الجمهورية الجزائرية الشعبية الديمقراطية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة وهران 2

كلية العلوم الاجتماعية

مطبوعة بيداغوجية مقدم لطلبة السنة الأولى

جذع مشترك علوم اجتماعية

الإحصـــاء الوصفـي

من إعداد الدكتورة

بلعروسي شريفة

السنة الجامعية 2023-2024

ملخص المطبوعة

تهدف هذه المطبوعة البيداغوجية إلى مساعدة طلاب الجذع المشترك للتعرف على أساسيات علم الإحصاء (الإحصاء الوصفي) وكيفية التعامل مع البيانات الخامة التي قد تكون في متناولهم من خلال جمعها من مختلف المصادر التي سيتم التطرق إليها خلال هذه المطبوعة، سيحتاج الطلاب إلى التعامل مع البيانات خاصة عند تحضير مذكرات و تقارير التخرج، سيحصلون على البيانات عن طريق الدراسات الميدانية التي سيجرونها في حالة ما إذا واصلوا دراساتهم العليا، أو يستعملون المعطيات التي قد تتوفر لديهم في حياتهم المهنية، وتستدعي الدراسة أو المعالجة الإحصائية لفهمها.

ستعمل هذه المطبوعة على تقديم شرحا مفصلا لكيفية التعامل مع البيانات الخامة وطرق استخدامها بأنواعها المختلفة وحالاتها المتنوعة، حيث سيتمكن الطالب من معرفة طرق جمع وتنظيم وتبويب المعطيات ثم استعمال مختلف المقاييس الإحصائية من أجل وصف وفهم الظواهر المدروسة اجتماعية كانت أو اقتصادية أو غيرها.

ستوفر هذه المطبوعة معادلات وقوانين مصاغة بشكل رياضي بسيط مفهوم، مدعوما بأمثلة وتمارين محلولة لتمكين الطالب من الفهم بصورة جيدة وفردية وذلك بقدر ما تستدعي الحاجة وما يتماشى ومستوى السنة الأولى جذع مشترك، يمكن للطلاب الذين يطلعون على هذه المطبوعة البيداغوجية أن يكتسبوا رصيدا معرفيا في الإحصاء وكذا سيكتسب الطالب قاعدة صحيحة ومتينة في كيفية التعامل مع البيانات تحضيرا لدراسة الإحصاء الاستدلالي.

صممت هذه المطبوعة خصيصا لطلبة السنة أولى جذع مشترك علوم اجتماعية بناء على مقرر الإحصاء الوصفي المعتمد من طرف وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.

التعريف بالمادة

- الإحصاء الوصفي يدرس خلال السداسي الأول.
- من وحدات التعليم المنهجية.
- مادة الإحصاء رصيدها 3 ومعاملها 2
- **المكتسبات القبلية**: اعتماد الطالب على معارفه السابقة في الرياضيات والإحصاء خلال المرحلة الثانوية، بمعنى أن يكون قادرا على إجراء بعض العمليات كالجمع والضرب ورفع عدد إلى قوة معينة وغيرها من العمليات الرياضية البسيطة.
- **الأهداف المنتظرة من تدريس المادة**

- التمكن من طرق تنظيم البيانات وعرضها.

- القدرة على حساب مختلف المقاييس (نزعة مركزية، تشتت ومقاييس الشكل).

مقدمة

الإحصاء فرع هام من فروع العلم، يدرس الظواهر بشكل كمي وكيفي ممنهج، أي أنه يتميز بالطرق العلمية في جمع وتنظيم البيانات وعرضها في دراسة وصفية أو تحليلية تصل إلى درجة الاستنتاجات والتنبؤات واتخاذ القرارات حول ظاهرة أو موضوع ما، تكمن أهمية هذا العلم في نقطتين مهمتين، الإحصاء علم قائم بذاته من جهة، ومن جهة أخرى فان حاجة العلوم الأخرى لهذا العلم لا تكاد تنقطع أو تخص علم دون غيره، إذ أن جل هذه العلوم لا تعرف طريق الوضوح والدقة بدونه، فالتجارة والاقتصاد والزراعة والصناعة، الطب والبيولوجيا، التسيير والتخطيط والتعليم، كلها علوم تعتمد على الإحصاء بشطريه الوصفي والاستدلالي.

يعتبر الإحصاء الوصفي مدخلا عاما للإحصاء إذ يُدرس لطلاب الجذع المشترك وكذا لطلاب المستويات الأخرى، يوفر هذا الباب من علم الإحصاء مقدمات حول كيفية وصف الظواهر الاقتصادية، الاجتماعية، الطبيعية وغيرها من الظواهر المحيطة بالإنسان باستخدام الأساليب الرقمية والوصفية التي تلخص في جداول إحصائية بسيطة أو رسومات بيانية لتوضيح الظاهرة أكثر.

سعيا لتبسيط الإحصاء وتسهيل تعلمه لدى طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية تم تصميم هذه المطبوعة خصيصا لهم وفق البرنامج الوزاري الجديد لمقياس الإحصاء المعتمد في جامعات الوطن وذلك بتقديم محتوى المحاضرات في شكل دروس مختصرة وبسيطة مدعمة بالعديد من الأمثلة والتمارين المحلولة، حتى يكتسب الطالب قاعدة صحيحة تمكنه من إجراء دراسة وصفية بسيطة لظاهرة ما وتمكنه أيضا من فهم واستيعاب دروس الإحصاء الاستدلالي فيما سيأتي.

المحــور الأول: مدخــل إلى علــم الإحصـــــــاء، مفاهيم ومصطلحات

المحاضرة 1

1.الهدف من تدريس الإحصاء

الهدف العام للإحصاء يشمل العمل على تمكين الطالب من تحويل البيانات الإحصائية الخامة إلى جداول ورسومات بيانية لتسهيل قراءتها وتبسيط فهمها عن طريق معرفة أهم القوانين الإحصائية وطرق استخدامها في حل المسائل من أجل تقديم صورة عددية واضحة دقيقة أو تقريبية للظاهرة المدروسة وقد تتعمق الدراسة إلى أن تصل إلى اتخاذ قرارات آنية أو استشرافات مستقبلية في شأن ظاهرة أو وضع ما في المجتمع.

أما على **المستوى الخاص** فان هذا المقياس أو المادة العلمية تهدف إلى:

- ✓ التعريف بأهم المصطلحات والمفاهيم الإحصائية.
- ✓ معرفة مستويات قياس المتغيرات الإحصائية.
- ✓ التعرف على أنواع البيانات والتفريق بين الكمية والنوعية منها.
- ✓ القدرة على تبويب البيانات غير المبوبة الكمية والنوعية.
- ✓ التمكن من طرق العرض البياني للبيانات الكمية.
- ✓ التمكن من طرق العرض البياني للبيانات النوعية.
- ✓ القدرة على تطبيق القوانين المختلفة باختلاف البيانات.
- ✓ التمكن من حساب مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال) للبيانات المبوبة وغير المبوبة.
- ✓ حساب مشتقات مقاييس النزعة المركزية.
- ✓ حساب مقاييس التشتت في البيانات غير المبوبة والبيانات المبوبة.
- ✓ التوصل إلى وصف البيانات المتوفرة لفهمها.
- ✓ التعرف على شكل التوزيع من خلال تطبيق مقاييس الالتواء ومقاييس التفرطح.

2.أهمية الإحصاء

- ✓ يعمل على تقديم البيانات الأولية في جداول تكرارية بسيطة ورسومات بيانية واضحة.

- ✓ حساب مقاييس النزعة المركزية تعطي فكرة عامة عن مركزية البيانات.
- ✓ حساب مقاييس التشتت تعطي هي الأخرى فكرة عن مدى تشتت البيانات عن وسطها الحسابي أو العكس.
- ✓ يمهد لدراسة الإحصاء الاستدلالي.

3.تعريف علم الإحصاء

الإحصاء هو علم التخطيط للحاضر والمستقبل، فهو علم قائم بذاته وهو العلم الوحيد الذي يُستخدم في جميع المجالات ومختلف التخصصات وعلى كل المستويات، فلا يخلو أي علم من وجود عنصر الإحصاء كالعلوم الاجتماعية، التطبيقية، التقنية والصحية وغيرها.

فهو العلم الذي يعمل على دراسة مختلف الظواهر عن طريق وصفها بأسلوب علمي سليم واستخلاص النتائج التي تساعد في التعريف بالظاهرة بوصفها وفهمها وتسمح بالاستشراف.

ويعرفه مركز المناهج التعليمية الليبية على أنه " العلم الذي يبحث في المبادئ والقوانين والطرق العلمية المختلفة لجمع البيانات وتبويبها وعرضها وتحليلها ثم استخلاص النتائج والتعليقات والتوصل إلى أحسن القرارات لحل المشاكل المختلفة على أساس من التحليل العلمي للبيانات المتاحة " (المناهج، 2019-2020).

ينقسم الإحصاء إلى فرعين مهمين أحدهما الإحصاء الوصفي وثانيهما الإحصاء الاستدلالي.

فما هو الإحصاء الوصفي؟

4.تعريف الإحصاء الوصفي

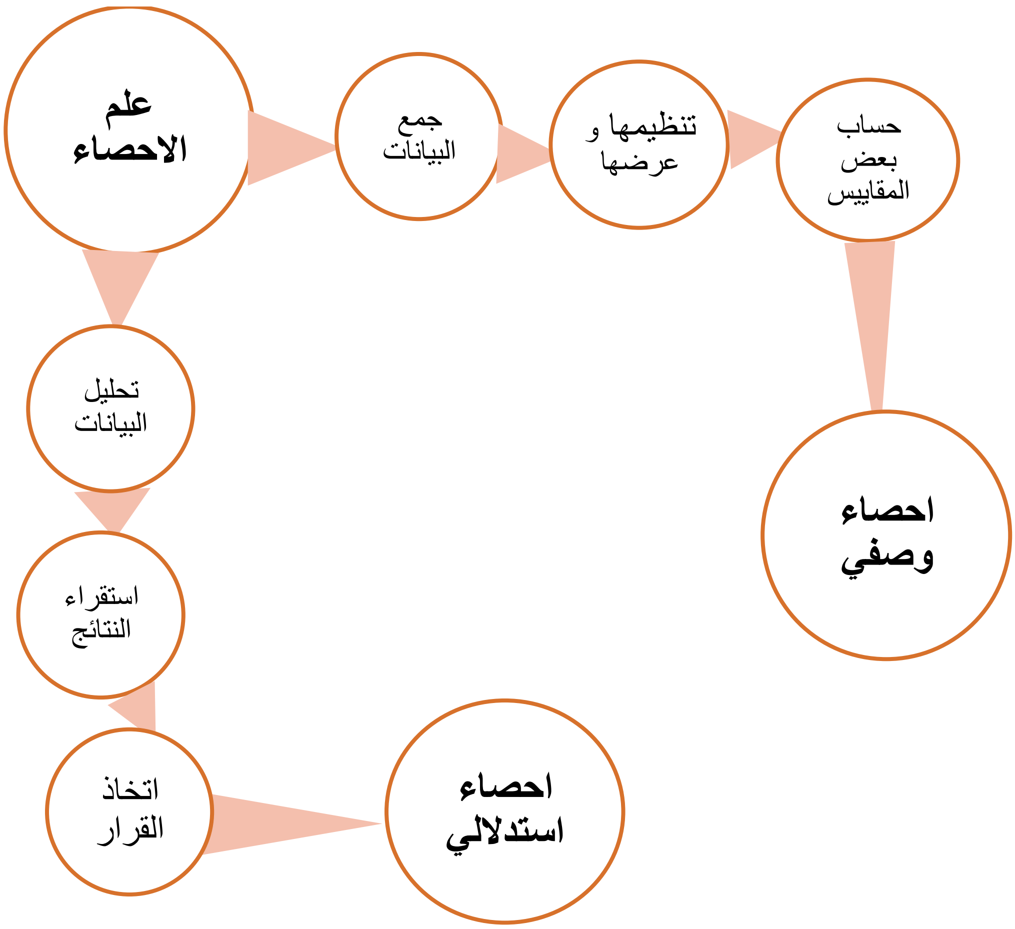
الإحصاء الوصفي هو الفرع الأول من علم الإحصاء الذي يعمل على جمع البيانات وتنظيمها لوصف الظواهر المدروسة في مختلف التخصصات، وذلك بواسطة تنظيم البيانات في جداول إحصائية أو عرضها بيانيا وحتى قياسها بالاعتماد على بعض المقاييس الإحصائية الخاصة بهذا الجزء من علم الإحصاء مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

يعرف كل من محمودحسن المشهداني وأمير حنا هرمز الإحصاء على انه " الطريقة العلمية التي تختص بجمع البيانات والحقائق عن ظاهرة معينة وتنظيم وتبويب هذه البيانات والحقائق بالشكل الذي يسهل عملية تحليلها وتفسيرها ومن ثم استخلاص النتائج واتخاذ القرار على ضوء ذلك" (هرمز، 2015-2016).

باختصار يعمل الإحصاء الوصفي على:

- ✓ جمع البيانات من المصادر أو من الميدان.
- ✓ تنظيم البيانات.
- ✓ تبويب البيانات وعرضها في جداول ورسومات بيانية.
- ✓ تقديم وصفا عاما للظاهرة المدروسة بحساب المؤشرات المختلفة من مقاييس النزعة المركزية كالمتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال ومقاييس التشتت كالمدى، التباين والانحراف المعياري.

مخطط لأقسام علم الإحصاء



المصدر: إعداد بلعروسي شريفة

5.تطور علم الإحصاء وعلاقته بالعلوم الأخرى

مر علم الإحصاء بعدة مراحل، بداية كان الإحصاء يهتم فقط بعملية عدّ الأشياء وحصرها وهو كلمة مشتقة من الفعل أحصى فكما جاء في القرءان الكريم في قوله تعالى في سورة الجن: بعد باسم الله الرحمان الرحيم"

لِّيَعْلَمَ أَن قَدْ أَبْلَغُوا رِسَالَاتِ رَبِّهِمْ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَ أَحْصَىٰ كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا (28).

حيث كان الإنسان قديماً يستعين بالحصى في عد الأشياء المختلفة، ثم اقتصر علم الإحصاء على تعدادات السكان وثرواتهم وعدد المواليد والوفيات لمعرفة القوى البشرية المتوفرة في الدولة خاصة الجانب العسكري، وذلك للاهتداء بها في تسيير أمور الدولة ورسم سياستها.

كون الإحصاء كان مقتصراً على الحقائق الخاصة بالدولة من هنا جاءت تسميته باللغة الأجنبية (Statistics) فهي مشتقة من كلمة State أي الدولة.

وبمرور الزمن تطور الإحصاء فشمل إلى جانب التعدادات، تجميع المعلومات عن الظواهر المختلفة في جميع المجالات، واستخدمت الطريقة الرقمية للتعبير عن هذه الظواهر وبالتالي أصبح من السهل الاستعانة بالنظريات الرياضية لشرح الأساليب الإحصائية المستخدمة، فنظريات ومبادئ الإحصاء تعتمد بدرجة كبيرة جداً على فروع الرياضيات المختلفة كالتفاضل والتكامل والهندسة التحليلية والجبر ... إلخ، وقد عكف عدد من العلماء على إيجاد واستنباط نظريات هذا العلم، وكيفية تطبيقها في العلوم الأخرى، وبفضل هذه المجهودات أصبح علم الإحصاء علماً مستقلاً له نظرياته وقواعده.

في الآونة الأخيرة تطور علم الإحصاء وتيسر تطبيق قوانينه وذلك بسبب انتشار الحاسبات الآلية والبرامج الحاسوبية التي أصبح لها دور مهمّ في سهولة وسرعة معالجة حجم كبير من البيانات وتطبيق الأساليب الإحصائية المختلفة دون عناء وبأكثر دقة. (المناهج، 2019-2020، صفحة 5).

الإحصاء هو فرع من فروع الرياضيات التطبيقية، يعتمد استخدام عدد كبير من الأساليب مثل المتوسطات، الاحتمالات، التشتت والتقدير وما إلى ذلك، وتستخدم تقنيات الرياضيات البحتة مثل التكامل والتفاضل والجبر في الإحصاء، تساعد هذه الإحصائيات في الوصف والقياسات بدقة أكبر، كما يلعب الإحصاء دورًا رئيسيًا في جميع العلوم الطبيعية والاجتماعية تقريبًا.

تعتبر الأساليب المستخدمة في العلوم الطبيعية أكثر دقة من حيث الاستنتاجات المستخلصة، أما في العلوم الاجتماعية فهي محتملة فقط لأنها تستند إلى أدلة غير كاملة(تقريبية) كونها تدرس الإنسان، فبقدر التقارب بين عناصر المادة في العلوم الدقيقة بقدر ما تختلف هذه الدراسات الإحصائية عندما يتعلق الأمر بدراسة الإنسان والأفعال التي يقوم بها أو الأحداث التي يعيشها،

فالدراسة الإحصائية لأي مجتمع من حيث العدد (تجمعات، مستلزمات حياة الأفراد....الخ) تكون أسهل وأدق بكثير منها عندما يتعلق الأمر بدراسة العادات والتقاليد وشعور الفرد أو ميوله وتصرفاته وغيرها.

يدعم الإحصاء العلوم الاجتماعية من خلال توفير حساب بعض المؤشرات ونسب انتشار بعض الظواهر الاجتماعية الإيجابية أو السلبية ودراسة تركيبة المجتمع، وتحديد أسباب وعوامل انتشار ثقافة معينة أو عادة أو ظاهرة دون غيرها مما يُساهم في الفهم الحقيقي للمجتمعات.

6.الحاجة إلى علم الإحصاء

لم تكن العلوم لتظهر أو تدرس لولا حاجة الإنسان لذلك، كون علم الإحصاء يمثل محورا هاما في معرفة وفهم ما يحيط بهذا الإنسان من مختلف الظواهر، كانت حاجته لهذا العلم تنحصر فيما يلي:

- ✓ سعى الإنسان وراء عد الأشياء المحيطة به، ثم وصفها.
- ✓ وصف الظواهر وفهم العلاقة فيما بينها.
- ✓ ليرقى هذا الفهم إلى معرفة كيفية التعامل مع المتغيرات بأنواعها.
- ✓ تحليل واستقراء النتائج لاتخاذ القرارات المناسبة (خاص بجزء الإحصاء الاستدلالي).

7.مصادر البيانات الإحصائية Sources of the statistical data

تختلف مصادر جمع البيانات وفق الحاجة أو التخصص أحيانا أو ما يتوفر لدى الباحث أحيانا أخرى، من بين هذه المصادر ما يلي:

1.7.المصادر المباشرة The direct sources

تشمل هذه المصادر جمع البيانات من وحدات المجتمع الإحصائي أو عينة البحث بالاستجواب المباشر أو التواصل عن طريق المقابلة المباشرة أو الاستمارة، حيث يتم تجميع البيانات من الميدان بالمسح الشامل أو بواسطة العينة.

1.1.7.المسح الشامل The complete census

يتم جمع البيانات من كل مفردات المجتمع دون ترك أيا منها، هذا النوع من المسوح تجريها الدولة أو المنظمات العالمية المختلفة كبحوث منظمة الصحة العالمية حول صحة المرأة على سبيل المثال، ولأن هذا النوع من المسوح يكلف مالا وجهدا ووقتا فلا يمكن للباحث أن يقوم بها، لذا يلجأ للمسح بالعينة.

2.1.7.المسح بالعينة The sampling

العينة هي جزء من المجتمع الكلي يختارها الباحث وفق ضروريات البحث ووفق قوانين معينة حتى تمثل المجتمع الكلي أحسن تمثيل ومنه يمكن تعميم نتائج العينة على المجتمع الكلي في حالة ما استدعت الحاجة.

3.1.7.أسباب اعتماد العينة في البحث The reasons for adopting a sample in research

- توفر العينة جهدا ووقتا.
- المسح الشامل أو التعداد قد يكون المجتمع كبيرا جدا أو محدودا لكن يصعب الوصول إلى كل أجرائه.
- المسح الشامل يؤدي إلى إتلاف المجتمع مثل فحص دم الإنسان أو فحص منتوج معين وغيرها.

المعاينة هي اختيار العينة الممثلة للمجتمع بهدف تعميم نتائجها على المجتمع، والعينة أنواع.

4.1.7.العينات الاحتمالية وغير الاحتمالية The Probability and non-probability Samples

هي طريقة أخذ أعضاء أو أفراد أو مجموعات فرعية من المجتمع الأصلي (سكان منطقة، مؤسسات.......الخ) بغرض الاستدلال بهذه العينات أي الاكتفاء بتقديم نتائج دراسة عينة دون تعميم النتائج أو تقدير خاصية معينة للمجتمع ككل عن طريق تعميم نتائج العينة. وتستخدم العينة على نطاق واسع من طرف الباحثين، وتعتبر طريقة جيدة لربح الوقت ومناسبة من حيث التكلفة والجهد، لهذا تشكل العينة أساس تصميم العديد من الدراسات. من بين هذه العينات ما يلي:

أ.العينات الاحتمالية The probability Samples

هي عينات مأخوذة من المجتمع بطريقة الاحتمالات أي تجنب التحيز لأي عنصر أو وحدة دون غيرها في احتمال ضمن مفردات العينة أي أن احتمال اختيار أي مفردة من المجتمع لا يساوي الصفر، هذا النوع من العينات تمثل المجتمع تمثيلا جيدا وتقبل أساليب التحليل الإحصائية ومنه تكون نتائجها قابلة للتعميم.

لسحب أي عينة احتمالية من مجتمع ما على الباحث تحديد هذا المجتمع بشكل دقيق حتى يستطيع التعامل مع مفرداته.

من العينات الاحتمالية الأكثر استخداما ما يلي:

العينة العشوائية البسيطة Simple random sample

العينة العشوائية المنتظمة The systematic random sample

العينة العشوائية الطبقية The stratified random sample

العينة العشوائية العنقودية The cluster random sample

العينة العشوائية متعددة المراحل The multi –stage random sample

ب. العينات غير الاحتمالية The non-probability Samples

العينة الحصصية The quota sample

العينة العرضية The accidental sample

المصادر غير المباشرة The indirect sources

يقوم الباحث بجمع البيانات أو المعطيات من المصادر غير المباشرة المتمثلة في الدراسات السابقة أو من دراسات ميدانية لعينات أقل بكثير من عينات المسوح من حيث العدد، هذه الدراسات غالبا ما يجريها الباحثون أنفسهم أو بمساعدة فريق من المحققين لربح الوقت أو لعدم توفر المال الكافي لإجراء مسح بعينة كبيرة. من المصادر غير المباشرة نذكر:

1.2.7.التعداد

من المصادر التي توفر بيانات وتقدم معلومات حول المجتمع الكلي، فهي عملية تقوم بها جهات متخصصة للحصول على بيانات حول ظاهرة أو أكثر، فهي دراسة كمية وكيفية للظواهر.

2.2.7.الحالة المدنية

تقدم البيانات الحيوية فيما يخص سكان منطقة معينة.

3.2.7.التجربة: هذا النوع من المصادر يعتمد عليه بشكل كبير علماء علم الأحياء.

8. أنواع البحوث الإحصائية The types of statistics researches

تنقسم البحوث الإحصائية إلى أقسام ثلاث:

1.8.البحوث الإحصائية الوصفية Descriptive statistics researches

تعمل على جمع البيانات دون هدف محدد أو غرض معين، لكن فقط لتوفير بيانات يمكن الاستفادة منها في المستقبل.

2.8.البحوث الإحصائية التحليلية The analytical statistics researches

على جمع البيانات لهدف معين من أجل تفسير مشكلة معينة.

3.8.البحوث الإحصائية التجريبية The experimental statistics researches

تستعمل في المجال الطبي و البيولوجي والزراعي.

تختلف البحوث الإحصائية من مجال إلى أخر و من تخصص لآخر أنه هناك قواسم مشتركة تتمثل في خطوات البحث الإحصائي.

9.خطوات البحث الإحصائي The steps of statistic research

يتضمن العمل الإحصائي **أربع** خطوات أو مراحل مهمة هي:

1.9.التعرف على ظاهرة الدراسة Identifying the study phenomenon

يتم تحديد الإطار العام لظاهرة الدراسة المتمثل في المكان و الزمان المناسبين لذلك، وحدات القياس، الصفات المراد معرفتها إثر الدراسة حول الظاهرة.

2.9.**جمع البيانات** Collecting the data

خلال فترة زمنية محددة ومن مصدر أو مصادر معلومة (تعداد، الحالة المدنية، كتب، دراسات سابقة...الخ) يتم جمع بيانات رقمية أو وصفية أو كلاهما بأكبر قدر ممكن من الدقة عن ظاهرة محددة وفق الهدف الذي يحدده الباحث في أغلب الأحيان أو ما تقتضيه الحاجة، تشمل هذه المرحلة الحصول على المعلومات أو البيانات القياسية من قيم ومشاهدات من مختلف المصادر أو عن طريق التجارب (دراسات أو تجارب علم الأحياء، الصيدلة والطب) أو الدراسة الميدانية التي يجريها الباحث مثلا في العلوم الاجتماعية.

3.9. **تنظيم وعرض البيانات** Organizing and presenting the data

بعد جمع البيانات التي قد تكون كثيرة يصعب على الباحث فهمها، فيقو م الباحث بوضع البيانات التي تم الحصول عليها (مرحلة جمع البيانات) في جداول يتم تصميمها لهذا الغرض وعرضها بطريقة مناسبة كالتوزيعات التكرارية والرسومات البيانية.

د. تحليل البيانات و**استقراء النتائج** Analyzing the data and reading the results

هو استخدام الأساليب الإحصائية المختلفة في تحليل البيانات التي تم جمعها وعرضها، وذلك بهدف إعطاء وصفا للظاهرة المدروسة.

أما استقراء النتائج فيقصد بها الاستنتاجات التي يتم التوصل إليها على شكل تقديرات أو تنبؤات من أجل الاستشراف، التخطيط أو اتخاذ قرار معين، وإن كانت هذه الخطوة تندرج ضمن قسم الإحصاء الاستدلالي.

10.**مصطلحات إحصائية Concept of statistics**

1.10.المجتمع الإحصائي The statistical population

هو مجموع المفردات من الأشخاص أو العناصر أو الأشياء التي تشترك في خصائص معينة، مثل طلاب الجامعة، عمال قطاع صناعي، قاعات الدراسة في الجامعة، السيارات في حظيرة الحي وغيرها من المجتمعات الإحصائية.

مثل دراسة إحصائية حول المستوى المعيشي لكل أسر مدينة وهران لسنة 2024.

2.10.العينة The sample

هي عبارة عن مجموعة صغيرة من الوحدات المأخوذة من المجتمع مهما كان نوعها (أفراد، أسر، ظواهر، مؤسسات، أشياء ..الخ)، والتي يحصل منها الباحث على معلومات أو بيانات حول ظاهرة أو مشكلة الدراسة، فمثلا عدد سكان مدينة وهران كبير يصعب على الباحث الوصول إلى كل مفرداته بسبب (الوقت، المال، الجهد)، لذا يتم اختيار جزء من هذا المجتمع يسمى بالعينة.

مثال : دراسة حول المستوى المعيشي لـ 200 أسرة في مدينة وهران 2024.

3.10.**الوحدات الإحصائية The statistical units**

هي العنصر أو المفردة التي تجرى عليها الدراسة الإحصائية، يجب تحديد الوحدة الإحصائية بوضوح ودقة وتتمثل في عناصر أو مفردات المجتمع(الفرد هو وحدة إحصائية من مجموعة الأفراد محل الدراسة، المؤسسة هي وحدة إحصائية من المجتمع المتمثل في مجموعة المؤسسات.....الخ).

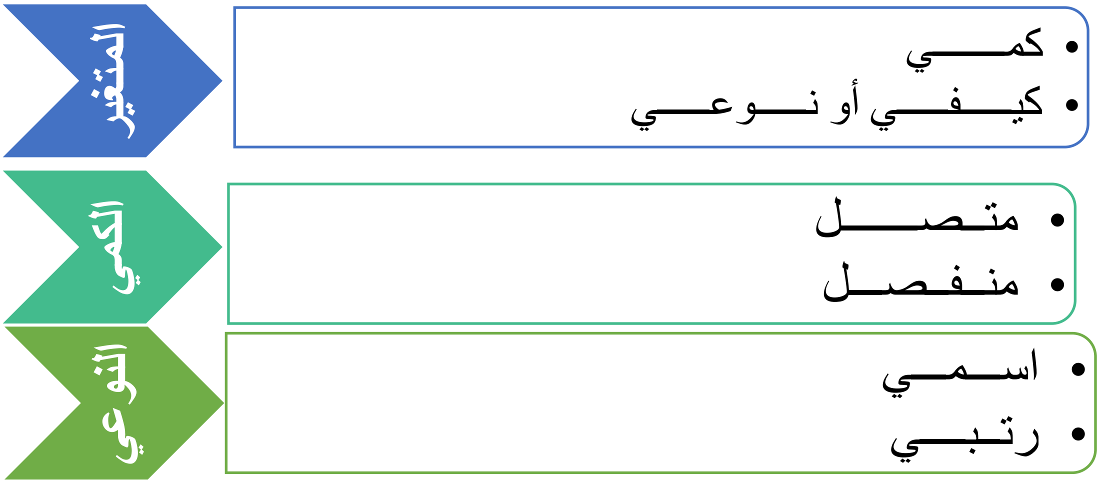
كل أسرة من المثال أعلاه تعتبر وحدة إحصائية، كل طالب هو وحدة إحصائية من مجموعة الطلبة، كل سيارة هي وحدة إحصائية من مجموع سيارات الحظيرة.

