



## Département de Maintenance en Electromécanique

# MÉMOIRE

Pour l'obtention du diplôme de Master

**Filière :** Génie Industriel  
**Spécialité :** Maintenance-Fiabilité-Qualité

## Thème

### Etude d'un cylindre bimatériaux soumis à une pression interne par la MEF

Présenté et soutenu publiquement par :

Nom Mecherfi                      Prénom Bilal

Nom Zeggari                      Prénom Mokhtar

Devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
Mm. Arbi Maàchia	MCB	IMSI	Président
.M.Haimour Rachida	MCB	IMSI	Encadreur
M.Djebli Yamina	MAA	IMSI	Examineur

**Juin 2018**

## **REMERCIEMENTS**

En premier lieu, Je voudrais bien remercier chaleureusement mon directeur de mémoire de Master, Madame Haimour Rachida qui a encadré ce travail Je tiens particulièrement à remercier Mm Arbi Maachia. de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ce mémoire. Mes remerciements vont aussi au M Djebeli Yamina . pour avoir accepté à évaluer ce travail. Je n'oublie pas aussi de remercier tous les enseignants de IMSI qui ont contribué à ma première année de formation et qui a eu lieu à l'Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed. Je tiens enfin à remercier également tous mes collègues et amis pour leur soutien, conseil et aide durant ces années.

## **DEDICACE**

Je dédie ce mémoire : Particulièrement à ma famille qui m'a toujours laissé la liberté dans le choix de mon cursus scolaire et qui a été toujours auprès de moi dans toutes les circonstances ainsi que son soutien moral qui m'ont permis d'arriver à ce stade et achever le travail de mon master dans des bonnes conditions. À mes Parents, À mes Frères et mes Sœurs, À ma grande Famille, À mes Amis, À tous ceux qui m'ont apporté leur aide.

# TABLE DES NOTATIONS

symbole	significations
$r$	Le module
$\theta$	l'angle
$\sigma_r$	La contrainte radiale
$\sigma_\theta$	La contrainte circonférentielle
A, B	Des constantes
d1	Le diamètre intérieur
d2	Le diamètre extérieur
n	$n=d2/d1$
p	La pression interne
$\varepsilon_\theta$	déformation circonférentielle
$U_x U_y U_z$	Les degrés de liberté de translation
$\theta_x \theta_y \theta_z$	Les degrés de liberté de rotation
K	matrice de rigidité
F	vecteur force
E	Module de Young
{U}	vecteur des degrés de libertés (n)
$\varepsilon$	la déformation des matériaux

# ***RESUME***

Les corps cylindriques soumis à des pressions internes ont une grande application dans le domaine de la mécanique. Sous l'effet des changements des pressions internes, ces corps peuvent subir d'importante déformation où le phénomène des fissurations peut facilement apparaître d'où leur risque à un endommagement important ou à leur destruction. Pour cela, on a effectué ce travail.

Notre étude consiste en l'analyse des contraintes limites élastiques et la détermination de leurs valeurs en fonction de l'épaisseur d'un corps cylindrique bimatériaux soumis à des pressions internes. Ont été déterminées les contraintes radiales  $\sigma_r$ , circonférentielles  $\sigma_\theta$  par les deux logiciels ainsi que par la méthode analytique.

**Les mots clés :** La déformation plane-les contraintes dans les cylindres-la pression interne-éléments finis- simulation numérique-logiciel RDM6-logiciel ANSYS

# TABLE DES MATIERES

DÉDICACE.....	I
REMERCIEMENTS.....	II
RESUME.....	III
TABLE DES MATIÈRES.....	IV
LISTE DES FIGURES.....	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XIII
LISTE DES NOTATIONS.....	XIV
INTRODUCTION GENERAL.....	1

## Chapitre I : GENERALITES SUR LES CYLINDRES SOUS PRESSION

I. Introduction.....	2
I.1. Théorie générale d'élasticité.....	3
I.1.1. Définition de La théorie d'élasticité .....	3
I.1.1.1. les hypothèses de l'élasticité.....	3
I.1.2. Équations d'élasticités en coordonnées polaires.....	4
I.1.3. Équations d'équilibre local.....	5
I.1.4. Relations d'Elasticité axisymétrique ... ..	6
I.2. Domaines d'utilisation .....	7
I.3. Choix des matériaux de construction des structures sous pression.....	9

I.6.	Différents défauts dans les cylindres sous pression .....	9
I.7.	Causes des défaillances des cylindres .....	10
I.8.	Contraintes dans les cylindres épais soumis à une pression interne.....	12
I.8.1.	Les sources des contraintes dans un cylindre .....	12
I.8.2.	la théorie de l'analyse des contraintes dans les cylindres épais soumis a une pression interne .....	13
I.8.3.	Contraintes dans les cylindres composes.....	14
I.9.	Conclusion.....	17

## **Chapitre II : GENERALITE SUR LA M.E.F**

II.	Introduction.....	18
II.1	Historique.....	18
II.2	Modélisation et discrétisation.....	19
II.4	Etapas de la méthode des éléments finis.....	20
II.5	Etapas pratiques du calcul par EF .....	22
II.6	Choix d'un maillage et discrétisation.....	23
II.7	Les Avantages de la M.E.F.....	25
II.8	Classement d'élément fini .....	25
II.9	les propriétés d'un élément fini .....	26
II.10.2	Les forces nodales .....	27
II.11.	Caractéristiques d'un élément fini .....	28
II.14	Loi de Hooke.....	29
II.17	Logiciels d'éléments finis .....	30

II.18 Conclusion.....	31
<b>Chapitre III : MODELISATION NUMERIQUE</b>	
III. Introduction .....	32
III.2.1. Les avantages d'utilisation des aciers inoxydables.....	34
III.4. La modélisation par ANSYS .....	35
III.4.2. Création de la géométrie par ANSYS.....	36
III.4.4. Conditions aux limites utilisées par le code ANSYS .....	38
III.5. La modélisation par RDM6 .....	39
III.5.2. Les différentes étapes a suivre pour la modélisation numérique par RDM6....	40
III.5.3. Création de la géométrie par RDM6 .....	42
III.5.5. Définir les matériaux .....	43
III.6. Conclusion .....	44
<b>Chapitre IV : Résultats et discussions</b>	
IV. Introduction .....	45
IV.1.2. Le code ANSYS .....	46
IV.1.2.2. Présentation graphique.....	48
IV.1.3. Le code RDM6 .....	49
IV.1.2.3. Présentation graphique .....	50
IV.3. Conclusion.....	53
CONCLUSION GENERALE .....	54





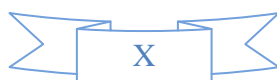
# *LISTE DES FIGURES*

## Chapitre I

Figure I.1	Exemples de contraintes planes.	4
Figure I.2	Exemple d'un cas de déformations planes (une coupe transversale du mur de barrage)	4
Figure I.3	les Coordonnées cylindriques	5
Figure I.4	Élément infiniment petit en équilibre	6
Figure I.5	Élément en équilibre	7
Figure I.6	Les conduites d'eau	8
Figure I.7	les gazoducs (gaz naturel)	8
Figure I.8	Un oléoduc (transport du pétrole)	8
Figure I.9	cylindres sous pression contenant une fissure axiale et circonférentielle	10
Figure I.10	Causes des ruptures des cylindres	11
Figure I.11	(a) : la soudure manuelle des tubes  (b) : la soudure automatique par machine des tubes.	11
Figure I.12	Déformation d'un cylindre sous pression interne L'état initial est au centre (en rouge).L'état final déformé est grise	12
Figure I.12	Variation des contraintes $\sigma_{\max}$ et $\tau_{\max}$ en fonction de l'épaisseur	14
Figure I.13	le cylindre composé	15
Figure I.14	les contraintes résultantes ( $\sigma_{\theta i}$ et $\sigma_{\theta e}$ )	16

## Chapitre II

Figure II.1	Étape de l'analyse d'un problème aux limites	19
Figure II.2	Maillage du domaine en triangles à trois nœuds	20
Figure II.3	Organigramme global du programme	21
Figure II.4	Les trois étapes du calcul : pré-traitement, résolution et post-traitement	22
Figure II.5	Organigramme d'étapes pratiques du calcul par EF	23
Figure II.6	Un exemple de maillage triangulaire	24
Figure II.7	Quelques types d'éléments bidimensionnels courants. Ces éléments sont notamment utilisés pour les théories bidimensionnelles (contraintes planes, déformations planes, axisymétrie)	24
Figure II.8	Exemples de découpages géométriques appartenant à des maillages :  (a) une partie du volume d'air entourant un avion (pour une simulation d'acoustique 3D)  (b) un modèle plan d'un moteur électrique (pour une simulation d'électromagnétisme 2D)	25
Figure II.9	Deux maillages plans avec leurs nœuds.	27
Figure II.10	Modélisation par éléments finis des efforts nodaux extérieurs (Une distribution de pression uniforme)	27
Figure II.11	Exemple des conditions aux limites	29



## Chapitre III

Figure III.1	L'exemple étudié	32
Figure III.2	Dimensionnement du cylindre étudié	33
Figure III.3	La fenêtre de code « ANSYS 12.1 »	35
Figure III.4	La géométrie étudiée (le quart)	36
Figure III.5	Géométrie de l'élément PLANE183	37
Figure III.6	les résultats des contraintes de l'élément PLANE183	37
Figure III.7	Le choix du maillage	38
Figure III.8	Présentation de Conditions aux limites de la structure étudiée et l'application de la charge par ANSYS	38
Figure III.9	La fenêtre de code « RDM6-Elément Finis»	40
Figure III.10	l'organigramme d'étapes à suivre pour la modélisation	41
Figure III.11	La géométrie par RDM6	42
Figure III.12	Maillage par RDM6	42
Figure III.13	Définir les matériaux par RDM6	43
Figure III.14	Présentation de Conditions aux limites de la structure étudiée et l'application de la charge par RDM6	43

## Chapitre IV

Figure IV.1	la distribution des contraintes radiale ( $S_x$ )	46
Figure IV.2	la distribution des contraintes circonférentielles ( $S_y$ )	47

Figure IV.3	contraintes radial ( $\sigma_r$ ) et contraintes circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ) à travers l'épaisseur du cylindre	48
Figure IV.4	la distribution des contraintes radiales ( $S_x$ )	49
Figure IV.5	la distribution des contraintes circonférentielles ( $S_y$ )	49
Figure IV.6	contraintes circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ) et contraintes radial ( $\sigma_r$ ) à travers l'épaisseur du cylindre	50
Figure IV.7	les contraintes radial ( $\sigma_r$ ) donnée par les 3 méthodes utilisés à travers l'épaisseur du cylindre	51
Figure IV.8	les contraintes circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ) donnée par les 3 méthodes utilisés à travers l'épaisseur du cylindre	52

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau (IV.I) contraintes radiales et circonférentielle à  $d_1$  et  $d_2$

51

# INTRODUCTION GENERALE

Dans les secteurs industriels, les structures cylindriques constituent un sujet majeur de recherche depuis plusieurs dizaines d'années. Ces structures sont utilisées en tant que moyens les plus économiques et les plus sûres pour le transport du fluide (pétrole, gaz) [1]

Les outils numériques de simulation par les éléments finis à la place du procédé de prototypage expérimental qui est très coûteux sont de plus en plus utilisés par les ingénieurs dans différents secteurs industriels. Le calcul par éléments finis est devenu très répandu dans de nombreux domaines de technologie, (la mécanique, le génie civil, etc....).

Pour toutes ces raisons, notre travail entre dans le cadre de l'application de la méthode des éléments finis au domaine des structures sous pression composée de différents matériaux. Ce travail a pour objectif d'étudier les contraintes radiales  $\sigma_r$  et circonférentielles  $\sigma_\theta$  d'un cylindre composé soumis à une pression interne. L'étude, menée dans le cadre de l'application de la méthode des éléments finis, on utilise un code spécial « ANSYS » et le logiciel « RDM6 ». Une comparaison des résultats de chaque étude par les logiciels a été effectuée.

Cette étude illustrée dans ce mémoire est composée de quatre chapitres. Les deux premiers chapitres sont consacrés à une recherche bibliographique. Au premier chapitre, on a essayé de donner quelques généralités sur les cylindres sous pression. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des éléments finis. Alors que le troisième chapitre, est réservé aux différentes simulations qui ont été menées par les deux logiciels. Au quatrième chapitre, nous présentons les résultats et discussions et nous terminons par une conclusion générale.

**I. INTRODUCTION :**

Les corps cylindriques soumis à des pressions internes ont une grande application dans le domaine de la mécanique tel que : les conduites d'eau, les gazoducs, les oléoducs, les turboréacteurs, les fusées, ainsi que dans la biomécanique. En effet, sous l'effet des changements des pressions internes, ces corps peuvent subir d'importante déformation d'où le risque d'un endommagement important ou la destruction. Pour cela, la détermination d'épaisseur de ces corps joue un rôle très important pour éviter leur endommagement. Les contraintes peuvent être réduites considérablement en augmentant l'épaisseur du cylindre jusqu'à un certain point. Après ce point les contraintes ne peuvent pas être réduites considérablement, et un cylindre composé peut être utilisé pour réduire les contraintes.

Le dimensionnement des corps cylindriques soumis à des changements de pressions internes reste toujours un axe de recherche important dans le domaine de la mécanique et même de la biomécanique. En effet, l'augmentation de la pression à l'intérieur de ces corps peut provoquer d'importante déformation

Sous l'effet des contraintes internes, ces corps peuvent être exposés à des problèmes de fuites, de ruptures ou d'explosions. Dans certaines situations, il est impossible de considérer toutes les contraintes qui agissent dans une structure comme appartenant au domaine élastique. Des contraintes supérieures à la limite élastique du matériau peuvent se produire lorsqu'une structure est soumise à des sollicitations comme accidentelles ou exceptionnelles (pression interne). La structure doit alors résister sans s'effondrer, mais peut subir des déformations permanentes [2]. Par ailleurs et dans le domaine de la biomécanique, une petite variation de pression, hors de la limite élastique peut provoquer la fissuration d'un vaisseau sanguin ; d'où l'immobilisation du corps concerné [3]. Notre travail consiste à connaître la distribution des contraintes à travers l'épaisseur d'un cylindre bi-matériaux, on appliquant une pression interne(P).

**I.1. THEORIE GENERALE DE L'ELASTICITE :****I.1.1. DEFINITION DE LA THEORIE D'ELASTICITE :****I.1.1.1. LES HYPOTHESES DE L'ELASTICITE :**

La théorie de l'élasticité étudie la répartition des déplacements, des déformations et des contraintes dans un solide soumis à des forces extérieures.

On adoptera les hypothèses suivantes :

- Le matériau est homogène (il a les mêmes propriétés en tout point) et isotrope (en un point donné, il a les mêmes propriétés dans toutes les directions).
- Le comportement du matériau est linéaire (les relations entre les contraintes et les déformations sont linéaires) et élastique (le solide reprend sa forme initiale dès que les forces appliquées sont supprimées).

L'étude se résume généralement en la recherche de certaines fonctions représentant les composantes de déplacements [4]. Ces fonctions doivent satisfaire les équations différentielles d'équilibre en tout point du corps aussi que les conditions aux limites de ce corps.

**I.1.1.2. PROBLEMES D'ELASTICITE PLANE :**

Les problèmes d'élasticité plane font intervenir des structures bidimensionnelles continues chargées dans leur plan. Les problèmes d'élasticité plane peuvent être classés en deux groupes distincts :

- les problèmes de contraintes planes : cas d'une structure avec une faible épaisseur par rapport aux autres dimensions et dont les contraintes normales au plan sont négligées. Les problèmes de cette catégorie comprennent par exemple les plaques minces dans les structures cellulaires, les plaques perforées en traction et l'âme des poutres épaisses (voir figure I.1).



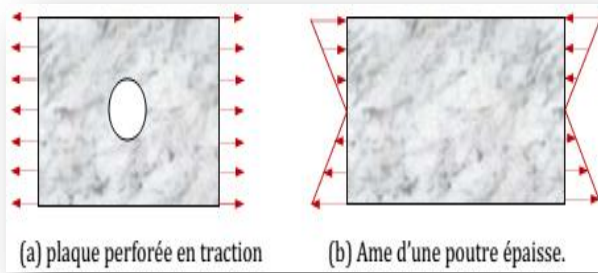


Figure (I.1) : Exemples de contraintes planes

- les problèmes de déformations planes : cas d’une structure à une dimension très importante par rapport aux autres dimensions et dont la déformation normale au plan de la charge est nulle (voir figure I.2).

