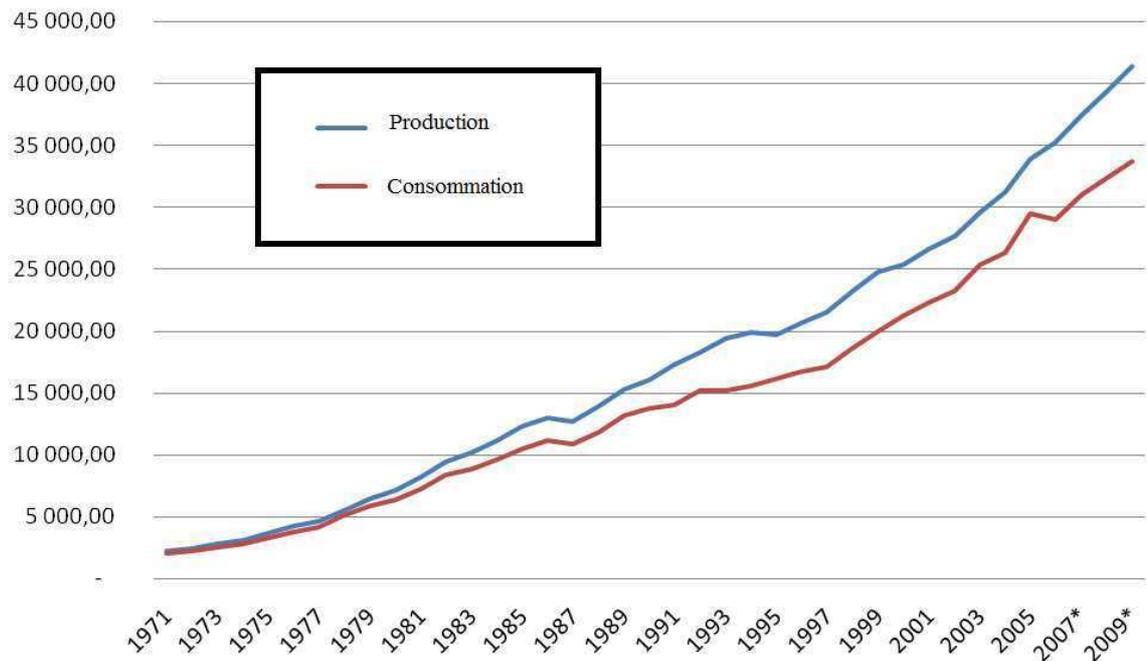


Figure III. 2 : Production et consommation d'électricité en Algérie (x1 000 000 Kwh).

Source : Perspective monde.⁶

2. 2. Stratégie de développement :

2. 2. 1. Programme d'investissement :

2. 2. 1. 1. Transport d'électricité :

Afin d'atteindre le palier 400 KV qui répond au besoin disposer d'un réseau national fiable et robuste pour faire face à la demande croissante en électricité, en plus du contexte du développement des interconnexions internationales (particulièrement avec la mise en œuvre de la boucle électrique autour de la méditerranée⁷)

Depuis 2002 les prémices de ce futur réseau 400 KV ont commencé à voir le jour avec la réalisation des liaisons suivantes :

- * La ligne Algérie-Tunisie,
- * La ligne Algérie-Maroc,
- * D'autres projets de lignes reliant Algérie à l'Europe, notamment deux liaisons sous marines directes avec l'Espagne et l'Italie sont en cours d'étude,
- * En complément le renforcement du réseau sud à travers de autoroute de l'énergie.

⁶ <http://perspective.usherbrooke.ca/bilan/servlet/BMListeStatSpecifique?codetheme=1>

⁷ www.enerpresse.com/pdfFrom/Synthese_Enerpresse_Form_TR5.pdf

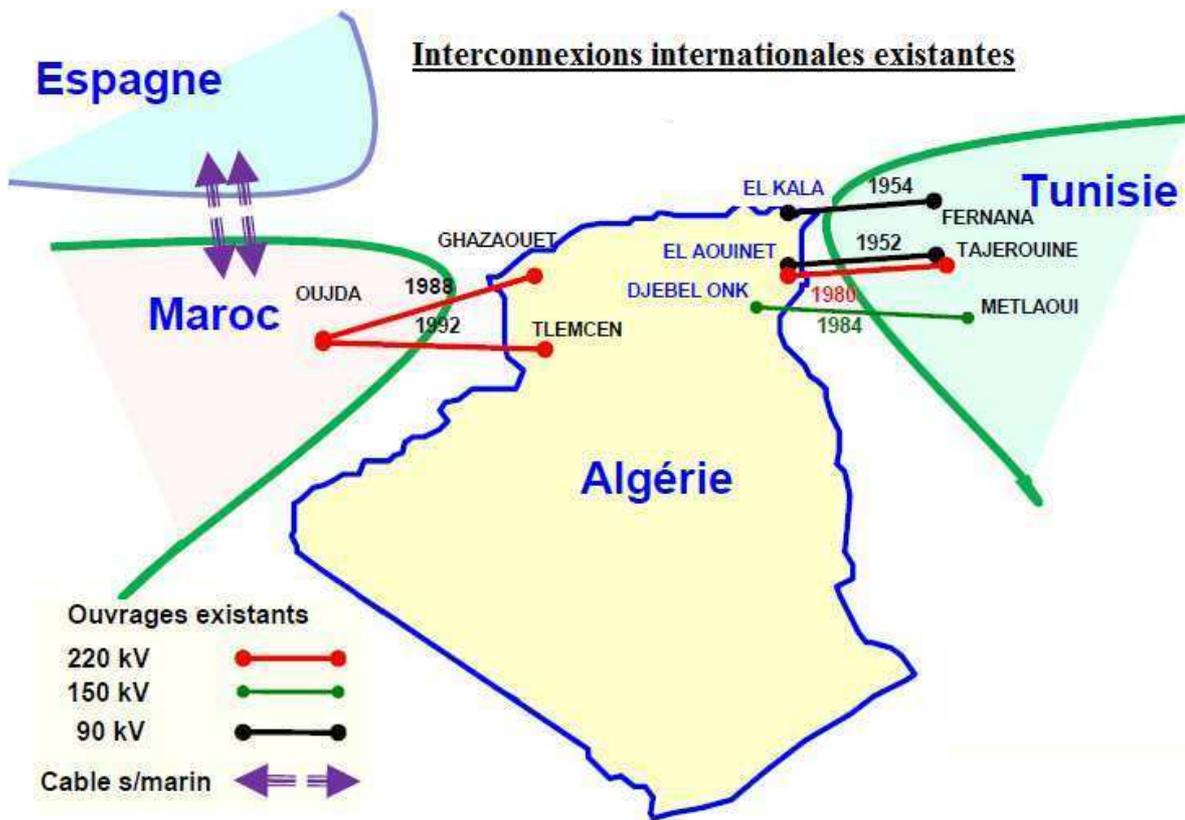


Figure III. 3 : Inteconnexions internationales existantes.
Source : Smaïl Moussi, Sonelgaz Algérie, 2008.⁸

2. 2. 1. 2. Investissement gaz :

Ce programme concerne l'alimentation, en GN (gaz naturel) ou GPL (gaz pétrole liquéfier), de 700 000 nouveaux clients ; cet investissement consiste en la construction de :

- * 5 900 km de réseau de transport haute pression, en extension du réseau existant.
- * 1 032 postes de transport gaz.
- * 21 stations GPL.

Le financement de ce nouveau programme est assuré à hauteur de 75 % par l'Etat et 25 % par Sonelgaz.

2. 2. 1. 3. Consistance et enveloppe financière :

⁸ Smaïl Moussi, Sonelgaz Algérie, « le secteur de l'électricité en Algérie : situation actuelle et perspectives », p : 17, conférence MEDELEC –Sharem el Cheikh- Egypte 26-26 mai 2008 www.auptde.org/NewSite/UploadFiles/.../325.pdf

Le marché du gaz et de l'électricité en pleine expansion avec une enveloppe de 20 milliards⁹ de dollars américains :

- * 38 % destiné à la production d'électricité,
- * 28 % dans le domaine de distribution électricité et gaz,
- * 19 % renforcement du réseau transport électricité,
- * 15 % renforcement du réseau transport gaz.

Les principales sources de financements :

- * Les ressources obligataires du marché,
- * Les emprunts directs auprès des banques,
- * Participation de l'Etat,
- * Les participations des clients aux raccordements,
- * Le recours au partenariat.

Avec un autofinancement qui atteint 30 % des besoins.

2. 2. 2. Partenariat :

La politique de partenariat consiste à la participation de Sonelgaz dans diverses sociétés mixtes constitue un élément clé dans la diversification et l'amélioration de la mise en application de ses objectifs, ceci pour acquérir la technologie et le savoir faire dans le domaine de la gestion et l'organisation. Ces entreprises qui font l'objet de partenariat sont¹⁰ :

AEC, SKB, BAOSEM, SKT, SKS, KAHRAMA, SKA ⇒ des sociétés mixtes algériennes avec un capital Sonelgaz-Sonatrach.

NEAL ⇒ société mixte algérienne: Sonelgaz, Sonatrach et le groupe agroalimentaire SIM.

SKS ⇒ société mixte algérienne: Sonelgaz, Sonatrach et AEC.

Safir ⇒ société mixte algéro-Française : Sonelgaz, Sonatrach et gaz de France.

SIMAS ⇒ société mixte algéro-Canadienne.

ABESCO ⇒ société mixte algéro-Suisse.

Algesco ⇒ société mixte algéro-Américaine : Sonelgaz, Sonatrach et Général électric.

⁹ www.enerpresse.com/pdfFrom/Synthese_Enerpresse_Form_TR5.pdf

¹⁰ www.Algerie-Monde.com

2. 2. 3. Présentation de la Direction Analyse et Prévision (DAP) ¹¹:

La DAP est une sous-direction de la Direction Générale Développement et Stratégie (DGDS). Les principales activités de la DAP :

2. 2. 3. 1. Activité statistiques :

Collecte des données traitement des données Publication (bulletin statistique, bilan énergétique, rapports mensuels,...)

2. 2. 3. 2. Analyse de la demande :

- Classification de la clientèle selon la forme de la courbe de charge :
 - Panels Moyenne Tension (MT) / basse Tension (BT)
 - Clientèle Haute Tension (HT)?
- Modélisation macro-économique de la demande énergétique.
- Analyse de la clientèle par commune /wilaya.

2. 2. 3. 3. Prévision de la demande :

Prévision de la demande énergétique : une stratégie en trois piliers :

1er pilier : Fiabilité des données

- Segmentation et connaissance de la clientèle,
- Optimisation de la segmentation des données selon les directions régionales de distribution,
- Meilleure organisation des données par type, nature,... à l'échelle régionale et nationale.
- Plus de coordination entre les structures régionales des filiales de distribution et de la DAP/DGDS (suite à la restructuration de l'entreprise)

2ème pilier : Outils de calculs performants

¹¹ Ratiba MOULAÏ Mme KHERCHI, **Prévision de la consommation du gaz naturel pour la distribution publique par la méthode traditionnelle, lissage exponentiel et Box & Jenkins, MEMOIRE** En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Planification et Statistique Option : Statistique Appliquée, 19^{ème} promotion 2006-2007.

- Le choix de la méthode de prévision est décisif.
- Il dépend essentiellement de la qualité des données.
- Outil de calcul convivial (simple d'utilisation, dynamique, extensible,...).

3ème pilier : Efficacité de la ressource humaine

- Formation continue de la ressource humaine sur les outils de prévision de la demande énergétique.
- Préparation d'une ressource humaine compétitive par rapport à celle de concurrents potentiels.
- Encouragement et promotion de la ressource humaine.

Section 3 : Consommation d'électricité : Caractéristiques et méthodes de prévision :

L'électricité ne se stockant pas, la production globale sur le réseau électrique doit, à tout moment, être strictement égale à la consommation. Toute modification de la demande ou de la production se répercute instantanément sur tout le système électrique.

Prendre de bonnes décisions en terme de gestion d'un système électrique n'est guère possible si l'on ne dispose pas de techniques efficaces permettant d'en modéliser les aléas, de modéliser l'effet des différentes variables intervenant dans le problème, et d'en faire une prévision aussi précise que possibles.

Ce travail se limitera dans le contexte de la prévision à moyen terme, une prévision de la consommation Algérienne d'électricité considérer comme l'une des missions essentielles de SONELGAZ ; des missions qui ont pour objet d'évaluer les alternatives de développement du système de production électrique à mettre en œuvre pour satisfaire l'évolution croissante de la demande d'énergie électrique du pays.

3. 1. Solution technique adopté à la prévision de la consommation électrique :

Les techniques de prévision, si elles sont massivement utilisées par les différents acteurs du marché de l'électricité dans plusieurs pays, le sont aussi en climatologie, en qualité de l'air, en finance, dans le domaine commercial... ; il n'en reste pas moins que la problématique de l'électricité présente bel et bien des spécificités, même si sa résolution technique reste classique.

3. 2. Les concepts de base des prévisions :

Les concepts de base des prévisions sont :

- composante,
- saisonnalité,
- horizon de prévision,
- fréquence de rafraîchissement.

La prévision étant en amont de la planification, les concepts de base de la prévision reposent essentiellement sur le planning.

La **composante** est de savoir quelle donnée doit être prévue. Elle se décide suivant ce que l'entreprise cherche à améliorer. Pour planifier ses ressources, l'élargissement du plan d'investissement pour une entreprise de production d'électricité a besoin de prévision en unité de demande de cette énergie (consommation).

Le degré de **saisonnalité** de la chronique affecte le choix des méthodes mathématiques à utiliser.

L'**horizon de prévision** est en relation avec la durée du plan. L'horizon de prévision est défini par la taille du planning qu'on veut en déduire (en unités temporelles).

La méthode de prévision s'appuie sur le caractère cyclique de la consommation. On compte trois horizons identifiant trois cycles temporels :

- prévision à long terme : un cycle annuel (pointe de consommation annuelle en décembre et creux au 15 août),
- prévisions à moyen terme : un cycle hebdomadaire (5 jours ouvrables avec une consommation globalement stable et le week-end où la consommation diminue).
- prévisions à court terme : un cycle journalier. C'est un horizon de prévision opérationnel. Les prévisions sont utilisées pour prendre des décisions continues sur le planning. C'est un horizon stratégique. Les prévisions sont utilisées pour décider de rentrer dans un nouveau marché, établir un programme de développement à long terme.

