



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique



جامعة وهران 2 محمد بن احمد
Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed

معهد الصيانة والأمن الصناعي
Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle

Département de Maintenance en instrumentation

MÉMOIRE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de **MASTER**

Filière : Génie Industriel

Spécialité : Ingénierie de la Maintenance en instrumentation

Thème

**Restauration d'image par filtre adaptatif stochastique
en utilisant l'analyse multi-résolution**

Présenté et soutenu publiquement par :

Nom : Moulai Prénom : Warda

Nom : Sari Prénom : Assia

Devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
Mr. Hassini Abdelatif	Pr	IMSI-Univ d'oran 2	Président
Mr. Adda Neggaz Samir	MAA	IMSI-Univ d'oran 2	Encadreur
Mme. Aouimer Yamina	MAA	IMSI-Univ d'oran 2	Examinatrice

Décembre 2020



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique



جامعة وهران 2 محمد بن احمد
Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed

معهد الصيانة والأمن الصناعي
Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle

Département de Maintenance en instrumentation

MÉMOIRE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de **MASTER**

Filière : Génie Industriel

Spécialité : Ingénierie de la Maintenance en instrumentation

Thème

**Restauration d'image par filtre adaptatif stochastique
en utilisant l'analyse multi-résolution**

Présenté et soutenu publiquement par :

Nom : Moulai Prénom : Warda

Nom : Sari Prénom : Assia

Devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
Mr. Hassini Abdelatif	Pr	IMSI-Univ d'oran 2	Président
Mr. Adda Neggaz Samir	MAA	IMSI-Univ d'oran 2	Encadreur
Mme. Aouimer Yamina	MAA	IMSI-Univ d'oran 2	Examinatrice

Décembre 2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ﴾

سورة هود [88]

Remerciements

Nous remercions avant tout Dieu « Allah », le tout puissant, pour nous avoir donné, la santé, le courage, la patience, la volonté et la force nécessaire, pour terminer notre projet de fin d'études ;

*Nous tenons à remercier sincèrement tout d'abord, notre encadreur **Mr : Adda Neggaz Samir** enseignant à l'institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle (IMSI) de l'université d'Oran 2, pour avoir accepté de diriger ce mémoire, sans oublier leurs conseils avisés, leurs encouragements et pour sa coopération remarquable, et leur soutien indéfectible, tout le long de cette étude..*

J'exprime également ma reconnaissance et mes sincères remerciements à aussi les membres jury d'avoir accepté d'évaluer notre modeste travail :

*Monsieur « **Hassini Abdelatif** » Professeur à l'institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle (IMSI) de l'université d'Oran 2, pour avoir accepté de présider le jury.*

*Madame « **Aouimer Yamina** » enseignante à l'institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle (IMSI) de l'université d'Oran 2, pour avoir accepté d'examiner ce travail,*

Ainsi que à tous les enseignants de L'institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle (IMSI) de l'université d'Oran 2 pour leurs efforts durant toute notre formation .

En fin, nous voudrions également remercier nos familles pour leur encouragements, et leur soutien.



Merci!

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A mon trésor et la lumière de ma vie « *Mes très chers parents* »

qui m'ont soutenu jusqu'au bout ,que DIEU les garde éternellement heureux ;

A ma deuxième mère « *Ma Tante* »

que je remercie du fond du cœur pour les sacrifices et les encouragements qu'elle n'est cessé de me Conférer tout au long de mes études.

A mon deuxième père « *Mon Oncle* »

qui me quittait le 19/10/ 2013 sans voir le déroulement de mes études, que DIEU a pitié d'il et fait de son abri un paradis ;

A mon très cher frère *Oussama* ;

A mes très chères sœurs *Ikram, Ayat errahmane* ;

A toute la famille *Moulaï sans exception* ;

A mon encadreur Mr « *Adda Neggaz Samir* »et sa famille , je vous souhaite le bonheur ;

A tous ceux qui m'aiment et ceux que j'aime ;

Et enfin à Tout personne qui m'a aidé à faire ce projet de fin d'étude.

Warda 

Dédicaces

Avec l'aide de Dieu le tout puissant , nous avons pu achever ce travail que je dédie :

A ma mère DIEU a pitié d'elle et fait de son abri un paradis ;

A mon père pour ses encouragements son soutien, surtout pour son sacrifice ;

A mes très chères sœurs : Halima et Salima leur amour ;

A mes chers frères : Mokhtar , Nesreddine , Mohammed ;

A mes oncles et tantes ;

A toute la famille SARI ;

A ma très chérie amie et mon binôme WARDIA que je remercie du fond du cœur pour sa patience avec moi durant ce mémoire ;

A tous mes amis(es) pour leurs amitiés sincères : GHZALLA , SARA , IKRAM ,

BOCHRA , CHAIMA , DONYA , HADJER , MOHAMMED ,

A mon encadreur Mr : Adda Neggaz Samir et sa famille , je vous souhaite le bonheur ;

A tous ceux qui m'aiment et ceux que j'aime ;

Et enfin à Tout personne qui m'a aidé à faire ce projet de fin d'étude.

Assia 

AVANT PROPOS

Cette étude entre dans le cadre de la préparation d'un mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master en Ingénierie de la Maintenance en instrumentation au sein de l'Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle.

C'est ainsi que nous avons eu l'occasion de préparer notre projet de fin d'étude intitulé **« Restauration d'image par filtre adaptatif stochastique en utilisant l'analyse multi-résolution »**.

Ce projet est un apport très bénéfique quant au perfectionnement des connaissances de l'étudiant dans le domaine de traitement d'image et pour avoir l'opportunité d'appliquer ses connaissances théoriques acquises tout au long de son cursus universitaire dans le cadre professionnel.

الملخص :

تعد الصور دعامة أساسية من دعائم الاتصال، وكان دائما أحد أهم المشاكل التي تواجهها أنظمة التصوير هو التخلص من الضوضاء، وفي وقت طغت فيه الوسائل التكنولوجية على مجال معالجة الصور تعددت التقنيات وتتنوعت أساليب استعادة الصور إلى مظهرها الأصلي، حسب نوع التشوهات التي تتعرض لها الصور من مختلف المصادر .

هدفت هذه الدراسة إلى استعادة الصورة عن طريق إزالة الضوضاء البيضاء الكاوسية لتحسين جودة الصورة، وهنا نستخدم طريقة تحليل متعدد الدقة الذي يعتبر من الأساليب الحديثة التي استخدمت في استعادة الصور، باستخدام ميزتين هما التصفية بمرشح وينر وتصفية العتبة الصعبة. تم تطبيق الميزتين على مجموعة من الصور ذات التدرجات الرمادية بأبعاد مختلفة، وبعد الحصول على النتائج تم اعتماد عامل **PSNR** كمقدار لدعم جودة الصورة المستعادة ومقارنتها مع الصورة الأصلية.

الكلمات المفتاحية: استعادة الصورة ، تحويل المويجات المتقطع ، تحليل متعدد الدقة ، مرشح وينر، إزالة الضوضاء ، تدهور، العتبة الصعبة، العتبة الناعمة .

Résumé

Les images sont un pilier de la communication et l'un des principaux problèmes auxquels sont confrontés les systèmes d'imagerie est la suppression du bruit. A une époque où les moyens technologiques dominaient le domaine du traitement d'images, il existait de nombreuses approches et méthodes différentes pour redonner aux images leur aspect d'origine, selon le type de distorsions auxquelles les images étaient exposées à partir de diverses sources.

Cette étude visait à restaurer l'image en supprimant le bruit blanc gaussien, pour améliorer la qualité de l'image, et ici nous utilisons la méthode d'analyse multi-résolution, qui est considérée comme l'une des méthodes modernes utilisées dans la restauration d'image.

Utilisation de deux fonctionnalités à savoir la filtration avec un filtre de *Wiener* et un filtre par seuillage dur.

Les deux caractéristiques ont été appliquées à un ensemble d'images en niveaux de gris avec des dimensions différentes, et après l'obtention des résultats, un facteur **PSNR** a été adopté comme montant pour soutenir la qualité de l'image restaurée et comparé à l'image d'origine.

Mots clés : Restauration d'image, Transformée en ondelette discrète, analyse multi-résolution, le filtre de *Wiener*, débruitage, dégradation, seuillage dur, seuillage doux.

Abstract

Images are an essential pillar of communication, and one of the most important problems facing imaging systems is denoising , at a time when technological means dominated the field of image processing with the variety of techniques and methods for restoring images to their original appearance, according to the type of distortions to which the images are exposed from various sources.

This study aimed to restore the image by removing white Gaussian noise in order to improve the image quality using the multi-resolution analysis method, considered as one of the modern methods used to restore images by using two features : *Wiener* filter and hard thresholding filter. Both features were applied to a group of gray scale images with distinct dimensions. After obtaining the results, the **PSNR** factor was adopted as a measure to support the quality of the restored image and compare it to the original image.

Key words : Image restoration , Discrete Wavelet Transform, multi-resolution analysis, *Wiener* filter, denoising, degradation, Hard thresholding , soft thresholding

Table de Matières

Remerciements	
Dédicace	
AVANT PROPOS	
Résumé	
Liste de figures	
Liste de tableaux	
Liste de symboles	
Les Abréviation	
Introduction Général	01
<i>Chapitre I : Les variables et les processus Aléatoires</i>	
I -1 Introduction.....	03
I -2 variable aléatoire.....	03
I -2-1 Définition.....	03
I -2-2 Espérance, variance, l'écart type.....	04
I -2-3 fonction de répartition.....	04
I -2-3-1 Définition.....	04
I -2-4 la densité de probabilité.....	05
I -2-4-1 Définition.....	05
I -2-5 les Lois de probabilité de variable aléatoire.....	05
I -3 Processus aléatoire.....	07
I -3-1 Définition.....	07
I -3-2 Caractéristiques statistiques d'un processus aléatoire.....	07
I -3-3 Stationnarité.....	08
I -3-4 Ergodicité.....	09
I -3-5 la densité spectrale de puissance.....	09
I -3-5-1 Définition.....	09
I -4 Cas particulier de processus aléatoire.....	09

I -4-1 Les signaux gaussiens.....	09
I -4-2 Bruit blanc.....	10
I -5 Effets d'un système linéaire sur un processus aléatoire.....	11
I -6 Estimation.....	12
I -6-1 Estimation de Moyenne.....	12
I -6-2 Estimateur de variance.....	12
I -6-3 Estimation de la fonction d'autocorrélation.....	14
I -6-3-1 Estimateur non biaisé.....	14
I -6-3-2 Estimateur biaisé.....	14
I -6-4 Estimateur de densité spectrale.....	15
I -6-4 -1 Méthode du périodogramme.....	15
I -7- Conclusion.....	16

Chapitre II : Les filtres adaptatifs et non adaptatifs

II-1 Introduction.....	17
II-2 Principe de la dégradation/restauration d'image.....	17
II-3 Dégradation d'images.....	17
II-4 Qu'est-ce qu'un filtre ?	19
II-4-1 Définition de filtrage.....	20
II-4-2 Principe de filtrage.....	20
II-4-3 Pourquoi filtrer.....	20
II-5- Filtrage d'une image.....	20
II-5-1 Filtrage spatial.....	21
II-5-2 Filtrage fréquentiel.....	21
II-5-3 Le filtrage linéaire d'une image.....	21
II-5-4 Le filtrage non linéaire d'une image.....	22
II-6- Les différents types des filtres.....	22
II-7- Les critères de choix d'un filtre.....	23
II-8- Débruitage d'images.....	24
II-9 les techniques utilisées de débruitage.....	24
II-9-1 Filtrage adaptatif.....	24
II-9-2 les autres types de Filtrages	25

II-9-2-1 les Filtrages non adaptatifs.....	25
II-9-2-2 les Filtrages adaptatifs.....	27
II-10 Conclusion.....	30

Chapitre III : les Transformation en Ondelettes

III -1 Introduction.....	31
III -2 Historique.....	31
III -3 La Transformée de Fourier (TF)	31
III -4- Transformée en ondelettes.....	32
III -4-1 Ondelette Mère.....	32
III -4-2 Conditions d'existence des ondelettes.....	33
III -4-3 Propriétés Fondamentales d'une Ondelette.....	33
III -5 Transformée en ondelettes continue.....	34
III-6 Transformée en Ondelettes Discrète TOD.....	35
III -6-1 Coefficients de la TOD.....	36
III -6-2 Transformée en ondelettes stationnaire (SWT Stationary Wavelet Transform).....	36
III -7 L'algorithme pyramidal de <i>Mallat</i>	37
III -7-1 Décomposition en multi-niveau du signal.....	38
III -7-2 Reconstruction d'Ondelette.....	41
III -7 -3 Architecture pyramidale.....	42
III -8-L'Analyse Multi-Résolution.....	42
III -8-1 Schéma de décomposition des images en ondelettes.....	43
III-9- Les Familles d'Ondelettes.....	44
III-9-1 Ondelettes de Daubechies.....	44
III -9-2 L'ondelette de Symlets.....	45
III -9-3 Ondelettes de Haar.....	45
III -9-4 Le chapeau mexicain.....	46
III -9-5 L'ondelette de Morlet.....	46
III -9-6 Ondelette de Coiflets.....	46

III -9-7 Ondelettes de Meyer.....	47
III -10 Conclusion.....	47

Chapitre IV : Implémentation et discussion des résultats

IV-1 Introduction.....	48
IV-2 Langage de programmation.....	48
IV-2-1 Pourquoi on a choisi Matlab ?	49
IV-3 Image de test.....	49
IV- 4 Les algorithmes d'implémentation.....	50
IV -4-1 L'algorithme de chargement et dégradation d'image.....	50
IV -4-2 Algorithme pour la décomposition et reconstruction de l'image.....	50
IV -4-3 Algorithme pour les choix des filtres(filtre de Wiener et filtrage par seuillage dur).....	52
IV -4-3 -1 Filtrage par seuillage dur.....	53
IV -4-3-2 Filtrage par filtre de Wiener.....	53
IV -5 Résultats de Restauration des images.....	54
IV-5-1 Échantillons de l'image Cameraman Restaurées.....	55
IV-5-2 Échantillons de l'image coins Restaurées.....	57
IV-5-3 Échantillons de l'image Moon Restaurées.....	59
IV-5-4 Échantillons de l'image Tire Restaurées.....	60
IV-5-5 Cas particulier.....	61
IV-5-5-1 avec Bruit blanc gaussien.....	61
IV-5-5-2 avec Bruit sel et poivre (impulsionnel)	62
IV-6 Discussion des résultants.....	63
IV-7 Conclusion.....	64
Annexe A	
Annexe B	
Annexe C	
Annexe D	
Bibliographie	

Liste des Figures

Chapitre I

Figure I -1: Représentation d'une variable aléatoire.

Figure I -2 : Loi uniforme.

Figure I -3 : DSP et corrélation d'un bruit blanc.

Figure I -4 : Bruit à bande limitée.

Figure I -5 : Filtrage d'un signal aléatoire.

Figure I -6 : estimateur biaisé et non biaisé sur 100 points d'un bruit blanc.

Chapitre II

Figure II -1:Modélisation du processus de dégradation/restauration d'image.

Figure II -2: (a) image originale, (b) image bruitée par un bruit sel et poivre de 10%.

Figure II -3:PDF du bruit gaussien.

Figure II -4: (a) image originale. (b) image bruitée par un bruit blanc additif de $\sigma = 16$.

Figure II -5:Exemple d'un voisinage 3x3 des pixels.

Figure II -6: Représentation d'un filtre linéaire bidimensionnel.

Figure II -7 : (a) image originale, (b) filtrage passe-bas.

Figure II -8 : Image avant et après traitement (a) originale, (b) filtrage passe-haut .

Figure II -9:Exemple de débruitage d'image .

Figure II -10:Filtrage par le filtre adaptatif.

Figure II -11:Fonction gaussienne (2D) .

Figure II -12: (a): image originale (b):Filtrage gaussien $\sigma = 1$.

Figure II -13:Filtrage par le filtre moyenne.

Figure II -14: (a) image originale (b) image bruitée (c) application du filtre Wiener.

Figure II -15:Principe du filtre médian.

Figure II -16:Application du filtre médian.

Figure II -17: Courbe du seuillage dur.

Figure II -18: (a) image originale (b) image bruitée (c) Image restaurée par seuillage dur.

Chapitre III

Figure III-1: propriétés de translation d'une ondelette (a est constante).

Figure III-2 : Décomposition en SWT sur deux niveaux (à droite) et les filtres du SWT (à gauche).

Figure III-3: Algorithme de MALLAT unidimensionnel.

Figure III-4: Décomposition en multi-niveau du signal $f(n)$.

Figure III-5: Algorithme de *Mallat* niveau 1, phase de décomposition.

Figure III-6 : Algorithme de *Mallat* niveau 1, phase de reconstruction.

Figure III-7: Opération de décimation.

Figure III-8: Opération d'interpolation.

Figure III-9 : Algorithme de MALLAT bidimensionnel (**a**) Décomposition, (**b**) Reconstruction (IDWT)

Figure III-10: La reconstruction d'ondelette.

Figure III-11: Le détail et l'approximation reconstruite.

Figure III-12: Décomposition pyramidale.

Figure III-13: deux premiers niveaux de résolutions d'une ondelette de Haar.

Figure III-14: La décomposition multi-niveaux par ondelettes.

Figure III-15: Lena - décomposition à la première itération.

Figure III-16: Fonctions d'échelles et ondelettes de *Daubechies* pour $N = 2, 4, 8$.

Figure III-17: Les symlets : $\text{sym}N$.

Figure III-18: La fonction d'échelle et la fonction d'ondelette de Haar.

Figure III-19: Exemples d'ondelette chapeau mexicain.

Figure III-20: Ondelette de Morlet.

Figure III-21 : Coiflets avec deux moments de disparition nulles.

Figure III-22: Ondelettes de Meyer.

Chapitre IV

Figure IV -1: Interface de l'environnement de programmation .

Figure IV-2 : Images de test.

Figure IV-3 : Synoptique de l'algorithme de chargement et dégradation d'image.

Figure IV-4 : Synoptique de l'algorithme pour la décomposition et le reconstruction de l'image dégradée y .

Figure IV-5 : Synoptique de l'algorithme pour le choix du filtre « filtre de Wiener ou seuillage dur ».

Figure IV-6: Résultats du restauration d'image Cameraman.

Figure IV-7: Résultats du restauration d'image coins.

Figure IV-8 : Résultats du restauration d'image Moon.

Figure IV-9 : Résultats du restauration d'image Tire.

Figure IV-10: Résultats du restauration des image (a) l'image original (b) l'image dégradée (bruitée) (c) l'image restaurée par le filtre médian.

Figure IV-11 : Résultats du restauration des image (a) les images original (b) les images dégradée (bruitée) (c) les image restaurées par le filtre médian.

Annexe B

Figure B-1: Courbe du seuillage doux.

Annexe C

Figure C.1 : Représentation la méthode de sur échantillonnage d'un single.

Figure C.1 : Représentation la méthode de sous échantillonnage d'un single.

Liste des Tableaux

Chapitre IV

Tableau IV-1 : comparaison des (PSNR) (dB) par deux techniques de restauration (**Seuillage dur** et filtre de *Wiener*) pour différentes d'écarts type de bruit basées sur la transformée en ondelettes du type *Daubechies*.

Tableau IV-2 : comparaison des (PSNR) (dB) par deux techniques de restauration (**Seuillage dur** et filtre de *Wiener*) pour différentes d'écarts type de bruit basées sur la transformée en ondelettes du type *Daubechies*.

Tableau IV-3: comparaison des (PSNR) (dB) par deux techniques de restauration (**Seuillage dur** et filtre de *Wiener*) pour différentes d'écarts type de bruit basées sur la transformée en ondelettes du type *Coiflets*.

Tableau IV-4: Comparaison des PSNR(dB) de filtre median entre deux méthodes de dégradation d'image.

Liste des symboles

$\mathbf{X}(t)$	un signal aléatoire
$\mathbf{F}(\mathbf{x})$	La fonction de répartition
$\mathbf{p}(\mathbf{x})$	Densité de probabilité
$\mathbf{E}[\mathbf{x}]$	L'espérance mathématique
$\mathbf{V}(\mathbf{x})$	La variance
$\sigma(\mathbf{x})$	L'écart type
$\delta(x)$	L'impulsion discrète de Dirac
$\mathbf{m}_x(t)$	Moyennes statistiques.
$\mathbf{R}(t_1, t_2)$	La fonction d'autocorrélation.
$\mathbf{C}(t_1, t_2)$	Covariance dans le cas continu.
$S_x(f)$	La densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire.
\mathbf{P}_x	Puissance moyenne finie.
$G_x(f)$	la densité spectrale de puissance d'un bruit blanc.
\hat{m}	Estimation de Moyenne.
$\hat{\sigma}_1^2$	Estimateur de variance.
$p(k)$	une distribution de Poisson.
$p(z)$	La fonction de densité de probabilité du bruit gaussien.
$f(x, y)$	Fonction d'intensité
$h(x, y)$	Fonction réponse impulsionnelle du filtre.
\mathbf{H}	Un filtre.
$\mathbf{G}_0(x, y)$	L'expression gaussienne en deux dimensions .
$f(x)$	La fonction originale idéale.
$\hat{f}(x)$	L'image reconstituée.
$\mathbf{W}(u, v)$	Filtre de Wiener.
$\mathbf{H}(u, v)$	La fonction de dégradation.

$H^*(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	La conjuguée de la fonction de dégradation $H(\mathbf{u}, \mathbf{v})$.
$P_n(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	densité spectrale de puissance du bruit .
$P_f(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	densité spectrale de puissance d'image originale.
$\hat{s}(\xi)$	Transformée de Fourier.
$s(\mathbf{x})$	La transformée de Fourier inverse.
$\hat{s}(\xi_1, \xi_2)$	Transformée de Fourier en cas de 2-D.
$\hat{s}[\mathbf{k}]$	La Transformée de Fourier discrète .
$\psi_{a,b}(t)$	l'ondelette mère.
$W_{\psi}^x(a,b)$	Transformée en ondelettes continue.
$W_b^a(t) dt$	La transformée en ondelettes discrète.
C_{ψ}	constante d'admissibilité
$a_j[\mathbf{n}]$	Coefficients d'approximation
$d_j[\mathbf{n}]$	Coefficients de détails

Les autres symboles utilisés sont définis dans le texte.

Les Abréviations

DSP	La densité spectrale de puissance
AWGN	additive white Gaussian noise (Bruit blanc Gaussien)
Pdf	une fonction de densité de probabilité
MSE	Erreur moyenne quadratique
SNR	Signal to Noise Ratio (Erreur signal sur bruit)
PSNR	Rapport signal sur bruit en pic
TF	Transformée de Fourier
CWT	Transformée en ondelettes continue
TFD	Transformée de Fourier Discrète
TOD	Transformée en Ondelettes Discrète
TICO	La transformée inverse continue en ondelettes
DWT	Discrete Wavelet Transform
SWT	Stationary Wavelet Transform
CA	Coefficients ondelette d'approximation
CD	Coefficients ondelette de détails
LA	Filtre passe-bas.
HA	Filtre passe-haut
LR	Filtre passe-bas conjugué.
LH	Filtre passe-haut conjugué.
CA	Filtre approximation
CH	Filtre horizontal.
CV	Filtre verticale
CD	Filtre diagonale
Db	Onde mère de Daubechies

Les autres abréviations utilisés sont définis dans le texte.

Introduction Générale

Introduction générale

Contexte général

La technologie de toutes sortes a fait un changement notable dans de nombreuses choses qui existent dans la nature, comme les images, par exemple, où la nécessité de les aborder est apparue au milieu des années 60, et elle a connu une croissance rapide à notre époque, et elle est devenue l'un des sujets les plus importants et les plus de recherche et d'étude, et elle a occupé divers domaines et domaines scientifiques et médicaux, Militaire, géographique ... etc.

Ce que l'on entend par traitement d'image est ce processus qui est utilisé pour améliorer et clarifier l'image, selon certaines normes et lois et plus facile à extraire des informations.

L'image représente un moment important difficile à récupérer en raison de son exposition à des dégradations et des distorsions lors de sa capture ou de sa envoyant sur les réseaux sans fil et filaire, ou même les turbulences atmosphériques, qui peuvent sérieusement affecter sa qualité.