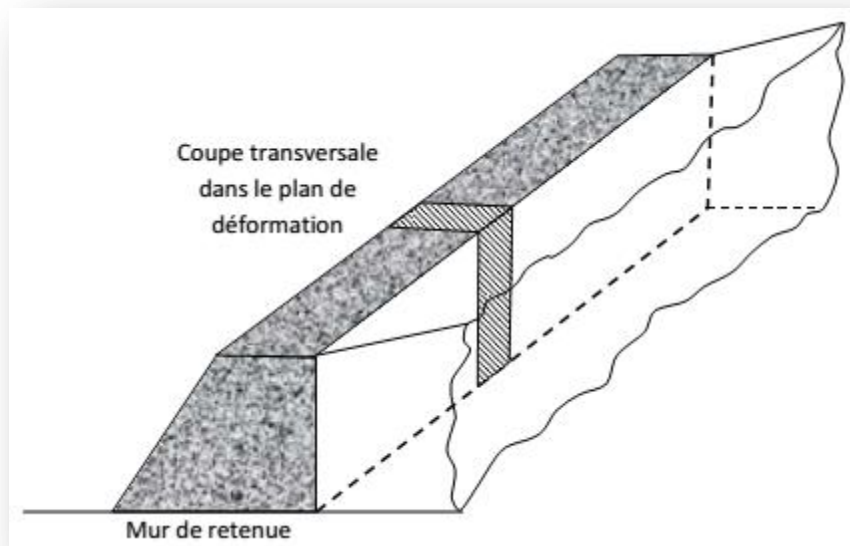


Figure (I.2) : Exemple d’un cas de déformations planes (une coupe transversale du mur de barrage)

**I.1.2. ÉQUATIONS D’ELASTICITES EN COORDONNEES POLAIRES :**

Il est commode d’utiliser les coordonnées polaires pour le traitement de problèmes de forme curviligne, (anneaux, disques, cylindres), ainsi que pour la structures à symétrie axiale.

En coordonnées polaires la position d’un point est définie par :

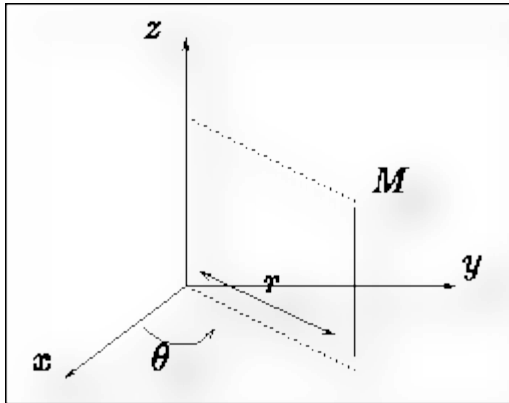


Figure (I.3): les Coordonnées cylindriques

$$x = r \cos \theta \quad , \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{I.1}$$

$$y = r \sin \theta \quad , \quad \theta = \arctg \frac{x}{y} \tag{I.2}$$

Par hypothèses sur la géométrie du domaine, tout point M(x, y, z) est complètement défini par les variables (r, θ, z) [5]

**I.1.3. ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE LOCAL :**

Les équations d'équilibres en coordonnées cylindriques dans le cas tridimensionnel (voir figure I.4) s'écrivent [5]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \tag{I.3}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} = 0 \tag{I.4}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \tau_{rz} = 0 \tag{I.5}$$

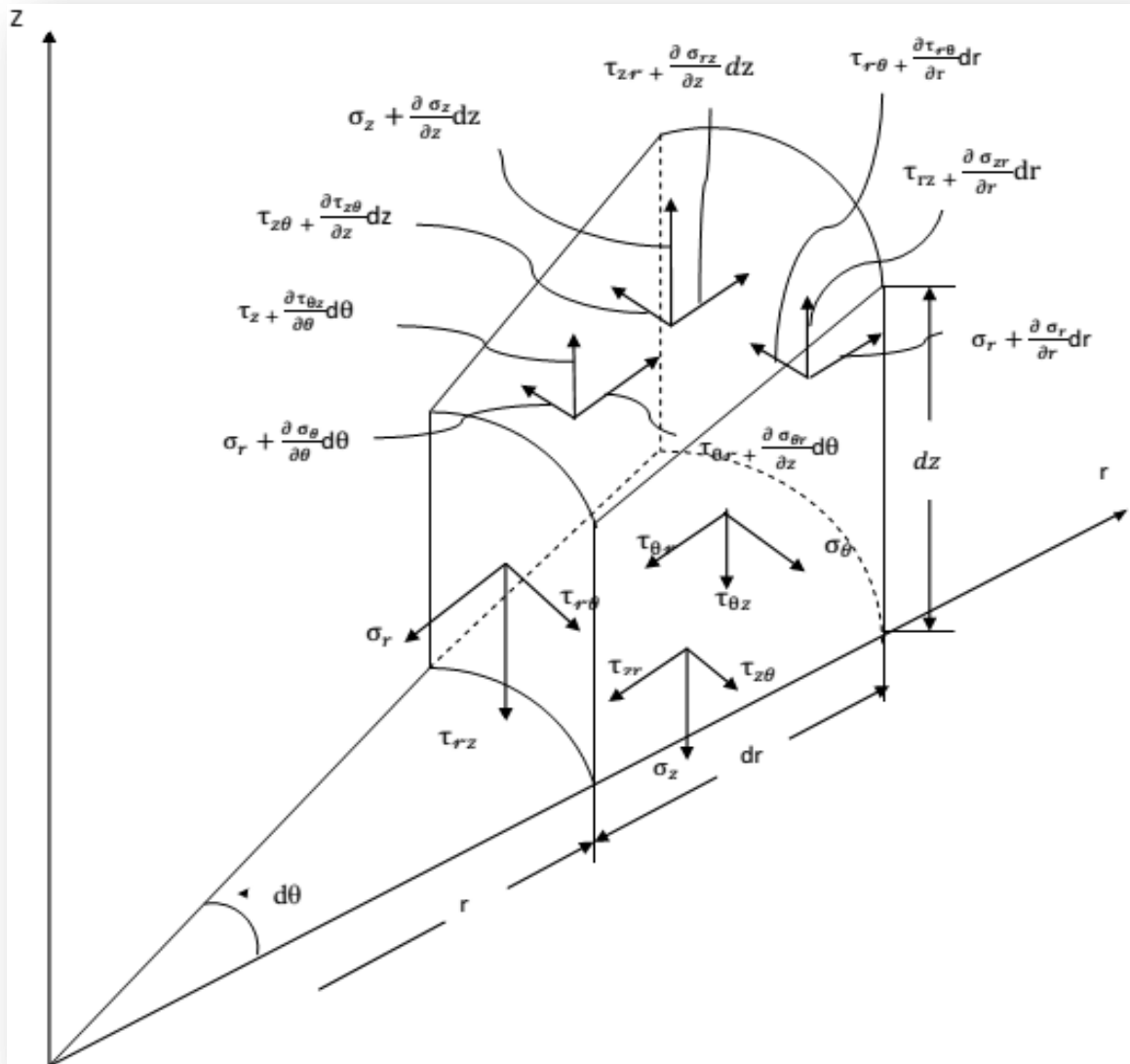


Figure (I.4) : Elément infiniment petit en équilibre

I.1.4. RELATIONS D'ELASTICITE AXISYMETRIQUE :

Si les contraintes sont distribuées symétriquement par rapport à un axe de symétrie passant par l'origine et perpendiculaire au plan de la déformation, les composantes des contraintes ne dépendent pas de l'angle  $\theta$  et sont fonction de deux argument  $(r, z)$  et par raison de symétrie on aura [5] :

$$\tau_{r\theta} = \tau_{z\theta} = 0 \tag{I.6}$$

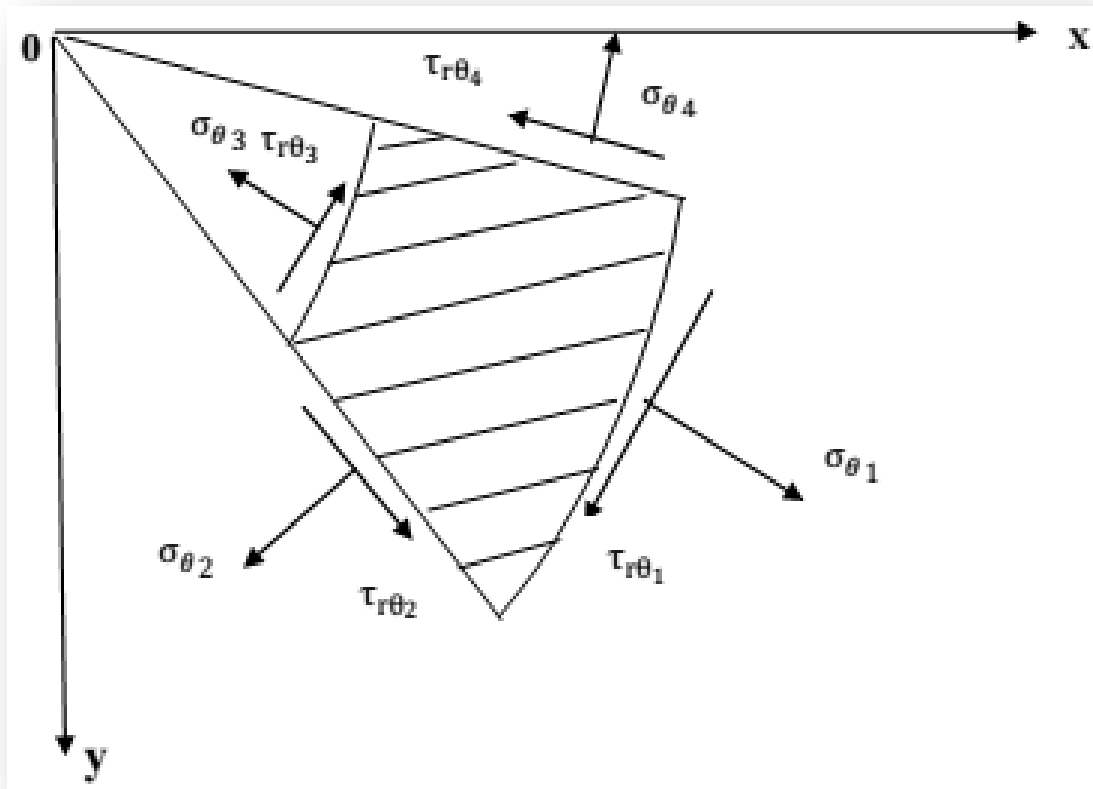


Figure (I.5): Elément en équilibre

Dans ce cas nous avons deux équations d'équilibres [5] :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) = 0 \tag{I.7}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \tau_{rz} = 0 \tag{I.8}$$

## I.2. DOMAINES D'UTILISATION :

Les corps cylindriques soumis à des pressions internes ont une grande application dans le domaine de la mécanique tel que :

- Le transport d'eau, gaz, pétrole (voir figure (I.6), (I.7), (I.8))
- les turboréacteurs et les fusées
- et même dans la biomécanique telle que les tubes minces et les vaisseaux sanguins.



**Figure (I.6) :** Les conduites d'eau



**Figure (I.7):** les gazoducs (gaz naturel)



**Figure (I.8) :** Un oléoduc (transport du pétrole)

### I.3. CHOIX DES MATERIAUX DE CONSTRUCTION DES STRUCTURES

#### SOUS PRESSION :

Les matériaux doivent résister aux différentes sollicitations appliquées [6], Le choix de matériaux est aussi une affaire de coût. D'autres paramètres rentrent en ligne de compte, comme la résistance du matériau à l'apparition et à la propagation de fissure, sa résistance à la corrosion, mais aussi la plus ou moins grande facilité de mise en œuvre du matériau pour la réalisation du cylindre (soudabilité, usinage...).

Un aspect essentiel du dimensionnement du cylindre consiste d'autre part à étudier ses conditions de stabilité, notamment les critères d'apparition des différents modes de flambage.

**I.4. REGLES DE CALCULS DES STRUCTURES SOUS PRESSION :**

De même que pour le choix des matériaux, l'étude du dimensionnement des cylindres sous pression est indispensable à la sécurité. Ces règles de calcul doivent tenir compte de toutes les sollicitations et conditions de fonctionnement (mécanique, thermique,...) de ces cylindres dans le domaine élastique, pour garantir la sécurité maximale.

Elles permettent de choisir les formes, de concevoir les assemblages et de déterminer les épaisseurs et les dimensions, afin de prévenir les différents modes de défaillance. Ceci dans le respect de la réglementation et de la normalisation de ces cylindres, (CODAP [6], BS 5500 [7], AMSE [8]). Tous les codes de construction imposent la détermination avec précision des contraintes maximales que subissent les cylindres. Ces contraintes maximales associées aux modes de fabrication, d'assemblage, d'inspection et aux choix des matériaux imposent les épaisseurs à retenir et optimisent le coût.

**I.5. REGLES DE FABRICATION :**

Dans la fabrication d'un cylindre sous pression, les règles de fabrication jouent un grand rôle dans la solidité et la résistance. Ces règles, doivent en particulier prendre en compte les paramètres suivants :

- Catégorie de construction
- Conditions de service des éléments assemblés : sollicitations mécaniques et thermiques répétées, sollicitations variables cycliques, efforts extérieurs, corrosion
- Moyens de fabrication dont dispose le fabricant : découpage, usinage, soudage, formage
- Nature et étendue des contrôles requis par le code
- Exigences réglementaires éventuellement applicables et complémentaires au code

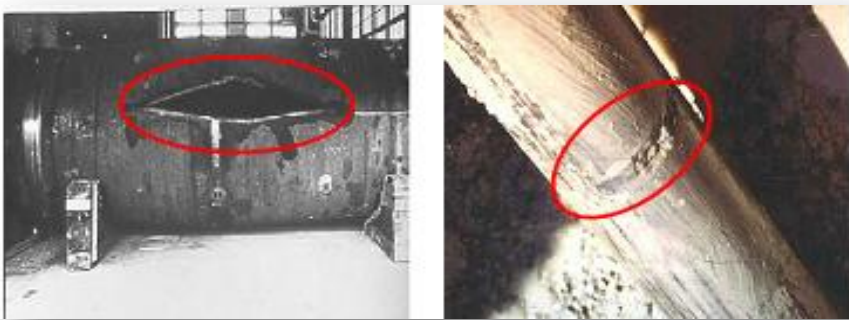
**I.6. DIFFERENTS DEFAUTS DANS LES CYLINDRES SOUS PRESSION :**

Les défauts rencontrés dans les soudures des cylindres sous pression sont classés en groupe dans la norme française ISO 6520 « classification des défauts dans les soudures par fusion des métaux, avec commentaires explicatifs » [9] :

- **Groupe 1** : Les fissures (microscopiques, longitudinales, transverses)(voir figure I.9)

- **Groupe 2** : Les soufflures sphéroïdales, en nids, alignées (ou en chapelet), allongées, vermiculaires, piqûres
- **Groupe 3** : Les inclusions (solides, en laitier, de flux, métalliques)
- **Groupe 4** : Les manques de fusion (ou collage), les manques de pénétration
- **Groupe 5** : Les formes défectueuses (les caniveaux, les morsures, les surépaisseurs)

Le caractère brutal de la rupture des structures sous pression impose une exigence maximale du taux d'acceptation des défauts. Parmi lesquels, on cite les fissures débouchant (défauts plans), semi-circulaire ou semi elliptique. Ce dernier étant le défaut le plus nocif



**Figure (I.9)** : cylindres sous pression contenant une fissure axiale et circonférentielle

### I.7. CAUSES DES DEFAILLANCES DES CYLINDRES :

Les causes des défaillances des cylindres sous pression sont de diverses natures. Elles peuvent se manifester soit par une rupture, soit par une fuite « fissure ». La plupart de ces défaillances sont causées par des piqûres de corrosion ou par des fissurations de corrosion sous contrainte, mais il existe également des problèmes liés aux défauts de soudage. Les mouvements de terrain peuvent aussi être la cause de dommage sur cylindres enterrés. Les exploitants des cylindres étudient ces problèmes depuis longtemps et possèdent une bonne connaissance des méthodes permettant de les gérer, Voir (Figure I.10)

