

## Introduction :

La régularisation dans le domaine des procédés industriels regroupe l'ensemble des moyens matériels et techniques mis en œuvre pour maintenir une grandeur physique à régler, égale à une valeur désirée, appelé consigne. Lorsque les perturbations ou des changements de consigne se produisent, la régulation provoque une action corrective sur une grandeur physique du procédé appelée grandeur réglant. Dans ce chapitre nous allons étudier les différentes composantes d'une boucle de régulation, et comment s'interagissent ses éléments qui la constitue, afin de comprendre son fonctionnement par la suite, nous allons traiter quelques méthodes d'identification afin d'élaborer les modèles mathématiques de l'évolution du système et on va entamer aussi le type de régulation avancée pour le but de faire une commande avancé robuste.

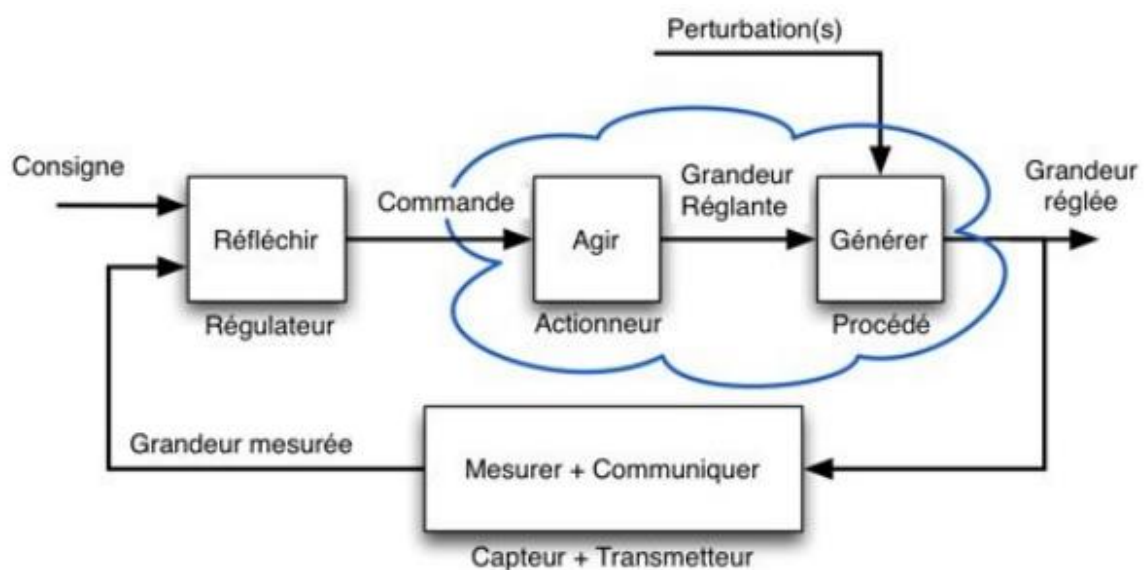
### 2.1. La boucle de régulation [8] :

Pour régler un système physique, il faut :

Mesurer la grandeur réglée avec un capteur. Réfléchir sur l'attitude à suivre : c'est la fonction du régulateur. Le régulateur compare la grandeur réglée avec la consigne et élabore le signal de commande.

Agir sur la grandeur réglant par l'intermédiaire d'un organe de réglage.

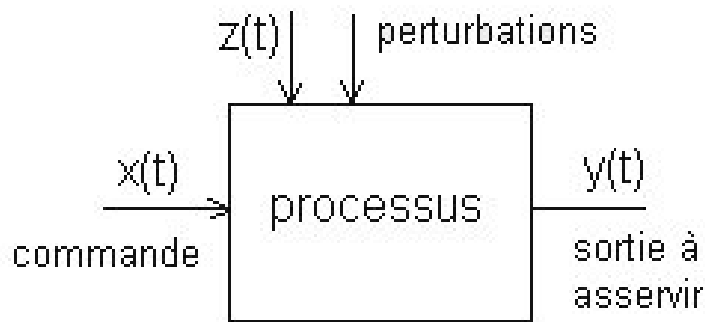
On peut représenter une régulation de la manière suivante :



**Figure 2.1 :** Schéma de principe de fonctionnement d'une régulation

#### 2.1.1. Boucle ouverte (BO) :

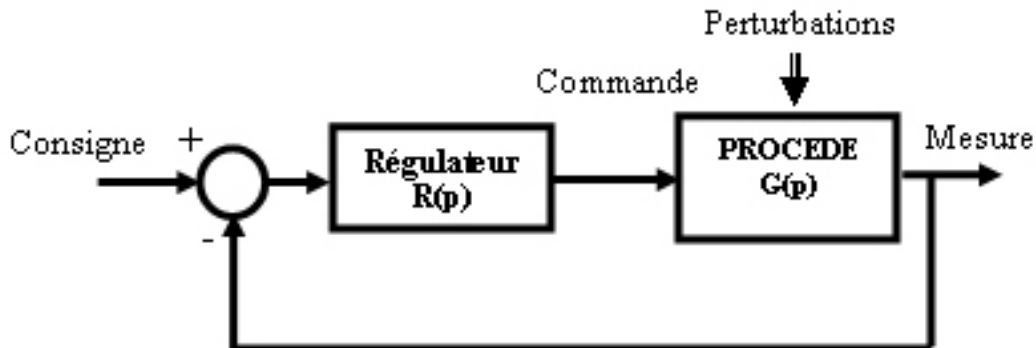
On parle de fonctionnement en boucle ouverte quand c'est l'opérateur qui contrôle l'organe de réglage. Il ne s'agit pas de proprement parler de régulation, car cette technique n'utilise pas la mesure pour déterminer la commande de régulateur.



**Figure 2.2 :** La boucle ouverte

### 2.1.2. Boucle fermée (BF) :

C'est le fonctionnement normal d'une régulation, le régulateur compare la mesure de la grandeur réglée et la consigne et agit en conséquence pour s'en rapprocher. Le schéma ci-dessous représente la boucle fermée :