La restauration d'image est l'un des processus importants de son traitement en raison de la variété des méthodes et de la variation du taux de réussite en fonction de la qualité de l'image. Le processus de restauration d'image comprend des modèles mathématiques et l'utilisation de divers algorithmes de filtrage, et des techniques de débruitage des images, telles que: les filtres adaptatifs et non adaptatifs, transformation en ondelette, et c'est le travail de notre mémoire.

Problématique et objectifs :

L'objectif principale de cette étude c'est de restaurer une image proche de l'image d'origine, tout en améliorant sa qualité, en conservant ses détails et en éliminant le bruit en utilisant des techniques différents et sophistiquées.

Organisation du mémoire :

Ce travail réalisé est subdivisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre décrit les notions générales sur les variables aléatoires et les points essentiels dans les processus stochastique comme la stationnarité et l'ergodicité.

Le deuxième chapitre contient les différentes méthodes pour l'élimination du bruit et la restauration d'images, à travers des filtres adaptatifs et non adaptatifs et donne une petite information sur chaque type de filtre (filtrage par seuillage et filtre Wiener).

Le troisième chapitre a été consacré à la présentation de la transformée de *Fourier* et les concepts généraux sur la théorie des ondelettes discrètes et l'analyse multi-résolution en particulier.

Dans le quatrième chapitre nous allons présenter les résultats obtenus du débruitage d'image, après la validation des outils et des méthodes que nous avons proposées dans les chapitres précédents par une simulation sous environnement Matlab.

Enfin, On terminera ce mémoire de projet de fin étude par une conclusion générale et quelques perspectives relatives à ce travail.

Chapitre I :

Les variables et les processus Aléatoires

I -1 Introduction :

La technologie a connu un développement remarquable ces derniers temps, où processus aléatoires sont devenus un sujet d'intérêt de nombreux chercheurs, tels qu'utilisés dans de nombreuses disciplines et appliqués dans la plupart des domaines scientifiques et techniques comme le traitement du signal.

Dans ce chapitre nous consacrons à définir les points essentiels dans les processus aléatoires, nous commençons par une définition des *variables aléatoires*, en suite nous détaillerons les *processus aléatoires*, et ses caractéristiques statistiques et enfin nous déterminerons l'estimation d'un signal aléatoire et une conclusion.

I -2 variable aléatoire :

I -2-1 Définition :

Une variable aléatoire est définie par correspondance biunivoque avec un ensemble d'événements élémentaires et est caractérisée par la distribution de probabilité de cet ensemble. Globalement, une variable aléatoire X est une application qui affecte à chaque événement w un nombre réel x [1].

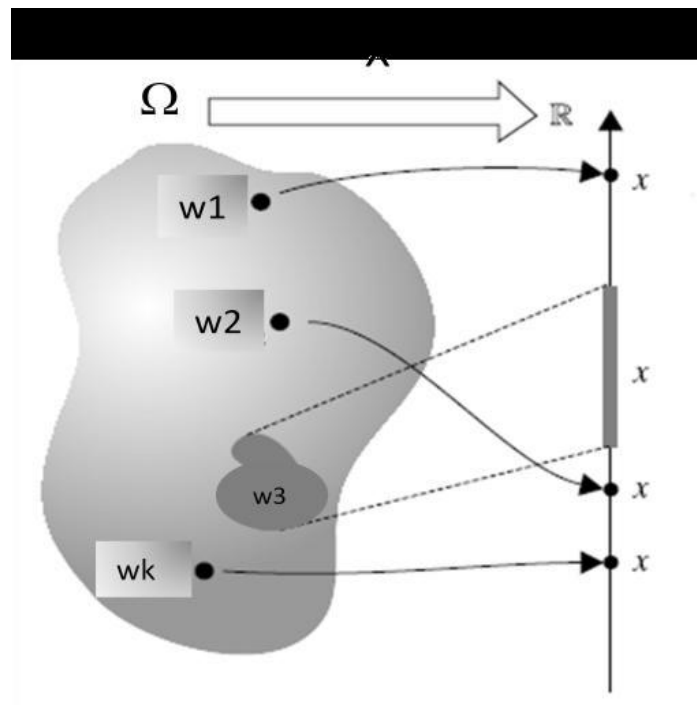


Figure I -1: Représentation d'une variable aléatoire.

I -2-2 Espérance, variance, l'écart type :

On définit l'Espérance mathématique par [2] :

$$\text{➤ Cas discret : } E[\mathbf{x}] = \sum_i y_i p_i \quad (\text{I.1})$$

$$\text{La variance : } V(\mathbf{x}) = \sum_i (y_i - E[\mathbf{x}])^2 p_i = \sum_i y_i^2 p_i - E[\mathbf{x}]^2 \quad (\text{I.2})$$

$$\text{L'écart type : } \sigma(\mathbf{x}) = \sqrt{V(\mathbf{x})} \quad (\text{I.3})$$

$$\text{➤ cas continu : } E[\mathbf{x}] = \int_{-\infty}^{\infty} y p_{\mathbf{x}}(y) dy \quad (\text{I.4})$$

$$\begin{aligned} \text{La variance : } V(\mathbf{x}) &= \int_{-\infty}^{\infty} (y - E[\mathbf{x}])^2 p_{\mathbf{x}}(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p_{\mathbf{x}}(y) dy - E[\mathbf{x}]^2 \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

$$\text{L'écart type : } \sigma(\mathbf{x}) = \sqrt{V(\mathbf{x})} \quad (\text{I.6})$$

\mathbf{x} représente une variable aléatoire. Dans le cas discret, elle prend des valeurs discrètes y_i , ou i représente l'indice de la variable qui prend des valeurs entière. Dans le cas continue, elle prend des valeurs continue y dans l'espace des variables réels.

I -2-3 fonction de répartition :**I -2-3-1 Définition :**

La fonction de répartition exprime la probabilité que la variable x soit inférieure à une valeur réel x donnée [4] :

$$F(x) = \text{prob}(X \leq x) \quad (\text{I.7})$$

La fonction de répartition est une fonction non décroissante de x avec les valeurs limites :

$$F(-\infty) = 0$$

Et

$$F(+\infty) = 1 \quad (\text{I.8})$$

I -2-4 la densité de probabilité :**I -2-4-1 Définition :**

La densité de probabilité est par définition la dérivée de la fonction de répartition [4] :

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (\text{I.9})$$

On déduit de (I-7) et (I-8) que $p(x) \geq 0$ pour tout x et que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = F(+\infty) = 1 \quad (\text{I.10})$$

I -2-5 les Lois de probabilité de variable aléatoire :**a) Lois discrètes :****- Loi de Bernoulli :**

La loi de Bernoulli, de paramètre p , est une expérience avec seulement deux issues possibles a et b avec les probabilités respectives de p et $(1-p)$ [5] :

Exemple: Résultat pile ou face d'une pièce.

- La densité de probabilité est donnée par : $p_X(x) = p \cdot \delta(x-a) + (1-p) \cdot \delta(x-b)$

- La fonction de répartition par : $F_X(x) = p \cdot U(x-a) + (1-p) \cdot U(x-b)$

$\delta(x)$ Représente l'impulsion discrète de Dirac.

$U(x)$ Représente l'échelon unité discret.

Avec $E[\mathbf{x}] = p$ et $V(\mathbf{x}) = p \cdot (1 - p)$

- Loi binomiale :

X suit la **loi** binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0,1[$. notée $\beta(n,p)$, si

l'univers -image est $\{0, \dots, n\}$ et si [2] :

$$\forall k \in \{0, \dots, n\} \quad P_X(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

On obtient une loi binomiale quand [2] on répète n fois la même expérience aléatoire, les n répétitions étant indépendantes entre elles;

- On s'intéresse seulement à la réalisation ou non d'un événement fixé A de probabilité p , et on pose $q=1-p$;

- On considère la variable aléatoire X est égale au nombre de fois où A a été réalisé. En langage imagé, on dispose d'une urne constituée de boules présentant un type A dans la proportion p . On effectue n tirages avec remise et on compte le nombre de boules de type A obtenues.

$$E[\mathbf{X}] = n.p \quad , \quad V(\mathbf{X}) = n.p.(1-p) .$$

- **Loi de poisson :**

La densité est du type [1] :

$$P_X(x) = \sum_{i=0}^n P_i \delta(x - i)$$

$$\text{Avec : } P_k = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \text{ et } m_x = \sigma_x^2 = \lambda .$$

b) Lois continues :

- **Loi uniforme :**

X est uniformément répartie entre a et b veut dire que la probabilité est identique (ou équiprobable) quelque soit la valeur de x sur $[a, b]$ [5] :

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

$$E[\mathbf{X}] = \frac{(b+a)}{2} \quad V(\mathbf{X}) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

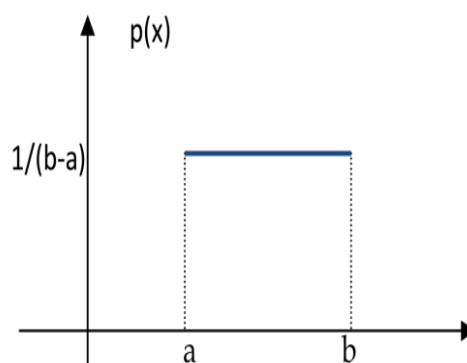


Figure I -2: Loi uniforme.

- **Loi exponentielle :**

X suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, notée $\varepsilon(\lambda)$. si elle admet pour densité de probabilité la fonction f définie par [2] :

$$p_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

Elle intervient en fiabilité pour modéliser la durée de vie d'un appareil qui fonctionne sans usure, les seules causes de panne étant externes.

$$E[\mathbf{X}] = \frac{1}{\lambda}, \quad V(\mathbf{X}) = \frac{1}{\lambda^2}$$

- **Loi normale :**

X suit la loi de Gauss de paramètres μ et σ , notée $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ si elle admet pour densité de probabilité la fonction f définie par [2]:

$$p_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{I.13})$$

$$E[\mathbf{X}] = \mu, \quad V(\mathbf{X}) = \sigma^2.$$

I -3 Processus aléatoire :

I -3-1 Définition :

Concept d'un signal aléatoire $X(t)$: c'est un ensemble de variables aléatoires paramétrées par le temps t .

Deux cas sont possibles :

— t varie continument : $X(t)$ v .a . à temps continu

— t est discret et ne prend que certaines valeurs : $X(t)$ v.a. à temps discret. On notera $X(n)$.

Obtenus à partir d'un signal aléatoire continu $X(n) = X(nT_e)$ [3] .

I -3-2 Caractéristiques statistiques d'un processus aléatoire :

➤ **Moyenne :**

On appelle moyenne d'un processus aléatoire en temps continu $X(t)$, la fonction qui pour toute valeur de t , donne la moyenne de la VA obtenue à cet instant, soit [1] :

en temps continu: $m_{\mathbf{X}}(t) = E[\mathbf{X}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x p_{\mathbf{X}}(x,t) dx$ (I.14)

en temps discret: $m_{\mathbf{X}}(n) = E[\mathbf{X}(n)] = \sum_{-\infty}^{\infty} x_i p_{\mathbf{X}}(x_i,n)$ (I.15)

➤ **Fonction d'autocorrélation :**

Soit X un processus d'ordre 1. Sa fonction d'autocorrélation est définie Par [2] :

$$R(t_1,t_2) = E[\mathbf{X}(t_1) \mathbf{X}(t_2)] \quad (\text{I.16})$$

On introduit aussi la fonction de covariance par [2] :

$$C(t_1,t_2) = \text{cov}[\mathbf{X}(t_1),\mathbf{X}(t_2)] = R(t_1,t_2) - E[\mathbf{X}(t_1)] E[\mathbf{X}(t_2)] \quad (\text{I.17})$$

Cas de deux signaux aléatoires $\mathbf{X}(t)$ et $\mathbf{Y}(t)$, on écrit par [1] :

$$C_{XY}(t_1,t_2) = E[(\mathbf{X}(t_1) - m_{\mathbf{X}}(t_1)) (\mathbf{Y}(t_2) - m_{\mathbf{Y}}(t_2))] \quad (\text{I.18})$$

I -3-3 Stationnarité :

- a) **stationnarité au sens strict :** On dit qu'un processus aléatoire est stationnaire au sens strict si toutes ses densités de probabilité (et donc les moments de tout ordre) ne dépendent pas de l'origine du temps. Si t est remplacé par $t+t_0$, la densité ne change pas. Autrement dit, leur mesure ne change pas quel que soit le moment où on la fait. Ceci implique que la densité de probabilité ne dépend pas du temps [1] :

$$p_{\mathbf{X}}(x,t) = p_{\mathbf{X}}(x)$$

- b) **stationnarité au sens large :** Un processus aléatoire est dit stationnaire au sens large lorsque seules sa valeur *moyenne* et sa fonction *d'autocorrélation* sont *invariantes* dans le temps. L'invariance de la fonction d'autocorrélation entraîne celle de la variance. Un processus stationnaire du deuxième ordre est évidemment aussi stationnaire au sens large [4].

- Moment d'ordre 1 : $m_{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}(t)] = \text{constant}$
- Moment d'ordre 2 : $\text{cov}[\mathbf{X}(t_1),\mathbf{X}(t_2)] = C(t_1-t_2)$ invariance du repaire temporelle.

I -3-4 Ergodicité :

On appelle processus ergodique un processus aléatoire X tel que les moyennes d'ensemble soient identiques aux moyennes temporelles de l'une quelconque des réalisations $x(t)$. Alors [2] :

$$E[X(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (\text{I.20})$$

$$\varphi(\tau) = E[X(t) X(t - \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t - \tau) dt \quad (\text{I.21})$$

Remarque : On dit qu'un processus aléatoire ergodique est stationnaire, mais l'inverse n'est pas juste.

I -3-5 la densité spectrale de puissance :**I -3-5-1 Définition :**

On définit, alors, la densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire $X(t)$ stationnaire au sens large comme la fonction de la fréquence f donnée par la TF de la fonction de corrélation statistique du signal par [5] :

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (\text{I.22})$$

La puissance moyenne totale du processus est :

$$P_x = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f) df = R_x(0) \quad (\text{I.23})$$

Comme le spectre représente une moyenne sur l'ensemble des réalisations possibles du processus, une réalisation particulière peut toujours avoir un spectre de puissance différent de $S_x(f)$.

I -4 Cas particulier de processus aléatoire :**I -4-1 Les signaux gaussiens:**

Les signaux gaussiens tiennent une place très importante en traitement statistique du signal. En effet, ils permettent de simplifier grandement les calculs. Un signal gaussien est défini par sa moyenne m et sa matrice de covariance Γ . On le représente par le symbole $N(m, \Gamma)$.

Sa densité de probabilité, aussi appelée fonction de répartition, est donnée par [6]:

$$P(x) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{-1/2} (\det \Gamma)^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2} \left((x - m)^T \Gamma^{-1} (x - m)\right)\right] \quad (\text{I.24})$$

Si le signal gaussien est centré ($m = 0$) alors tous les moments d'ordres impairs sont nuls. En particulier, il est à noter que le caractère gaussien se conserve par filtrage linéaire [6].

I -4-2 Bruit blanc :

Un processus aléatoire $X(t)$ faiblement stationnaire est appelé bruit blanc si il possède des valeurs décorrélées, soit [1] :

$$R_X(\tau) = \sigma_x^2 \delta(\tau) \quad (\text{I.25})$$

Où $R_X(\tau)$ est la fonction de covariance de X et σ_x^2 , sa variance.

Ceci dit, la DSP d'un bruit blanc est donnée par:

$$G_X(f) = \sigma_x^2 \quad (\text{I.26})$$

Alors, un bruit blanc est tout processus aléatoire stationnaire au sens large dont la DSP est uniformément distribuée sur $\omega =]-\infty, +\infty[$. S'il n'est pas à bande limitée sa puissance est infinie [1].

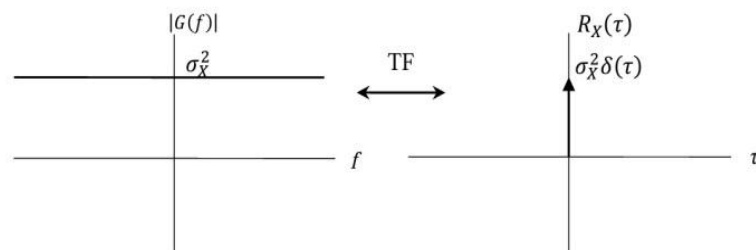


Figure I -3: DSP et corrélation d'un bruit blanc.

Où $R_X(\tau) = 0$ pour $\tau \neq 0$ qui veut dire que deux échantillons pris à t et $t+\varepsilon$ sont indépendants. Le processus est dit sans mémoire.

• **bruit à bande limitée :**

Un signal aléatoire est considéré comme étant un bruit blanc à bande limitée s'il satisfait la condition suivante [1] :

$$G_X(f) = \sigma_x^2 \quad \text{pour } f \in [-b, +b] \tag{I.27}$$

La corrélation est telle que :

$$G_X(f) = \sigma_x^2 \quad \text{pour } f \in [-b, +b]$$

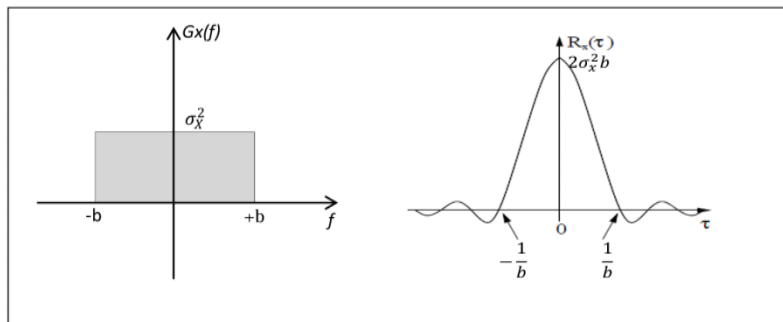


Figure I -4: Bruit à bande limitée.

I -5 Effets d'un système linéaire sur un processus aléatoire :

Lorsqu'un signal passe dans un système linéaire, on sait que le signal de sortie est donné par la convolution entre le signal d'entrée et la réponse impulsionnelle du système. On peut généraliser ce résultat au cas d'un processus aléatoire entrant dans un système déterministe tel qu'un filtre. Soit un processus aléatoire **X** appliqué à l'entrée d'un système (par exemple un filtre) de réponse impulsionnelle **h** [1] :

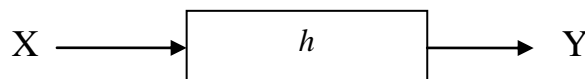


Figure I -5: Filtrage d'un signal aléatoire.

Alors,

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{X}(t) * h(t) \tag{I.28}$$

Les caractéristiques de peuvent être calculées comme suit [1] :

- **Moyenne :**

$$E[Y(t)] = E[X(t) * h(t)] = E\left[\int_{-\infty}^{+\infty} X(t - \tau)h(\tau)d\tau\right]$$

$$E[Y(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} E[X(t - \tau)]h(\tau)d\tau \quad (I.29)$$

Si le processus X est *stationnaire* on a : $E[X(t - \tau)] = E[X]$

$$\text{Ainsi : } E[Y(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} E[X(t)]h(\tau)d\tau = E[X(t)] \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)d\tau \quad (I.30)$$

avec : $\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)d\tau = H(0)$ c'est la valeur du spectre fréquentiel de H(f) pour f=0.

$$\text{Enfin : } E[Y(t)] = [X(t)] \cdot H[0] \quad (I.31)$$

- **Corrélation :**

$$R_Y(\tau) = R_X(\tau) * R_h(\tau) \quad (I.32)$$

- **Densité spectrale de puissance :**

$$G_Y(f) = TF[R_Y(\tau)] = TF[R_X(\tau) * R_h(\tau)] = TF[R_X(\tau)] * TF[R_h(\tau)]$$

$$TF[R_h(\tau)] = TF[h(\tau) * h^*(-\tau)] = |H(f)|^2$$

$$\text{Enfin : } G_Y(f) = |H(f)|^2 \quad (I.33)$$

I -6 Estimation :

I -6-1 Estimation de Moyenne:

Soit N échantillons $(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$ indépendants et identiquement distribués (même loi avec même paramètre) d'un signal aléatoire stationnaire. On définit l'estimée \widehat{m} de $E[X]$ par [5] :

$$\widehat{m}_x = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \quad (I.34)$$

On remarque donc qu'on remplace la moyenne statistique par la moyenne temporelle sur la séquence finie. Cet estimateur est non biaisé. En effet, du fait que le signal soit iid, $\forall k; E[x_k] = m$, alors [5] :

$$E[\widehat{m}] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E[x_k] = \frac{1}{N} \cdot N \cdot m = m \quad \Rightarrow \quad b\{\widehat{m}\} = 0 \quad (I.35)$$

Pour la variance d'estimation, on obtient [5] :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\hat{m}}^2 &= \text{var}\{\hat{m}\} = E[(\hat{m} - E[\hat{m}])^2] = E[\hat{m}^2] - E[\hat{m}]^2 \\
 &= E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} x_k - m\right)^2\right] = E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} x_k - \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} m\right)^2\right] \\
 &= \frac{1}{N^2} E\left[\left(\sum_{K=0}^{N-1} (x_k - m)\right)^2\right] \tag{I.36}
 \end{aligned}$$

Sachant que les x_k sont indépendants et que $E\{x_k - m\} = 0$, alors :

$$\sigma_{\hat{m}}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{K=0}^{N-1} E[(x_k - m)^2] = \frac{\sigma^2}{N} \tag{I.37}$$

Cet estimateur est consistant, puisque pour $N \rightarrow \infty$, biais et variance tendent vers 0.

I -6-2 Estimateur de variance:

Par définition, la variance d'un signal aléatoire \mathbf{x} est donnée par [6] :

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^2] \\
 &= E[\mathbf{x}^2] - E[\mathbf{x}]^2 \tag{I.38}
 \end{aligned}$$

Supposons que l'on connaisse la moyenne $m = E[\mathbf{x}]$, alors l'estimateur de variance prend la forme [6] :

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} (x_k - m)^2 \tag{I.39}$$

Dans le cas où la moyenne m est inconnue, on la remplace par son estimée \hat{m} , L'équation précédente sera remplacée par [6] :

$$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} \left(x_k - \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} x_k\right)^2 \tag{I.40}$$

Calculons le biais des deux estimateurs [6] :

$$E[\hat{\sigma}_1^2] = E\left[\frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} (x_k - m)^2\right] \tag{I.41}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} E[(x_k - m)^2] \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} \sigma^2 \\
 &= \sigma^2 \tag{I.42}
 \end{aligned}$$

Le premier estimateur est donc non biaisé. Le signal aléatoire a été supposé stationnaire :

$$\forall k, E[(x_k - m)^2] = \sigma^2 \quad (\text{I.43})$$

Pour le deuxième estimateur, nous pouvons écrire [6] :

$$\begin{aligned} E[\hat{\sigma}_2^2] &= E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left(x_k - \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E\left[\left(x_k - \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} E\left[\left((x_k - m) - \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} (x_j - m)\right)^2\right] \end{aligned}$$

Cette écriture permet de reconnaître le signal aléatoire $(x_k - m)$ qui est cette fois ci centré. De plus le signal étant ergodique et les échantillons indépendants, on obtient finalement [6] :

$$E[\hat{\sigma}_2^2] = \frac{N-1}{N} \sigma^2 \quad (\text{I.44})$$

Cet estimateur est donc biaisé, mais il est consistant car

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[\hat{\sigma}_2^2] = \sigma^2 \quad (\text{I.45})$$

I -6-3 Estimation de la fonction d'autocorrélation :

I -6-3-1 Estimateur non biaisé :

Un premier estimateur est défini comme suit [7] :

$$\overline{R}_{xx}(k) = \frac{1}{N-|k|} \sum_{n=0}^{N-|k|-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^*(n+k) \quad (\text{I.46})$$

On peut vérifier que $E[\overline{R}_{xx}] = R_{xx}$ cet estimateur n'est donc pas biaisé. Pour $k \ll N$, on montre que sa variance vaut [7] :

$$\text{VAR}[\overline{R}_{xx}] \approx \frac{N}{(N-|k|)^2} \sum_l [R_{xx}^2(l) + R_{xx}(l+k)R_{xx}(l-k)] \quad (\text{I.47})$$

et puisque elle varie comme $\frac{1}{N}$, l'estimateur est consistant.