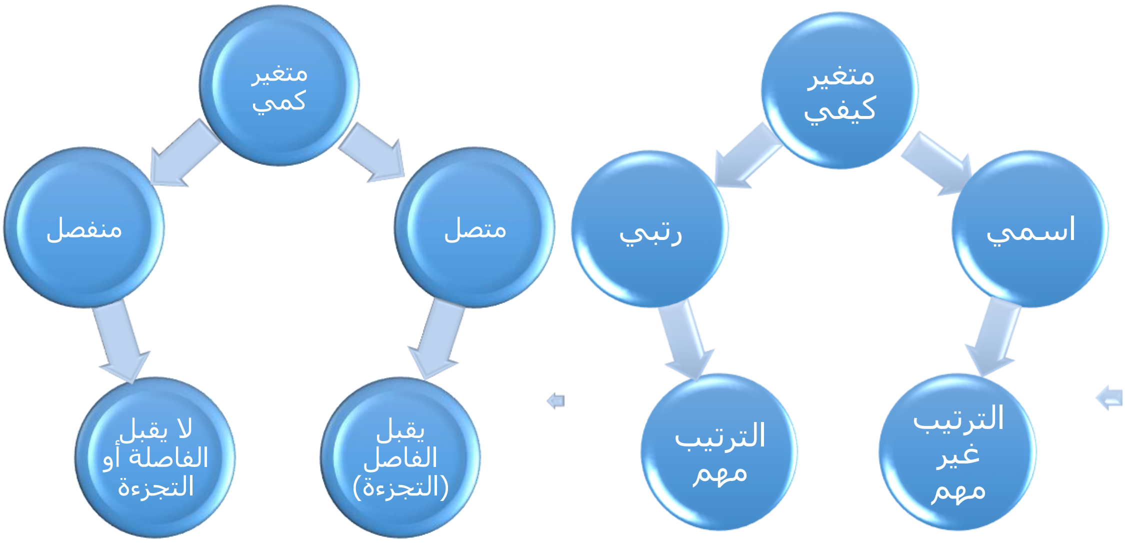
4.10.المتغيرات الإحصائية The statistical variables

هي الخاصية أو الصفة التي يرغب الباحث في دراستها فهي القاسم المشترك بين عناصر المجتمع، وتكون قابلة للتغيير من مفردة إلى أخرى مثل طلاب الجذع المشترك فلا اختلاف بينهم طالما لم يحدد الباحث صفة أو خاصية تميزهم عن بعض، مثل العمر، مستوى التحصيل، المستوى المعيشي، نقطة الامتحان وغيرها.

تجمع هذه البيانات من طرف الباحث أو من قبل جهات مختصة ثم تقدم بطرق علمية في وثائق رسمية وغير رسمية وهي مجموعة المعلومات الكمية أو العددية وكذا الوصفية حول ظاهرة الدراسة، فهي الصفة أو الخاصية التي تكون قابلة للملاحظة من طرف الباحث أو الهيئة المسؤولة عن البحث مثل الجنس، السن، الحالة المدنية المستوى الدراسي الطول كلها متغيرات إحصائية يرمز لها بـ x_i.

المتغيرات نوعان: متغيرات كمية ومتغيرات كيفية أو نوعية.





5.10.المتغيرات النوعية (الكيفية) Qualitative variables

هي بيانات وصفية اسمية أو ترتيبية خاصة بظاهرة معينة لا تخضع للقياس الكمي أي أنها متغيرات وصفية يرمز لها بأعداد لا تأخذ المعنى الكمي مثل:1 ذكر/2 أنثى أي أن العددين واحد واثنان هما رمزان فقط وليس قيمتين لمتغير الجنس، تصنيف متغير آخر من هذا النوع كالرتبة المهنية، الجنسية أو غيرهما فهذا التصنيف يبنى على أساس امتلاك الفرد أو الوحدة الإحصائية للخاصية أو عدم امتلاكها والمتغيرات الكيفية نوعان

1.5.10.متغير كيفي اسمي(غير ترتيبي) Unorderable qualitative variable

هو اسم أو صفة لأي مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي مثل الجنس، الحالة المدنية، الجنسية وغيرها.

2.5.10.متغير كيفي رتبي Orderable qualitative variable

هو اسم أو صفة تعبر عن التفضيل بين مفردات المجتمع الإحصائي مثل الرتبة المهنية، المستوى التعليمي ، تقديرات الطلبة، المستوى المعيشي، درجة رضا المستهلك.

6.10.المتغيرات الكمية Quantitative variables

هي البيانات العددية لظاهرة ما تكون قابلة للقياس الكمي، فهي المتغيرات العددية التي تقاس بمقدار أي أن للعدد قيمة بخلاف المتغيرات النوعية مثل: الطول، الوزن، السعة، السن، عدد الأطفال، عدد السيارات، عدد المنازل، عدد المقاعد، عدد الطلبة، المعدل، وهي أيضا نوعان

1.6.10.المتغيرات الكمية المتصلة Continuous variables

هي تلك المتغيرات التي تأخذ قيما صحيحة أو كسرية أي هي المتغيرات التي تقبل التجزئة بأخذ الفاصلة مثل : الدخل ، السن، الوزن، المسافة، السعة.

2.6.10. المتغيرات الكمية المنفصلة Discrete variables

هي المتغيرات التي لا تقبل التجزئة أي أنه لا يقبل الفاصلة بل يأخذ قيما صحيحة فقط مثل عدد الأطفال أو عدد الكتب، عدد المقاعد، عدد الغرف وغيرهما.

وتخضع هذه المتغيرات عند قياسها لمستويات تتوافق ونوعها.

11.أنواع البيانات The types of data

1.11.البيانات المبوبة The classified data

وهي البيانات المنظمة في جدول والتي تحتوي على تكرارات.

2.11.البيانات غير المبوبة The unclassified data

عبارة عن قيم عشوائية غير مرتبة أو غير منظمة في جدول إحصائي وتحتوي على التكرارات (البيانات العشوائية التي لا تحتوي على تكرارات لا يتم جدولتها).

12.التكرارات Frequency

تتمثل في عدد الحالات الممكنة أو المشاهدات للمتغير الإحصائي ونرمز لها بـ n_i

مجموع التكرارات نرمز له بــ N ($N = \sum n_i$).

1.12.التكرار المطلق Absolute frequency

هو التكرار العادي، أي عدد المشاهدات الخاصة بكل قيمة التي يمكن أن يأخذها المتغير الإحصائي.

2.12.التكرار النسبي The relative frequencies

هو عبارة عن نسب مئوية يتم الحصول عليها بقسمة التكرار العادي على مجموع

التكرارات $fi = ni \sum ni$.

علما أن يمكن تحويل التكرار النسبي إلى تكرار نسبي مئوي حيث يتم ضرب التكرار النسبي في100، يرمز له بـ fi %.

3.12.التكرارات التجميعية The cumulative frequencies

يستخدم هذا النوع من التكرار عندما نحتاج إلى معلومات إضافية عن البيانات، مثل الحاجة إلى معرفة عدد المفردات التي تقل قيمتها أو تزيد عن حد معين. هنا تكون الحاجة إلى إيجاد التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة التي تكون كما يلي:

- **التكرار المتجمع الصاعد** Ascending cumulative frequency عبارة عن تكرار فئة معينة مضافا إليه مجموع تكرارات الفئات السابقة لها، تمثل مجموع الأفراد الذين تقل قيمتهم الإحصائية عن الحد الأعلى للفئة المقابلة.
- **التكرار المتجمع النازل** Descending cumulative frequency عبارة عن مجموع التكرارات ($\sum ni$) مطروح منه تكرارات الفئات السابقة، تمثل مجموع الأفراد الذين تزيد قيمتهم الإحصائية عن الحد الأدنى للفئة المقابلة.

13.مستويات قياس المتغيرات Variables measurement level

1.13.المستوى الاسمي Nominal Scale

عند استعمال الأرقام في التعامل مع البيانات الاسمية مثل الجنس (0.ذكر/1 أنثى) ومكان الإقامة (1.حضر /2 ريف) فهذا لا يعني أن الواحد اكبر من الصفر (ذكر، أنثى) أو اثنين أكبر من الواحد (ريف ،حضر) لأن هذه الأرقام ليس لها معنى كمي وإنما هي وسيلة تصنيف لا غير.

2.13.المستوى الترتيبي Ordinal Scale

في مثل هذا المستوى المتغيرات الرتبية تأخذ قيما مثل المتغيرات الاسمية تأخذ قيما غير دالة كميا لكنها تعكس درجة الأفضلية من أجل تصنيف الوحدات الإحصائية في مجموعات مرتبة تصاعديا أو تنازليا وفق صفة أو خاصية معينة.

مثل تصنيف خمس طلاب حسب تقدير شهادة البكالوريا (ممتاز، جيد،.......ضعيف) في مثل هذه الحالة لا يشترط التساوي بين فروق التقديرات يعني الفرق بين درجة الممتاز(1) و الجيد(2) لا يساوي الفرق بين الحسن(3) والمتوسط(4) أو المتوسط(4) والضعيف(5).

نفس الشيء بالنسبة لمدى رضا الأستاذ عن مستوى انتباه الطلاب أثناء شرحه للمحاضرة، وغيرها من المتغيرات من هذا النوع.

1. غير راضٍ تمامًا
2. غير راضي
3. محايد
4. راضي
5. راضٍ جدًا

هذه الأرقام (1 إلى 5) لا تمثل قيما كمية لكنها تمثل مستوى الأفضلية في درجات رضا الطلاب فقط، أي أن المستوى الرتبي لا يعطينا المسافات الحقيقية بين البيانات.

مثال1: حدد نوع كل متغير من المتغيرات الموجودة في الجدول أدناه

نوع المتغير / اسم المتغير	متغير نوعي اسمي	متغير نوعي رتبي	متغير كمي منفصل	متغير كمي متصل
شعبة البكالوريا	X			
المستوى التعليمي		x		
كمية الماء في الخزان				x
عدد الكتب في أحد أروقة المكتبة			x	
رضا الأستاذ عن نتائج طلبته		x		
ألوان العلم الجزائري	X			
عدد السيارات في الحظيرة الوطنية			x	
أوزان مجموعة من الأطفال				x

مثال2: توزيع 20 أستاذ حسب الجنس، الدرجة العلمية، الدخل وعدد الطلبة الذين يأطرهم كل أستاذ.

المطلوب: حدد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير المدروس ونوعه أو طبيعته.

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير المدروس	نوع المتغير
20 أستاذ يعني كل الأساتذة الذين شملتهم الدراسة	أستاذ واحد كل أستاذ يمثل مفردة أو وحدة إحصائية	عدد الطلبة	كمي منفصل
		الجنس	نوعي(اسمي)
		الدرجة العلمية	نوعي(رتبي)
		الدخل	كمي متصل

3.13.مستوى المجال Interval Scale

قياس المجال يزودنا بمعلومات أكثر من مقاييس الرتبة، فعلى سبيل المثال إذا كانت علامات 3 طلاب في امتحان الإحصاء 20،15،10 على التوالي فعندها يمكن القول بأن فرق هذه الدرجات يساوي خمس وحدات أي أن الفرق بين درجات الطلاب هو 5 الذي يرمز إلى قيمة عددية حقيقية وليست مجرد ترميز (كود) للمتغير.

4.13.مستوى القياس النسبي The relative level of measurement

المقياس النسبي له نفس خصائص مقياس المجال إضافة إلى وجود العدد الحقيق صفر، يمكن تنسب قيمة إلى أخرى في النوع من القياس مثل الطول والعمر ولا يكون هناك عدد سالب تحت الصفر يستعمل هذا النوع من القياس للبيانات الكمية.

سلسلة تمارين المحور

تمرين 1: حدد المجتمع الإحصائي الوحدة الإحصائية، المتغير المدروس ونوعه أو طبيعته في كل حالة من الحالات التالية.

- توزيع مجموعة من الفلاحين حسب كمية القمح المنتجة في حقولهم خلال السنة.
- استجواب طلبة القسم الأول علوم اجتماعية حول مدى رضاهم عن الخدمات الجامعية.

- توزيع 200 امرأة حسب عدد الأطفال ومكان الإقامة.
- توزيع مجموعة من العمارات حسب عدد الطوابق وقرب العمارة من المدرسة.
- توزيع 150 من الطلبة حسب الجنس وعدد الكتب التي طالعوها ونقطة الامتحان وتقديراتهم.

الحل

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير	توعه أو طبيعته
الفلاحين	فلاح	كمية القمح(الوزن)	كمي متصل
طلبة القسم الأول	طالب	الرضا	نوعي رتبي
200 امرأة	امرأة	عدد الأطفال مكان الإقامة	كمي منفصل نوعي اسمي
العمارات	عمارة	عدد الطوابق المسافة	كمي منفصل كمي متصل
150 طالب	طالب	الجنس عدد الكتب النقطة التقدير	نوعي اسمي كمي منفصل كمي متصل نوعي رتبي

تمرين2: حدد نوع كل من المتغيرات التالية:

جنسيات الزوار، وزن الأطفال، أعمار الأمهات، المستوى المعيشي، عدد المطاعم، عدد الولايات، درجات الحرارة، كمية الأمطار المتساقطة، أحوال الطقس، الرتبة المهنية، سن الأم عند ولادة الطفل الأول.

الحل

المتغير	كمي		نوعي	
	منفصل	متصل	رتبي	اسمي
الجنسية				x
الوزن		x		
العمر		x		

المستوى المعيشي			x	
عدد المطاعم	x			
عدد الولايات	x			
درجات الحرارة	x			
كمية الأمطار		x		
أحوال الطقس				x
الرتبة المهنية			x	
السن		x		

تمرين3: ما هو الفرق بين المجتمع الإحصائي والوحدة الإحصائية والمتغير؟

الحل

- **المجتمع الإحصائي** هو كل الوحدات قيد الدراسة (مجموعة أطفال، طلبة، نساء، مؤسسات).
- **الوحدة الإحصائية** هي مفردة واحدة من المجتمع الإحصائي (طفل، طالب، امرأة، مؤسسة).
- المتغير هو الصفة المراد دراستها (وزن الأطفال، عمر الطالب، عدد أطفال المرأة، موقع المؤسسة ....الخ).

تمرين 4: يمر العمل الإحصائي بعد تحديد الهدف من الدراسة بعدة مراحل ما هي؟

الحل مراحل العمل الإحصائي هي:

- مرحلة جمع البيانات من مصادرة معينة.
- تنظيم هذه البيانات وعرضها.
- تحليل البيانات.
- استقراء النتائج.

تمرين5: ما هي المصادر التي يمكن أن يعتمدها الباحث لجمع البيانات وما نوع هذه المصادر في الحالات التالية:

1. سبر أراء طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية لسنة 2025/2024حول توقيت المحاضرات.

2. سبر أراء طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية لسنة 2025/2024حول مدى استيعابهم للمادة العلمية التي يقدمها الأستاذ المحاضر.
3. دراسة حول إنتاج مصنع الأدوية في المدينة خلال فترة زمنية محددة.
4. التسرب المدرسي في إحدى مدارس المدينة.
5. دراسة حول عدد المواليد والوفيات في بلدية وهران لسنة 2023.
6. توزيع سكان الجزائر حسب الولايات وحسب الجنس والسن لسنة 2008.
7. دراسة حول وفيات المواليد الجدد في مستشفى البلدية لسنة 2025.

الحل

بعد تحديد الباحث لهدف الدراسة والوقت المسموح لإجراء الدراسة وإمكانيات الباحث أو الجهة التي ستقوم بالدراسة تكون الإجابة على الاقتراحات أعلاه كما يلي:

1. سبر أراء طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية لسنة 2025/2024حول توقيت المحاضرات. في هذه الحالة يمكن للباحث:

- أن يجري استجوابا لكل طلبة الجذع المشترك ممن يحضر أو من لا يحضر(المسح الشامل، مصدر مباشر).
- أن يختار مجموعة من الطلبة فقط ويجري الاستجواب معهم(المسح بالعينة، مصدر مباشر).

2. سبر أراء طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية لسنة 2025/2024حول مدى استيعابهم للمادة العلمية التي يقدمها الأستاذ في المحاضرة. في هذه الحالة يمكن للباحث:

- أن يستجوب فقط الطلبة الذين حضروا المحاضرة دون الذين لم يحضروا(مسح شامل، مصدر مباشر).
- أن يستجوب مجموعة من الطلبة الذين حضروا المحاضرة. (مسح بالعينة، مصدر مباشر)

3. دراسة حول إنتاج مصنع الأدوية في المدينة خلال فترة زمنية محددة،على الباحث أن يجمع البيانات الخامة من أرشيف أو سجلات المصنع (مصدر غير مباشر).
4. التسرب المدرسي في إحدى مدارس المدينة، هنا يمكن للباحث:

- أن يعود إلى أرشيف المدرسة لتلك السنة ويأخذ حاجته من البيانات (مصدر غير مباشر).
- أن يعود إلى مديرية التربية للولاية لتلك السنة ويجمع البيانات (مصدر غير مباشر).

5. دراسة حول عدد المواليد والوفيات في بلدية وهران لسنة 2023، هنا أيضا يمكن للباحث أن يعتمد عدة مصادر للبيانات منها:

- جمع البيانات من الحالة المدنية للبلدية (مصدر غير مباشر).
- جمع البيانات من الديوان الوطني للإحصائيات (مصدر غير مباشر).

6. توزيع سكان الجزائر حسب الولايات وحسب الجنس والسن لسنة 2008تأخذ البيانات من:

- التعداد الوطني للسكن والسكان لسنة 2008 (مصدر غير مباشر).

7. دراسة حول وفيات المواليد الجدد في مستشفى البلدية لسنة 2025، تجمع البيانات بطريقتين:

- انتظار انقضاء سنة 2025 ثم إجراء دراسة ميدانية في المستشفى لحصر أو حساب عدد المواليد فيها (مصدر مباشر).
- الانتظار حتى نهاية سنة 2025 والعودة إلى سجلات المستشفى للحصول على البيانات (مصدر غير مباشر).

ملاحظة

هناك حالة أخرى لجمع البيانات وهي الذهاب إلى المستشفى وتسجيل الوفيات بشكل مباشر،هذه الطريقة ممكنة لكنها تأخذ الكثير من الوقت، الجهد والمال.

المحور الثـــــانـــــــي: طرق عرض البيـــانــــــات الإحصـــائـيــة

المحاضرة 2+3

1. تنظيم و عرض البيانات Organizing and presenting the data

عند الحصول على البيانات غالبا ما تكون غير مصنفة في جداول بل تكون بيانات أولية، سواء تلك التي يتحصل عليها الباحث من المصادر المباشرة أو غير المباشرة، وقبل الشروع في وصف ظاهرة الدراسة أو تحليلها يجب تصنيف وتبويب تلك البيانات في جداول لتسهيل دراستها إحصائيا كما يلي:

1.1.جداول التوزيع التكراري البسيطة The tables of thefrequency distribution simple

تمثل هذه الجداول طريقة تنظيم البيانات الأولية حول الظاهرة (المتغير) وتقسيمها إلى جداول تتضمن صفات أو قيم الظاهرة والتكرارات المقابلة لها من أجل دراستها وتحليلها. يستخدم هذا النوع من الجداول لوصف وتلخيص البيانات المتعلقة بظاهرة واحدة، سواء كانت نوعية أو كمية.

لدينا الأعداد التالية:

بما أنه لدينا سبع قيم فان i للمتغير x تتغير من 1 إلى 7 وعليه $1\ ,\ 2,\ \ 5,\ \ 6,\ \ 8,\ 10,\ 13$ نكتب $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$.

في أسطر العمود الثاني نكتب التكرارات ni

المتغير xi	التكرارات ni
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3
.	.
.	.
	.
x_n	n_n

في أسطر العمود الأول (المتغير x) نكتب العناصر التي تتوافق مع نوعية أو قيمة أو فئة المتغير الإحصائي المدروس

حتى يتم تبويب البيانات الأولية تتبع الخطوات التالية:

2.تبويب بيانات متغير كمي منفصل

هذه البيانات هي التي تأخذ قيم رقمية مثل عدد أساتذة الجامعة أو عدد الأسر في منطقة ما وغيرها، لتصنيف البيانات المنفصلة أولا يجب تقسيمها إلى مجموعات متشابهة ثم وضعها في جدول ذو ثلاثة أعمدة، يصنف في العمود الأول المتغير وفي الثاني توضع العلامات (////) حيث تمثل كل علامة تكرار وفي العمود الثالث توضع التكرارات بقيم مطلقة، كما سيوضحه المثال الأتي:

مثال 3: الأعداد التالية تمثل توزيع مجموعة طلبة الجذع المشترك حسب عدد الكتب التي أطلع عليها كل طالب خلال السنة الجامعية.

4،11،12،10،5، 5،5،11،12، 4،10،11،8،8،8،8،8،11،10،10،4،4،4،4.

المطلوب: قم بتبويب المعطيات السابقة في جدول توزيع تكراري بسيط.

الحل: أولا يجب معرفة نوع المتغير ثم ترتيب الأرقام تنازليا أو تصاعديا.

بعدها تصنف في جدول كما يلي:

الجدول رقم 1: توزيع مجموعة طلبة الجذع المشترك حسب عدد الكتب التي اطلعوا عليها.

المتغير xi	العلامات تمثل عدد المشاهدات	التكرارات المطلقة ni
4	/ /////	6
5	///	3
8	/////	5
10	////	4
11	////	4
12	//	2
المجموع	$\sum$	24

بهذا الشكل تكون البيانات قد تم تبويب أو تنظيم في جدول تكراري بسيط بعدها يمكن وصف الظاهرة بحساب بعض المؤشرات الإحصائية كما سيأتي فيما بعدّ.

3.تبويب البيانات الكمية المتصلة

إن المتغير الكمي المتصل هو الأكثر استخداما، قد تأخذ العناصر شكل أعداد كسرية (عشرية) وتتضمن فترة الدراسة قيما لا متناهية، لذلك يجب تقسيم تلك الفترات اللامتناهية إلى فترات فرعية أو جزئية، أي وضعها فيما يسمى بالفئات أو المجالات التي ستعبر عن هذا المتغير واستمراريته.

قبل الشروع في جدولة البيانات الكمية المتصلة يجب توضيح أمرا غاية في الأهمية وهو كيفية التحكم في الفئات بحسب نوع المتغير كيف ذلك؟

1.3.الفئات

هي تقسيم فرعي للنطاق الإجمالي لقيم المتغير الكمي المتصل حيث يتم تحديد شكل هذه الفئات على النحو التالي: 0-4، 5-9، 10-14 وهكذا إلى أن يضم الحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر قيمة في البيانات حيز الدراسة، فلكل فئة حدين الحد الأعلى والحد الأدنى لها، والفاصل بين حدي الفئة يسمى مجال أو طول الفئة.

يصنف طول الفئة أو المجال بثلاث طرق وهي الطريقة الحصرية، الشاملة والمفتوحة(ABIODUN) .

2.3.الطريقة الحصرية Exclusive methode

تعتمد الطريقة الحصرية للتصنيف عندما تكون أطوال الفئات ثابتة بمعنى عندما يكون الحد الأعلى للفئة هو نفسه الحد الأدنى للفئة الموالية مثل:

0-5، 5-10،10-15 وهكذا.

فعندما تكون هناك مجموعة من البيانات المعبر بها عن متغير كمي متصل مثل تصنيف 5000 رب أسرة حسب الدخل اليومي على النحو التالي: 0-1000، 1000-2000، 2000-3000 إلخ.

الفئة 0-1000 تضم كل أرباب الأسر الذين يتراوح دخلهم بين 0 و 999.99، والفئة 1000-2000، تضم أرباب الأسر الذين يتراوح دخلهم بين 1000 و 1999.99 وتستمر العملية إلى اكتمال البيانات أي إلى أن يتم احتواء كل البيانات المعطاة في فئات، هذه الطريقة توضح استمرارية البيانات فبقدر ما يكون الحد الأعلى لفئة هو الحد الأدنى للتي تليها تكون هذه الطريقة وبشكل واضح لا تترك أي قيمة خارج المجال (ABIODUN).

3.3.الطريقة الشاملة Inclusive méthode

عند استعمال هذه الطريقة يتم تجنب تداخل الفئات إذ يتم تضمين الحدود العليا والدنيا للفئات، إذ يمكن استعمال هذا النوع التصنيف للمتغير الكمي المنفصل مثل العمال في مؤسسة، الأفراد في الأسرة ، الطلبة في المدرج أو الجامعة وغيرها.

ملاحظة

في حالة المتغير الكمي المتصل يجب استعمال الطريقة الحصرية، أما الطريقة الشاملة فتستعمل عند دراسة متغير كمي منفصل في جدول ذو فئات (ABIODUN).

4.3.فصول نهاية مفتوحة Open end classes

حد الفئة مفقود إما في الطرف السفلي للفئة الأولى أو الطرف العلوي للفئة الأخيرة من التوزيع أو كلاهما غير موجود، ينشأ هذا النوع من الفئات المفتوحة في العديد من المواقف العلمية، عندما يكون توزيع البيانات يحتوي على قيم بعيدة نوعا ما عن باقي الملاحظات، كان يكون عددا قليلا من القيم عاليا جدا أو منخفضا جدا عن باقي الملاحظات (ABIODUN).

5.3.حدود الفئات The limite of the classes

يمثل نقاط بداية ونهاية الفئة (الحد الأدنى والحد الأعلى)، يسمى الجدول الذي لا يحتوي على حد أدنى للفئة الأولى أو حد أعلى للفئة الأخيرة أو كلاهما بالجدول التكراري المفتوح.

هناك ثلاث أنواع من الجداول المفتوحة وهي:

جدول مفتوح من الأسفل	
العلامة	ni
أقل من10	5
14-10	8
18-14	10
22-18	15
26-22	9
30-26	7
34-30	3

جدول مفتوح من الأعلى	
العلامة	ni
10-6	5
14-10	8
18-14	10
22-18	15
26-22	9
30-26	7
30 فأكثر	3

جدول مفتوح من الطرفين	
العلامة	ni
أقل من10	5
14-10	8
18-14	10
22-18	15
26-22	9
30-26	7
30 فأكثر	3

6.3.بيانات كمية متصلة

إن عملية تجميع هذا النوع من البيانات في جدول إحصائي بسيط تستوجب قانونا أو طريقة تسهل العملية وتوصل إلى نفس النتائج حتى ولو عولجت البيانات من طرف أكثر من باحث. وتتبع الخطوات التالية:

مثال 4: الأعداد التالية تمثل أعمار لـ 30 امرأة.

2،19،22،22،22،19،29،20،20،28،20،27،24،20،22،19،15،20،19،25،19،15،15،15، 15،22،15،33،23،33،3.

المطلوب: ضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري بسيط.

الحل

أولا: تحديد عدد الفئات

إن استخدام عدد قليل من الفئات يسهل الحسابات في حين يؤدي العدد الكبير من الفئات إلى زيادة في الحسابات لكن تحديد عدد الفئات (كأن يقترح الباحث عدد معينا من الفئات) يكون حسب نوع الظاهرة وهدف الدراسة وكذا اتجاه الباحث، غالبا ما يتم تحديد عدد الفئات بين 5 و15 فئة، ونظر للاختلافات في هذا الأمر تبقى الطريقة المثلى هي استخدام المعادلات المتفق عليها أشهرها طريقة Staurges

7.3.التوزيع التكراري

هو تجميع قيم المتغير المدروس في عدد معين من الفئات تكون متساوية من حيث الطول.

كون المتغير المدروس متغير كمي متصل إذا يجب ترتيب البيانات في فئات وليس قيما مطلقة كما كان في التمرين السابق. وعليه سيعتمد في تبويب هذه البيانات إحدى الطريقتين التاليتين:

1. STURGE's method the number of the classes $k = 1+ (3,33 \log n)$
2. The YULE method the number of the classes $k= 2.5*\sqrt[4]{n}$

طريقة Sturges: أولا حساب عدد الفئات التي نرمز لها بالحرف K

$k = 1+ (3,33 \log n)= k = 1+ (3,33 \log 30)=1+(3.33*1.477)=5.92\approx6$

عدد الفئات $k = 6$

k : عدد الفئات (the number of the classes)

R: المدى (The Range)

N: مجموع التكرارات او عدد الوحدات الإحصائية محل الدراسة

المدى : هو المجال الذي تنتشر فيه البيانات، أي هو الفاصل بين الحد الأعلى والحد الأدنى للبيانات أو القيم المدروسة.

المدى R = أكبر قيمة – أصغر قيمة $(X \max - X \min)$

الحل

$R=(X \max - X \min)=33-15= 18$

المدى = 18

طول الفئة = المدى / عدد الفئات و نرمز له بـ ai

$ai= R/k=18/6=3$

ملاحظة هامة

عند حساب طول الفئة يجب مراعاة المساواة التالية:

طول الفئة *عدد الفئات $\leq$ المدى

في المثال أعلاه طول الفئة =3 وعدد الفئات =6 والمدى =18هنا يكون المدى يساوي طول الفئة *عدد الفئات 18=6*3

8.3.إيجاد حدود الفئات

كل فئة تحتوي حدين، حد أعلى وحد أدنى ، الحد الأدنى للفئة الأولى هو أصغر قيمة من بين القيم المعطاة و الحد الأعلى لها هو الأحد الأدنى + طول الفئة، ثم تأتي الفئة الموالية فيكون حدها الأدنى هو الحد الأعلى للفئة الأولى وهكذا حتى نهاية كل الفئات. الحد الأدنى للفئة li والحد الأعلى للفئة $li + a$

من هنا يمكن تكوين جدول تكراري ذو ست فئات متساوية الأطوال (3) تبدأ الفئة الأولى بأصغر قيمة من المعطيات وهي 15 ثم يحدد الحد الأعلى لها وهو الحد الأدنى + 3 طول الفئة (18=3+15) ثم تحسب التكرارات ni كما يلي:

جدول رقم2: توزيع 30 امرأة حسب العمر

الفئات	التكرارات ni
] 18-15]	6
] 21-18]	10
] 24-21]	75
] 27-24]	2
] 30-27]	3
] 33-30]	2
$\sum$	30

بنفس الطريقة يتم اعتماد طريقة يول في تبويب هذه البيانات باستعمال طريقة يول (Yule) لحساب عدد الفئات والخطوات الأخرى هي نفسها كما عرضت في طريقة (sturges) سابقا.

$k= 2.5*\sqrt[4]{n} = 2.5*\sqrt[4]{30}= 2.5*(30)^{1/4} = 2.5*2.34= 5.85\approx6$

ثم تبدأ بعدها الدراسة الوصفية للبيانات التي تم تجميعها ثم تنظيمها في جدول.