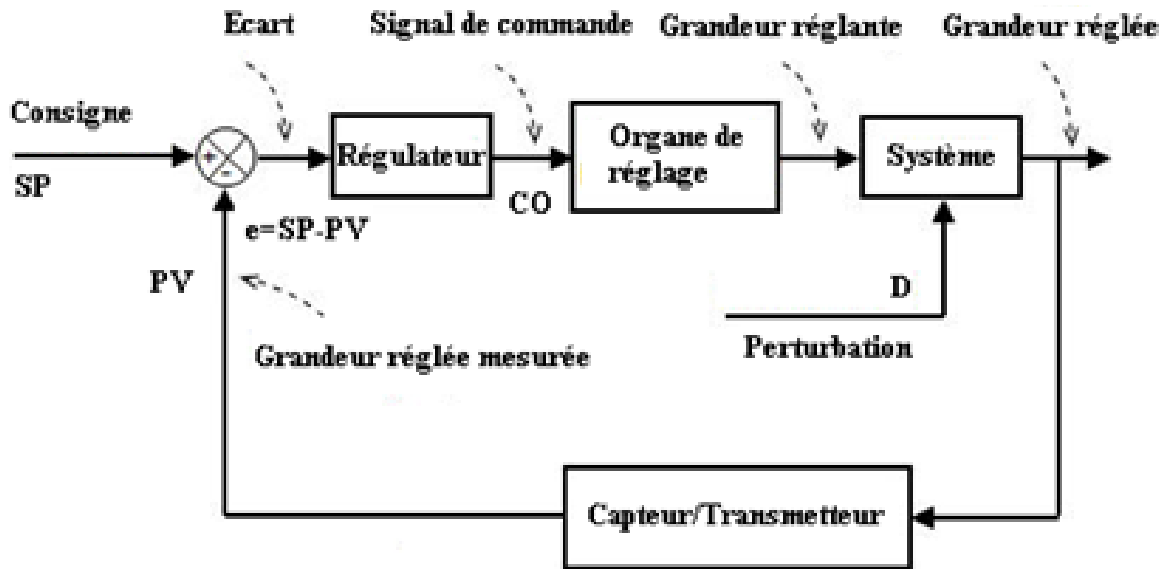
**Figure 2.3 :** Boucle fermée

Exceptionnellement, le système de commande peut opérer en boucle ouverte à partir du seul signal de consigne. Mais la boucle fermée (centre réaction) est capable de :

- Stabiliser un système instable en BO.
- Compenser les perturbations externes.
- Compenser les incertitudes internes au processus lui-même.

## 2.2. Constituants d'une chaine de régulation :

D'une manière générale, une boucle de régulation peut être représentée de la manière suivante :



**Figure 2.4 :** Représentation fonctionnelle d'une boucle de régulation

Cette organisation fonctionnelle représente la structure de base qu'en trouve dans tous les systèmes asservis ou règles. Elle fait intervenir deux chaines, une chaine d'action et une chaine de retour ou d'information.

La chaine d'action englobe tous les organes de puissance (nécessitant un apport extérieur d'énergie) et qu'exécute le travail.

La chaine de retour ou de mesure : Analyse et mesure le travail effectué et transmet au comparateur une grandeur physique proportionnelle à ce travail. Elle comprend généralement un capteur qui donne une mesure de la grandeur, qui est ensuite amplifie et transforme avant d'être utilise.

### a) Grandeur réglée :

La grandeur réglée est la grandeur physique que l'on désire contrôler. Elle donne son nom à la régulation : régulation de température, de niveau, de pression, de débit, de vitesse, ...

### b) Consigne (Set Point) :

La valeur que doit prendre la grandeur réglée. La consigne peut être une transformation par potentiomètre, touches sensibles, ... de l'action manuelle d'un opérateur humain...

### c) Grandeur réglée mesure (Process Variable) :

Grandeur mesure transmise par le capteur- transmetteur et compare à la consigne.

### d) Signal de commande (Controller Output) :

Signale que délivre le régulateur à l'organe de réglage.

**e) Grandeur réglante :**

Grandeur physique choisie pour contrôler la grandeur réglée. Elle n'est généralement pas de même nature que la grandeur réglée : débit de fluide, intensité électrique, pression...

**f) Perturbations (Disturbances) :**

Grandeurs physiques qui influencent la grandeur réglée. Elles ne sont pas toujours mesurables. Exemples : température extérieure, débit de soutirage, couple résistant...

**g) Organe de réglage (Final Control Élément) :**

Dispositif mécanique, électrique, pneumatique ou hydraulique permettant d'agir sur une machine, un système pour modifier son fonctionnement ou son état : vanne, servomoteur, gradateur, servovalve, variateur...

**h) Capteur (Sensor) :**

Dispositif qui délivre, à partir d'une grandeur physique, une autre grandeur, souvent électrique, fonction de la première et directement utilisable pour la mesure ou la commande : thermocouple, sonde à résistance de platine, pH mètre, anémomètre, tachymètre...

**i) Transmetteur (Transmitter) :**

Dispositif qui converti le signal de sortie du capteur en un signal de mesure normalisé, récupérable par des régulateurs standards et transmissible à distance tel le 4-20mA : transmetteur de pression différentielle, convertisseur fréquence/tension... Il est souvent intégré au capteur.

**j) Régulateur (Controller) :**

Appareil dont la fonction essentielle est de comparer la mesure de la grandeur réglée à la consigne imposée, s'il existe une différence entre elle, il modifie le signal de commande qui est envoyé à l'actionneur : régulateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID), TOR (tout ou rien), numérique, prédictif...

## 2.3. Les régulateurs

### 2.3.1. Régulateur tout ou rien :

Un régulateur « tout ou rien » ne c'est un régulateur qui élabore une action de commande discontinue qui prend deux positions ou deux états 0 et 1 (ou 0 et 100%).

La grandeur réglée oscille autour du point de fonctionnement. A chaque dépassement des seuils de commutation, la sortie du régulateur change d'état. Compte tenu de l'inertie du système, la valeur absolue de l'erreur peut dépasser le seuil.

La régulation TOR est représenté dans la figure ci- dessous :