Si l'entreprise décide d'utiliser un modèle de prévision différent pour chaque niveau temporel de la pyramide des temps, l'**intervalle de temps** ou la maille de temps entre deux périodes dépend de l'unité temps des plannings. Si les plannings se font par jour de semaine, les données prévisionnelles sont au jour. Si l'entreprise décide d'utiliser qu'une seule prévision pour la restituer sur différentes échelles de temps, il lui faut trouver le niveau d'agrégation temporel lui permettant de répartir la prévision de façon homogène sur les mailles de temps supérieures et inférieures à celle choisie pour la prévision.

Plus élevée est la **fréquence de rafraîchissement**, meilleures seront les prévisions.

3. 3. Paramètres influençant la consommation d'électricité :

Les paramètres influençant la consommation d'électricité sont présentés ci-dessous par ordre décroissant d'importance :

3. 3. 1. Météorologie :

Les données météorologiques sont les premiers éléments influençant la consommation d'électricité. Ainsi, l'évolution des conditions météorologiques tout au long de l'année est, pour une bonne part, à l'origine des variations cycliques annuelles de la consommation.

Pour établir une prévision, chaque entreprise productive d'électricité doit impérativement utiliser en particulier deux grandeurs, fournies par la Météo :

- **La température**, mesurée grâce à des capteurs. Ses variations se traduisent par des modifications de l'utilisation du chauffage électrique ou de la climatisation en été. A titre d'exemple,
- **La nébulosité** : (utilisée par les pays qui ont le ciel généralement nuageux) La nébulosité représente le taux de couverture nuageuse. Cette grandeur s'exprime en **octa** et varie de 0 à 8 (0 correspond à un ciel complètement dégagé et 8 à un ciel couvert). La nébulosité est issue d'une observation humaine du ciel. La nébulosité a une influence sur l'utilisation de l'éclairage, mais aussi sur le chauffage en modifiant les effets du rayonnement solaire dans les habitations.

3. 3. 2. Activité économique :

L'activité économique des entreprises a également une forte influence sur la consommation. Ces effets sont directement observables sur les courbes de consommation annuelle (creux de consommation au moment des vacances d'été) et hebdomadaire (consommation moindre de week-end). Ainsi, les jours fériés modifient profondément le profil de la consommation le jour considéré.

3. 3. 3. Horaire légal :

Cette grandeur est spécifique aux pays qui utilisent ce type de changement horaire. L'horaire légal (horaire d'été ou horaire d'hiver) influence également la consommation d'électricité en décalant la journée par rapport à l'heure solaire. L'horaire d'été a pour effet

de pratiquement supprimer la pointe de consommation du soir. La consommation journalière maximale est alors atteinte le matin, entre 09h00 et 13h00. En hiver au contraire, la pointe de consommation a lieu à 19h00. Ce changement durable de la forme de consommation est appelé une rupture.

3. 3. 4. Evénements exceptionnels :

Certains événements exceptionnels peuvent perturber le profil de la consommation En voici quelques exemples :

- a. La finale de la coupe du monde une augmentation de la consommation pendant la mi-temps. (mise en route de moteurs : réfrigérateurs, pompes à eau...)
- b. Les moments d'éclipse provoquent une chute de la consommation pendant quelques minutes.
- c. Les tempêtes en entraînant d'importantes coupures de clientèle, perturbent pendant plusieurs jours la consommation d'électricité.

3. 3. 5. Effet ramadhan :

L'étude des différents impacts que peuvent avoir ces événements religieux sur l'activité économique d'un pays montre que selon le secteur d'activité étudié, un même événement peut engendrer une hausse ou une baisse de l'activité du secteur en question.

L'impact de tels événements est bien sûr impossible à prévoir, du fait de leur caractère exceptionnel : aucune référence n'est disponible dans le passé.

Section 4 : Application de méthodologie Box-Jenkins sur la série de consommation d'électricité en Algérie :

Dans ce qui suit nous allons appliquer la méthodologie de Box & Jenkins pour nos trois séries et cela pour effectuer des prévisions allant de janvier 1990 à décembre 2004.

La méthode de prévision de Box & Jenkins à l'instar des méthodes les plus anciennes (traditionnelle, lissage exponentiel) demande un nombre élevé de données, dans ce cas on dispose de 180 statistiques. De ce fait on présage d'obtenir des prévisions de bonne qualité. Pour le traitement économétrique de nos séries on utilise le logiciel Eviews 6.

4. 1. Définition de la série :

Cette étude porte sur une série qui représente la consommation nationale de l'énergie électrique : baisse tension (BT). Cette consommation représente la consommation des ménages y compris celles des petites entités commerciales tel que les boulangeries, les restaurants, etc.

La base des données de telle secteur est difficilement disponible ce qui dégrade la qualité de cette étude du fait la série n'est pas mise à jour, vu la sécurité que requiert la gestion des données de toute entreprise, les données disponible sont représenté sous des forme globaux.

Cette série qu'on appellera « CCC » illustre une évolution mensuelle de la consommation nationale de l'électricité Baisse Tension (B.T) sur une période allant de janvier 1990 à décembre 2004 est représentée par le tableau suivant :

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
janvier	392,80	435,70	500,40	501,60	541,90	602,60	574,40	586,40
février	370,50	424,00	499,50	470,00	518,60	565,20	548,70	587,10
mars	369,00	402,30	487,30	413,90	441,60	516,20	509,50	543,60
avril	413,60	465,50	536,80	505,40	565,40	601,50	594,40	611,30
mai	367,70	425,20	480,60	462,60	516,70	557,90	579,10	562,90
juin	333,70	370,80	457,30	435,60	486,90	498,10	554,68	511,60
juillet	419,80	443,90	470,00	527,00	558,70	570,40	640,00	637,50
août	333,00	399,30	426,80	480,00	523,40	536,50	633,00	591,60
septembre	300,00	400,10	403,60	444,50	458,30	474,80	509,50	532,50
octobre	488,40	500,60	509,20	537,40	584,60	581,90	629,70	652,70
novembre	450,00	432,30	486,20	516,80	541,50	552,50	559,80	619,20
décembre	443,90	400,00	422,20	455,20	492,30	478,80	492,60	542,30

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
janvier	683,40	741,00	853,40	855,00	966,00	1015,00	1110,09
février	686,60	753,00	843,40	870,00	962,00	1029,00	1071,11
mars	628,70	660,00	739,00	740,00	841,00	938,30	996,31
avril	726,90	773,00	822,00	835,00	918,00	1015,40	1078,40
mai	663,50	732,00	787,00	822,00	865,00	934,30	984,16
juin	552,40	637,00	685,00	702,00	799,00	844,90	900,50
juillet	673,80	744,00	795,00	885,00	911,00	1044,70	1084,00
août	637,10	726,00	786,00	861,00	890,00	1019,30	1026,60
septembre	586,80	672,00	692,00	745,00	794,00	955,40	942,65
octobre	718,80	808,00	841,00	929,00	974,00	1115,60	1180,00
novembre	675,90	789,00	815,00	815,95	911,00	1030,90	1136,20
décembre	613,10	681,00	707,00	800,95	857,00	984,80	1012,20

Tableau III. 1 : Consommation d'énergie électrique en Algérie (x100 000 000 Kwh)
Source : GREC

4. 2. Etude préliminaire de la série :

4. 2. 1. Examen du graphe :

Avant toute analyse de série temporelle, il est indispensable d'étudier avec soin le graphe représentant son évolution, car ce dernier fournit a priori une idée globale sur la nature et les caractéristiques du processus générant cette série à savoir : tendance, saisonnalité,....etc.

Pour illustre cette première phase de modélisation, nous examinons le graphique des consommations d'énergie électrique « CCC ».

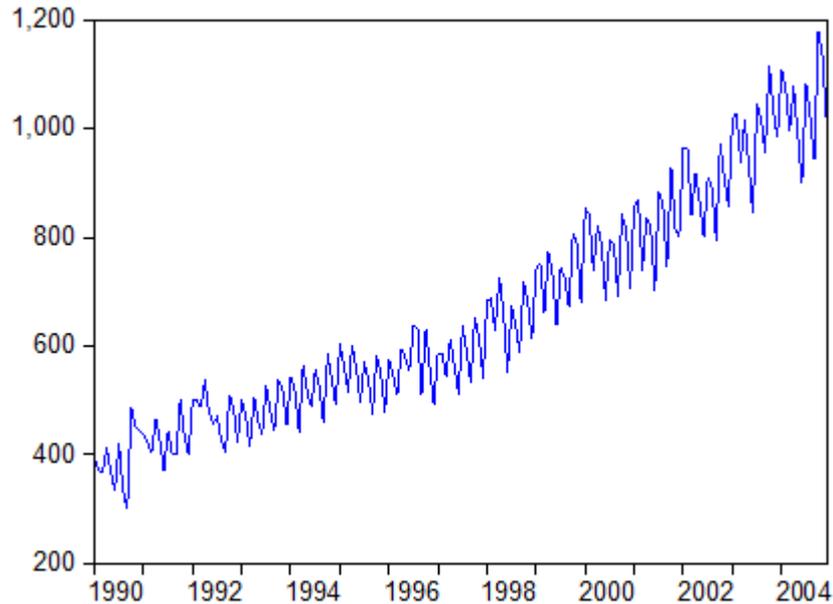


Figure III. 4 : graphe de la série « CNS » sous EVIEWS 6.

Source : soi même

La représentation graphique de la série présente les caractéristiques suivantes :

- Une tendance à la hausse avec des valeurs fluctuant autour de 289,900 et 1201,559.
Une non stationnarité en moyenne, témoignée par la tendance.
- Un mouvement périodique caractérisé par des fluctuations ascendantes et descendantes tout au long de la période allant de Janvier 1990 à Décembre 2004.

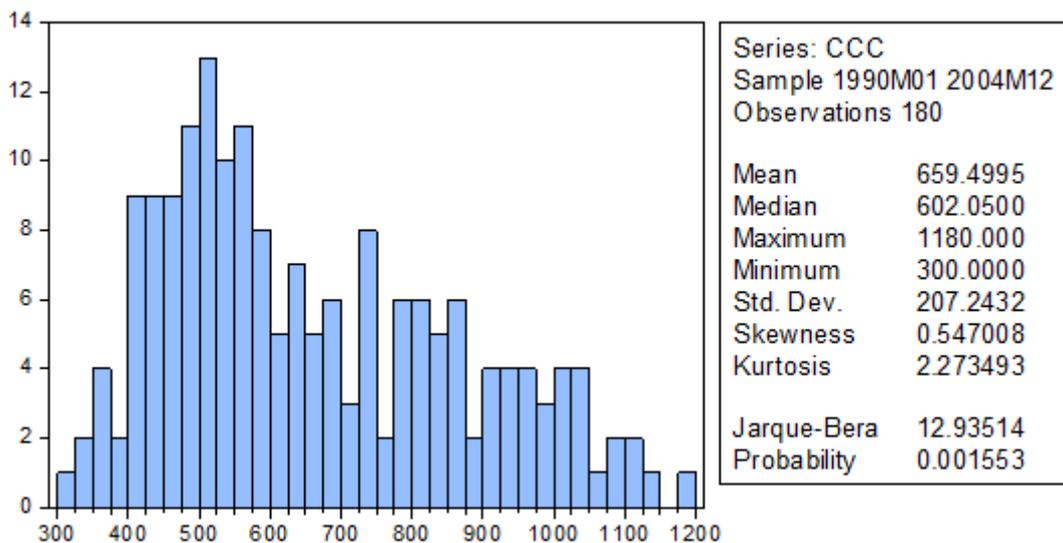


Figure III. 5 : caractéristiques statistiques de la série « CCC » sous EVIEWS 6.

Source : soi même.

Certaines de ces mouvements de cette série peuvent être illustrés dans ce graphe des moyennes par saison :

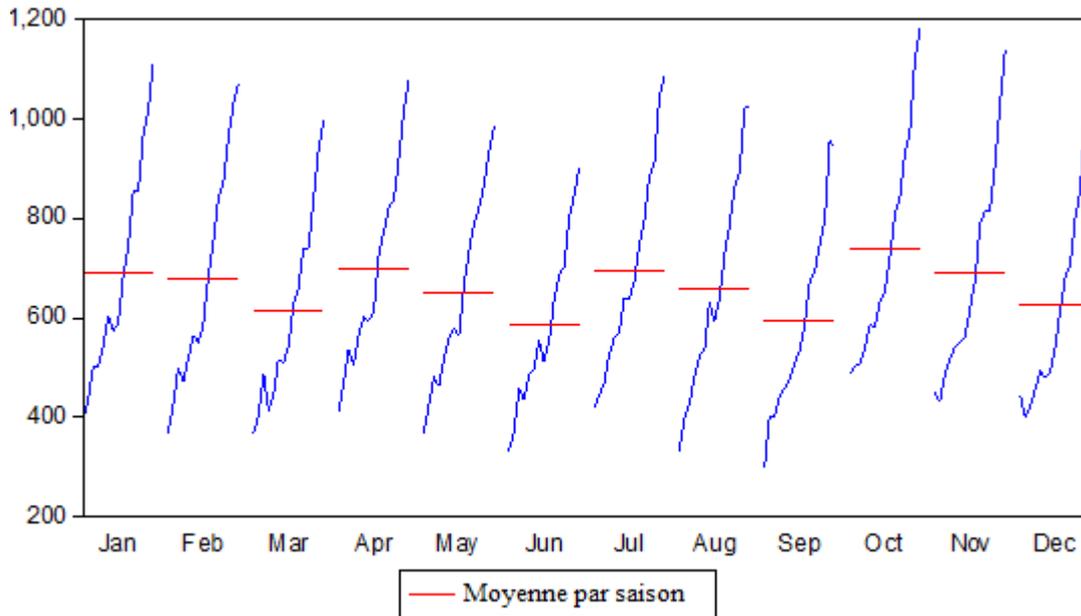


Figure III. 6 : graphe de la série « CCC » par saison sous EViews 6.

Source : soi même

Cette représentation graphique par saison suppose un mouvement saisonnier répétitif trimestriel.

4. 2. 2. Examen du corrélogramme de la série brute :

Le graphique de la fonction d'auto-corrélation présente une régression lente et linéaire, typique des séries non stationnaires, on remarque que les autocorrélations sont toutes significativement différentes de zéro et diminuent progressivement (de façon heuristique, une série à mémoire longue : caractérisée par une fonction d'autocorrélation qui décroît lentement lors que le retard h augmente). La première autocorrélation partielle est très significativement différente de zéro. Cette structure est celle d'une série non stationnaire.