9.3.التكرارات النسبية والنسبية المئوية

إن تنظيم البيانات في جدول تكراري بسيط (القيم المطلقة) كما سبق يسهل قراءتها وفهمها لحد ما لكنه لا يمكن من استخلاص استنتاجات لذا يجب حساب التكرارات النسبية fi أو النسبية المئوية للتعبير عن نسبة كل صنف بالنسبة لمجموع التكرارات يتم ذلك وفق القانون التالي: $fi= ni/ \sum ni$

حساب التكرار النسبي والنسبي المئوي يناسب كل أنواع المتغيرات الكمية والكيفية لأنه يمثل علاقة أي تكرارا من التكرارات الموجودة في أي جدول إحصائي بمجموع التكرارات أي أنه يوضح نسبة الجزء من الكل، وأفضل رسم بياني يمكن أن يمثل التكرارات النسبية والنسبية المئوية هو الدائرة النسبية.

يساعد التكرار النسبي في إعطاء مخطط بسيط لجدول كبير من البيانات أو العكس فأحيانا يكون عدد قيم الجدول الإحصائي تكون قليلة لكنها تعطي صورة أوضح، بالإضافة لهذا قد يحتاج الباحث إلى معلومات إضافية حول البيانات لتتضح الدراسة أكثر، مثلا معرفة العناصر التي تكون قيمتها أقل أو أكثر من حد معين يتم الحصول عليها من خلال التكرارات التراكمية الصاعدة والنازلة أو ما يسمى بالمتجمع الصاعد والنازل للتكرارات المطلقة أو التكرارات النسبية.

10.3.التكرار المتجمع الصاعد

التكرار المتجمع الصاعد يمثل عدد الأفراد الذين تقل قيمتهم الإحصائية (أعمار، دخل ...الخ) عن الحد الأعلى أو الأقصى للفئة المقابلة، بينما يمثل التكرار المتجمع النازل عدد الأفراد الذين تزيد مثلا أعمارهم، أوزانهم (القيمة الإحصائية) عن الحد الأدنى للفئة المقابلة، والمثال أدناه سيوضح ذلك.

جدول رقم3: توزيع 97 بطال حسب فئات السن لسنة 2020.

Xi	ni	Ci	if	if %	ni↑	ni↓
] 20-15]	2	17.5	0.02	2.1	2	95

] 25-20]	11	22.5	0.116	11.6	13=11+2	93=2-95
] 30-25]	27	27.5	0.284	28.4	40=27+13	82
] 35-30]	20	32.5	0.21	21	60=20+40	55
] 40-35]	14	37.5	0.147	14.7	74=14+60	35
] 45-40]	12	42.5	0.124	12.6	86=12+74	21
] 50-45]	8	47.5	0.084	8.4	94=8+86	9
] 55-50]	1	52.5	0.011	1.1	95=1+94	1
$\sum$	95			100		

الجداول التكرارية المزدوجة أو ذات الإتجاهين: يستخدم هذا النوع من الجداول عند دراسة ظاهرتين أو خاصيتين لمجتمع ما في نفس الوقت تصنف بيانات الظاهرتين كما يلي: تصنف الميزة الأولى في أسطر الجدول الإحصائي وبيانات الميزة الثانية في أعمدته يرمز لقيم الخاصية الأولى بـ xi مع (i=1,2,3....n) أما الخاصية الثانية فيرمز لها ب Yj مع (j=1,2,3....m).

مثال عام عن جدول مزدوج

y_j / ix	Y1	Y2	Y3	....	Ym	m_j
x_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	....	n_{1m}	m_1
x_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	....	n_{2m}	m_2
x_3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	....	n_{3m}	m_3
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	....	....	. . . .
$n_{\cdot j}$	$n_{\cdot j}$	$n_{\cdot j}$	$n_{\cdot j}$	....	$=\sum_{jj=1} n_{\bullet}$ $n_{\cdot m}$	$n_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1} n_{i\bullet}$

11.3. جدول التوزيع التكراري المزدوج Two-way tables of the frequency distribution

جدول رقم 4: توزيع 100 طالب حسب عدد الإخوة و دخل الأب (10^3دج)

عدد الإخوة / دخل الأب	0	1	2	3+	∑
]60-50]	3	8	4	3	17
]70-60]	8	3	2	1	14
]80-70]	3	15	12	12	42
]90-80]	1	4	11	11	27
∑	15	30	29	26	100

4.تبويب بيانات متغير كيفي

هذه البيانات هي التي تأخذ أسماء مثل الحالة العائلية أو الرتبة المهنية أو الدرجة العلمية لمجموعة من الأشخاص أو الألوان المفضلة، الجنسية وغيرها، لتصنيف البيانات الاسمية أولا يجب تميز المتغير اسمي أو رتبي، في حالة المتغير الرتبي يجب ترتيب الصفات تنازليا أو تصاعديا، ثم وضعها في جدول ذو ثلاثة أعمدة، يصنف في العمود الأول المتغير وفي الثاني توضع العلامات (////) حيث تمثل كل علامة تكرار وفي العمود الثالث توضع التكرارات بقيم مطلقة.

مثال 5: البيانات التالية تمثل الدرجة التعليمية 37 أستاذا في كلية العلوم الاجتماعية.

أستاذ تعليم عالي / أ. محاضر ب / أ. محاضر ب / أ. محاضر ب / أ. محاضر أ / أ. محاضر ب / أ. محاضر أ / أ. محاضر ب / أستاذ تعليم عالي / أ. محاضر أ / أستاذ متربص / أ. محاضر ب / أستاذ تعليم عالي / أ. محاضر ب / أ. محاضر أ / أستاذ متربص / أ. محاضر أ / أستاذ متربص / أستاذ تعليم عالي / أ. محاضر ب / أ. محاضر ب / أ. محاضر أ / أ. محاضر ب / أ. محاضر ب / أستاذ تعليم عالي / أ. محاضر ب / أ. محاضر أ / أستاذ متربص / أ. محاضر أ / أ. محاضر أ / أ. محاضر أ / أ. محاضر أ / أستاذ متربص / أ. محاضر أ / أ. محاضر ب / أ. محاضر ب / أ. محاضر ب.

الحل

متغير الدرجة العلمية متغير نوعي رتبي، الترتيب مهم.

جدول رقم 5: توزيع 37 أستاذا حسب الدرجة العلمية.

الدرجة العلمية xi	العلامات	التكرارات ni
أستاذ تعليم عالي	/////	5
أ. محاضر أ	///// ///// //	12
أ. محاضر ب	///// ///// /////	15
أستاذ متربص	/////	5
المجموع ∑		37

تنظيم البيانات النوعية يأخذ تقريبا مجرى تنظيم البيانات الكمية المنفصلة، فقط عند معالجة البيانات الاسمية الترتيب غير مهم.

مثال 6: لتكن المعطيات التالية توزيع 24 طالبا في شهادة البكالوريا لطلبة الجذع المشترك للسنة الدراسية 2024/2023 شعبة الآداب. المطلوب وضع البيانات في جدول إحصائي بسيط

ممتاز	مقبول	مقبول	جيد	مقبول	ممتاز
مقبول	جيد جدا	جيد جدا	مقبول	جيد	مقبول
مقبول	جيد	مقبول	جيد جدا	جيد	جيد
جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	مقبول	مقبول

الحل

بما أن المتغير رتبي فأول خطوة هي ترتيب التقديرات تصاعديا أو تنازليا في جدول ثم حساب التكرارات كما يوضحه الجدول أدناه.

جدول رقم6: توزيع 24 طالبا في شهادة البكالوريا

التقديرات xi	التكرارات ni
ممتاز	2
جيد جدا	4
جيد	7
مقبول	11

∑	24

أما في حالة المتغير النوعي الاسمي يكون كما يلي:

مثال7: لدينا توزيع 17مسافرا في مطار ما حسب الجنسية

جزائرية	تركية	تركية	صينية	فرنسية	جزائرية
تركية	فرنسية	جزائرية	صينية	اسبانية	جزائرية
صينية	اسبانية	صينية	جزائرية	اسبانية	

المطلوب: قم بتنظيم هذه البيانات في جدول إحصائي.

الحل

تنظيم البيانات في جدول يتبع خطوات تنظيم البيانات الرتيبة دون مراعاة الترتيب، إذ يمكن البدء بأي واحدة من الجنسيات المذكورة دون أن تأثر على مجريات التنظيم أو تفقد من مصداقية العمل شيئا.

جدول رقم7: توزيع 17مسافرا في مطار ما حسب الجنسية

الجنسية xi	التكرارات ni
الجزائرية	5
التركية	3
الصينية	4
الاسبانية	3
الفرنسية	2
∑	17

5.العرض البياني للبيانات Graphic representation of the data

بعد تنظيم البيانات في جدول إحصائي تأتي مرحلة الدراسة الوصفية للبيانات وتحليلها ويكون ذلك عن طريق حساب بعض المؤشرات وتحويل بيانات الجداول إلى رسومات بيانية لتكون أكثر وضوح وأسهل قراءة.

1.5.أنواع الرسومات البيانية Types of graphics

هناك العديد من الرسومات البيانية التي تعطي صورة أوضح من الجدول الإحصائي خاصة عندما يكون الجدول كبيرا إذ تصعب قراءته، ولكل نوع من البيانات الرسم المناسب منها.

الأعمدة البيانية البسيطة، الدائرة النسبية، المدرج التكراري، الأعمدة المجزأة، المنحنى البياني، المضلع التكراري، منحنى المتجمع الصاعد والنازل، الأعمدة المتلاصقة وغيرها كثير، يتم الإعتماد على إحدى هذه الرسومات عند الحاجة وحسب نوع المتغير لهدف ما يحدده الباحث أو لحاجة استدعت الرسم البياني.

هناك رسومات خاصة بالمتغير الكمي المتصل والكمي المنفصل وأخرى خاصة بالمتغير النوعي، في حين يمكن لبعض الرسومات البيانية أن تكون تمثيلا لكل أنواع البيانات كالمنحنى البياني، فالحاجة وهدف الدراسة هي التي تقتضي تمثيلا بيانيا دون غيره.

العرض البياني للبيانات النوعية يختلف عند دراسة ظاهرة واحدة أو دراسة أكثر من ظاهرة.

1.1.5.**الدائرة النسبية**

هي تمثيل بياني يترجم توزيعات المتغير النوعي تمثل في قرص كامل يتم تقسيمه إلى أجزاء تتناسب مع التكرار النسبي أو النسبي المئوي لعناصر مجتمع الدراسة، تمثل كل زاوية من زوايا هذه الدائرة درجة من درجات المتغير المدروس، يتم حساب قيس كل زاوية بضرب التكرار النسبي 360*، هذا النوع من الرسم لا يصلح لأكثر من متغير في رسم واحد بمعنى أنه لا يمكن تمثيل متغيرين في دائرة نسبية واحدة وان قام الباحث بذلك فلن يكون لهذا الرسم معنا.

مثال8: توزيع 29 سيارة حسب ألوانها كالتالي: 11 سوداء، 3 بيضاء، 5حمراء، 4 خضراء.

لرسم الدائرة النسبية للبيانات يجب أولا حساب قيس زاوية كل جزء من الدائرة المقابل لكل تكرار نسبي، يتم حساب قياسات الزوايا وفقا للقانون التالي:

$$\text{الزاوية الممثل للتكرار} = \frac{\text{التكرار}}{N} * 360°$$

الزاوية الممثل للسيارات السوداء= $\%38 = 136.5^{\circ} = 360*\frac{11}{29} = 360*\frac{\text{تكرار السوداء}}{N}$

الزاوية الممثلة للسيارات البيضاء = $\%10 = 37.24^{\circ} = 360*\frac{3}{29} = 360*\frac{\text{البيضاء}}{N}$

الزاوية الممثلة للسيارات الحمراء = $\%17 = 6207^{\circ} = 360*\frac{5}{29} = 360*\frac{\text{تكرار الحمراء}}{N}$

الزاوية الممثلة للسيارات الرمادية = $\%21 = 74.5^{\circ} = 360*\frac{6}{29} = 360*\frac{\text{تكرار الرمادية}}{N}$

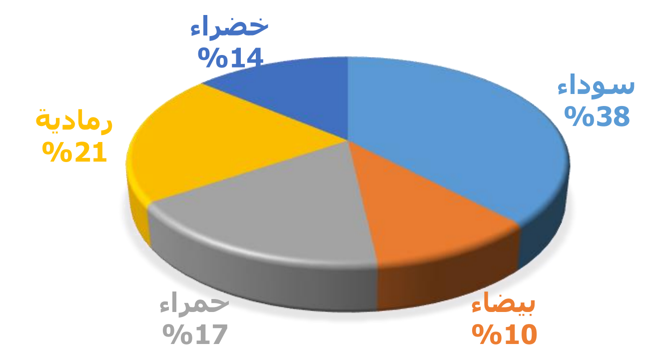
الزاوية الممثلة. للسيارات الخضراء = $.\%14 = 49.66^{\circ} = 360*\frac{4}{29} = 360*\frac{\text{تكرار الخضراء}}{N}$

جدول رقم 8: توزيع 29 سيارة في حظيرة الحي حسب ألوانها

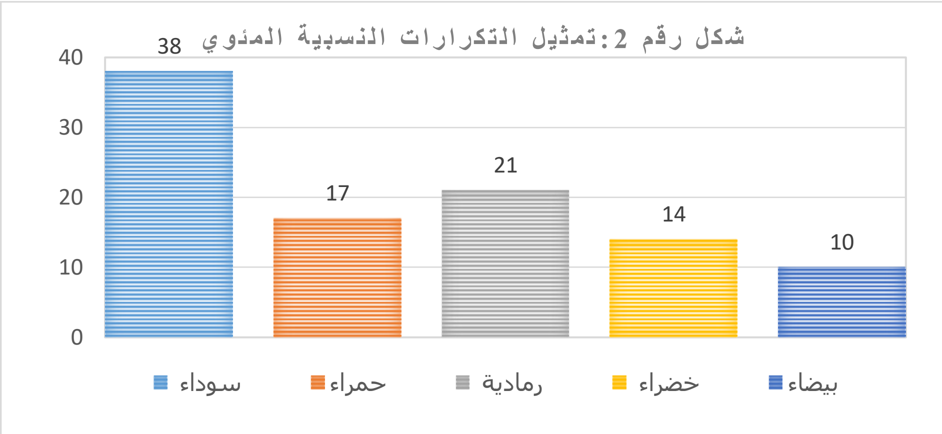
المتغير xi	التكرارات المطلقة ni	التكرارات النسبية fi	$\%fi$	مقدار الزاوية $fi*360$
السوداء	11	0.379	38	136.5
البيضاء	3	0.103	10	37.24
الحمراء	5	0.172	17	62.1
الرمادية	6	0.207	21	74.5
الخضراء	4	0.138	14	49.70
$\sum$	29	1	100	360°

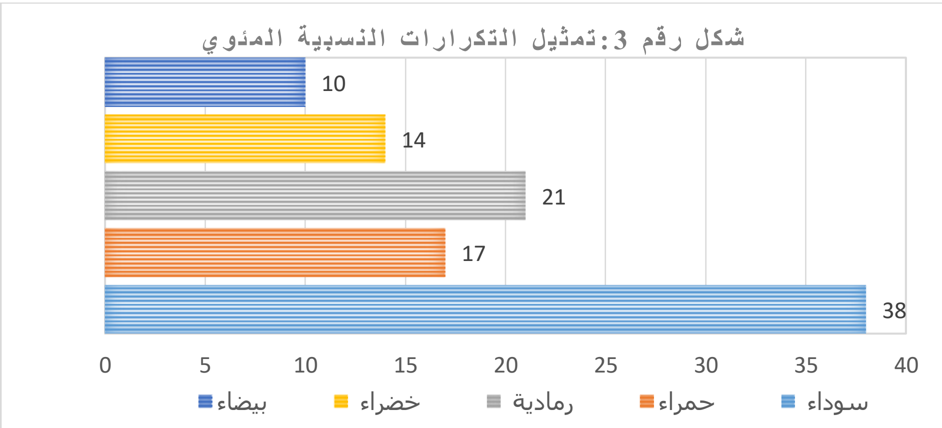
التكرار النسبي fi يساوي التكرار المطلق للفئة على مجموع التكرارات $fi = ni / \sum ni$

شكل رقم 1 : توزيع السيارات في حضيرة الحي حسب الوانها



يمكن تمثيل التكرارات النسبية المئوية $(if\%)$ للمتغير النوعي عن طريق الأشرطة المستطيلة وهي عبارة عن مجموعة من المستطيلات التي تفصل بينها مسافات ثابتة، ولها قواعد متساوية تتناسب أطوالها مع التكرارات المقابلة للصفة المدروسة يمكن رسم هذه الأشرطة بشكل أفقي أو عمودي ، كما سيوضحه الشكلين أدناه، لكن ابقى الدائرة النسبية احسن تمثيل للتكرارات النسبية.



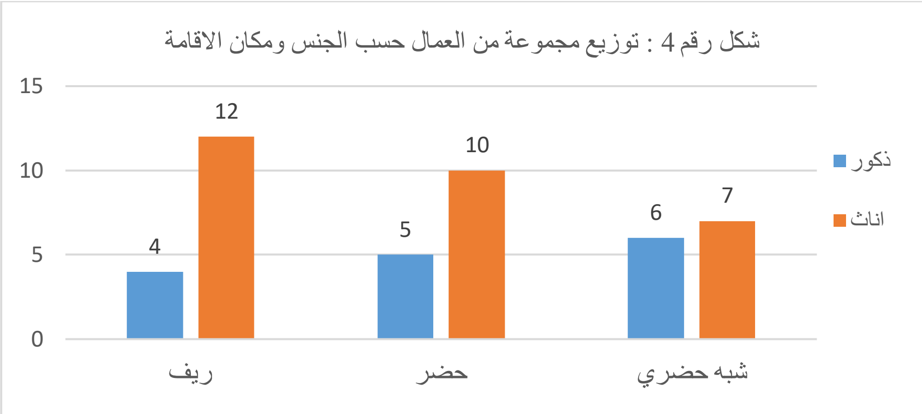


بالرغم من أن النسب المئوية من الأفضل أن تمثل بدائرة نسبية إلا أنه يمكن تمثيلها بالأعمدة والعمود المجزأ، من الأفضل تمثيل المتغير النوعي في حالة التكرارات المطلقة بالأعمدة البيانية وليس بالدائرة النسبية.

2.1.5. الأعمدة البيانية المزدوجة

يستعمل هذا النوع من الرسومات البيانية عند دراسة ظاهرتين أو أكثر.

مثال9: توزيع مجموعة من العمال في مؤسسة حسب الجنس ومكان الإقامة.

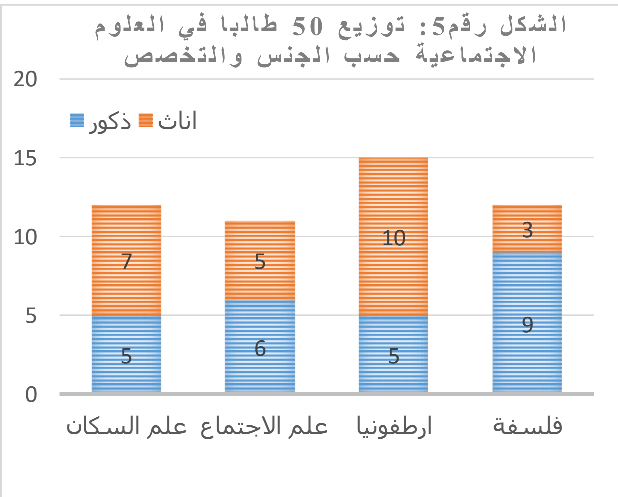


3.1.5.الأعمدة المجزأة

هي عبارة عن أعمدة بيانية مجزأة إلى قسمين أو أكثر بحسب عدد المتغيرات التي يراد تمثيلها بيانيا، هو التمثيل البياني الذي يستعمل للتعبير عن البيانات النوعية وكذا البيانات الكمية المنفصلة، يتبع نفس مراحل الأعمدة البيانية في رسمها، فقط هنا يكون المتغير يحتوي على أكثر من صفة أو خاصية Characteristic.

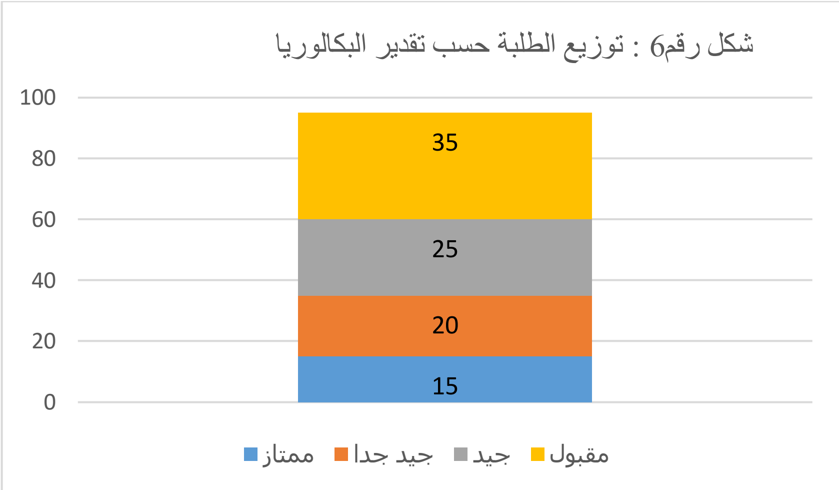
مثال10: توزيع 50 طالبا من مختلف تخصصات العلوم الاجتماعية حسب الجنس.

المتغير xi	التكرارات ni	
	ذكور	إناث
علم السكان	5	7
علم الإجتماع	6	5
الأرطفونيا	5	10
الفلسفة	9	3
∑	25	25



كما يمكن لهذا النوع من الرسومات البيانية أن يكون عبارة عن عمود واحد مجزأ عند دراسة ظاهرة واحدة بصفات متعددة.

مثال11: توزيع مجموعة من الطلبة حسب تقدير البكالوريا.



6.العرض البياني للبيانات الكمية المتصلة والمنفصلة

1.6.الأعمدة البيانية البسيطة: هو التمثيل البياني الملائم للمتغيرات الكمية المنفصلة.

مثال12: بالعودة إلى الأمثلة المقترحة سابقا يتم شرح كيفية تحويل بيانات جدول إحصائي بسيط إلى رسم بياني مناسب.

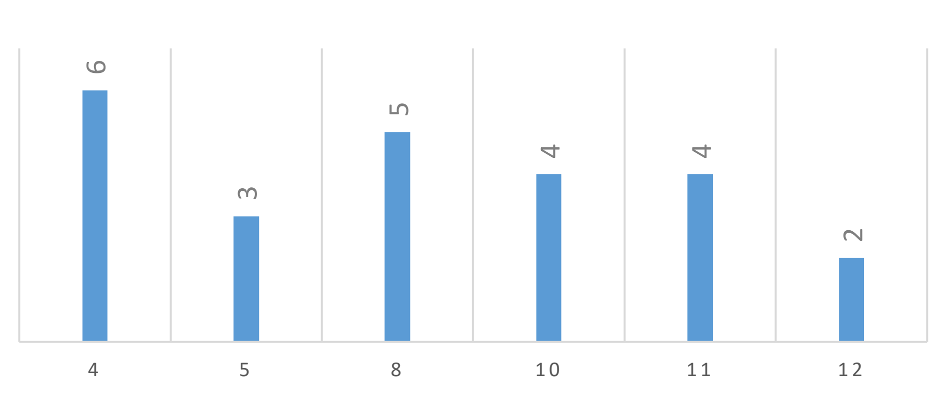
توزيع مجموعة طلبة الجذع المشترك حسب عدد الكتب التي اطلعوا عليها.

Xi	4	5	8	10	11	12	∑
Ni	6	3	5	4	4	2	24

كون المتغير المدروس (عدد الكتب) كمي منفصل فيمكن تمثيله بالرسومات البيانية التالية

هي التمثيل البياني المعبر عن المتغير الكمي المنفصل، يتم رسمها في معلم متعامد ومتجانس محور السينات يمثل قيم المتغير أو أما محور العينات فتمثل التكرارات المطلقة.

الشكل رقم 7: توزيع طلبة الجذع المشترك حسب عدد الكتب التي اطلعوا عليها خلال سنة



يمكن عرض هذه البيانات في منحنى بياني، أو في عمود واحد مجزأ إذا استدعت الحاجة وتبقى الأعمدة البيانية الأكثر استعمالا مع هذا النوع من البيانات، كما تمثل البيانات الكمية المنفصلة في أعمدة مزدوجة عند دراسة أكثر من متغير لظاهرة واحدة أو دراسة عدة ظواهر.

2.6.المدرج التكراري

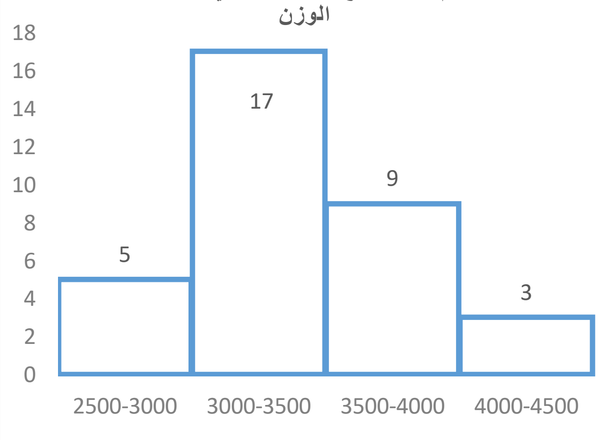
هو الرسم البياني الخاص بالتوزيع التكراري للمتغير الكمي المتصل، يتم رسمه على محورين متعامدين، احدهما أفقي يعبر عن فئات المتغير والثاني عمودي يمثل التكرارات.

هو عبارة عن عدة أعمدة متلاصقة أي متصلة ببعضها قاعدتها تمثل أطوال فئات التوزيع وارتفاعها يتناسب مع عدد التكرارات المقابلة لكل فئة من نفس التوزيع.

مثال13: توزيع مجموع34 طفل حديث الولادة حسب الوزن

الوزن بالغرام xi	التكرارات ni
]3000-2500]	5
]3500-3000]	17
]4000-3500]	9
]4500-4000]	3
$\sum$	34

شكل رقم 8 : توزيع الاطفال حديثي الولادة حسب الوزن



3.6.المضلع التكراري

عبارة عن معلم متعامد متجانس يرسم على محور السينات (xi) مراكز الفئات وعلى محور العينات التكرارات(ni) ترسم نقاط فوق كل مركزالفئة أما ارتفاع النقطة فهوعبارة عن تكرار تلك الفئة بعد رسم جميع النقاط يتم توصيلها بخطوط مستقيمة ثم غلق المضلع التكراري لكي تكون المساحة تحت المضلع التكراري مساوية لمساحات المستطيلات في المدرج التكراري، بالتالي يتشكل المضلع التكراري لجدول تكراري بسيط.

نفس المثال السابق: توزيع عدد من المواليد حسب الوزن

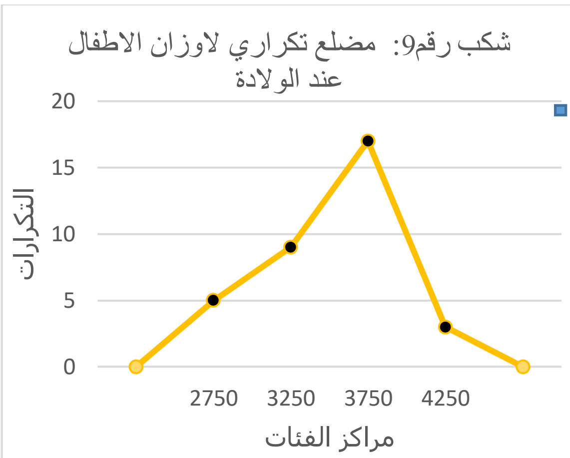
أول خطوة هي حساب مراكز الفئات ثم رسم المضلع التكراري

مركز الفئة = الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة /2 ، نرمز لمركز الفئة بالحرفين C_i

ويرمز للحد الأدنى للفئة بـ l_i والحد الأعلى للفئة يرمز له بـ $l_i + a$

$$C_i = \frac{l_i + l_{i+a}}{2}$$

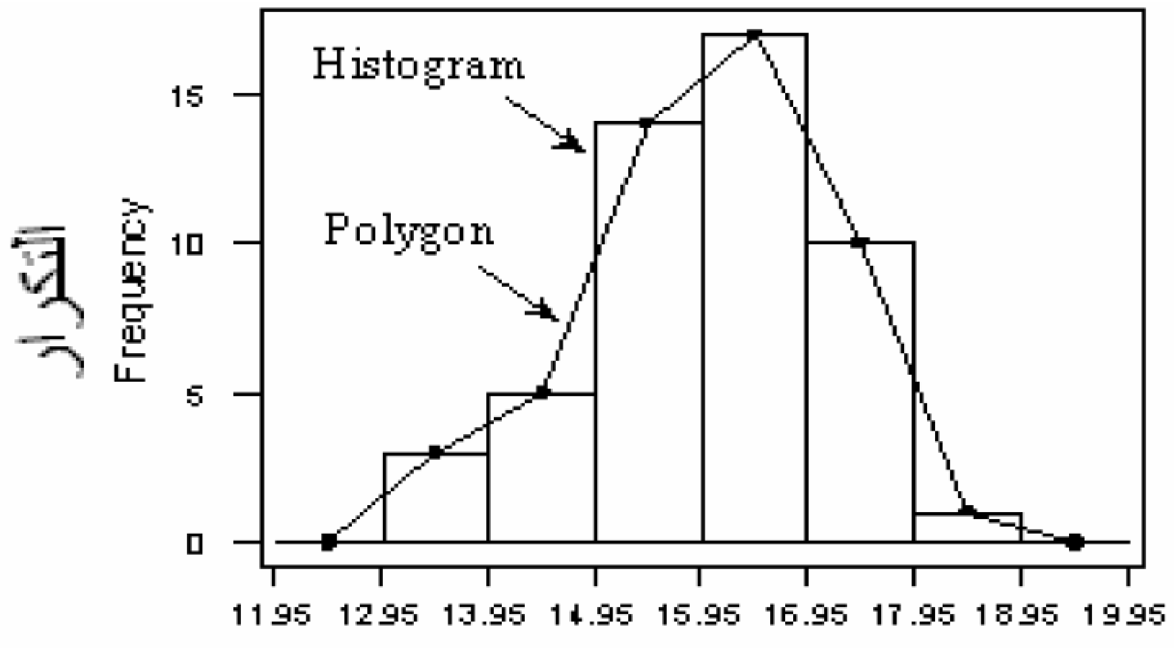
مثال14: توزيع مجموعة من الأطفال حسب أوزانهم.