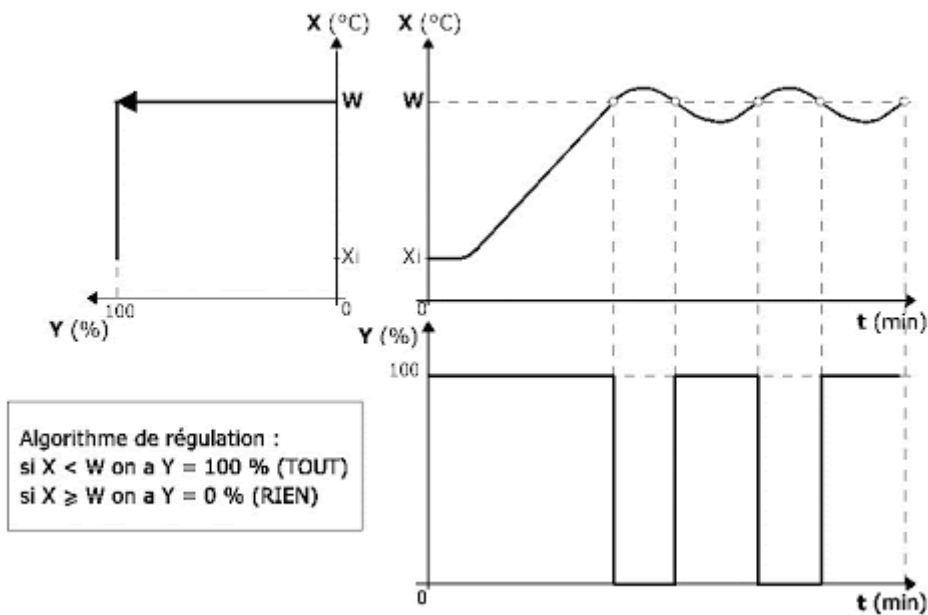


Figure 2.5 : Régulation tout ou rien

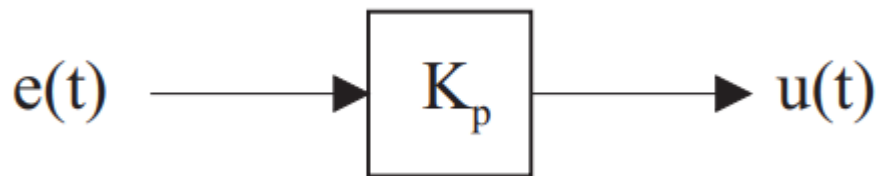
### 2.3.2. Régulateur à action proportionnelle (P) :

Le régulateur à action proportionnelle, ou régulateur P, a une action simple et naturelle, puisqu'il construit une commande  $u(t)$  proportionnelle à l'erreur  $e(t)$  c'est à dire il rend le système plus stable.

- Loi de commande de régulateur P :  $u(t) = k_p e(t)$  (2-1)

- Fonction de transfert du régulateur P :  $u(s) = K_p e(s)$  (2-2)

➤ Schémas fonctionnels du régulateur P



La figure suivante montre la réponse indicielle avec un régulateur P



Figure 2.6 : Réponse indicielle du régulateur

### 2.3.3. Régulateur à action intégrale (I) :

Un régulateur de type intégral permet de complètement éliminer de régulation constante. Tant que l'erreur n'est pas nulle, la valeur de la variable régulée est ajustée.

La régulation se termine lorsque la sortie a atteint la valeur de la consigne ou que la variable régulée a atteint un seuil maximal fixé par les propriétés du système ( $U_{max}$ ,  $P_{max}$ ...etc.).

La formulation mathématique de ce comportement intégral est que la variable régulée est proportionnelle à l'intégrale par rapport au temps de l'erreur.

$$U = k_i \int_0^t e(t) dt \quad (2-3)$$

$$k_i = \frac{1}{T_i} \quad (2-4)$$

La constante du temps  $T_i$ , exprimée souvent en unité de temps est appelée la constante de temps d'intégration.

La vitesse avec laquelle la variable régulée augmente b (ou diminue) dépend de l'erreur de régulation et de la constante de temps d'intégration choisie.

L'influence de  $T_i$  sur le système est montrée dans la figure ci-dessous

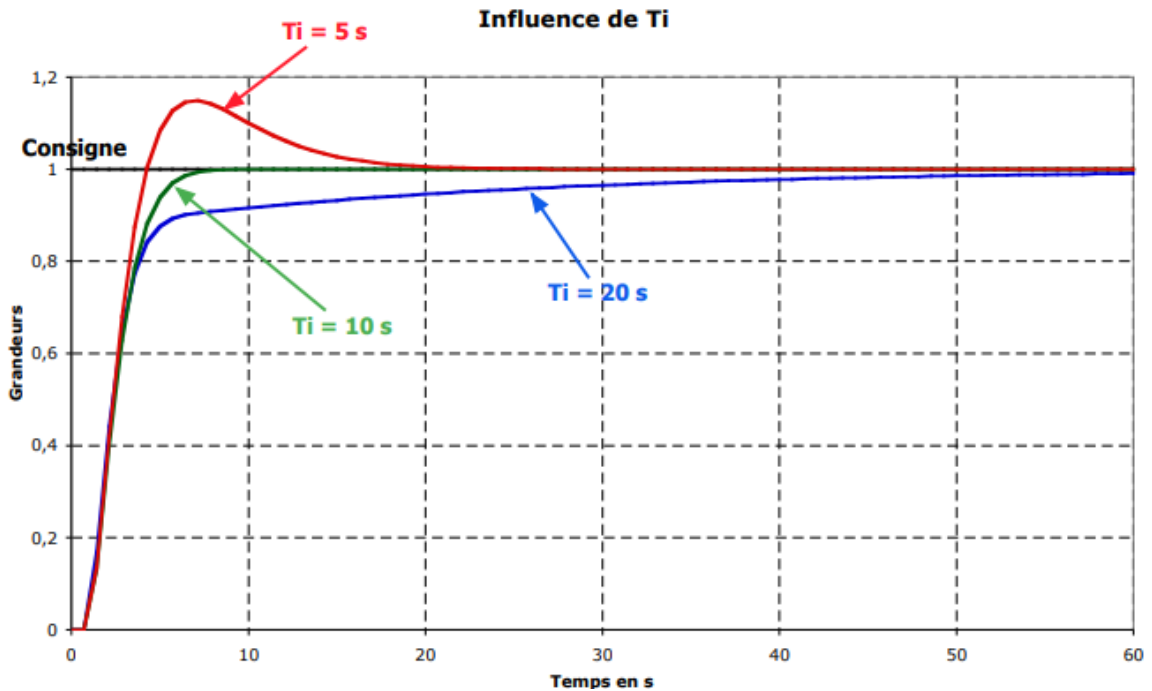


Figure 2.7: Influence du temps intégral

### 2.3.4. Régulateur dérivateur pur D :

Le régulateur dérivé établit une valeur réglée en fonction de la vitesse de variation de l'erreur et pas en fonctionne l'amplitude comme pour le régulateur P.

C'est pour cette raison qu'il réagit beaucoup plus rapidement qu'un régulateur P.

Même face à une petite erreur il va générer une grosse valeur réglée dès lors qu'il y a une variation d'amplitude de l'erreur. Le régulateur D sera inefficace face à une erreur résiduelle permanente, quelle que soit sa valeur puisque celle-ci reste constante (pas de variation d'amplitude donc pas de réaction du régulateur). C'est pourquoi ce type de régulateur sera rarement utilisé seul dans la pratique, il est couramment associé à un régulateur de type P

$$\text{La loi de commande est de la forme } u(t) = T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2-5)$$

D'après la transformée de la place d'une fonction dérivée, la loi de commande d'un correcteur dérivé est :  $u(s) = T_d s$  (2-6)

- La constante de temps Td de dimension l'unité de temps est appelée la constance de dérivation. Elle intervient également comme un gain.
- La fonction de transfert de ce type de correcteur est purement théorique : un système physique ne peut pas avoir un numérateur de degré supérieur à celui du dénominateur.