Cette forme de série doit être stabilisée avant l'estimation des paramètres du processus aléatoire choisi : enlever la tendance, la saisonnalité et stabiliser est la variance.

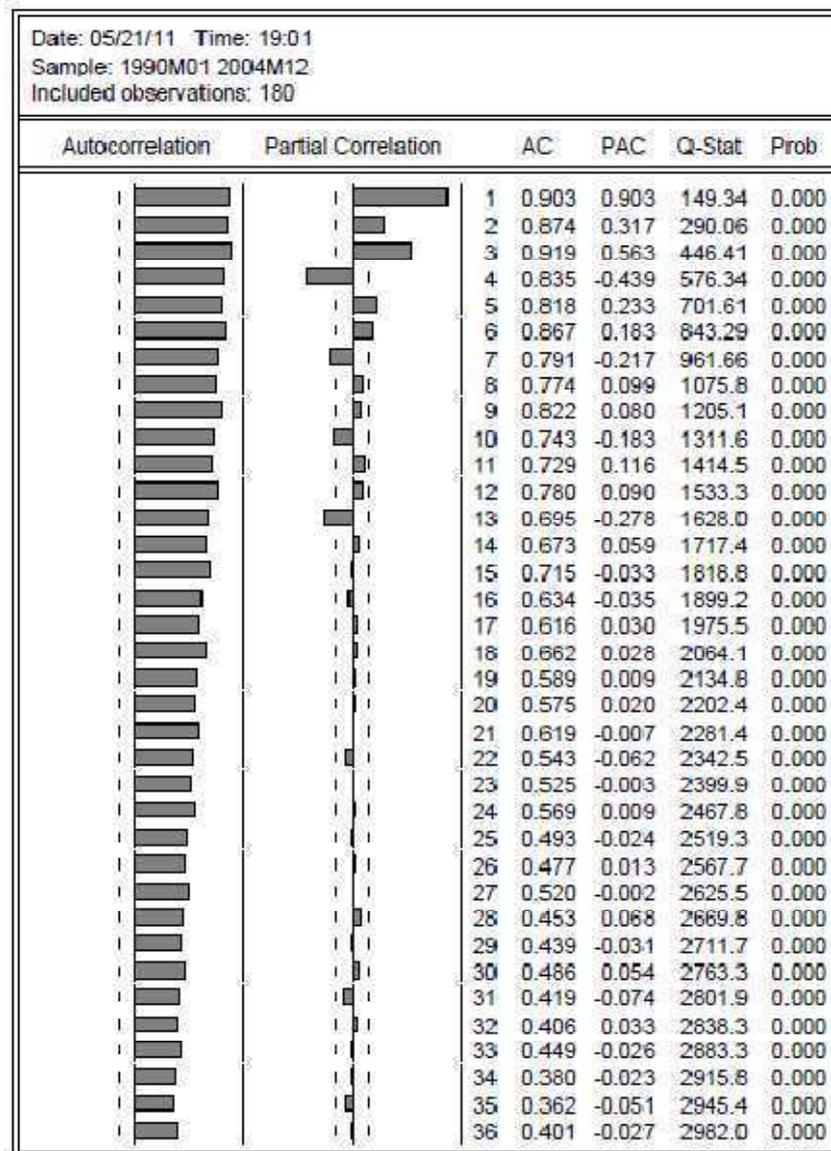


Figure III. 7 : corrélogramme de la série « CCC » sous EVIEWS 6.

Source : soi même

Ce corrélogramme est calculée à l'aide du logiciel EVIEWS 6 et sur 36 retards.

4. 2. 3. Transformation logarithmique :

Notons tout d'abord que dans la grande majorité des cas, la transformation logarithmique est très utile :

- La pente de la série transformée correspond au taux de croissances ;
- La première différence de la série est plus stable ;

- La transformation logarithmique nous libère des unités de mesure est introduit des unités de pourcentage qui sont relatives, une caractéristique bien utile quand les données couvrent de longues périodes.

Cette transformation est représentée par l'équation suivante :

$$Lccc = \log(ccc)$$

Les corrélogrammes simple et partiel font apparaître des "pics" importants répétitifs ce qui laisse supposer que la série est affectée d'une saisonnalité et par suite on est poussé à dire qu'elle est non stationnaire.

4. 3. Désaisonnaliser la série :

On procède à la désaisonnalisation de la série par l'application de l'opérateur de différence saisonnière, puisque notre série est mensuelle, la saisonnalité est présumée $S=12$, donc la différence ce fait sur 12 valeur. Avec EVIEWS6 comme logiciel d'application on génère cette équation avec la commande suivante :

$$\text{genr } lccsa = lccc - lccc(-12)$$

L'opération effectuée, la nouvelle série générée est « LCCCSA » :

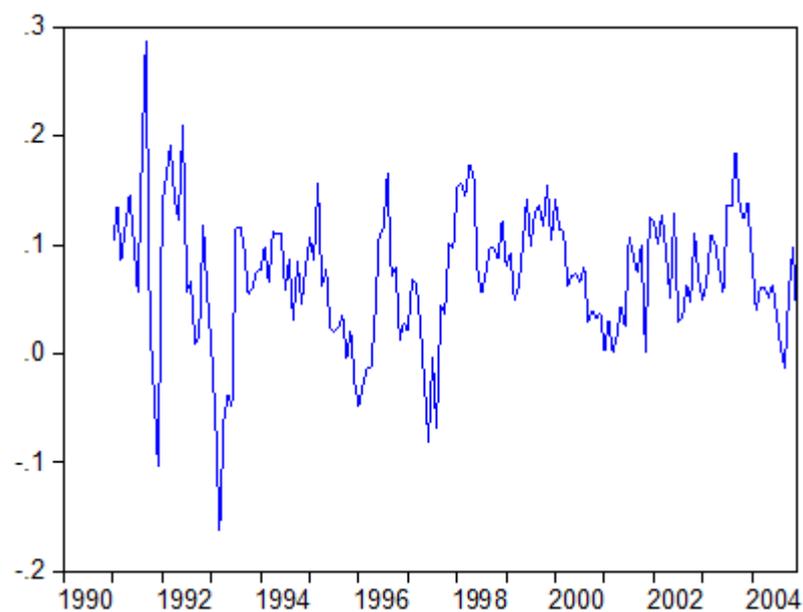


Figure III. 8 : graphe de la série « LCCCSA » sous EVIEWS 6.

Source : soi même

et un correlogramme est le suivant :

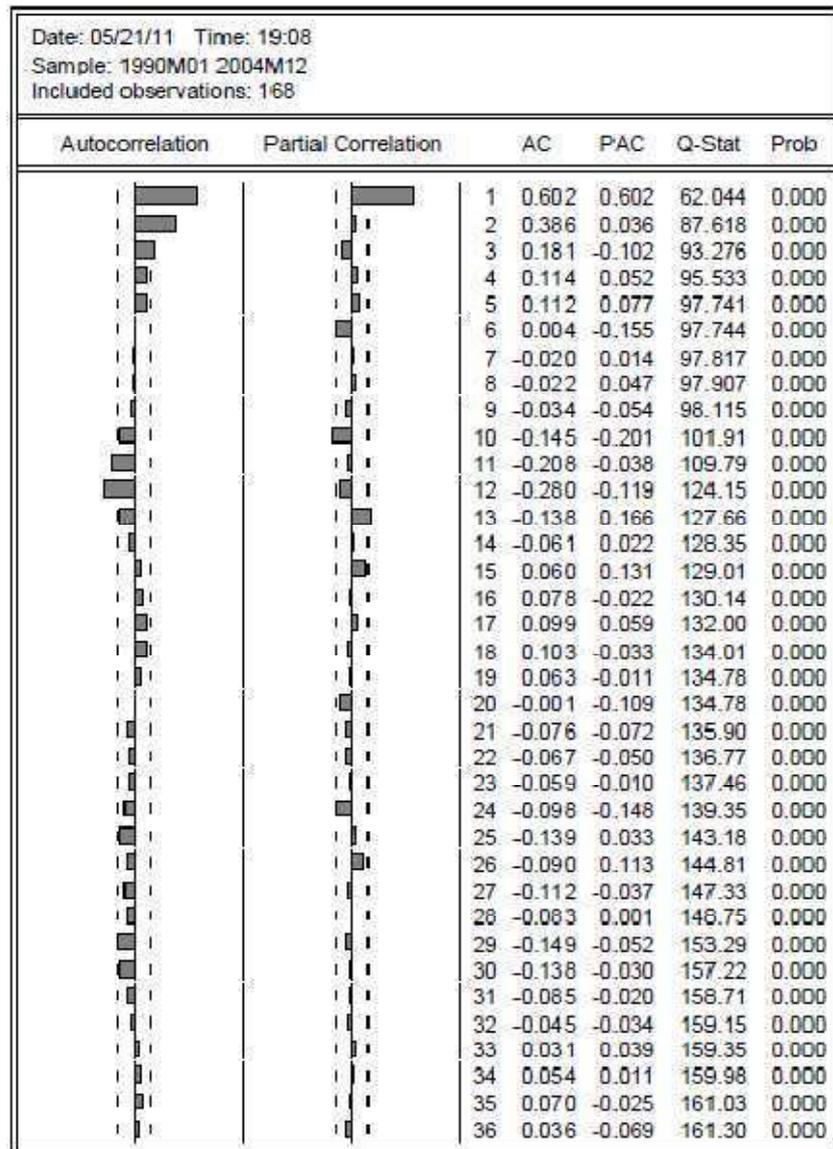


Figure III. 9 : correlogramme de la série « LCCCSA » sous EVIEWS 6.

Source : soi même

L'analyse du correlogramme simple et correlogramme partiel de la série « LCNSSA » (Figure III. 9) nous indique préalablement que la série est non stationnaire, puisque la fonction d'autocorrélation ne décroît pas de manière rapide. Afin de vérifier cette hypothèse, il convient d'appliquer le test de racine unitaire.

4. 4. Stationnarisé la série:

4. 4. 1. Test de Dickey-Fuller (DF test) :

Test de racine unitaire (Dickey-Fuller) sur la série « LCCCSA » à partir du logiciel EVIEWS6. Avec la règle de décision:

- Si t-statistic > ADF valeur critique, ==> pas rejeter l'hypothèse nulle, c'est à dire, la racine de l'unité existe.
- Si t-statistic < ADF valeur critique, ==> rejeter l'hypothèse nulle, c'est à dire, la racine de l'unité n'existe pas.

4. 4. 1. 1. Avec Constant et tendances : $\Delta cns_t = \alpha + \beta T + \delta cns_{t-1} + u_t$

Null Hypothesis: LCCCSA has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-6.362378	0.0000
Test critical values:				
	1% level		-4.013946	
	5% level		-3.436957	
	10% level		-3.142642	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values:				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LCCCSA)				
Method: Least Squares				
Date: 05/21/11 Time: 19:11				
Sample (adjusted): 1991M02 2004M12				
Included observations: 167 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LCCCSA(-1)	-0.396611	0.062337	-6.362378	0.0000
C	0.025750	0.009594	2.683915	0.0080
@TREND(1990M01)	2.03E-05	8.09E-05	0.250580	0.8025
R-squared	0.197968	Mean dependent var		-0.000456
Adjusted R-squared	0.188187	S.D. dependent var		0.055875
S.E. of regression	0.050343	Akaike info criterion		-3.122099
Sum squared resid	0.415650	Schwarz criterion		-3.066087
Log likelihood	263.6953	Hannan-Quinn criter.		-3.099365
F-statistic	20.24031	Durbin-Watson stat		2.032704
Prob(F-statistic)	0.000000			

Tableau III. 2 : test de Dickey-Fuller (avec constante et tendance) sur la série LCCCSA sous EVIEWS 6.

Source : soi même

A la lecture de tableau ci dessus, on remarque que la statistique-t (-6.3623) est inférieure aux différentes valeurs critiques relatives aux seuils 1%, 5 % et 10 % : L'hypothèse H0 est rejetée, donc la série « LCCCSA » ne possède pas de racine unitaire, elle est donc stationnaire.

La probabilité de nullité du coefficient la tendance (0.8025) est supérieure au seuil de 5 %, aussi la valeur empirique de la statistique de Student relative a la tendance (@TREND) qui est égale a (0.2505) est inferieure a la valeur tabulée (1.95) au seuil 5 %.

On accepte donc, l'hypothèse de la nullité du coefficient de la tendance (il n'est pas significativement différent de zéro), le processus n'est pas de type TS (trend stationary).

4. 4. 1. 2. Avec Constant : $\Delta cns_t = \alpha + \delta cns_{t-1} + u_t$

Null Hypothesis: LCCCSA has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-6.375635	0.0000
Test critical values:				
	1% level		-3.469691	
	5% level		-2.878723	
	10% level		-2.576010	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values:				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LCCCSA)				
Method: Least Squares				
Date: 05/21/11 Time: 19:13				
Sample (adjusted): 1991M02 2004M12				
Included observations: 167 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LCCCSA(-1)	-0.395928	0.062100	-6.375635	0.0000
C	0.027647	0.005875	4.705588	0.0000
R-squared	0.197661	Mean dependent var		-0.000456
Adjusted R-squared	0.192798	S.D. dependent var		0.055875
S.E. of regression	0.050200	Akaike info criterion		-3.133693
Sum squared resid	0.415810	Schwarz criterion		-3.096351
Lag likelihood	263.6633	Hannan-Quinn criter.		-3.118537
F-statistic	40.64872	Durbin-Watson stat		2.033318
Prob(F-statistic)	0.000000			

Tableau III. 3 : test de Dickey-Fuller (avec constant) sur la série LCCCSA sous EViews6.

Source : soi même

Contrairement à la tendance, la probabilité de nullité de la constante est nulle et elle est inférieure au seuil 5 %, aussi la valeur empirique de la statistique de Student (t-statistic) relative à la constante (C) qui est égale à (4.7055) est supérieure à la valeur tabulée (1.95) au seuil 5 %. On rejette donc, l'hypothèse de nullité de la constante (elle est significativement différente de zéro).

Le fait que la statistique-t (-6.3756) est inférieure aux différentes valeurs critiques relatives aux seuils 1%, 5 % et 10 % : l'hypothèse H_0 est rejetée, donc la série « LCCCSA » ne possède pas de racine unitaire, elle est donc bien stationnaire. L'estimation des paramètres sera entamée à la base du modèle : avec constante.

4. 5. Spécification du modèle :

Comme la série initiale « CCC » est affectée d'une saisonnalité de période $S=12$ on va modéliser par un modèle SARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_{12}$. Pour identifier l'ordre des paramètres du modèle on fait référence au corrélogramme de la série « LCCCSA ».