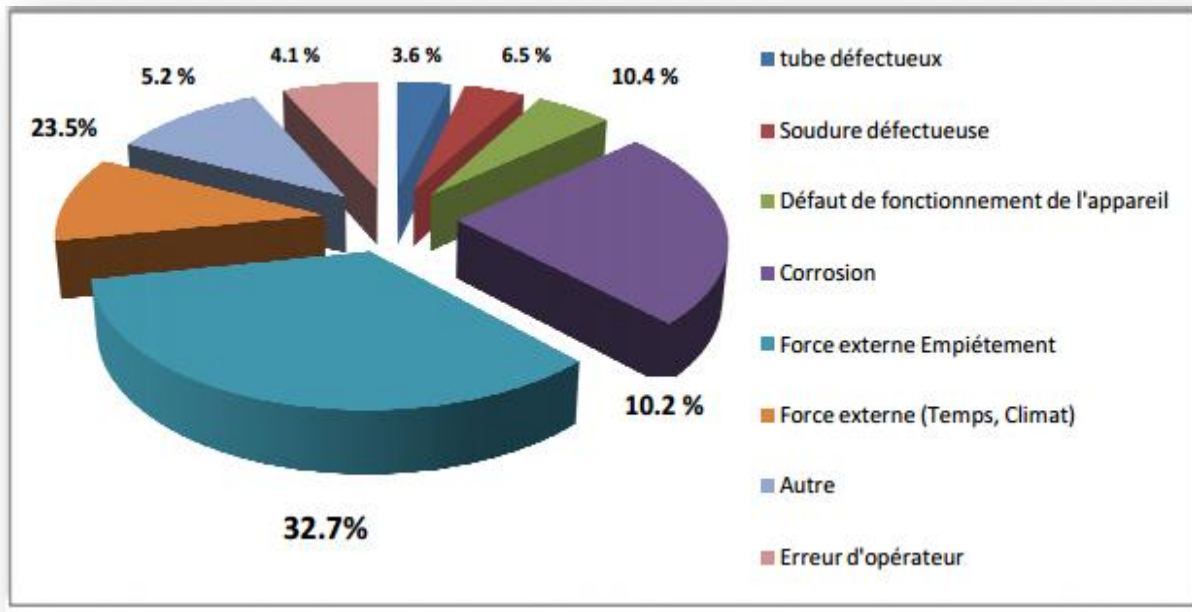


Figure (I.10) : Causes des ruptures des cylindres [10]

Mais il ne faut tout de même pas négliger les agressions mécaniques extérieures. En effet, il arrive que les cylindres soient endommagés ou perforés accidentellement lors de travaux [11]



(a)



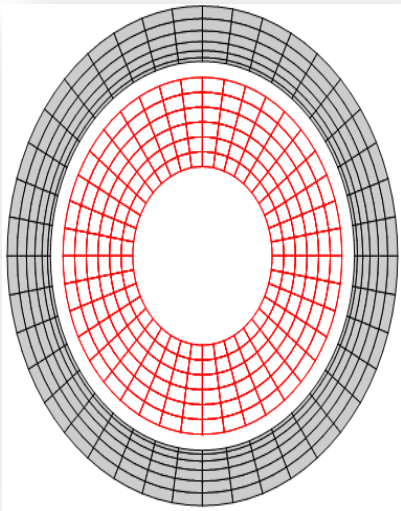
(b)

Figure (I.11) : (a) : la soudure manuelle des tubes

(b) : la soudure automatique par machine des tubes.

En plus, sous l'effet de la pression sur les parois du cylindre, celui-ci se déforme. La section du cylindre passe d'une géométrie en "O" à une forme en "U" et puis reste inchangée.





**Figure (I.12) :** Déformation d'un cylindre sous pression interne L'état initial est au centre (en rouge).

L'état final déformé est grise.

## **I.8. CONTRAINTES DANS LES CYLINDRES EPAIS SOUMIS A UNE PRESSION INTERNE :**

### **I.8.1. LES SOURCES DES CONTRAINTES DANS UN CYLINDRE :**

Dans un cylindre soumis à une pression interne uniforme, les contraintes exercées sont normales et se trouvent dans deux directions : le long de la circonférence du cylindre, contrainte dite circonférentielle, et longitudinalement dans l'axe du cylindre, contrainte dite longitudinale ou axiale.

**1/ Plusieurs sources de contraintes circonférentielles existent [12]:**

- La pression interne agit normalement de la composante de contrainte la plus importante dans le cylindre.
- La fabrication du cylindre qui induit une contrainte résiduelle.
- Au niveau des soudures, ou associées à des stries à des piqures de corrosion qui indique la présence de contraintes

**2/ Pour les sources des contraintes longitudinales (axiales) nous citons [12]:**

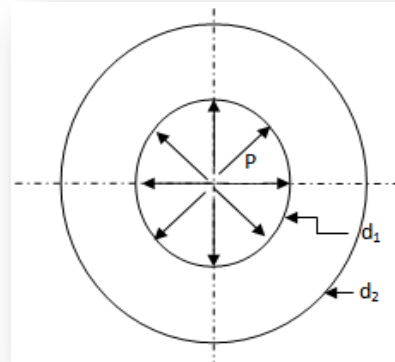
- La pression interne qui donne aussi contraintes axiales.

- La variation de température le long de l'axe du cylindre.
- Le glissement de terrain

**I.8.2. LA THEORIQUE DE L'ANALYSE DES CONTRAINTES DANS LES CYLINDRES EPAIS SOUMIS A UNE PRESSION INTERNE :**

On utilise les formules suivantes [13] :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= A + \frac{B}{r^2} \text{ ou } \sigma_r = A + \frac{B}{d^2} \\ \sigma_\theta &= A - \frac{B}{r^2} \text{ ou } \sigma_\theta = A - \frac{B}{d^2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{équations} \\ \text{de Lamé} \end{array} \quad (I.9)$$



A et B sont des constantes

Les conditions aux limites sont:

pour  $d = d_1$  : on a:  $\sigma_r = -P = A + \frac{B}{d_1^2}$  (I.10)

pour  $d = d_2$  : on a:  $\sigma_r = 0 = A + \frac{B}{d_2^2}$  (I.11)

donc :  $A = -\frac{B}{d_2^2}$  (I.12)

On substituant (I.12) dans (I.10) on aura :

$$-P = -\frac{B}{d_2^2} + \frac{B}{d_1^2} = B \frac{(d_2^2 - d_1^2)}{d_1^2 d_2^2} \quad (I.13)$$

donc :  $B = -\frac{P d_1^2 d_2^2}{(d_2^2 - d_1^2)} = -\frac{P d_2^2}{(n^2 - 1)}$  (I.14)

où :  $n = \frac{d_2}{d_1}$

et :  $A = -\frac{B}{d_2^2} = \frac{P}{(n^2 - 1)}$  (I.15)

enfin :  $\sigma_r = \frac{P}{(n^2 - 1)} - \frac{P d_2^2}{(n^2 - 1) d^2} = \frac{-P}{(n^2 - 1)} \left( \frac{d_2^2}{d^2} - 1 \right)$  (I.16)

et :  $\sigma_\theta = \frac{P}{(n^2 - 1)} \left( \frac{d_2^2}{d^2} + 1 \right)$  (I.17)

Les contraintes sont maximales à  $d = d_1$  :

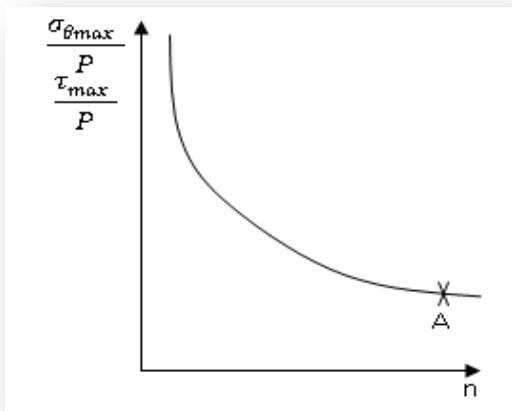
$$\sigma_{\theta\max} = \frac{P(n^2 + 1)}{(n^2 - 1)} ; \quad \sigma_{r\max} = -P ; \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_{\theta 1} - \sigma_{r1}}{2} = \frac{Pn^2}{(n^2 - 1)}$$

**I.8.3. CONTRAINTES DANS LES CYLINDRES COMPOSES :**

$$\frac{\sigma_{\theta\max}}{P} = \frac{(n^2 + 1)}{(n^2 - 1)} ; \quad \frac{\tau_{\max}}{P} = \frac{n^2}{(n^2 - 1)} \quad \text{où } n = \frac{d_2}{d_1}$$

Examinons maintenant l'effet de l'épaisseur du cylindre sur  $\sigma_{\theta\max}$  et  $\tau_{\max}$ , pour  $d_1$  et  $P$  donnés[13]:

$\sigma_{\theta\max}$  et  $\tau_{\max}$  peuvent être réduites considérablement en augmentant l'épaisseur du cylindre jusqu'à un certain point A (voir figure ci-dessous).



**Figure (I.13) :** Variation des contraintes  $\sigma_{\max}$  et  $\tau_{\max}$  en fonction de l'épaisseur

Après le point A les contraintes ne peuvent pas être réduites considérablement. Un cylindre composé peut être utilisé pour réduire les contraintes.

Soit un cylindre épais composé de deux cylindres : le cylindre extérieur a un diamètre intérieur  $d_i$  et le cylindre intérieur de diamètre extérieur  $d_e$  (voir figure(I.14)).

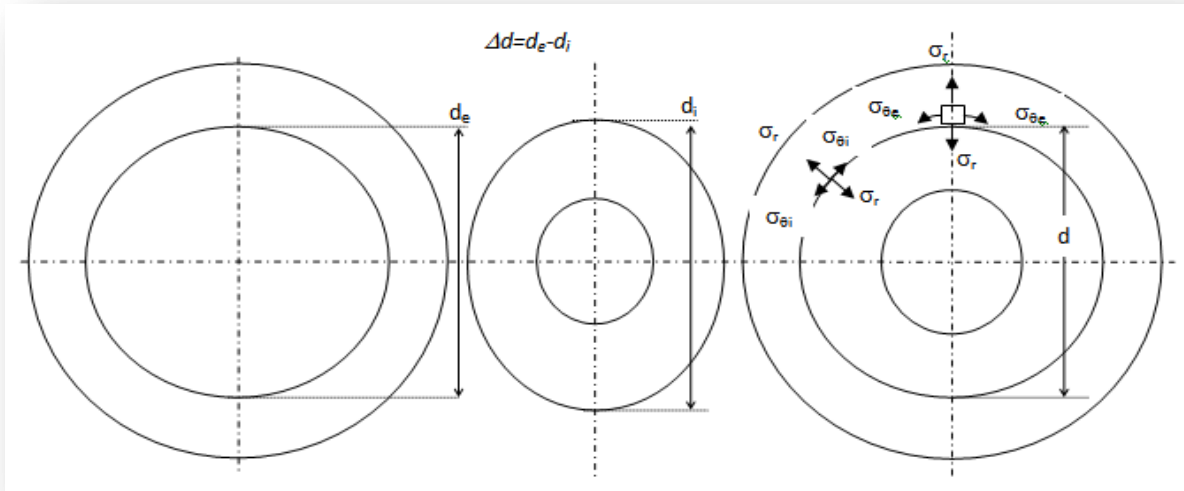


Figure (I.14): le cylindre composé

Le cylindre extérieur est chauffé ainsi il se dilate, ensuite le cylindre intérieur est placé à l'intérieur du cylindre extérieur. Après refroidissement les contraintes  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{\theta i}$  et  $\sigma_{\theta e}$  sont induites.

Supposons que les 2 cylindres se dilatent à un diamètre commun d (en effet le cylindre extérieur se dilate et le cylindre intérieur se contracte) :

$$d_e + \delta d_e = d_i + \delta d_i \tag{I.18}$$

$$\Delta d = d_e - d_i = \delta d_i - \delta d_e \tag{I.19}$$

Afin de déterminer  $\delta d_i$  et  $\delta d_e$  on a :

par définition:  $\epsilon_\theta = \frac{\pi(d+\delta d) - \pi d}{\pi d} = \frac{\delta d}{d} =$  déformation circonférentielle (I.20)

En utilisant la loi de Hooke :

$$\epsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_r + \sigma_A) \tag{I.21}$$

Puisque le cylindre composé n'est soumis qu'à des pressions interne et externe, la contrainte transversale  $\sigma_A$  peut être négligée, donc :

$$\epsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta}{E} - \frac{\nu \sigma_r}{E} = \frac{\delta d}{d} \tag{I.22}$$

Ainsi :

$$\delta d = \frac{d}{E} (\sigma_\theta - \vartheta \sigma_r) \tag{I.23}$$

En remplaçant les expressions de  $\delta d_i$  et  $\delta d_e$  dans l'équation (I.22), on aura :

$$\Delta d = \delta d_i - \delta d_e = \frac{d_i}{E_i} (\sigma_{\theta i} - \vartheta_i \sigma_r) - \frac{d_e}{E_e} (\sigma_{\theta e} - \vartheta_e \sigma_r) \tag{I.24}$$

Puisque :

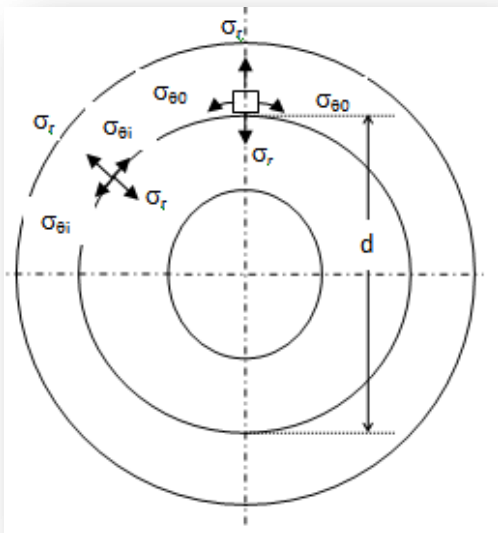
$$d_i \approx d_e \approx d_1 \approx d$$

$$\Delta d = \frac{d}{E_i} (\sigma_{\theta i} - \vartheta_i \sigma_r) - \frac{d}{E_e} (\sigma_{\theta e} - \vartheta_e \sigma_r) \tag{I.25}$$

Si  $E_i = E_e$  et  $\vartheta_i = \vartheta_e$  Donc :

$$\Delta d = \frac{d}{E} (\sigma_{\theta i} - \sigma_{\theta e}) \tag{I.26}$$

Où  $\sigma_{\theta i}$  et  $\sigma_{\theta e}$  sont les contraintes résultantes (voir figure (I.15)), c.à.d. contraintes dues à la pression de frottement+contraintes dues à la pression interne.



**Figure (I.15) :** les contraintes résultantes ( $\sigma_{\theta i}$  et  $\sigma_{\theta e}$ )

Le frettage est une méthode d'assemblage utilisée depuis l'antiquité et fréquente aujourd'hui dans de nombreuses applications industrielles. L'assemblage frette constitue un exemple simple de structure qui, bien que soumise à aucun chargement extérieur, est le siège de contraintes internes auto équilibrées.

**I.9. CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, un rappelle des problèmes des déformations planes a été représenté. Nous avons cité, la théorie générale d'élasticité, ses domaines d'utilisation et choix des matériaux de construction des structures sous – pression. Les différents défauts dans les cylindres sous pression ainsi que la théorie de l'analyse des contraintes dans les cylindres soumis à une pression interne a été présenté. Le chapitre s'achève par la présentation des cylindres composés comme moyen de réduction des contraintes maximales.

## II. INTRODUCTION :

Les techniques de calcul des structures ont connu ces trente dernières années un développement considérable, motivé par les besoins des industries et soutenu par les progrès effectués dans le domaine des ordinateurs. Ainsi, la M.E.F (Méthode des éléments finis) est communément utilisée aujourd'hui pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie.

### II.1. HISTORIQUE :

Les bases théoriques de la méthode des éléments finis (M.E.F) repose d'une part sur la formulation énergétique de la mécanique des structures et d'autre part sur les méthodes d'approximations.

La M.E.F a été mise au point en 1953 chez Boeing (Seattle, USA, calcul des structures d'ailerons d'avion) ; on y développe le premier élément fini, sa matrice de rigidité, l'assemblage et la résolution par la méthode des déplacements (publié par Turner, Clough, Martin et Topp en 1956) [14].

Quant aux bases théoriques générales, alliant l'analyse des structures en barres et poutres avec celle des solides, elles sont étudiées de 1954 à 1960 (Argyris, Kelsey) [15]. certaines idées apparurent auparavant, en particulier chez les mathématiciens pour résoudre divers problèmes aux limites par exemple celui de la torsion de Saint Venant en divisant la section en triangles, mais elles restèrent sans suite.

L'expression élément fini a été inventée par Clough en 1960. Durant les années 60, la M.E.F s'attaque à tous les domaines du calcul de structures, principalement dans le domaine de la mécanique des solides et des structures ont été conçus pour être exécutés sur de gros ordinateurs plusieurs programmes basés sur la MEF (ABAQUS, SAP, CATIA)

La crédibilité des résultats obtenus va permettre l'utilisation de la méthode des éléments finis par des entreprises et des bureaux d'études de taille réduite. C'est évidemment l'apparition d'ordinateurs puissants qui a permis le développement de la simulation numérique. Le rythme d'évolution de l'informatique est actuellement gigantesque et les possibilités d'application augmentent sans cesse.