L'influence de  $T_i$  sur le système est montrée dans la figure ci-dessous :

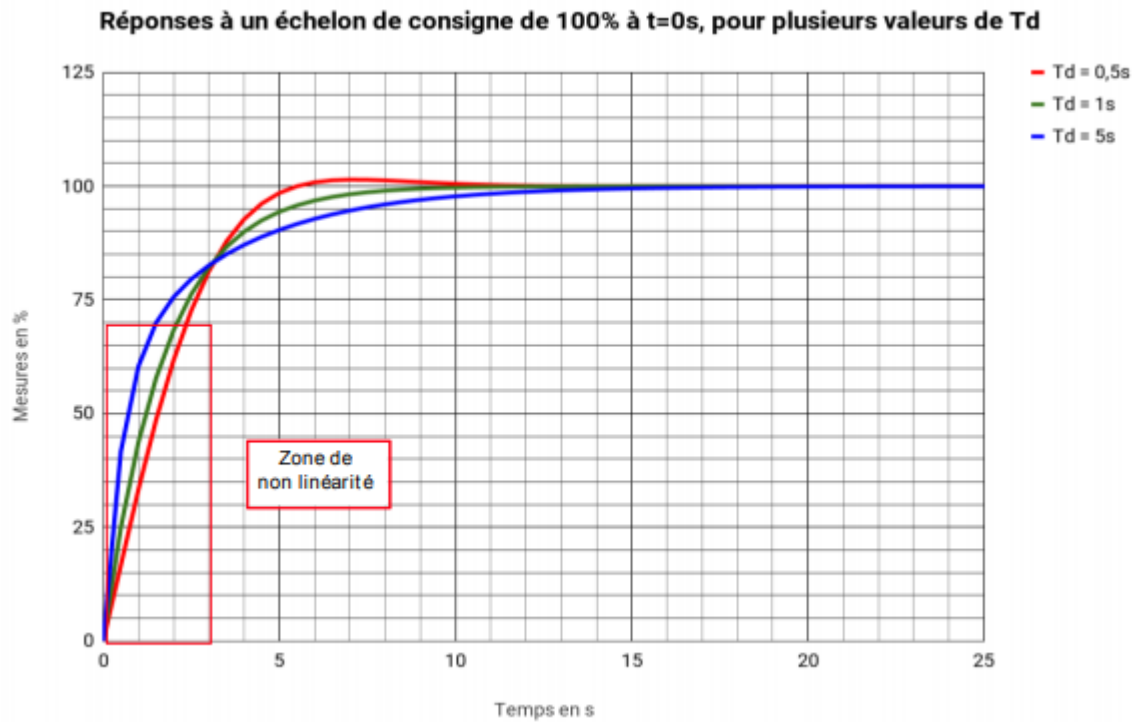


Figure 2.8 : Influence du temps dérivé

**Remarque :**

La zone de non linéarité correspond à une partie des courbes qui ne correspond pas probablement au fonctionnement réel du système qui serait soumis à des saturation. (La commande ne dépasse pas 100%).

### 2.3.5. Régulateur Proportionnel Intégrateur Dérivé PID (9)

#### a) Principe général

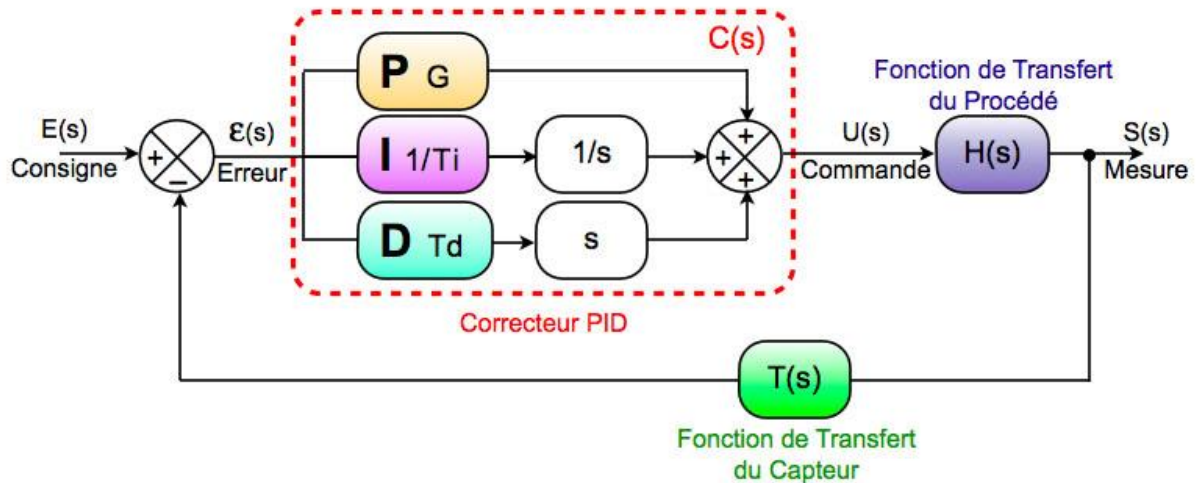
Un correcteur est un algorithme de calcul qui délivre un signal de commande à partir de la différence entre la consigne et la mesure.

Le correcteur PID agit de trois manières :

- Action **proportionnelle** : l'erreur est multipliée par un gain  $K_p$ ,
- Action **intégrale** : l'erreur est intégrée et divisée par un gain  $T_i$ ,
- Action **dérivée** : l'erreur est dérivée et multipliée par un gain  $T_d$ ,

Il existe plusieurs architectures possibles pour combiner les trois effets (séries parallèle ou mixte), on présente ici une architecture mixte.