L'analyse du corrélogramme partiel de la série « LCCCSA » (Figure III. 9) montre qu'aux retards ($k : 1, 10$) les termes sont à l'extérieur de l'intervalle de confiance et ce qui concerne le corrélogramme simple, globalement, on remarque que les valeurs des fonctions d'autocorrélation simples sont élevées aux différents retards ($k : 1, 2, 3, 11, 12,$), ce qui nous amène à avoir plusieurs modèles candidats : ARMA(1, 1), ARMA(2, 0), ARMA(10, 12), ... Après une sélection on représente le modèle le plus adéquat estimé à l'aide du logiciel EVIEWS 6 à savoir : SARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_{12}$.

4. 6. Estimation des paramètres

D'après l'estimation des modèles identifiés précédemment, leurs coefficients ne sont pas significatifs tandis que les coefficients du modèle SARIMA $(1, 0, 12) \times (0, 1, 1)_{12}$ sont significativement différents de 0. Il convient maintenant d'analyser le résidu de ce modèle afin de le valider. Le modèle SARIMA $(1, 0, 12) \times (0, 1, 1)$ a été choisi, car il présente des critères de pouvoir prédictif meilleur que ceux des autres modèles estimés (à savoir : R-squared, statistique de Fisher : maximum ; et Sum Squard Resid, Akaike Info Criterion, Schwarz Criterion : minimum).

Dependent Variable: LCCCSA				
Method: Least Squares				
Date: 05/24/11 Time: 00:00				
Sample (adjusted): 1991M02 2004M12				
Included observations: 167 after adjustments				
Convergence achieved after 9 iterations				
MA Backcast: 1990M02 1991M01				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.069248	0.002243	30.87287	0.0000
AR(1)	0.673142	0.056773	11.85675	0.0000
MA(12)	-0.935664	0.017976	-52.04942	0.0000
R-squared	0.631792	Mean dependent var		0.070525
Adjusted R-squared	0.627302	S.D. dependent var		0.062780
S.E. of regression	0.038327	Akaike info criterion		-3.667544
Sum squared resid	0.240904	Schwarz criterion		-3.611532
Log likelihood	309.2399	Hannan-Quinn criter.		-3.644810
F-statistic	140.7004	Durbin-Watson stat		2.083349
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.67			
Inverted MA Roots	.99	.86+.50i	.86-.50i	.50+.86i
	.50-.86i	.00+.99i	-.00-.99i	-.50+.86i
	-.50-.86i	-.86+.50i	-.86-.50i	-.99

Tableau III. 4 : estimation des paramètres du modèle SARIMA (1, 0, 12) x (0, 1, 1)₁₂ sous EViews6.

Source : soi même

4. 7. Validation du modèle SARIMA (0, 0, 1) x (0, 1, 1)₁₂ :

4. 7. 1. Test sur les paramètres :

On remarque que tous les paramètres du modèle sont significativement différents de zéro. En effet les statistiques de Student associées sont en valeur absolue supérieures à 1,96, ce qui est confirmé par les probabilités de nullité des coefficients. De plus la probabilité de la statistique de Fisher (p-value) est égale à zéro, donc en rejet H_0 et on conclue que les coefficients sont significatives.

4. 7. 2. Graphique des séries résiduelles réelles et estimées :

A partir de la représentation graphique des séries résiduelles réelles et estimées nous constatons que le modèle estimé ajuste la série.

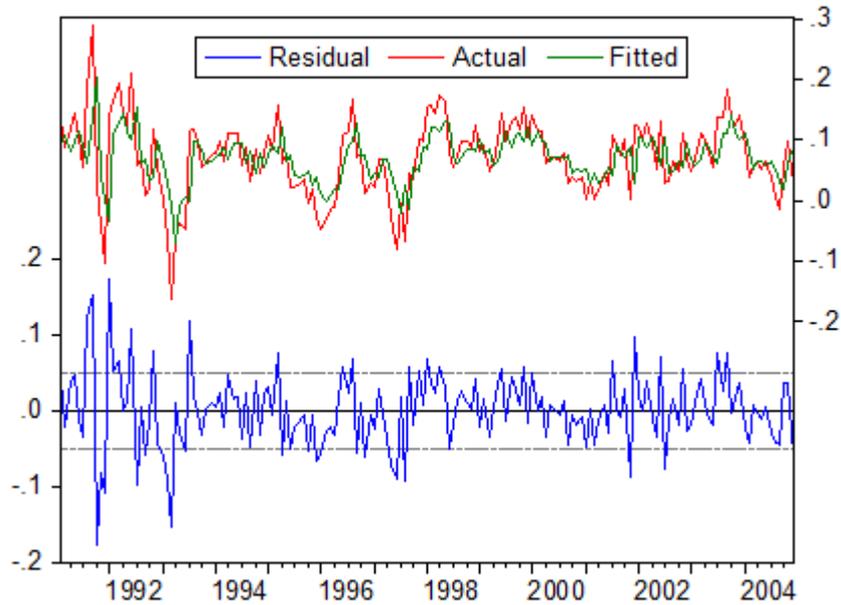


Figure III. 10 : graphique des séries résiduelles, réelles et estimées de la série LCCCSA sous EVIEWS6.

Source : soi même

4. 7. 3. Test de normalité des résidus :

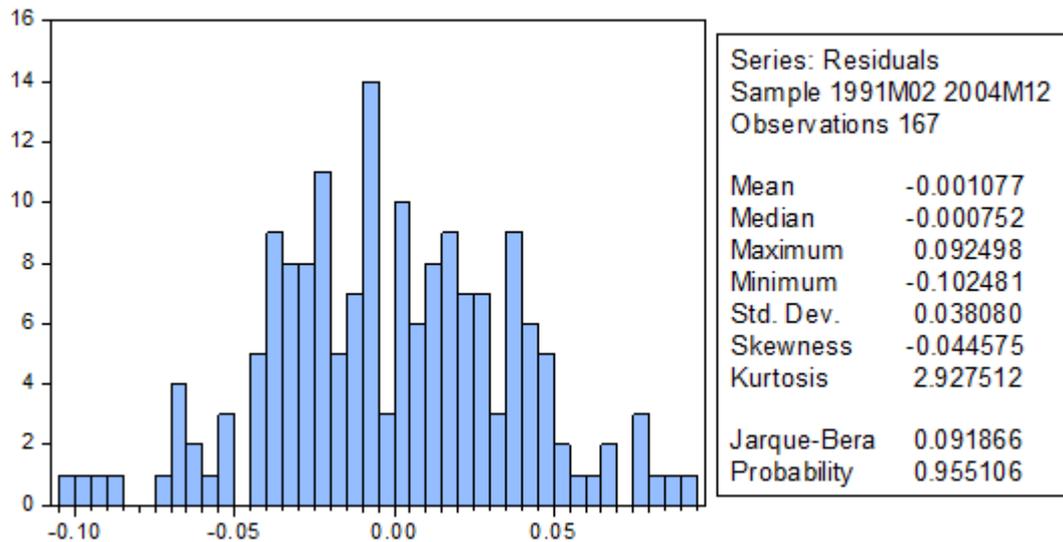


Figure III. 11: caractéristiques statistiques des résidus de la modélisation ARMA sous EVIEWS 6.

Source : soi même

$(S_k)^{1/2} = -0.0445$ donc $V_1 = \frac{|(S_k)^{1/2}|}{\sqrt{6/168}} = 0.2347 < 1.96$ on accepte l'hypothèse de symétrie.

$K_U = 2.9275$ donc : $V_2 = \frac{|K_U - 3|}{\sqrt{24/162}} = 0.1912 < 1.96$ on accepte l'hypothèse d'aplatissement.

Test de Jarque-Bera : La statistique de Jarque-Bera vaut alors 0.0918, qui est inférieur le centile du χ^2 à 2 degrés de liberté, au seuil $\alpha = 5\%$, soit 5.991¹²

Dans le tableau de droite, les trois statistiques ont une probabilité de 0,9551 qui est supérieure à 0,05=5%, ce qui veut dire qu'on accepte l'hypothèse nulle de normalité.

4. 7. 4. Test sur les résidus :

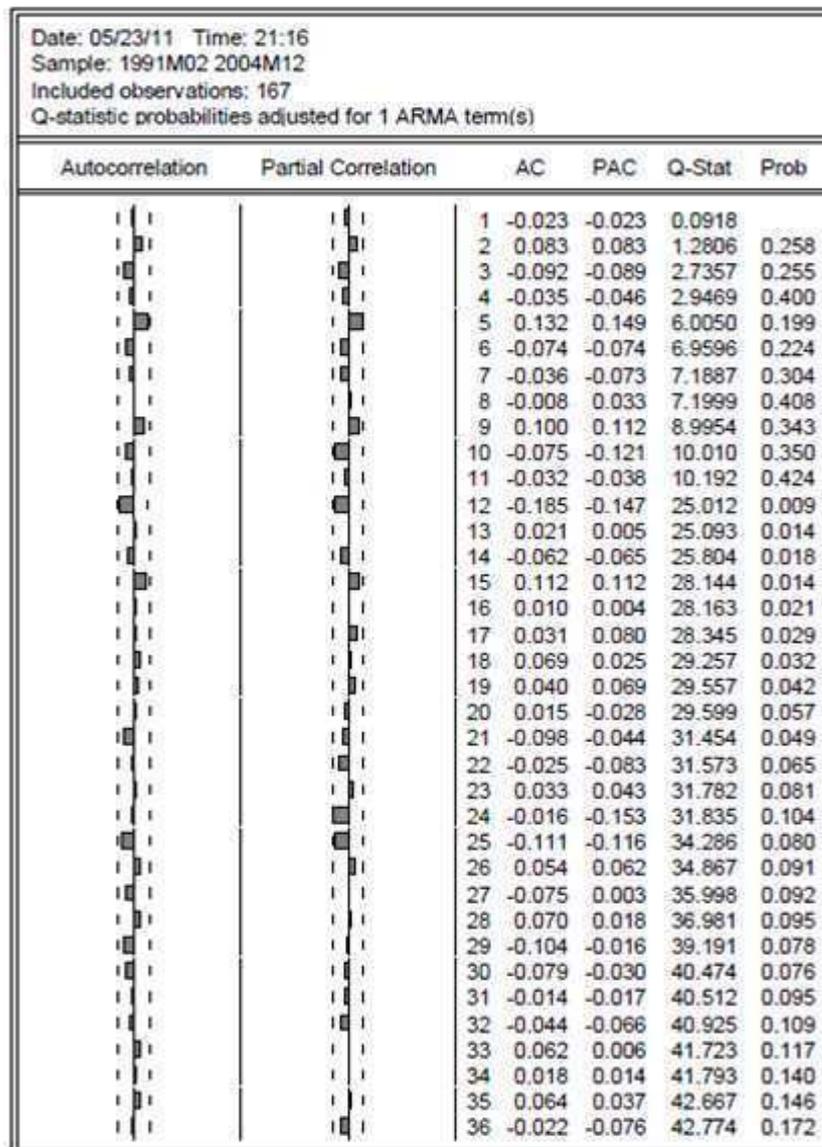


Figure III. 12 : corrélogramme des résidus sous EViews 6.

Source : soi même

¹² voir la table de χ^2 : Annexe 4

Après examen du corrélogramme des résidus, on remarque que les pics sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance et on estime que les résidus forme est un bruit blanc.

4. 7. 5. Test d'hétéroscédasticité :

L'hypothèse à tester est : H_0 : les résidus sont homoscedastiques ;
 H_1 : les résidus sont hétéroscédastiques.

Test ARCH:

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	3.454221	Prob. F(1, 164)	0.0649	
Obs*R-squared	3.424224	Prob. Chi-Square(1)	0.0642	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 05/24/11 Time: 00:21				
Sample (adjusted): 1991M03 2004M12				
Included observations: 166 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001243	0.000191	6.490611	0.0000
RESID^2(-1)	0.143623	0.077277	1.858553	0.0649
R-squared	0.020628	Mean dependent var	0.001451	
Adjusted R-squared	0.014856	S.D. dependent var	0.002014	
S.E. of regression	0.002000	Akaike info criterion	-9.579774	
Sum squared resid	0.000656	Schwarz criterion	-9.542281	
Log likelihood	797.1213	Hannan-Quinn criter.	-9.564555	
F-statistic	3.454221	Durbin-Watson stat	2.002648	
Prob(F-statistic)	0.064883			

Tableau III. 5 : Test d'hétéroscédasticité des erreurs sous EVIEWS6.

Source : soi même

On voit qu'il y a pas d'hétéroscédasticité des erreurs car on a la probabilité associée à la statistique est égale à $0.0649 > 0.05$. De plus, on constate que les t de Student sont < 1.96 ce qui confirme également la non présence de l'hétéroscédasticité.

4. 7. 6. Test de stabilité :

On réestime le modèle obtenu précédemment sur la dernière année de la série, on obtient le graphe de prévision suivant :

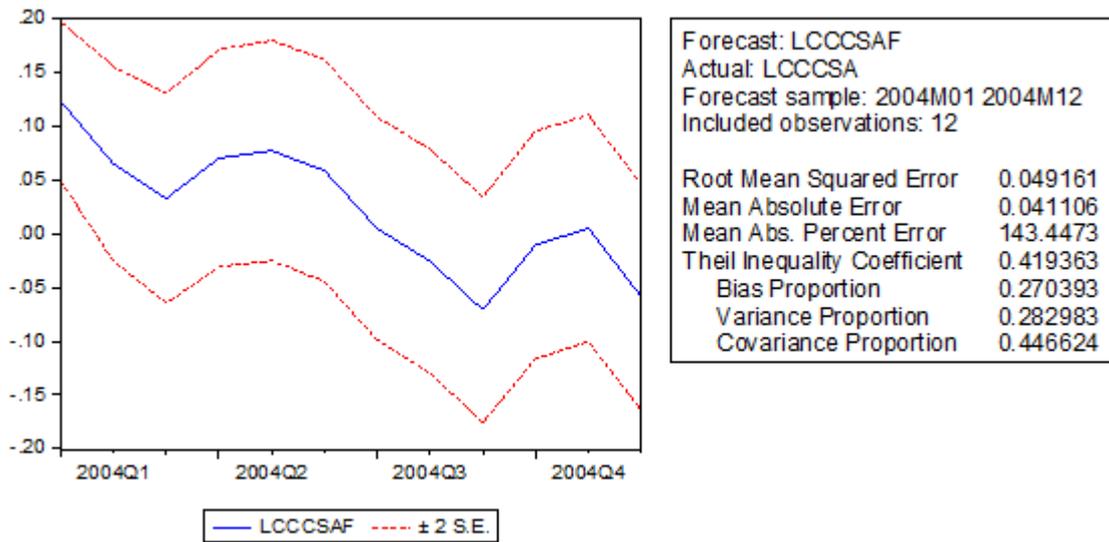


Figure III. 13 : réestimation de la dernière année de la série « CCC » par EViews 6.
Source : soi même

On remarque que les valeurs obtenues sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance, par conséquent le modèle est stable.