**II.2. MODELISATION ET DISCRETISATION :**

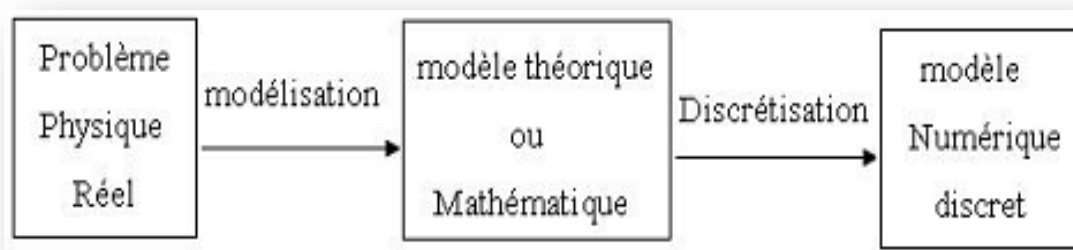
La simulation par éléments finis repose sur une théorie, c'est-à-dire un ensemble de lois, (hypothèses, théorèmes) permettant d'exprimer un résultat en fonction de données de départ ; c'est dans le cadre de cette théorie que les modèles et les résultats sont définis.

Donc pour la résolution des problèmes des milieux continus, Il faut avoir une analyse numérique qui simulera au mieux un problème, on effectuant deux opérations essentielles la modélisation et la discrétisation, ces opérations se font en deux temps (voir figure II.1):

1. La modélisation c'est-à-dire le passage de la réalité à un ensemble de modèles définis dans le cadre de la mécanique des milieux continus, définissant un "problème continu" insoluble
2. La discrétisation qui porte sur les deux aspects principaux du problème pratique :
  - Représentation de la géométrie, des charges, des conditions aux limites.
  - Choix des éléments finis et du maillage

La discrétisation c'est la transformation de toutes les théories de la mécanique des milieux continus en lois discrétisées, C'est pourquoi on dit généralement que les éléments finis sont une technique de résolution approchée des équations aux dérivées partielles.

La discrétisation et les fonctions de base ont naturellement une influence considérable sur la modélisation, qui s'effectue dans le cadre théorique, et sur le résultat.



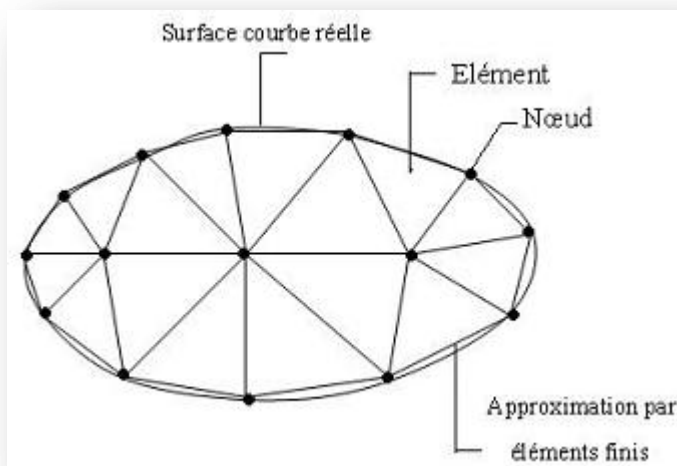
**Figure (II.1) :** Étape de l'analyse d'un problème aux limites



### II.3. RAPPEL DES PRINCIPES DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS :

La MEF est basée sur une idée simple : subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds. Nous considérons le comportement mécanique de chaque élément séparément, puis nous assemblons ces éléments de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Les nœuds et les éléments n'ont pas forcément de signification physique particulière, mais sont basés sur des considérations de précision de l'approximation. [16]



**Figure (II.2) :** Maillage du domaine en triangles à trois nœuds

### II.4. ÉTAPES DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS :

Dans diverses applications précitées, les éléments finis perdent leur signification physique d'éléments structuraux : la méthode des éléments finis est considérée comme un outil mathématique destiné à résoudre les équations différentielles.

Néanmoins, les étapes de l'étude d'un problème aux limites sont toujours les mêmes, on peut les résumer en sept étapes :

1. Discrétisation du domaine en un maillage d'éléments finis figure (II.2)
2. Interpolation en respectant les critères de convergence
3. Calcul des caractéristiques de chaque élément
4. Assemblage
5. introduction des conditions aux limites essentielles et résolution
6. Évaluation, dans chaque élément, des grandeurs utiles (contraintes, déplacements)
7. Jugement de manière critique les résultats obtenus

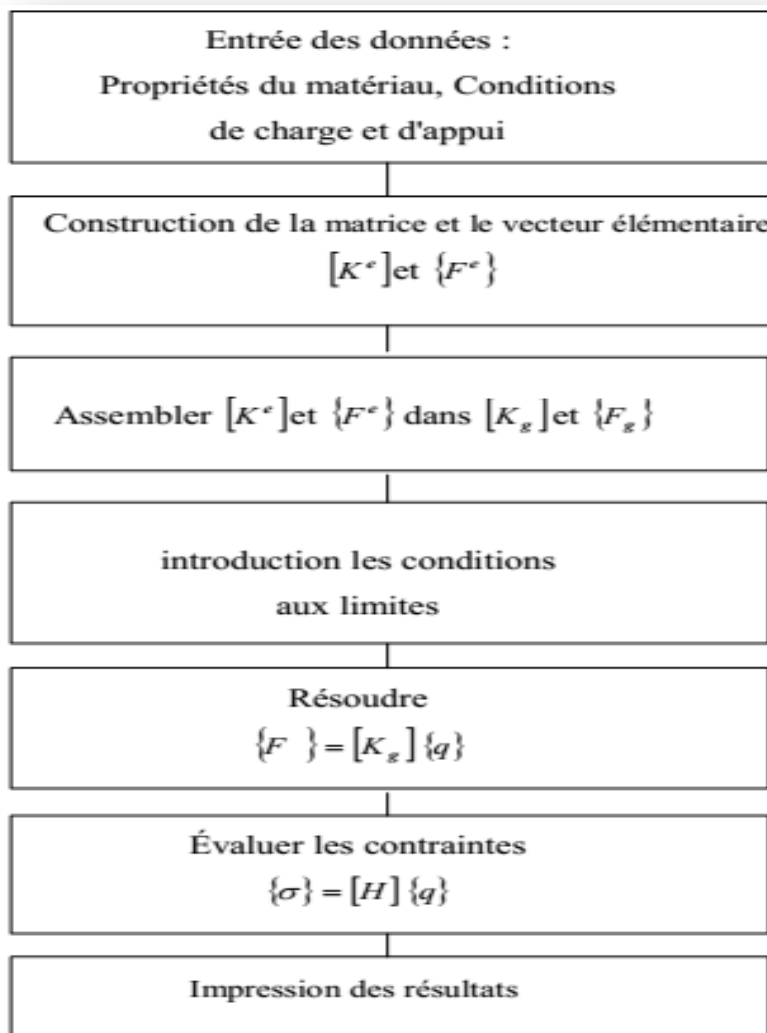
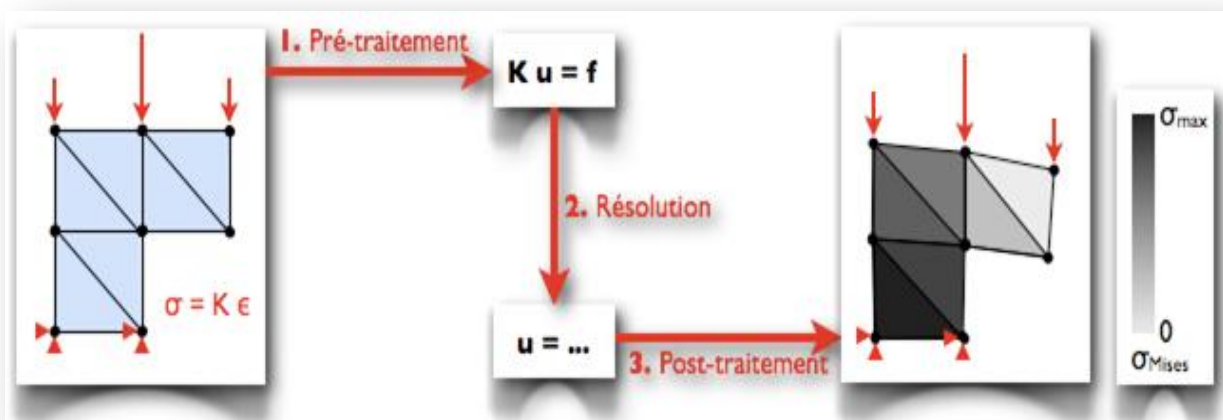


Figure (II.3) : Organigramme global du programme[17]

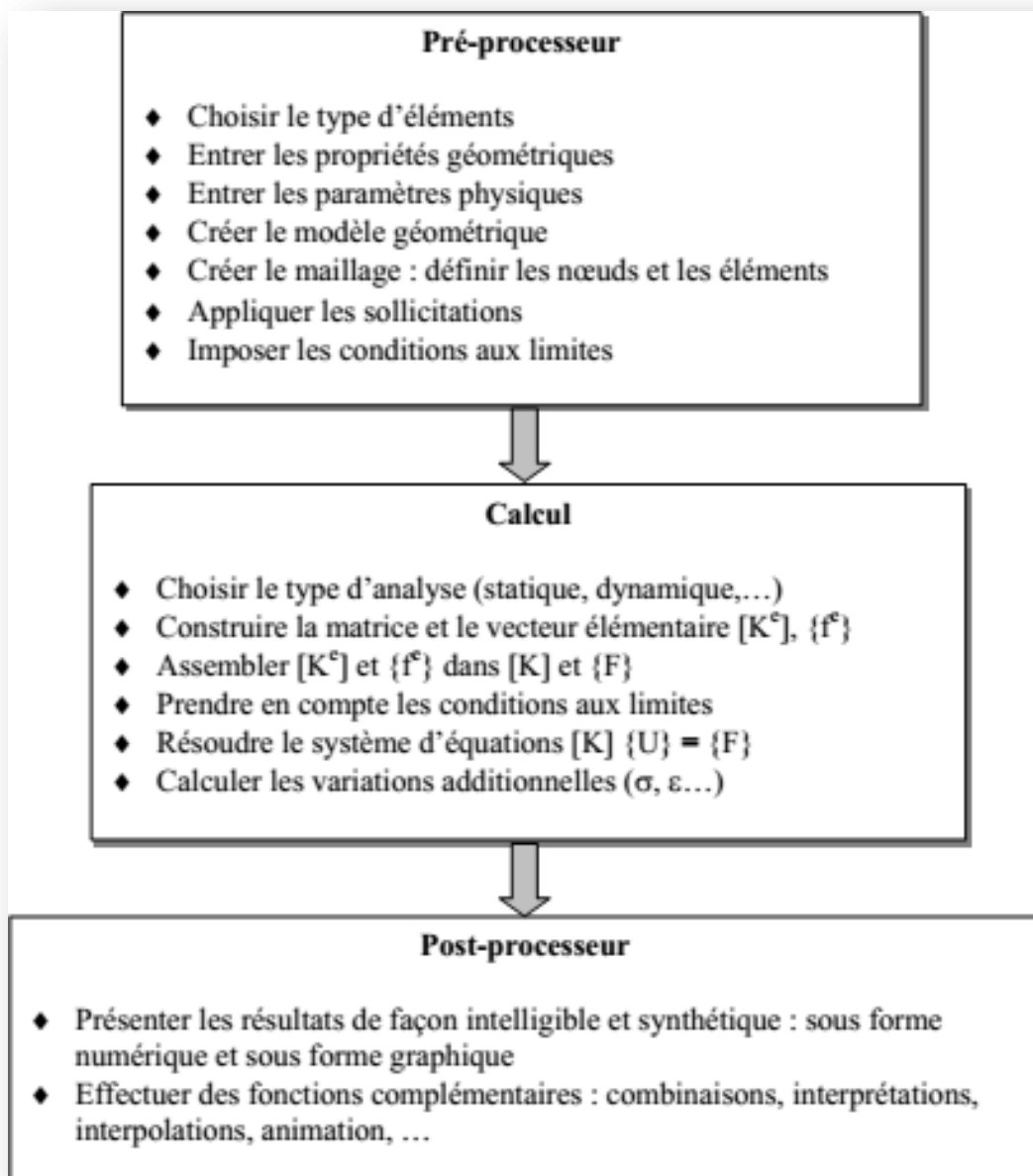
**II.5. ETAPES PRATIQUES DU CALCUL PAR EF :**

Pour utiliser la méthode éléments finis, il faut discrétiser le problème (réaliser un maillage) et modéliser l'effet de son environnement (appliquer les efforts extérieurs et les déplacements imposés). Il faut également choisir un modèle du comportement du matériau, et l'attribuer aux éléments du maillage. A partir de ces modèles, élément finis effectue ensuite un calcul pratique qui se décompose en trois étapes:

1. le pré-traitement : construire un système d'équations, correspondant aux équations d'équilibre des nœuds et aux déplacements nodaux imposés, en exploitant les données des modèles.
2. Le calcul: résoudre ce système d'équations, et l'obtention des déplacements nodaux et des efforts nodaux.
3. le post-traitement : reconstruire les résultats demandés (il s'agit typiquement des champs de déplacement, de déformation et de contrainte)



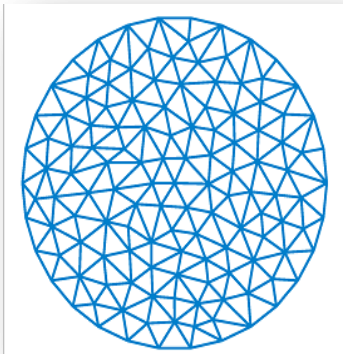
**Figure (II.4):** Les trois étapes du calcul : pré-traitement, résolution et post-traitement



**Figure (II.5) :** Organigramme d'étapes pratiques du calcul par EF [18]

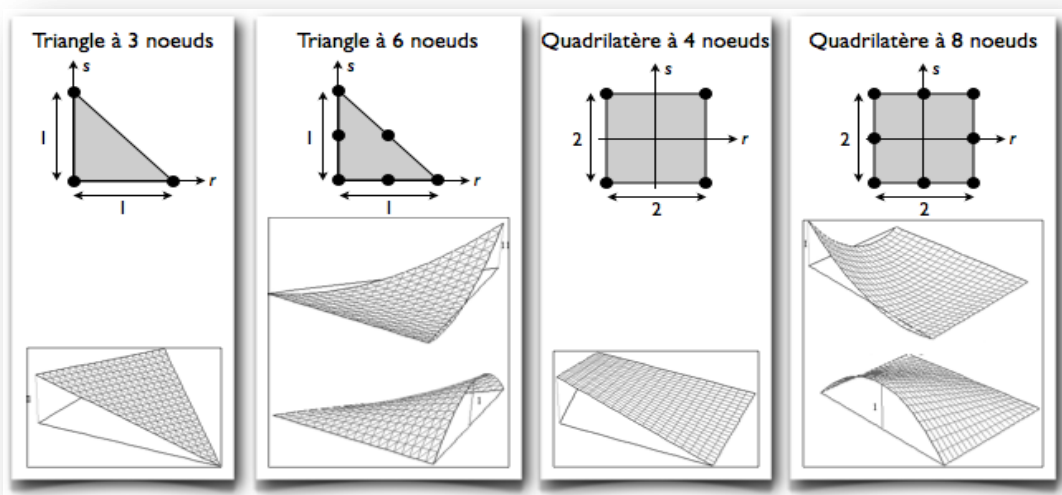
## II.6. CHOIX D'UN MAILLAGE ET DISCRETISATION :

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes.



**Figure (II.6) :** Un exemple de maillage triangulaire

Le maillage est constitué d'un nuage de nœuds, ainsi que d'éléments s'appuyant sur ces nœuds. Il faut pour cela leur indiquer le type et la taille des éléments. Schématiquement, le maillage joue deux rôles essentiels dans la simulation. Premièrement, il détermine le modèle géométrique du produit, obtenu en réunissant les différents sous-domaines. Deuxièmement, il détermine également l'allure du champ de déplacement, et donc de déformation et de contrainte, par l'intermédiaire des fonctions de base. Ainsi, le maillage influe fortement sur la pertinence des résultats et doit donc être réalisé avec soin.