I -6-3-2 Estimateur biaisé :

On peut définir un autre estimateur [7] :

$$\hat{R}_{xx}(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-|k|-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^*(n+k) \quad (\text{I.48})$$

pour le quel on a évidemment :

$$E[\hat{R}_{xx}(k)] = \frac{N-|k|}{N} R_{xx}(k) \quad (\text{I.49})$$

d'autre part, on trouve pour la variance :

$$\text{VAR}[\hat{R}_{xx}] \approx \frac{1}{N} \sum_l [R_{xx}^2(l) + R_{xx}(l+k)R_{xx}(l-k)] \quad (\text{I.50})$$

Ce nouvel estimateur est donc biaisé (surtout pour les grandes valeurs de k), mais reste consistant. On observe par contre que lorsque k approche du nombre d'échantillons N , la variance de l'estimateur non biaisé devient excessive, alors que celle de l'estimateur biaisé varie beaucoup moins. C'est une des raisons pour lesquelles cet estimateur est souvent utilisé par la suite, malgré son biais [7] .

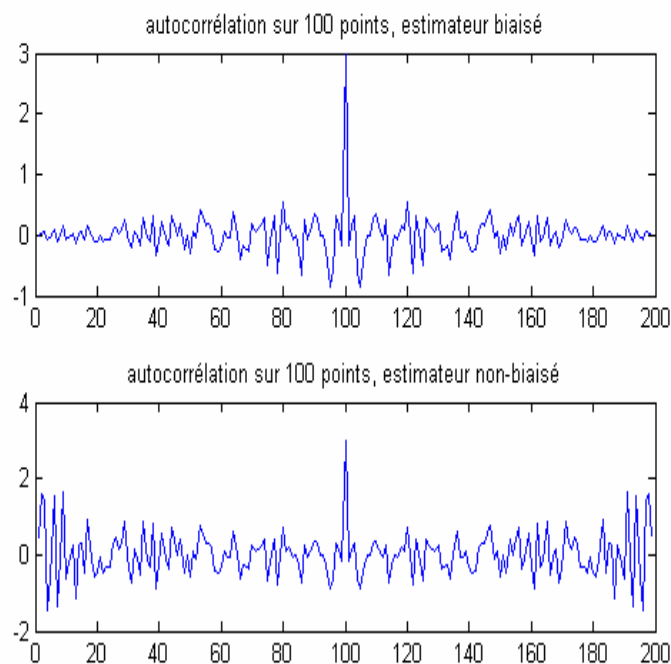


Figure I-6: estimateur biaisé et non biaisé sur 100 points d'un bruit blanc.

I -6-4 Estimateur de densité spectrale:

I -6-4 -1 Méthode du périodogramme :

Supposons que l'on dispose d'une séquence de N points du signal aléatoire : $x [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$, Soit donc la séquence y_k obtenue à partir de la séquence x_k pondérée par la fenêtre f_k :

$$y_k = x_k \cdot f_k \quad (\text{I.51})$$

La transformée de Fourier calculée sur la séquence finie sera donc convoluée avec le spectre de la fenêtre rectangulaire c'est-à-dire un sinus cardinal. Rappelons que les propriétés spectrales du sinus cardinal ne sont pas bien adaptées à l'analyse spectrale du signal (lobes secondaires importants). Pour y remédier, on emploie des fenêtres de pondérations (Hamming, Hanning, Kaiser, etc.), La méthode du périodogramme à prendre la TF d'une réalisation [5] :

$$\hat{S}_{xx}(f) = \frac{1}{N} |Y(f)|^2 \quad (\text{I.52})$$

Avec :

$$Y(f) = \sum_{k=0}^{N-1} y_k e^{-2\pi jfk} \quad (\text{I.53})$$

Pour plus détaillé voire **l'annexe A**.

I-7- Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons discuté de plusieurs concepts et lois sur les probabilités, puis nous avons souligné les caractéristiques et les bases des processus aléatoires ou bien des processus stochastiques, Nous avons aussi détaillé sur Estimateur de densité spectrale (voir l'annexe A) et maintenant nous passons au chapitre suivant.

Chapitre II:

Les filtres adaptatifs

et

non adaptatifs

II-1 Introduction :

En raison des effets indésirables des dégradations sur les images numériques, il est difficile d'en extraire des informations utiles et de les interpréter et de les réduire ou de les supprimer. En appliquant le processus de filtrage, qui est l'un des composants de base dans le traitement des images, et est l'une des techniques les plus importantes utilisées pour réduire ou éliminer le bruit et améliorer l'image et maintenir son l'information autant que possible, sans causer de changement dans ses détails et ses caractéristiques.

Dans ce chapitre, nous sommes intéressés à étudier différents types de *filtres adaptatifs* et non adaptatifs.

II-2 Principe de la dégradation/restauration d'image :

Le processus de la dégradation/restauration d'images consiste qu'à partir d'une *image originale* qui a subi une dégradation avec un opérateur connu et qu'on l'on ajoute un bruit additif dont les caractéristiques sont connues, de recouvrir l'image original [8].

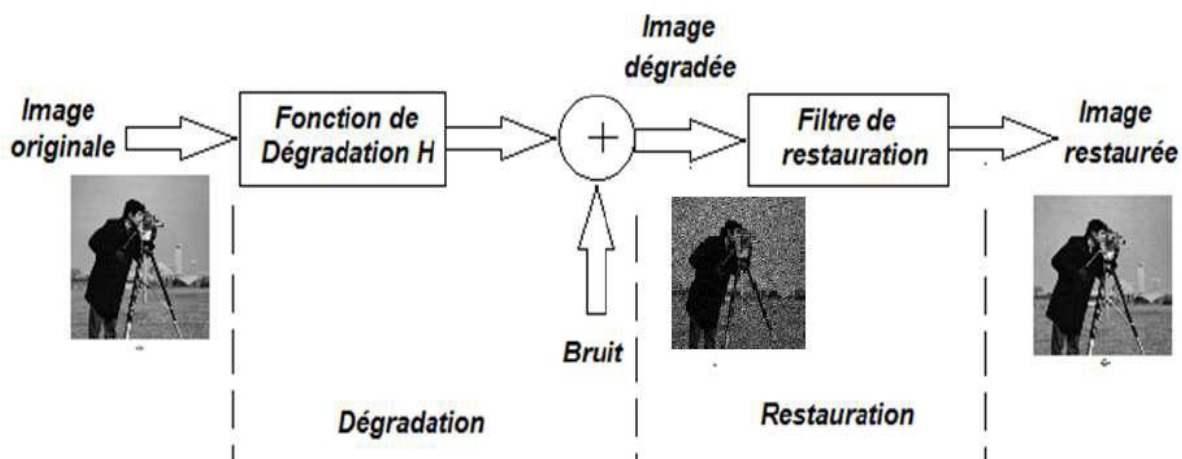


Figure II -1:Modélisation du processus de dégradation/restauration d'image.

II-3 Dégradation d'images :

Les images sont exposées à diverses formes et types de dégradations et de distorsions, lors de leur obtention ; résultant pour plusieurs raisons, soit lors de la capture, ou en les envoyant sur les réseaux de télécommunications...etc.

Ce qui conduit à des erreurs dans les valeurs de pixels et conduit à la perte de la qualité de l'image et de l'information.

Il existe plusieurs type de dégradation d'images :

a) Bruit sel et poivre (impulsionnel) :

Le bruit poivre et sel également appelé bruit impulsionnel est une altération aléatoire que subit une image numérique, faisant passer l'intensité de certains pixels (répartis d'une manière aléatoire dans l'image) à la valeur minimum ou maximum de la plage dynamique du pixel, respectivement 0 et 255 (pour les images numérique codée sur 8-bits). Cela se traduit dans le cas d'une photo numérique par l'apparition de pixels noirs et blancs comme le montre la figure ci-contre, d'où l'appellation bruit poivre et sel du bruit. Le bruit poivre et sel suit une distribution de Poisson $p(k)$ donnée par :

$$p(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (\text{II.1a})$$

Où $p(k)$ est le probabilité d'avoir k pixels affectés par le bruit dans une image d'une certaine dimension et λ est le nombre moyen de pixels affecté dans une image de la même taille qui est aussi la variance de la distribution de Poisson [20].



(a)

(b)

Figure II -2: (a) image originale, (b) image bruitée par un bruit sel et poivre de 10% [9].

b) Bruit blanc Gaussien (AWGN : additive white Gaussien noise) :

Le bruit gaussien fait brouter tous les pixels de l'image ; elle n'est pas impulsionnelle. Le modèle standard du bruit blanc est *additif, gaussien, indépendant* à chaque pixel et indépendant des caméras couleur, du signal ou d'image d'intensité. Le bruit gaussien a une fonction de densité de probabilité (pdf) de distribution normale (voir l'équation II.1.b),

Le pdf du bruit gaussien est montré dans l'équation suivante de la figure (II.3) [10] :

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{II.1b})$$

σ^2 est la variance de la loi normal, μ est sa moyenne statistique généralement nulle pour le bruit blanc gaussien.

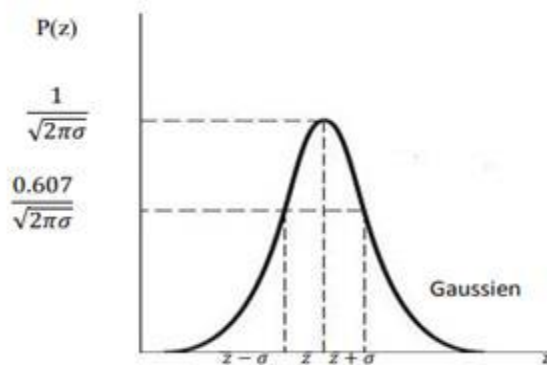


Figure II -3:PDF du bruit gaussien.



(a)

(b)

Figure II -4: (a) image originale. (b) image bruitée par un bruit blanc additif de $\sigma=16$ [9].

II-4 Qu'est-ce qu'un filtre ?

Un filtre est une transformation mathématique (appelée produit de convolution) permettant, pour chaque pixel de la zone à laquelle il s'applique, de modifier sa valeur en fonction des valeurs des pixels avoisinants, affectées de coefficients [11].

Le filtre est représenté par un tableau (matrice), caractérisé par ses dimensions *impaires* et ses coefficients, dont le centre correspond au pixel concerné. Les coefficients du tableau déterminent les propriétés du filtre [11].

Voici un exemple de filtre 3 x 3 :

$$\frac{1}{12} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Ainsi le produit de la matrice image de taille grande (représentant l'image initiale ou original) par le filtre donne une matrice correspondant à l'image filtrée [11].

II-4-1 Définition de filtrage :

Le filtrage consiste à appliquer une transformation (appelée *filtre*) à tout ou partie d'une image numérique en appliquant un opérateur [11].

II-4-2 Principe de filtrage :

Le principe du filtrage est de modifier la valeur des pixels d'une image, généralement dans le but d'améliorer son aspect. En pratique, il s'agit de créer une nouvelle image en se servant des valeurs des pixels de l'image d'origine [11].

II-4-3 Pourquoi filtrer:

Le filtrage d'une image est effectué pour assurer certaines fonctionnalités qui incluent [12]:

- Eliminer ou réduire le bruit dans une image.
- Détecter les bords d'une image.
- Convolution entre une image et un filtre.

II-5- Filtrage d'une image:

Le filtrage est une opération qui consiste à réduire le bruit contenu dans une image. Il est considéré comme une transformation de l'image. Il existe deux grandes catégories de méthodes [13] :

- **Les méthodes du domaine spatial:** Ces méthodes se réfèrent à l'image elle-même, et sont basées sur la manipulation directe des pixels.
- **Les méthodes du domaine fréquentiel:** Ces méthodes sont basées sur la modification de la Transformée de Fourier de l'image.
- **Filtres linéaires exprimés sous forme de convolution:** Ces méthodes utilisent des masques comme noyaux de convolution. Ceux-ci peuvent être séparables en deux composantes horizontale et verticale ou sous forme compacte.

- **Filtres non linéaires:** Dans une opération de filtrage en domaine spatial, le pixel est souvent considéré comme un individu statistique, et on cherche son identité grâce à son voisinage.

II-5-1 Filtrage spatial:

L'évolution des techniques pour le débruitage d'images a commencé avec le développement des filtres numériques spatiaux qui sont adaptés aux statistiques locales dans les petites sous régions centrées à un pixel qui doit être filtré.

Le filtrage spatial utilise donc l'information portée par le pixel, mais aussi par l'information contenue dans le voisinage de ce pixel. La notion de voisinage d'un pixel est assez générale et désigne l'ensemble des pixels qui sont en relation avec le pixel traité. Donc, il est d'usage de choisir un *voisinage carré et symétrique* autour du pixel considéré. Ces voisinages sont donc assimilables à des tableaux à deux dimensions (matrices) de *taille impaire* [14].

$$\begin{pmatrix} p_{x-1,y-1} & p_{x-1,y} & p_{x-1,y+1} \\ p_{x,y-1} & p_{x,y} & p_{x,y+1} \\ p_{x+1,y-1} & p_{x+1,y} & p_{x+1,y+1} \end{pmatrix}$$

Figure II -5:Exemple d'un voisinage 3x3 des pixels.

II-5-2 Filtrage fréquentiel :

L'utilisation de la représentation fréquentielle de l'image permet de réaliser ce type de traitement. L'approche la plus simple consiste à calculer, par transformée de *Fourier*, la décomposition en fréquence de l'image à traiter. On peut ensuite agir, d'une façon directe, sur les fréquences de l'image et cela de façon sélective.

Dans ce qui suit, nous allons traiter deux types de filtres qui utilisent cette technique [14].

II-5-3 Le filtrage linéaire d'une image:

Filtrer une image consiste à convoluer sa fonction d'intensité $f(x,y)$ avec une fonction $h(x,y)$ appelée réponse impulsionnelle du filtre [15].

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) \quad (\text{II.2})$$

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(u,v) f(x-u, y-v) du dv \quad (\text{II.3})$$

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x-u, y-v) f(x, y) du dv \quad (\text{II.4})$$

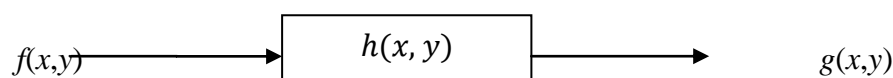


Figure II -6: Représentation d'un filtre linéaire bidimensionnel.

Dans le cas discret : avec un filtre à réponse finie, on a [15]:

$$g(x, y) = \sum_{u=-L/2}^{+L/2} \sum_{v=-L/2}^{+L/2} h(u, v) f(x - u, y - v) \quad (II.5)$$

Où L correspond à la dimension du filtre du système.

II-5-4 Le filtrage non linéaire d'une image:

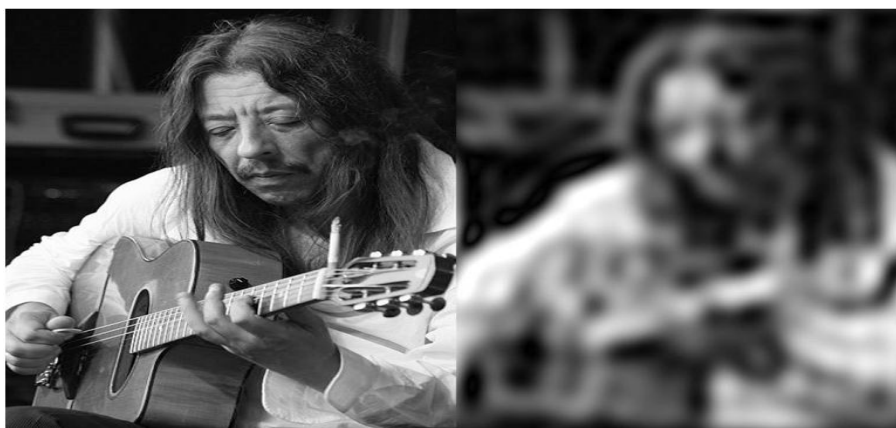
Ils sont conçus pour régler les problèmes des filtres linéaires, Leur principe est le même que celui des filtres linéaires, il s'agit toujours de remplacer la valeur de chaque pixel par la valeur d'une fonction calculée dans son voisinage. La différence majeure, est que cette fonction n'est plus linéaire mais une fonction quelconque (elle peut inclure des opérateurs de comparaisons ou de classification) [16]. Le filtre non linéaire le plus utilisé est : le filtre médian.

II-6- Les différents types des filtres :

Les filtres linéaires transforment un ensemble de données d'entrée en un ensemble de données de sortie par une convolution bidimensionnelle qui est une opération mathématique, ils permettent de supprimer le bruit dans l'image. Chaque filtre a une taille $N \times N$ avec N impair. Les filtres linéaires les plus connus sont les filtres passe-bas, passe-haut [16]. Les filtres linéaires les plus utilisés sont : le filtre gaussienne; moyenneur et le filtre de Wiener...etc.

a) les filtres passe-bas (lissage) :

Ce filtre n'affecte pas les composantes de basse fréquence dans les données d'une image, mais doit atténuer les composantes de haute fréquence. L'opération de lissage est souvent utilisée pour atténuer le bruit et les irrégularités de l'image, elle peut être répétée plusieurs fois ce qui crée un effet de flou. En pratique, il faut choisir un compromis entre l'atténuation du bruit et la conservation des détails et contours significatifs [16].



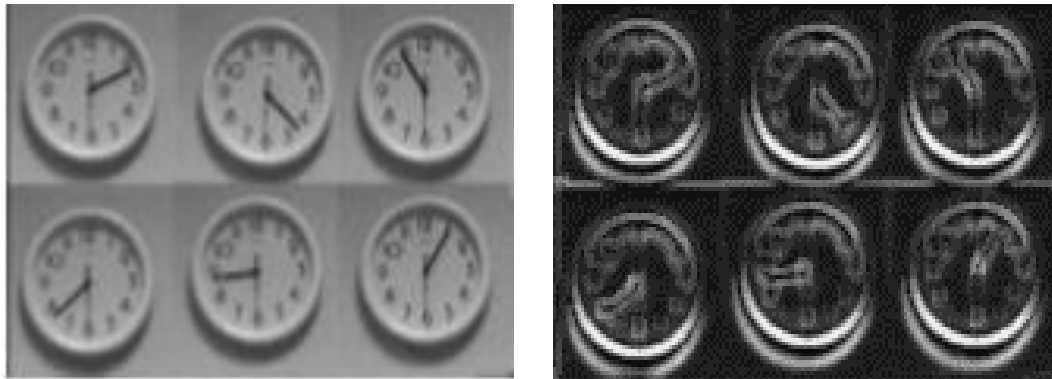
(a)

(b)

Figure II -7 : (a) image originale, (b) filtrage passe-bas [11].

b) les filtres passe-haut(Accentuation) :

Le renforcement des contours et leur extraction s'obtiennent dans le domaine fréquentiel par l'application d'un filtre passe-haut. Le filtre digital passe-haut a les caractéristiques inverses du filtre passe-bas .Ce filtre n'affecte pas les composantes de haute fréquence d'un signal, mais doit atténuer les composantes de basse fréquence [16].



(a)

(b)

Figure II -8 : Image avant et après traitement (a) originale, (b) filtrage passe-haut [19].

II-7- Les critères de choix d'un filtre :

Les critères de choix d'un filtre sont [10] :

a) Erreur moyenne quadratique (MSE) :

Le plus simple paramètre de mesure de la qualité d'image est l'erreur moyenne quadratique (MSE). C'est la mesure entre l'image de test et l'image reconstruite. Le MSE est défini comme suit :

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f(i,j) - \hat{f}(i,j))^2 \quad (II.6)$$

Avec $f(i,j)$: représente l'image originale, $\hat{f}(i,j)$ représente l'image reconstruite. M et N sont le nombre de lignes et de colonnes.

b) Erreur signal sur bruit SNR (Signal to Noise Ratio) :

Le rapport signal sur bruit (SNR) mesure la quantité de bruit contenue dans le signal. Il s'exprime par le rapport des puissances du signal (P/ S) et du bruit (P /N). Il est souvent donné en décibels (dB) [10] :

$$SNR = \frac{\text{Puissance de l'image non bruitée}}{\text{Puissance de bruit}} \quad (II.7)$$

c) Rapport signal sur bruit en pic (PSNR) :

Une autre mesure de la qualité de l'image approchée est le rapport signal sur bruit en pic (PSNR) qui est inversement proportionnel à la MSE, son unité est le décibel (dB) et est défini par la relation suivante [14] :

$$PSNR = 10 \log_{10} \left[\frac{255^2}{MSE} \right] \text{ dB} \quad (\text{II.8})$$

Où 255 est la valeur maximale d'un pixel pour une image codée sur 8 bits/pixel en niveaux de gris.

Ces deux critères de mesures en plus de la qualité visuelle sont utilisés dans toutes les parties de simulations de ce mémoire comme mesures déterminant la qualité de l'image bruité et débruité.

II-8- Débruitage d'images:

La suppression ou atténuation du bruit est un processus important dans le traitement d'image, son but est la restauration d'une image proche de l'image d'origine, tout en améliorant sa qualité est en conservant ses détails, et pour réduire ou supprimer le bruit nécessite une gamme de différentes méthodes et techniques en fonction du type de bruit.



Figure II -9:Exemple de débruitage d'image [14].

II-9 les techniques utilisées de débruitage :

II-9-1 Filtrage adaptatif :

C'est un filtre numérique dont les coefficients évoluent en fonction des signaux reçus. Ces coefficients seront estimés par des algorithmes récursifs, au sens d'un certain critère. Les opérations de filtrage possédant une étape préalable de sélection des pixels. Une opération de filtrage adaptatif permet de réduire cette erreur tout en conservant les détails de la surface de l'objet [11].

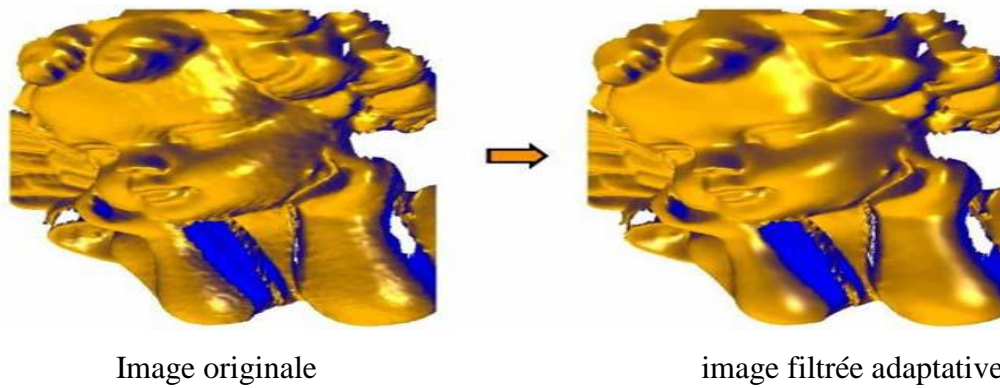


Figure II -10:Filtrage par le filtre adaptatif.

II-9-2 les autres types de Filtrages :

Il existe deux types :

- Filtrages non adaptatifs
- Filtrages adaptatifs

II-9-2-1 les Filtrages non adaptatifs :

a) Filtre gaussienne :

L'expression gaussienne en deux dimensions est donnée par [17] :

$$G_0(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (\text{II.9})$$

L'intérêt de ce filtre est que l'on contrôle facilement le degré de filtrage à travers le paramètre σ . Le filtre gaussien donne plus d'importance aux pixels proches du pixel central, et diminue cette importance au fur et à mesure que l'on s'éloigne de celui-ci, il a les mêmes inconvénients que le filtre passe-bas, c'est à-dire il dégrade les contours. La discrétisation de ce filtre pour un σ égale à 0.6 donne le masque suivant :

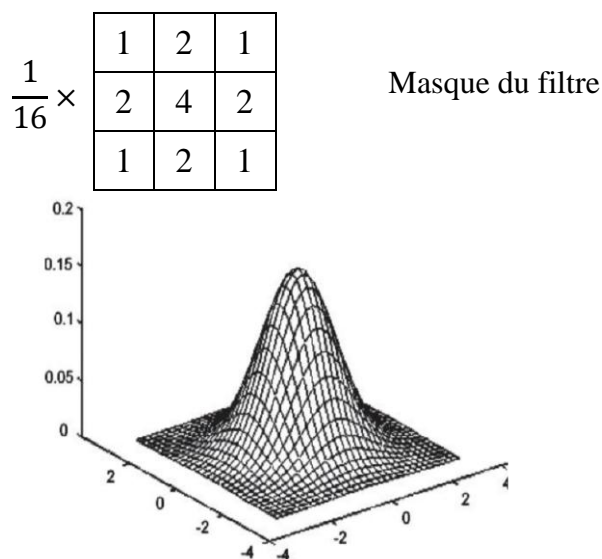


Figure II -11:Fonction gaussienne (2D) [16].