الوزن بالغرام xi	مراكز الفئات C_i	التكرارات ni
]3000-2500]	2750	5
]3500-3000]	3250	17
]4000-3500]	37750	9
]4500-4000]	4250	3
$\sum$		34

4.6. المضلع التكراري والمدرج التكراري في معلم واحد

المدرج التكراري يتم رسمه كما سبق الشرح في حين يرسم المضلع التكراري بالإعتماد على مراكز الفئات التي تمثل نقاطا يتم وصلها بعضها البعض للحصول على مضلع تكراري فوق المدرج التكراري كما هو مبين في الشكل 10 الموالي.



المصدر: الصورة مأخوذة من الموقع التالي: https://faculty.ksu.edu.sa/sites/default/files/1tnzym_lbynt_wrdh.pdf

7. التكرار المتجمع الصاعد والنازل

التكرار المتجمع الصاعد هو تجميع تكرار كل فئة على جميع تكرارات الفئات السابقة لها بحيث يكون مجموع التكرار التصاعدي للفئة الأخيرة يساوي مجموع التكرارات، أما التكرار المتجمع النازل فيكون عكس ذلك، أين يتم طرح تكرار الفئة الأولى من مجموع التكرارات ثم التي تليها من التكرارات الباقية إلى أن يكون التكرار المتجمع النازل للفئة الأخيرة مساويا للتكرار

مثال15: البيانات التالية تبين توزيع 40 بقرة حلوب في مزرعة حسب كمية الحليب التي تنتجها البقرة في اليوم باللتر.

كمية الحليب	18-22	26-22	26-30	30-34	34-38	∑
عدد الأبقار	4	9	15	8	4	40

المطلوب

1- كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد و النازل.

2- كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي و النازل النسبي.

3- أوجد التكرار النسبي المئوي للتوزيع.

4- ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل في معلم واحد.

5- ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل النسبي.

الحل

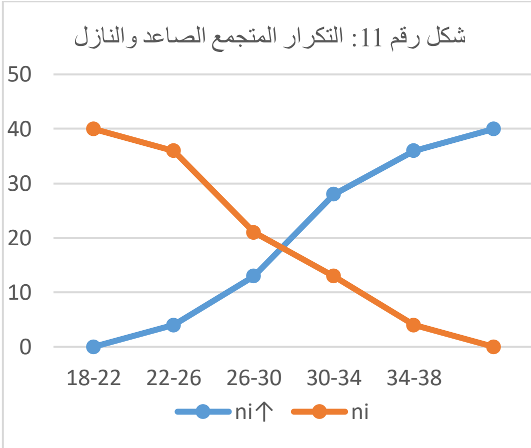
جدول رقم9: توزيع 40 بقرة حلوب في مزرعة حسب كمية الحليب التي تنتجها البقرة في اليوم.

$if\downarrow$	$if\uparrow$	$ni\downarrow$	$ni\uparrow$	fi	أكثر من		أقل من		Ni	Xi
1	0.1	40	4	0.1	40	18	0	18	4	22-18
0.9	0.325	36	13	0.225	36	22	4	22	9	26-22
0.675	0.70	27	28	0.375	21	26	13	24	15	30-26
0.3	0.9	12	36	0.20	13	30	28	30	8	34-30
0.1	1	4	40	0.1	4	34	36	34	4	38-34
				1	0	40	40	40	40	$\sum$

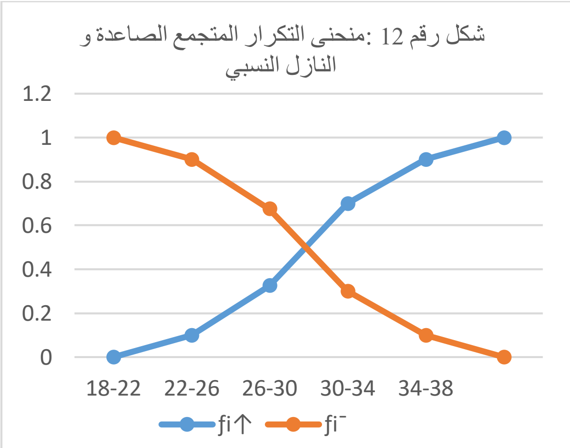
ملاحظة

التكرار المتجمع الصاعد يمكن حسابه بالطريقة العادية وهي التجميعات التراكمية للتكرارات المطلقة يرمز له بـ $ni\uparrow$ أو بالتكرارات النسبية $if\uparrow$ أما التكرار المتجمع النازل $ni\downarrow$ و $\% \downarrow if$ فهو بعكس المتجمع الصاعد أي بوضع المجموع في الخانة الأولى من الجدول ثم يتم طرح التكرارات منه واحدة تلو الأخرى، يطرح التكرار التالي من باقي العملية التي سبقتها وهكذا.

رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل(تكرار نسبي و مئوي هو التمثيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد أو النازل أو الصاعد والنازل النسبي، حيث تمثل حدود الفئات على المحور الأفقي محور السينات، والتكرار المتجمع (الصاعد، النازل) على المحور الرأسي محور العينات، ويتم تمهيد المنحنى ليمر بالإحداثيات، كما هو مبين في الشكلين التاليين:



شكل رقم 11: التكرار المتجمع الصاعد و النازل



شكل رقم 12: منحنى التكرار المتجمع الصاعدة و النازل النسبي

ملاحظة

الرسم البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة أو النازلة المطلقة أو النسبية تعطي نفس الشكل عموما كما هو مبين في الشكلين.

8.التمثيل البياني لأكثر من ظاهرة

عند دراسة ظاهرتين أو أكثر يتم تمثيل البيانات بواسطة الأعمدة المتلاصقة أو الأعمدة المجزأة.

9.الأعمدة المتلاصقة

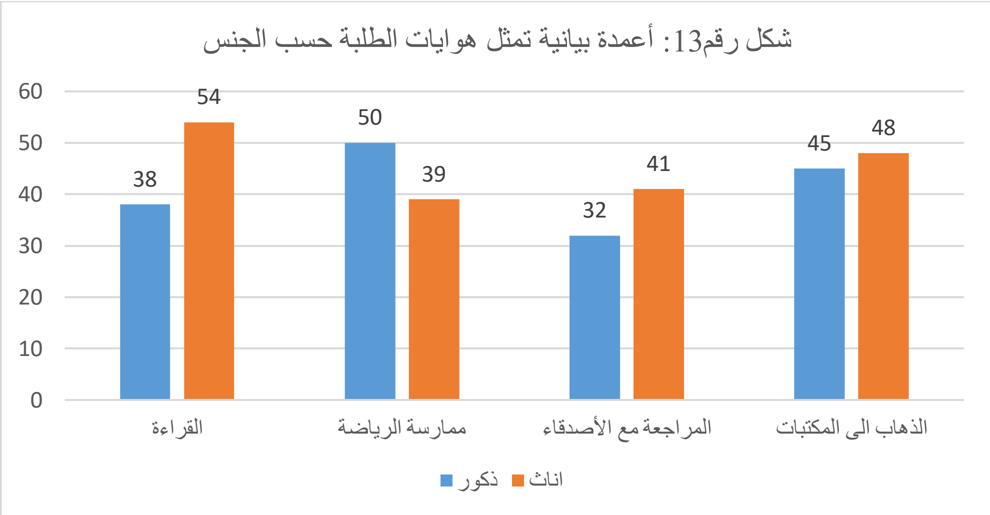
بما أن تمثيل البيانات يتماشى ونوع المتغير وعددها فإن دراسة أكثر من ظاهرة يستدعي رسما خاصا ومغاير لرسم الظاهرة الواحدة، إن عدد الأعمدة يساوي عدد الظواهر المدروسة لأن بعض الرسومات لا تفي بالغرض عند تعدد الظواهر فمثلا رسم عدة ظواهر في دائرة نسبية واحدة يزيد الأمر تعقيدا لا وضوحا.

مثال16: توزيع مجموعة من الطلبة حسب هواياتهم

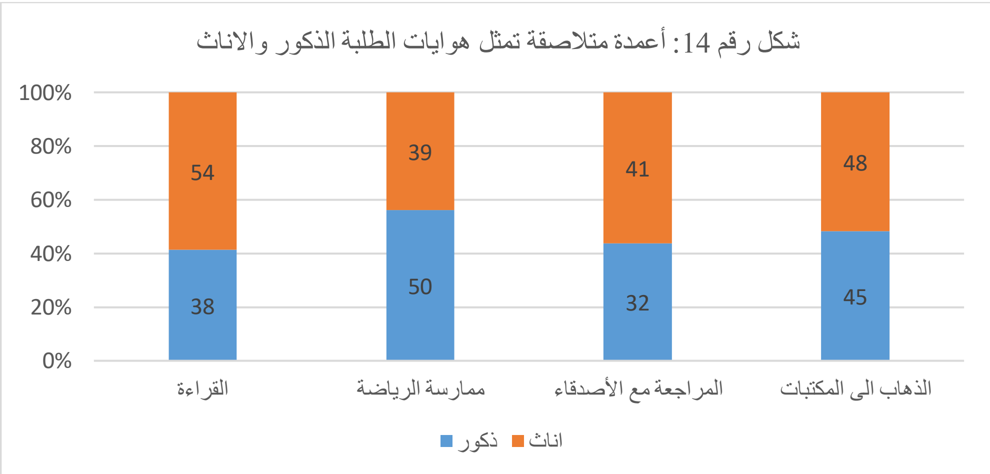
الهوايات	الذكور	الإناث
القراءة	38	54
ممارسة الرياضة	50	39
المراجعة مع الأصدقاء	32	41
الذهاب إلى المكتبات	45	48
∑	165	182

المطلوب: مثل هذه البيانات في أعمدة بيانية وأعمدة مجزأة.

الحل



10.تمثيل بيانات المثال أعلاه بأعمدة مجزأة



<u>**سلسلة تمارين المحور**</u>

تمرين 1: توزيع 120 مريضا حسب فصيلة الدم.

B-B-AB-B-A-A-O-AB-O-A-B-B-A-AB-A-AB-AB-A-A-A-O-A-B-AB-O-AB-A-B-B-O

B-B-AB-B-A-A-O-AB-O-A-B-B-A-AB-A-AB-AB-A-A-A-O-A-B-AB-O-AB-A-B-B-O

B-B-AB-B-A-A-O-AB-O-A-B-B-A-AB-A-AB-AB-A-A-A-O-A-B-AB-O-AB-A-B-B-O

B-B-AB-B-A-A-O-AB-O-A-B-B-A-AB-A-AB-AB-A-A-A-O-A-B-AB-O-AB-A-B-B-O

المطلوب: قم بتبويب هذه البيانات ثم مثلها في دائرة نسبية وأعمدة.

الحل

توزيع 120 مريضا حسب فصيلة الدم

فصيلة الدم	العلامات	التكرارات
A	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	40
B	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //	32
O	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	20
AB	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ///	28
$\sum$		120

بعد وضع البيانات في جدول وقبل رسم الدائرة النسبة يجب حساب التكرارات النسبية وذلك بإضافة عمود إلى الجدول أعلاه يسمى بالتكرارات النسبية التي يرمز لها بـ fi ويحسب بقسمة كل تكرار مطلق ni على مجموع التكرارات N أو $\sum ni$ حيث مجموع التكرارات النسبية يساوي الواحد، أحيانا يحتاج الباحث للتكرارات النسبية المئوية وهي ضرب التكرارات النسبية في 100.

لرسم الدائرة النسبية للبيانات يجب أولا حساب قيس زاوية كل جزء من الدائرة المقابل لكل تكرار نسبي كما يلي:

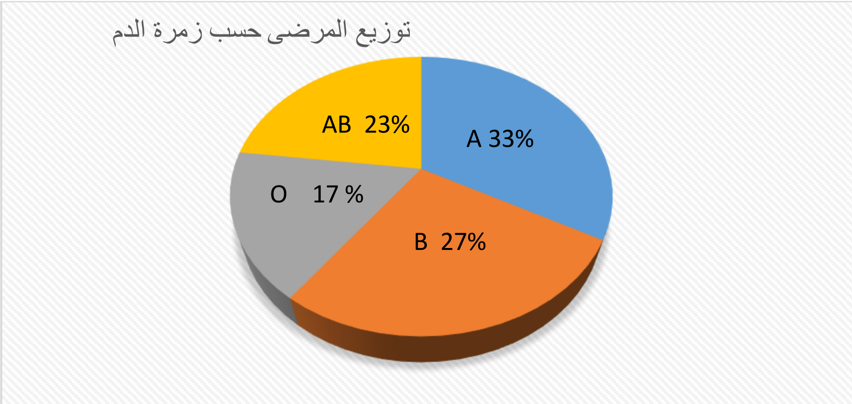
يتم حساب قياسات الزوايا وفقا للقانون :

زاوية زمرة A= $\frac{\text{تكرار A}}{N}*360 = \frac{40}{120}*360 = 120° =$ 33%

زاوية زمرة B= $\frac{\text{تكرار B}}{N}*360 = \frac{32}{120}*360 = 96° =$ 27%

زاوية زمرة O= $\frac{\text{تكرار O}}{N}*360 = \frac{20}{120}*360 = 60° =$ 17%

زاوية زمرة BA= $\frac{\text{تكرار AB}}{N}*360 = \frac{28}{120}*360 = 84° =$ 23%



تمرين2: المعطيات التالية هي نتائج ستون طالبا في مادة الإحصاء للسداسي الأول(النقطة /40).

30-27-24-17-18-21-15-19-32

20-32-22-25-22-27-10-29-17

30-28-23-18-20-1826-21-22

24-20-22-36-19-32-19-29-30

30-19-22-24-24-2-13-16-28

.36-377-36-35-27-14-18-18-22-23-24-30-35-13-15

المطلوب: كون جدول إحصائي للبيانات أعلاه. ثم مثلها بيانيا

الحل

أولا يجب حساب المدى ثم إيجاد عدد الفئات و طول الفئة

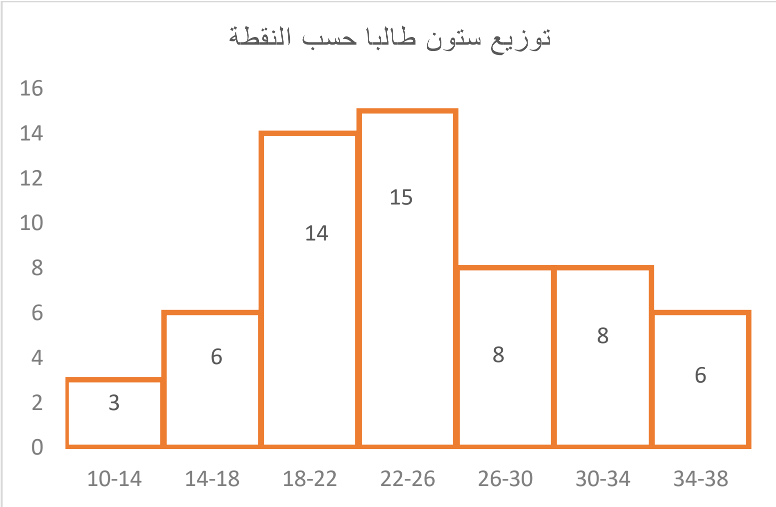
المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة R=36-10=26

K=1+(logN*3.33)=1+.82=6.82≈7

$$ai=\frac{R}{K} = \frac{26}{6.82} = 3.81 \approx 4$$

بعد معرفة طول الفئة وعدد الفئات يتم تكوين الجدول التكراري للبيانات.

xi	ni
14-10	3
18-14	6
22-18	14
26-22	15
30-26	8
34-30	8
38-34	6
∑	60



تمرين 3: لتكن المعطيات التالية توزيع مجموعة من الأطفال حسب لون العينين

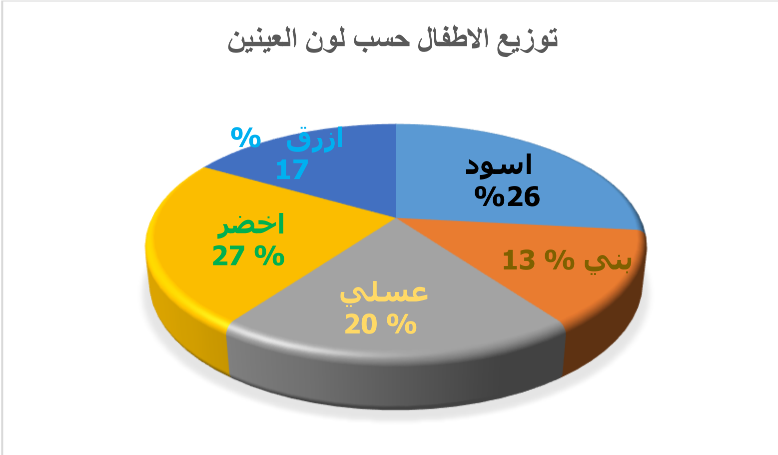
عسلي ،أسود، بني، أخضر، أزرق، عسلي ،أسود، بني، أخضر، أزرق، عسلي ،أسود، بني، أخضر، أزرق، عسلي ،أسود، بني، أخضر، أزرق، عسلي ،أسود، أسود، أخضر، أخضر، عسلي،أسود، أسود، أخضر، أزرق.

المطلوب بوب البيانات ثم مثلها في دائرة نسبية.

الحل

توزيع مجموعة من الأطفال حسب لون العينين

xi	ni	if	قيس الزاوية
أسود	8	0.267	96 =360*0.27
بني	4	0.133	48
عسلي	6	0.200	72
أخضر	7	0.233	84
أزرق	5	0.167	60
∑	30	1	360



تمرين 4: توزيع نساء القرية حسب مستواهن المعيشي

فقير، متوسط، غني جدا، فقير جدا، فقير، متوسط، غني جدا، فقير جدا، فقير، متوسط، غني جدا، فقير جدا، فقير، متوسط، غني جدا، فقير جدا، غني، غني، غني، غني.

المطلوب

ما هو المتغير المدروس وما نوعه.

ضع البيانات في جدول تكراري بسيط.

مثل البيانات بالأعمدة البيانية.

الحل

المتغير المدروس هو المستوى المعيشي.

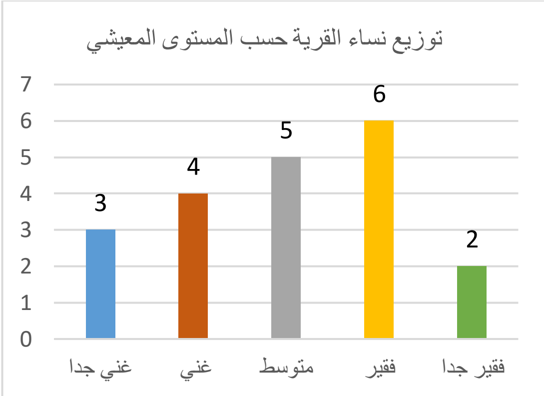
نوعه: متغير نوعي رتبي.

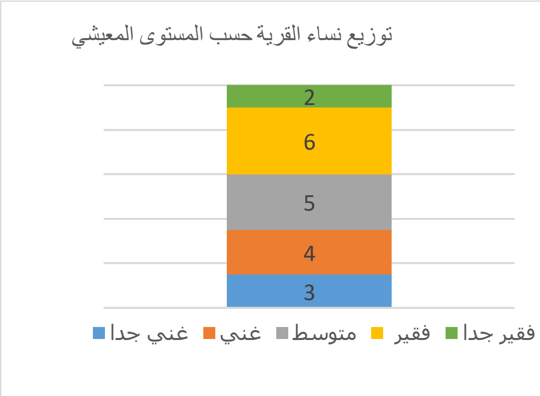
بما أن المتغير المدروس رتبي يجب ترتيب البيانات تنازليا أو تصاعديا ثم حساب التكرارات.

الترتيب: غني جدا، غني جدا، غني جدا،غني، غني، غني، غني، متوسط، متوسط، متوسط، متوسط، فقير، فقير، فقير، فقير، فقير، فقير جدا، فقير جدا.

Xi	غني جدا	غني	متوسط	فقير	فقير جدا	∑
Ni	3	4	5	6	2	20

يمكن تمثيل البيانات بالأعمدة البسيطة أو المجزأة.





تمرين 5: لدينا توزيع مجموعة من الطلبة حسب الدرجات.

توزيع الطلبة حسب الدرجات

Xi	10-5	15-10	20-15	25-20	30-25	40-35	45-40	$\sum$
Ni	10	12	13	6	10	5	2	58

المطلوب

كون التوزيع التكراري النسبي المئوي.

ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على درجة ما بين 20 وأقل من 30 درجة.

ما هي نسبة الطلاب الحاصلين على درجة 30 فأكثر.

ما هي نسبة الطلاب الحاصلين على أقل من 20 درجة.

مثل التكرارات المطلقة بيانيا.

الحل

توزيع الطلبة حسب الدرجات

Xi	ni	if %
10-5	10	17.24
15-10	12	20.69
20-15	13	22.41
25-20	6	10.35

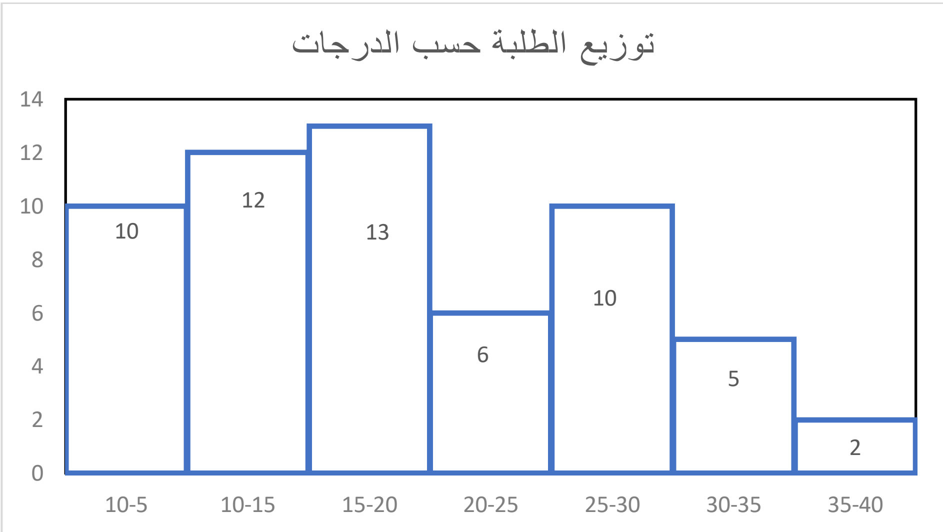
30-25	10	17.24
35-30	5	8.62
40-35	2	3.45
∑	58	100

نسبة الطلاب الحاصلين على درجة ما بين 20 وأقل من 30 هي 17+10.4=27.4%.

نسبة الطلاب الحاصلين على درجة 30 فأكثر هي 8.62+3.45= 12.07%.

نسبة الطلاب الحاصلين على أقل من 20 درجة هي 22.41+20.68+17.24= 60.33%.

ملاحظة: مجموع هذه النسب تعطي 100% من نسب الطلبة.



تمرين 6: حدد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه من خلال العبارات التالية:

3. تقديرات الممتحنين في شهادة البكالوريا.
4. الأجر الشهري لمجموعة من أساتذة الجذع المشترك.
5. رتبتهم المهنية (أساتذة الجذع المشترك)
6. نوع الأجر الذي يتقاضاه الأب.
7. ترتيب ولايات الوطن في تعداد السكان.
8. لون البذلة الرياضية للفريق.

9. الرياضة الممارسة من طرف طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية.
10. أنواع السيارات الموجودة في الحظيرة المجاورة للمنزل.
11. تصنيف 20 طفلا حسب الوزن.
12. توزيع 30 امرأة حسب عدد الأطفال.

الحل

العبارة	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوع المتغير أو طبيعته
تقديرات الممتحنين في شهادة البكالوريا	الممتحنين في الشهادة	تلميذ أو ممتحن	تقديرات	نوعي رتبي
الأجر الشهري لأساتذة الجذع المشترك.	كل أساتذة الجذع المشترك	أستاذ	الأجر	كمي متصل
رتبتهم المهنية (أساتذة الجذع المشترك)	كل أساتذة الجذع المشترك	أستاذ	الرتبة المهنية	نوعي رتبي
نوع الآجر الذي يتقاضاه أباء طلبة القسم الأول . (يومي، شهري).	كل أباء طلبة القسم الأول	أب	الأجر (يومي) شهري)	نوعي اسمي
ترتيب ولايات الوطن في تعداد السكان	كل ولايات الوطن	ولاية	الرتبة	نوعي رتبي
لون البذلة الرياضية للاعبين في الفريق	كل اللاعبين في الفريق	لاعب	اللون	نوعي اسمي
الرياضة الممارسة من طرف طلبة الجذع المشترك علوم اجتماعية	كل طلبة الجذع المشترك	طالب	الرياضة	نوعي اسمي
أنواع السيارات الموجودة في الحظيرة المجاورة للمنزل	كل السيارات في الحظيرة	سيارة	نوع أو اسم السيارة	نوعي اسمي
تصنيف 20 طفلا حسب الوزن	20 طفل	طفل	الوزن	كمي متصل
توزيع 30 امرأة حسب عدد الأطفال	30 امرأة	امرأة	عدد الأطفال	كمي منفصل

المحور الثالث: مقـــايـيــس الـنـزعـــة الـمــركـزيــــة Measures of the central tendency

تعبر مقاييس النزعة المركزية عن وصف مجموعة من القيم يعبر من خلالها عن قيمة تمثل المنتصف أو ما يسمى بمركز توزيع القيم وهي تضم كل من المتوسط الحسابي الوسيط والمنوال.

المحاضرة 4+5

1. المتوسط الحسابي The arithmetic mean

1.1.تعريف المتوسط الحسابي

يعرف المتوسط الحسابي على أنه المشاهدة التي تتمركز حولها المشاهدات، وهي القيمة التي تنزع المشاهدات لأن تساويها، فمثلا عندما ينتج مصنعا مصابيح ضوئية ويكون العمر الإفتراضي لهذه المصابيح الذي حدده المصنع وفق مواصفات معينة هو 1000 ساعة، فيكون هذا معدل أو متوسط الساعات التي سيضيء فيها كل مصباح، في الواقع كل مصباح ينزع لأن يلتزم بهذه القيمة بمعنى أن يضيء 1000 ساعة، ولكن قد يحول بينه وبين ذلك عوامل كثيرة.

يرمز للمتوسط الحسابي للمجتمع بـ μ و يرمز للمتوسط الحسابي للعينات بأحد الحروف اللاتينية عليها شرطة أفقية مثل $\bar{X}$ يقرأ إكس بار (الهوبي، 2017، صفحة 63).

بافتراض n هو عدد المشاهدات للمتغير x فتكتب بالشكل التالي $x_1 , x_2 ,\ldots\ldots\ldots x_n$

يعتبر المتوسط الحسابي أحد مقاييس النزعة المركزية يقوم بوصف مجموعة من القيم يعبر من خلالها عن قيمة تمثل المنتصف أو ما يسمى مركز توزيع القيم، لذلك يعتبر المتوسط الحسابي مؤشرا غاية في الأهمية.

المتوسط الحسابي في حالة قيم يمثل عددًا أو معدلا يتم الحصول عليه بقسمة مجموع القيم على عددها. أما المتوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة فيحسب في حالة المتغير الكمي المنفصل بحاصل مجموع قيم المتغير مضروبا في تكراراتها مقسوما على مجموع التكرارات، ويحسب المتوسط الحسابي في حالة الفئات كما هو في المتغير الكمي المنفصل فقط يتم تعويض قيم

المتغير x بمراكز الفئات للمتغير الكمي المتصل، يشير مصطلح المتوسط في الإحصاء إلى أي قياس للاتجاه المركزي.

المتوسط الحسابي من أهم مقاييس النزعة المركزية فمن السهل جدًا حساب المتوسط الحسابي باعتباره المقياس الأساسي في الإحصاء فبالنسبة لمجموعة بيانات صغيرة يمكن حساب المتوسط الحسابي بسرعة شفهيا أو يدويا على ورقة، حسابه واضح ومباشر ومعناه معروف للجميع.

2.1.مزايا وعيوب المتوسط الحسابي

لكل مؤشر في الإحصاء مزايا تجعل اللجوء إليه مستمرا من طرف الباحث أو مسؤول الحسابات في مؤسسة وغيرها، كما أن لكل من هذه المؤشرات عيوبا تنقص من فعالية المؤشر أو تجعل الباحث يلجأ إلى مؤشرا غيره.

1.2.1.مزايا وخواص المتوسط الحسابي

1. المتوسط الحسابي يكون أكثر فعالية وسهولة لاستخدامه كمدخلات لمزيد من التحليلات والحسابات.
2. يتأثر بقيم كل عناصر المجموعة أو السلسلة.
3. يتميز بقدرة كبيرة في المعالجة الجبرية.
4. هو قيمة محسوبة ولا تستند إلى الموضع في السلسلة.
5. يعد المتوسط الحسابي مثاليًا لقياس الاتجاه المركزي عند التعامل مع مجموعات بيانات ذات قيم مستقلة مأخوذة في وقت واحد.
6. يتعامل المتوسط الحسابي مع جميع الملاحظات الفردية على قدم المساواة.
7. المتوسط الحسابي سهل التعريف والحساب.
8. المتوسط الحسابي وحيد القيمة.
9. المتوسط الحسابي تدخل في حسابه جميع المفردات لذلك يعتبر ممثلا جيدا للمشاهدات.
10. مجموع انحرافات مجموعة من القيم عن متوسطها الحسابي دائمًا يساوي صفر $\sum(X-\bar{X})=0$
11. يتأثر المتوسط الحسابي بضرب المشاهدات في أي عدد حقيقي أو إضافة أي عدد حقيقي لها، بمعنى أنه لو أثرنا على مشاهدات يمثلها المتغير x ووسطها $\bar{X}$ بالتحويل الخطي $y=ax+b$ فإن الوسط الحسابي للمشاهدات الجديدة $\bar{y}$ والتي يمثلها المتغير y حيث
12. $\bar{y}=a+b\bar{X}$ (من 8 إلى 11) (الهوبي، 2017، صفحة 64).