4. 8. Prévision :

L'estimation du modèle SARIMA (1, 0, 12) x (0, 1, 1)₁₂ est donc validée, la série LCCC peut être valablement représentée par un processus de type SARIMA (1, 0, 12) x (0, 1, 1)₁₂ et il s'écrit :

$$Lccc_t = 0.0692 - 0.67Lccc_{t-1} + Lccc_{t-12} + 0.67Lccc_{t-13} - 0.935 Resid_{t-12} + Resid_t$$

On calcul les prévisions pour 12 mois allant de janvier à décembre 2005. Pour la première valeur prévue on a :

$$Lccc_{1/2005} = 0.0692 - 0.67Lccc_{12/2004} + Lccc_{1/2004} + 0.67Lccc_{12/2003} - 0.935 Resid_{1/2004} + Resid_{1/2005}$$

Le terme résiduel futur est inconnu, donc on va le considérer nul :

$$Resid_{1/2005} = 0$$

Les résultats des prévisions de la série « CCC » sont présentés dans le tableau suivant :

Janvier 2005	1048,06903
Février 2005	1198,60158
Mars 2005	964,244795
Avril 2005	1219,19422
Mai 2005	988,745976
Juin 2005	956,322519
Juillet 2005	1104,31289
Août 2005	1079,82943
Septembre 2005	960,56543
Octobre 2005	1236,50442
Novembre 2005	1139,59461
Décembre 2005	1080,81183

Tableau III. 6 : Prévision par la méthode de Box & Jenkins sur la consommation de l'énergie électrique en Algérie.

Source : soi même.

Pour plus de détail concernant le calcul des prévisions (voir Annexe 8).

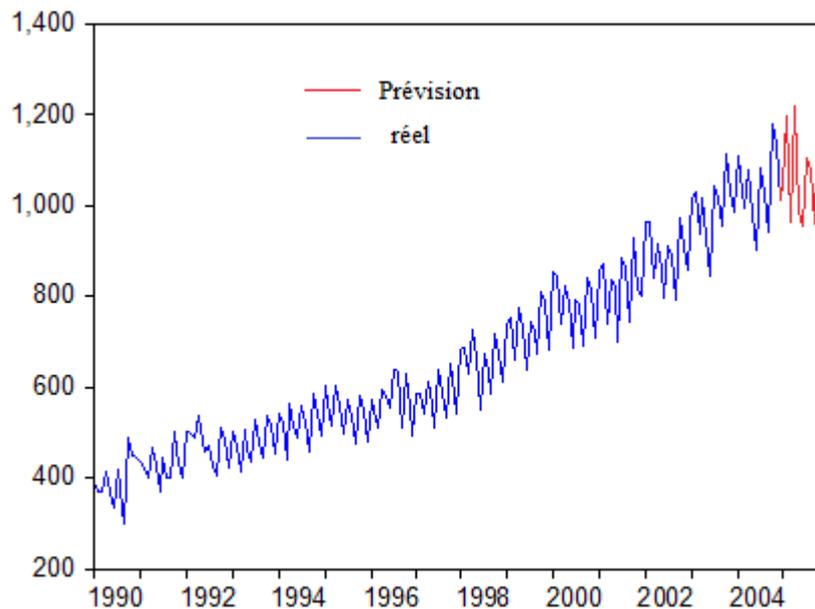


Figure III. 14 : Graphe des prévisions de la consommation d'énergie électrique.

Source : soi même.

Les prévisions obtenues par cette méthode sont en harmonie avec l'allure générale des séries étudiées puisque le phénomène de périodicité est reproduit..

Conclusion du chapitre 3 :

L'électricité représente une des sources d'énergie, les plus utilisées dans le monde, voir la plus prometteuse puisqu'elle bénéficie avec la montée des préoccupations environnementales d'une considération importante.

L'Algérie est un pays producteur et exportateur de cette énergie, il a été donc primordial pour la SONELGAZ, d'analyser et prévoir l'évolution temporelle de la consommation de l'électricité, afin de comprendre le mécanisme qui gère cette consommation et de tirer par la suite des informations pertinentes qui serviront à la phase de prise de décisions.

Notre étude a porté sur l'analyse des séries chronologiques représentant l'évolution de la consommation mensuelle de l'électricité pour la distribution publique. Dans la phase descriptive, on a remarqué que la consommation sous son allure évolutive est atteinte d'une forte saisonnalité, on été donc obligé de les désaisonnaliser à l'aide l'opérateur de désaisonnalisation, la série obtenue était stationnaires, nous avons donc choisi de modéliser par le modèle SARIMA étant donné la présence de saisonnalité.

Une fois le modèle choisi, estimé et validé, on a calculé nos prévisions. Des prévisions qui semblent avoir une allure adéquate avec la série : ils sont en harmonie avec l'allure générale de la série étudiée puisque graphiquement le phénomène de périodicité est reproduit.

Toutefois, il sera intéressant de faire une étude explicative sur la consommation d'énergie électrique pour la distribution publique, en utilisant une méthode de prévision économétrique incluant comme variables explicatives : les facteurs météorologiques, la nébulosité, le nombre d'abonnés, l'évolution des prix d'électricité... etc. Ou l'étude de la cointégration avec d'autre indicateurs d'évaluation du PIB, de l'importance de la population, du taux d'occupation par logement ou du niveau d'équipement des ménages.

**CONCLUSION
GÉNÉRALE**

CONCLUSION GÉNÉRALE

La qualité des prévisions est un enjeu fort pour la SONELGAZ mais aussi pour l'ensemble des acteurs du marché de l'électricité. Même si les prévisions actuelles ont globalement de bonnes performances, il convient néanmoins d'améliorer leur qualité afin d'éviter des erreurs de prévision trop importantes et de fait pénalisantes tout particulièrement pendant les périodes tendues d'équilibre offre demande. Il convient également de prendre en compte les nouveaux éléments de contexte qui peuvent impacter la consommation Algérienne d'électricité (l'évolution des usages et de la demande d'électricité, le développement de la maîtrise de la demande d'électricité...).

En matière de distribution des produits énergétiques, est-il écrit dans le rapport du ministère de l'Energie et des Mines, une politique de développement sous-tendue par l'encouragement des opérateurs privés, aussi bien locaux qu'étrangers, à investir dans toute la chaîne de cette activité, a été mise en avant. Et ce, dans le cadre du décret exécutif daté du 12 janvier 2005 portant fixation des marges de distribution ainsi que les dispositions de la loi de finances 2006 visant l'encouragement des carburants propres et le relèvement des marges.

Dans ce cadre ces décret vise a sensibilisé les algériens sur l'importance d'une bonne gestion de ces produits énergétiques.

L'électricité est considérée comme une ressource sociale, un fait qui pouvait intervenir dans notre étude : le choix d'insister sur la place considérable qu'elle occupe depuis plus d'un siècle pour tous ceux qui y ont accès au quotidien dans le monde. Symbole de progrès et de modernité, sa présence permanente en a fait une évidence dans la société. En rendant plus aisé tout ce qui par le passé était difficile, elle permet de s'éclairer, de se chauffer, de se rafraîchir, d'entretenir son habitat, de se connecter au reste du monde, et bien d'autre chose encore. Comment ne pas la considérer alors comme une ressource essentielle, la partie intégrante de l'environnement dans le quel les individus évoluent.

L'importance économique et sociale de cette énergie nous a incités à étudier cette problématique. Une étude qui avait du mal à démarrer vu la difficulté d'obtenir la série a étudié, ce qui apparait clairement dans la non mise à jour des données. Mais puisque la série mensuelle été assai remarquablement longue avec 180 mensualité, l'étude est estimé significative.

Comme indiqué dans l'introduction, un des objectifs, parmi d'autres, de l'étude des séries chronologiques est la prédiction, qui consiste à donner la meilleure valeur estimée du processus pour des instants futurs, compte tenu des valeurs observées précédemment. Ainsi si l'on observe une série aux instants passés, la prédiction consiste à donner les valeurs de la série pour des instants futurs.

Sans trop détailler, nous allons indiquer les principales propriétés que l'on peut attendre d'une telle prédiction. :

- La prédiction est fondée sur la modélisation que l'on a su faire de la série pendant la période observée, pour prédire les valeurs ultérieures de la série, on fait l'hypothèse forte que le modèle élaboré à partir des observations n'est pas modifié pour la période observée, ce qui constitue une première limitation.
- Pour la partie déterministe, on a vu au chapitre 1 et 2 plusieurs façons de la modéliser, qu'on peut résumer ici en :

– méthodes paramétriques qui supposent que la partie déterministe s'exprime en fonction d'un (petit) nombre de paramètres (par exemple c'est une fonction polynomiale du temps). Dans ce cas, la prédiction se fait aisément en prolongeant cette fonction pour $i > n$, en supposant comme dit précédemment que ce prolongement est justifié,

– méthodes non paramétriques qui sont des estimations fonctionnelles locales qui par construction ne permettent pas la prédiction, ce qui constitue une deuxième limitation. Pour la partie aléatoire, après lui avoir trouvé un modèle, on peut mettre en œuvre les techniques de prédiction développées précédemment (ARMA, ARIMA,....).

L'étude a porté sur l'analyse des séries chronologiques représentant l'évolution de la consommation mensuelle de l'électricité pour la distribution publique (à base tension). Dans la phase descriptive, théoriquement on remarque que la consommation (distribution publique) est directement liée aux facteurs météorologiques, prix et événements exceptionnels. On manque de d'autres données, l'étude a porté sur un processus aléatoire univarié et estimé à partir du modèle SARIMA $(1, 0, 12) \times (0, 1, 1)_{12}$, qui est donc validée et testée dans l'étude de cas.

On a exposé le modèle de prévision SARIMA dans un cadre volontairement restrictif, en s'appuyant sur une étude pratique dans le cadre de données réelles de consommation

électrique. Ce choix s'est justifié par une volonté de simplifier la présentation et de mettre l'accent sur les aspects spécifiques de la méthode. Il est en effet possible d'étendre les domaines de données et d'applications de ce modèle de prévision.

Extension du domaine de données par une extension du critère de la règle d'affectation : Dans l'étude de la consommation électrique, la règle d'affectation s'appuie sur des variables calendaires. On peut en fait établir cette règle à partir de critères de qualité répertoriés dans des variables à modalités (tel que l'effet ramadan, période de festivité ou période de grève répétitif).

L'introduction de tels critères élargit le domaine de données, car il offre une méthode de prévision dans le cadre de séries temporelles où l'on constate la répétition de formes d'évolution d'intervalles fixes, mais à des dates qui ne répondent pas à une loi calendaire. Par exemple, une série sur la température saisonnière peut présenter des formes mensuelle dues à des conditions climatiques réunies au cours d'un seul mois. Un tel phénomène constitue une rupture dans la série chronologique et la courbe d'un mois n'a de lien qu'avec un mois du passé où sont réunies les mêmes conditions atmosphériques. Notre méthode reste adaptée à ce type de séries. Un modèle SARIMA pour ce type de série se heurte au même problème que la prise en compte d'une période de festivité dans la prévision des courbes de charge électrique (il arrive à prendre en compte des sauts de niveau mais pas des changements de forme).

ANNEXES

Annexe n° 1 :**Lois usuelles¹ :**

1. **Loi normale** : x suit une loi normale d'espérance μ et de variance σ^2 , on note $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ si :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Quand $\mu = 0$ et $\sigma^2 = 1$ suit une loi normale centrée réduite.

On a les propriétés suivantes :

- Toute combinaison linéaire de variables aléatoires (indépendantes ou corrélées entre elles) qui suivent des lois normales est une variable aléatoire qui suit une loi normale.
- Deux variables aléatoires qui suivent des lois normales sont indépendantes si et seulement si leur covariance est nulle.

2. **Loi du chi-deux** : z suit un chi deux centré à n degrés de liberté, on note $z \sim \chi_n^2$ si :

$$z = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

où x_1, x_2, \dots, x_n sont indépendantes entre elles et telles que $x_i \sim N(0,1) \quad \forall i$.

Si $z_1 \sim \chi_p^2$ et $z_2 \sim \chi_q^2$ et si z_1 et z_2 sont indépendants, on a : $z_1 + z_2 \sim \chi_{p+q}^2$

Si $z = \sum_{i=1}^n x_i^2$, où x_1, x_2, \dots, x_n sont indépendantes entre elles et telles que $x_i \sim N(\mu_i, 1)$, alors z suit un chi deux décentré à n degrés de liberté. On note $z \sim \chi_{n,\mu}^2$, où μ est le paramètre de décentrage défini par $\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i^2$. La distribution d'un chi deux décentré est décalée vers la droite, mais à la même allure que celle d'un chi deux centré ayant le même nombre de degré de liberté.

3. **Loi de Student** : Si $x \sim N(0,1)$ et $y \sim \chi_n^2$ et si x et y sont indépendantes, alors z défini

par :

$$z = \frac{x}{\sqrt{y/n}}$$

Suit une loi de Student à n degrés de liberté. On note $z \sim T_n$.

Lorsque $n \rightarrow \infty$, la loi de Student converge vers la loi normale centrée réduite.

4. **Loi de Fisher** : Si $z_1 \sim \chi_p^2$ et $z_2 \sim \chi_q^2$ et si z_1 et z_2 sont indépendants, alors y défini par

¹ Brigitte DORMONT, Introduction à l'économétrie, éditions Montchrestien, Paris, 1999, p : 422.

$$y = (z_1/p)/(z_2/q)$$

suit une loi de Fisher de degrés de liberté p et q . On note $y \sim F_{(p,q)}$.

5. Test d'ajustement de Kolmogorov :

Soit F la fonction de répartition de X . On veut savoir si elle peut être ajustée par une loi **spécifiée, continue** de fonction de répartition F_S .

On veut tester si :

$$\begin{cases} H_0 : F = F_S \\ H_1 : F \neq F_S \end{cases}$$

On dispose pour cela d'un échantillon (x_1, x_2, \dots, x_n) de fonction de répartition empirique F_n (appelée souvent, en statistique descriptive, courbe des fréquences cumulées ascendantes).