**Figure (II.7):** Quelques types d'éléments bidimensionnels courants. Ces éléments sont notamment utilisés pour les théories bidimensionnelles (contraintes planes, déformations planes, axisymétrie)

**II.7. LES AVANTAGES DE LA M.E.F :**

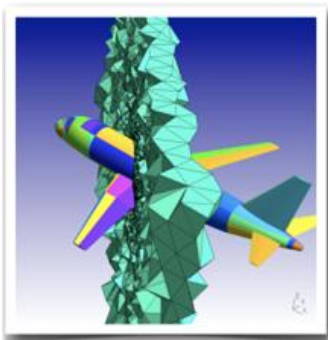
La méthode des éléments finis est de toutes les méthodes de discrétisation la plus utilisée car :

- Elle peut traiter des problèmes de géométrie complexe
- La méthode des éléments finis réside dans le fait que le modèle qu'elle utilise est très proche de la structure réelle.
- Elle couvre de nombreux domaines de la physique, et la mécanique
- Les moyens informatiques actuels (puissance des calculateurs, outils de visualisation) la rende facile sa mise en œuvre
- De nombreux logiciels généraux ou dédiés sont disponibles sur le marché.

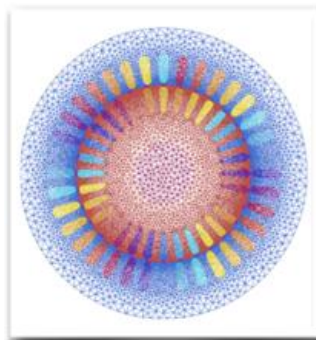
**II.8. CLASSEMENT D'ELEMENTS FINI :**

Plusieurs classes d'éléments finis peuvent être distinguées suivant leurs géométries :

- Les éléments 1D : barres, poutres rectilignes ou courbes. (lignes)
- Les éléments 2D : élasticité plane (déformation plane, contrainte plane, axisymétrie), ou encore des théories des poutres, plaques ou coques.
- Les éléments 3D : éléments de volume ou coques épaisses.



(a)



(b)

**Figure (II.8):** Exemples de découpages géométriques appartenant à des maillages :

(a) une partie du volume d'air entourant un avion (pour une simulation d'acoustique 3D)

(b) un modèle plan d'un moteur électrique (pour une simulation d'électromagnétisme 2D)

**II.9. LES PROPRIETES D'UN ELEMENT FINI :**

Après la discrétisation en éléments finis on isole un élément fini pour l'étudier tout en établissant les caractéristiques.

**II.10. DESCRIPTION D'UN ELEMENT FINI :**

Un élément fini comprend les points suivants :

- **Géométrie :**

Un élément fini peut être 1d, 2d ou 3d

- segment d'une droite ou une courbe
- triangle ou quadrilatère
- tétraèdre, prisme ou hexaèdre

- **Les frontières :**

Sont respectivement :

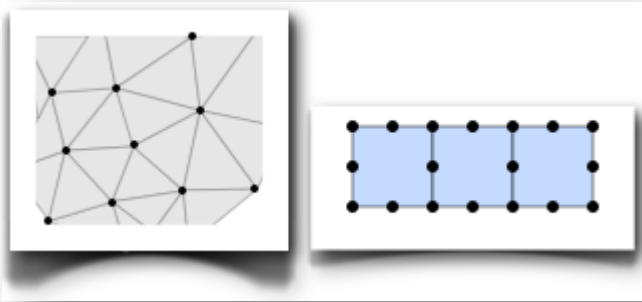
- les points (extrémités du segment)
- des segments de droite ou de courbe.
- des faces planes ou courbes

- **Matériau :**

Le matériau de l'élément est défini par une loi de comportement (loi de Hooke isotrope) ce dernier a les mêmes propriétés mécaniques dans toutes les directions (métaux). Il est caractérisé par deux constantes élastiques :  $E$  et  $\nu$

**II.10.1 LES NŒUDS :**

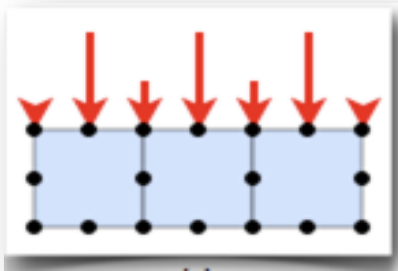
Les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments les uns aux autres, ils occupent des positions stratégiques comme les extrémités, les sommets, les milieux des arêtes et faces. Un sous domaine muni de ses nœuds et leurs fonctions de base s'appelle un élément fini, ou simplement élément (voir figure II.9).



**Figure (II.9) :** Deux maillages plans avec leurs nœuds.

### II.10.2 LES FORCES NODALES :

À travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté, les unes sont les réactions internes, les autres les forces  $F$  dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge concentrée, répartie...)



**Figure (II.10) :** Modélisation par éléments finis des efforts nodaux extérieurs (Une distribution de pression uniforme)

### II.10.3 DEGRES DE LIBERTE :

Pour tout élément fini, on doit faire le choix d'une ou plusieurs fonctions de déplacement, elles sont exprimées en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds valeurs qui deviennent les inconnues nodales ; par leurs degrés de liberté nodaux communs des différents éléments adjacents, permettent de reconstituer, la solution complète (ASSEMBLAGE), tout en veillant à respecter certaines règles, dites critères de convergence.



Les degrés de liberté (ddl) sont également des composantes de vecteur des déplacements  $\{U\}$  :

- 3 ddl de translation :  $U_x U_y U_z$
- 3 ddl de rotation :  $\theta_x \theta_y \theta_z$

### II.11. CARACTERISTIQUES D'UN ELEMENT FINI :

La description précédente permet de construire les deux caractéristiques d'un élément fini qui sont :

- sa matrice de rigidité  $K$
- son vecteur force  $F$

Elles interviennent dans l'équation d'équilibre de l'élément fini, en relation forces déplacement.

$$[K] \{U\} = \{F\} \quad (\text{II.1})$$

$[K]$  : matrice de rigidité caractérisant le système  $(n \times n)$

$\{U\}$  : vecteur des degrés de libertés  $(n)$ , inconnus ; par exemple, les déplacements et les rotations des nœuds en mécanique des solides et des structures

$\{F\}$  : vecteur des sollicitations appliquées  $(n)$ , connues

### II.12. CONDITION D'EQUILIBRE :

Les forces agissant sur toute la structure ou sur chacun des éléments considérés comme un corps libre doivent être en équilibre.

### II.13. CONDITION DE COMPATIBILITE :

Les déplacements de l'ensemble de la structure ou de chacun de ses éléments doivent être compatibles.

On peut encore dire que si on effectue une section sur un élément, les déplacements d'élément à gauche et à droite de cette section doivent être égaux.

**II.14. LOI DE HOOKE :**

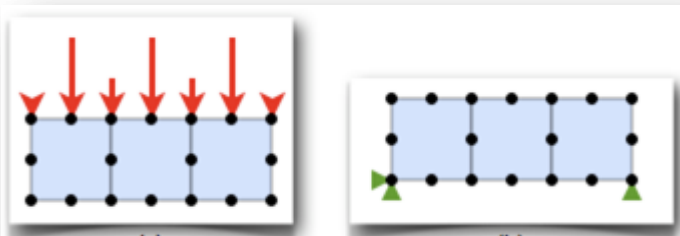
La loi de Hooke permet d'évaluer le comportement des solides soumis à une déformation de faible amplitude. C'est une loi élastique linéaire qui décrit la relation entre la charge et la déformation des matériaux  $\varepsilon$ .

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{II.2})$$

Où E est le module de Young ou module d'élasticité, une caractéristique du matériau, c'est l'équivalent en mécanique des milieux continus de la raideur d'un ressort.

**II.15. CONDITIONS AUX LIMITES :**

La structure modélisée par des efforts extérieurs et des déplacements imposés (nous laissons de côté les modélisations plus complexes comme les contacts avec décollement et/ou frottement). Le modèle ne peut être quelconque il est soumis à des exigences héritées de la statique des milieux continus, à savoir le blocage des mouvements de corps rigide et, le cas échéant, l'écriture des conditions de symétrie. Si ces exigences ne sont pas respectées, le calcul est impossible, ou les résultats sont faux.



**Figure (II.11) :** Exemple des conditions aux limites

**II.16. MODELES D'ELEMENTS FINIS :**

Le plus souvent, les champs interpolés sont des déplacements, des déformations ou des contraintes. Ces interpolations portent sur tout l'élément ou une partie de celui-ci, à l'intérieur ou à la frontière. On peut créer divers types, dits « modèles » d'éléments finis selon la combinaison choisie comme :

- **modèle déplacement :**

Ce modèle est le plus populaire, le plus connu et le plus développé. Dans cette catégorie, les éléments finis sont basés sur une interpolation du champ des déplacements, étendu à tout l'élément. Alors, les déplacements sont déterminés de manière détaillée et unique dans la structure, donc les contraintes ne peuvent être connues que par certaines moyennes et ne sont pas continues aux frontières.

- **modèle en déformation :**

Ce modèle présente une approximation qui se fait sur le champ de déformation, puis on intègre pour retrouver le champ de déplacement.

## II.17. LOGICIELS D'ELEMENTS FINIS :

Quelques exemples de logiciels utilisant la méthode des éléments finis en mécanique des structures :

- ABAQUS : logiciel pluridisciplinaire développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)
- ANSYS : logiciel pluridisciplinaire développé par ANSYS
- CAST3M : logiciel pluridisciplinaire français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)
- ASTER : logiciel pluridisciplinaire libre français développé par EDF
- COMSOL Multiphysics: logiciel élément finis alliant généricité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécaniques des structures, thermique) et puissance de calcul, permettant notamment d'étudier un nombre illimité d'interactions entre différentes physiques (fluide caloporteur par exemple),
- CosmosWorks : Logiciel Franco-Américain appartenant à SolidWorks qui lui-même appartient à Dassault
- Dytran : logiciel américain développé par MSC.Software
- JMAG : logiciel Japonais (distribué en Europe par Powersys) permet un couplage entre les analyses électromagnétiques et structurelles.

- LS-DYNA : logiciel de dynamique rapide américain
- Marc : logiciel de grandes déformations américain développé par MSC.Software
- MSC.Nastran : logiciel Pluridisciplinaire américain développé par MSC.Software
- NX.Nastran : logiciel développé par Siemens
- PERMAS : logiciel pluridisciplinaire développé par la société allemande INTES GmbH, basée à Stuttgart.
- ROBOT MILLENIUM : logiciel français développé par ROBOBAT pour le calcul de structures de type génie civil et bâtiment, il est intégré ensuite par AutoDesk

**II.18. CONCLUSION :**

La M.E.F c'est une méthode approchée de calcul numérique permettant de déterminer l'état d'équilibre d'un milieu continu élastique à un, deux ou trois dimensions. Elle consiste à déterminer de manière approximative les déplacements d'un certain nombre de points du milieu appelés « nœuds ».

Le Modèle de déformation présente une interpolation directe sur les déformations permet d'avoir une meilleure précision sur ces grandeurs, sur les contraintes et sur les déplacements (obtenus par intégration).

### III. INTRODUCTION :

Les équipements sous pression tels que les cylindres constituent une large famille de structures industrielles et domestiques. Ces équipements peuvent subir d'importante déformation d'où leur risque à un endommagement important ou à leur destruction. Pour cela, la détermination des contraintes de ces corps joue un rôle très important pour éviter leur endommagement.

Pour mener notre étude par simulation numérique, on a utilisé le code numérique «ANSYS» et le logiciel «RDM6» qui sont basé sur la méthode d'éléments finis.

#### III.1. PRESENTATION DE L'EXEMPLE :

L'étude proposée dans ce chapitre traite du calcul bidimensionnel d'une pièce tridimensionnelle. Il s'agit d'un cylindre infini (dont la longueur est prépondérante par rapport aux 2 autres dimensions). Ce cylindre est soumis à une pression interne uniforme d'une valeur de 100 MPa.

S'agissant d'un cylindre infini le modèle bidimensionnel considéré sera celui d'une section transversale. La modélisation Eléments Finis sera faite en déformations planes. La structure présente des symétries géométriques et de chargement, seul le quart (90°) de la section du cylindre épais sera modélisé (voir figure III.1).

#### III.2. MODELE ET DONNEES TECHNIQUES :

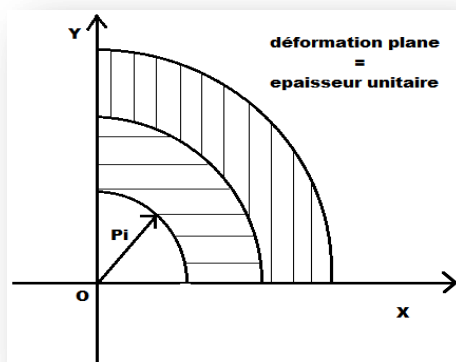
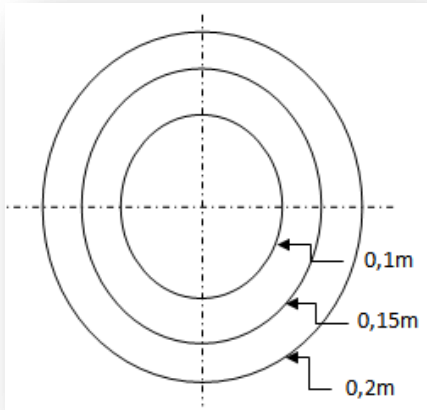


Figure (III.1) : L'exemple étudié

Les dimensionnements de la structure étudié sont (voir figure III.2):

- Un diamètre intérieur 0.1 m
- Un diamètre extérieur de 0.2 m
- Un diamètre intermédiaire de 0.15 m



**Figure (III.2)** Dimensionnement du cylindre étudié

**Note :** On utilise cette structure (Quart de structure) pour faciliter les calculs (Diminuer le nombre des nœuds après le maillage).

Le cylindre est composé de deux matériaux, pour cela on a choisi deux matériaux largement utilisables dans le domaine des structures industrielles sous pression de caractéristiques suivantes :

**Matériau 1 : Acier Inoxydable**

- Module de Young = 203000 MPa
- Coefficient de Poisson = 0.29
- Module de cisaillement = 78682 MPa
- Masse volumique = 7850 kg/m<sup>3</sup>
- Coefficient de dilatation = 15.00 E-6 /K
- Limite élastique = 200.00 MPa
- Conductivité thermique = 35.00 W/(m.K)
- Capacité thermique massique = 476.43 J/(kg.K)

**Matériau 2 : Aluminium**

- Module de Young = 67500 MPa
- Coefficient de Poisson = 0.34
- Module de cisaillement = 25187 MPa
- Masse volumique = 2700 kg/m<sup>3</sup>
- Coefficient de dilatation = 24.00 E-6 /K
- Limite élastique = 30.00 MPa
- Capacité thermique massique = 885.19 J/(kg.K)

Le cylindre est soumis à une pression interne de  $P = 100 \text{ N/mm}^2$

**III.2.1. LES AVANTAGES D'UTILISATION DES ACIERS INOXYDABLES:**

- Excellente résistance à la corrosion
- Caractéristiques mécaniques et ductilité élevées
- Excellentes caractéristiques à basses et hautes températures
- Bénéfiques sur les coûts du cycle de vie des structures
- Traitements de surfaces esthétiques

**III.2.2. LES AVANTAGES DE L'ALUMINIUM :**

- Rigidité
- Longévité
- Absence de toxicité
- Absence d'entretien
- Recyclable

**III.3. CREATION DES CONDITIONS AUX LIMITES :**

Le modèle bidimensionnel n'est soumis qu'aux seules conditions aux limites de symétrie, dues au fait que seul le quart de la section circulaire d'origine est modélisée.

On définit encore les données caractérisant le modèle tel que le type d'analyse (déformations ou contraintes planes, axisymétrique, etc....)

### III.4. LA MODELISATION PAR ANSYS :

Le code « ANSYS » (ANalysis SYStem) comprend plusieurs composantes telles que: ANSYS/WORKBENCH, ANSYS/APDL, ANSYS/ICEM CFD. Chaque Composante est destinée à l'un des domaines d'ingénierie, et son choix met automatiquement à la disposition de l'utilisateur les processus adéquats (type d'élément, conditions aux limites, tracées).

Dans notre analyse, on a utilisé « ANSYS.12.1. »MECHANICAL APDL (ANSYS Parametric Design Language), qui permet de traiter la majorité des problèmes de mécanique des structures. Il offre des outils puissants pour l'analyse en deux et trois dimensions (voir figure III.3).