**Figure 2.9 :** Architecture d'un régulateur PID mixte

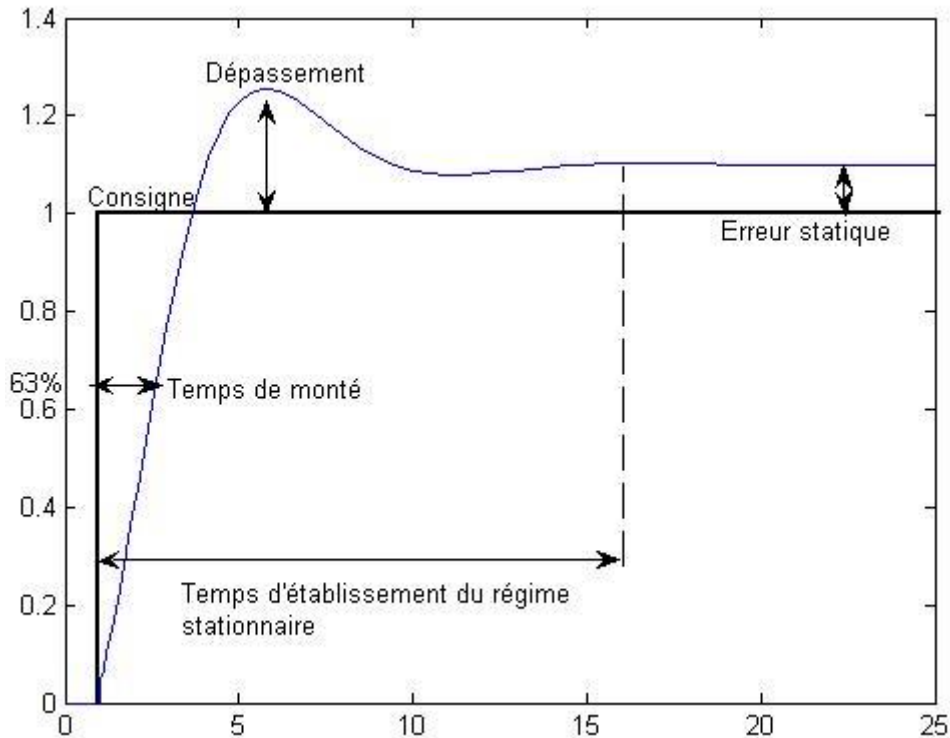
La loi de commande du régulateur PID est :

$$U_r(t) = K_p(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt}) \quad (2-7)$$

### b) Réglage d'un PID

Le réglage d'un PID consiste à déterminer les coefficients  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ , afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation. Les objectifs sont d'être robuste, rapide et précis. Il faut pour cela :

- Dans le cas d'un fonctionnement en mode de régulation (consigne fixe) choisir des réglages permettant à la grandeur réglée de retourner dans un temps raisonnable à sa valeur de consigne.
- Dans le cas de fonctionnement de la boucle en mode d'asservissement (consigne variable), choisir des réglages permettant de limiter le ou les éventuels dépassements (de la grandeur réglée).
- La robustesse est sans doute le paramètre le plus important et délicat. On dit qu'un système est robuste si la régulation fonctionne toujours même si le modèle change un peu.
- La rapidité du régulateur dépend du temps de montée et du temps d'établissement du régime stationnaire.



**Figure 2.10 :** Réponse indicielle d'un système en boucle fermée

Le critère de précision est basé sur l'erreur statique. Dans le cas des systèmes simples, les paramètres du PID influencent la réponse du système de la manière suivante :

- $-K_p$  : lorsque  $K_p$  augmente, le temps de montée (Rise time) est plus court mais il y a un dépassement plus important. Le temps d'établissement varie peu et l'erreur statique se trouve améliorée.
- $-T_i$  : lorsque  $1/T_i$  augmente, le temps de montée est plus court il y a un dépassement plus important. Le temps d'établissement au régime stationnaire s'allonge mais dans ce cas on assure une erreur statique nulle. Donc plus ce paramètre est élevé, plus la réponse du système est ralentie.
- $-T_d$  : lorsque  $T_d$  augmente, le temps de montée change peu mais le dépassement diminue. Le temps d'établissement au régime stationnaire est meilleur. Pas d'influences sur l'erreur statique. Si ce paramètre est trop élevé dans un premier temps il stabilise le système en le ralentissant trop mais dans un deuxième temps le régulateur anticipe trop et un système à temps mort élevé devient rapidement instable.

Sous forme d'un tableau récapitulatif, on résume les avantages et l'influence des actions de base des régulateurs PID :

Action	P	I	D
Points forts	Action instantanée	Annule l'erreur statique	Action très dynamique améliore la rapidité
Points faibles	Ne permet pas d'annuler une erreur statique mais permet de la réduire	Action lente Ralenti le système (effet déstabilisant)	Sensibilité aux bruits Forte sollicitation de l'organe de commande
Stabilité	Diminue	Augmente	Diminue
Précision	Augmente	Pas influence	Pas influence
Rapidité	Augmente	Diminue	Augmente

**Tableau 2.1 :** L'influence des actions des régulateurs PID

### 2.4. PID robuste $H_\infty$ [37]

La plupart des gens qui travaille dans le contrôle des systèmes industrielles utilisent le correcteur PID grâce à sa facilité en termes de calcul (ajustement de trois paramètres seulement), et en termes d'implémentation comparant avec les autres commandes et aussi leur efficacité avec une large marge des systèmes. Considérant que  $u(t)$  est la loi de commande, et  $e(t)$  est l'erreur. Un idéal PID peut s'écrire sous la forme suivante :

$$u(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2-8)$$

Ou  $K_c$  est le gain,  $T_i$  est la constante d'intégration, et  $T_d$  est la constante de dérivation. Supposant que  $C(s)$  est la fonction de transfère de  $e(t)$  à  $u(t)$ . la transformation de Laplace de l'équation 1.1 nous à donne :

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \quad (2-9)$$

Un PID idéal est impropre. Par conséquent, on ne peut pas le réaliser physiquement. En pratique, on ajoute un filtre passe bas pour rendre la structure réalisable :

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \frac{1}{T_F s + 1} \quad (2-10)$$

$T_F$  est un réel positif, on peut le prendre souvent égale à  $0.1T_d$ . Après l'installation de la loi de commande, les trois paramètres doivent être ajuster à fin d'avoir les performances souhaitées. Jusqu'à aujourd'hui, la plupart des méthodes d'ajustement sont des méthodes empiriques. la limitation de ces méthodes c'est que l'utilisation des informations du système est partielle. Comme l'ajustement est un procédure essai-erreur, il est difficile de savoir jusqu'à quel point les résultats obtenus convergent vers la solution optimale et comment on peut ajuster les paramètres du contrôleur pour avoir les performances et la robustesse désirés. Parmi les meilleures méthodes empiriques, la méthode de Ziegler-Nichols, il y a aussi deux autres méthodes qui sont moins notoires : La méthode de la courbe de réaction (R-C) et la méthode C-C.