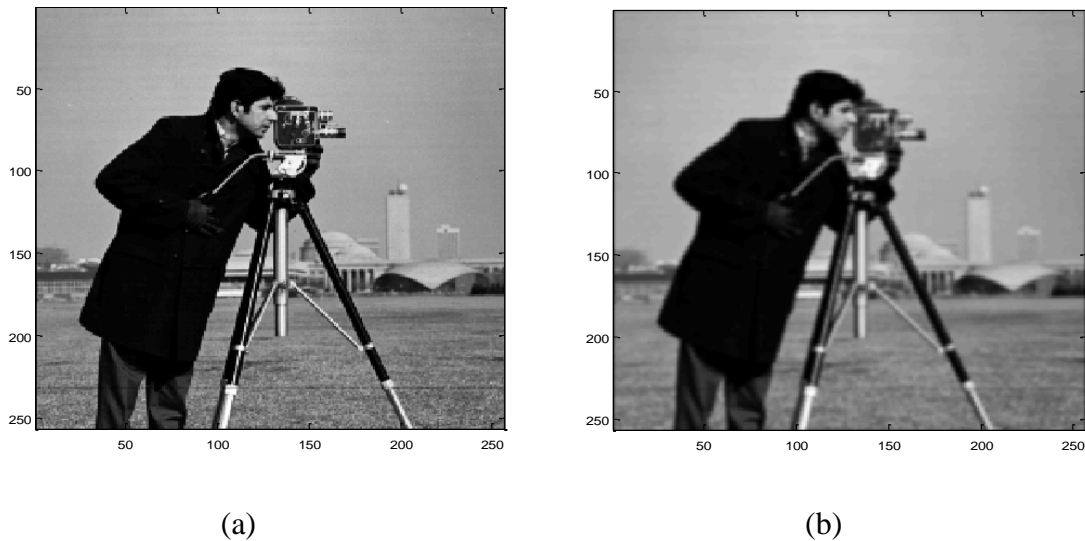
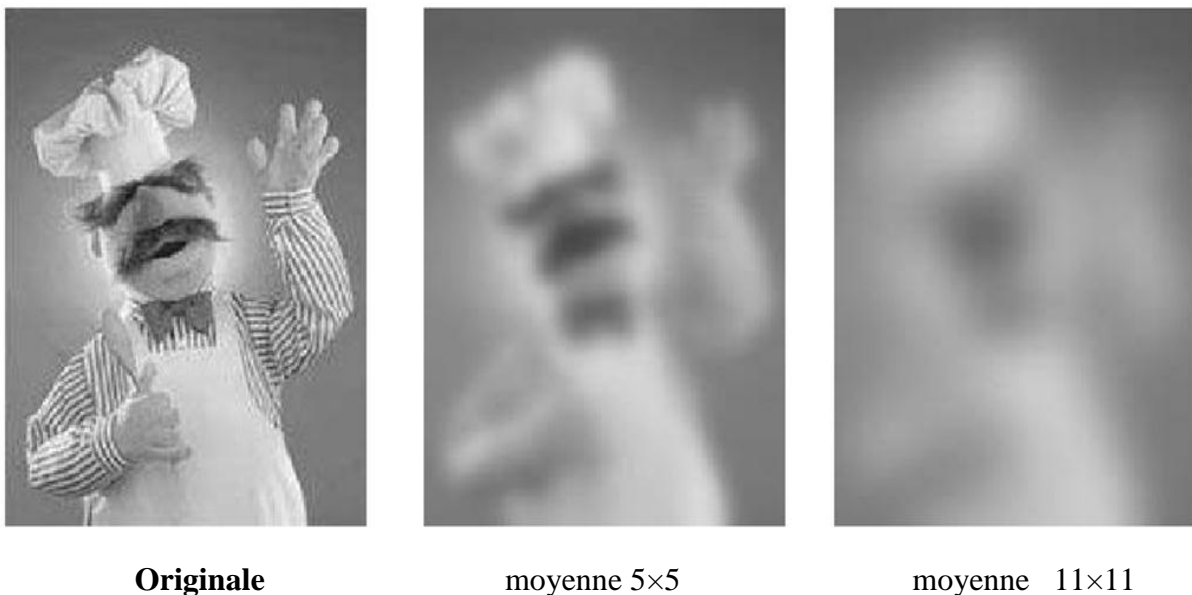


Figure II -12: (a): image originale (b): Filtrage gaussien $\sigma = 1$.

b) Filtre moyenneur :

Le filtre moyenneur est le filtre linéaire optimal pour le bruit de Gauss. Il s'agit du filtrage le plus simple qui soit, consistant à remplacer la valeur d'un pixel par la valeur moyenne des pixels dans une fenêtre centrée sur le pixel en question. Cela réduit sensiblement le bruit, dont l'écart-type du bruit. Cependant ce moyennage qui ne tient pas compte des statistiques locales de l'image produit une forte dégradation des contours.

Afin de minimiser ce phénomène, on utilise généralement des petites fenêtres, typiquement de taille 3×3 ou 5×5 [18].



Originale

moyenne 5×5

moyenne 11×11

Figure II -13: Filtrage par le filtre moyenne [11].

II-9-2-2 les Filtrages adaptatifs :**a) Filtre de Wiener:**

Il peut être utilisé pour restaurer les images bruitées, ainsi que pour le filtrage. Les filtres de Wiener sont caractérisés par [9] .

a. Prétention: le signal et le bruit (additif) sont des processus aléatoires linéaires stationnaires avec des caractéristiques spectrales connues.

b. Condition: le filtre doit être physiquement réalisable, c-à-d. causal (cette condition peut être abandonnée, ayant pour résultat une solution non-causale).

c. Critères d'exécution: l'erreur minimum de moyenne carrée.

Le critère choisi est de nature probabiliste [14] :

$$\varepsilon_{min}^2 = \min \left(E \left[(f(x) - \hat{f}(x))^2 \right] \right) \quad (\text{II.10})$$

Où $f(x)$ est l'image originale idéale (sans bruit) et est $\hat{f}(x)$ l'image reconstituée.

Le filtre de Wiener dans le domaine fréquentiel est donné par l'expression (II.11) [9] :

$$G(u, v) = \frac{H^*(u, v) P_f(u, v)}{|H(u, v)|^2 P_f(u, v) + P_n(u, v)} \quad (\text{II.11})$$

La division par $P_f(u, v)$ facilite l'explication de son comportement [9] :

$$G(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \frac{P_n(u, v)}{P_f(u, v)}} \quad (\text{II.12})$$

Avec :

- $H(u, v)$ = fonction de dégradation
- $H^*(u, v)$ = conjugué complexe de la fonction de dégradation
- $P_n(u, v)$ = densité spectrale de puissance du bruit
- $P_f(u, v)$ = densité spectrale de puissance d'image originale

Le rapport $\frac{P_n}{P_f}$ représente le rapport signal sur bruit. D'après l'équation de $G(u, v)$, on peut

constater que si $\frac{P_n}{P_f}$ tend vers zéro alors le filtre de Wiener tend vers le filtre inverse [19].

Le problème est que les contours de l'image sont "écrasés" par le filtre de Wiener, car le critère utilisé est un critère objectif (quadratique). L'idéal serait évidemment d'utiliser le traitement dans le domaine spatial [19].

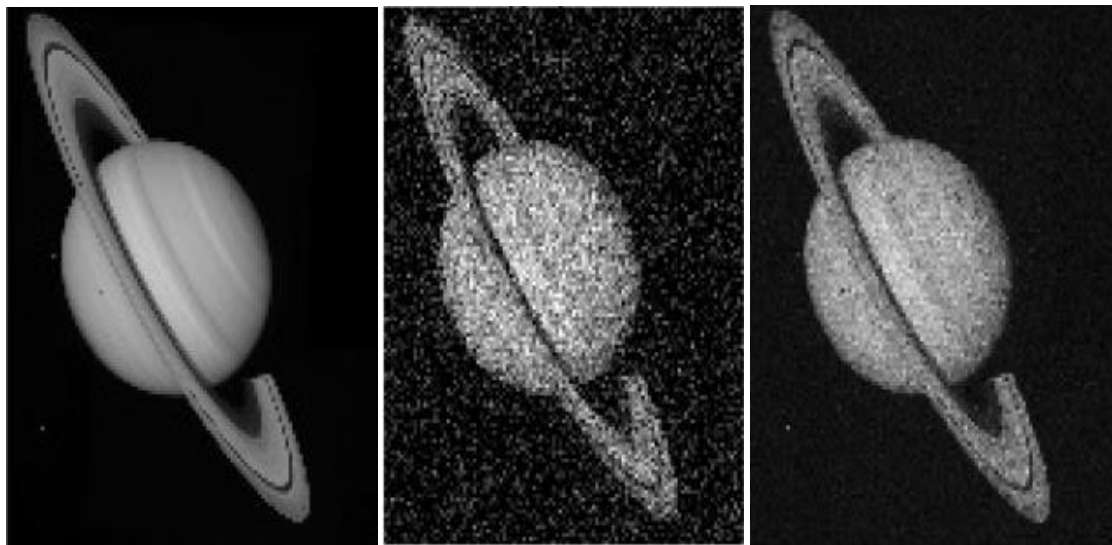
Le filtre de Wiener de débruitage suppose que $H(u, v) = 1$ alors :

$$G(u, v) = \frac{P_f(u, v)}{P_f(u, v) + P_n(u, v)} \quad (\text{II.13})$$

Le filtre de Wiener dans le domaine spatial est donné par :

$$\alpha_\omega(n, m) = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_n^2} \quad (\text{II.14})$$

Ou; $\sigma_f^2 = \max(\sigma_y^2 - \sigma_n^2, 0)$ (II.15)



(a)

(b)

(c)

Figure II -14: (a) image originale (b) image bruitée (c) application du filtre Wiener.

b) Filtre médian :

Ce filtre est très utilisé pour éliminer le bruit sur une image qui peut être de différentes origines (poussières, petits nuages, baisse momentanée de l'intensité électrique sur les capteurs, ...) et qui se traduit par des taches de faible dimension dont la distribution sur l'image est aléatoire. L'avantage de ce filtre réside dans le fait qu'il conserve les contours alors que les autres types de filtres ont tendance à les adoucir[17].

Sur un voisinage à huit, le nouveau niveau de gris du pixel central est choisi comme étant la valeur médiane de tous les pixels de la fenêtre d'analyse, centrée sur ce dernier. Son avantage est qu'il garde la netteté des éléments qui constituent l'image sans étaler les transitions (contours) [17].

L'algorithme de filtre médian est le suivant [17] :

1. Trier les valeurs par ordre croissant.
2. Remplacer la valeur du pixel centrale par la valeur située au milieu de la triée.
3. Répéter cette opération pour tous les pixels de l'image.

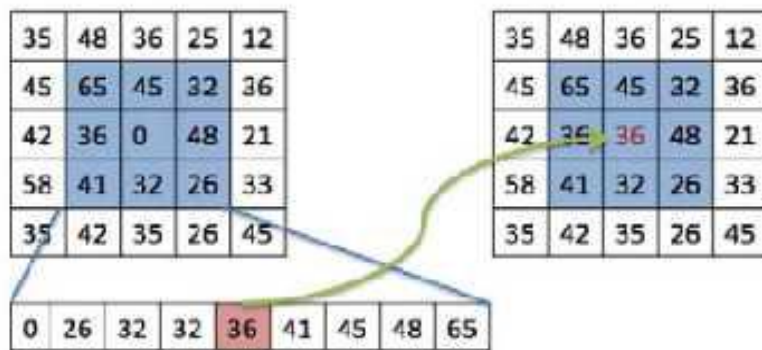


Figure II -15:Principe du filtre médian.



Image originale



Image filtrée

Figure II -16:Application du filtre médian.

c) **Seuillage dur ou "hard thresholding":**

Le seuillage dur est celui qui est le plus "intuitif". Un seuil $T > 0$ est fixé. Nous ne conservons que les coefficients d'ondelettes supérieurs à T et les autres sont mises à zéro [9].

$$d_m(X) = \rho_T(X) = \begin{cases} X & \text{si } |X| > T \\ 0 & \text{si } |X| \leq T \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

La courbe du seuillage dur est représentée dans la **Figure II -15**.

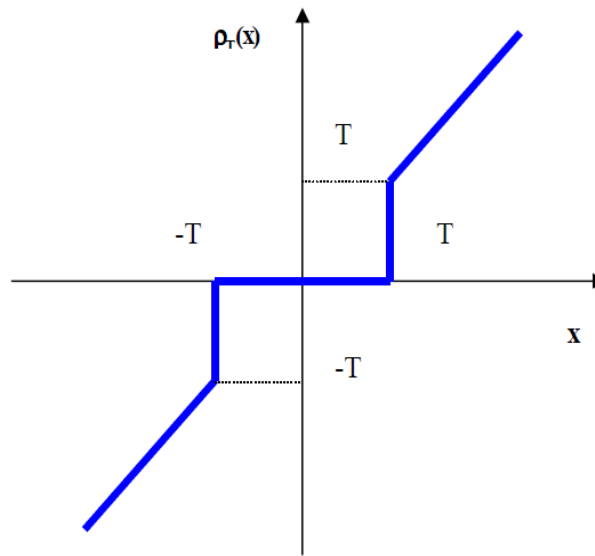


Figure II -17: Courbe du seuillage dur.

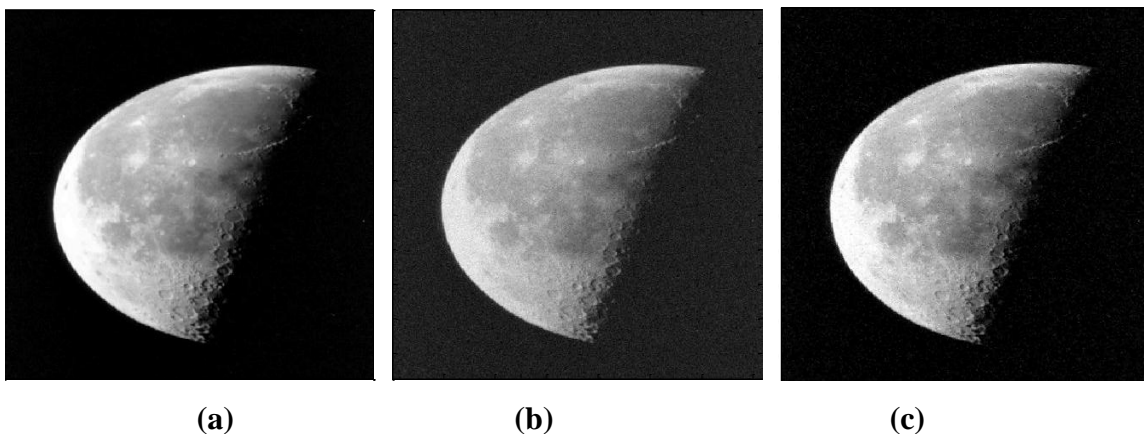


Figure II -18: (a) image originale (b) image bruitée (c) Image restaurée par seuillage dur.

Pour un autre type de Seuillage voire l'**annexe B**.

II-10 Conclusion :

Le filtrage est un opération très un important dans la restauration des images ,et en raison de multiplicité des types de bruit qui ont un impact sérieux sur les images ,les types de filtre ont évolué avec eux, dans ce chapitre ,nous avons essayé de fournir des concepts sur la dégradation de l'image ,et une description complète des filtres adaptatifs les plus importants efficaces et les différentes leurs types dans les débruitages des images. et maintenant nous passons au chapitre suivant.

Chapitre III :

les Transformation en Ondelettes

III -1 Introduction :

L'utilisation de la transformation en ondelettes s'est répandue en quelques années dans divers domaines de la vie, car elle est devenue l'une des techniques modernes les plus utilisées dans traitement d'image, en raison des avantages et des caractéristiques qu'elle contient, car elle a été classée comme l'une des techniques dominantes pour la restauration d'images.

L'objectif de ce chapitre est donner les notions général sur les Transformation en Ondelettes, nous allons parler Transformation en Ondelettes discrète et l'analyse multi-résolution.

III -2 Historique :

Les ondelettes ont vu le jour lorsque certains sujets d'étude ont nécessité une analyse en fréquence et en temps. Au XIX siècle, l'analyse de *fourier* était la seule technique permettant la décomposition d'un signal et sa reconstruction sans perte d'information; malheureusement elle fournit une analyse en fréquence mais ne permet pas la localisation temporelle de changements abrupts, En 1909, *Alfréd Haar* définit une fonction composée d'une courte impulsion négative suivie d'une courte impulsion positive, connue pour être la première ondelette (Ondelette de *Haar*). Et En 1946, *Dennis Gabor*, mathématicien hongrois, inventa une transformation de fonction analogue à celle de *Joseph Fourier*, appliquée sur une fenêtre temporelle exprimée par une fonction gaussienne. Finalement, le terme d'ondelette fut introduit dans le langage mathématique par *Jean Morlet* et *Alex Grossmann* en 1984. Terme initialement français, il fut traduit en anglais par *wavelet*, à partir des termes *wave* (onde) et le diminutif *let* (petite). *Yves Meyer*, reconnu comme un des fondateurs de la théorie des ondelettes, rassembla en 1986 toutes les découvertes précédentes (il en dénombra 16) puis définit les ondelettes orthogonales. La même année, *Stéphane Mallat* fit le lien entre les ondelettes et l'analyse multi-résolution. Enfin, *Ingrid Daubechies* mit au point en 1987 des ondelettes orthogonales appelées ondelettes de *Daubechies*, faciles à mettre en œuvre, et utilisées dans le standard JPEG 2000 [21].

III -3 La Transformée de Fourier (TF) :

Soit s un signal défini sur $L^2(\mathfrak{R})$ (signal d'énergie finie). La transformée de Fourier de s , qu'on note \hat{s} est définie par [22]:

$$\hat{s}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x) e^{-2j\pi\xi x} dx \quad (\text{III. 1})$$

Avec $\xi \in \mathfrak{R}$ la fréquence. La transformée de Fourier inverse est définie par [22]:

$$s(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(\xi) e^{2j\pi x \xi} d\xi \quad (\text{III. 2})$$

La transformée de Fourier peut se généraliser sur \mathfrak{R}^n . Dans le cas 2-D, la transformée de Fourier de $s \in L^2(\mathfrak{R}^2)$ à deux variables x_1 et x_2 est [22]:

$$\hat{s}(\xi_1, \xi_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(x_1, x_2) e^{-2j\pi(\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2)} dx_1 dx_2 \quad (\text{III. 3})$$

La transformée de Fourier discrète (TFD) de s , fonction de l'espace des signaux discret de longueur finie N , est définie par [22] :

$$\hat{s}[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} s[n] e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} \quad (\text{III.4})$$

avec $n, k \in \mathbb{Z}$ pour $k = 0 \dots N - 1$

Et sa formule d'inversion discrète par :

$$s[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}[k] e^{+j \frac{2\pi kn}{N}} \quad (\text{III.5})$$

avec $n, k \in \mathbb{Z}$ pour $k = 0 \dots N - 1$

La TFD d'une image discrète s de taille $(N_1 \times N_2)$ vaut [22]:

$$\hat{s}[k_1, k_2] = \frac{1}{\sqrt{N_1} \sqrt{N_2}} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} s[n_1, n_2] e^{-j \frac{2\pi}{N_1 N_2} (K_1 n_1 + K_2 n_2)} \quad (\text{III.6})$$

La limite de l'analyse de Fourier est la dissimulation de l'information temporelle. C'est pourquoi de nouvelles représentations sont apparues, transformation cherchant à représenter conjointement l'information temporelle et fréquentielle. C'est le cas des ondelettes [22].

III -4 Transformée en ondelettes:

III -4-1 Ondelette Mère:

L'analyse par ondelette est à la base d'une fonction dite ondelette mère. Il est possible de représenter n'importe quel signal de L^2 par une base d'ondelette qui peut être dérivé d'une fonction mère par des opérations de dilatation et contraction avec translation. La représentation d'un signal continu $x(t)$ par une base d'ondelettes est donnée par [23]:

$$x(t) = \sum C(a,b) \psi_{a,b}(t) \quad (\text{III.7})$$

Où $C(a,b)$ est le poids de la contribution de l'ondelette $\psi_{a,b}$ liée à l'ondelette mère par:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{III.8})$$

Où : b : facteur de translation

a : Facteur d'échelle, il joue le rôle de l'inverse de la fréquence

ψ : Ondelette mère

$\frac{1}{\sqrt{a}}$: Facteur de normalisation de l'énergie afin que le signal transformé ait la même énergie à toutes les échelles

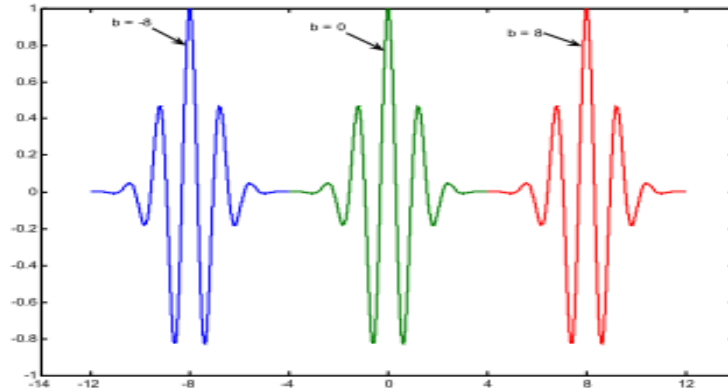


Figure III-1: propriétés de translation d'une ondelette (a est constante).

III -4-2 Conditions d'existence des ondelettes :

Pour que (t) soit une ondelette elle doit remplir les critères mathématiques suivants [23]:

- Elle doit avoir une l'énergie finie :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (III.9)$$

- être admissibles c'est à dire répondre à la condition suivante :

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (III.10)$$

C_ψ : est appelée constante d'admissibilité.

Avec :

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i(2\pi f)t} dt \quad (III.11)$$

La moyenne ou composante continue de la fonction d'ondelette $\psi(t)$ doit être nulle:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (III.12)$$

III -4-3 Propriétés Fondamentales d'une Ondelette:

❖ Support compact :

Autant l'ondelette a moins de moments nuls autant son support est compact, et une analyse plus exacte des hautes fréquences est possible [24].

❖ **Symétrie:**

Les ondelettes symétriques donnent naissance à des filtres à phase linéaire. *Daubechies* a montré que, pour qu'une ondelette soit symétrique, le filtre h doit être à phase complexe linéaire, et que le seul filtre miroir conjugué symétrique à support fini est le filtre de *Haar* qui correspond à une ondelette discontinue à un seul moment nul.

Mis à part l'ondelette de *Haar*, il n'y a donc pas d'ondelette réelle orthogonale symétrique à support compact [21].

❖ **Moments nuls :**

C'est la propriété la plus importante pour une ondelette. Une ondelette $\Psi(t)$ a N moments nuls si [24] :

$$M_k = \int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \quad \text{pour } 0 \leq k \leq N \quad (\text{III.13})$$

D'après la dernière équation de M_k , toute ondelette se doit d'avoir au moins un moment nul (le cas où $k=0$, équation (III.12)).

❖ **La régularité:**

La régularité d'une ondelette est la propriété permettant de localiser les *singularités* (les contours) dans un signal. Cette propriété se traduit sur les coefficients d'ondelettes par une amplitude importante caractérisant une singularité dans le signal par la décroissance des coefficients avec l'échelle de résolution. La régularité est une propriété importante pour obtenir des coefficients d'ondelettes les plus petits possibles afin de les annuler [21].

❖ **Orthogonalité :**

L'orthogonalité d'une ondelette est la propriété permettant d'éliminer la redondance d'informations [24].

III -5 Transformée en ondelettes continue :

Associé à une famille d'ondelettes $\psi_{a,b}(t)$, qui ne sont que des versions dilatées et translées de l'onde mère $\psi(t)$, cette dernière est dilatée ou contractée par la variation d'un facteur d'échelle a , et translée par un paramètre b , suivant l'équation (III.8). La transformée en ondelettes d'un signal $x(\cdot)$ est définie comme la corrélation de $x(\cdot)$ avec l'ondelette correspondante [23]:

$$W_{\psi}^x(a,b) = C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (\text{III.14})$$

$W_{\psi}^x(a,b)$: Les coefficients de la transformée en ondelette.