مثال17: أحسب المتوسط الحسابي للقيم التالية: 14،12،6، 18،10 .

الحل

متوسط هذه القيم هو مجموع القيم على عدد القيم ، $\bar{X}$=(14+12+610++18)/5=60/5=12

عند ضرب القيم في عدد مثلا في 3 ستظهر قيم جديدة يرمز لها بالحرف y تكون كالتالي:

y=42,36,18,54,30 ثم نحسب لها متوسط حسابي جديد.

$\bar{y}$ =(42+36+18+54+30)/5=180/5=36

ملاحظة

المتوسط الحسابي الجديد للقيم بعد ضربها في العدد 3هو $\bar{y}$ يساوي المتوسط الحسابي للقيم $3\bar{X}$، هذا يعني أن المتوسط الحسابي يتأثر بنفس تأثير القيم عند ضربها في عدد حقيقي.

2.2.1.عيوب المتوسط الحسابي

1. يتأثر بالعناصر المتطرفة مثل العناصر الصغيرة جدًا والكبيرة جدًا.
2. المتوسط الحسابي حساس للغاية للقيم القصوى. تخيل مجموعة بيانات مكونة من 1، 2، 4، 7 و 300. مجموع الأعداد الخمسة هو 314 والمتوسط 62.8 وهذا لا يخبرنا بأي شيء مفيد عن مستوى الأعداد الفردية.
3. المتوسط الحسابي غير مناسب في التوزيعات غير المتكافئة.
4. المتوسط الحسابي غير مناسب للسلاسل الزمنية للبيانات.

3.1.كيفية حساب المتوسط الحسابي

1.3.1.في حالة قيم أو بيانات غير مبوبة

يتم تعريف المتوسط الحسابي على أنه نسبة مجموع كل الملاحظات المعطاة إلى العدد الإجمالي للملاحظات. على سبيل المثال، إذا كانت مجموعة البيانات تتكون من 5 ملاحظات، فيمكن حساب المتوسط الحسابي عن طريق قسمة مجموع الملاحظات الخمس المعطاة على 5.

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال18: لتكن الأعداد التالية 2،5،8،11،14مجموعة الكتب التي قرأتها خلال الخمسة أشهر الماضية، أحسب متوسط عدد الكتب التي قرأتها في كل شهر.

$\bar{X}= \sum xi /N=2 + 5 + 8 + 11 + 14=40/5= 8$

إذا يكون قانون المتوسط الحسابي هو عبارة عن مجموع القيم على عددها.

4.1.المتوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة

المتوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة والمتغير الكمي المنفصل هو مجموع ضرب قيم المتغير في تكراراته الكل مقسوما على مجموع التكرارات.

مثال19: ليكن الجدول التالي يمثل توزيع 35 طالبا حسب عدد الغيابات خلال السداسي

عدد الغيابات xi	1	2	3	4	5	∑
عدد الطلبة ni	3	4	8	9	11	35

المطلوب

1. احسب المتوسط الحسابي للتوزيع.
2. ما هو عدد الطلبة الذين حضروا محاضرتين أو أقل.
3. ما هو عدد الطلبة الذين حضروا ثلاث محاضرات على الأقل.

الحل

جدول رقم 10: توزيع 35 طالب حسب عدد المقاييس التي حضرها

xi	Ni	Xi*ni
1	3	3
2	4	8
3	8	24
4	9	36
5	11	55
∑	35	126

أولا : حساب المتوسط الحسابي للمتغير الكمي المنفصل وفق القانون التالي

$$=3.6\overline{X}=\frac{\sum(xi*ni)}{N}=\frac{X1*n1+X2*n2+\cdots...+xn*nm}{n1+n2+\cdots+nm}=\frac{126}{35}$$

حيث N هو مجموع التكرارات: $N=\sum ni=n1+n2+n3$

ثانيا: عدد الطلبة الذين حضروا محاضرتين أو أقل هو 4+3=7 إذا 7 طلاب.

عدد الطلبة الذين حضروا ثلاث محاضرات على الأقل هو 8+9+11=28 طالبا

ومنه عدد الطلبة الذين حضروا محاضرتين أو أقل والذين حضروا ثلاث محاضرات على الأقل هو 7+28=35 طالبا وهو مجموع الطلبة.

المتوسط الحسابي للمتغير الكمي المتصل

لتكن المعطيات التالية تمثل أعمار مجموعة من السكان لحي سكني موزعة كما يلي

جدول رقم 11: توزيع مجموعة من السكان حسب العمر

xi	Ni	Ci	$Ci*ni$
5-0	1	2.5	2.5
5.10	2	7.5	15
15-10	3	5..12	37.5
20-15	6	17.5	105
25-20	7	22.5	157.5
30-25	10	27.5	275
35-30	5	32.5	162.5
40-35	2	37.5	75
$\sum$	36		792.5

$$=22.01\overline{X}=\frac{\sum(ci*ni)}{N}=\frac{792.5}{36}$$

حيث ci هي مراكز الفئات = (الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة) /2

مثل ci =(0+5)/2=2.5 وهكذا مع كل الفئات.

2.الوسيط The median المحاضرة 7+6

هو أحد مقاييس النزعة المركزية يعتمد على ترتيب القيم حيث يقع وسط مجموعة القيم أي أن 50% من القيم تكون أقل من الوسيط و50% الأخرى تكون أكبر منه، بمعنى أنه القيمة الوسطى التي يقل عنها نصف القيم ويزيد عنها نصفها الآخر.

يمكن تحديد الوسيط للبيانات المبوبة وغير المبوبة، بمعنى أن الوسيط هو قيمة المشاهدة (يمكن أن تكون مشاهدتين) التي يقع ترتيبها وسط المجموعة بعد ترتيب القيم أو المشاهدات تنازليا أو تصاعديا، يرمز له بـ Me.

1.2.خواص الوسيط

يشترك مع المتوسط الحسابي في:

1. سهل الحساب والتعريف
2. وحيد القيمة

ويختلف الوسيط عن المتوسط الحسابي في:

1. لا يتأثر بالقيم المتطرفة
2. يمكن استخراجه من الرسم البياني أي من تقاطع بمنحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل.
3. لا يمثل مجموعة القيم تمثيلا جيدا، لأنه يركز على القيم الواقعة وسط المجموعة وليس كل القيم.

2.2.الوسيط في حالة بيانات غير مبوبة

أ.عدد القيم فردي: يستخرج الوسيط في حالة ما إذا كان عدد القيم فرديا بعد ترتيبها تنازليا أو تصاعديا بتحديد القيمة الوسطى أي القيمة التي رتبتها $R=\frac{n+1}{2}$ هي وسيط هذه مجموعة القيم .

مثال20: لتكن القيم التالية عبارة عن عدد المرضى في غرف المستشفى

9،12،5،11،3،6،10 أوجد الوسيط.

أولا: يجب ترتيب القيم من الأكبر إلى الأصغر أو العكس.

3،5،6،9،10،11،12

ثانيا: إيجاد رتبة الوسيط كما يلي: The Range هو رتبة الوسيط

$R=\frac{n+1}{2}\ \frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4$ ومنه فان الوسيط هو القيمة الواقعة في الرتبة الرابعة وهي 9

مثال 21: أوجد الوسيط للقيم التالية : 1.2،2.75،3.25،2،3،2.3،1.5.

قيمة الوسيط

الإنتاج	1.2	1.5	2	2.3	2.75	3	3.25
الرتبة	1	2	2	4	5	6	7

رتبة الوسيط

بعد ترتيب القيم تم تعين رتبة الوسيط وهي 4 إذا قيمة الوسيط هي 2.3 كما هي موضحة في الرسم.

ب.عدد القيم زوجي: في حالة ما يكون عدد القيم زوجيا فان الوسيط هو متوسط القيمة x_1 التي رتبتها $(\frac{n}{2})$ و القيمة x_2 التي رتبتها $(\frac{n}{2})+1$.

مثال22: 5،9،13،1،7،12،4،10.

الحل

أولا: ترتيب القيم تصبح كما يلي: 1،4،5،7،9،10،12،13

ثانيا: إيجاد رتبة الوسيط

$x_1=(\frac{n}{2})=(\frac{8}{2})=4$ و $x_2=(\frac{n}{2})+1=(\frac{8}{2})+1=5$.

ومنه فان رتبة الوسيط هي متوسط $R = x_1+x_2 =4+5/2=4.5$

أما قيمته فهي متوسط القيمتين الواقعتين في الرتب x_2 و x_1 ومنه 8=2/7+9 ، الوسيط $Me =8$.

مثال23: أوجد وسيط القيم التالية:

1.5 ، 1.8 ، 2.5 ، 2 ، 2.5 ، 3.5 ، 3، 3.75 ، 4، 4.5 بعد ترتيب القيم وتحديد قيمة الوسيط بقسمة القيمتين الواقعتين في الوسط على 2، كما هو موضح في الرسم.

3.2.الوسيط في حالة البيانات المبوبة

1.3.2.الوسيط في حالة متغير كمي منفصل

مثال24: الجدول أدناه يمثل توزيع مجموعة من الأسر حسب عدد الأطفال

Xi	ni	n↑
2	7	7
3	4	11
4	6	17
5	3	20
∑	20	

قيمة الوسيط: 3 — رتبة الوسيط: 11

لإيجاد رتبة الوسيط يتم حساب التكرار المتجمع الصاعد ثم تقسم مجموع التكرارات على 2($\frac{\sum ni}{2}$) ،

ثم تحدد رتبة الوسيط (قد تكون قيمة في المتجمع الصاعد فتأخذ مباشرة أو محصورة بين قيمتين) كما في هذه الحالة وهنا تصبح 20/2=10 والعدد 10 في المتجمع الصاعد محصور بين 7 و 11 ومنه تأخذ أكبر قيمة دائما، إذا رتبة الوسيط هي 11 وقيمته هي القيمة المقابلة في الجدول لهذه الرتبة وهي 3 كما هي موضحة على الجدول.

2.3.2.الوسيط في حالة متغير كمي متصل

مثال25: توزيع مجموعة من الطلبة حسب نقطة امتحان الإحصاء

xi	Ni	n↑
] 5-0]	10	10
] 10-5]	15	25
]15-10]	30	55
]20-15]	25	80
∑	80	

أولا : إيجاد الفئة الوسيطية بقسمة مجموع التكرارات على 2 أي $40=(\frac{80}{2}=\frac{\sum ni}{2})$

40 غير موجودة في المتجمع الصاعد إذا هي محصورة بين قيمتين هما 25 و55 وبالتالي تأخذ أكبر قيمة 55 وهي رتبة الفئة الوسيطة 10-15 ثم يتم حساب الوسيط بالاعتماد على القانون التالي:

$$Me=l_1+\left[\frac{\left(\frac{n}{2}\right)-ni\uparrow Me-1}{niMe}\right]* ai$$

حيث:

l_1 : الحد الأدنى للفئة الوسيطية

$ni \uparrow Me-1$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية

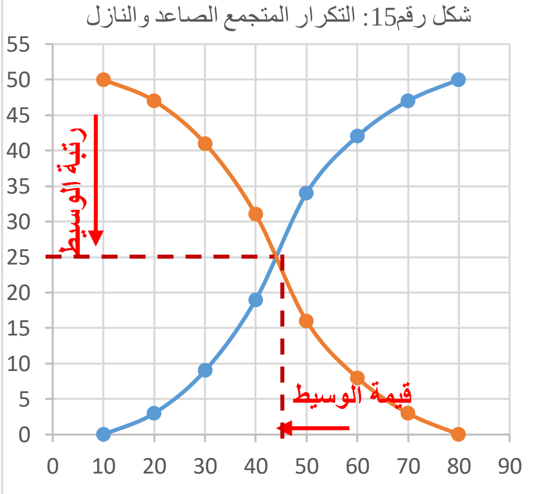
niMe : التكرار المطلق للفئة الوسيطية

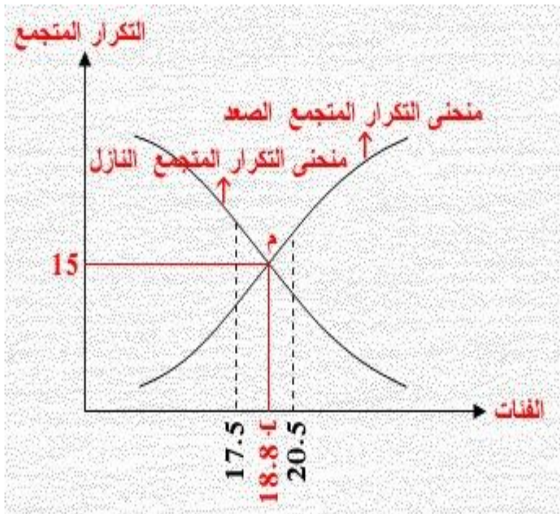
ai : طول الفئة الوسيطية ومنه

$$Me=l_1+\left[\frac{\left(\frac{n}{2}\right)-ni\uparrow Me-1}{niMe}\right]* ai=10+\left[\frac{\left(\frac{80}{2}\right)-25}{30}\right]*5=(10+(15/30))*5=10+2.5=12.5.$$

يمكن إيجاد الوسيط برسم منحنى المتجمع الصاعد والنازل ونقطة تقاطع المنحنيين تمثل الوسيط، وذلك سواء للمثال أعلاه أو للذي قبله أو لبيانات أخرى كما يوضحه الرسم الموالي:

شكل رقم15: التكرار المتجمع الصاعد والنازل





ملاحظة: لحساب المتوسط الحسابي، الوسيط في حالة متغير كمي (منفصل، متصل) يمكن الاعتماد على التكرارات النسبية وتتبع نفس خطوات حسابها طريقة الحساب في التكرارات المطلقة.

يكون القانون كما يلي: $Me=l_1+\left[\frac{\left(\frac{fi}{2}\right)-fi\uparrow Me-1}{fiMe}\right]*ai$

3.المنوال The mode **المحاضرة 8**

1.3.خواص وعيوب المنوال (الهوبي، 2017، صفحة 65)

1.1.3.خواص المنوال

1. يعتبر المنوال أكثر مقاييس النزعة المركزية سهولة في الحساب.
2. لا يتأثر بالقيم المتطرفة.
3. يمكن أن يكون في مجموعة واحدة أكثر من منوال.

2.1.3.عيوب المنوال

1. ليس له معنى إذا كان عدد القيم قليلا.
2. المنوال أضعف مقاييس النزعة المركزية.
3. يتأثر بتكرارات القيم وليس بالقيم نفسها.

2.3.المنوال في حالة البيانات غير المبوبة

منوال مجموعة البيانات الخامة أو الأولية هو القيمة الأكثر شيوعا في المجموعة يرمز له بـ Mo.

مثال26: لتكن مجموعة بيانات كما يلي

أ. 2،3،1،1،5،5،1،2،6،0،7.
ب. ممتاز، ضعيف، جيد، جيد جدا، متوسط، متوسط، ضعيف
ت. 03،05،08 ،10،5،11،12،10،11،13.
ث. 02،14،03،10،11،04،06،16،07.

أ. منوال هذه المجموعة هو 1 لأنه الأكثر شيوعا أو الأكثر تكرارا في المجموعة إذا Mo= 1
ب. منوال هذه المجموعة هو متوسط لأنه الأكثر تكرارا في المجموعة إذا Mo=متوسط
ت. يوجد أكثر من منوال في المجموعة : 11 و10 لأنه الأكثر شيوعا وبنفس عدد التكرارات إذا $Mo_1=11$ و $Mo_2=10$.

ث. لا يوجد منوال لهذه المجموعة.

ملاحظة

من الأمثلة السابقة يمكن القول إذا كانت جميع مفردات المجموعة تحمل نفس التكرار أو لا توجد تكرارات أي أن المفردات ظهرت كلها مرة واحدة فإنه لا يوجد منوال في المجموعة.

أما في حالة وجود أكثر من عنصر في المجموعة بنفس التكرار هنا يوجد منوالين أو أكثر.

3.3.المنوال في حالة البيانات المبوبة Mode For grouped data

1.3.3.المنوال في حالة المتغير النوعي (اسمي أو رتبي)

مثال**27**: لتكن معطيات الجدول توزيع مجموعة من الرياضيين حسب نوع الرياضة التي يمارسونها

Xi	Ni
كرة القدم	10
كرة اليد	5
السباحة	19
ألعاب القوى	16
$\sum$	50

المنوال هو رياضة السباحة لأنها الصفة الأكثر تكرارا في المجموعة.

2.3.3.المنوال في حالة المتغير الكمي المنفصل

الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلبة حسب عدد الكتب المستخرجة من المكتبة.

توزيع 95 طالبا حسب عدد الكتب المستخرجة

xi	Ni
2	20
3	35
4	15
5	25
$\sum$	95

المنوال في حالة بيانات كمية منفصلة هو قيمة xi المقابلة لأكبر تكرار.

في المثال أعلاه المنوال هو 3 أي Mo=3 لأنها القيمة المقابلة لأكبر تكرار في الجدول وهو 35.

3.3.3.المنوال في حالة متغير كمي متصل

يعتمد حساب المنوال للمتغير الكمي المتصل على القانون التالي:

$$Mo=l_1+\left[\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\right]*ai$$

حيث:

l_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية

$\Delta 1$ =تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي قبلها

$\Delta 2$ = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي بعدها

ai : طول الفئة المنوالية

مثال28: توزيع 40 طفلا حسب الوزن

xi	Ni
35-15	8
55-35	7
75-55	10
95-75	6
115-95	9
∑	40

أولا: يجب تحديد الفئة المنوالية وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار10، [75-55] .

$$3 = 7 - 10 = \Delta 1$$

$$4 = 6 - 10 = \Delta 2$$

بالتعويض في القانون يصبح

$$Mo = l1 + \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} * ai = 55 + \left[\frac{3}{3+4}\right] * 20 = 0.429 * 20 = 55 + 8.57$$

$=63.57 , \qquad Mo = 63.57$

3.3.3.المنوال عند عدم تساوي فئات التوزيع

مثال29: لتكن المعطيات التالية توزيع 83 أسرة حسب الدخل الشهري (الوحدة 1000 دج).

xi	]25-20]	]35-25]	]40-35]	]55-40]	]56-55]	]70-56]	∑
ni	3	15	10	18	28	9	146

جدول رقم 12: توزيع 83 أسرة حسب الدخل الشهري (الوحدة 1000 دج).

Xi	Ni	طول الفئة ai	التكرار المصحح *n
]25-20]	3	5	$n^*_1=\frac{3}{5}*5=3$
]35-25]	15	10	$n^*_2=\frac{15}{10}*5=7.5$
]40-35]	10	5	$n^*_3=\frac{10}{5}*5=10$
]55-40]	18	15	$n^*_4=\frac{18}{15}*5=6$
]65-55]	28	10	$n^*_5=\frac{28}{10}*5=14$
]70-65]	9	5	$n^*_6=\frac{9}{5}*5=9$
∑	83		

عند عدم تساوي الفئات لتوزيع ما يجب تصحيحها من أجل حساب المنوال هنا يتم الاعتماد على التكرارات المصححة، ثم تتبع خطوات حسابه كما تم توضيحه في حال تساوي الفئات.

العلاقة الخطية بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة

في التوزيعات أحادية المنوال وعن طريق الملاحظة والتجربة تم استنتاج العلاقة التالية:

$\bar{X}$ ، Me وMo متمثلة في العلاقة الخطية التالية

$Mo=3Me-2\bar{X}$

تستعمل هذه العلاقة لإيجاد أحد مقاييس النزعة المركزية إذا علم الاثنان الآخران.

مثال30: مجموعة من البيانات تمثل أطوال تلاميذ مدرسة، إذا كان الطول الأكثر شيوعا هو 120 سم و الطول الذي يزيد عنه 50% من الأطوال هو 135 سم فما هو متوسط هذه أطوال أطفال المجموعة؟

$$Mo=3Me-2\bar{X}$$

$$120=3*135-2\bar{X}$$

$$1220=405-2\bar{X}$$

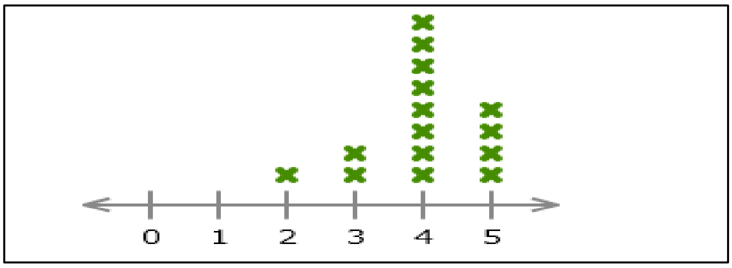
$$\bar{X}=405-120=285$$

$$\bar{X}=\frac{285}{2}=142.5$$

4.3.3.استخراج المنوال من الرسومات البيانية. بيانات خامة (غير مبوبة)

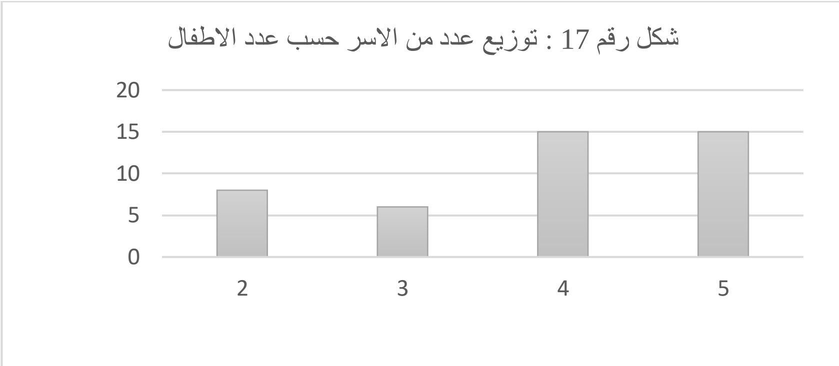
2،3،3،4،4،5،4،4،5،5،4،4،5،4،4 استخرج منوال هذه القيم من الرسم البياني

الشكل رقم16: استخراج المنوال من الرسم البياني



من الرسم البياني يتضح بأن الرقم 4 هو الأكثر شيوعا في هذه المجموعة وبالتالي فان المنوال من الرسم هو 4.

استخراج منوال البيانات الكمية المنفصلة من الرسم

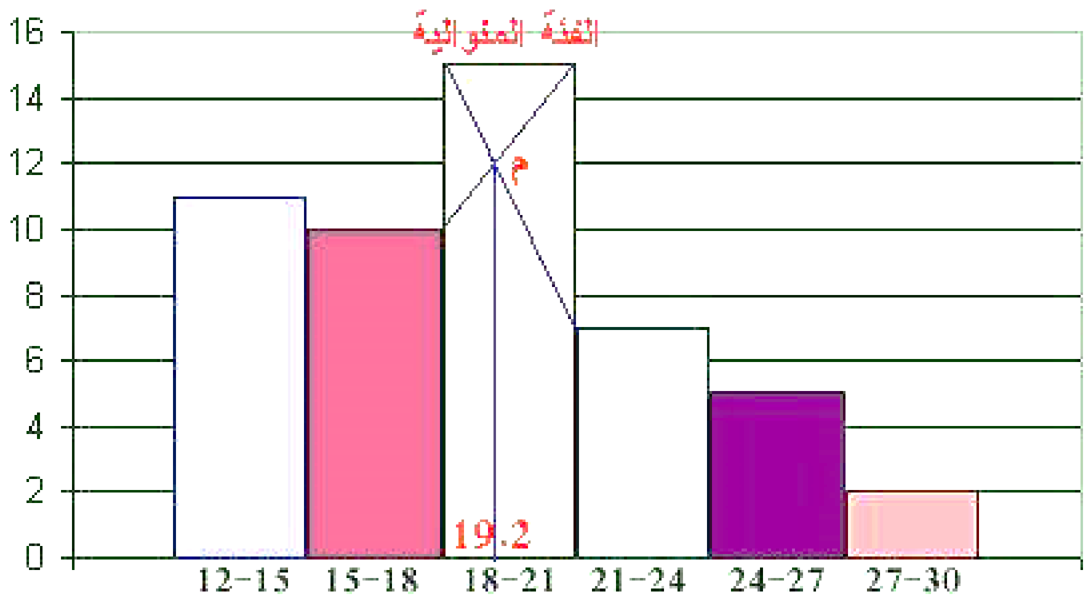


من الرسم يستنتج بأنه يوجد هنا منوالين هو 4 و5 لأنهما الأكثر تكرارا بنفس العدد.

3.3.3.استخراج منوال البيانات الكمية المتصلة من الرسم البياني

يمكن تحديد المنوال بيانيا وذلك من خلال رسم المدرج التكراري للفئة المنوالية والفئتين السابقة واللاحقة لها، حيث يتم إيصال بداية المستطيل للفئة المنوالية ببداية المستطيل للفئة اللاحقة لها، ونهاية المستطيل للفئة المنوالية بنهاية المستطيل للفئة السابقة لها. ثم نسقط عموديا نقطة تقاطع المستقيمين على محور الفواصل لنحصل على قيمة المنوال. كما هو موضح في الشكل .

الشكل رقم 18: استخراج المنوال من الرسم



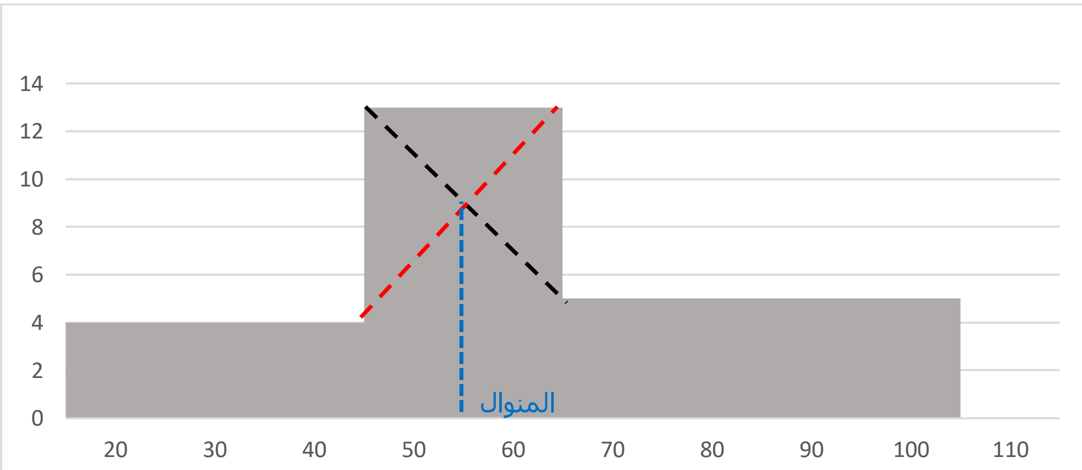
مثال 31: استخراج المنوال من الرسم عند عدم تساوي أطوال الفئات

الفئات	التكرارات ni	ai	التكرارات المصححة *ni

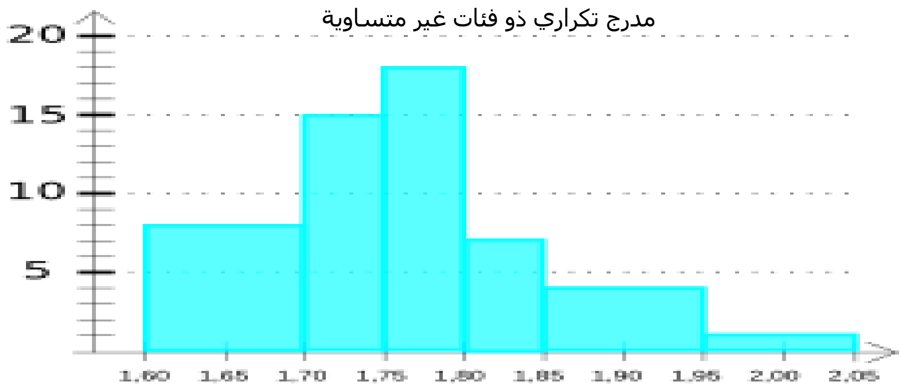
20-10	5	10	5=10*(10/5)
50-20	12	30	4 =10*(30/12)
70-50	26	20	13
110-70	20	40	5
120-110	12	10	12
∑	70		

لاستخراج المنوال من الرسم لتوزيع ذو فئات غير متساوية يجب رسم الفئة المنوالية والفئتين قبلها وبعدها ثم يتم إيصال بداية الفئة المنوالية ببداية التي بعدها، ونهاية الفئة المنوالية بنهاية التي قبلها نقطة تقاطع الخطين تسقط على محور السينات للحصول على المنوال كما هو موضح في الشكل.