Etant donné le système de premier ordre avec retard :

$$G(s) = \frac{K}{1 + \tau s} e^{-\theta s} \quad (2-11)$$

Avec  $K$  est le gain du système,  $\tau$  la constante du temps du système,  $\theta$  est le retard du système ;  $K_u$  est le gain ultime,  $T_u$  est la période ultime. Les paramètres du PID calculées par les trois méthodes sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Méthodes	R_C	C_C	Z_N
$KK_c$	$1.2 \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1}$	$1.35 \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1} + 0.27$	$0.6KK_c$

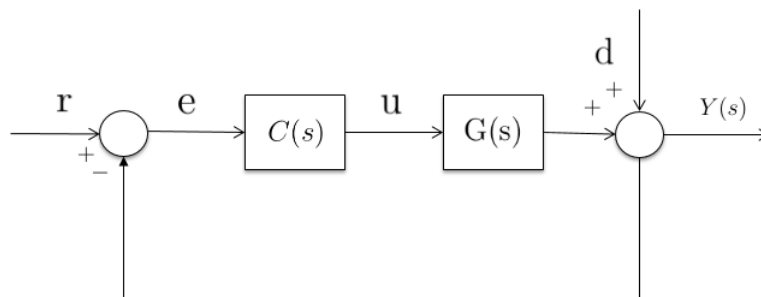
$\frac{T_i}{\tau}$	$2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$	$\frac{2.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\left[1+\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right]}{1+0.6\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$	$\frac{0.5T_u}{\tau}$
$\frac{T_D}{\tau}$	$0.5\left(\frac{\theta}{\tau}\right)$	$\frac{0.37\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}{1+0.2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$	$\frac{0.125T_u}{\tau}$

**Tableau 2.2 :** Les paramètres du PID calculés par les trois méthodes

Les méthodes empiriques sont souvent données des mauvaises réponses avec les systèmes à grand retard qui représentent 90 des systèmes industriels, par conséquent les gens du domaine sont commencés à chercher des nouveaux types de méthodes pour résoudre ce problème. Pour les PID traditionnelles, il faut tout d’abord avant de déterminer les paramètres du correcteur, il faut fixer la structure du contrôleur. Par contre pour les méthodes modernes, l’indice de performance optimale doit être définit en premier lieu, puis on structure la loi de commande avec ses paramètres d’une façon analytique basant sur les aspects de la commande avancé.

### 2.4.1. Calcul des paramètres du $PID_{\infty}$

On considère le système bouclé à retour unitaire :



$G(s)$  est un système stable,  $C(s)$  est le correcteur,  $r(s)$  la consigne désirée,  $y(s)$  est la sortie du système,  $d(s)$  est la perturbation en sortie,  $u(s)$  est le signal de commande et  $e(s)$  est l’erreur. Selon le paramétrage de Youla [Annexe D], tout contrôleur stable peut s’écrire sous la forme suivante :

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - G(s)Q(s)} \tag{2-12}$$

Ou  $Q(s)$  est une fonction de transfère stable. Si le modèle est exact, la fonction de transfère de  $d(s)$  à  $y(s)$  est donnée par :

$$S(s) = 1 - G(s)Q(s) \quad (2-13)$$

On prend l'indice de performance de la norme  $H^\infty$  :

$$\min \|W(s)S(s)\|_\infty \quad (2-14)$$

Ou  $W(s)$  est une fonction de pondération, on peut la choisir comme étant la norme 2 d'un système borné supérieurement par l'unité.

Il est impossible de synthétiser une loi de commande pour tout entré. On peut la prendre

$$r(s) = \frac{1}{s}$$

Selon la discussion dans la section précédente, la fonction de pondération d'un contrôleur optimale  $H$  faut elle satisfaire la condition :

$$\left\| \frac{r(s)}{W(s)} \right\|_2 \leq 1 \quad (2-15)$$

D'où, on peut prendre  $W(s) = \frac{1}{s}$

On considère le modèle d'un système de premier ordre avec retard suivant :

$$G(s) = \frac{K}{1 + \tau s} e^{-\theta s} \quad (2-16)$$

Selon l'approximation de Pade :

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{\theta s}{2}}{1 + \frac{\theta s}{2}} \quad (2-17)$$

Le système approximé est :

$$G(s) = K \frac{1 - \frac{\theta s}{2}}{(\tau s + 1)(1 + \frac{\theta s}{2})} \quad (2-18)$$

L'astuce est de désigner un correcteur pour un modèle approximé puis on l'utilise pour le système réel.

Selon le théorème des modules maximums [Annexe E], on a :

$$\|W(s)S(s)\|_{\infty} = \|W(s)[1 - G(s)Q(s)]\|_{\infty} \quad (2-19)$$

$$= \sup |W(s)[1 - G(s)Q(s)]| \quad (2-20)$$

$G(s)$  a un zéro  $s = \frac{2}{\theta}$  qui appartient à  $\Omega$ . Donc  $s = \frac{2}{\theta}$  est un point intérieur de  $\Omega$ .

$$\sup |W(s)[1 - G(s)Q(s)]| \geq |W(s)[1 - G(s)Q(s)]|_{s=\frac{2}{\theta}} = \frac{\theta}{2} \quad (2-21)$$

Pour résoudre l'équation ci-dessus, les conditions suivantes doivent être considérées :

1.  $Q(s)$  devrait vérifier la stabilité interne.
2. Pour rendre le contrôleur physiquement réalisable,  $Q(s)$  devrait être propre.
3. Pour avoir la norme  $\infty$  fini,  $Q(s)$  devrait satisfaire :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} S(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} [1 - G(s)Q(s)] = 0 \quad (2-22)$$

Cette contrainte est également requise pour le suivi asymptotique. Il compliquera le problème de conception en considérant simultanément ces contraintes. Pour obtenir un correcteur qui peut garantir les performances désirées de la boucle fermée, l'idée est de desserrer l'exigence de propriété d'abord et de trouver le  $Q(s)$  optimal  $Q_{opt}(s)$ . Un  $Q(s)$  approprié peut alors être obtenu en roulant  $Q_{opt}(s)$  off dans les hautes fréquences. Cette technique a été utilisée pour mettre en œuvre un contrôleur PID pratique. On sait que le minimum de  $\|W(s)S(s)\|_{\infty}$  est  $\theta/2$ . Ce que nous donne la solution optimale unique suivant :

$$Q_{opt}(s) = \frac{W(s) - \frac{\theta}{2}}{W(s)G(s)} = \frac{(\tau s + 1)(1 + \frac{\theta s}{2})}{K} \quad (2-23)$$

$Q_{opt}(s)$  est impropre, donc il faut introduire un filtre passe bas pour rouler  $Q_{opt}(s)$  off dans les hautes fréquences. On choisit le filtre suivant :

$$J(s) = \frac{\beta}{(\lambda s + 1)^2} \quad (2-24)$$

$\beta$  Est une constante et  $\lambda$  est réel positif. Le filtre ne doit pas violer la contrainte du suivi asymptotique :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} [1 - G(s)Q_{opt}(s)J(s)] = 0 \quad (2-25)$$

Donc, nous avons :

$$Q(s) = Q_{opt}(s)J(s) = \frac{(\tau s + 1)\left(1 + \frac{\theta s}{2}\right)}{K(\lambda s + 1)^2} \quad (2-26)$$

$\lambda$  Est un paramètre ajustable lié directement aux performances de la boucle fermée. Un petit  $\lambda$  donne une réponse rapide. Par contre, un grand  $\lambda$  donne une lente réponse.

Pour  $\lambda \rightarrow 0$ ,  $\|W(s)S(s)\|_{\infty}$  tend vers sa valeur optimale.  $\lambda$  dite degré de performance.