Cette fonction de répartition empirique F_n est la réalisation, pour l'échantillon observé, de la fonction de répartition F .

Le principe du test repose sur l'écart entre :

- la fonction de répartition empirique F_n ;
- la fonction de répartition théorique F_S .

Kolmogorov a montré que :

$$\text{si } F = F_S : \Delta = \text{Max} |F_n(x) - F_S(x)| \sim K \text{ loi de Kolmogorov (tabulée)}$$

On se fixe donc un seuil α et on en déduit (table de Kolmogorov) la valeur telle que :

$$\alpha = P(\Delta \geq A_\alpha)$$

La règle de décision est donc la suivante :

- Si $\delta \geq A_\alpha \Leftrightarrow$ on admet que X ne suit pas la loi de probabilité spécifiée P ;
- Si $\delta < A_\alpha \Leftrightarrow$ on admet que X suit la loi de probabilité spécifiée P .

Sachant que δ est l'indicateur d'écart entre les nombres observés y_j et les nombres théoriques \tilde{y}_j :

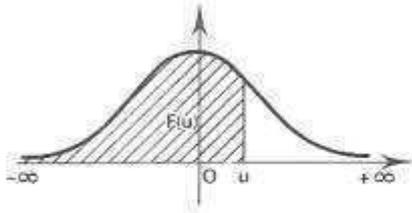
$$\delta^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(y_j - \tilde{y}_j)^2}{\tilde{y}_j}$$

Remarque : On peut montrer que le test de Kolmogorov est plus puissant que le test de χ^2 surtout pour les échantillons petits ($n \leq 100$), mais n'est pas très utilisable, si on doit estimer des paramètres de la loi ou si celle-ci est discrète.

Annexe n° 2 :**Table de la loi normale :**

$F(u)$: probabilité de trouver une valeur inférieure à u (probabilité cumulée), égale à la surface hachurée :

$$u = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$$



L'emploi de cette table exige par conséquent la standardisation préalable de la valeur de X dont on veut connaître la probabilité cumulée; u se lit dans la première colonne pour sa partie entière et sa première décimale, la deuxième décimale se trouvant dans la première ligne.

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 8	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

Exemples de lecture

- Pour $u = + 0,92$, $F(u) = 0,821 2$.
 Pour $u = - 0,92$, $F(u) = 1 - 0,821 2 = 0,178 8$.
 Pour $F(u) = 0,602 0$, $u \simeq + 0,26$ (correspondant à $0,26 \sigma + \bar{x}$).
 Pour $F(u) = 0,352 7$, $1 - F(u) = 0,647 3$ et $u \simeq - 0,38$.

Annexe n°3 :**Table de Fisher :**

Pour qu'un coefficient de régression multiple, par exemple, soit significatif, F calculé doit dépasser F lu dans la table pour le risque d'erreur de 5 % (le seul donné ici); deux catégories de degrés de liberté déterminent F :

— v_1 : nombre de degrés de liberté pour la plus faible des deux variances;

— v_2 : nombre de degrés de liberté pour la plus forte des deux variances.

Pour $\alpha = 0,05$:

$v_1 \rightarrow$										
$v_2 \downarrow$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,01	1,83	1,61	1,25
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

Exemple de lecture

Pour $v_1 = 5$, $v_2 = 20$, F calculé doit être supérieur à 2,71 pour que le coefficient de régression soit jugé significatif, avec un risque d'erreur de 5 %.

Annexe n° 4 :**Table de chi-deux :****Table de Khi-Deux χ^2**

v / α	0.1	0.05	0.025	0.01	v / α	0.1	0.05	0.025	0.01
1	2.71	3.84	5.02	6.63	16	23.54	26.30	28.84	32.00
2	4.61	5.99	7.38	9.21	17	24.77	27.59	30.19	33.41
3	6.25	7.81	9.35	11.34	18	25.99	28.87	31.53	34.80
4	7.78	9.49	11.14	13.28	19	27.20	30.14	32.85	36.19
5	9.24	11.07	12.83	15.09	20	28.41	31.41	34.17	37.57
6	10.64	12.59	14.45	16.81	21	29.61	32.67	35.48	38.93
7	12.02	14.07	16.01	18.47	22	30.81	33.92	36.78	40.29
8	13.36	15.51	17.53	20.09	23	32.01	35.17	38.08	41.64
9	14.68	16.92	19.02	21.67	24	33.20	36.41	39.37	42.98
10	15.99	18.31	20.48	23.21	25	34.38	37.65	40.65	44.31
11	17.27	19.67	21.92	24.72	26	35.56	38.88	41.92	45.64
12	18.55	21.03	23.34	26.22	27	36.74	40.11	43.19	46.96
13	19.81	22.36	24.74	27.69	28	37.92	41.34	44.46	48.28
14	21.06	23.68	26.12	29.14	29	39.09	42.56	45.72	49.59
15	22.31	25.00	27.49	30.58	30	40.26	43.77	46.98	50.89

v : le nombre de degré de liberté. α : le risque d'erreur.

Table de Kolmogorov :

n / α	0.10	0.05	0.01	n / α	0.10	0.05	0.01
1	0.950	0.875	0.995	14	0.314	0.349	0.418
2	0.776	0.842	0.929	15	0.304	0.338	0.404
3	0.642	0.708	0.828	16	0.295	0.328	0.392
4	0.564	0.624	0.733	17	0.286	0.318	0.381
5	0.510	0.565	0.669	18	0.278	0.309	0.371
6	0.470	0.521	0.618	19	0.272	0.301	0.363
7	0.438	0.486	0.577	20	0.264	0.294	0.356
8	0.411	0.457	0.543	25	0.240	0.270	0.320
9	0.388	0.432	0.514	30	0.220	0.240	0.290
10	0.368	0.410	0.490	35	0.210	0.230	0.270
11	0.352	0.391	0.468	>35	$1.22/n^{1/2}$	$1.36/n^{1/2}$	$1.63n^{1/2}$
12	0.338	0.375	0.450				
13	0.325	0.361	1.433				

n : l'effectif total, α : le risque d'erreur.

Annexe n° 5 :**Inversion de matrices :**

Soit R une matrice partitionnée :

$$R = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$$

L'inverse de R est

$$R^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} E^{-1} & FH^{-1} \\ \hline H^{-1}G & H^{-1} \end{array} \right]$$

$$E = A - BD^{-1}C$$

$$AF = -B$$

$$GA = -C$$

$$H = D - CA^{-1}B$$

La matrice E est le complément de Schur de A , et H est le complément de Schur de D .

Soit E le complément de Schur de A :

$$E = A - BD^{-1}C.$$

Alors, l'inverse de E est donné par

$$E^{-1} = A^{-1} + FH^{-1}G$$

avec les mêmes définitions de F , H et G .

L'inverse de R peut encore s'écrire comme

$$R^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} A^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} F \\ \hline I \end{array} \right] H^{-1} [G \quad I]$$

où F , H , et G ont les mêmes définitions qu'avant.

Exemple (matrice de covariance)

Soit R une matrice de covariance de dimension n :

$$R_n = \left[\begin{array}{c|c} R_{n-1} & r_n \\ \hline r_n^T & r_m \end{array} \right]$$

alors son inverse est donnée par

$$R_n^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} R_{n-1}^{-1} & 0^T \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] + \gamma_n^{-1} \left[\begin{array}{c} -R_{n-1}^{-1} r_n \\ \hline 1 \end{array} \right] \left[-r_n^T R_{n-1}^{-1} \quad 1 \right]$$

$$\gamma_n = r_m - r_n^T R_{n-1}^{-1} r_n$$

Annexe n° 6 :**L'évolution de théorie des processus aléatoires dans le temps² :**

- En 1927 : travaux de Yule : notion de choc aléatoire ou encor d'impulsion dans les séries chronologiques.
- En 1930 : travaux de Wiener : généralise l'analyse harmonique introduite par le mathématicien français J. B. Fourier en 1850 au cas stochastique. l'idée de cette généralisation est que sous certaines conditions, le processus stochastique peut être décomposé en une somme infinie de sinusoïdes de fréquences déterministes différentes mais d'amplitude aléatoire (dans le cas de Fourier les amplitudes sont déterministes).
- En 1933 : travaux de Kolmogorov : la notion de Yule a permis de caractériser le processus aléatoire et ses principales propriétés.
- En 1934 : travaux de Khintchine : le caractère périodique de la décomposition harmonique l'a poussé à introduire la classe de processus aléatoires stationnaire, en particulier il a défini la stationnarité d'ordre deux, qui impose au premier moment du processus l'indépendance de l'espérance mathématique du temps et à la covariance de n'être qu'une fonction de retard entre deux moments.
- En 1938 : Wold : décompose dans le domaine du temps les processus aléatoires en :
 - Processus aléatoire déterminable : appelé ainsi car il peut être exactement prévu,
 - Processus aléatoire indéterminable : car c'est le résultat d'une combinaison linéaire infinie de chocs aléatoires (processus de Yule), et ne peut être exactement prévu.
- En 1954 : Wold : construit à partir de la classe des processus indéterminables, les modèles linéaires ARMA stationnaire :
 - La première partie autorégressive de ces processus notée AR "*AutoRegressive process*" est constituée par une combinaison linéaire finie des valeurs passées,
 - La deuxième partie moyenne mobile de ces processus notée MA "*Moving Average process*" est constituée par une combinaison linéaire finie des valeurs passées d'un bruit blanc, c'est-à-dire d'un processus aléatoire qui forme une succession de variables aléatoires indépendantes est d'espérance mathématique nulle.

Wold montre que cette classe est suffisante pour représenter la plupart des cas concrets.

² www.fas.umontreal.ca/SCECO/dufour/ResE/Dufour_1998_C_TS_HistoryTSA_F.pdf

- En 1960 : théorie de Wold-Cramer : résout le problème de la prédiction linéaire au sens des moindres carrés des processus ARMA.
- En 1970 : Box & Jenkins : rassemble tous ces travaux épars dans une méthodologie itérative, dans un premier ouvrage en 1970, puis une deuxième éditions en 1976. dans le cas univarié, l'algorithme de Box-Jenkins utilisé est :

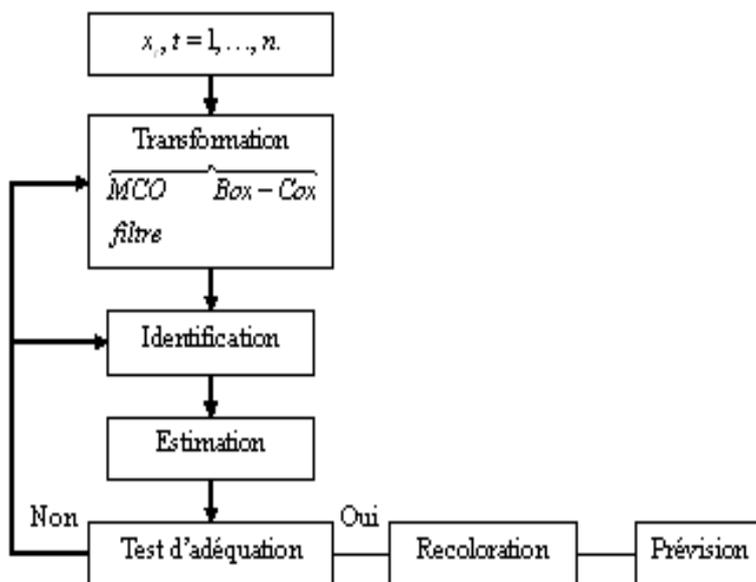


Figure II. 1 : Traitement dans le cas univarié.

Source : Régis BOURBONNAIS, Michel TERRAZA, " 1998.³

Dans cet algorithme les modèles sélectionnés sont des modèles linéaires. Mais plus récemment, certains auteurs (H. Tong 1990, par exemple) ont associé à cette démarche des processus non linéaires, cette non linéarité peut concerner :

- Le moment d'ordre 1 du processus (la moyenne pour l'échantillon), on les appelle modèles TAR "Threshold -AR", modèles bilinéaires, modèles EXAR (AR Exponentiels), etc.
- La variance de la chronique échantillon (moment d'ordre 2 du processus) ; ces modèles de type ARCH "AutoRegressive Conditionnal Hétéroscedasticity" ont été introduits par Engel 1982. ils ont donné lieu à la construction de nombreux autres modèles (D. Guegan, 1994) combinant ce principe avec ceux des modèles ARMA (CHARMA, GARCH).

³ Régis BOURBONNAIS, Michel TERRAZA, "analyse des séries temporelles en économie", 1998, p : 75.

Annexe n° 7 :**Abréviation des filiales de la société Sonelgaz :**

Administrateur délégué métiers périphériques :

- IFEG ⇒ Institut de Formation en Electricité et Gaz.
- SMT ⇒ Sonelgaz Médecine du Travail.
- SKMK ⇒ Sharikat Khadamet Mouhaouilet Kahrabaia.
- FOSC ⇒ Fonds des Œuvres Sociales et Culturelles.
- MEI ⇒ Maintenance des Equipements Industriels.
- MPV ⇒ Maintenance et Prestations de Véhicules.
- CAMEG ⇒ Comptoir Algérien du Matériels Electriques et Gazier.
- SPAS ⇒ Société de Prévention et d' Action en Sécurité.
- CREDEG ⇒ Centre de Recherche et Développement de l'Electricité et du Gaz.
- HMP ⇒ Hôtel de Mas des Planteurs.
- TRANSMEX ⇒ société de Transport et de Manutention Exceptionnels des équipements industriels et électriques.
- SAT INFO ⇒ Société Algérienne des Techniques d'Information.

Administrateur délégué Pôle Production :

- SPE ⇒ Sonelgaz Production Electricité.
 - SKB ⇒ Shariket Kahraba Berrouaghia.
 - SKT ⇒ Shariket Kahraba Terga.
 - SKD ⇒ Shariket Kahraba Koudiat Eddraouch.
 - SKS ⇒ Shariket Kahraba Skikda.
- } des sociétés mixtes Sonelgaz - Sonatrach.

Administrateur délégué Pôle Distribution :

- SD Est ⇒ Sonelgaz Distribution Est.
- SD Alger ⇒ Sonelgaz Distribution Alger.
- SD Centre ⇒ Sonelgaz Distribution Centre.
- SD Ouest ⇒ Sonelgaz Distribution Ouest.

Administrateur délégué Pôle Transport :

- GRTE ⇒ Société, Gestionnaire du Réseau de Transport de l'Electricité.
- GRTG ⇒ Société, Gestionnaire du Réseau de Transport Gaz.
- Opérateur Système ⇒ Sonelgaz, Opérateur Système Electrique.