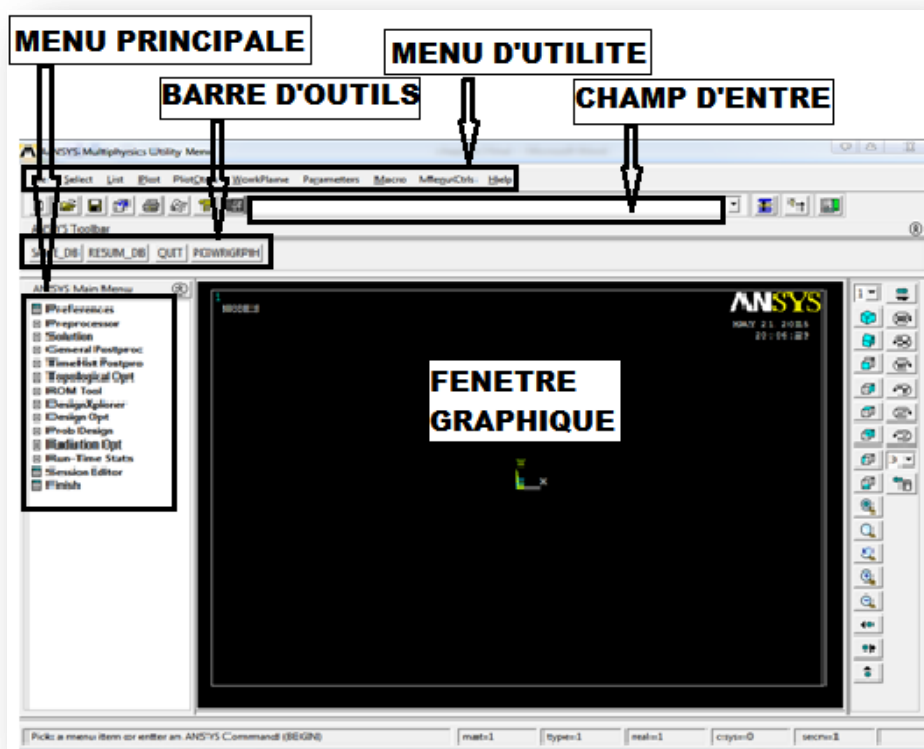


Figure (III.3) : La fenêtre de code « ANSYS 12.1 »

#### III.4.1. LES DIFFERENTES ETAPES A SUIVRE POUR LA MODELISATION NUMERIQUE PAR ANSYS :

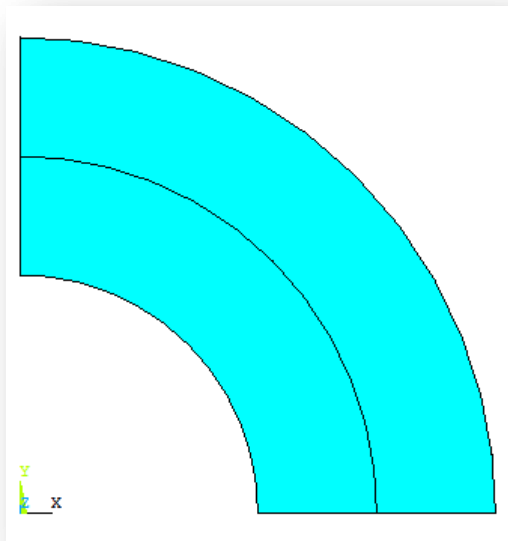
Les principales étapes à suivre lors de l'utilisation du logiciel de simulation numérique ANSYS nécessitent des étapes nécessaires qui suivent :

1. Création de la géométrie sous le Logiciel ANSYS.
  - Définition des points clés keypoints/lignes/surfaces.



- Définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques du matériau.
2. Choix du maillage (Maillage des lignes /surfaces).
  3. Définition des conditions aux limites (force, moment, pression, température...).
  4. Calcul avec ANSYS pour les différents cas retenus.
  5. Analyse des résultats obtenus. lors de cette étape, on peut examiner:
    - La liste des déplacements nodaux.
    - Les forces et les moments au niveau des éléments.
    - Tracé des déformées.

#### III.4.2. CREATION DE LA GEOMETRIE PAR ANSYS :



**Figure (III.4) :** La géométrie étudiée (le quart)

#### III.4.3. CHOIX DU MAILLAGE :

Le maillage a nécessité l'utilisation d'élément solide en 2D.

Parmi la variété des éléments disponibles dans la bibliothèque d'ANSYS, l'élément PLANE183 est conçu pour modéliser les géométries en 2D (déformations planes, contraintes planes, et axisymétrie) (voir figure III.5).

Cet élément est défini par 8 nœuds ayant deux degrés de liberté par nœud : déplacements dans les directions nodales x et y (voir figure III.6).

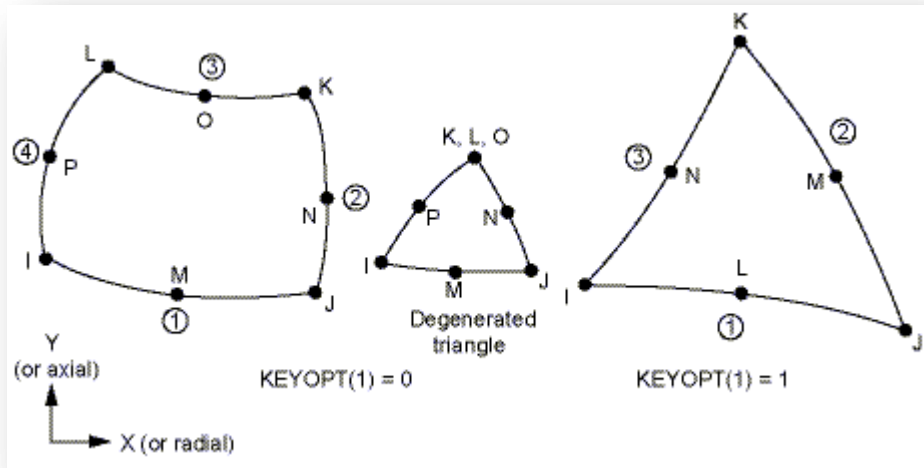


Figure (III.5) : Géométrie de l'élément PLANE183 [19].

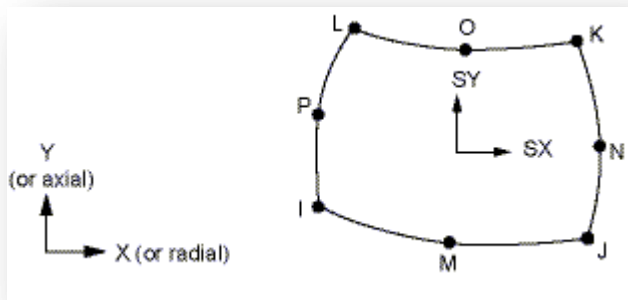


Figure (III.6) : les résultats des contraintes de l'élément PLANE183 [19]

Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision des résultats numériques. Nous souhaitons avoir un maillage quadrangulaire régulier et rayonnant. Pour cela on doit choisir le meilleur « Mapping ».

« Mapping » est un algorithme de maillage réglé par excellence. Il s'adapte particulièrement bien à la forme des faces quadrangulaire ou rayonnantes (comme dans notre cas) à condition que le découpage des arêtes en vis à vis soit équivalent (voir figure III.7).

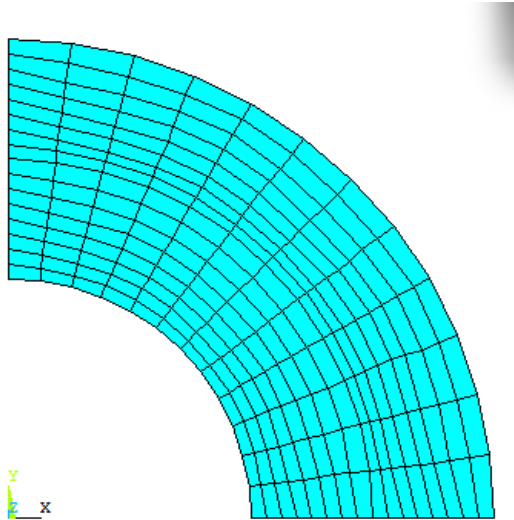


Figure (III.7) : Le choix du maillage

III.4.4. CONDITIONS AUX LIMITES UTILISEES PAR LE CODE ANSYS :

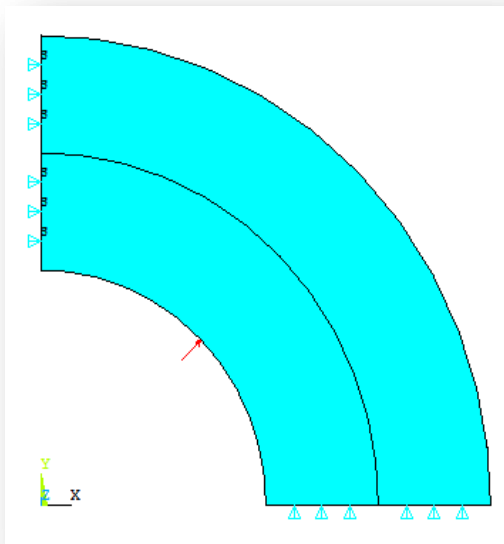


Figure (III.8) : Présentation de Conditions aux limites de la structure étudiée et

l'application de la charge par ANSYS

**III.5. LA MODELISATION PAR RDM6 :**

RDM est un logiciel destiné à l'enseignement du calcul des structures par la méthode des éléments finis. Il comprend les modules suivants :

- RDM - Flexion : calcul et optimisation des poutres droites sollicitées en flexion simple.
- RDM - Ossatures : analyse statique et dynamique des ossatures planes ou tridimensionnelles.
- RDM - Rosettes : Dépouillement des rosettes, étude des contraintes et des déformations autour d'un point.
- RDM - Éléments finis : l'étude effectuée par ce module pour les cas suivants :
  1. Analyse Thermoélasticité (Élasticité plane ou de révolution) (analyse statique et dynamique) dans l'une des hypothèses suivantes :
    - Contraintes planes.
    - Déformations planes.
    - Problème de révolution.
  2. Analyse thermique en régime permanent (problème plan ou de révolution).
  3. Section droite d'une poutre : ce module permet, après maillage automatique de la section, le calcul et l'évaluation des contraintes.

**III.5.1. RDM - ÉLÉMENTS FINIS :**

Dans notre analyse, on a utilisé «RDM - Éléments finis », qui permet de traiter des problèmes d'élasticité (voir figure III.9):



**Figure (III.9):** La fenêtre de code « RDM6-Elément Finis»

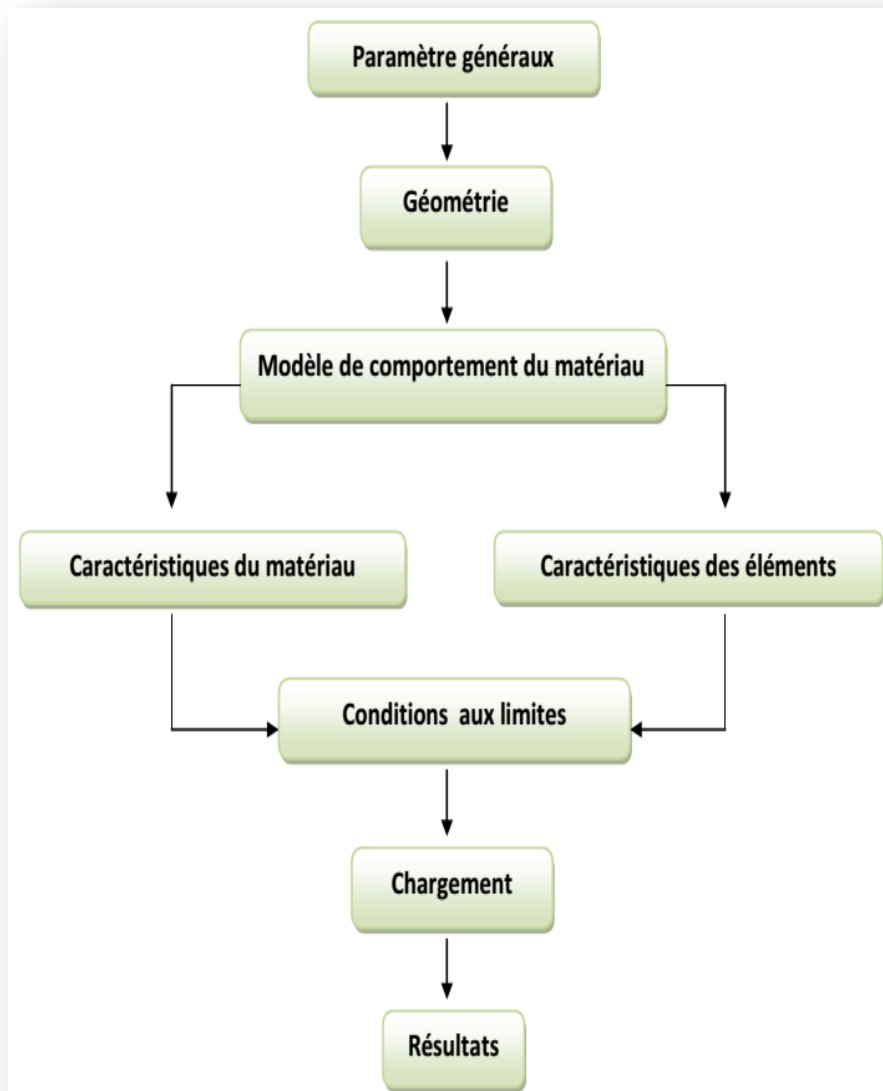
### III.5.2. LES DIFFERENTES ETAPES A SUIVRE POUR LA MODELISATION

#### NUMERIQUE PAR RDM6 :

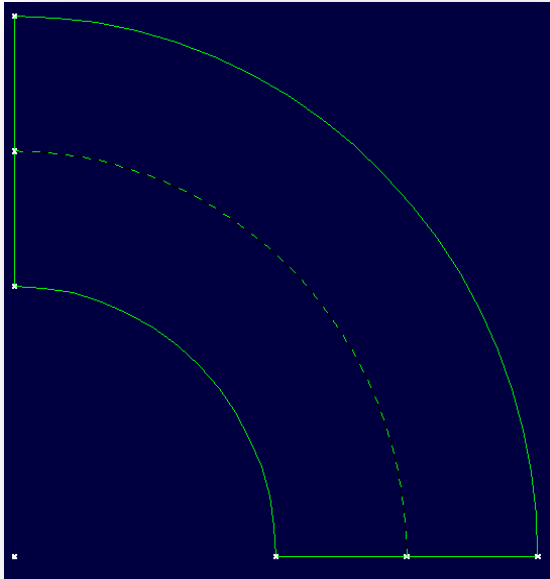
Les étapes de la modélisation de logiciel Elément Finis sont :

1. Lancer le module Dessin et maillage.
2. Création de la géométrie: qui comprend essentiellement la discrétisation du quart de la structure.
3. Le maillage :
  - automatique de la structure en triangles à 3 ou 6 nœuds (méthode de Delaunay).
  - Maillage par blocs :
    1. La discrétisation de la frontière.
    2. la structure en triangles à 3 ou 6 nœuds et/ou quadrilatères à 4, 8 ou 9 nœuds.
4. Définir le problème (Thermoélasticité, thermique, Section droite)
5. Définir les caractéristiques mécaniques du matériau (module de Young, coefficient de Poisson, coefficient de dilatation)

6. Définition des conditions limites : liaisons, symétries
7. Définition des charges
  - Cas de charges (force nodale, force linéique, pression...)
  - Thermiques (température nodale imposée, température imposé sur une surface, source de chaleur volumique, nodale...)
8. La résolution : Enregistrer les données et lancer le calcul



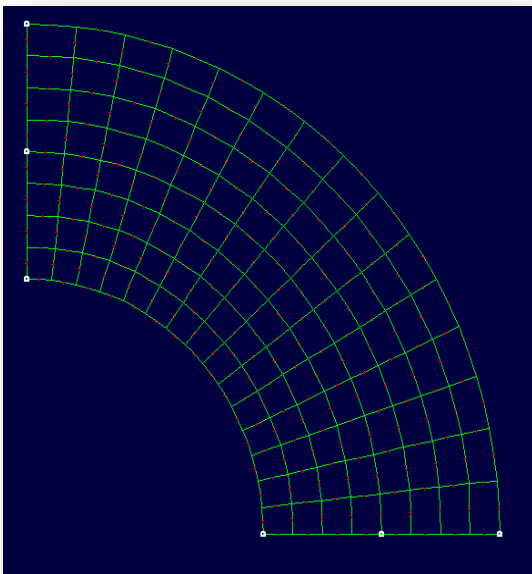
**Figure (III.10):** l'organigramme d'étapes à suivre pour la modélisation. [20]

**III.5.3. CREATION DE LA GEOMETRIE PAR RDM6 :**

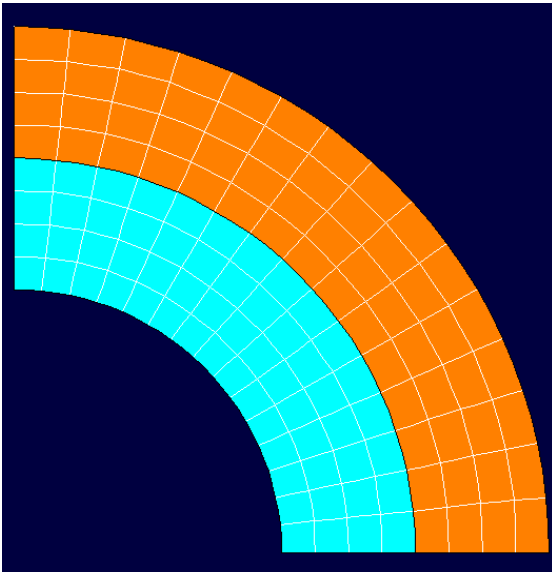
**Figure (III.11) :** La géométrie par RDM6

**III.5.4. LE MAILLAGE :**

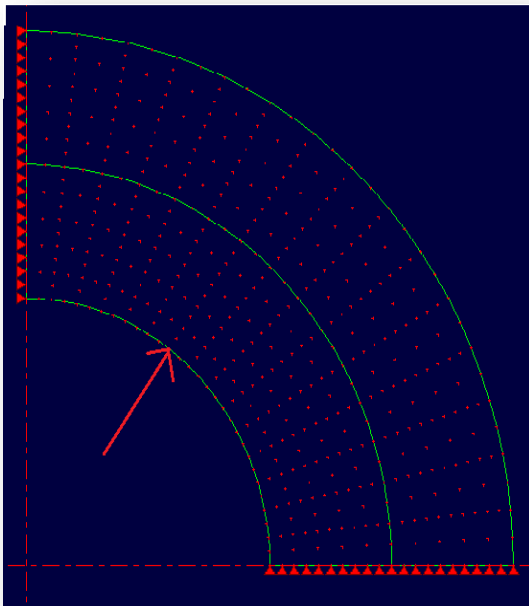
Maillage par blocs (Quadrangle à 8 nœuds)



**Figure (III.12) :** Maillage par RDM6

**III.5.5. DEFINIR LES MATERIAUX :**

**Figure (III.13) :** Définir les matériaux par RDM6

**III.5.6. CONDITIONS AUX LIMITES PAR RDM6 :**

**Figure (III.14) :** Présentation de Conditions aux limites de la structure étudiée et l'application de la charge par RDM6



**III.6. CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, nous avons présentés les étapes de calcul par ANSYS.12.1 et RDM6, les étapes de conception et de créations d'exemple étudiant. Ainsi que le maillage, les conditions aux limites et définition des charges.