$\psi(t)$: L'ondelette mère,

$(.)^*$: Opérateur complexe conjugué,

b : La localisation de l'ondelette dans le temps, le coefficient de translation,

a : La largeur de l'ondelette ou de la fenêtre, le facteur d'échelle pour la dilatation.

Le paramètre d'échelle ' a ' et le paramètre de translation ' b ' sont des réels et la transformée en ondelette est continue et donc redondante. La transformée inverse continue en ondelettes (TICO), est définie par les coefficients de la transformée des ondelettes. Elle est donnée par :

$$x(t) = \iint W_{\psi}^x(a,b)\psi_{a,b}(t)dadb \quad (\text{III.15})$$

Où, $x(t)$: le signal à analyser.

$\psi_{a,b}(t)$: est la dilatation et translation de l'ondelette mère $\psi(t)$.

III-6 Transformée en Ondelettes Discrète TOD:

La transformée en *ondelette discrète*, ou TOD (en anglais : *Discrete Wavelet Transform*, ou DWT) est une technique fournit suffisamment d'information, tant pour l'analyse que pour la reconstruction du signal d'original, en un temps de calcul notablement réduit. Le TOD translate et dilate l'ondelette selon des valeurs discrètes des facteurs d'échelle et de translation telles que [25]:

$$a = a_0^j \quad b = k b_0 a_0^j$$

Où $a_0 > 1$ et $b_0 > 0$, $k, j \in \mathbb{Z}$.

Les coefficients de la TOD sont définie par [25] :

$$D_x(a_0, b_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_b^a(t) dt \quad (\text{III.16})$$

Avec
$$\psi_b^a(t) dt = |a_0|^{-j/2} \psi\left(\frac{t - k b_0 a_0^j}{a_0^j}\right) \quad (\text{III.17})$$

Dans la majorité des cas, on utilise $a_0 = 2$ et $b_0 = 2$ l'on obtient la transformée en ondelette discrète dyadique.

On appelle transformée en ondelette discrète toute base d'ondelette travaillant avec un facteur d'échelle $a = 2^n$. Ce type de la transformée est pratique en implémentation sur tout système numérique.

III -6-1 Coefficients de la TOD:

Une étape élémentaire de la TOD, donne un signal d'approximation et un signal de détail. Les échantillons des signaux de détail sont appelés « *coefficients de fonction d'ondelettes* ». En principe, seuls les échantillons des signaux de détail sont appelés ainsi. Les échantillons des signaux d'approximation devraient être appelés « *coefficients de fonction d'échelle* ».

Par abus de langage, nous appelons souvent coefficients d'ondelettes l'intégralité des échantillons obtenus (approximations et détails) [24] .

III -6-2 Transformée en ondelettes stationnaire (SWT Stationary Wavelet Transform):

La SWT est similaire à la transformée en ondelettes discrète DWT, sauf que le signal n'est pas décimé et à chaque itération, différents filtres passe bas et passe haut sont utilisés. Le principe de cette décomposition est illustré par la Figure III-2 [26].

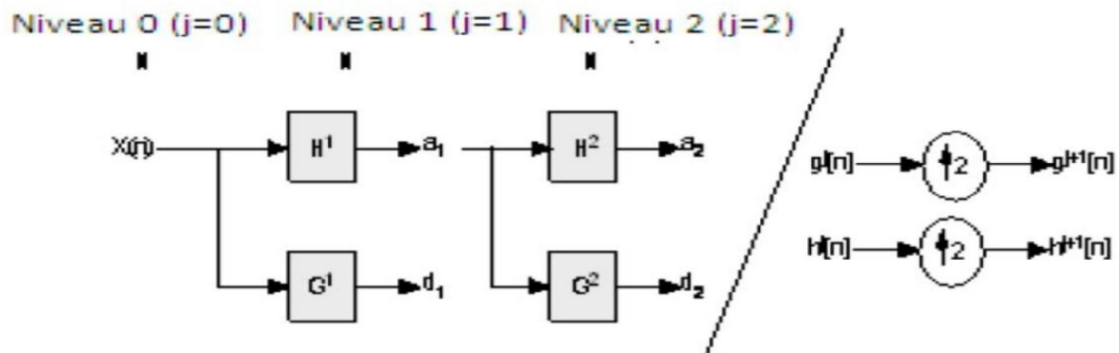


Figure III-2 : Décomposition en SWT sur deux niveaux (à droite) et les filtres du SWT (à gauche).

Pour un signal $X(n)$ de longueur N qui doit être divisible par 2^J avec J un nombre entier qui représente le nombre de décomposition, les coefficients d'approximations et de détails de la SWT pour chaque échelle j sont donnés par [26] :

$$a_{j+1}(n) = \sum_k h_{j+1}(n - k)a_j(k) \tag{III.18}$$

$$d_{j+1}(n) = \sum_k g_{j+1}(n - k)a_j(k) \tag{III.19}$$

Où j représente le niveau de décomposition de SWT, k le nombre de coefficient d'ondelette mère et n le numéro d'échantillon. h_j et g_j sont les filtres passe-bas et passe-haut au niveau j qui sont obtenues par opération de sur échantillonnage (voir l'annexe C). En effet, les filtres à chaque niveau de décomposition sont sur échantillonnés par l'insertion de zéros entre chaque coefficient de filtre. Ainsi la transformation SWT génère, à chaque niveau, des coefficients d'approximations et de détails qui auront le même nombre d'échantillons que le signal d'entrée original.

Ce processus se répète d'une façon itérative jusqu'à obtenir une représentation multi-échelle du signal original.

Par conséquent un signal $X(n)$ décomposé par SWT peut être représenté comme suit :

$$X(n) = a_i(n) + \sum_{j=1}^J d_j(n) \tag{III.20}$$

où $a_j(n)$ représente l'approximation du signal d'origine à la $J^{\text{ième}}$ niveau de décomposition, tandis que d_1, \dots, d_j représentent les détails de $X(n)$.

La SWT est donc entièrement défini par le choix d'une paire de filtres (c'est-à-d h et g) et le nombre J de décompositions du signal[26].

III -7 L'algorithme pyramidal de Mallat :

L'algorithme de Mallat permet de calculer rapidement les coefficients d'ondelettes de la TOD, grâce à des convolutions discrètes. Nous définissons d'abord les quantités suivantes pour $f \in L^2$ ($\langle . , . \rangle$ désigne le produit scalaire dans L^2 , ϕ une fonction échelle et ψ une ondelette) [15] :

– Coefficients d'approximation :

$$a_j[n] = \langle (t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi \left(\frac{t}{2^j} - \frac{2^j n}{2^j} \right) \rangle \tag{III.21}$$

– Coefficients de détails :

$$d_j[n] = \langle (t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left(\frac{t}{2^j} - \frac{2^j n}{2^j} \right) \rangle \tag{III.22}$$

Cet algorithme est schématisé par la structure suivante [27]:

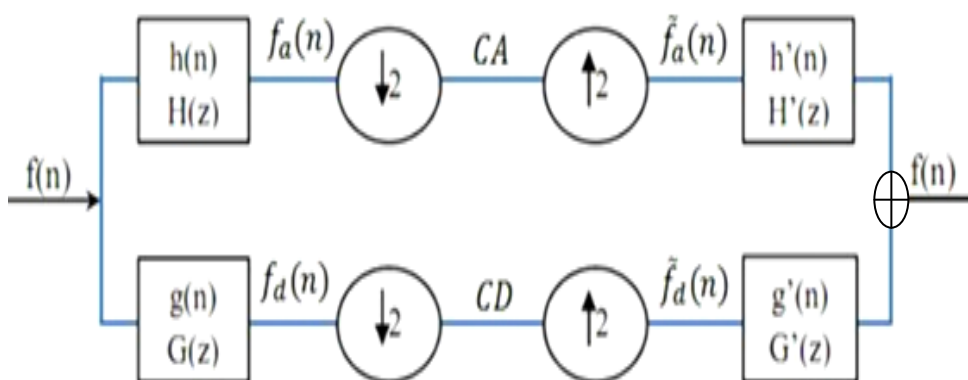


Figure III-3: Algorithme de MALLAT unidimensionnel.

$H(z)$, $G(z)$, $H'(z)$ et $G'(z)$ représentent respectivement la transformée en Z de $h(n)$, $g(n)$, $h'(n)$ et $g'(n)$. Le signal $f(n)$ est décomposé par les deux filtres d'analyse $h(n)$ (filtre passe bas) et $g(n)$ (filtre passe haut) pour donner deux vecteurs respectivement CA (Coefficients ondelette d'approximation) et CD (Coefficients ondelette de détails). Tous les deux sont de taille approximativement égale à la moitié du vecteur d'origine. Ceci est dû au fait de l'opération de décimation par 2 (down-sampling) [27].

La reconstruction parfaite est théoriquement possible. Les deux vecteurs CA et CD, en les faisant passer par un sur-échantillonnage (up-sampling) puis un filtrage en utilisant respectivement les filtres $h'(n)$ (filtre passe bas de reconstruction) et $g'(n)$ (filtres passe haut de reconstruction), donnent en somme le vecteur d'origine $f(n)$.

Cette étape est appelée décomposition/reconstruction en banc de filtres. Elle est caractéristique aux signaux unidimensionnels [27].

III -7-1 Décomposition en multi-niveau du signal

L'algorithme de Mallat permet de décomposer le signal $f(n)$ en plusieurs niveaux comme illustré à la Figure III-4.

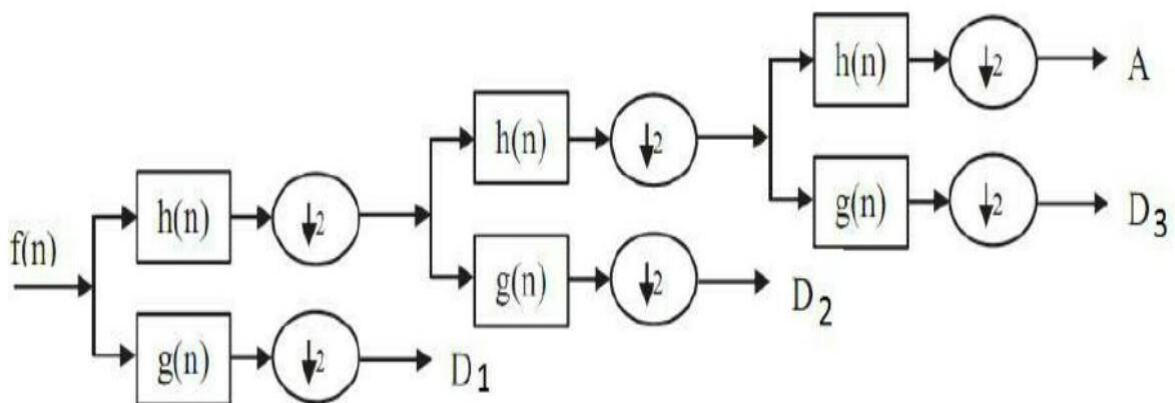


Figure III-4: Décomposition en multi-niveau du signal $f(n)$.

Puisque le processus d'analyse est itératif, donc théoriquement il peut être poursuivi indéfiniment. En réalité, la décomposition peut être procédée seulement jusqu'à ce que les différents détails se composent d'un échantillon ou d'un pixel simple. Dans la pratique, on choisira un nombre approprié de niveaux basés sur la nature du signal à décomposer, ou sur un critère approprié tel que l'entropie. Le signal $f(n)$ est un signal à temps discret pour être décomposé en ses versions approximatives et détaillées en utilisant l'analyse multi-résolution. Les premiers coefficients de décomposition sont A_1 et D_1 , où A_1 est la version approximative du signal original $f(n)$ et D_1 est la représentation détaillée du signal original $f(n)$ [27].

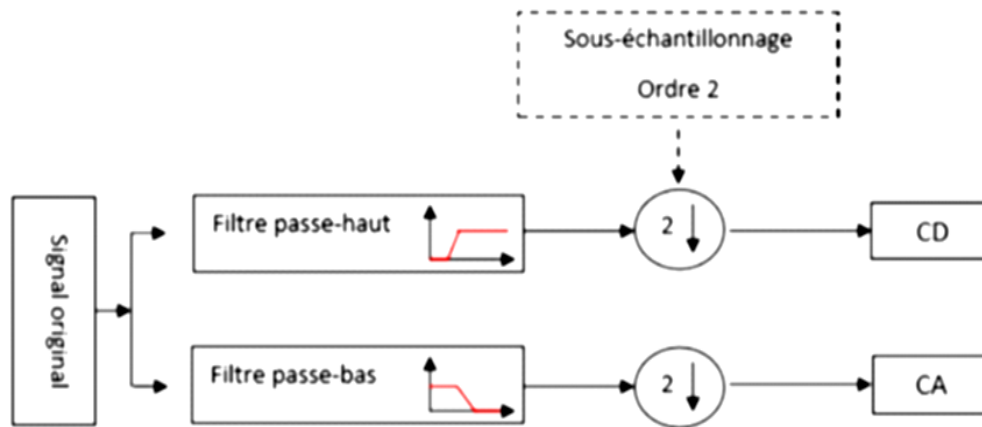


Figure III-5: Algorithme de Mallat niveau 1, phase de décomposition [15].

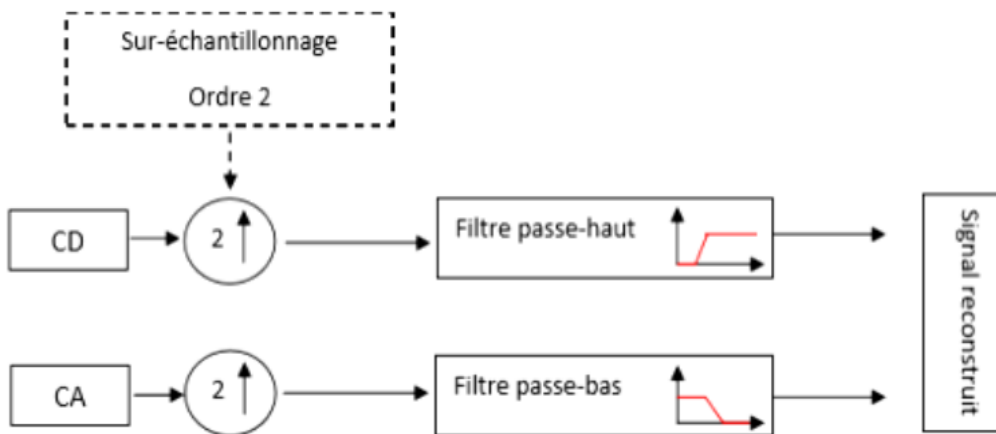


Figure III-6 : Algorithme de Mallat niveau 1, phase de reconstruction [15].

• **Décimation (down-sampling):**

La décimation d'un signal $x(n)$ par un facteur k , est le prélèvement d'un échantillon sur k [23]:

$$x_d(m) = x(n) \text{ pour } n=m/k \text{ et } m \text{ entier}$$

On peut schématiser la décimation comme suit :

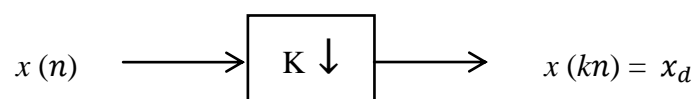


Figure III-7: Opération de décimation.

• **Interpolation (up-sampling):**

L'interpolation d'un signal $x(n)$ par un facteur k , est l'insertion de zéros par un facteur de k , en suivant la formule suivante [23]:

$$x_u(m) = \begin{cases} x(n) & \text{pour } n = km \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{(III.23)}$$

Elle peut être schématisée comme suit :

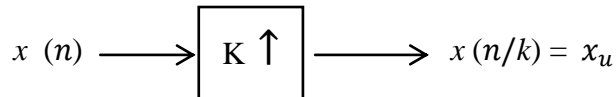


Figure III-8: Opération d'interpolation.

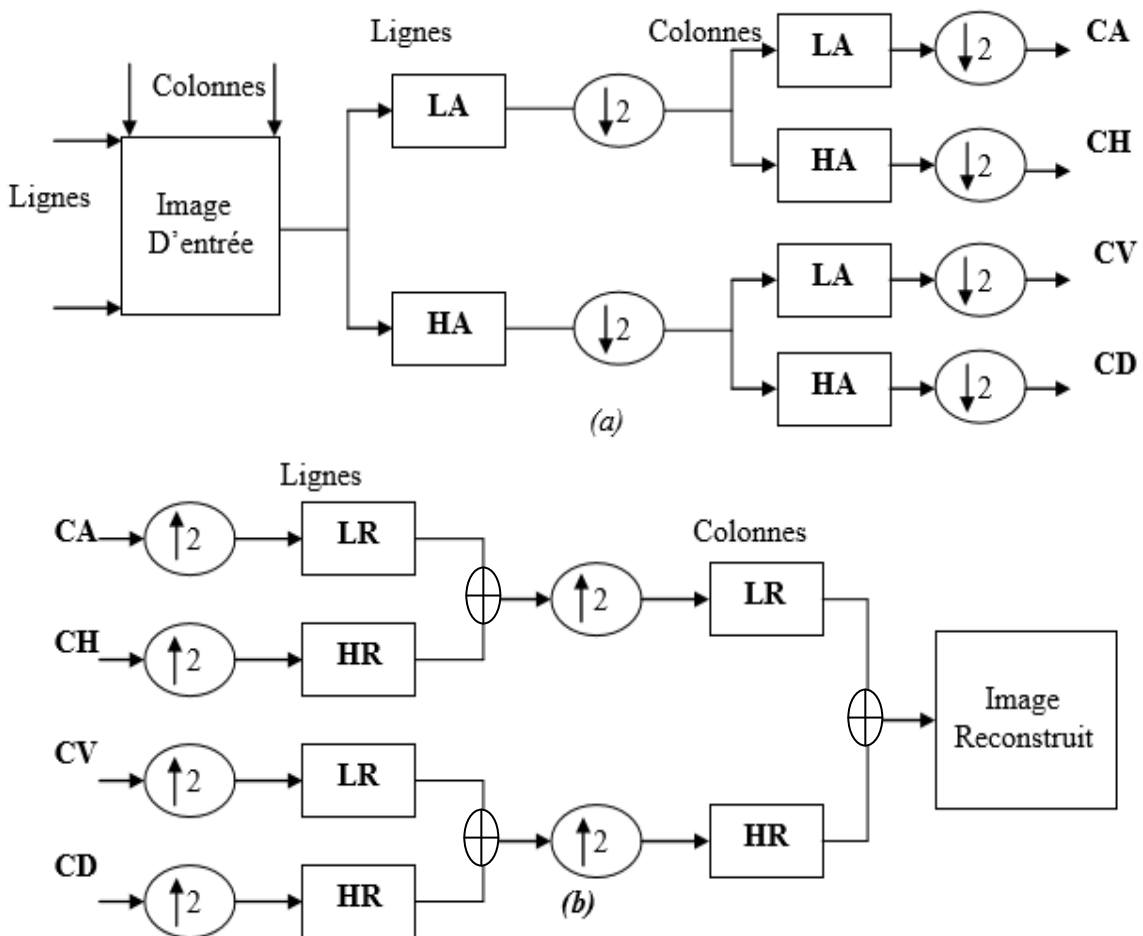


Figure III-9 : Algorithme de MALLAT bidimensionnel (a) Décomposition, (b) Reconstruction (IDWT) [19].

LA : Filtre passe-bas.

HA : Filtre passe-haut.

LR : Filtre passe-bas conjugué.

LH : Filtre passe-haut conjugué.

CA : Filtre approximation

CH : Filtre horizontal.

CV : Filtre verticale.

CD : Filtre diagonal

III -7-2 Reconstruction d'Ondelette :

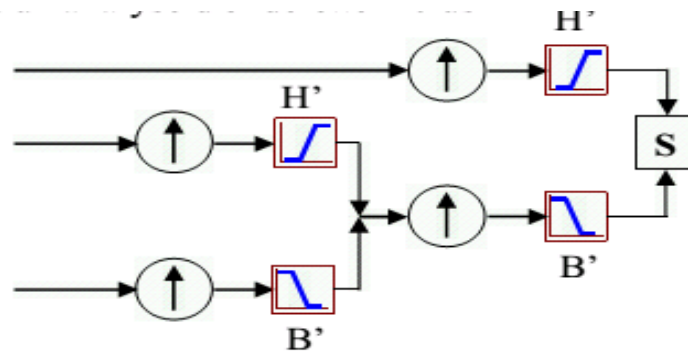


Figure III-10: La reconstruction d'ondelette.

Le filtrage et le sous-échantillonnage (voir l'annexe C), et la reconstruction contiennent le filtrage et le sur-échantillonnage (voir l'annexe C). Le sur-échantillonnage est le processus d'allonger un composant de signal par insérer les zéros entre les échantillons. Pour reconstruire l'approximation de premier niveau A1 à partir du vecteur de coefficient A1. Nous passons le vecteur A1 de coefficient par le même processus que nous avons reconstruit le signal original [25].

Cependant, au lieu de le combiner avec le détail D1 de niveau un, nous chargeons un vecteur des zéros au lieu du vecteur de coefficients de détail. Le processus rend une approximation reconstruite A1, qui a la même longueur que le signal original S et qui est une vraie approximation de lui. De même, nous pouvons reconstruire le détail de premier niveau D1, en utilisant [25].

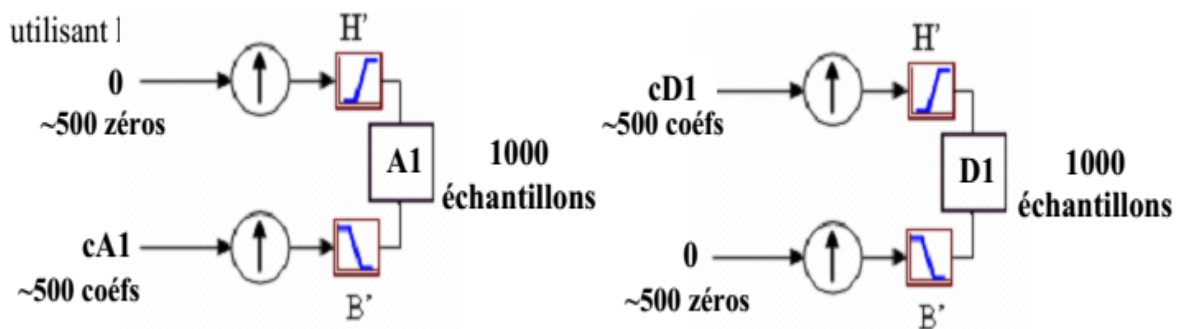


Figure III-11: Le détail et l'approximation reconstruite.

En fait, on combine les deux comme suivant : $A1 + D1 = S$, parce que les coefficients de vecteur A1 et D1 ont été produits par sous-échantillonnage et sont seulement moitié de la longueur du signal original, donc, on ne peut pas directement être combiné pour reproduire le signal.

Il est nécessaire de reconstruire les approximations et les détails avant de les combiner. À partir de cela, on peut réaliser la technique synthèse à multi niveaux [25].

III -7 -3 Architecture pyramidale:

L'architecture pyramidale se base sur la décomposition du signal en deux signaux : approximations (A_k) et détails (D_k). Le signal approximation A_k est à son tour décomposé en approximation A_{k+1} et détails D_{k+1} et ainsi de suite. La figure (Figure III-11) illustre cette stratégie [24].

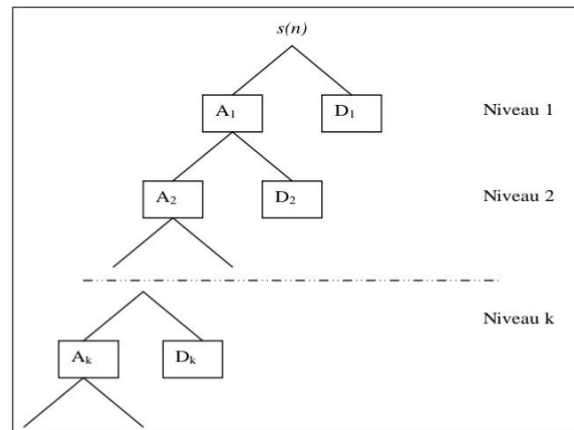


Figure III-12: Décomposition pyramidale.