الشكل رقم 19: استخراج المنوال من الرسم (فئات غير متساوية)



الشكل رقم 20: رسم بياني لفئات غير متساوية



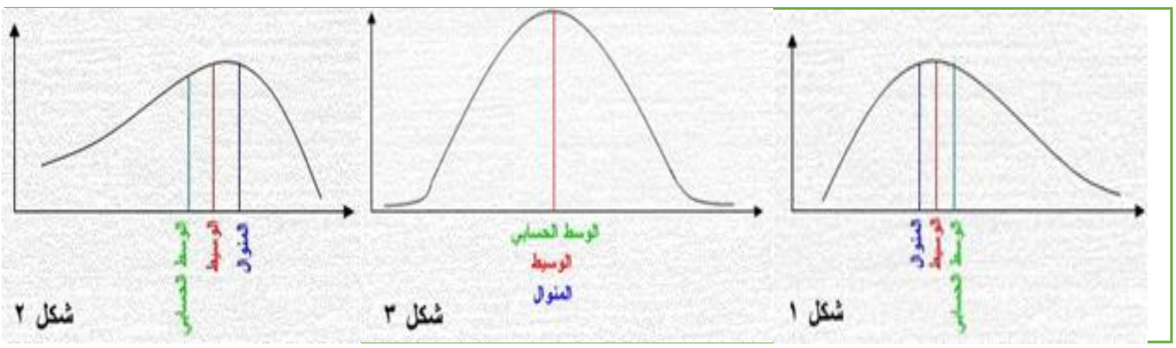
متى يستخدم كل مقياس من مقاييس النزعة المركزية؟

1. المتوسط الحسابي يتم استخدامه في حالة البيانات الكمية فقط.
2. الوسيط يستخدم في حالة البيانات الرتبية والكمية.
3. المنوال يستخدم في كل حالات البيانات الكمية والنوعية(الاسمية والرتيية).

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية.

$oM<Me<\bar{X}$ $\quad$ $oM = Me = \bar{X}$ $\quad$ $\bar{X}<Me<oM$

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية موضحة بالرسم (ستتضح أكثر هذه العلاقة عند دراسة مقاييس الشكل).



<u>**سلسلة تمارين محلولة**</u>

تمرين 1: أحسب المتوسط الحسابي، الوسيط ثم استخرج المنوال لمجموعات القيم أدناه.

المتوسط الحسابي للقيم هو مجموع القيم على عددها.

.2،5،10،12،15،18،25 $\bar{X}=\frac{\sum xi}{N}=\frac{87}{7}=12.43$

15،20،21،23،23،26 $\bar{X}=\frac{\sum xi}{N}=\frac{128}{6}=21.33$

19،15،14،19،22،25،15 $\bar{X}=\frac{\sum xi}{N}=\frac{129}{7}=18.43$

الوسيط في حالة القيم يستوجب ترتيب القيم تصاعديا ثم إيجاد الوسيط وهو القيمة التي تتوسط المجموعة.

2،5،10،12،15،18،25 eM = 12 لأن عدد القيم فردي

15،20،21،23،23،26 عدد القيم زوجي: في حالة ما يكون عدد القيم زوجيا فإن الوسيط هو متوسط القيمة x_1 التي رتبتها $(\frac{n}{2})$ والقيمة x_2 التي رتبتها $(\frac{n}{2})+1$.

$x_2=\frac{6}{2}+1=3+1=4$, $x_1=\frac{6}{2}=3$ وعليه فان الوسيط هو متوسط القيمتين الواقعتين في المرتبتين الثالثة والرابعة.

Me=21+23/2=22

المنوال: هو القيمة الأكثر شيوعا في المجموعة.

14،15،15 ،22،25،19،19 بما أن عدد القيم فردي فإن الوسيط هو القيمة الوسطى Me=19

.2،5،10،12،15،18،25 لا يوجد منوال في المجموعة.

15،20،21،23،23،26 المنوال هو 23.

19،15،14،19،22،25،15 يوجد منوالين في هذه المجموعة وهما 19 و15.

تمرين2: البيانات التالية تمثل توزيع إنتاج كمية الحليب في المزرعة خلال الأسبوع(الوحدة 100ل)

∑	40-35	35-30	30-25	25-20	20-15	15-10	10-5	xi
35	3	4	11	8	5	3	1	Ni

المطلوب: أحسب المتوسط الحسابي للتوزيع

الحل

توزيع إنتاج كمية الحليب في المزرعة (الوحدة 100 لتر)

Xi	ni	Ci	Ci*ni
10- 5	1	7.5	7.5
15-10	3	12.5	37.5
20-15	5	17.5	87.5
25-20	8	22.5	180
30-25	11	27.5	302.5
35-30	4	32.5	130
40-35	3	37.5	112.5
∑	35		857.5

$$\bar{X} = \frac{\sum ci*ni}{N} = \frac{857.5}{35} = 24.5$$

تمرين 3: لتكن البيانات التالية توزيع مجموعة من الطلبة حسب عدد الغيابات.

Xi	0	1	2	3	4	5	∑
Ni	9	15	11	8	4	3	50

المطلوب: احسب المتوسط الحسابي للتوزيع.

ما هو عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل.

ما هو عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث غيابات على الأقل.

الحل

Xi	ni	xi*ni
0	9	0
1	15	15
2	11	22
3	8	24

4	4	12
5	3	15
$\sum$	50	88

$$\bar{X}=\frac{\sum ci*ni}{N}=\frac{88}{50}=1.76$$

عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل هو: 9+15+11=35 طالب.

عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث غيابات على الأقل هو: 8+4+3=15 طالب.

ملاحظة

أولا: العبارة أقل أو أكثر مهمتان لذا يجب فهم المعنى الذي تؤديانه في الجملة.

ثانيا: عند جمع عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل + عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث غيابات على الأقل يتحصل على مجموع طلبة مجتمع الدراسة وهو 50 طالبا.

مثلا العبارتين التاليتين:

عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث غيابات أو أقل.

عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث غيابات على الأكثر.

تؤديان معنى عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث أقل من أربع غيابات. بينما العبارتين

عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل

عدد الطلبة الذين لديهم ثلاث غيابات على الأقل فتؤديان معنًا يشمل جميع الطلبة، كما هو موضح في التمرين.

تمرين 4: لتكن البيانات التالية عبارة عن توزيع مجموعة من الموظفين في إحدى المؤسسات حسب الأجر الشهري الوحدة 10^3دج

Xi	400-300	500-400	600-500	700-600	800-700	$\sum$
Ni	26	33	64	7	10	140

المطلوب

- حساب المتوسط الحسابي.

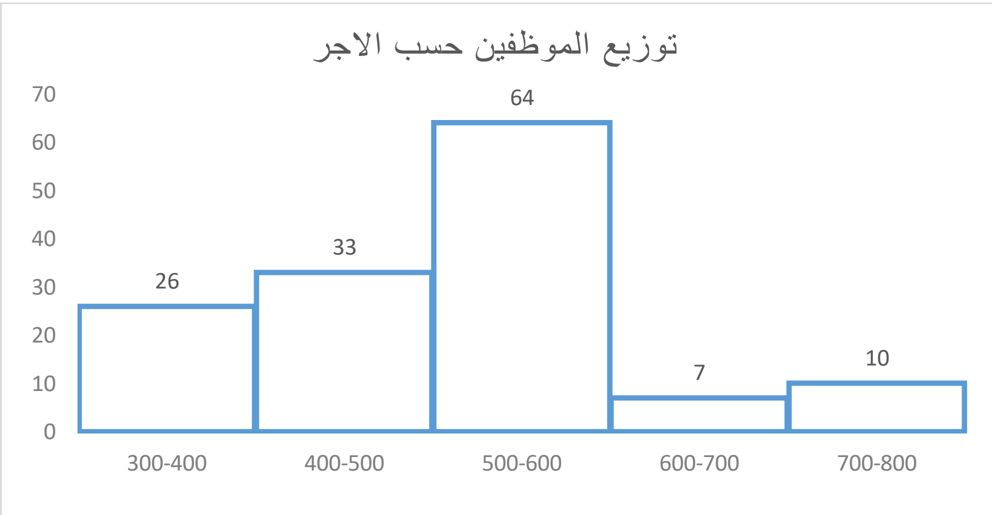
- تمثيل معطيات الجدول في مدرج تكراري.

الحل

توزيع الموظفين حسب الأجر الشهري (10^3دج)

Xi	ni	Ci	Ci*ni
]400-300]	26	350	9100
]500-400]	33	450	1485
]600-500]	64	550	3520
]700-600]	7	650	4550
]800-700]	10	750	7500
∑	140		71200

المتوسط الحسابي: $\bar{X}= \frac{\sum ci*ni}{N} = \frac{71200}{140}$ =508.571



تمرين 5: لدينا توزيع عمال مؤسسة حسب المستوى المهني

Xi	عامل	إطار	إطار سامي	مهندس	∑
Ni	150	75	60	15	300

المطلوب

ما المتغير المدروس وما طبيعته؟

احسب التكرارات النسبية

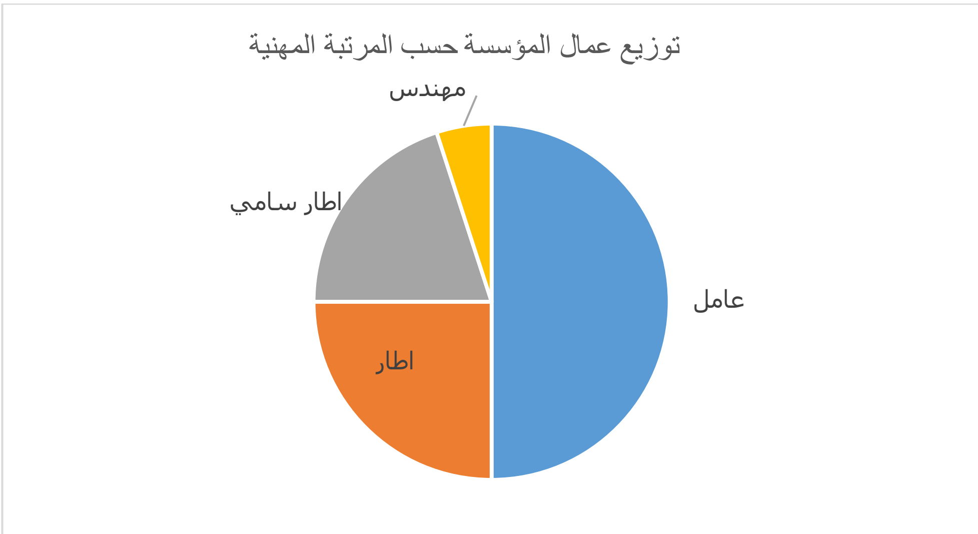
مثل البيانات في دائرة نسبية.

الحل

المتغير المدروس هو المستوى المهني وهو متغير نوعي رتبي.

توزيع عمال المؤسسة حسب الرتبة المهنية

Xi	ni	if
عامل	150	0.5
إطار	75	0.25
إطار سامي	60	0.20
مهندس	15	0.05
∑	300	1



تمرين 6: الجدول الموالي يمثل توزيع 40 طالب حسب شعبة البكالوريا.

Xi	علوم إسلامية	علوم اجتماعية	علوم الطبيعة والحياة	اللغات	∑
Ni	10	16	6	8	40

المطلوب

- ما هو المتغير المدروس وما طبيعته؟

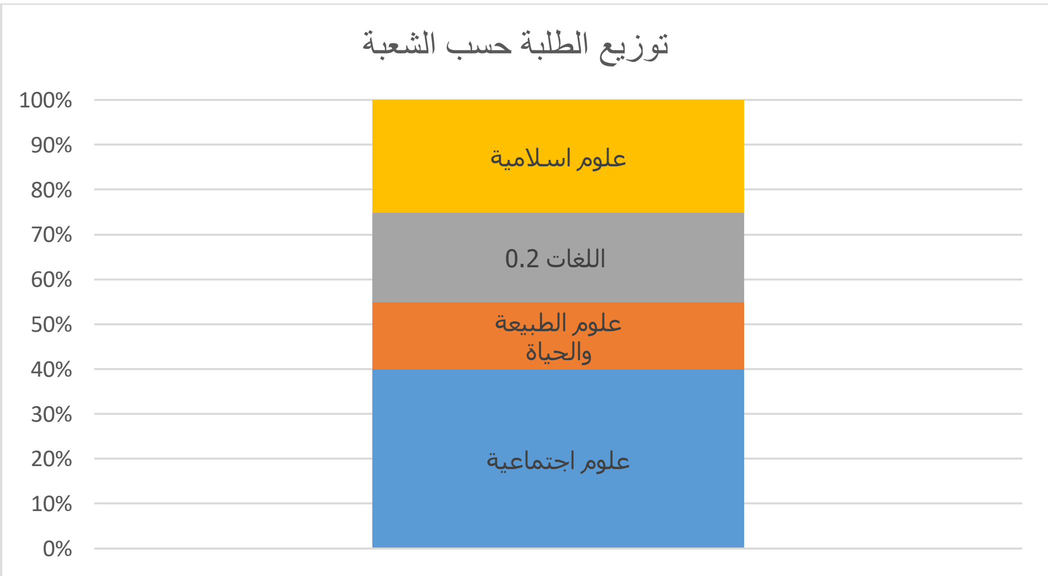
- احسب التكرارات النسبية ثم مثل البيانات في عمود مجزأ.

الحل

المتغير المدروس هو شعبة البكالوريا وهو متغير نوعي اسمي

توزيع الطلبة حسب شعبة البكالوريا

Xi	ni	if
علوم إسلامية	10	0.25
علوم اجتماعية	16	0.4
علوم الطبيعة والحياة	6	0.15
اللغات	8	0.2
المجموع	40	1



الحل

تمرين 7: لدينا التقديرات التالية:

جيد جدا، جيد، جيد جدا ، ممتاز، جيد، جيد جدا ، ممتاز ، جيد جدا ، مقبول ، مقبول ، جيد ، مقبول، جيد جدا، جيد، مقبول، جيد ، جيد جدا، مقبول ، جيد جدا ، ممتاز، مقبول ، ضعيف، ممتاز، ضعيف ، مقبول، جيد، مقبول ، جيد جدا، ضعيف ، جيد جدا.

المطلوب

- أوجد وسيط هذا التوزيع.

- استخرج منوال التوزيع.

الحل

بما أن التقديرات متغير نوعي رتبي يجب ترتيب التقديرات ثم إعطاء رقما لكل تقدير بمعنى الأرقام التي تعطى للتقديرات ليس لها وزن إحصائي أو معنى بقيمة الرقم: فمثلا إذا رتب تقدير ممتاز 1 أو 5 والعملية سواء. وعليه: 1 ممتاز،2 جيد جدا، 3 جيد، 4 مقبول، 5 ضعيف.

يتم تعويض التقديرات على النحو التالي:

2، 3 ،2 ، 1، 3، 2 ، 1 ، 2 ، 4 ، 4 ، 3 ، 4، 2، 3، 4 ، 3 ، 2، 4 ، 2 ، 1، 4 ، 5، 1، 5، 4، 3، 4م ، 2، 5 ، 2.

بعد ترتيب التقديرات تنازليا تصبح

1،1،1،1،2،2،2،2،2،2،2،2،2،3،3،3،3،3،3،4،4،4،4،4،4،4،4،5،5،5

بما أن عدد القيم زوجي: في حالة ما يكون عدد القيم زوجيا فإن الوسيط هو متوسط القيمة x_1 التي رتبتها $(\frac{n}{2})$ و القيمة x_2 التي رتبتها $(\frac{n}{2})+1$.

$x_1= (\frac{n}{2}) =(\frac{30}{2}) =15$ و $x_2= (\frac{n}{2})+1 =(\frac{30}{2}) +1=16$.

ومنه فإن رتبة الوسيط هي متوسط $x_1+x_2 =15+16/2=15.5$

15.5 هي رتبة الوسيط أما قيمته فهي متوسط القيمتين الواقعتين في الرتب x_2 و x_1 ومنه $3+3/2= 3$، الوسيط هو التقدير المقابل لـ 3 وهو $Me =$ جيد.

أما المنوال فهو الأكثر تكرارا ، جيد جدا $=Mo$.

تمرين 8: توزيع عدد من العائلات حسب عدد الأفراد

Xi	Ni
4	30
5	55
7	5
8	40

المطلوب

- أوجد منوال هذا التوزيع.

الحل

المنوال هو الأكثر شيوعا في المجموعة، وهو 5 المقابل 55. $Mo = 5$

تمرين 9: توزيع مجموعة من الطرود البريدية حسب أوزانها

xi	]10-7]	]13-10]	]16-13]	]19-16]	]22-19]	]25-22]	]28-25]	]31-28]	]34-31]
ni	1	5	8	9	13	6	8	4	2

المطلوب

- احسب منوال هذا التوزيع.

الحل

يعتمد حساب منوال المتغير الكمي المتصل على القانون التالي:

$$Mo = l_1 + \left[\frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2}\right] * ai$$

حيث أن:

l_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية

$\Delta 1$ = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي قبلها

$\Delta 2$ = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة التي بعدها

aii : طول الفئة المنوالية

الفئة المنوالية هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار وهي : [19-22]

$4=9-13 = 1\Delta$

$7=6-13 = \Delta 2$

$$Mo=l_1+\left[\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}\right]*ai = 19+\left[\frac{4}{4+7}\right]*3= 20.09$$

4.مشتقات مقاييس النزعة المركزية

1.4.الربيعات والعشيرات والمئينات **المحاضرة 9**

تسمى الربيعات و العشريات والمئينات مقاييس الموضع(position) تعرف على أنها مجموعة من القيم تجزئ التكرار الكلي بنسب معينة، فهي تعتمد أساسا على فكرة الوسيط، فالوسيط كما سبق تعريفه بأنه القيمة التي تقسم المجموعة إلى قسمين متساويين، وعند قسمة القيم إلى أربعة أجزاء متساوية يتحصل على الربيعات، وعند قسمة القيم إلى عشر أجزاء متساوية تنتج العشيرات، وقسمة القيم إلى مائة جزء يعطي المئينات. ومنه فإن الربيعات والعشيرات والمئينات كلها تأخذ شكل يشبه نوعا ما الوسيط كما سيتم توضيحه فيما بعد. (أنيسة، 2020، صفحة 2)

1.1.4.الربيعات Qi

هي ثلاث قيم تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام متساوية وهي: الربيع الأول يمثل 25% من قيم التوزيع أو المجموعة، الربيع الثاني يمثل 50% من القيم أكبر و 50%منها أصغر إذا هو أيضا يمثل الوسيط، أما الربيع الثالث فيمثل 75% من المجتمع الإحصائي أو من التوزيع. يرمز للربيعات بـ Qi حيث i=3,2,1.

2.1.4. حساب الربيعات في حالة بيانات غير مبوبة

هذه مجموعة بيانات تم ترتيبها تصاعديا: 18،15،12،10،9،6،2.

حساب رتبة الربيع أو موقع الربيع كما يلي: $Ci=N\frac{i}{4}$

بما أن عدد القيم فردي فان Ci الذي يمثل رتبة الربيع ويحسب الأول كما يلي: $C_1 = 1\ \frac{n+1}{4}$

حيث i هي الربيع المراد حسابه

بعد إيجاد رتبة الربيع فإن القيمة الموافقة لتلك الرتبة هي قيمة الربيع

مثال32: حساب الربيع الأول والثاني والثالث كما يلي: n هو عدد القيم وهو فردي.

الربيع الأول Q_1

$_1C= \frac{7+1}{4}= 2$ ← $Q_1=6$ أي القيمة الموجودة في الرتبة الثانية وهي 6 معناه أن 25% من بيانات التوزيع أقل من 6 و75% منها أكبر من 6.

الربيع الثاني Q_2

$_2C= \frac{2*(7+1)}{4}= 4$ ← $Q_2=10$ أي القيمة الموجودة في الرتبة الرابعة وهي10 بمعنى أن 50% من بيانات التوزيع أقل من 10 و50% الأخرى أكبرمن10.

الربيع الثالث Q_3

$_3C= \frac{3*(7+1)}{4}= 6$ ← $Q_3=15$ أي القيمة الموجودة في الرتبة السادسة وهي 15 معناه 75% من بيانات التوزيع أقل من 15 و25% منها أكبر من15.

3.1.4.**الربيعات في حالة بيانات مبوبة**

في هذا المقام يمكن التمييز بين حالتين هما:

بيانات المتغير الكمي المنفصل

في حالة المتغير الكمي المنفصل يتم استبدال عدد التكرارات n بمجموع التكرارات فيصبح القانون على النحو التالي:

$_iC=\frac{iN}{4}$ حيث N يمثل مجموع التكرارات و k =4

مثال33: ليكن توزيع مجموعة من السيارات في موقف الجامعة حسب عدد السيارات في كل صف كما يلي:

جدول رقم 13: توزيع السيارات حسب الصفوف في الموقف.

Xi	Ni	n↑
1	9	9
2	10	19
3	12	31
4	15	46
∑	46	

- أحسب Q_3 ، Q_2 ، Q_1

الحل

أولا: حساب رتبة الربيع ثم البحث عن قيمة الربيع في التكرار المتجمع الصاعد

$C_i = \frac{iN}{4} = C_1 = \frac{1N}{4} = \frac{1*46}{4} = 11.5$ بعد العودة إلى التكرار المتجمع الصاعد فإن قيمة الربيع الأول تساوي 2.

$C_i = \frac{iN}{4} = C_2 = \frac{2*N}{4} = \frac{2*46}{4} = 23$ بعد العودة إلى التكرار المتجمع الصاعد فإن قيمة الربيع الأول تساوي 3.

$C_i = \frac{iN}{4} = C_3 = \frac{3*N}{4} = \frac{3*46}{4} = 34.5$ بعد العودة الى التكرار المتجمع الصاعد فإن قيمة الربيع الأول تساوي4.

ملاحظة

إذا تم حساب الوسيط لهذا التوزيع تنتج $\mathbf{Q_2 = M_e = 3}$

التحقق: رتبة M_e هي 23=2/46 في المتجمع الصاعد للتوزيع القيمة المقابلة لرتبة M_e 23 هي 3 وبالتالي تكون المساواة أعلاه صحيحة .

أ. **بيانات المتغير الكمي المتصل**

في حالة المتغير الكمي المتصل يتم حساب الربيعات بنفس طريقة حساب الوسيط في حالة المتغيرات الكمية المتصلة وتكون وفق القانون التالي:

$$Q_i = l_1 + \frac{\frac{iN}{4} - N\uparrow -1}{nqi} * ai$$

علما أن $i= 1, 2, 3$ ، $N\uparrow -1$ التكرار المتجمع الصاعد للفئة الربيعية

nqi التكرار المطلق للفئة الربيعية، l_1 الحد الأدنى للفئة الربيعية

أولا: رتبة الربيع ومنه الفئة الربيعية بـ $C_i = \frac{iN}{K}$ حيث $K=4$

ثانيا: حساب قيمة الربيع.

مثال34: الجدول التالي يمثل توزيع 1000 شخص حسب الدخل الشهري (الوحدة 10^3 دج).

xi	ni	n↑
]15-10]	55	55
]20-15]	115	170
]25-20]	200	370
]30-25]	80	450
]35-30]	150	600
]40-35]	125	725
]45-40]	100	825
]50-45]	175	1000
∑	1000	

المطلوب

- أحسب الربيع الأول والثالث

الحل

الربيع الأول Q_1

$$C_1 = \frac{1N}{4} = \frac{1*1000}{4} = \frac{1000}{4} = 250$$

رتبة الربيع الأول هي 250 ، في المجمع الصاعد الرتبة 250 تنطبق على الفئة]25-20] ومنه

$$l_1 + \frac{\frac{1N}{4} - N\uparrow - 1}{nq1} * ai = 20 + \frac{\frac{1000}{4} - 170}{200} * 5 = 22 Q_{1=}$$

الربيع الثالث Q_3

$$C_3 = \frac{3N}{4} = \frac{3*1000}{4} = \frac{3000}{4} = 750$$

رتبة الربيع الثالث هي 750، في المجمع الصاعد الرتبة 750 تنطبق على الفئة[40-45] ومنه

$$l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N\uparrow - 1}{nq3} * ai = 40 + \frac{\frac{3*1000}{4} - 725}{100} * 5 = 41.25 Q_{3=}$$

5. **العشيرات**

تقسم المجتمع الإحصائي إلى عشرة أجزاء متساوية وهي عبارة عن تسع قيم، يسمى كل جزء من هذه الأجزاء عشير ويرمز لها بـ D_i حيث $i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$.

1.5حساب العشيرات للبيانات غير المبوبة

في حالة قيم يجب ترتيبها تصاعديا ثم يتم حساب الرتبة بالاعتماد على العلاقة التالية:

$$C_i = N\frac{i}{k} \quad \text{حيث } k=10$$

في حالة n زوجي

مثال35: احسب العشير الخامس والسابع للأعداد التالية (هي مرتبة)

.100، 90،80،70،60،50،40،30،20،10

1. ترتيب القيم تصاعديا.
2. حساب الرتبة : $C_i = i * \frac{n}{k}$ حيث i هو رمز الربيع المطلوب إيجاده.
3. استخراج قيمة الربيع من القيم المرتبة حسب الرتبة المحسوبة

العشير الخامس

$C_5 = 5 * \frac{8}{10} = 4$ العشير الخامس هو القيمة التي رتبتها 4 من قيم المجموعة، $D_5 = 40$

العشير السابع

$C_7 = 7 * \frac{8}{10} = 5.6$ العشير السابع هو القيمة التي رتبتها 6 من قيم المجموعة، $D_5 = 60$

مثال36: حساب العشير الأول والثالث والخامس والثامن للبيانات التالية :

5،8،10،3،12،9،16،14

أولا يجب ترتيب القيم تصاعديا فتصبح:' 3،5،8،9،10،12،14،16

حساب العشير الأول

$C_i = N\frac{i}{K} = C_1 = 8 * \frac{1}{10} = 0.8$ وعليه العشير الأول يقع في الترتيب الأول لقيم المجموعة المرتبة ومنه $D_1 = 3$

حساب العشير الثالث

$C_i = N\frac{i}{K} = C_3 = 8 * \frac{3}{10} = 2.4$ وعليه العشير الثالث يقع في الترتيب الثالث لقيم المجموعة المرتبة ومنه $D_3 = 8$

حساب العشير الخامس

$C_i = N\frac{i}{K} = C_5 = 8 * \frac{5}{10} = 4$ وعليه العشير الخامس يقع في الترتيب الرابع لقيم المجموعة المرتبة ومنه $D_5 = 9$

$C_i = N\frac{i}{K} = C_9 = 8 * \frac{8}{10} = 6.4$ وعليه العشير الثامن يقع في الترتيب السابع لقيم المجموعة

مرتبة ومنه $D_1 = 14$

هناك طريقة أخرى لحساب العشير للبيانات غير المبوبة وهي تتبع نفس خطوات حساب الربيعات للقيم كما يلي:

في حالة n فردي

1. ترتيب القيم تصاعديا.
2. حساب الرتبة : $C_i = i\frac{n+1}{10}$ حيث i هو رمز الربيع المطلوب إيجاده.
3. استخراج قيمة الربيع من القيم المرتبة حسب الرتبة المحسوبة.

مثال37: احسب العشير الخامس والسابع للأعداد التالية .

.10،20،30،40،50،60،70،80،90

العشير الخامس

$C_5 = 5 * \frac{7+1}{10} = 4$ العشير الخامس هو القيمة التي رتبتها 4 من قيم المجموعة، $D_5 = 40$

العشير السابع

$C_7 = 7 * \frac{7+1}{10} = 5.6$ العشير السابع هو القيمة التي رتبتها 6 من قيم المجموعة، $D_5 = 60$

2.5.العشيرات للبيانات المبوبة

1.1.5.متغير كمي منفصل

في هذه الحالة نستعمل نفس طريقة إيجاد الوسيط للبيانات الكمية المنفصلة المبوبة.

$Ci = \frac{i}{k} \sum ni$ حيث $k=10$, i هو الربيع المراد حسابه.

مثال38: توزيع مجموعة من الأسر حسب عدد الرحلات خارج الوطن(سبق ذكر المثال)

xi	ni	ni↑
0	21	21
1	46	67
2	69	136
3	54	190
4	38	228
5	34	262
6	23	285
8	15	300
$\sum$	300	

المطلوب

- احسب العشير الرابع و السادس ثم التاسع.

الحل

أولا يجب حساب رتبة العشير ثم البحث عن القيمة المقابلة للرتبة في المتجمع الصاعد.

$Ci=\frac{i}{k}\sum ni = C_4=\frac{4}{10}300 = 120$ إذا رتبة العشير السادس هي 120، في المتجمع الصاعد نجدها محصورة بين العددين 67 و 136 وعليه يأخذ الأكبر منه 120، القيمة المقابلة له هي قيمة العشير الرابع = 2 إذا $D_4= 2$.

$Ci=\frac{i}{k}\sum ni = C_6=\frac{6}{10}300 = 180$ إذا رتبة العشير السادس هي 180، في المتجمع الصاعد نجدها محصورة بين العددين 136 و 190 وعليه يأخذ الأكبر منه لـ 190، القيمة المقابلة له هي قيمة العشير السادس =3 إذا $D_6= 3$.

$Ci=\frac{i}{k}\sum ni = C_9=\frac{9}{10}300 = 270$ إذا رتبة العشير السادس هي 270 ، في المتجمع الصاعد نجدها محصورة بين العددين 262 و 275 وعليه يأخذ الأكبر منه لـ 275، القيمة المقابلة له هي قيمة العشير السادس =6 إذا $D_9= 6$.

2.1.5.متغير كمي متصل

مثال39: الجدول التالي يمثل توزيع 1000 شخص حسب الدخل الشهري (الوحدة 103 دج).

xi	Ni	n↑
]15-10]	55	55
]20-15]	115	170
]25-20]	200	370
]30-25]	80	450
]35-30]	150	600
]40-35]	125	725
]45-40]	100	825
]50-45]	175	1000

$\sum$	1000	

المطلوب: -أحسب العشير الأول والثالث

البحث عن رتبة العشير الأول

$$C_1 = \frac{1N}{k} = \frac{1*1000}{10} = \frac{1000}{10} = 100$$

رتبة العشير الأول هي 100، في المجمع الصاعد الرتبة 100 محصورة بين 55 و 170 ومنه تأخذ الاكبر 170 تنطبق على الفئة[15-20[ومنه

$$D_1 = l_1 + \frac{\frac{1N}{10} - N\uparrow-1}{nd3} * ai = 15 + \frac{\frac{1000}{10} - 55}{115} * 5 = 16.96$$

البحث عن رتبة العشير الثالث

$$C_3 = \frac{3N}{k} = \frac{3*1000}{10} = \frac{3000}{10} = 300$$

رتبة العشير الأول هي 100 ، في المجمع الصاعد الرتبة 300 محصورة بين 170 و 370 ومنه تأخذ الأكبر 370 تنطبق على الفئة[20-25[ومنه

$$D_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{10} - N\uparrow-1}{nd3} * ai = 20 + \frac{\frac{3000}{10} - 170}{200} * 5 = 23.25$$

6.المئينات

تتسم بنفس مبدأ الربيعات والعشيرات فقط المئينات تقسم المجموعة إلى 99 جزء متساويا يرمز لها بـ Ci حيث i=1,2,3,4,5,6,7.........100 ومنه المئين الأول هو القيمة الواقعة عند 1/100و المئين 65 هو القيمة الواقعة عند 65/100 وهكذا.