#### IV. INTRODUCTION :

Ce chapitre présente les résultats des logiciels basés sur la méthode des éléments finis. Cette dernière est extrêmement puissante puisqu'elle permet d'étudier correctement des structures contenues ayant diverses propriétés géométriques et différentes conditions aux limites.

La configuration étudiée (cylindre), représente une composante de structure soumise à un chargement de pression interne. Les déformations et les champs de contraintes sont obtenus pour chaque logiciel qui englobe des éléments solides en deux dimensions.

Le but de cette analyse ou simulation est l'étude de la distribution des contraintes au niveau du cylindre que nous avons étudié (quart de structure), les valeurs de Contraintes sont suivant les axes (OX). Et ensuit une comparaison des résultats obtenues de deux logiciels avec les résultats de calcul par la résistance des matériaux (RDM).

#### IV.1. LES RESULTATS OBTENUS:

Les résultats analyser sont les contraintes : radiales ( $\sigma_r$ ), circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ), qui sont nommées dans les deux logiciels respectivement : (Sx) et (Sy).

##### IV.1.1. LA RESISTANCE DES MATERIAUX:

La théorie de calcul est présentée dans le chapitre I [13] :

Les contraintes sont maximales à  $d = d_1 = 200\text{mm}$  :

$$n^2 = \frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{160000}{40000} = 4$$

$$\sigma_{r\max} = -P = -100 \text{ MPA}$$

$$\sigma_{\theta\max} = \frac{P(n^2 + 1)}{(n^2 - 1)} = \frac{100(4 + 1)}{(4 - 1)} = 166.67 \text{ MPA}$$

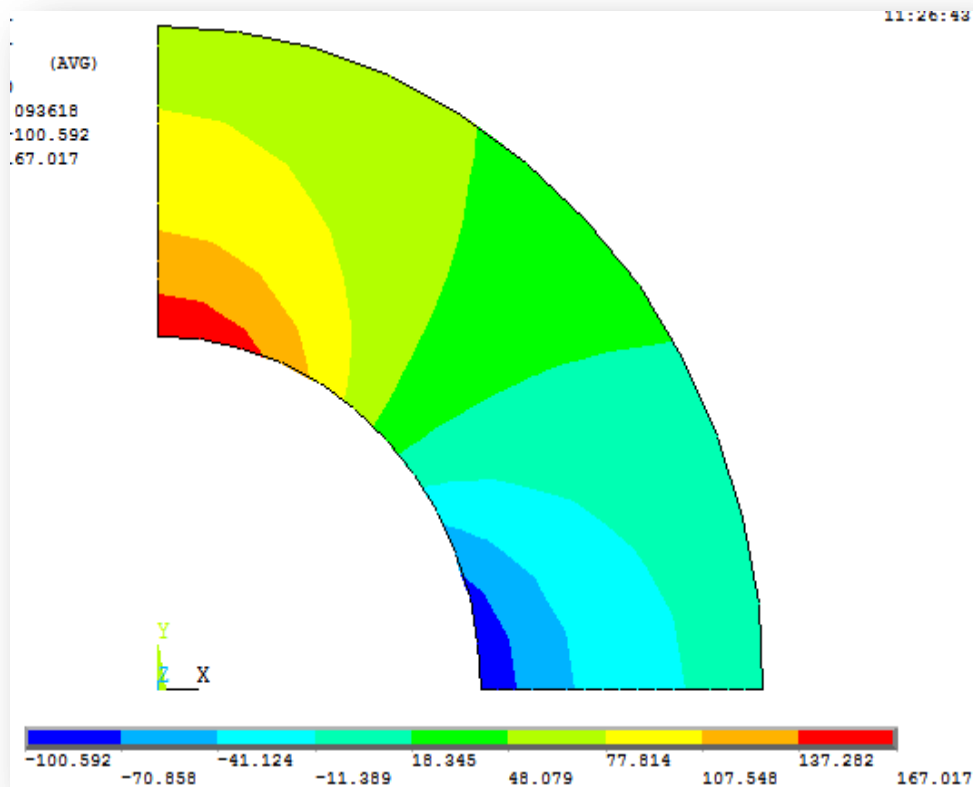
Pour  $d = d_2 = 400\text{mm}$

$$\sigma_r = \frac{-P}{(n^2 - 1)} \left( \frac{d_2^2}{d^2} - 1 \right) = \frac{-100}{(4 - 1)} \left( \frac{400^2}{400^2} - 1 \right) = 0 \text{ MPA}$$

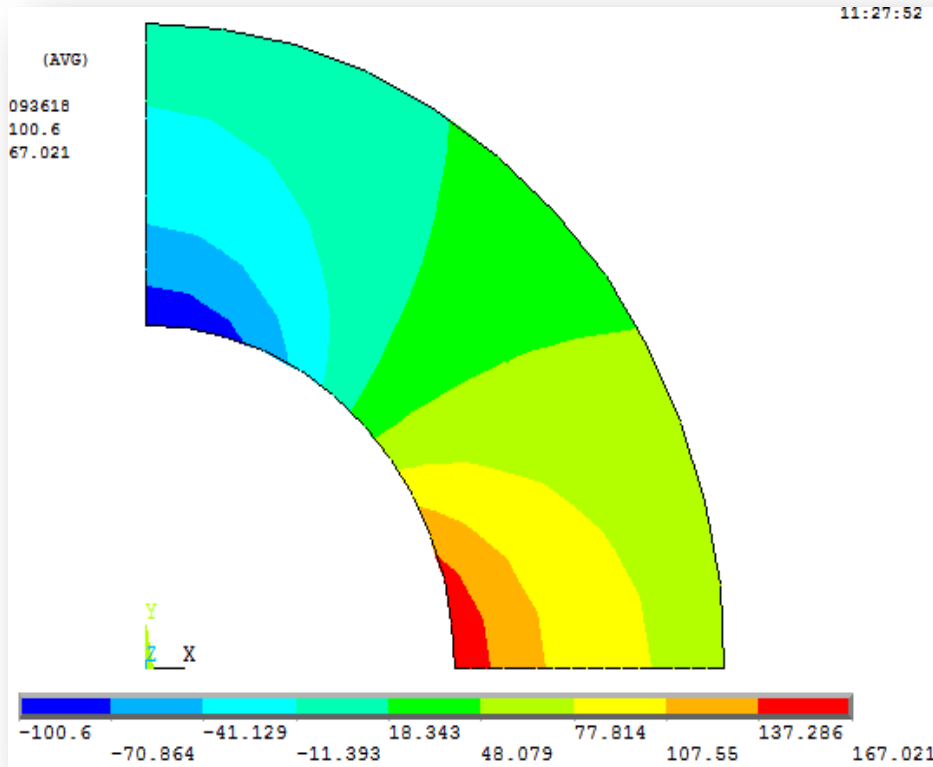
$$\sigma_\theta = \frac{P}{(n^2 - 1)} \left( \frac{d_2^2}{d^2} + 1 \right) = \frac{100}{(4 - 1)} \left( \frac{400^2}{400^2} + 1 \right) = 66.67 \text{ MPA}$$

**IV.1.2. LE CODE ANSYS :****IV.1.2.1. DISTRIBUTION DES CONTRAINTES :**

Les figures (IV. 1) et (IV.2) illustrent les distributions des contraintes radiales ( $\sigma_r$ ) et circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ).



**Figure (IV.1) :** la distribution des contraintes radiale ( $S_x$ )



**Figure (IV.2) :** la distribution des contraintes circonférentielles ( $S_y$ )

Les figures (IV.1) (IV.2) illustre les contraintes radiales ( $S_x$ ), circonférentielles ( $S_y$ ) calculée par le code ANSYS .Ces figures montrent que les contraintes les plus élevées sont localisées au niveau de la paroi interne (zone en rouge), ces contraintes sont totalement relaxés au niveau de la paroi en bleu. Les autres zones sont légèrement relaxées.

IV.1.2.2. PRESENTATION GRAPHIQUE:

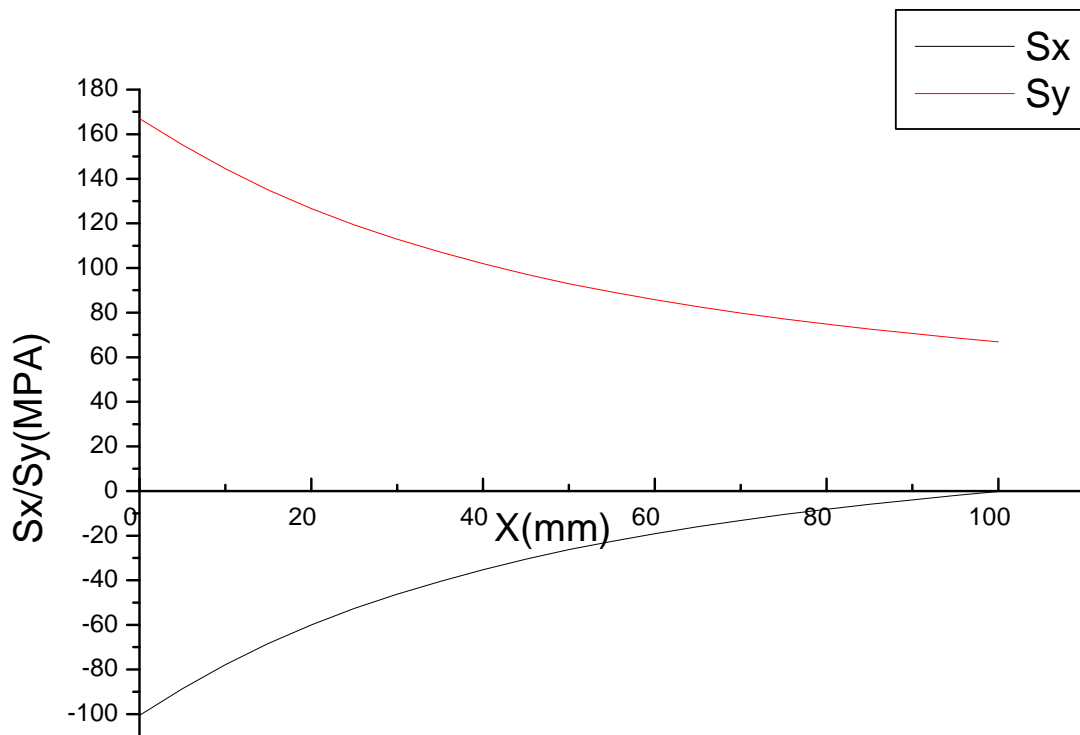


Figure (IV.3) : contraintes radial ( $\sigma_r$ ) et contraintes circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ) à travers l'épaisseur du cylindre

IV.1.3. LE CODE RDM6 :

IV.1.3.1. LA DISTRIBUTION DES CONTRAINTES :

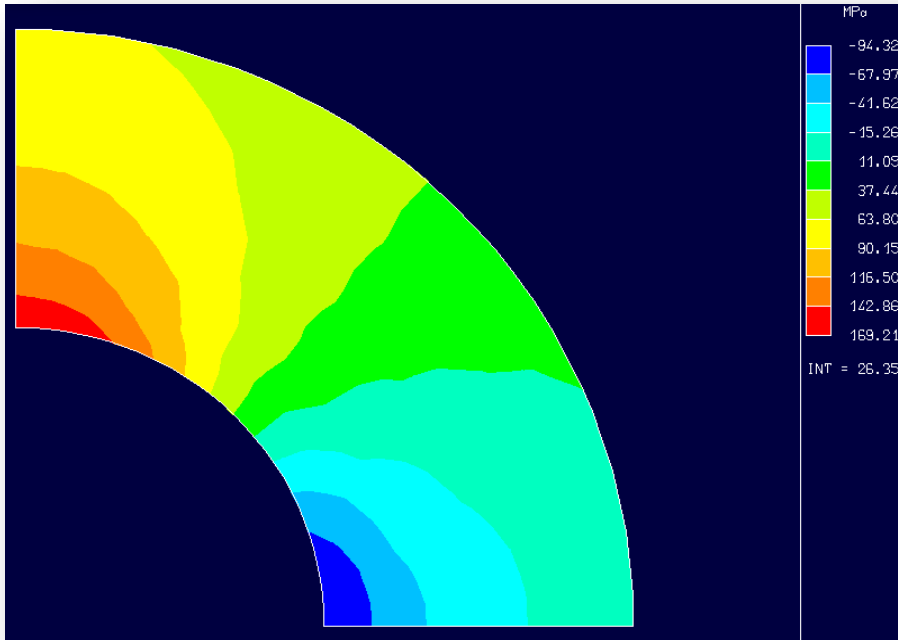


Figure (IV.4) : la distribution des contraintes radiales ( $S_x$ )

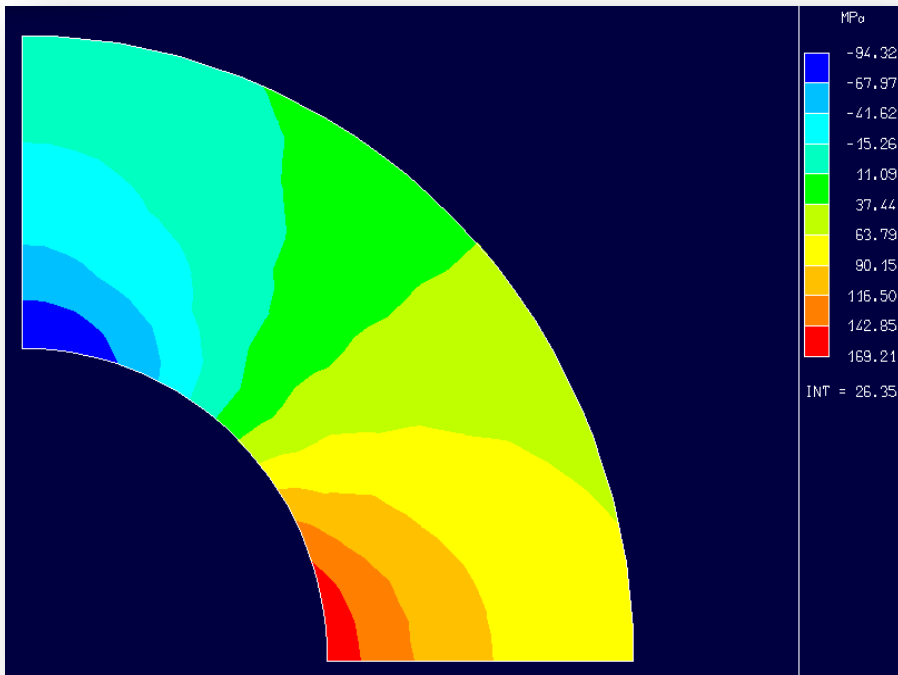


Figure (IV.5) : la distribution des contraintes circonférentielles ( $S_y$ )