III -8 L'Analyse Multi-Résolution:

L'analyse multi-résolution consiste à utiliser deux filtres complémentaires h (passe haut) et g (passe bas) calculés à partir des fonctions d'échelle (pour réduire ou augmenter la résolution d'étude du signal) et d'ondelette (pour calculer les coefficients d'ondelette). La Figure (III-12) montre le résultat de l'application de la transformée en ondelette de Haar à une image et identifie les groupes de fréquence (BB, HB, BH et HH) obtenus à chacune des deux premières résolutions. BB représente les basses fréquences du filtrage des lignes et des colonnes alors que HB exprime les hautes fréquences des lignes et les basses fréquences des colonnes. BH délimite les hautes fréquences des colonnes et les basses fréquences des lignes alors que HH représente les hautes fréquences du filtrage des lignes et des colonnes [15].



Figure III-13: deux premiers niveaux de résolutions d'une ondelette de Haar.

III -8-1 Schéma de décomposition des images en ondelettes:

Cet algorithme calcule les coefficients d'ondelettes issus de la transformation d'une image au moyen d'une transformée biorthogonale séparable.

Il permet la décomposition de l'image d'origine avec un facteur de résolution égal à 2 et sur J niveaux de résolution.

A chaque niveau de résolution sont associées trois sous-images de coefficients d'ondelettes, chacune correspondant à une orientation de contour privilégiée. L'algorithme de décomposition ainsi que celui de reconstruction associée sont fournis.

La décomposition et la reconstruction sont effectuées par des opérations de corrélations/convolutions séparables à l'aide de filtres numériques. Le sous échantillonnage et les problèmes de bord sont pris en compte et optimisés dans cette version du logiciel. Suivante [15] :

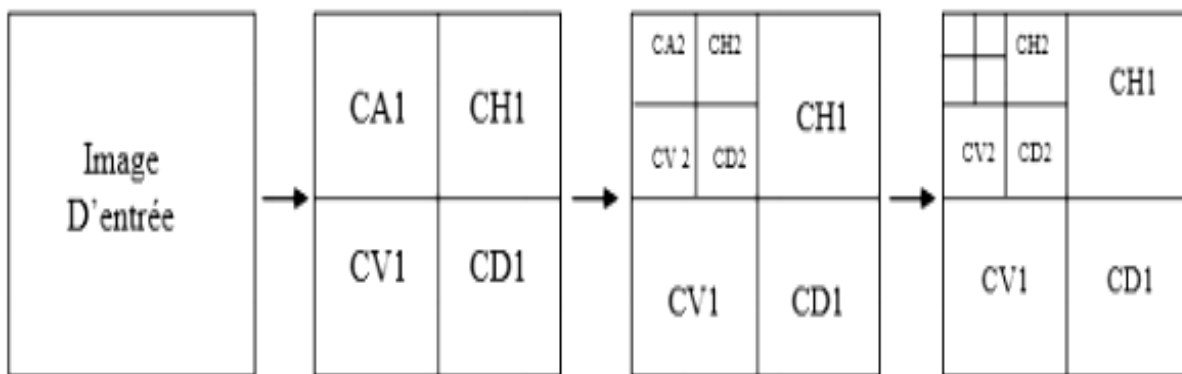


Figure III-14: La décomposition multi-niveaux par ondelettes.



Figure III-15: Lena - décomposition à la première itération.

III-9 Les Familles d'Ondelettes :

III-9-1 Ondelettes de Daubechies:

Les ondelettes de *Daubechies* sont probablement les plus utilisées en ce qui concerne les ondelettes orthogonales. Elles sont à support compact (les filtres H et G ont une réponse impulsionnelle finie donc les filtres h_1 et g_1 sont finis).

Ces ondelettes seront notées dbN , où db est le symbole donné pour *Daubechies*, et N est le nombre de moments nuls de l'ondelette. Les ondelettes de *Daubechies* sont supportées sur un intervalle de longueur $2N-1$. Ces ondelettes présentent l'inconvénient de ne pas être symétriques ou antisymétriques, excepté quand $N=1$ ce qui correspond à l'ondelette de Haar.

La figure III-16 représente les fonctions d'échelles et ondelettes pour $N=2$, $N=4$, et $N=8$ [21].

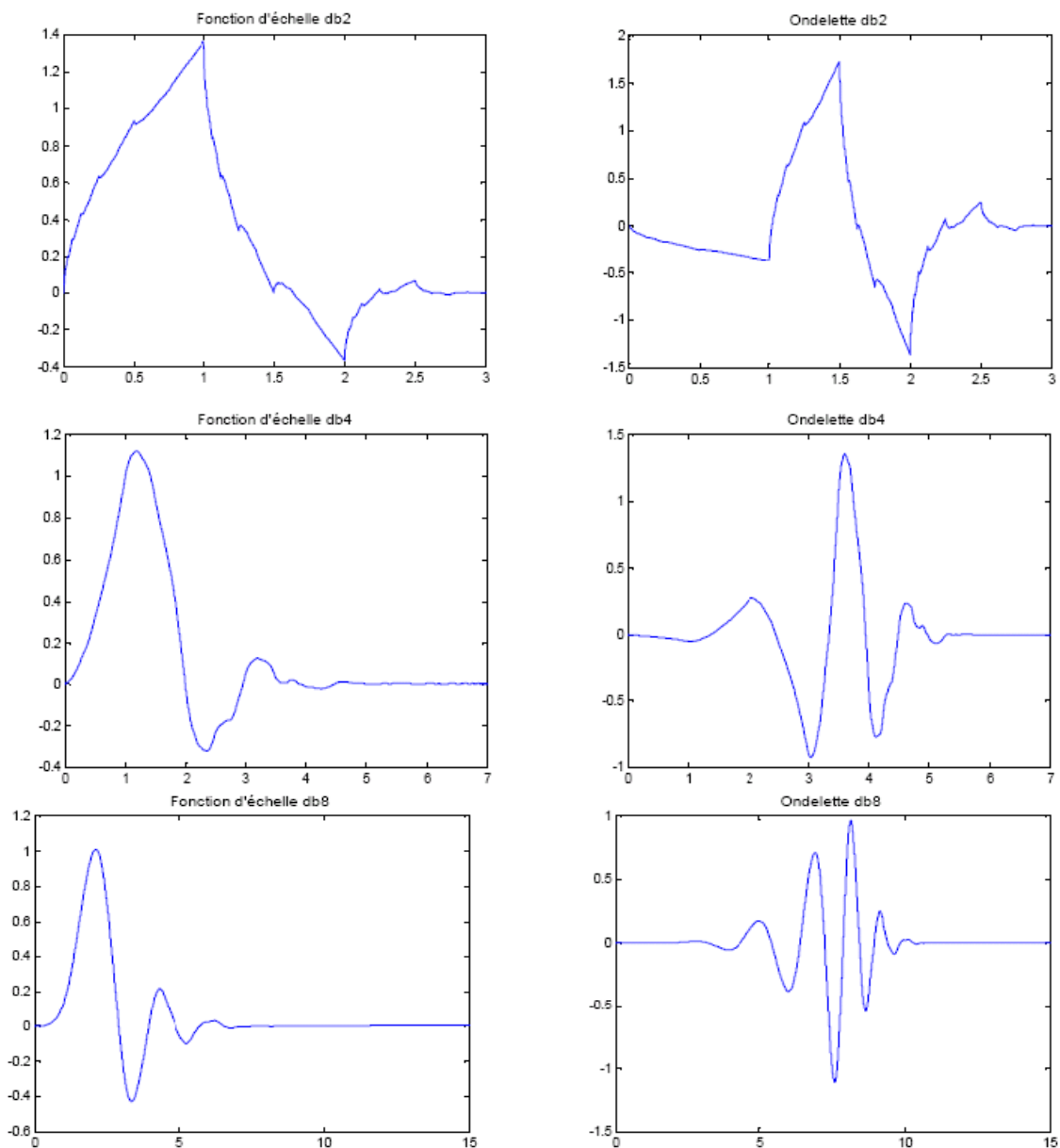


Figure III-16: Fonctions d'échelles et ondelettes de *Daubechies* pour $N = 2, 4, 8$.

III -9-2 L'ondelette de Symlets :

Les symlets (symN) constituent une famille d'ondelettes presque symétrique, *Daubechies* en modifiant la construction des dbN. À part la symétrie, les autres propriétés des deux familles sont similaires. Les symlets d'ordre 2 et 3 sont représentés dans la Figure III-16 [25].

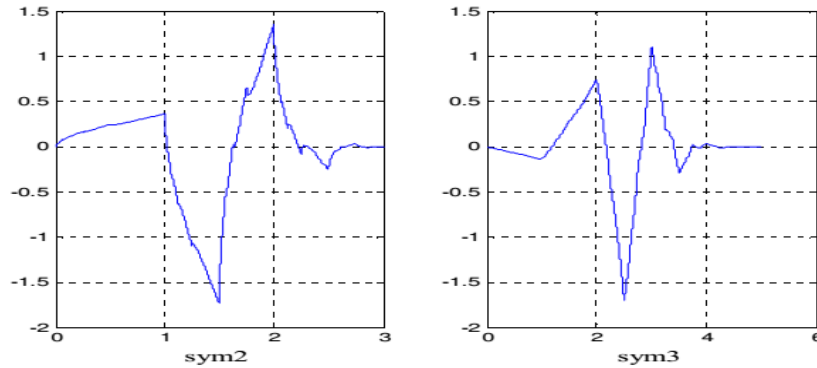


Figure III-17: Les symlets : symN.

III -9-3 Ondelettes de Haar:

La fonction d'ondelette de *Haar* est définie par [24] :

$$\psi(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } 0 \leq x < 1/2 \\ -1 & \text{si } 1/2 < x \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La fonction d'échelle associée est la fonction échelon :

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

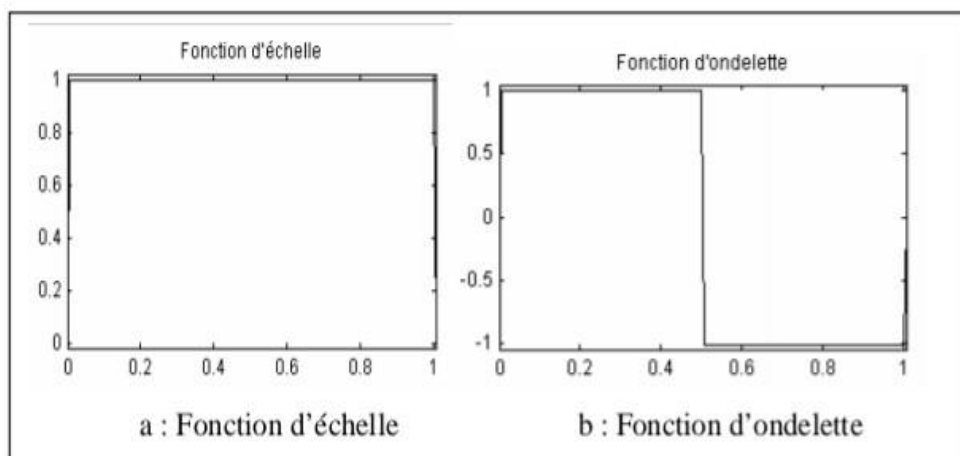


Figure III-18: La fonction d'échelle et la fonction d'ondelette de Haar.

III -9-4 Le chapeau mexicain:

Le chapeau mexicain est une ondelette réelle construite à partir de la deuxième dérivée de la fonction gaussienne. Notamment, elle est définie par sa fonction d'ondelette ψ normalisée [15] :

$$\psi(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{-\frac{1}{4}}\right) (1 - x^2)e^{-x^2/2}$$

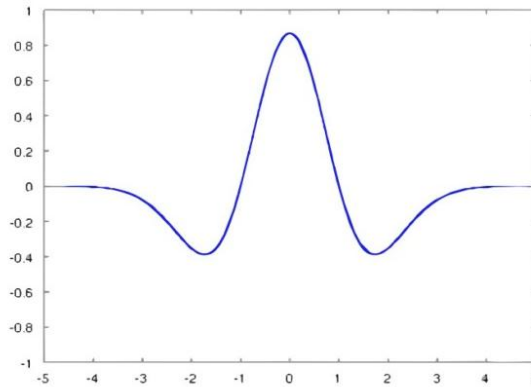


Figure III-19: Exemples d'ondelette chapeau mexicain.

III -9-5 L'ondelette de Morlet :

Cette fonction ne vérifie qu'approximativement la condition d'admissibilité, elle est définie par [25] :

$$\psi(x) = C e^{\frac{-x^2}{2}} \cos(5x)$$

Où « C » est une constante de normalisation de reconstruction. La Figure III-19 montre la forme de cette ondelette

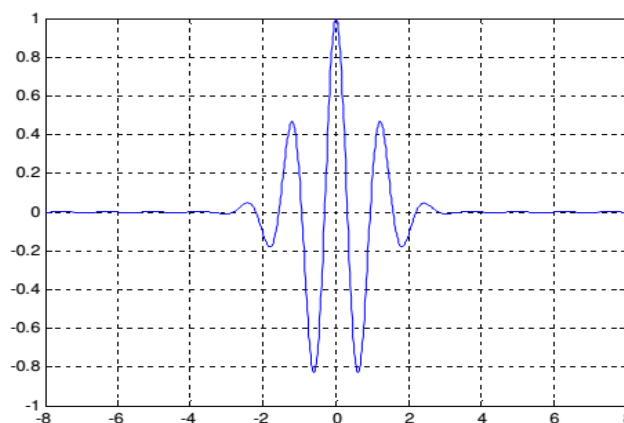


Figure III-20: Ondelette de Morlet.

III -9-6 Ondelette de Coiflets :

Les coiflets sont des ondelettes discrètes conçues par Ingrid Daubechies, à la demande de Ronald Coifman, pour avoir des fonctions de mise à l'échelle avec des moments de

disparition. L'ondelette est proches de la symétrie, ses fonctions d'ondelettes ont $N/3$ des moments de disparition et des fonctions de mise à l'échelle $N/3-1$ et ont été utilisées dans de Nombreuses applications à l'aide des opérateurs Calderón-Zygmund [15].

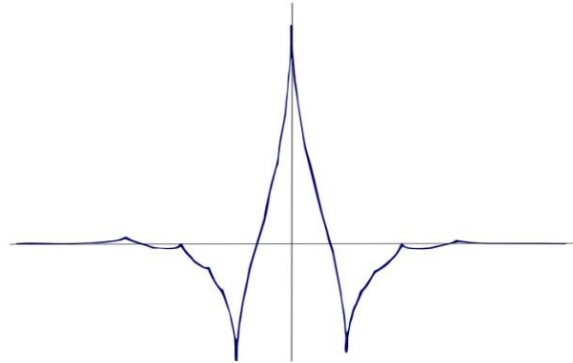


Figure III-21 : Coiflets avec deux moments de disparition nulles.

III -9-7 Ondelettes de Meyer :

L'ondelette de *Meyer* est l'une des premières ondelettes. Elle a été construite par *Y.Meyer* au milieu des années 1980. Il s'agit d'une ondelette orthogonale qui n'a pas un support compact. La forme de cette ondelette est donnée par la figure III-21 [25] :

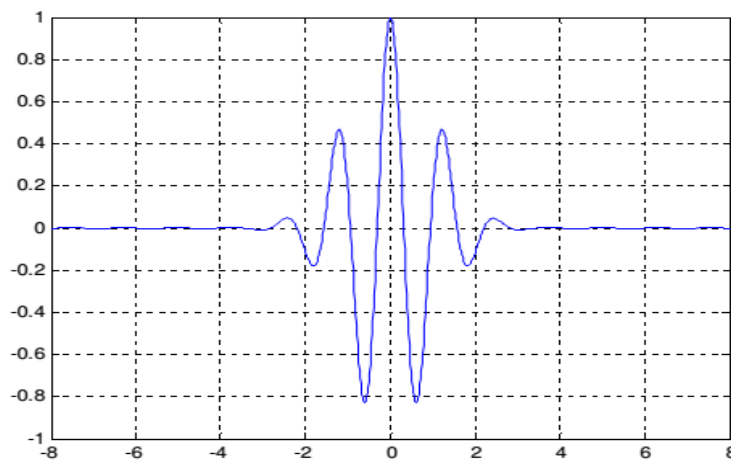


Figure III-22: Ondelettes de Meyer.

III -10 Conclusion:

la transformation en ondelette est un outil mathématique, capable de donner des analyses multi-résolution pour les signaux stationnaires et non stationnaires, où nous avons pu obtenir de meilleurs résultats conformément aux bonnes normes , il a été très réussi dans le domaine du le traitement des images, nous avons présenté dans ce chapitre la définition de la transformation de *Fourier*, puis les notions général des transformation ondelettes, et les

ondelettes discrète TOD en particulier, sans oublier les bases principaux de l'analyse multi-résolution, et ses caractéristiques dans le traitement signaux et des images.

Dans chapitre suivant, nous présentons des résultats de simulation sur MATLAB , l'utilisation technique de restauration des images et comparaison des résultats.

Chapitre IV:
Implémentation
et discussion
des résultats

IV-1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'implémentation des techniques restauration des images, notre travail s'applique à l'environnement MATLAB R2014a, ainsi qu'une discussion des résultats obtenus

IV-2 Langage de programmation :

Matlab (MATrix LABoratory) est un logiciel interactif, développé par Math Works Inc. et destiné notamment au traitement numérique des données. Il est particulièrement efficace lorsque celles-ci sont présentées sous-forme de vecteurs ou de matrices. Matlab intègre le calcul numérique, la visualisation des résultats et la programmation dans un environnement ouvert aux développements ultérieurs. Un certain nombre de démonstrations sont accessibles en tapant « **demo** ».

Matlab intègre dans sa version originale les outils mathématiques classiques tels que :

Calcul matriciel, l'algèbre linéaire, manipulation de fonction, graphisme..., mais il est possible d'étendre Matlab par l'acquisition d'autres modules, entre autres:

- Simulink pour la simulation des systèmes complexes.
- Toolbox pour les différents types d'applications telles que : automatique, traitement numérique de signal, traitement d'image...

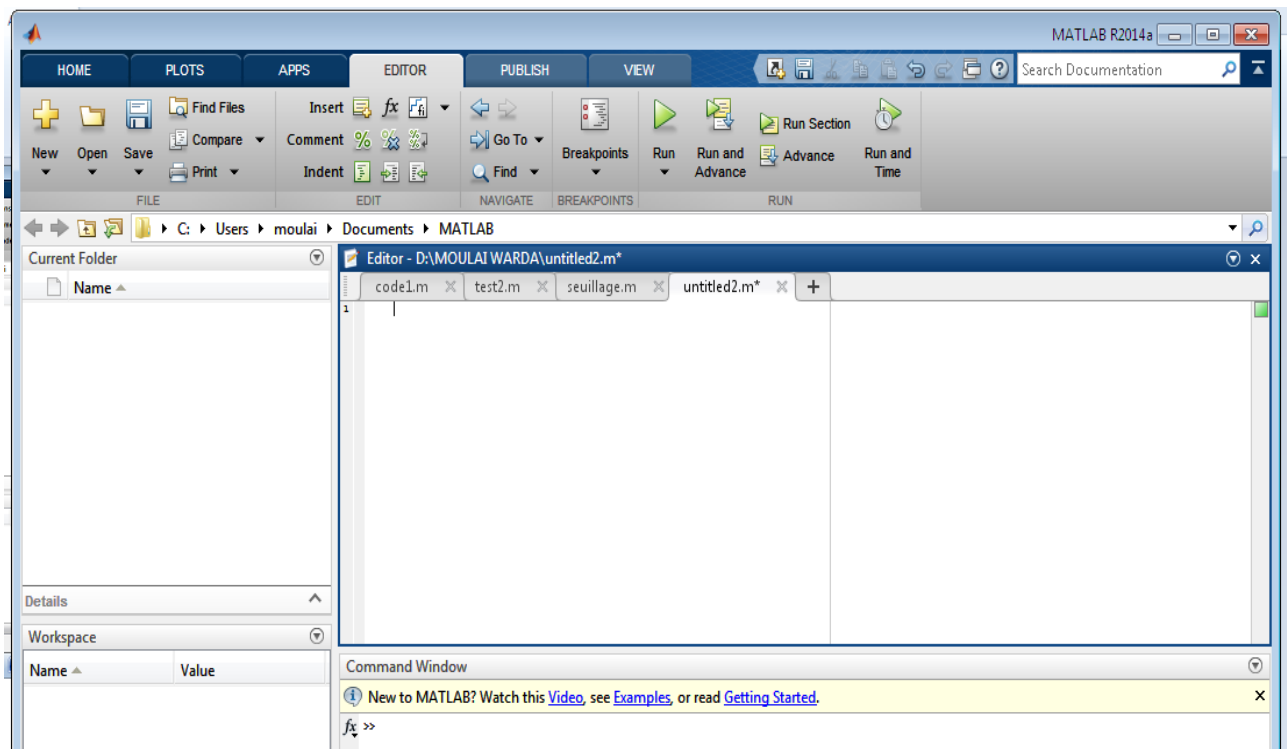


Figure IV -1: Interface de l'environnement de programmation.

IV-2-1 Pourquoi on a choisi Matlab ?

C'est un langage de haut niveau utilisant la structure de données matrice comme base

Et possédant les particularités suivantes :

- Les structures de contrôle de tous les langages de haut niveau
- La possibilité de liaison avec les autres langages classiques de programmations
- Les possibilités d'écrire des fonctions
- Les entrées sorties habituelles « entières, réelles et complexes... »
- Ce langage permet aussi bien de développer des petites applications de façon très rapide que de complexes programmes d'application.
- La programmation Orientée Objet est également possible.

IV-3 Image de test :



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure IV-2 : Images de test (a) *cameraman* de taille 256x256 (b) *Moon* de taille 537x358
(c) *Tire* de taille 205x232. (d) *coins.png* de taille 246x300.

IV- 4 Les algorithmes d'implémentation

IV – 4-1 L'algorithme de chargement et dégradation d'image :

La **Figure IV-1**, représente un schéma Synoptique de l'algorithme de chargement et de dégradation de l'image x .

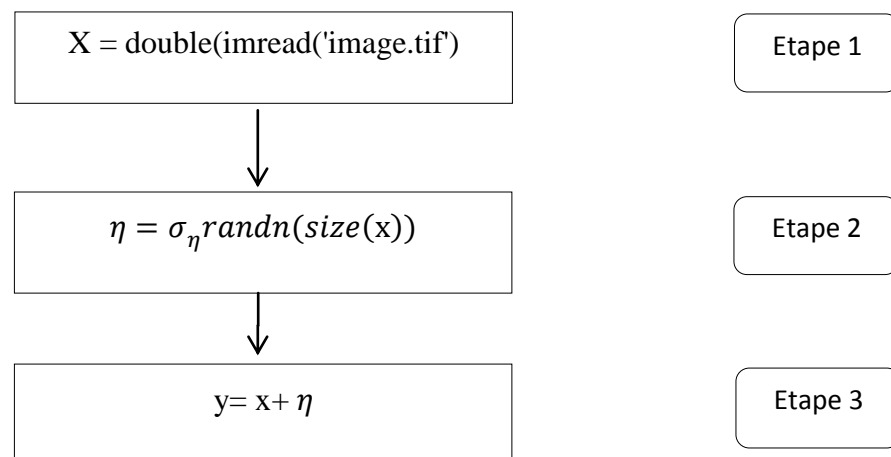


Figure IV-3 : Synoptique de l'algorithme de chargement et dégradation d'image.

Cet algorithme est composé de trois étapes :

Etape 1 : Chargement de l'image original x à niveau de gris (256 Niveau).

Etape 2 : Création d'un bruit blanc gaussien centrée, avec d'écart type σ_η

Etape 3 : Création de l'image dégradée y par un bruit additif [15].

IV-4-2 Algorithme pour le débruitage de l'image par analyse multirésolution :

Sur la figure ci-dessous, représente un schéma Synoptique de l'algorithme pour la l'analyse de l'image dégradé y et le reconstruction de l'image restauré x_{rs} . En utilisant deux techniques différente, le seuillage dure et *wiener* par TOD.

α_s : c'est le facteur du filtre par seuillage dur $\alpha_s = 1.35$.

α_w : c'est le facteur du filtre de *wiener* $\alpha_w = 1.75$.