وتتبع القانون التالي:

1.6.حساب المئين للبيانات غير المبوبة

عدد القيم فردي n+1

1،5،7،8،9،11،15

أولا: إيجاد رتبة المئين $Ci = \frac{iN}{k}$ حيث k=100

إيجاد المئين 55 و 70

$$C_i = \frac{iN+1}{k} = 8\frac{55}{100} = \frac{385}{100} = 4$$

إذا المئين 55 هو القيمة الواقعة في الرتبة الرابعة ومنه $C_{55}=8$ نفس المراحل تتبع لحساب المئين 70 و باقي المئينات.

2.6.المئين للبيانات المبوبة

1.2.6.متغير كمي منفصل

طريقة حساب المئين للمتغير المنفصل تتبع نفس طريقة حساب الوسيط لمتغير كمي منفصل، لكن الرتبة فقط تتغير.

رتبة المئين : $Ci = \frac{iN}{k}$

مثال 40: توزيع 200 غرفة في حي جامعي حسب عدد الطلبة

xi	Ni	ni↑
1	90	90
2	80	170
3	20	190
4	10	200
∑	200	

إيجاد المئين 95 و 75

$$Ci = \frac{iN}{k} = \ C_{95} = \frac{95*200}{100} = 190$$

بما أن الرتبة 190 موجودة في الجدول فإن القيمة المقابلة لها هي قيمة المئين 95 وعليه 3 = C_{95}

$$Ci = \frac{iN}{k} = \ _{75}C = \frac{75*200}{100} = 150$$

بما أن الرتبة 150 محصورة في الجدول بين الرتبتين 90 و 170 وعليه يأخذ الأكبر والقيمة المقابلة لها هي قيمة المئين 75 وعليه 2 = C_{75}

تتبع نفس الطريقة لإيجاد أي مئين آخر.

2.2.6.حساب المئينات للمتغير الكمي المتصل

حساب المئينات تتبع طريقة حساب الوسيط للمتغير المتصل.

بالعودة إلى المثال 34

إيجاد المئين 69

$$Ci\frac{iN}{k} = C_{69}\frac{69*1000}{100} = 690$$

بما أن الرتبة 690 محصورة في الجدول بين الرتبتين 600 و 720 وعليه يأخذ الأكبر و الفئة المقابلة لها هي الفئة المئينية [35-40[يحسب المئين المطلوب كما يلي:

$$l_1 + \frac{\frac{1N}{10} - N\uparrow -1}{nc3} * ai = C_{69} = 35 + \frac{\frac{1000}{100} - 600}{125} * 5 = 59 C_{1=}$$

وبها يتم حساب ما تبقى من المئينات أو فقط ما هو مطلوب.

سلسلة تمارين محلولة

تمرين 1: لتكن بيانات الجدول التالي توزيع الأطفال حسب الطول

$N\uparrow$	ni	Xi
2	2	]50- 40]
6	4	]60- 50]
11	5	]70- 60]
17	6	] 80- 70]
27	10	] 90- 80]
40	13	]100-90]
45	5	]110-100]
50	5	]120-110]
	50	$\sum$

المطلوب

- احسب الربيع الأول والثاني والثالث لهذا التوزيع.

- احسب المدى الربيعي.

- احسب العشير التاسع.

- احسب المئين التسعون.

الحل

حساب الربيعات

$$Q_i = l_1 + \frac{\frac{iN}{4} - ni\uparrow-1}{nqi} * ai$$

علما أن i =1،2،3

$ni\uparrow-1$ هو التكرار المتجمع الصاعد للفئة الربيعية

nqi التكرار المطلق للفئة الربيعية و l_1 هو الحد الأدنى للفئة الربيعية.

رتبة الربيع الأول

أولا: رتبة الربيع ومنه الفئة الربيعية بـ $C_i = \frac{iN}{K}$ حيث K=4

$$C_1 = \frac{N}{K} = \frac{50}{4} = 12.5$$

بعد تحديد رتبة الربيع الأول يتم تحديد الفئة الربيعية ثم حساب قيمة الربيع.

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد فإن الفئة الربيعية هي [70 -80]

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{iN}{4} - N\uparrow -1}{nqi} * ai = 70 + \frac{\frac{50}{4} - 11}{6} * 10 = 72.5$$

رتبة الربيع ومنه الفئة الربيعية بـ $C_i = \frac{iN}{K}$ حيث K=4

$$C_1 = \frac{N}{K} = \frac{50}{2} = 25$$

بعد تحديد رتبة الربيع الأول يتم تحديد الفئة الربيعية ثم حساب قيمة الربيع.

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد فإن الفئة الربيعية هي [80 -90[

$$Q_2 = Me = l_1 + \frac{\frac{iN}{4} - N\uparrow -1}{nqi} * ai = 80 + \frac{\frac{50}{2} - 17}{10} * 10 = 88$$

رتبة الربيع ومنه الفئة الربيعية بـ $C_i = \frac{iN}{K}$ حيث K=4

$$C_1 = \frac{N}{K} = \frac{50*3}{4} = 37.5$$

بعد تحديد رتبة الربيع الأول يتم تحديد الفئة الربيعية ثم حساب قيمة الربيع.

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد فان الفئة الربيعية هي [90 -100[

$$l_1 + \frac{\frac{iN}{4} - N\uparrow - 1}{nqi} * ai = 90 + \frac{\frac{50*3}{4} - 27}{13} * 10 = 98.07 Q_{3=}$$

حساب المدى الربيعي

هو متوسط الفرق بين الربيع الثالث و الربيع الأول.

$$Q_3 = \frac{Q_{3-}Q_1}{2} = \frac{98.07 - 72.5}{2} = 12.785$$

حساب العشير التاسع

البحث عن رتبة العشير التاسع

$$C_9 = \frac{9N}{k} = \frac{9*50}{10} = \frac{450}{10} = 45$$

رتبة العشير التاسع هي 45 في المجمع الصاعد ومنه الفئة العشرية [100-110[.

$$l_1 + \frac{\frac{9N}{10} - N\uparrow - 1}{nd3} * ai = 100 + \frac{\frac{450}{10} - 40}{5} * 10 = 110 D_{9=}$$

احسب المئين التسعون.

$$Ci \frac{iN}{k} = \frac{90*50}{100} = 45$$

بما أن الرتبة 45 ومنه الفئة المئينية [100-110[يحسب المئين المطلوب كما يلي:

$$l_1 + \frac{\frac{1N}{10} - N\uparrow - 1}{nc3} * ai = C_{90} = 100 + \frac{\frac{4500}{100} - 40}{5} * 10 = 110 C_{90=}$$

تمرين2: لتكن البيانات التالية توزيع 150 رياضي حسب الوزن

xi	55-50	60-55	65-60	70-65	75-70	80-75	∑
ni	30	34	40	28	12	6	150

المطلوب: احسب المدى الربيعي لبيانات الجدول.

الحل

xi	55-50	60-55	65-60	70-65	75-70	80-75	$\sum$
ni	30	34	40	28	12	6	150
N↑	30	64	104	132	144	150	

تحديد رتبة الربيع الأول ثم الفئة الربيعية

الربيع الأول Q_1

$$C_1 = \frac{1N}{4} = \frac{1*150}{4} = \frac{150}{4} = 37.5$$

رتبة الربيع الأول هي 37.5 وفي المجمع الصاعد الرتبة 37.5 محصورة بين 30 و64 ومنه تأخذ الفئة المقابلة لأكبر عدد الذي ينطبق على الفئة [55-60[ومنه

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{1N}{4} - N\uparrow - 1}{nq1} * ai = 55 + \frac{\frac{150}{4} - 30}{34} * 5 = 56.10$$

الربيع الثالث Q_3

$$C_3 = \frac{3N}{4} = \frac{3*150}{4} = 112.5$$

رتبة الربيع الثالث هي 112.5، في المجمع الصاعد الرتبة 112.5محصورة بين 104 و132 ومنه تأخذ الفئة المقابلة لأكبر عدد الذي ينطبق على الفئة [65-70[ومنه

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - N\uparrow - 1}{nq3} * ai = 65 + \frac{\frac{3*150}{4} - 104}{28} * 5 = 66.52$$

المـحـور الـرابـــع: مقـاييـس التـشـتـت Measures of dispersion

المحاضرة 10+11

تعريف التشتت: تشير مقاييس التشتت في الإحصاء إلى درجة انتشار بيانات المجموعة، تستخدم لقياس مدى التباين والتباعد في قيم مجموعة البيانات، وتعطي فكرة عن مدى تجانس أو تشتت البيانات في هذه المجموعة، بمعنى آخر مقاييس التشتت تقيس مدى تشتت البيانات.

تساهم في فهم توزيع البيانات وتحليل الإنحرافات عن المتوسط الحسابي، وتساعد مقاييس التشتت على فهم توزيع البيانات بشكل أفضل واتخاذ القرارات الصحيحة بناءً على التحليلات الإحصائية الممكنة، حتى ولو أن مقاييس التشتت لا تعطي صورة كاملة عن توزيع البيانات، إلا أنها تعد أداة مهمة لتحليل البيانات واتخاذ القرارات بشأنها كما يتم اللجوء إليها بشكل واسع في العديد من المجالات، الإحصاء والعلوم الاجتماعية والطبية والدقيقة.

1.أهمية مقاييس التشتت

تكمن أهمية مقاييس التشتت فيما يلي:

- تساعد في فهم توزيع البيانات أي مدى وجود قيم متطرفة في المجموعة تؤثر على توزيع البيانات أو أن البيانات تتوزع بشكل منتظم.
- مقاييس التشتت تحدد مدى دقة النتائج التي تم التوصل إليها، وهذا يمكن أن يساعد في تحديد وما إذا كانت كافية لاتخاذ القرار المناسب.
- تساعد في: يمكن استخدام مقاييس التشتت في التنبؤ بمدى التغير المتوقع في ظاهرة الدراسة في المستقبل لاتخاذ القرارات بشأنها.
- مقارنة البيانات المختلفة من حيث التشتت، لمعرفة درجة وجود الفروق بين البيانات المختلفة.

ومن أبرز هذه المقاييس ما يلي:

2.المدى The range

مدى مجموعة من البيانات هو الفرق ما بين أعلى قيمة وأصغر قيمة. فإذا كان المدى صغيرا فهذا يعني أن البيانات محصورة في مسافة قصيرة، وإذا كان المدى كبيرا فإن هذا يعني أن البيانات تقع ضمن مسافة أوسع، أما المدى للتوزيعات التكرارية الفئوية فيعرف على أنه الفرق ما بين الحد

الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى .وعليه فإن المدى لا يعتمد على جميع البيانات ولكن يعتمد على أعلى قيمة وأدنى قيمة فقط، مما يقلل من أهمية المدى خاصة إذا كانت القيمتين المعتمدتين في حسابه(أعلى قيمة وأدنى قيمة) قيمتان شاذتان أو متطرفتان، مما يجعل المدى كبيرا بينما مفردات البيانات ليست متباعدة عن بعضهما البعض، ويعتبر المدى هو أبسط مقاييس التشتت.

1.2.حالة البيانات غير المبوبة

المدى= أكبر قيمة – أقل قيمة $R = x_i\ max - x_i\ min$

أوجد مدى الدرجات التالية: 20,35,40,46,58,65

أكبر قيمة هي: 65

وأصغر قيمة هي: 20

$$R = x_i\ max - x_i\ min = 65-20 = 45$$

2.2.حالة البيانات المبوبة

مثال41 : توزيع 150 رياضي حسب الوزن

xi	55-50	60-55	65-60	70-65	75-70	80-75	∑
ni	30	34	40	28	12	6	150

المدى هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

$$R = x_i\ max - x_i\ min = 80-50 = 30$$

2.2.عيوب المدى

يعطي فكرة خاطئة عن البيانات لأنه يتأثر بالقيم المتطرفة ولا يأخذ في الاعتبار جميع القيم. بالعودة إلى المثال أعلاه وعند إضافة قيمة أو قيمتين متطرفتين يصبح المدى مختلفا ولا يعبر بشكل دقيق عن قيم المجموعة.

65,,20,35,40,46,58300

أكبر قيمة هي: 300

وأصغر قيمة هي: 20

$R = xi\ max - xi\ min = 300 - 20 = 280$

في حالة عدم وجود القيم المتطرفة يكون المدى قريبا من قيم المجموعة مثل R=45 بمجرد إضافة قيمة متطرفة واحدة إلى البيانات أصبح R=280 لنفس البيانات استثناء القيمة المتطرفة وقيمة R هذه المرة بعيدة جدا عن قيم المجموعة مما يجعل المدى لا يعبر إطلاقا عن تلك القيم.

3.التباين Variance

يُعرّف التباين على أنه مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي مقسومًا على عدد القيم أو مجموع التكرارات في حالة البيانات المبوبة.

4.الانحراف المعياري Standard Deviation

هو الجذر التربيعي للتباين ويعتبر من أهم مقاييس التشتت يتم استخدامه للتعرف على تجانس عينة عناصر البحث.

1.4.خصائص الانحراف المعياري

- الانحراف المعياري للمقدار الثابت يساوي صفر ، أي أنه إذا كان لدينا القراءات التالية : x: a, a, a, …,a، حيث a مقدار ثابت فإن $S_x=0$ بمعنى أن الانحراف المعياري للقيم الثابتة a يساوي الصفر.
- إذا تم إضافة مقدار ثابت إلى كل قيمة من قيم المجموعة فأن الانحراف المعياري للقيم الجديدة يساوي الانحراف المعياري للقيم الأصلية $\mathbf{S_x = Y_x}$

2.4.مميزات الانحراف المعياري

- يعتبر من أهم مقاييس التشتت مثل المتوسط الحسابي في مقاييس النزعة المركزية.
- يعتمد في حسابه على كل قيم المجموعة.
- يعتبر أكثر المقاييس استعمالا.

- قيمة الانحراف المعياري تكون أ صغر من قيمة المتوسط الحسابي إلا في حالات قليلة.

3.4.عيوب الانحراف المعياري

- لا يستخدم في البيانات النوعية.
- يتأثر بالقيم المتطرفة.

4.4.حساب التباين والانحراف المعياري

التباين هو متوسط مربعات انحراف القيم عن متوسطها الحسابي، يرمز له بـ **V(x) أو بـ S^2** ويعتمد في حسابه علي الخطوات التالية:

- حساب المتوسط الحسابي للقيم.
- حساب انحرافات القيم وذلك بطرح المتوسط من القيم المختلفة، أي أن الانحراف = قيمة التكرار- المتوسط. (في حالة البيانات المبوبة يضرب التكرار في مربع الانحراف المحسوب من مركز الفئة ناقص المتوسط الحسابي).
- تربيع الانحرافات.

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

5.4.التباين والانحراف المعياري في حالة متغير قيم بيانات غير مبوبة.

التباين: $S^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})2}{N}$

الانحراف المعياري: $S = \sqrt{S^2}$

مثال42: لتكن القيم التالية نقاط ست طلاب في مادة الإحصاء

17,15,23,7,9,13 احسب الانحراف المعياري لهذه القيم

أولا: حساب المتوسط الحسابي

$$= \frac{\sum xi}{N} = \frac{17+15+23+7+9+13}{6} = \frac{84}{6} = 14\bar{x}$$

انحراف القيم عن متوسطها $xi - \bar{x}$ بتربيع القيم تصبح $(xi- \bar{x})^2$

$x_1 - \bar{x} = 17-14=3$	$X_1 - \bar{x} = 9$
$X_2 - \bar{x} = 15-14=1$	$X_2 - \bar{x} = 1$
$X_2 - \bar{x} = 23-14=9$	$X_2 - \bar{x} = 81$
$X_4 - \bar{x} = 7-14= -7$	$X_4 - \bar{x} = 49$
$X_5 - \bar{x} = 9-14= -5$	$X_5 - \bar{x} = 25$
$X_6 - \bar{x} = 13-14= -1$	$X_6 - \bar{x} = 1$

$$\sum (X_i - \bar{x})^2 = 9+1+81+49+25+1=166$$

$S^2 = \frac{\sum (xi-\bar{x})2}{N} = \frac{166}{6} = 27.67$ التباين $= 27.67$ والانحراف المعياري يساوي

$$S=\sqrt{S^2}= \sqrt{27.67}=5.26$$

2.4.4.التباين والانحراف المعياري في حالة متغير كمي منفصل

مثال43: التوزيع التالي يمثل عدد الغرف ل 450 شقة

xi	ni	ni*xi	$(ix-\bar{x})2$	ni* $(ix-\bar{x})2$
1	25	25	6.11	152.5
2	64	128	2.16	138.3
3	86	258	0.22	19
4	225	900	0.28	63.20
5	50	250	2.34	117.05
$\sum$	450	1561		490.05

المطلوب: احسب الانحراف المعياري للتوزيع.

الحل

المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum xi*xi}{N} = \frac{1561}{450} = 3.47$$

حساب التباين والانحراف المعياري

$$S^2 = \frac{\sum ni(xi-\bar{x})2}{N} = \frac{490.05}{450} = 1.1$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1.1} = 1.04$$

3.4.4.التباين والانحراف المعياري في حالة متغير كمي متصل.

حساب التباين والانحراف المعياري في حالة المتغير الكمي المتصل يتبع نفس خطوات المتغير الكمي المنفصل فقط يتم تعويض xi في المتغير المنفصل بـ Ci مراكز الفئات للمتغير المتصل.

مثال44: توزيع 65 امرأة حسب الوزن بالكيلوغرام

$ni*(Ci-\bar{x})^2$	$(Ci-\bar{x})^2$	Ci*ni	Ci	ni	xi
4904.4	613.05	440	55	8	60-50
2178.5	217.85	650	65	10	70-60
3625	65..22	1200	75	16	80-70
384.3	2745	1190	85	14	90-80
2322.5	25..232	950	95	10	100-90
3185.25	63705	525	105	5	110-100
2483.7	241.85	230	115	2	120-110
15821.05		5185		65	$\sum$

المتوسط الحسابي

$$\overline{x} = \frac{\sum ci*xi}{N} = \frac{5185}{65} = 79.77$$

حساب التباين و الانحراف المعياري

$$S^2 = \frac{\sum ni(\,ci-\overline{x})2}{N} = \frac{15821..05}{65} = 243.4$$

$$S=\sqrt{S^2}= \sqrt{243.4}=15.60$$

ملاحظة

كلما كانت قيمة الانحراف المعياري للتوزيع صغيرة كان تشتت عناصر المجموعة قليلا أي أن نوع البيانات جيد بمعنى أنها متقاربة ولا توجد قيم متطرفة.

سلسلة تمارين محلولة

تمرين 1: الجدول الموالي يمثل توزيع مجموعة من البطالين حسب العمر

xi	]20-15]	]20-15]	]20-15]	]20-15]	]20-15]	]20-15]	]20-15]	]20-15]	∑
fi %	0	15	28	22	15	10	10	0	100

المطلوب

احسب السن المتوسط للبطالين.

احسب التباين والانحراف المعياري للتوزيع.

الحل

علما أن $fi = \frac{ni}{N}$

توزيع مجموعة من البطالين حسب العمر

$ni(ci-\bar{x})^2$	$(ci-\bar{x})^2$	$(ci-\bar{x})$	Ci*fi %	Ci	fi %	xi
0	235.62	15.35-	0	17.5	0	]20-15]
1606.84	107.12	10.35-	337.5	22.5	15	]25-20]
801.43	28.62	5.35-	770	27.5	28	]30-25]
2.70	0.12	0.35	715	32.5	22	]35-30]
324.34	21.62	4.65	562.5	37.5	15	]40-35]
931.23	93.12	9.65	425	42.5	10	]45-40]
2146.23	214.62	14.65	475	47.5	10	]50-45]
0	386.12	19.65	0	52.5	0	]55-50]
5812.77			3285		100	$\sum$

$$\bar{x} = \frac{\sum ci*xi}{N} = \frac{3285}{100} = 32.85$$

متوسط سن البطالين هو 32.85 سنة

حساب التباين والانحراف المعياري

$$S^2 = \frac{\sum ni(ci-\bar{x})^2}{N} = \frac{5812.77}{100} = 58.128$$

$$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{58.128}=7.62$$

تمرين2: الجدول أدناه يمثل توزيع 60 عمارة حسب عدد الطوابق فيها

$\sum$	75	65	55	45	35	25	15	xi
60	2	6	10	13	16	9	4	ni

المطلوب

ـ احسب الانحراف المعياري للتوزيع.

الحل

$ni(xi-\bar{x})^2$	$(xi-\bar{x})^2$	$(xi-\bar{x})$	Xi*ni	ni	Xi
2916	729	27	60	4	15
2601	289	17	225	9	25
784	49	7	560	16	35
117	9	3	585	13	45
1690	169	13	550	10	55
3174	529	23	390	6	65
2178	1089	33	150	2	75
13460			2520	60	$\sum$

$$\bar{x} = \frac{\sum xi*xi}{N} = \frac{2520}{60} = 42$$

حساب التباين والانحراف المعياري

$$S^2 = \frac{\sum ni(xi-\bar{x})2}{N} = \frac{13460}{60} = 224.33$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{224.33} = 14.97$$

4. مقاييس العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت

المحاضرة 12+13

1.5.معامل الاختلاف Coefficient of variation

تدل قيمة معامل الاختلاف على نسبة الاختلاف بين المتوسط الحسابي والانحراف المعياري نرمز له بـ Cv يستعمل للمقارنة بين المجموعات مثل أن نقارن بين تحصيل الطلاب والطالبات في القسم الأول جذع مشترك، يحسب بالنسبة المئوية قانونه كما يلي:

$$\mathbf{Cv = \frac{S}{\bar{x}}*100}$$

بالعودة إلى المثال السابق أوجد معامل الاختلاف .

$\bar{x}= 79.77$　　　$S=15.60$

$$Cv = \frac{S}{\bar{x}}*100=Cv=\frac{15.60}{79..77}*100=19.6\%$$

بالطريقة نفسها يحسب (Cv) يحسب معامل الاختلاف للبيانات الكمية المنفصلة والمتصلة لأن معامل الاختلاف يعتمد على قيمة الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي.

ملاحظة

* إذا كانت قيمة الانحراف المعياري أقل من 15% من المتوسط الحسابي (Cv) فإن ذلك دليل عن قلة تشتت قيم الظاهرة.

* إذا كانت قيمة الانحراف المعياري بين 15% و30% من المتوسط الحسابي (Cv) فإن ذلك دليل على أن تشتت قيم الظاهرة متوسط.

* إذا كانت قيمة الانحراف المعياري أكبر من30% من المتوسط الحسابي (Cv) فإن ذلك دليل على أن تشتت قيم الظاهرة كبير.

2.5.الانحراف المتوسط Mean Deviation

الانحراف المتوسط من المقاييس التي تقيس التشتت نسبة إلى قيمة مركزية.

1.2.5. الانحراف المتوسط في حالة قيم

الانحراف المتوسط هو متوسط فوارق القيم المطلقة ومتوسطها الحسابي نرمز له بـ dM

$$\mathbf{Md} = \frac{\sum|xi-\bar{x}|}{N}$$

مثال45: إليكم القيم التالية: 2،3،6،8،11 احسب الانحراف المتوسط لهذه القيم

حساب المتوسط الحسابي $\bar{x}$

$\bar{x}=\sum xi/N=30/5=6$

$$Md= \frac{\sum|xi-\bar{x}]}{N} = \frac{4+1+2+5}{5} = 2.4$$

2.2.5. الانحراف المتوسط للبيانات الكمية المنفصلة

يكون القانون كالتالي:

$$Md=\frac{\sum ni*|xi-\bar{x}]}{N}$$

الانحراف المتوسط للبيانات الكمية المتصلة يتم تعويض قيم xi بـمراكز الفئات Ci كما يلي:

$$Md= \frac{\sum ni*|Ci-\bar{x}]}{N}$$

نفس المثال السابق

in*|Ci- x̅|	|Ci- x̅|	Ci*ni	Ci	ni	xi
198.08	24.76	440	55	8	60-50
147.6	14.76	650	65	10	70-60
76.16	4.76	1200	75	16	80-70
73.36	5.24	1190	85	14	90-80
152.4	15.24	950	95	10	100-90
126.2	25.24	525	105	5	110-100
70.48	35.24	230	115	2	120-110
845	125.24	5185		65	∑

المتوسط الحسابي تم حسابه من قبل

$$\bar{x} = \frac{\sum ci*xi}{N} = \frac{5185}{65} = 79.77$$

الانحراف المتوسط

$$Md = \frac{\sum ni*|Ci-\bar{x}]}{N} = \frac{845}{65} = 140.83$$

3.الانحراف الربيعي Quartile Deviation

إذا كانت في المجموعة المدروسة قيما متطرفة وكون المدى يتأثر بها ترتب على استخدامه كمقياس للتشتت نتائج غير دقيقة، من أجل هذا تم اللجوء إلى استخدام مقياس آخر للتشتت يسمى الانحراف الربيعي Q يعتمد على نصف عدد القيم الوسطى ولا يتأثر هذا المقياس بوجود قيم متطرفة يحسب الانحراف الربيعي بتطبيق القانون التالي:

$Q=\frac{Q3-Q1}{2}$ حيث Q_1 هو الربيع الأول و Q_3 الربيع الثالث ومنه يمكن القول بأن

الانحراف الربيعي = نصف المدى الربيعي

مثال46: إذا كان الربيع الأول $Q_1 = 4.9$ و الربيع الثالث $Q_3 = 5.4$

فإن الانحراف الربيعي هو:

$$Q=\frac{Q3-Q1}{2}=\frac{5.4-4.9}{2}=0.25$$

4.معامل الاختلاف الربيعي

يستعمل هذا المعامل في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة يعتمد في حسابه على العلاقة التالية:

$$Cv=\frac{Q3-Q1}{Q3+Q1}*100$$

مثال47: إذا كان $Q_3 = 21.32$ و $Q_1 = 13.24$ فإن معامل الاختلاف الربيعي سيكون على النحو التالي:

$$Cv=\frac{Q3-Q1}{Q3+Q1}*100=\frac{21..32-13.24}{21.32+13.24}*100=23.38$$

بما أن قيمة معامل الاختلاف الربيعي أقل من 50% فإن قيم التوزيع متجانسة.

سلسلة تمارين محلولة

تمرين 1: احسب المتوسط الحسابي، التباين والانحراف المعياري والانحراف المتوسط للبيانات التالية: 5-10-11-14

الحل

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{N} = \frac{40}{4} = 10$$

$$dM = \frac{\sum |xi - \bar{x}|}{N} = \frac{|5-10|+|10-10|+|11-10|+|14|}{N4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$S^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{N} = \frac{(5-10)^2+(10-10)^2+(11-10)^2+(14-10)^2}{450} = \frac{42}{4} = 10.5$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{10.5} = 3.24$$

تمرين2: لتكن البيانات التالية توزيع 117 امرأة حسب عدد الأطفال

∑	6	5	4	3	2	1	xi
117	24	9	13	20	19	32	ni
	144	45	52	60	38	22	Xi*ni

المطلوب: احسب الانحراف المعياري للبيانات

الحل

$$\bar{x} = \frac{\sum xi*ni}{N} = \frac{40}{4} = 10$$

$$S^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{N} = \frac{(5-10)^2+(10-10)^2+(11-10)^2+(14-10)^2}{450} = \frac{42}{4} = 10.5$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{10.5} = 3.24$$

المحـــور الخـــامس: مقـــــاييس الشـــكــــل

المحاضرة 14+15

إن الهدف من مقاييس الشكل هو معرفة نوع التوزيع هل هو متناظر أو غير متناظر، عندما يكون التوزيع متناظرا إما يكون توزيعا طبيعيا أو مدببا وهنا يكون تشتت البيانات قليل وإما أن يكون مفلطحا(مفرطح) وهذا دليل على أن تشتت البيانات كبيرا.

1.العزوم

العزوم هو مصطلح فيزيائي حيث يعرف عزم أي قوة بأنه مقدار العمل الذي تحدثه هذه القوة، دخل هذا المصطلح إلى علم الإحصاء وأصبح يستعمل في القياسات الإحصائية.

2.1.تعريف العزوم الإحصائية (السلهاب، 2021)

* العزم هو القيمة المتوقعة مرفوعة لقوة انحرافات متغير عشوائي عن قيمة ثابتة.

*هو متوسط القيمة الرائية power $(r)^{th}$ لانحرافات قيم مشاهدات المتغير (x_i) عن نقطة ثابتة (x_0)

*هو القيمة المتوقعة لانحراف قيم متغير عن قيمة ثابتة مرفوعا لقيمة معطاة.

*هو مقياس يقيس متوسط قوة انحراف البيانات عن نقطة ارتكاز محددة.

تنقسم العزوم إلى عزوم بسيطة وعزوم مركزية

3.1.العزوم البسيطة

أولا: البيانات غير المبوبة

$$m_k = \frac{\sum X_I^K}{n}$$

مثال 48: لدينا البيانات التالية: 15-12-14-15-12-16-11-17

المطلوب

- احسب العزم البسيط من الدرجة، m_0
- احسب العزم البسيط من الدرجة، m_1
- احسب العزم البسيط من الدرجة، m_2
- ماذا تلاحظ؟

الحل

حساب العزم البسيط من الدرجة 0

$$m_0=\frac{\sum X_I^0}{n}=\frac{15^0+12^0+14^0+15^0+12^0+16^0+11^0+17^0}{8}=\frac{1+1+1+1+1+1+1+1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

$$m_1=\frac{\sum X_I^1}{n}=\frac{15^1+12^1+14^1+15^1+12^1+16^1+11^1+17^1}{8}=\frac{15+12+14+15+12+16+11+17}{8}=\frac{112}{8}=14$$

$$m_2=\frac{\sum X_I^2}{n}=\frac{15^2+12^2+14^2+15^2+12^2+16^2+11^2+17^2}{8}=\frac{225+144+196+225+144+156+121+289}{8}=\frac{1600}{8}=200$$

ملاحظة

بما أن أي عدد قوة صفر يساوي 1 فإن العزم البسيط من الدرجة صفر يساوي الواحد ومنه يصبح $\frac{n}{n}$ العزم من الدرجة صفر هو دائما يساوي1.