Administrateur délégué métiers travaux :

- KAHRAKIB ⇒ l'entreprise de travaux et de montage électrique.

- KANAGHAZ ⇒ l'entreprise nationale de réalisation de canalisation.
- KAHRIF ⇒ la société de travaux d'électricité.
- ETTERKIB ⇒ la Société de montage industriel.
- INERGA ⇒ l'entreprise de réalisation infrastructures.

Annexe n° 8 :

prévision de la consommation d'électricité

	c	0,67*lccc12/2004	lccc1/2004	0,67*lccc12/2003	0,935*resid1/2004	lccc1/2005	ccc1/2005
lccc1/2005	0,0692	4,635319436	7,0121942	4,617933845	0,108303918	6,95470473	1048,069034
	c	0,67*lccc1/2005	lccc2/2004	0,67*lccc1/2004	0,935*resid2/2004	lccc2/2005	ccc2/2005
lccc2/2005	0,0692	4,659652172	6,9764546	4,698170143	-0,004738227	7,0889108	1198,601578
	c	0,67*lccc2/2005	lccc3/2004	0,67*lccc2/2004	0,935*resid3/2004	lccc3/2005	ccc3/2005
lccc3/2005	0,0692	4,749570239	6,9040536	4,674274586	0,026562758	6,8713452	964,2447947
	c	0,67*lccc3/2005	lccc4/2004	0,67*lccc3/2004	0,935*resid4/2004	lccc4/2005	ccc4/2005
lccc4/2005	0,0692	4,603801283	6,9832362	4,625715918	-0,031594602	7,10594545	1219,194223
	c	0,67*lccc4/2005	lccc5/2004	0,67*lccc4/2004	0,935*resid5/2004	lccc5/2005	ccc5/2005
lccc5/2005	0,0692	4,760983449	6,891786	4,67876826	-0,017666613	6,89543745	988,7459763
	c	0,67*lccc5/2005	lccc6/2004	0,67*lccc5/2004	0,935*resid6/2004	lccc6/2005	ccc6/2005
lccc6/2005	0,0692	4,620613091	6,8029502	4,617496637	0,005938491	6,86309522	956,3225193
	c	0,67*lccc6/2005	lccc7/2004	0,67*lccc6/2004	0,935*resid7/2004	lccc7/2005	ccc7/2005
lccc7/2005	0,0692	4,598273797	6,9884132	4,55797661	0,010337395	7,0069786	1104,312888
	c	0,67*lccc7/2005	lccc8/2004	0,67*lccc7/2004	0,935*resid8/2004	lccc8/2005	ccc8/2005
lccc8/2005	0,0692	4,694675662	6,9340077	4,682236832	0,006210451	6,98455837	1079,829427
	c	0,67*lccc8/2005	lccc9/2004	0,67*lccc8/2004	0,935*resid9/2004	lccc9/2005	ccc9/2005
lccc9/2005	0,0692	4,679654108	6,8486986	4,645785126	0,016507475	6,8675221	960,5654297
	c	0,67*lccc9/2005	lccc10/2004	0,67*lccc9/2004	0,935*resid10/2004	lccc10/2005	ccc10/2005
lccc10/2005	0,0692	4,601239807	7,0732647	4,588628034	0,009814284	7,12004366	1236,504418
	c	0,67*lccc10/2005	lccc11/2004	0,67*lccc10/2004	0,935*resid11/2004	lccc11/2005	ccc11/2005
lccc11/2005	0,0692	4,770429252	7,035449	4,739090711	0,034882591	7,03842788	1139,594615
	c	0,67*lccc11/2005	lccc12/2004	0,67*lccc11/2004	0,935*resid12/2004	lccc12/2005	ccc12/2005
lccc12/2005	0,0692	4,715746678	6,9198798	4,713750836	0,001616181	6,98546773	1080,811831

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie :✓ **Ouvrages :**

- **Alain BENSOUSAN, Jacques-Louis LIONS**, application des inéquations en contrôle stochastiques, éditions DUNOD, Paris 1978.
- **Alain POLLARD, Claude RIVOIRE**, fiabilité et statistiques prévisionnelles, éditions Eyrolles, Paris 1971.
- **Bernard GUERRIEN**, Algèbre linéaire pour économistes, éditions Economica, Paris 1997.
- **Bernard DELMAS**, Statistique descriptive, éditions Nathan-Université, 3ème édition : 2002,
- **Brigitte DORMONT**, Introduction à l'économétrie, éditions Montchrestien, Paris, 1999.
- **C.W.J. GRANGER**, Analyse spectrale des séries temporelles en économie, éditions DUNOD, Paris 1969.
- **Christian GOURIEROUX, Alain MONFORT**, statistique et modèles économétriques, notions générales, estimation, prévision, algorithmes, collection « économie et statistiques avancées », éditions Economica, Paris 1989.
- **Christian GOURIEROUX, Alain MONFORT**, SERIES TEMPORELLES ET MODELES DYNAMIQUES, collection « économie et statistiques avancées », éditions Economica, Paris 1990.
- **Claude FOURGEAUD, Bernard LENCLUD**, "Économétrie" Editions PUF, Paris 1978.
- **Dominick SALVATORE**, économétrie et statistique appliquées : cours et problèmes, série SCHAUM, Paris 1986.
- **Dominique GUEGAN**, série chronologiques non linéaires à temps discret, éditions Economica, Paris 1994.
- **Edmond MALIVAUD**, Méthodes statistiques de l'économétrie, éditions DUNOD, Paris 1981.
- **Éric DOR**, Économétrie : Synthèse de cours & Exercices corrigés, collection synthex, éditions PEARSON Education France, paris 2004.
- **Jack JONNSTON, John DINARDO**, Méthodes économétriques, éditions Economica, 4^{ème} édition, Paris 1999.

- **Jean-Jacques DROESBEKE, Bernard FICHET, Philippe TASSI**, séries chronologiques : théorie et pratique des modèles ARIMA, éditions Economica, Paris, 1989.
- **Jill JOHNSTON**, Méthodes économétriques : traduit par **Bernard GUERRIEN, Francisco VERGARA**, éditions Economica, Paris, 1985
- **Henri KAUFMAN, Jean-Louis GROBOILLOT**, Les techniques de la prévision à court terme : Lissage, Modèles, Simulation, éditions DUNOD, 1975.
- **G. TH. GUILBAUD**, statistique des chroniques, éditions DUNOD, Paris 1986.
- **Georges BRESSON, Alain PIROTTE** "Économétrie des séries temporelles : théorie et applications" Editions PUF 1995 Vendôme -France- .
- **Guy ANISON**, économétrie pour l'entreprise, éditions Eyrolles, Paris 1988.
- **Khaled SADAoui**, MODELES DE DECISION A COURT TERME, éditions Bledition, Octobre 2006, Bordj El Bahri Alger.
- **Michel VATÉ**, STATISTIQUE CHRONOLOGIQUE ET PRÉVISION, collection Exercices et Cas, éditions Economica, Paris 1993.
- **Patrice ROUSSEL, François DURRIEU, Eric CAMPOY, Assâd ELAKERMI**, méthode d'équations structurelles recherche et application en gestion, éditions Economica, Paris 2002.
- **Patrick ROGER**, statistique pour la gestion, éditions Ems, Bayeux 2000.
- **Pierre-Henri WILTHIEN**, Décision statistique et économétrie, éditions Armand Colin/Masson, Paris, 1996.
- **Rachid NENDIB**, Mathématique pour économistes, éditions Office des Publication Universitaires, Septembre 2003, Alger.
- **Régis BOURBONNAIS**, économétrie : cours et exercices et corrigés, éditions DUNOD, Paris 1993.
- **Régis BOURBONNAIS, Michel TERRAZA**, Analyse des séries temporelles en économie, éditions PUF, Juin 1998.
- **René GIRAUD**, l'économétrie, que sais-je ?, éditions PUF, Vendôme 1993.
- **René GIRAUD, Nicole CHAIX**, "Économétrie" Editions PUF, Paris 1994.
- **Steven C.WHEELWRIGHT, Spyros MAKRIDAKIS**, "choix et valeur des méthodes de prévision", Editions d'Organisation, Paris 1974
- **William FOX**, statistiques sociales : traduction et adaptation de la troisième édition américaine par **Louis IMBEAU**, éditions AGMV MARQUIS 1999.

✓ **Thèses et mémoires :**

- Marie Claude QUIDOZ, « MODELES ET SYSTEMES DE BASES DE DONNEES TEMPORELLES ET ACTIVES EN ECONOMIE », Mémoire en vue d'obtenir le diplôme d'ingénieur C.N.A.M. en INFORMATIQUE, Conservatoire National des Arts et Métiers, Centre Régional Associé de GRENOBLE, 1997.
- M. Nana YAKAM ANDRE, Modèle de prévision du parc des comptes d'une banque : cas Afriland First Bank, Mémoire présenté et soutenu en vue de l'obtention du master de statistique appliquée République du Cameroun 2005.
- Ratiba MOULAÏ Mme KHERCHI, Prévision de la consommation du gaz naturel pour la distribution publique par la méthode traditionnelle, lissage exponentiel et Box & Jenkins, mémoire En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Planification et Statistique Option : Statistique Appliquée, Institut National de la Planification et de la Statistique Alger - Ingénieur d'Etat en Statistique, 19ème promotion 2006-2007.

✓ **Revue :**

- ALGEROSCOPE. L'Algérie en chiffre : Annuaire économique & social, Édition 2006, Édité par ACOM, agence de communication, 102 Logts Tour Sidi Yahia- Hydra. Directeur gérant Abdelhakim BOUKHETAIA

✓ **Les textes législatifs :**

- Loi n° 02-01 du 22 Dhou El Kaada 1422 correspondant au 5 février 2002 relative à l'électricité et à la distribution du gaz par canalisations.

✓ **Compte-rendu de colloques ou congrès :**

- Abdenour Kéramane, ancien ministre de l'industrie (Algérie), directeur de la revue MEDenergie 4ème Colloque international du réseau MONDER Martigny (Suisse) – 08 au 11 janvier 2006
- Smaïl Moussi, Sonelgaz Algérie, « le secteur de l'électricité en Algérie : situation actuelle et perspectives », p : 17, conférence MEDELEC –Sharem el Cheikh- Egypte 26-26 mai 2008.

✓ **Articles de journaux :**

- Walid MATTOUSSI, L'Economiste du 11 Mai au 25 Mai 2005
- Synthèse de Billal, l'électricité en Algérie, le Quotidien d'Oran du jeudi 2 février 2006.

✓ **Site internet :**

www.cddisa.nasa.gov

www.canada.justice.gc.ca/fr/ps/rs/rep/2002/rr2002-7/rr2002-78007

www.infres.enst.fr/~hebrail/publications/these_huguency

www.aesplus.net/eco_stat/CoursSeriesTemp_Chap4.pdf

<http://desstde.univ-paris1.fr/>

<http://www.forecastpro.com>

<http://www.kxen.com>

<http://www.sas.com>

www.spss.com.fr

www.census.gov/ts/papers/x11_french.pdf

fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_spectrale.

www.territoires-rh.org/pj/Master/UE9-Variations-Saisonnieres.pdf

Viviane PLANCHON, « Section Biométrie, Gestion des Données et Agrométéorologie », Centre wallon de Recherches agronomiques. Rue de Liroux, 9. B-5030 Gembloux (Belgique). Email : planchon@cra.wallonie.be Reçu le 27 avril 2004, accepté le 7 janvier 2005.

www.statgraphics.com

www.spadsoft.com

<http://www.unige.ch/ses/metri/ronchetti/TIMESERIES/timeseries0506.html>

www.lct.jussieu.fr/scemama/thèse/ascenode7.html

www.fas.umontreal.ca/SCECO/dufour/ResE/Dufour_1998_C_TS_HistoryTSA_F.pdf

www.math-info.univ-paris5.fr/~brunel/Enseignement/Poly1.pdf

www.mc.imag.fr/lmc-sms/Serge.Degerine/Enseignement/M2P_IS//SC_IS/SC-cours.pdf

www.ifresi.univ-lille1.fr/SITE/0_Statistiques_Descriptives/FichCVS2.pdf

www.deptinfo.cnam.fr/formadoc/Doctorants/Ladiray.pdf

www.stat.ucl.ac.be/cours/stat2414.pdf

www.emse.fr/~roustant/.../polycopie_series_temporelles_2008_2009.pdf

www.math.univ-montp2.fr/.../STAT2414_syllabus4ed.pdf

www.techno-science.net

**TABLE
DES MATIÈRES**

INTRODUCTION GÉNÉRALE

CHAPITRE 1 : Analyse classique des séries chronologiques

Introduction :

Section 1 : Introduction à l'étude des séries chronologiques

Introduction :

- 1. 1. Série chronologique :
- 1. 1. 1. Notation d'une série chronologique :
- 1. 1. 2. Définition de la série chronologique :
- 1. 1. 3. Caractéristiques et propriétés statistiques d'une série chronologique :
 - 1. 1. 3. 1. Indices de tendance centrale :
 - 1. 1. 3. 2. Indices de dispersion :
 - 1. 1. 3. 3. Indices de dépendance :
 - 1. 1. 3. 3. 1. Auto-covariances :
 - 1. 1. 3. 3. 2. Fonction Auto-corrélations :
 - 1. 1. 3. 3. 3. Fonction d'Autocorrélation Partielle :
 - 1. 1. 3. 4. Classification des séries chronologiques d'un point de vue statistique :
 - 1. 1. 3. 4. 1. Première classification :
 - 1. 1. 3. 4. 2. Deuxième classification :
 - 1. 1. 3. 4. 3. Troisième classification :
 - 1. 1. 3. 4. 4. Quatrième classification :
 - 1. 1. 3. 4. 4. 1. Notion de séries stationnaires :
 - 1. 1. 3. 4. 4. 2. pourquoi les séries chronologiques sont non stationnaires :
- 1. 2. Définition et spécification des variables appliquées à la prévision :
 - 1. 2. 1. Période de temps couverte par chaque valeur des données :
 - 1. 2. 1. 1. Régularité des observations :
 - 1. 2. 1. 2. Stabilité des structures conditionnant le phénomène étudié :
 - 1. 2. 1. 3. Permanence de la définition de la grandeur étudiée :
 - 1. 2. 1. 4. Aspect périodique d'une partie de la grandeur observée :
 - 1. 2. 2. Représentations graphiques :
 - 1. 2. 2. 1. Représentation de la chronique :
 - 1. 2. 2. 2. Représentation du mouvement saisonnier :
 - 1. 2. 3. Degré de détail recherché :
- 1. 3. Problème de précision des données :
- 1. 4. Utilisation en prévision d'une base de données :