Tout les deux multiplié avec le niveau de bruit σ_η (écart type).

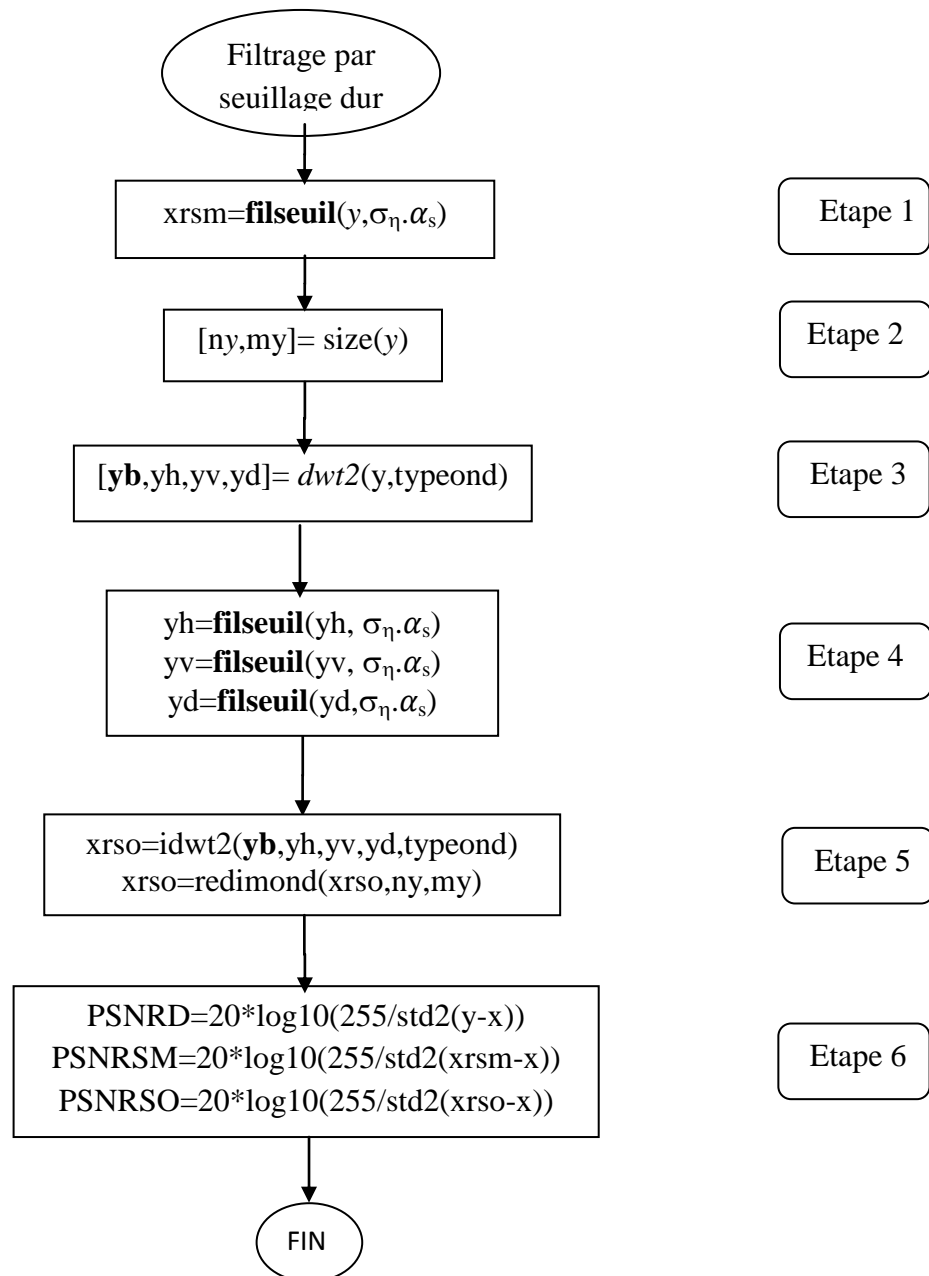


Figure IV-4 : Synoptique de l'algorithme pour la décomposition et la reconstruction de l'image dégradée y .

Cet algorithme est composé de :

Etape 1 :

L'image dégradée y est restaurée par Le filtre de seuillage dure pour obtenir l'image x_{rsm} avec un seuil égale $\sigma_{\eta} \cdot \alpha_s$.

Etape 2 : Calcule de la taille de l'image dégradée y .

Etape 3 :

Décomposition en utilisant l'analyse multi-résolution de 1^{ère} niveau, de l'image dégradée y par les ondelettes DWT.

Etape 4 :

Filtrage adaptative par seuillage sur l'image y_h du 1ere niveau horizontal.

Filtrage adaptative par seuillage sur l'image y_v du 1ere niveau vertical.

Filtrage adaptative par seuillage sur l'image y_d du 1ere niveau diagonal.

Etape 5 :

Reconstruction de l'image restaurée x_{rso} en utilisant la transformé inverse d'ondelette $idwt2$.

Etape 6 :

Calcul du Pic Rapport signal sur bruit de l'image dégradé y par rapport l'image original x .

Calcul du Pic Rapport signal sur bruit de l'image restauré x_{rsm} par rapport l'image original x .

Calcul du Pic Rapport signal sur bruit de l'image restauré x_{rso} par rapport l'image original x .

Filtrage par wiener :

Pour utiliser le filtre de *wiener* , on remplace la fonction 'filseuil' de filtrage par seuillage

dur par la fonction 'wiener2' de filtre de *wiener* et le seuil $\sigma_\eta \cdot \alpha_s$ par le seuil $(\sigma_\eta \cdot \alpha_w)^2$.

Les images restaurées sont notées x_{rwm} (par le filtre moyeneur) et x_{rwo} (pour la TOD).

IV -4-3 Algorithme pour les choix des filtres (filtre de Wiener et filtrage par seuillage dur) :

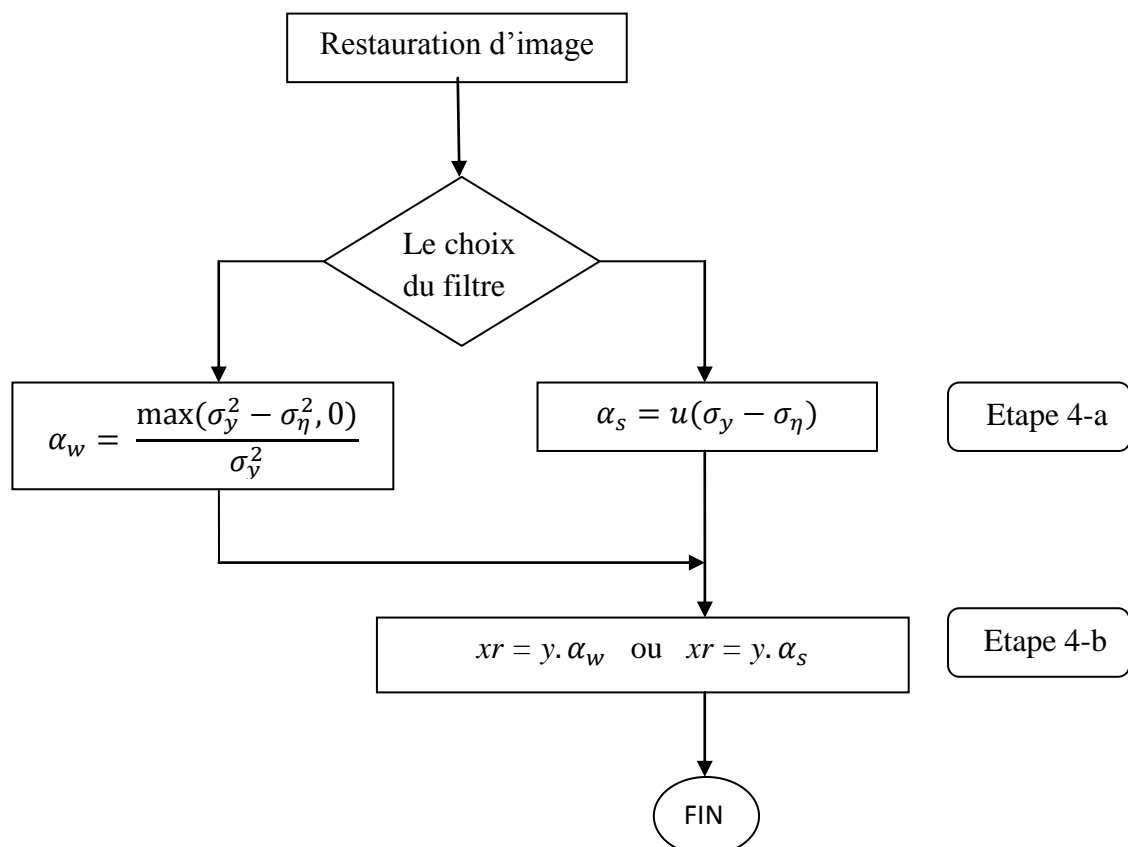


Figure IV-5 : Synoptique de l'algorithme pour le choix du filtres « filtre de Wiener ou seuillage dur, la fonction $u(x)$ représente la fonction unité.

IV -4-3 -1 Filtrage par seuillage dur:

Un seuil est calculé selon un critère bien défini. Ensuite, pour chaque niveau le seuillage est appliqué aux coefficients de manière à ne conserver que ceux de valeur supérieure au seuil déterminé [19].

Etape 4-a :

$$\alpha_s = \begin{cases} 1 & \sigma_{y\gamma}^2 \geq \sigma_\eta^2 \\ 0 & \sigma_{y\gamma}^2 < \sigma_\eta^2 \end{cases}$$

Etape 4-b :

$\sigma_{y\gamma}^2$: représente la variance de l'image $y\gamma$ suivant l'orientation γ .

γ : représente l'orientation de l'ondelette horizontal 'H', vertical 'V' ou diagonal 'D'.

Après Etape 4-b : la reconstruction de l'image contour (passe-haut) restauré xr suivant l'orientation de l'ondelette.

$$xr = y \cdot \alpha_s$$

IV -4-3-2 Filtrage par filtre de Wiener :

Filtre de *Wiener* minimise l'erreur quadratique moyenne. Peut être utilisé pour atténuer le bruit au maximum et utilisé fréquemment pour éliminer le bruit additif [19].

Etape 4-a :

$$\alpha_w = \frac{\max(\sigma_{y\gamma}^2 - \sigma_\eta^2, 0)}{\sigma_{y\gamma}^2}$$

$\sigma_{y\gamma}^2$: représente la variance de l'image $y\gamma$ suivant l'orientation γ .

γ : représente l'orientation de l'ondelette horizontal 'H', vertical 'V' ou diagonal 'D'.

Etape 4-b :

$$xr = y\gamma \alpha_w$$

Après Etape 4-b : reconstruction de l'image contour (passe-haut) restauré xr .

IV -5 Résultats de Restauration des images :

Tableau IV-1 : comparaison des (PSNR) (dB) par deux techniques de restauration (Seuillage dur et filtre de *Wiener*) pour différents d'écart type de bruit basées sur la transformée en ondelettes du type *Daubechies*.

L'image	σ_n	Daubechies	Niveau 1		
			Image dégradée	Seuillage dur	Wiener
			PSNRD	PSNRR	PSNRR
cameraman	5	Db3	34.1755	36.5980	36.9949
		Db5	34.1314	36.5697	37.0021
		Db7	34.1593	36.5831	37.0193
	10	Db3	28.1191	31.3537	32.0655
		Db5	28.1598	31.3261	32.0270
		Db7	28.1350	31.3316	32.0404
	15	Db3	24.6063	28.7761	29.4018
		Db5	24.6280	28.7968	29.4744
		Db7	24.6137	28.7432	29.3941
	20	Db3	22.0883	27.0345	27.6583
		Db5	22.1497	27.0969	27.6280
		Db7	22.1175	27.0489	27.6118
coins	5	Db3	34.1232	37.6883	38.3814
		Db5	34.1255	37.6830	38.3602
		Db7	34.1600	37.6983	38.3812
	10	Db3	28.1351	33.0065	33.6664
		Db5	28.1069	32.9274	33.6160
		Db7	28.0940	32.9165	33.6183
	15	Db3	24.5921	30.3025	30.9770
		Db5	24.5974	30.2548	30.8916
		Db7	24.6270	30.3475	31.0225
	20	Db3	22.1246	28.3818	29.0883
		Db5	22.0953	28.3633	29.0388
		Db7	22.0733	28.3843	29.0973

IV-5-1 Échantillons de l'image Cameraman Restaurées :



(a)



(b)



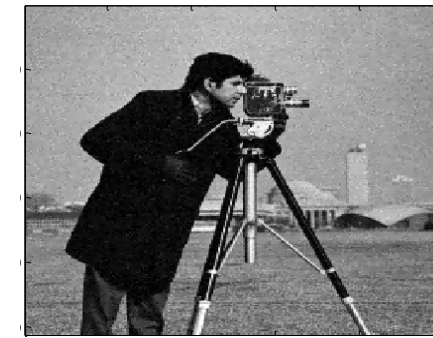
(c)



(d)



(e)



(f)

Figure IV-6: Résultats du restauration d'image Cameraman (a) l'image originale (b) l'image dégradée (bruitée) (c) l'image restaurée par le filtre de Wiener (d) l'image restaurée par le filtre gaussien (e) l'image restaurée par le filtre moyenneur (f) l'image restaurée par le filtre de seuillage dur .

Tableau IV-2 : comparaison des (PSNR) (dB) par deux techniques de restauration (Seuillage dur et filtre de *Wiener*) pour différentes d'écart type de bruit basées sur la transformée en ondelettes du type *Daubechies*.

L'image	σ_n	Daubechies	Niveau 1		
			Image dégradée	Seuillage dur	Wiener
			PSNR-D	PSNR-R	PSNR- R
Moon	5	Db3	34.1824	38.9430	39.5370
		Db5	34.1447	38.9419	39.5388
		Db7	34.1577	38.9578	39.5604
	10	Db3	28.1328	35.2828	35.6173
		Db5	28.1380	35.3133	35.6387
		Db7	28.1333	35.3100	35.6623
	15	Db3	24.6072	32.6513	32.8928
		Db5	24.6101	32.6615	32.8830
		Db7	24.5843	32.6651	32.9101
	20	Db3	22.1258	30.6253	30.8023
		Db5	22.1229	30.6312	30.8174
		Db7	22.0808	30.5757	30.7697
Tire	5	Db3	34.2220	36.4255	37.2280
		Db5	34.0906	36.3960	37.1837
		Db7	34.1540	36.3858	37.1908
	10	Db3	28.1052	31.6442	32.7097
		Db5	28.1357	31.6971	32.7833
		Db7	28.1553	31.7690	32.8072
	15	Db3	24.6450	29.4114	30.5299
		Db5	24.6353	29.2819	30.3559
		Db7	24.6213	29.3043	30.3711
	20	Db3	22.1235	27.8585	28.6906
		Db5	22.1078	27.9349	28.7657
		Db7	22.1676	27.9673	28.7479

IV-5-2 Échantillons de l'image coins Restaurées :



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figure IV-7: Résultats du restauration d'image pour (a) l'image originale (b) l'image dégradée (bruitée) (c) l'image restaurée par le filtre de Wiener (d) l'image restaurée par le filtre gaussien (e) l'image restaurée par le filtre moyenneur (f) l'image restaurée par le filtre de seuillage dur.

Tableau IV-3: comparaison des (PSNR) (dB) par deux techniques de restauration (**Seuillage dur** et filtre de **Wiener**) pour différentes d'écarts type de bruit basées sur la transformée en ondelettes du type **Coiflets**.

L'image	σ_n	coiflets	Niveau 1		
			Image dégradée	Seuillage dur	Wiener
			PSNR-D	PSNR-R	PSNR- R
Cameraman	5	Coif1	34.1397	36.5749	36.9778
		Coif2	34.1804	36.5917	36.9826
	10	Coif1	28.1350	31.3316	32.0404
		Coif2	28.1281	31.3000	31.9982
	15	Coif1	24.6280	28.7968	29.4744
		Coif2	24.6137	28.7432	29.3941
	20	Coif1	22.1343	27.0366	27.6297
		Coif2	22.0902	27.0754	27.6507
coins	5	Coif1	34.1779	37.7850	38.4655
		Coif2	34.1297	37.7037	38.3723
	10	Coif1	28.1305	33.0057	33.6733
		Coif2	28.1391	32.9573	33.6492
	15	Coif1	24.6240	30.3233	30.9889
		Coif2	24.6200	30.2836	30.9707
	20	Coif1	22.1192	28.3873	29.0874
		Coif2	22.1019	28.3361	29.0249
Moon	5	Coif1	34.1514	38.9524	39.5604
		Coif2	34.1451	38.9107	39.5245
	10	Coif1	28.1143	35.2630	35.6178
		Coif2	28.1535	35.2638	35.6008
	15	Coif1	24.5994	32.6480	32.8829
		Coif2	24.6240	32.6901	32.9108
	20	Coif1	22.1122	30.6361	30.8130
		Coif2	22.1171	30.6330	30.7968
Tire	5	Coif1	34.1744	36.3860	37.1679
		Coif2	34.1717	36.3929	37.2002
	10	Coif1	28.1253	31.7200	32.7450
		Coif2	28.1091	31.6570	32.7416
	15	Coif1	24.6305	29.3420	30.3786
		Coif2	24.6355	29.3236	30.4313
	20	Coif1	22.0884	27.8005	28.6911
		Coif2	22.1007	27.9167	28.7467

IV-5-3 Échantillons de l'image Moon Restaurées :



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figure IV-8 : Résultats du restauration d'image Moon (a) l'image original (b) l'image dégradée (bruitée) (c) l'image restaurée par le filtre de Wiener (d) l'image restaurée par le filtre gaussien (e) l'image restaurée par le filtre moyeneur (f) l'image restaurée par le filtre de seuillage dur .

IV-5-4 Échantillons de l'image Tire Restaurées :



(a)



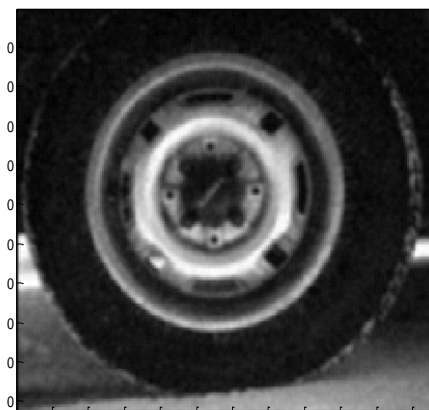
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figure IV-9 : Résultats du restauration d'image Tire (a) l'image original (b) l'image dégradée (bruitée) (c) l'image restaurée par le filtre de Wiener (d) l'image restaurée par le filtre gaussien (e) l'image restaurée par le filtre moyennneur (f) l'image restaurée par le filtre de seuillage dur.

IV-5-5 Cas particulier :

IV-5-5-1 avec Bruit blanc gaussien :

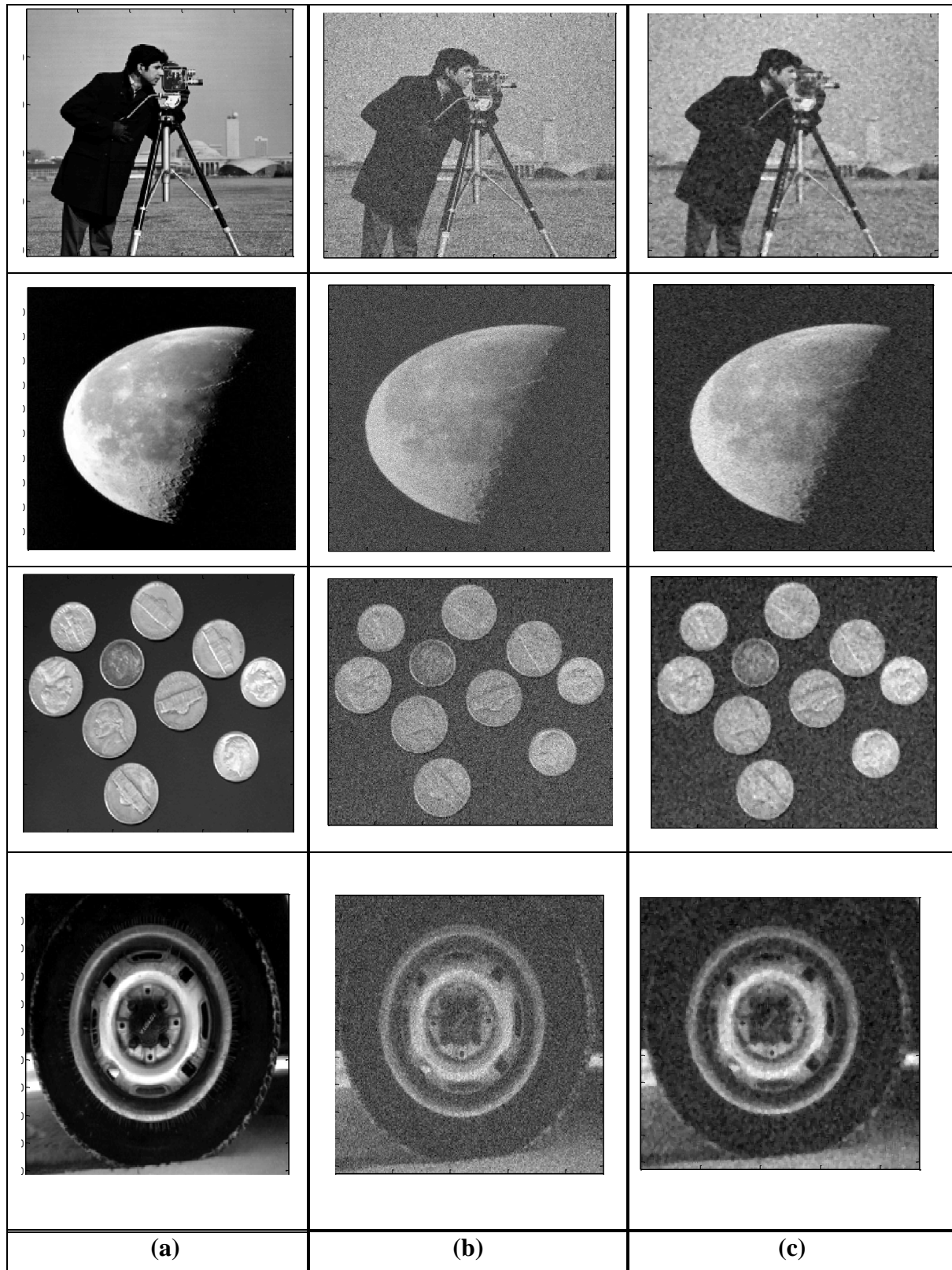


Figure IV-10: Résultats du restauration des image (a) l'image original (b) l'image dégradée (bruitée) (c) l'image restaurée par le filtre median .