IV.1.3.2. PRESENTATION GRAPHIQUE :

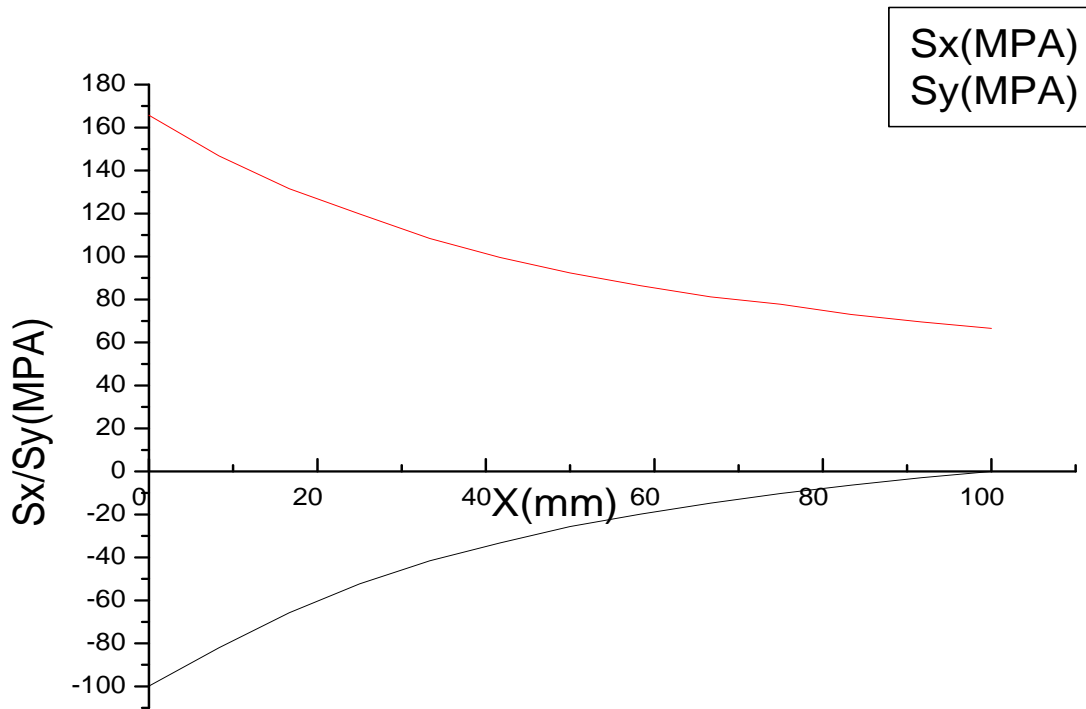


Figure (IV.6) : contraintes circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ) et contraintes radial ( $\sigma_r$ ) à travers l'épaisseur du cylindre

0

IV.2. DISCUSSION :

Les graphes montrent que les résultats donnés par les deux logiciels sont presque identique. Les contraintes radiales et circonférentielles sont présentées sur les figures (IV.3) et (IV.6), où il est clair que ces contraintes sont maximales sur la paroi interne du cylindre dû à l'application d'une pression interne ( $p=100\text{MPa}$ ) puis tendent progressivement vers zéro quand on s'approche du diamètre extérieur.

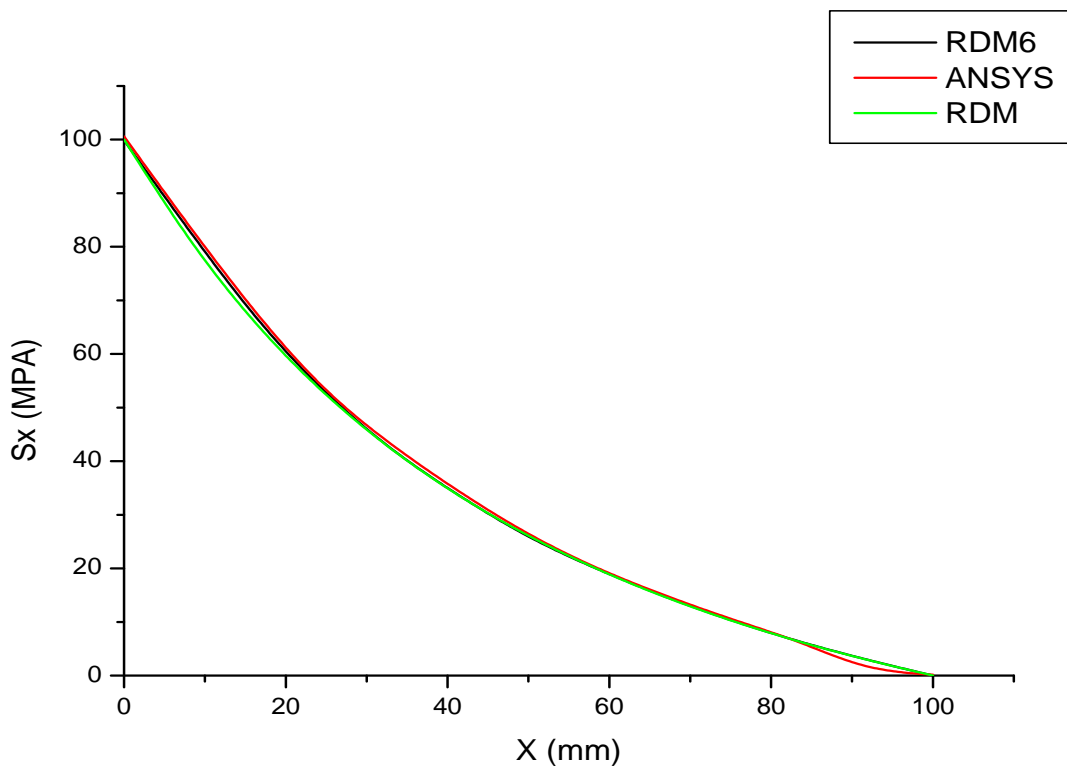
Les résultats des calculs numériques sont en bon accord avec la théorie (voir tableau IV.I). Ceci montre l'adéquation de notre modèle pour le quart du cylindre radial et circonférentielle

L'écart relatif minimal est de 0.15%, le maximum est de 0.59% par ANSYS. En outre, le minimal est 0.01% et le max est de 0.94% par RDM6.

	Le diamètre du cylindre	Les résultats de RDM (MPa)	Les résultats obtenus par ANSYS(MPA)	Les résultats obtenus par RDM6(MPA)
Les contraintes radiales ( $\sigma_r$ )	A : $d_1 = 200\text{mm}$	-100	-100.59	-99.89
	A : $d_2 = 400\text{mm}$	0	-0.15	0.01
Les contraintes circonférentielles( $\sigma_\theta$ )	A : $d_1 = 200\text{mm}$	166.67	167.02	165.73
	A : $d_2 = 400\text{mm}$	66.67	66.91	66.58

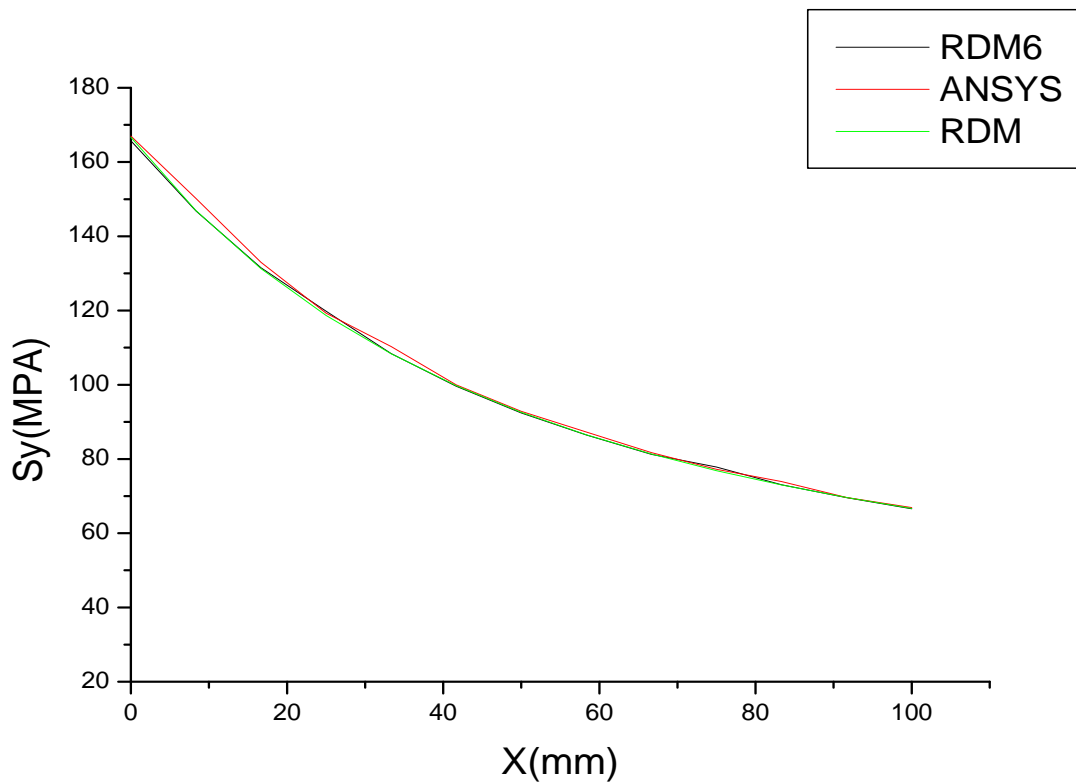
**TABLEAU (IV.I) :** contraintes radiales et circonférentielle à  $d_1$  et  $d_2$

Par ailleurs, un résumé des résultats est représenté sur les figures (IV.7) et (IV.8) pour les méthodes utilisées.



**Figure (IV.7) :** les contraintes radial ( $\sigma_r$ ) donnée par les 3 méthodes utilisés à travers l'épaisseur du cylindre





**Figure (IV.8) :** les contraintes circonférentielles ( $\sigma_\theta$ ) donnée par les 3 méthodes utilisés à travers l'épaisseur du cylindre

Les figures (IV.7) et (IV.8) donnent les contraintes radiales et circonférentielles comparées aux résultats calculer par la théorie des cylindres présenter dans le chapitre I, pour une pression interne de 100 MPa. L'axe des abscisses correspond à la distance radiale du cylindre.

Les graphes montrent que les trois résultats donnés par les méthodes de calcul sont presque identiques.

D'après les graphes on constate qu'on a obtenue une excellente concordance des résultats.

### IV.3. CONCLUSION:

Ce chapitre a été consacré aux résultats de l'étude numérique réalisée sur un cylindre sous pression de 100MPa qui permet de déterminer la distribution de contraintes radiales et circonférentielles le long de l'épaisseur du cylindre. Une étude théorique comparative, basée sur les calculs de la résistance des matériaux est utilisée pour déterminer les contraintes. Ces résultats sont conformes aux résultats numériques.

Cette étude a été menée dans le but d'étudier le comportement d'un cylindre bimatériaux sous l'effet de la pression interne.

Ont été constaté :

- La méthode des éléments finis reste finalement la méthode la plus utilisée. ANSYS est le premier code utilisée dans cette thèse.
- Le deuxième outil numérique présenté est le RDM6, qui donne aussi un résultat presque identique à ceux donnés par ANSYS.
- La bonne maîtrise de la structure du maillage est indispensable si l'on veut obtenir un calcul précis des champs des contraintes.

# CONCLUSION GENERALE

Nous avons présenté dans ce travail une étude bibliographique détaillée sur la théorie des cylindres, l'utilisation et les causes des défaillances des cylindres...etc. ainsi qu'une généralité sur la méthode des éléments finis.

Un cylindre bimatériaux à été analysé par ANSYS et RDM6 et une étude théorique a été aussi mené.

Nous avons utilisé dans cette analyse du cylindre bimatériaux Acier inoxydable et Aluminium. Pour la validation, le cylindre à été testé avec une pression de 100 MPA. Les résultats obtenus confirment la bonne performance de cette analyse.

En effet les résultats numériques obtenus en utilisant l'élément plane183 sont en bon accord avec les résultats de la résistance des matériaux. Cette étude conduit à un gain considérable en temps de calcul et conformes aux réglementations industrielles et environnementales, et alors le cylindre composé peut être plus léger « dans quelque cas » et moins couteux (le cout de fabrication et de réparation). Tout cela peut être fait avant même de construire le prototype réel.

Grâce aux codes RDM6 et ANSYS les cycles de design coûtent beaucoup moins en temps et en argent. Ce qui permet au produit d'être mis sur le marché dans les plus brefs délais et avec le minimum de coût.

# REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **EL-HAKIMLA, HARIRIS, HADJ-MELIANI.M, AZARI.Z:** « étude sous pression de tuyaux de transport de gaz, en présence de défauts de type entaille ». Laboratoire de Fiabilité Mécanique (LFM), Université de Metz- ENIM, Ile du Saulcy, 57045 Metz, août 2007.
- [2] **Hill.R.** "The Mathematical Theory of Plasticity", 1950
- [3] **COE.JD, et al.** "Biomechanical evaluation of cervical spinal stabilization in human cadaveric model". Spine 1989; 14:1122-31
- [4] **SING.A** , Axisymétric thermal stress in transversely isotropic bodies-Arch , Mech.Stos, 1966-v12,N3
- [5] **BENDAOUI Messaoud** thèses MAGISTERE « Détermination de la variation du coefficient de la conductivité thermique lors de l'opération de poinçonnement d'une couche élastique » d'UNIVERSITE HADJ LAKHDAR DE BATNA, faculté de technologie, département de mécanique, 2014
- [6] **Code Français**  
Construction des Appareils à Pression non soumis à l'action de la flamme, édition 2002.
- [7] **BS 5500**  
Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels. British Standard Institution, 1982  
Spécification a sous pression soudée et non fissionnée
- [8] **A.S.M.E**  
Boiler and Pressure Vessel Code, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1998.
- [9] **Norme ISO 6520**  
Classification des défauts dans les soudures par Fusion des Métaux, avec Commentaires Explicatifs, 1982.

- [10] **Ahmed BENHAMOUDA**, thèse Magistère Génie Mécanique « *ETUDE DU COMPORTEMENT DES FISSURES DANS LES TUBES SOUS PRESSION INTERNE* » Université MENTOURI CONSTANTINE, faculté des sciences de l'ingénieur, département de génie mécanique, 2010
- [11] **PLUVINAGE.G, CAPELLE.J.** « étude d'un dimensionnement de conduite de gaz basée sur la mécanique de rupture et l'analyse limite ». Recherche, Laboratoire de Fiabilité Mécanique de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz (ENIM), 57045 Metz, 2006.
- [12] **HADJ MELIANI Mohammed** Thèses Doctorat « Rupture des Tuyaux Entaillés soumis à un Mode I de Rupture sous Pression Interne » ; de l'université Mohammed Boudiaf d'Oran. 2010.
- [13] **Mr. RAHMANI.O et Mr. SAHLIA** « ANALYSE DES CONTRAINTES II ». Cours master II, université des sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf, Oran, Algérie. 2015
- [14] **TURNER.G. et DHATT.G.** " Une présentation de la méthode des éléments finis ", Eds.P.U.L.Q., France, 1981
- [15] **ARGYRIS .J. and KELSEY.S.**" Energy theorems and Structural Analysis", Butterworth, London, 1960
- [16] **M.ADJLOUA** cours master1 Université D'oran2 Mohamed ben Ahmed 2016
- [17] **Lakhdar BESSAIS**, thèse Magister, « Analyse des structures par la M.E.F basée sur l'approche en déformation », Université Mohamed Khider, faculté des Sciences et de la Technologie, département : Génie Mécanique, Biskra. Décembre 2012
- [18] **M.ADJLOUA** cours master1 Université D'oran2 Mohamed ben Ahmed 2016
- [19] **ANSYS Manuals.** ANSYS Inc. <http://www.ansys.com/>. 2013.
- [20] **Hassan MOUSTABCHIR**, thèse doctorat, « ÉTUDE DES DEFAUTS PRÉSENTS DANS DES TUYAUX SOUMIS À UNE PRESSION INTERNE ». Spécialité : Sciences de l'Ingénieur, option : Génie Mécanique, Université Paul Verlaine de Metz, Mars 2008