1. 4. 1. Définitions d'une Base de données:

1. 4. 1. 1. Base de données statistiques :

1. 4. 1. 2. Base de données en économie :

1. 4. 1. 3. Entités d'une base de données en économie :

1. 4. 2. Construction d'une base de données économique :

1. 4. 2. 1. Démarche :

1. 4. 2. 2. Collecte des données : séries chronologiques brutes :

1. 4. 2. 3. Séries chronologiques élaborées : Séries chronologiques unifiées et séries chronologiques dérivées :

1. 4. 3. Différents acteurs :

1. 4. 3. 1. Groupe "Administrateur" :

1. 4. 3. 2. Groupe "Expert" :

1. 4. 3. 3. Groupe "Utilisateur" :

1. 4. 3. 4. Synthèse des fonctions :

1. 4. 4. Mise à jour et audit interne :

Conclusion :

Section 2 : Analyse classique des séries chronologiques

Introduction :

2. 1. Analyse des séries chronologiques :

2. 1. 1. Définition de l'analyse des séries chronologiques :

2. 1. 2. Historique de l'analyse des séries chronologiques :

2. 1. 3. Objectifs et problèmes de l'analyse des séries chronologiques :

2. 1. 3. 1. Modélisation :

2. 1. 3. 2. Problèmes d'analyse des séries chronologiques :

2. 1. 3. 2. 1. prévision:

2. 1. 3. 2. 2. Décomposition de la série chronologique :

2. 1. 3. 2. 3. Détection et modélisation des ruptures : (changement structurel) :

2. 1. 3. 2. 4. Étude du lien dynamique entre plusieurs variables :

2. 1. 3. 2. 5. Séparation entre relations de court terme et relations de long terme :

2. 1. 3. 2. 6. Étude des anticipations et contrôle :

2. 2. Composantes d'une série chronologique :

2. 2. 1. Mouvement « Extra-Saisonnier » : Tendances séculaires (Z_t):

2. 2. 1. 1. Tendances polynomiales :

2. 2. 1. 2. Tendances exponentielles :

- 2. 2. 1. 3. Tendance exponentielle à saturation :
- 2. 2. 1. 4. Tendance logistique :
- 2. 2. 1. 5. Tendance trigonométrique :
- 2. 2. 1. 6. Tendance avec rupture :
- 2. 2. 2. Variations Saisonnières (St) :
- 2. 2. 3. Variations Accidentelles : résidus aléatoires : (ξ_t)
- 2. 3. Modèle de séries chronologiques :
- 2. 3. 1. Modèle additif :
- 2. 3. 2. Modèle multiplicatif :
- 2. 3. 3. choix du modèle :
- 2. 3. 3. 1. Première méthode : le test de la bande :
- 2. 3. 3. 2. Deuxième méthode :
- 2. 3. 3. 3. Troisième méthode : le test de Buys-Ballot :
- 2. 3. 3. 3. 1 première étape :
- 2. 3. 3. 3. 2 deuxième étape :
- 2. 3. 3. 3. 3 troisième étape :
- 2. 3. 4. Transformation des modèles multiplicatifs en modèles additifs :
- 2. 4. Tests de détection de la saisonnalité :
- 2. 4. 1. Représentation graphique et le tableau de Buys-Ballot :
- 2. 4. 2. Analyse de la variance et test de Fisher :
- 2. 4. 2. 1. Première étape : calcul de la variance totale du tableau :
- 2. 4. 2. 2. Deuxième étape :
- 2. 4. 2. 3. Troisième étape :
- 2. 4. 3. Fonction d'autocorrélation :

Conclusion :

Section 3 : Lissage des séries chronologiques

Introduction :

- 3. 1. Cas d'une tendance sensiblement linéaire:
- 3. 1. 1. Méthode fruste :
- 3. 1. 2. Méthode des points extrêmes :
- 3. 1. 3. Méthode des moindres carrés ordinaires MCO :
- 3. 1. 3. 1. Tendances linéaires :
- 3. 1. 3. 2. Tendance non linéaire :

- 3. 1. 3. 3. Tendance linéaire multivariable explicative :
 - 3. 1. 3. 4. Extension de l'application de la méthode :
 - 3. 1. 3. 5. Deux inconvénients de la méthode des MCO :
 - 3. 1. 3. 5. 1 Difficulté de mise à jour :
 - 3. 1. 3. 5. 2 Changement de régime :
 - 3. 2. Cas d'une tendance a priori quelconque :
 - 3. 2. 1. Méthode des « high low mid points » ou « méthode du couloir » :
 - 3. 2. 2. Méthode des moyennes échelonnées :
 - 3. 2. 3. Méthodes de régularisation (filtres linéaires) :
 - 3. 2. 3. 1. Le filtre le plus utilisé : Méthode des moyennes mobiles :
 - 3. 2. 3. 2. Application de quelques filtres sur une fréquence visuelle :
 - 3. 2. 3. 2. 1 Filtre "moyenne mobile" :
 - 3. 2. 3. 2. 2 Filtre gaussien :
 - 3. 2. 3. 2. 3 Filtre médian :
 - 3. 2. 3. 2. 4 Application des filtres :
 - 3. 3. Méthodes de désaisonnalisation par régression sur le temps :
 - 3. 3. 1. Principe de la méthode de régression :
 - 3. 3. 1. 1. Schéma additif : la somme des coefficients doit être nulle.
 - 3. 3. 1. 2. Schéma multiplicatif : la moyenne des coefficients doit être = 1.
 - 3. 3. 2. Régression sur le temps :
 - 3. 3. 3. Exposé du modèle multiplicatif de désaisonnalisation :
 - 3. 3. 3. 1. Calcul des multiplicateurs saisonniers «perturbés» :
 - 3. 3. 3. 2. « Neutralisation » annuelle des coefficients saisonniers :
 - 3. 3. 3. 3. Calcul de la série CVS :
 - 3. 3. 3. 4. Projections :
 - 3. 3. 3. 4. 1 Première étape :
 - 3. 3. 3. 4. 2 Deuxième étape :
- Conclusion :

Section 4 : Prévission par lissage exponentielle

Introduction :

- 4. 1. Lissage exponentiel simple LES :
- 4. 1. 1. Formules récursives de mise à jour :
- 4. 1. 2. Choix de la constante de lissage :
- 4. 1. 3. Critique de la méthode de lissage exponentiel simple :

4. 2. Lissage exponentiel double ou améliorée LED :

4. 2. 1. Calcule des coefficients :

4. 2. 2. Formules récursives de mise à jour :

4. 3. Lissage exponentiel généralisé LEG :

4. 3. 1. Matrices de transition fixes :

4. 3. 1. 1. Fonction constante :

4. 3. 1. 2. Fonction linéaire :

4. 3. 1. 3. Fonction polynomiale de degré m :

4. 3. 1. 4. Fonctions sinusoïdales :

4. 3. 1. 5. Fonction exponentielle :

4. 3. 2. Description de méthode LEG :

4. 3. 3. Méthode adaptative de mise à jour :

4. 4. Méthodes de Holt-Winters :

4. 4. 1. Méthode non saisonnière :

4. 4. 2. Méthode saisonnière :

4. 4. 2. 1. Méthode saisonnière additive :

4. 4. 2. 2. Méthode saisonnière multiplicative :

Conclusion :

Conclusion du chapitre 1 :

CHAPITRE 2 : Modélisation univariée et prévision des processus aléatoires

Introduction :

Section 1 : Processus aléatoires

Introduction :

1. 1. Quelques définitions et outils pour l'analyse des séries temporelles :

1. 1. 1. Opérateurs « de recul et d'avance » :

1. 1. 1. 1. Opérateur de recul B :

1. 1. 1. 2. Opérateur d'avance F :

1. 1. 2. Lecture de l'autocorrélogramme sous logiciel (EViews):

1. 2. Différents types de processus aléatoire stationnaire :

1. 2. 1. Processus à moyenne mobile :

1. 2. 1. 1. MA d'ordre 1 MA (1) :

1. 2. 1. 2. MA d'ordre q MA (q) :

1. 2. 2. Processus autorégressif AR :

1. 2. 2. 1. AR d'ordre 1 AR (1) ou processus markovien linéaire :

- 1. 2. 2. 2. AR d'ordre p AR (p) :
 - 1. 2. 3. Processus autorégressif moyenne mobile (ARMA) :
 - 1. 2. 4. Processus autorégressif moyenne mobile intégré (ARIMA) :
 - 1. 2. 5. Processus autorégressif moyenne mobile intégré saisonnier (SARIMA) :
 - 1. 3. Processus aléatoires non stationnaires :
 - 1. 3. 1. Tendance uniquement déterministe TD :
 - 1. 3. 2. Processus stochastiques non stationnaires à tendance stochastique TS :
- Conclusion :

Section 2 : Méthode de prévision de Box-Jenkins

Introduction :

- 2. 1. Stabiliser les processus aléatoires non stationnaires :
 - 2. 1. 1. Stabiliser des processus TS :
 - 2. 1. 2. Stabiliser des processus TS :
 - 2. 1. 2. 1. Pour enlever la tendance :
 - 2. 1. 2. 2. Pour enlever la saisonnalité :
 - 2. 1. 2. 3. Pour enlever tendance et saisonnalité :
 - 2. 1. 2. 4. Pour stabiliser la variance :
 - 2. 2. Fixer le modèle statistique :
 - 2. 3. Identification des modèles stationnaires :
 - 2. 4. Estimation :
 - 2. 5. Test de diagnostic ou de validation :
 - 2. 5. 1. Test de redondance :
 - 2. 5. 2. Coefficient de détermination :
 - 2. 5. 3. Test de bruit blanc :
 - 2. 5. 3. 1. Test de nullité de la moyenne des résidus :
 - 2. 5. 3. 2. Test d'autocorrélation des résidus :
 - 2. 5. 3. 2. 1. Test de Durbin Wastson :
 - 2. 5. 3. 2. 2. Étude de la ACF et de la PACF :
 - 2. 5. 3. 2. 3. Test du port manteau ou test d'adéquation globale du modèle :
 - 2. 5. 3. 2. 4. Test de Von Neumann's :
 - 2. 5. 3. 2. 5. Test du "CUSUM" de Brown, Durbin et Evans 1975 :
 - 2. 5. 3. 3. Test d'homoscédasticité :
 - 2. 5. 3. 4. Test de normalité :

- 2. 6. Spécification « automatique » des modèles ARMA :
- 2. 6. 1. AIC « *Akaike's Information Criterion* » :
- 2. 6. 2. FPE « *Final Predictin Error* » :
- 2. 6. 3. BIC « *Bayesian Information Critérion* » :
- 2. 6. 4. S de Schwarz :
- 2. 6. 5. CAT «*Criterion of Autoregressive Transfer function* » :

Conclusion :

Section 3 : Prévisions dans les ARMA et les ARIMA

Introduction :

- 3. 1. Prévision dans un AR(p) :
- 3. 2. Prévision dans un MA(q) :
- 3. 3. Prévision pour un ARMA (p, q) :
- 3. 3. 1. Prévision optimale :
- 3. 3. 2. Prévision approchée :
- 3. 3. 3. Equation de récurrence :
- 3. 4. Prévision pour un ARIMA (p, d, q) :
- 3. 4. 1. Prévision optimale :
- 3. 4. 2. Prévision approchée :
- 3. 4. 3. Equation de récurrence :
- 3. 5. Intervalles de prévision :
- 3. 5. 1. Erreur de prévision :
- 3. 5. 2. Intervalle de prévision :

Conclusion :

Conclusion du chapitre 2 :

CHAPITRE 3 : *Etude prévisionnelle de la consommation d'énergie électrique en Algérie*

Introduction :

Section 1 : Présentation générale de la Sonelgaz

- 1. 1. Histoire et évolution :
- 1. 2. Cadre juridique :
- 1. 2. 1. La loi sur l'électricité et la distribution du gaz par canalisation :
- 1. 2. 2. Cahier de charges relatif aux conditions de fourniture de l'électricité et du gaz par canalisations :
- 1. 2. 3. Statuts de Sonelgaz :

1. 3. Organisation du groupe : Principes d'organisation :

Section 2 : Stratégie de développement du secteur de l'électricité en Algérie

2. 1. Evolution de la production et de la consommation d'électricité en Algérie :

2. 2. Stratégie de développement :

2. 2. 1. Programme d'investissement :

2. 2. 1. 1. Transport d'électricité :

2. 2. 1. 2. Investissement gaz :

2. 2. 1. 3. Consistance et enveloppe financière :

2. 2. 2. Partenariat :

2. 2. 3. Présentation de la Direction Analyse et Prévision (DAP):

2. 2. 3. 1. Activité statistiques :

2. 2. 3. 2. Analyse de la demande :

2. 2. 3. 3. Prévision de la demande :

Section 3 : Consommation d'électricité : Caractéristiques et méthodes de prévision

3. 1. Solution technique adopté à la prévision de la consommation électrique :

3. 2. Concepts de base des prévisions :

3. 3. Paramètres influençant la consommation d'électricité :

3. 3. 1. Météorologie :

3. 3. 2. Activité économique :

3. 3. 3. Horaire légal :

3. 3. 4. Evénements exceptionnels :

3. 3. 5. Effet ramadhan :

Section 4 : Application de méthodologie Box-Jenckins sur la série de consommation d'électricité en Algérie

4. 1. Définition de la série :

4. 2. Etude préliminaire de la série :

4. 2. 1. Examen du graphe :

4. 2. 2. Examen du corrélogramme de la série brute :

4. 2. 3. Transformation logarithmique :

4. 3. Désaisonnaliser la série :

4. 4. Stationnariser la série:

4. 4. 1. Test de Dickey-Fuller (DF test) :

4. 4. 1. 1. Avec Constant et tendances :

4. 4. 1. 2. Avec Constant :

4. 5. Spécification du modèle :

4. 6. Estimation des paramètres

4. 7. Validation du modèle SARIMA $(0, 0, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$:

4. 7. 1. Test sur les paramètres :

4. 7. 2. Graphique des séries résiduelles réelles et estimées :

4. 7. 3. Test de normalité des résidus :

4. 7. 4. Test sur les résidus :

4. 7. 5. Test d'hétéroscédasticité :

4. 7. 6. Test de stabilité :

4. 8. Prévision :

Conclusion du chapitre 3 :

CONCLUSION GÉNÉRALE