IV-5-5-2 avec Bruit sel et poivre (impulsionnel) :

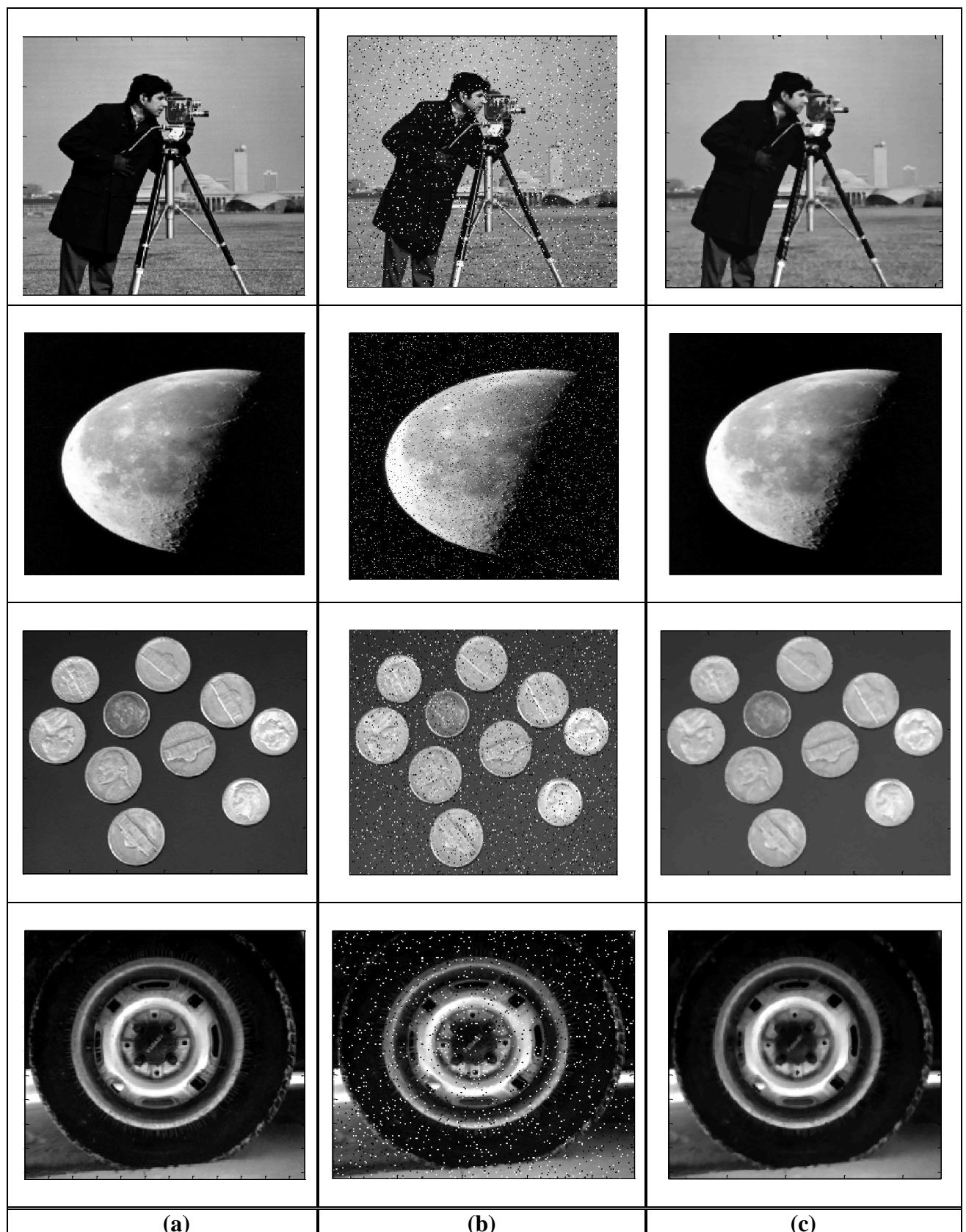


Figure IV-11 : Résultats du restauration des image (a) les images original (b) les images dégradée (bruitée) (c) les image restaurées par le filtre median .

Nous avons appliqué le filtre median de taille 3x3 sur quatre image de différente dimension (image de cameraman, moon, tire, coins) **Figure IV-10 et Figure IV-10**, dégradée par bruit gaussien, bruit sel et poivre, puis Nous avons calculé un mesure statistique de PSNR. Les résultats sont résumés dans le **tableau IV-4**.

Image	Image bruitée	Bruit blanc gaussien	Bruit sel et poivre
	PSNRD	PSNR RG	PSNR RPS
Cameraman 256x256	17.9881	23.0460	26.6243
Moon 537x358	16.7170	24.3295	39.4259
Coins 246x300	18.1354	24.7905	33.6224
Tire 205x232	17.2043	24.0893	32.7767

Tableau IV-4: Comparaison des PSNR(dB) de filtre median entre deux méthodes de dégradation d'image.

Commentaire :

Nous remarquons que le filtre Médian de taille 3x3 a donné les meilleurs résultats sur les 4 images dégradées par le bruit sel et poivre, avec une valeur maximale de PSNR ,par rapport aux images dégradées par le bruit blanc gaussien.

Remarque : Le seul inconvénient du filtre Médian, qui le distingue des autres filtres est qu'on ne peut pas l'utiliser sur des images dégradées par un bruit blanc gaussien, mais seulement sur images dégradées par le bruit sel et poivre.

IV-6 Discussion des résultats :

Dans cette partie , nous avons appliqué les techniques de restauration d'image proposer par filtrage de *wiener* , et filtrage par seuillage *dur*, dans le domaine spatial sur les images originale en niveau gris de la figure (IV-2), dégradé par un bruit blanc gaussien avec différent l'écart type $\sigma = 5, \sigma = 10, \sigma = 15, \sigma = 20$;et on a appliqué sur deux types d'ondelette avec 3 types de décomposition par *Daubechies* (db3,db5,db7) et 2 types de décomposition par *coiflet* (coif1,coif2). Pour la comparaison des résultats, on a utilisé la norme PSNR pour mesurer la qualité d'image.

D'après les figure (IV-6, IV-7, IV-8, IV-9) et après les tableaux (IV-1, IV-2, IV-3) on remarque que :

- le filtre de *Wiener* en utilisant l'ondelette *coiflet* et *Daubechies* donne un bon résultat avec une valeur de **PSNR** plus grand, Il s'est avéré efficace pour l'ensemble des images testé pour réduire le bruit, par rapport au filtre de seuillage dur, bien que les résultats sont très proches,
- les ondelettes *db3*, *db7*, et *coif1*, elle s'adapte mieux sur toutes les images qui a donnés de meilleur résultats pour un niveau de décomposition égale à 1.
- lorsque l'écart-type de bruit augmente, le **PSNR-R** diminue.

IV-7 Conclusion :

D'après les simulations précédentes, il est évident qu'on Innombrable méthodes différentes de restauration d'images corrompues par du bruit blanc gaussien, dont chacune présente des avantages et des inconvénients par rapport à l'autre. En effet, l'une des plus importantes de ces techniques est l'analyse multi-solutions, qui est considérée comme une technique évolutive très puissante dans la restauration d'image, et leur utilisation s'est avérée essentielle pour résoudre les problèmes de dégradation des images corrompues par un bruit additif.

Dans cette étude nous avons implémenté deux méthodes de restauration d'image, notées filtre de Wiener et filtrage par Seuillage dur « Hard thresholding ».

Les résultats obtenus montrent à partir de l'implémentation des deux techniques, que le filtre de *wiener* est considéré comme le modèle le mieux adapté à réaliser la tâche de restauration d'image, par comparaison avec le filtrage par Seuillage dur « Hard thresholding » qui a donné de bons résultats dans la plupart des cas ,qui dépend du choix du seuil.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire, s'articule autour de la Restauration d'image par filtre adaptatif stochastique en utilisant l'analyse multi-résolution.

Dans ce mémoire, nous avons présenté le problème du débruitage d'une image qui consiste à restaurer une image bruitée pour obtenir une image de bonne qualité.

Nous avons tout d'abord étudié brièvement des notions essentielles liées au principe des variables et processus aléatoires.

Nous avons ensuite cité les différentes méthodes classiques et modernes de restauration d'image, à savoir le filtrage, et nous sommes concentrés sur les filtres adaptatif dans le domaine spatial, en particulier le filtre de *Wiener*, et le seuillage dur « *Hard thresholding* », comme solution au débruitage d'image.

Puis nous avons donné un aperçu général sur la transformation en ondelette discrète, en particulier l'analyse multi-résolution.

Dans la dernière partie de ce projet de fin d'étude, nous avons plusieurs simulation ont été menées. Pour valider les performances des méthodes proposées, et L'adoption du calcul PSNR pour la comparaison entre les différentes méthodes de restauration d'image, Les résultats obtenus ont montré une efficacité du filtre de *Wiener* par TOD, de bonnes performances et ont été très satisfaisants ; par conséquent on peut dire que l'objectif de cette étude est atteint.

Finalement, la restauration d'images reste un domaine ouvert et en pleine croissance besoin de plus de recherche et développement.

Les perspectives qui s'ouvrent, suite à notre travail sont :

- Certaines modifications peuvent être apportées aux méthodes basées sur la transformation en ondelettes .
- Utiliser les fonctions matlab plus largement.
- Essayer de trouver d'autre solution au problème filtrage adaptatif, et améliorer leur rendement en ce domaine.
- investiguer de nouvelles méthodes pour l' élimination du bruit suivant sa nature.

Les Annexes

Annexe A

A- Caractéristiques stochastiques des signaux :

A-1 Moments statistiques :

Soit X , une v.a., nous pouvons calculer ces différentes grandeurs [3]:

— ordre 1 : $E[X] = m_x$

— ordre 2 : $E[X^2]$

— Variance : $|E(x - m_x)^2| = E[X^2] + m_x^2 - 2 E[X] m_x = E[X^2] - m_x^2 = \sigma_x^2$

A-2 Estimateur de densité spectrale:

A-2-1 Méthode du périodogramme :

D'où :

$$\begin{aligned}
 \hat{S}_{xx}(f) &= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} y_l e^{-2\pi jfl} \sum_{m=0}^{N-1} y_m e^{2\pi jfm} \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} y_l y_m e^{-2\pi jf(l-m)} \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=k}^{N-1} y_l y_{l-k} e^{-2\pi jfk} \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} \hat{R}_{yy}(k) e^{-2\pi jfk} \\
 &= TF(\hat{R}_{yy}(k)) \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

Le calcul de l'espérance de $\hat{S}_{xx}(f)$ donne :

$$\begin{aligned}
 E\{\hat{S}_{xx}(f)\} &= E\left\{\sum_{k=0}^{N-1} \hat{R}_{yy}(k) e^{-2\pi jfk}\right\} \tag{A.2} \\
 &= E\left\{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=k}^{N-1} y_l y_{l-k} e^{-2\pi jfk}\right\} \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=k}^{N-1} E\{y_l y_{l-k}\} e^{-2\pi jfk} \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{N-k}{N} R_{yy}(k) e^{-2\pi jfk} \\
 &= S_{yy}(f) * N \text{ sinc}(fN)^2 \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

Le périodogramme est un estimateur biaisé. Le périodogramme est donc en moyenne la convolution du véritable spectre avec la transformée de Fourier de la fenêtre triangulaire.

Néanmoins, lorsque $N \rightarrow \infty$, le biais devient nul. La variance est pratiquement indépendante de N et proportionnelle au spectre : $\simeq S_X(f)^2$

Afin de diminuer la variance de cet estimateur, on peut utiliser un périodogramme moyenné. Cela consiste à séparer le signal en K tranches (de longueur N/K),

à calculer le périodogramme sur chaque tranche et à faire la moyenne [5].

Du fait des K moyennages, la variance est presque divisée par K : néanmoins, les tranches étant plus courtes, la résolution diminue. En pratique, un taux de recouvrement de 40% donne de bons résultats, Au delà, l'indépendance entre les tranches n'est plus respectée [5].

A-2-2 Méthode du corrélogramme :

Cette méthode consiste à calculer d'abord l'estimée $\hat{R}_{xx}(k)$ de la fonction d'autocorrélation puis à prendre pour estimée de la densité spectrale la transformée de Fourier de $\hat{R}_{xx}(k)$ [6].

$$\hat{S}_{xx}(f) = \text{TF}[\hat{R}_{xx}(k)] \quad (\text{A.4})$$

Cette méthode est appelée méthode de Blackman-Tuckey. On démontre que cet estimateur est consistant [6].

A-2-3 Méthode du modèle :

Dans cette méthode, on recherche un modèle AR, MA ou ARMA pour la séquence x_k . Dans le cas d'un modèle autorégressif $x_k = a_1 x_{k-1} + \dots + a_r x_{k-r} + u_k$ [5] :

$$\hat{S}_{xx}(f) = \left| \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^r a_k e^{-i2\pi f k}} \right|^2 \cdot u_0 \quad (\text{A.5})$$

Annexe B

B-1- Différents types de seuillage :

B-1-2 Seuillage doux ou "soft thresholding" :

Dans le cas du seuillage doux, les coefficients inférieurs à un seuil T sont mis à zéro. Par contre, pour ceux supérieurs à T , l'amplitude des coefficients sont atténués par la valeur du seuil afin de s'assurer d'avoir enlevé l'effet du bruit même pour les forts coefficients[9].

$$d_m(X) = \rho_T(X) = \begin{cases} X - \text{sign}(X)T & \text{si } |X| > T \\ 0 & \text{si } |X| \leq T \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Dans ce cas, la fonction de seuillage ρ_T est continue (Figure B-2).

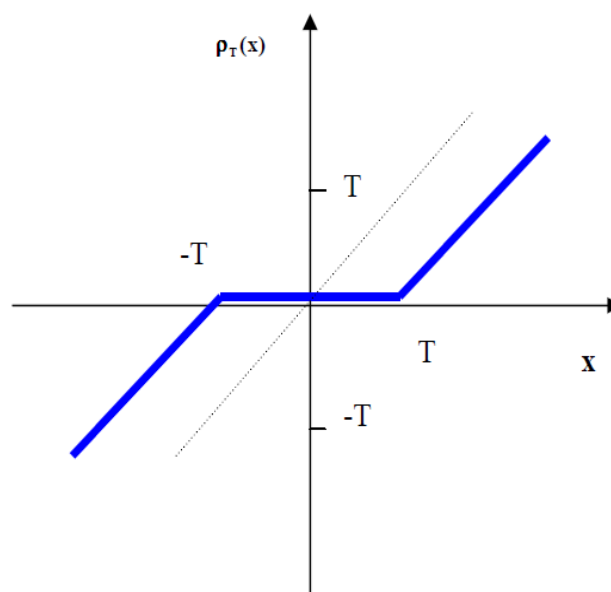


Figure B-1: Courbe du seuillage doux.

Annexe C

C-1- Sur échantillonnage

Le **sur échantillonnage** ou **sur-échantillonnage** est une technique particulière d'échantillonnage. Elle consiste à échantillonner le signal à une fréquence très élevée, beaucoup plus que ne l'exigerait le Théorème de Shannon [15].

Le sur échantillonnage permet de [15] :

1. faciliter la conception du filtre anticrênelage, (ou *anti repliement*, ou encore *antialiasing*).
2. diminuer le bruit présent dans la bande utile et d'augmenter le rapport signal sur bruit.

Partie synthèse, sur échantillonnage du signal par de zéro entre les échantillons (upsampling)

$M=2$

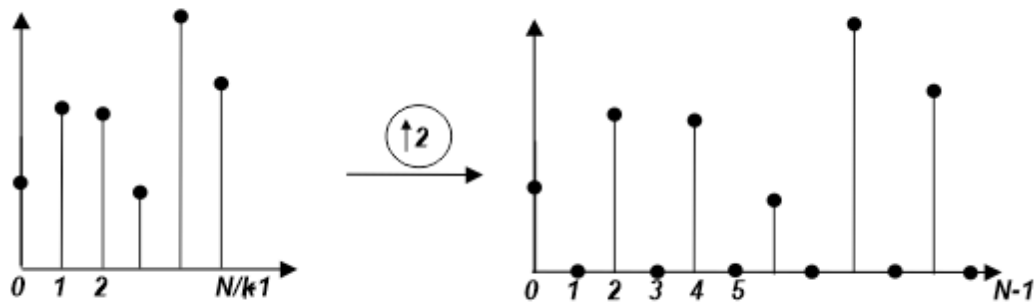


Figure C-1 : Représentation la méthode de sur échantillonnage d'un signal.

C-2- Sous-échantillonnage

Le **sous-échantillonnage** est une méthode de réduction de volume des images numériques. Il consiste à diminuer le nombre d'échantillons à traiter ; on parle de décimation [15].

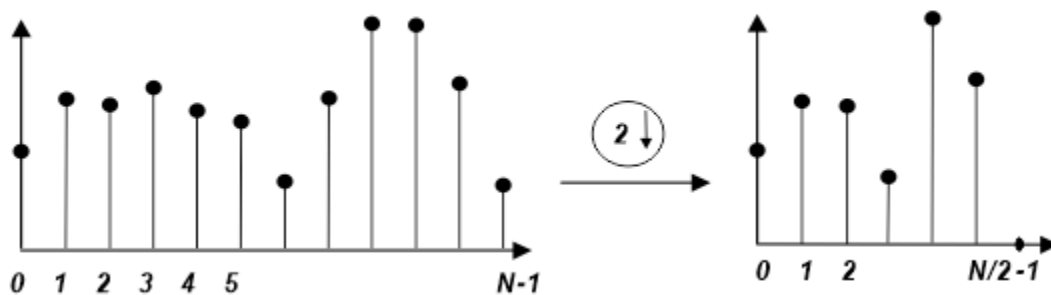


Figure C-2 : Représentation la méthode de sous échantillonnage d'un signal.

Annexe D

D-1 Programmes sous MATLAB :

```
x=double(imread('Image.tif')); % chargement de l'image
nhood=[3 3]; % taille du filtre moyenneur 3x3 ou 5x5 ou 7x7
sigman=10; % ecart type du bruit blanc gaussien
typeond='db3';
n=sigman*randn(size(x));
y=x+n; % image dégradée par bruit additif gaussien
alpha=1.75;
alphas=1.35;
% filtrage adaptative
xrsm=filseuil(y,sigman*alphas); % par le filtre de seuillage dure
xrwm=wiener2(y,sigman*alpha); % par le filtre de wiener (Lee)
% filtrage adaptative en utilisant l'analyse multi-résolution 1 niveau.
dwtmode('symw');
% par le filtre de Seuillage Dure
[ny,my]= size(y); % la taille de l'image
[yb,yh,yv,yd]=dwt2(y,typeond); % décomposition de l'image dégradée.
yh=filseuil(yh,sigman*alphas); % filtrage par seuillage sur l'image yh du 1ere
niveau horizontal
yv=filseuil(yv,sigman*alphas); % filtrage par seuillage sur l'image yv du 1ere
niveau vertical
yd=filseuil(yd,sigman*alphas); % filtrage par seuillage sur l'image yd du 1ere
niveau diagonal
xrso=idwt2(yb,yh,yv,yd,typeond); % reconstruction de l'image restaurée par le
filtre de seuillage dure.
xrso=redimond(xrso,ny,my);
xrwo=redimond(xrwo,ny,my);
```

```
figure,colormap(gray),imagesc(x,[0 255]),xlabel('X'),colorbar;
figure,colormap(gray),imagesc(y,[0 255]),xlabel('Y'),colorbar;
figure,colormap(gray),imagesc(xrsm,[0 255]),xlabel('XRM');
figure,colormap(gray),imagesc(xrso,[0 255]),xlabel('XRW');
% pic Rapport signal sur bruit de l'image dégradée y par rapport l'image original x
PSNRD=20*log10(255/std2(y-x))
% pic Rapport signal sur bruit de l'image restaurée xrsm par filtre seuillage dure
% par rapport l'image original x
PSNRSM=20*log10(255/std2(xrsm-x))
% pic Rapport signal sur bruit de l'image restaurée xrwm par filtre de wiener
% par rapport l'image original x
PSNRWM=20*log10(255/std2(xrwm-x))
```

Bibliographies

Bibliographies

- [1] NEMMOUR,H « *Notes de cours : Variables et Processus aléatoires* », Université des Sciences et de la Technologie houari boumediene, Faculté d'Électronique et d'Informatique, Oran (Algérie).(2016).
- [2] Daniel Fredon et Michel Bridier. « *Aide-mémoire - mathématiques pour les sciences de l'ingénieur* ».Dunod, Paris, (2003).
- [3] GINOLHAC,G. « *Cours Signal Aléatoire- IAI - Semestre 7 - EASI 742* »,Polytech Annecy- Chambéry. (2018).
- [4] Frédéric de Coulon. « *Traité d'électricité : Theorie et traitement des signaux* ». Presses polytechniques et universitaires romandes, Vol. VI, (1996).
- [5] kourgli,A.« *Notes de cours : Analyse et Traitement des Processus Aléatoires* », Université des Sciences et de la Technologie houari boumediene, Oran (Algérie).(2015).
- [6] Mammam,S.«TS31 : *Traitement Statistique du Signal* », Institut Universitaire Professionnalisé d'Évry-val d'Essonne, Génie Électrique et Informatique Industrielle 3ème Année, Génie des Systèmes Industriels 3ème Année.
- [7] BELGUIDOUM khaoula .« *étude des structures pour la détection des signaux* ». Mémoire de Magister, Université de Farhat Abbas Setif UFAS- Setif (Algerie).(2008).
- [8] HADJAJDI Sabrina, FACI Oualid. « *Restauration d'image par les méthodes variationnelles* ».Mémoire de Master Academique, Université Kasdi Merbah Ouargla (Algerie). (2019).
- [9] LAMRAOUI Djedjiga et SLIMANI Hanane. « *Filtrage des images par différentes approches* ».Mémoire de Master, Université M'hamed Bougara-Boumerdes (Algerie). (2017).
- [10] MERSAOUI Imane & FOUIRI Mohamed El Amine. « *Etude sur l'imagerie médicale : prétraitement, segmentation et amélioration des exploitations* ». Mémoire de Master, Université Saad Dahlab de Blida (Algerie). (2019).
- [11] Khenfi Moussab, Daikh Aissa. « *Utilisation des outils Matlab pour la segmentation d'image :Application sur des pièces d'immatriculation* ». Mémoire de License, Centre Universitaire de Mila, Institut des sciences et de la technologie Mila(Algerie). (2013).
- [12] Bourahla Houda, Rabhi Chaima. « *Matlab pour traitement de l'image fondement et applications* ». Mémoire de Master, Université Mohamed Boudiaf De M'sila, (Algerie). (2017).

[13] Mekideche Mohammed. « *Traitement d'Images par des Algorithmes Basés sur le Calcul Fractionnaire* ». Thèse de Doctorat, Université 20 Août 1955 – Skikda (Algerie). (2018).

[14] Mr.KHELALF Aziz. « *Débruitage des images fixes par les techniques de l'intelligence artificielle* », OPTION : Traitement du signal. Mémoire de Magister. UNIVERSITE EL HADJ LAKHDAR BATNA. (2012).

[15] Kherri Farouk, Mourzagh Younes. « *Détection de contour d'images par filtrage a adaptative par les méthodes spatiales et fréquentielle* ».Mémoire de Master, Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle Oran(Algerie). (2017).

[16] NEDJAR Yasmina et MOUSSI Imane. « *Application des méthodes numériques de traitement d'image sous Android* ». Mémoire de Master, Université Aboubakr Belkaïd–Tlemcen (Algerie). (2018).

[17] Wissem Karouche. « *Développement d'un logiciel didactique pour traitement d'images numériques* ». Mémoire de Master, Université Larbi Ben M'hidi Oum El Bouaghi (Algerie). (2013).

[18] Wiem FOURATI et Mohamed Salim BOUHLEL « *Techniques de Débruitage d'Images* », L'Unité Sciences Et Technologies de l'Image et des Télécommunications SETIT, ISBS Sfax-TUNISIE. March 22-26, 2009 – TUNISIA.

[19] BOUGUELMOUNA ABDELFATTAH, MIRI FETHI. « *Débruitage de l'image par filtrage stochastique* ».Mémoire de Master, Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle Oran(Algerie).(2016).

[20] site Web Wikipédia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Bruit_poivre_et_sel

[21] BENLAHCENE Sarra . « *Compression des images médicales Par ondelettes*». Mémoire de Master, Université Abou Bakr Belkaid– Tlemcen (Algerie).(2017).

[22] Philippe Carré. « *Construction et analyse de transformées discrètes en ondelettes : spécificité de l'image et de la couleur* ». Traitement du signal et de l'image. Université de Poitiers, 2011.

[23] Mr. AMRAOUI Rachid.« *Application de l'Algorithme K-S et de l'Ondelette discrète au traitement d'images satellitaires* ». Mémoire de Magister, Université Abdel Hamid Ibn Badis de Mostaganem,(Algerie).(2015)

[24] ABID Tarek. « *Analyse du signal ECG par les ondelettes* », Mémoire de Magister, Option Intelligence Artificielle, Université Badji Mokhtar. Année 2008.

[25] Mr. Djaballah Saïd. « *Etude et optimisation de la transformée en ondelettes pour la détection des défauts dans les roulements* ».Mémoire de Magister, Université Mohamed Chérif Messaâdia de Souk-Ahras (Algerie).(2015).

[26] BOUCHRA BOUDEBBOUZ, IMAD MANSSOURI, MOHAMED BERRADA, et AHMED MOUCHTACHI. « *Méthode hybride couplant la transformée en ondelettes stationnaires et les cartes autoorganisatrices de kohonen pour la classification des modes de fonctionnement : cas d'une installation industrielle* ». Proceedings of Academics World 27th International Conference, Paris, France. 28th March 2016.

[27] HOUFAR Khamis. « *Déconvolution des signaux SIMS préalablement décomposé sur une base d'ondelettes* ». Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah Ouargla (Algerie).(2017).