العزم البسيط من الدرجة الأولى هو المتوسط الحسابي لأن أي عدد قوة وأحد هو العدد نفسه فتصبح القيم قوة وأحد هي نفسها مقسومة على عددها تساوي متوسط هذه القيم (المتوسط الحسابي في حالة قيم يساوي مجموع القيم على عددها).

ثانيا: العزوم في حالة البيانات المبوبة

$$m_k = \frac{\sum C_i^K * ni}{\sum ni}$$

مثال49: لتكن البيانات التالية توزيعا للمتغير x

Xi	] 2-0]	] 4-2]	] 6-4]	] 8-6]	] 10-8]
Ni	7	7	9	2	5

المطلوب: حساب العزم البسيط من الدرجة الثالثة.

الحل

Xi	ni	Ci	$(Ci)^3$	$ni*(Ci)^3$
]2-0]	7	1	1	7
]4-2]	7	3	9	63
]6-4]	9	5	25	225
]8-6]	2	7	49	98
]10-8]	5	9	81	405
$\sum$	30			798

$$m_3 = \frac{\sum C_i^3 * ni}{\sum ni} = \frac{798}{30} = 26.6$$

ملاحظة

لتجنب تكرار الحسابات فإن ما ينطبق على البيانات غير المبوبة ينطبق على البيانات المبوبة أي أن العزم البسيط من الدرجة صفر يساوي الواحد و العزم البسيط من الدرجة الأولى يساوي المتوسط الحسابي للبيانات (أي قيمة قوة وأحد هي القيمة نفسها).

ثالثا: العزوم المركزية

البيانات غير المبوبة

$m_k = \frac{\Sigma(xi - \bar{x})^k}{n}$

مثال50: لتكن البيانات التالية للمتغير x :5-7 3 -8-7-6-2-4-9

المطلوب: احسب العزم المركزي من الدرجة صفر، الدرجة الأولى، الدرجة الثانية.

الحل

أولا: حساب المتوسط الحسابي للقيم $\bar{x} = \frac{\Sigma(xi)}{n} = \frac{51}{9} = 5.67$

سيتم تنظيم الحسابات في جدول لتسهيل العملية فقط.

$(xi - \bar{x})^2$	$(xi - \bar{x})^1$	$(xi - \bar{x})^0$	xi
1.769	1.33	1	7
0.445	0.67-	1	5
7.129	2.67-	1	3
2.789	1.67-	1	4
13.469	3.67-	1	2
0.109	0.33	1	6
1.769	1.33	1	7
5.429	2.33	1	8
11.089	3.33	1	9
39	00	9	Σ

$m_k = \frac{\Sigma(xi - \bar{x})^k}{n}$

$m_0 = \frac{\Sigma(xi - \bar{x})^0}{n} = \frac{9}{9} = 1$

$m_1 = \frac{\Sigma(xi - \bar{x})^1}{n} = \frac{0}{9} = 0$

$$m_2=\frac{\Sigma(xi-\bar{x})^2}{n}=\frac{39}{9}=4$$

ملاحظة

العزم المركزي من الدرجة صفر يساوي الواحد.

العزم المركزي من الدرجة الأولى يساوي صفر.

العزوم المركزية للبيانات المبوبة

اعتماد المثال الأول

القانون: $m_k=\frac{\Sigma(xi-\bar{x})^k}{n}$

مثال 51: أحسب العزم المركزي من الدرجة الثالثة.

ni . $(xi-\bar{x})3$	$(xi-\bar{x})3$	$(xi-\bar{x})$	Ci*ni	Ci	ni	xi
-275.12	-39.304	-3.4	7	1	7	]2-0]
-15.379	-2.197	-1.4	21	3	7	]4-2]
1.944	0.216	0.6	45	5	9	]6-4]
27.65-	13.824-	-2.2	14	7	2	]8-6]
1.08	0.216	0.6	45	9	5	]10-8]
-315.125		00	132		30	$\sum$

$$\bar{x}=\frac{\Sigma(Ci*ni)}{\Sigma ni}=\frac{132}{30}=4.4$$

$$_3m=\frac{ni\,.(xi-\bar{x})3}{\Sigma ni}=\frac{-315.125}{30}=-2.39$$

ملاحظة

العزم المركزي من الدرجة صفر للبيانات المبوبة دائما يساوي الواحد.
العزم المركزي من الدرجة الأولى للبيانات المبوبة دائما يساوي صفر.
العزم المركزي من الدرجة الثانية للبيانات المبوبة دائما يساوي التباين.

2.الالتواء Skewness

1.2. تعريف التوزيع الطبيعي

يكون التوزيع طبيعيا عندما يشبه شكل الجرس وله قمة يمتد طرفاه دون أن يلتقيان بالمحور الأفقي.

في حالة ما لم يتحقق هذا التوزيع الطبيعي للبيانات فإنه سيأخذ أشكالا أخرى حيث يمكن أن يكون ملتويا نحو اليمين أو اليسار للتأكد من ذلك يستخدم معامل الإلتواء، وقد يتحقق تناظر البيانات لكن شكل التوزيع يختلف عن التوزيع الطبيعي فيأخذ شكلا متناظرا مدببا أو مفلطحا فيتم التأكد من ذلك بواسطة معامل التفلطح.

2.2.تعريف الإلتواء

الإلتواء هو درجة الحياد عن التوزيع المتناظر لذا فقد يكون منحنى التوزيع ملتويا نحو اليمين فيسمى إلتواء موجب أو نحو اليسار فيسمى إلتواء سالب.

يقصد بالإلتواء عدم تماثل منحنى التوزيع التكراري حول نقطة المركز(المتوسط)، يكون هذا التوزيع متماثلا فقط إذا أُسقط عمود (نحقق التعامد مع محور الفواصل) من قمة المنحنى فيقسم التوزيع إلى جزأين متساويين أو متناظرين أو متطابقين.

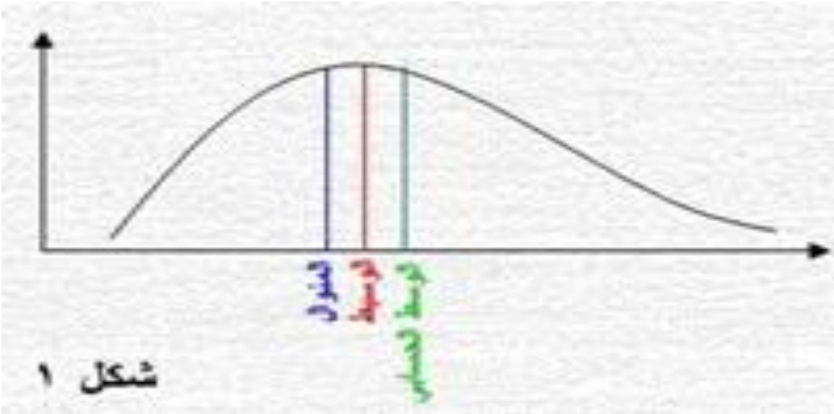
فالإلتواء إذا هو شكل توزيع قيم المتغير عن التوزيع المتناظر أو الطبيعي الذي يكون فيه كل من المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال في نقطة واحد، في حين غياب هذا الشرط (تناظر الجزأين) يكون امتداد التوزيع إلى جانب أو آخر (اليسار أو اليمين) فيسمى الإلتواء، إذا الإلتواء هو امتداد التوزيع نحو اليمين أو اليسار مقارنة بالتوزيع الطبيعي والتوزيع المتناظر.

من أهم الأشكال التي يمكن أن يأخذها التوزيع التكراري وفقا لتوزيع البيانات حول قيمة مركزية معينة يكون المتوسط الحسابي بشكل من الأشكال التالي:

توزيع موجب الالتواء

إذا كانت التكرارات ترتكز عند اصغر القيم يكون التوزيع ممتد نحو اليمين عندها

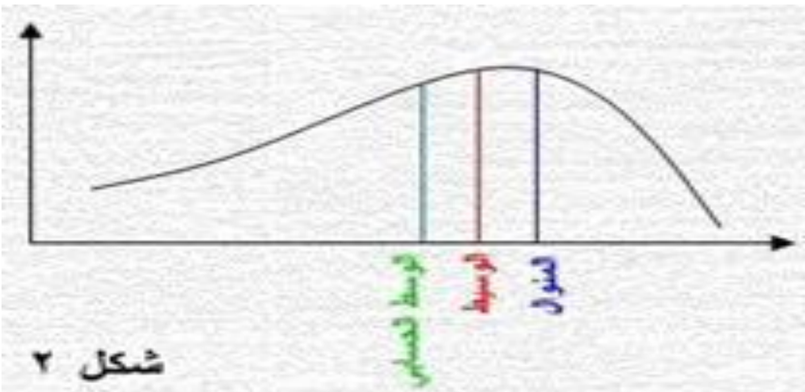
$\bar{x} > Me > Mo$ كما هو موضح في الشكل.



توزيع سالب الإلتواء

إذا كانت التكرارات ترتكز عند أكبر القيم يكون التوزيع ممتد نحو اليسار عندها تصبح

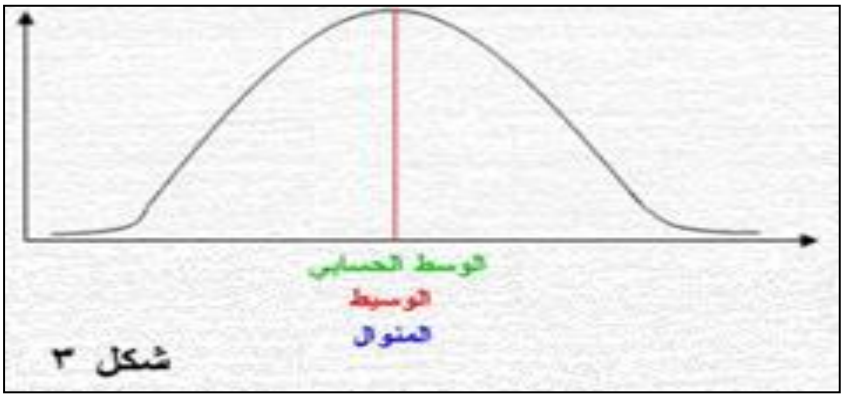
$\bar{x}\ \ Me < Mo <$ كما يوضحه الشكل الموالي.



منحنى التوزيع المتماثل

يكون التوزيع متناظرا بحيث شاذا قسم إلى جزأين انطبق أحدهما على الآخر تماما بحيث يكون

$\bar{x} = Me = Mo$



بمعنى أن 50% من القيم على يمين المتوسط الحسابي و 50% منها على يساره.

يتبع هذا النموذج التوزيع الطبيعي ويسمى أيضا توزيع جرسي لأنه يشبه شكل الجرس في تناظره.

من الحالات الثلاثة السابقة الذكر يمكن القول بأن الإلتواء هو درجة البعد عن التماثل أو التناظر في التوزيع الذي يكون إما سالبا أو موجبا، وشكليا يمكن معرفة درجة الإلتواء هل هو حاد أو بسيط لكن لا يمكن قياسه رقميا لذا يحسب معامل الإلتواء.

3.2.مقاييس الإلتواء Measures of skewness

1.3.2.معامل فيشر للإلتواء

هو مقياس يعتمد على العوزم حول المتوسط الحسابي ويعرف أيضا بمعامل الإلتواء العزومي لفيشر، فهو النسبة بين العزم الثالث والمتوسط الحسابي ومكعب الانحراف المعياري.

$$_{F}Y = \frac{m^3}{s^3}$$

حيث: m^3 هو العزم الثالث حول المتوسط الحسابي

S هو الانحراف المعياري

إذا كان الإلتواء موجب فإن $_{F}Y\ 0>$

توزيع متناظر $_{F}Y = 0$

2.3.2. معامل بيرسون للالتواء

يحسب هذا المعامل بطريقتين هما:

أ.معامل بيرسون الأول

يحسب وفق العلاقة التالية $P_1 = \frac{\bar{X} - Mo}{S}$

حيث $\bar{X}$ المتوسط الحسابي S المعياري الانحراف Mo المنوال

بعد إجراء حساب معامل بيرسون الأول إذا كانت نتيجة المعامل موجبة فإن التوزيع موجب والإلتواء متجه نحو اليمين، وإذا كانت نتيجة المعامل سالبة فإن التوزيع سالب والإلتواء يتجه نحو اليسار، أما إذا كان المعامل يساوي الصفر فإن التوزيع متماثل أو متناظر.

تحدد إشارة هذا المعامل بقيمة البسط لأن المقام دائما يكون موجب (الانحراف المعياري) بمعنى آخر فان المتوسط الحسابي هو من يحدد إشارة معامل بيرسون بحيث إذا كان المتوسط الحسابي اكبر من المنوال فان النتيجة ستكون موجبة وبالتالي الالتواء موجب والعكس صحيح تماما. أما إذا تساو المتوسط والمنوال فان النتيجة ستكون معدومة أو تساوي صفر وبالتالي التوزيع متناظر.

ب.معامل بيرسون الثاني

عندما يتعذر حساب معامل بيرسون الأول في حالة البيانات التي لا تحتوي على منوال أو يوجد أكثر من منوال في مجموعة البيانات. في هذه الحالة يتم الاعتماد على العلاقة التقريبية التالية:

$\bar{x} - Mo = 3(x - Me)$ ومنه $P_2 = \frac{3(\bar{X} - Me)}{S}$

بحيث $\bar{x}$: المتوسط الحسابي، S : الانحراف ،المعياري Me : الوسيط .

3.3.2.معامل يول للإلتواء

يسمى أيضا معامل الإلتواء الربيعي يستعمل في قياس الإلتواء في التوزيعات المفتوحة بالعلاقة التالية:

$$\gamma = \frac{Q1+Q3-2Q2}{Q3-Q1}$$

بما أن معامل الإلتواء في التوزيع المتماثل يساوي صفر فإنه عندما يكون المنحنى سالب الإلتواء تكون إشارة المعامل سالبة، في حين ما إذا كان المنحنى موجب الإلتواء فإن إشارة المعامل تكون موجبة ومنه يتم تحديد شكل التوزيع كما يلي:

- $P = 0$ أو $\gamma = 0$ فإن منحنى التوزيع يكون متماثل.
- $P > 0$ أو $\gamma > 0$ فإن منحنى التوزيع مائل لليمن.
- $P < 0$ أو $\gamma < 0$ فإن منحنى التوزيع مائل لليسار.

مثال52: ليكن التوزيع الموالي لـــ50 امرأة حسب الأجر الشهري

xi	20-10	30-20	40-30	50-40	60-50	70-60	80-70
ni	3	6	8	15	10	6	3

المطلوب ـ أحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع.

ـ أحسب الوسيط و المنوال.

ـ أدرس تماثل أو إلتواء التوزيع.

الحل: حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري

Xi	Ni	Ci	Ci*ni	Xi^2*ni
20-10	3	15	45	675
30-20	6	25	150	3750
40-30	10	35	350	12250
50-40	15	45	675	30375
60-50	8	55	440	24200
70-60	5	65	32	2112
80-70	3	75	225	16875
∑	50		2210	109250

المتوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{\sum ci*ni}{N} = \frac{2210}{50} = 44.2$$

التباين والانحراف المعياري

$$S^2 = \frac{\sum x2*ni}{N} - \overline{X}^2 = \frac{109250}{50} - 44.2^{\,2} = 2185 - 1953.64 = 231.36$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum x2*ni}{N} - \overline{X}^2} = \sqrt{\frac{109250}{50} - 44.2^{\,2}} = 15.2$$

حساب الوسيط والمنوال

حساب الوسيط يتبع الخطوات التالية:

تكوين جدول التكرار المتجمع الصاعد

الحدود العليا للفئات	ni↑	
أقل من 10	0	
أقل من 20	3	
أقل من 30	9	
أقل من 40	19	موقع الربيع الاول Q_1
أقل من 50	34	موقع الوسيط Me
أقل من 60	42	موقع الربيع الثالث Q_3
أقل من 70	47	
أقل من 80	50	
∑		

4.3.2.معامل الإلتواء الربيعي

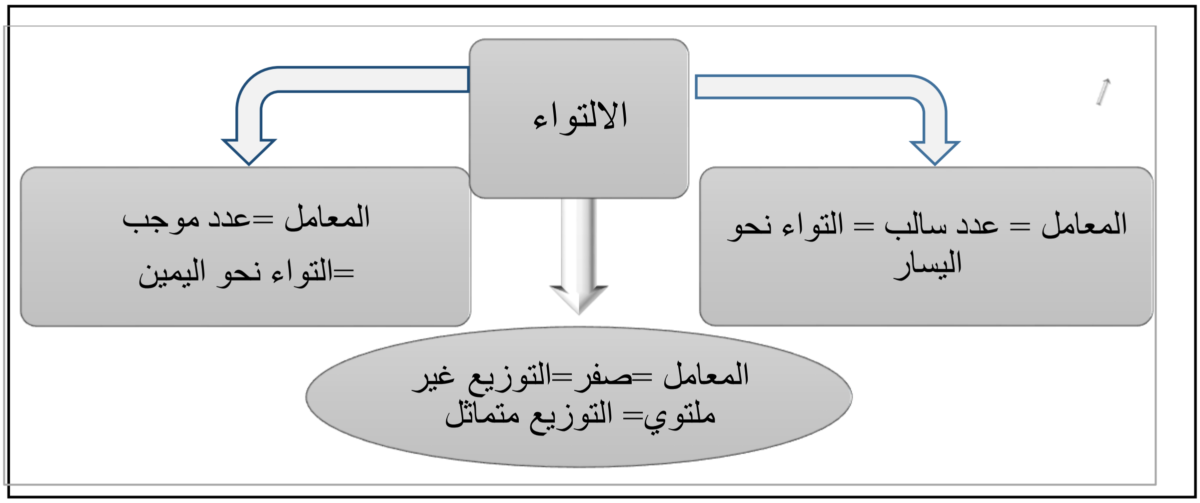
يرمز له بـ γ_Q يكتب كما يلي

$$Q\gamma = \frac{(Q3-Q2)-(Q2-Q1)}{Q3-Q1} = \frac{Q3-2Q2+Q1}{Q3-Q1}$$

مع $i = 1،2،3$.

Qi هي الربيعات الأول و الثاني و الثالث بالترتيب.

إذا كان هذا المعامل موجبا فإن التوزيع يميل إلى اليمين، إذا كان سالبا فإن التوزيع يميل نحو اليسار، أما إذا كان المعامل يساوي صفر فإن التوزيع متناظر.

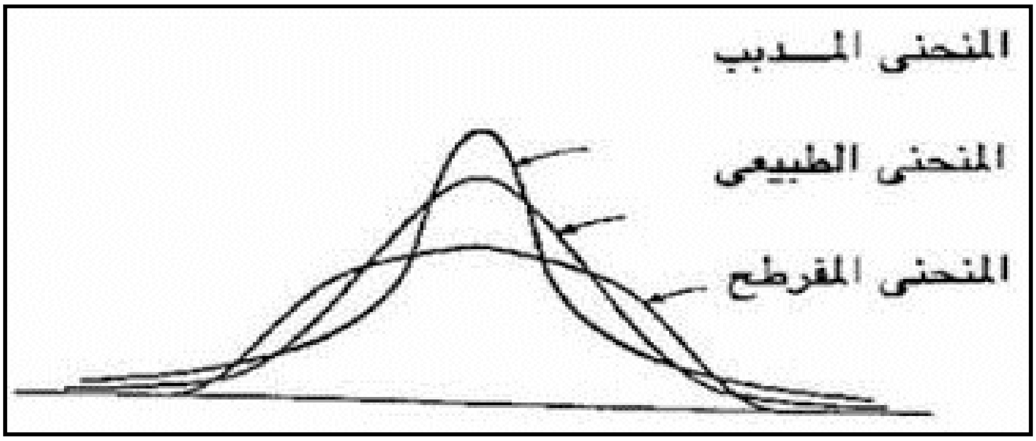


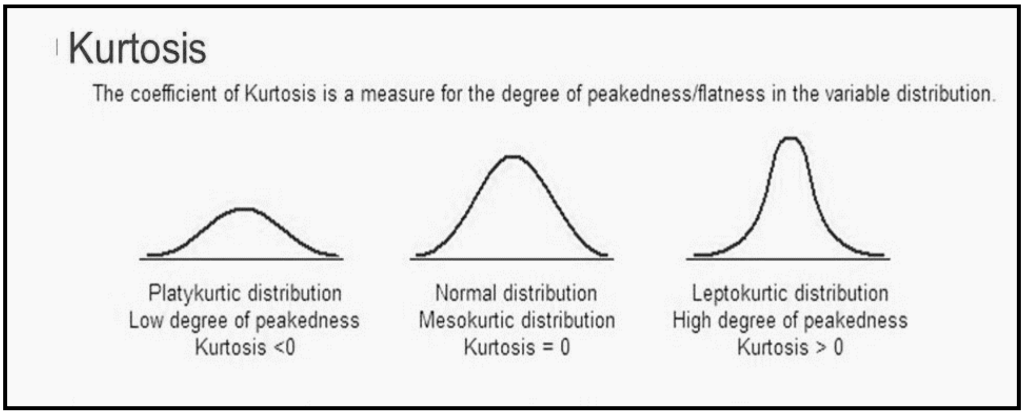
3.التفرطح أو التفلطح Kurtosis

دراسة معامل الإلتواء تبين أن ميلان التوزيع يكون نحو اليسار أو اليمين يتم معرفة هذا المعامل وفق قوانين معينة، لكن هناك حالة أخرى للتوزيعات فقد تكون متناظرة، في مثل هذه الحالة يكون التوزيع إما طبيعي أو مفرطح أو مدبب، لهذا سيتم التعريف بهذه الحالة وكيفية حساب معامل التفرطح.

1.3.تعريف التفرطح

هو مدى انخفاض منحنى التوزيع التكراري مقارنة بالتوزيع الطبيعي. كما يمكن للتوزيع أن يكون متماثلا لكن بسبب التفرطح لا يكون طبيعيا، كما ستوضحه الأشكال التالية:





2.3. **التوزيع الطبيعي** يأخذ شكل الجرس له قمة طرفاه ممتدان لا يلتقيان مع المحور الأفقي، ويعتبر أكثر التوزيعات المستخدمة في الدراسات الإحصائية.

3.3.التوزيع المدبب هو توزيع يشبه التوزيع الطبيعي إلى حد كبير، لكن قمته تمتد إلى الأعلى بشكل واضح.

4.3.التوزيع المفرطح هو توزيع يشبه التوزيع الطبيعي هو الآخر لكنه يظهر بشكل مستوي أي أن قمته تبدو شبه مسطحة تشبه قمة الهضبة.

2.3.قياس التفرطح

يمكن قياس التفرطح باستخدام طريقة العزوم وفقا للمعادلة التالية:

يمكن قياس التفرطح استنادا إلى المعادلة التالية:

$$kc=\frac{\frac{1}{N}\sum(xi-\bar{x})^4}{S^4}$$

حيث: $\frac{\sum(xi-\bar{x})^4}{N}$ هو العزم الرابع حول المتوسط الحسابي، S هو الانحراف المعياري.

*معامل التفرطح في التوزيع الطبيعي يساوي 3، ومنه يمكن وصف منحنى التوزيع من حيث التفرطح و التدبب.

K=3 التوزيع متماثل

k>3 التوزيع مدبب

k<3 التوزيع مفرطح

مثال 53

xi	66	85	52	78	80	91	74	58	584
$(xi-\bar{x})$	7-	12	21-	5	7	18	1	15-	0
$(x-\bar{x})^2$	49	144	441	25	46	324	1	225	1258
$(x-\bar{x})^4$	2401	20736	194481	625	2401	104976	1	50625	376246

حساب الانحراف المعياري للبيانات

$S^2=\sqrt{\frac{(xi-\bar{x})^2}{N}}=\sqrt{\frac{1258}{8}}=157.25$

$S=\sqrt{S2}=\sqrt{157.25}=12.54$

$\frac{1}{N}\sum(xi-\bar{x})^4=\frac{376246}{8}=47030.75$

$S^4=(12.54)^4=24728.066$

$$kc=\frac{\frac{1}{N}\sum(xi-\bar{x})^4}{S^4}=\frac{47030.75}{24728.066}=1.901$$

بما أن 1.901<3 فان بيانات الجدول تتبع توزيعا مفرطحا.

مثال54

حساب التفرطح اعتمادا على المئينات و الانحراف الربيعي الذي يعتمد على العبارة التالية:

$Kc=\frac{Q3-Q1}{2(P0.90-P0.10)}$ أو بالعبارة $Kc=\frac{Q}{P90-P10}$ ،لأن الانحراف الربيعي هو $Q=\frac{Q3-Q1}{2}$

والانحراف الربيعي = نصف المدى الربيعي بالعودة إلى العبارة الأولى و للتذكير

$Q1$ هو الربيع الأول، $Q3$ هو الربيع الثالث، P0.9 هو المئين التسعين بحيث 90% من البيانات تكون أقل منه و10% منها أكبر منه و P0.10 هو المئين العاشر أو العشير بحيث تكون 90% من البيانات أكبر منه و10% منها أقل منه.

فرضا أن: $Q_1=33.5$ ، $Q_3=54.37$ ، $Q=23.33$ ، $p_{10}=$ ، $p_{90}=66$

بالعودة إلى العبارة السابقة يصبح

$$Kc=\frac{Q3-Q1}{2(P0.90-P0.10)}=\frac{54.37-33.5}{2(66-P0.1023.33)}=0.245$$

بما أن معامل التوزيع يساوي 3في التوزيع الطبيعي والمعامل المحسوب أقل من 3 فإن التوزيع مفرطح.

تمرين 1: لتكن القيم التالية تمثل أوزان 25 طفلا

-15-14-13-14-17-16-13-14-17-14-15-16-17-17-14-14-177-15-17-16-17-16 .17-16

المطلوب

هل التوزيع غير ملتوي أي متماثل؟

الحل

لمعرفة اتجاه التوزيع يجب حساب كل من : المتوسط الحسابي ، الوسيط والمنوال ثم المقارنة بينها.

المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{N} = \frac{354}{25} = 14.16$$

الوسيط

أولا يجب ترتيب القيم من الأكبر إلى الأصغر أو العكس

13-13-14-14-14-14-14-14--15-15-15-16-16-16-16-16-17-17-17-17-17-17-
17-17

ثانيا إيجاد رتبة الوسيط كما يلي: *R* هو رتبة الوسيط

$R=\frac{n+1}{2}\ \frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} = 13$ ومنه فإن الوسيط هو القيمة الواقعة في الرتبة الثالثة عشر وهي 15

Me =15

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا في المجموعة وهي 17

بعد حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع يتضح أن:

المتوسط الحسابي < الوسيط < المنوال

وعليه فإن التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار أي معامل الإلتواء سالب ومنه فإن التوزيع ملتوي وغير متماثل.

خاتمة

خلال طيات هذه المطبوعة البيداغوجية تم التطرق إلى تعريف الإحصاء وأقسامه وطرق جمع البيانات وكذا كيفية تبويبها وتنظيمها في جداول إحصائية بسيطة، إلا أن هذا لم يكن كافيا لاستعمال هذه المعطيات و الاستفادة منها في مجال التحليل و استقراء النتائج ثم اتخاذ القرار(الإحصاء الاستدلالي).

تحضيرا لذلك تم التطرق لعدة مقاييس وصفية بحكم الإحصاء الوصفي يعطي فكرة أو يصف البيانات عن طريق دراسة مقاييس النزعة المركزية التي توضح مدى تمركز توزيع البيانات، وهي عبارة عن بعض المقاييس البسيطة التي قد تنوب عن مجموعة البيانات محل الدراسة.

بعدها تأتي مقاييس التشتت التي تدرس مدى انحراف قيم المتغير عن بعضها البعض وعن القيم الوسطى، ثم تبعتها دراسة مختصرة عن مقاييس الشكل التي تعطي هي الأخرى توضيحا عن حالة بيانات الدراسة وشكل التوزيع هل هو توزيع طبيعي أو مدبب أو مفرطح.

تعتبر هذه المقاييس (النزعة المركزية، التشتت، الشكل) فكرة أولية للتعامل مع البيانات في السداسي الثاني الذي سيعتمد على استعمال الاختبارات الإحصائية لاستخراج النتائج والتحليل قصد اتخاذ القرارات أو التنبؤ بظاهرة من الظواهر.

المراجع

Lecture Note on DESCRIPTIVE STATISTICS
https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://www.scribd.com/document/496649148/Lecture-Note-on-Descriptive-Statistics-S-1&ved=2ahUKEwja6dXJyMSJAxW0SaQEHdwJEiYQFnoECBsQAQ&usg=AOvVaw0M--YDk21cMhslng8tTcIM

أمزيان أنيسة. (2020). مقياس الإحصاء.

إياد محمد الهوبي. (2017). *مبادئ الاحصاء و الاحصاء الحيوي ط1* (المجلد 276). كلية العلوم والتكنولوجيا : الكلية الجامعية للعلوم والتكنولوجيا خان يونس.

مبادئ الاحصاء مركز االمناهج التعليمية والبحوث التربوية لوزارة التعليم الليبية2019-2020

نظام المحاضرات الالكتروني،كلية دجلة الجامعة)*محاضرات مبادئ الاحصاء*، 2016-201

محمد عبدالله السلهاب. (2021). R و MAPLE العزوم الإحصائية بين النظرية والتطبيقات الحاسوبية باستخدام برنامجي. *مجلة جامعة سبها للعلوم البحتة والتطبيقية ، 20* (4)، صفحة 113.