D'où, la forme finale de notre correcteur est :

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - G(s)Q(s)} = \frac{1}{K} \frac{(\tau s + 1)\left(1 + \frac{\theta}{2}\right)}{\lambda^2 s^2 + \left(2\lambda + \frac{\theta}{2}\right)s} \quad (2-28)$$

On a abouti à un correcteur sous forme de PID. La qualité spéciale de ce correcteur c'est qu'il ignore les deux pôles du système approximé. D'après la formule précédente, on peut tirer les paramètres du correcteur en comparant le PID  $H_{\infty}$  avec le PID traditionnel :

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \frac{1}{T_F s + 1} \quad (2-29)$$

D'où les paramètres du PID  $H_{\infty}$  sont :

$$K_c = \frac{T_i}{K\left(2\lambda + \frac{\theta}{2}\right)}$$

$$T_i = \frac{\theta}{2} + \tau$$

$$T_d = \frac{\theta\tau}{2T_i}$$

$$T_F = \frac{\lambda^2}{2\lambda + \frac{\theta}{2}}$$



## 2.5. L'identification des processus [10] :

Un système linéaire a une fonction de transfert qui peut se calculer en établissant les équations différentielles qui relient l'entrée et la sortie. Ces équations théoriques sont parfois difficiles à écrire car on n'a pas forcément toute la connaissance du système nécessaire : valeurs numériques, processus mis en jeu, non linéarité... Souvent, un modèle dont le comportement ressemble à celui du système à étudier est suffisant pour élaborer une loi de commande adaptée.

Ce chapitre présente différentes méthodes pour obtenir un modèle sous forme de fonction de transfert équivalente en termes de réponse à un système dont on ne sait pas modéliser le comportement. Ces méthodes ne donnent donc pas la fonction de transfert du système mais on donne une dont la réponse ressemble à celle du système.

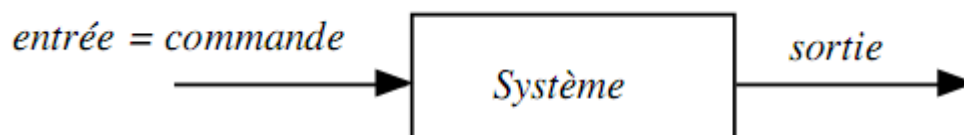
### 2.5.1. Définition d'identification

Identifier un procédé ou un système consiste à proposer une structure entre son entrée et sa sortie et à déterminer à partir du couple entrée-sortie, les valeurs des paramètres du modèle. Le modèle ainsi trouvé doit, dans son domaine de validité, se comporter comme la réalité (physique) ou au moins s'en approcher au plus près.

#### 2.5.1.1. Identification en Boucle Ouverte

##### a) Méthodologie :

En l'absence de toute perturbation, on envoie un signal d'entrée  $U(t)$  connu (impulsion, échelon ou rampe) et on enregistre le signal de sortie  $Y(t)$  qui sera analysé ensuite.



On identifie la réponse indicielle en BO du système à celle d'un modèle dont la forme est prédéfinie avec certains paramètres. La méthode consiste à calculer les meilleurs paramètres en fonction de la forme de la réponse réelle.

##### b) Méthode de Broïda

La méthode proposée pour approcher le comportement du système est un premier ordre avec

un retard pur. Sa fonction de transfert est :  $T(s) = \frac{K_e - rs}{1 + \tau s}$

Le principe n'est pas de faire coïncider la tangente au point d'inflexion (souvent imprécis) mais d'ajuster les paramètres  $\tau$  et  $r$  pour que les courbes de réponse du modèle et du processus aient deux points communs judicieusement choisis. Les points communs C1 et C2

habituellement utilisés correspondent respectivement à 28% et 40% de la valeur finale. Le modèle de Broïda donne les points C1 et C2 pour les dates suivantes :

- $\frac{s(t)}{K.E0} = 0.28 \Rightarrow \frac{t-\tau}{\tau} = 0.328$
- $\frac{s(t)}{K.E0} = 0.40 \Rightarrow \frac{t-\tau}{\tau} = 0.510$

La méthode d'identification s'appuie sur les résultats précédents. Soient t1 et t2 les temps au bout desquels la réponse expérimentale atteint respectivement 28% et 40% de la valeur finale. On va simplement résoudre le système donné par :

$$\frac{t-\tau}{\tau} = 0.328 \quad \Rightarrow \quad t_1 - \tau = 0.328 \tau$$

$$\frac{t-\tau}{\tau} = 0.510 \quad \Rightarrow \quad t_2 - \tau = 0.510 \tau$$

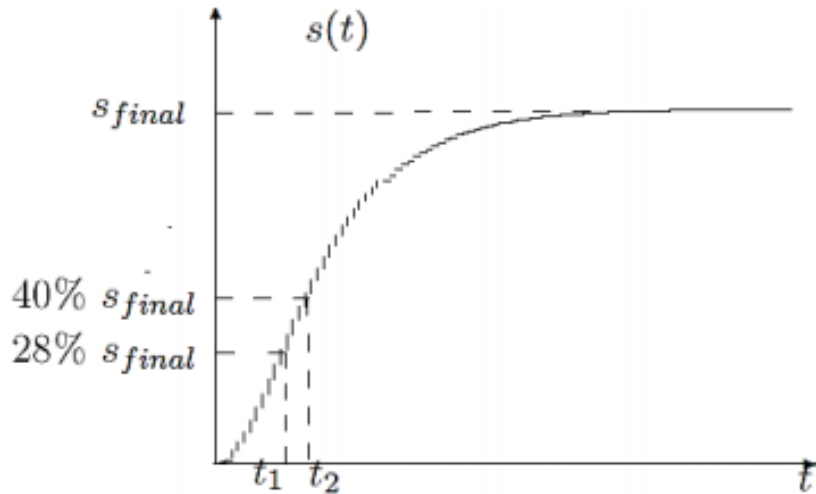
La résolution de ces équations donne :

$$\tau = 5,5 (t_2 - t_1) \qquad r = 2,8 t_1 - 1,8 t_2$$

Le gain statique est mesuré directement par la valeur finale de la sortie

$$K = \frac{S(t)}{E(t)}$$

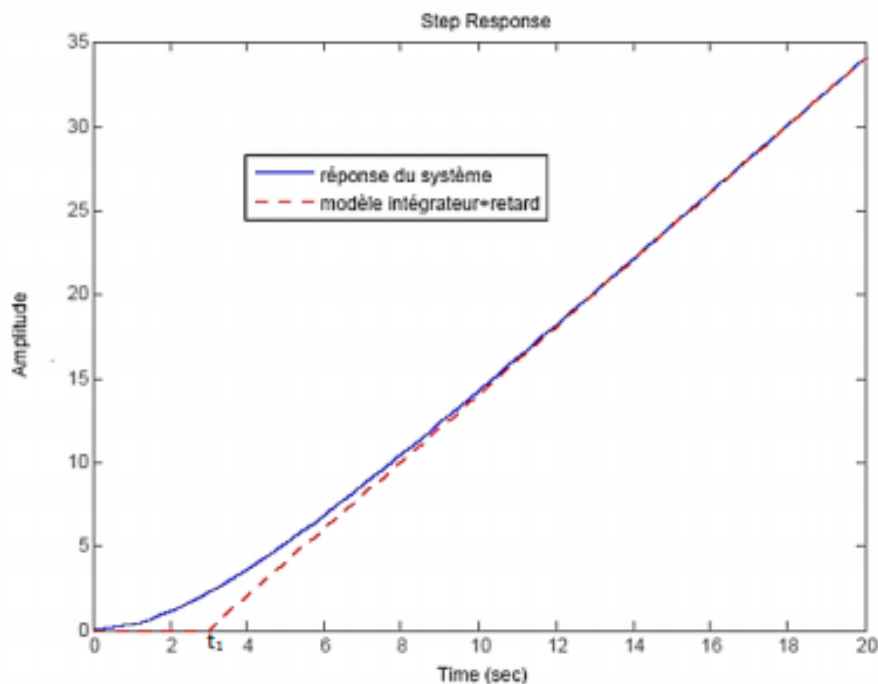
La figure 1 donne les courbes de réponse du système réel et du modèle de Broïda . La concordance des deux points C1 et C2 est bien vérifiée.



**Figure 2.11 :** Courbe réelle approchée par un modèle de Broïda

Les systèmes contenant un intégrateur ont une réponse indicielle en rampe, en régime permanent. L'asymptote de cette réponse est une droite d'équation :

$y = a(t - t_1)$  de pente  $a$  et qui coupe l'axe des abscisses pour  $t = t_1$ ,



**Figure 2.12 :** Courbe réelle approchée par un intégrateur retardé

On identifie la réponse du système réel à la réponse d'un système intégrateur pur avec retard c'est à dire avec la fonction de transfert suivante :

$$T(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{s} \quad (2-30)$$

Les paramètres de ce système sont donnés par :

$$K = \frac{\alpha}{E_0} \quad r = t_1$$

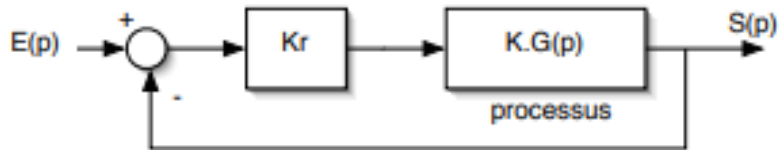
Où  $E_0$  est l'amplitude de l'échelon appliqué en entrée.

### 2.5.1.2. Identification en Boucle fermée :

#### a) Méthodologie

Cette méthode d'identification s'applique aux processus stables, d'ordre supérieur à 2 et s'appuie sur une étude fréquentielle du processus asservi.

Le système à identifier (de fonction de transfert  $K.G(p)$ ) est asservi par une boucle de régulation munie d'un correcteur proportionnel de gain  $K_r$



**Figure 2.13 :** Identification en BF avec un correcteur proportionnel

La fonction de transfert en BO de ce système est :

$$T(s) = K_r KG(s) \quad (2-31)$$

Pour une certaine valeur du gain  $K_r=K_0$ , on peut mettre le système en limite de stabilité. C'est à dire que ce système va osciller continuellement tout seul. On appelle ceci le pompage. La pulsation de ces oscillations de pompage  $\omega_0$  correspond à la pulsation pour laquelle

- $T(j\omega_0) = -1$
- $K_0.K.|G(j\omega_0)| = 1$
- $\varphi(j\omega_0) = -\pi$

#### b) Modèle d Boïda

Le modèle de Boïda est le suivant :

$$KG(s) = K \frac{e^{-\tau s}}{1 + \tau s} \quad \Leftrightarrow \quad T(j\omega) = \frac{KK_r e^{-rj\omega}}{1 + \tau j\omega} \quad (2-32)$$

Pour identifier ce modèle, on doit déterminer les paramètres K,  $\tau$  et r. En BF, on cherche le pompage (obtenu pour  $Kr = K_0$ ) et on mesure à partir de la période des oscillations  $\omega = \omega_0$ . L'identification consiste à résoudre le système :

$$\frac{K_0 K}{\sqrt{1 + (\omega_0 \tau)^2}} = 1 \quad (2-33)$$

$$\varphi = -\omega_0 \cdot r - \arctan(\omega_0 \cdot \tau) = -\pi \quad (2-34)$$

Le gain statique K est déterminé par une réponse indicielle en BO ou en BF. La résolution des équations donne la constante de temps par :

$$\tau = \frac{1}{\omega_0} \left( \sqrt{(K_0 K)^2 - 1} \right) \quad (2-35)$$

Le retard est calculé à partir de :

$$r = \frac{1}{\omega_0} \left( \pi - \arctan \left( \sqrt{(K_0 K)^2 - 1} \right) \right) \quad (2-36)$$

## 2.5.2. Détermination des paramètres du régulateur PID classique

### 2.5.2.1. Les méthodes empiriques [27] :

En 1942, Ziegler et Nichols ont proposé deux approches expérimentales destinées à ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. La première nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle du système à régler seul, alors que la deuxième demande d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité.

Il est important de souligner que ces méthodes ne s'appliquent en général qu'à des systèmes sans comportement oscillant et dont le déphasage en hautes fréquences dépasse  $-180^\circ$ . Ces systèmes possèdent souvent un retard pur et/ou plusieurs constantes de temps. On les rencontre surtout dans les processus physico-chimiques tels que les réglages de température, de niveau, de pression, etc.

#### a) Méthode de Ziegler Nichols empiriques :

La réponse à un échelon d'amplitude  $E_0$ , sans oscillations, sera assimilée à celle d'un premier ordre avec retard. On devra mesurer la pente de la tangente au point d'inflexion  $\alpha$ , la valeur finale M et le retard r ( voir figure 3). La tangente au point d'inflexion est assimilée à la

tangente à l'origine du système du premier ordre sans retard. Si  $\tau$  est la constante de temps du premier ordre, on a :  $\alpha = \frac{M}{\tau}$ .

Ziegler Nichols propose des réglages de correcteur P, PI ou PID pour avoir une réponse en boucle fermée satisfaisante. Le critère utilisé pour savoir si une réponse est satisfaisante est que le rapport entre les deux premiers dépassements (positifs) est de 0,25. Un correcteur PID a comme fonction de transfert :

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2-37)$$

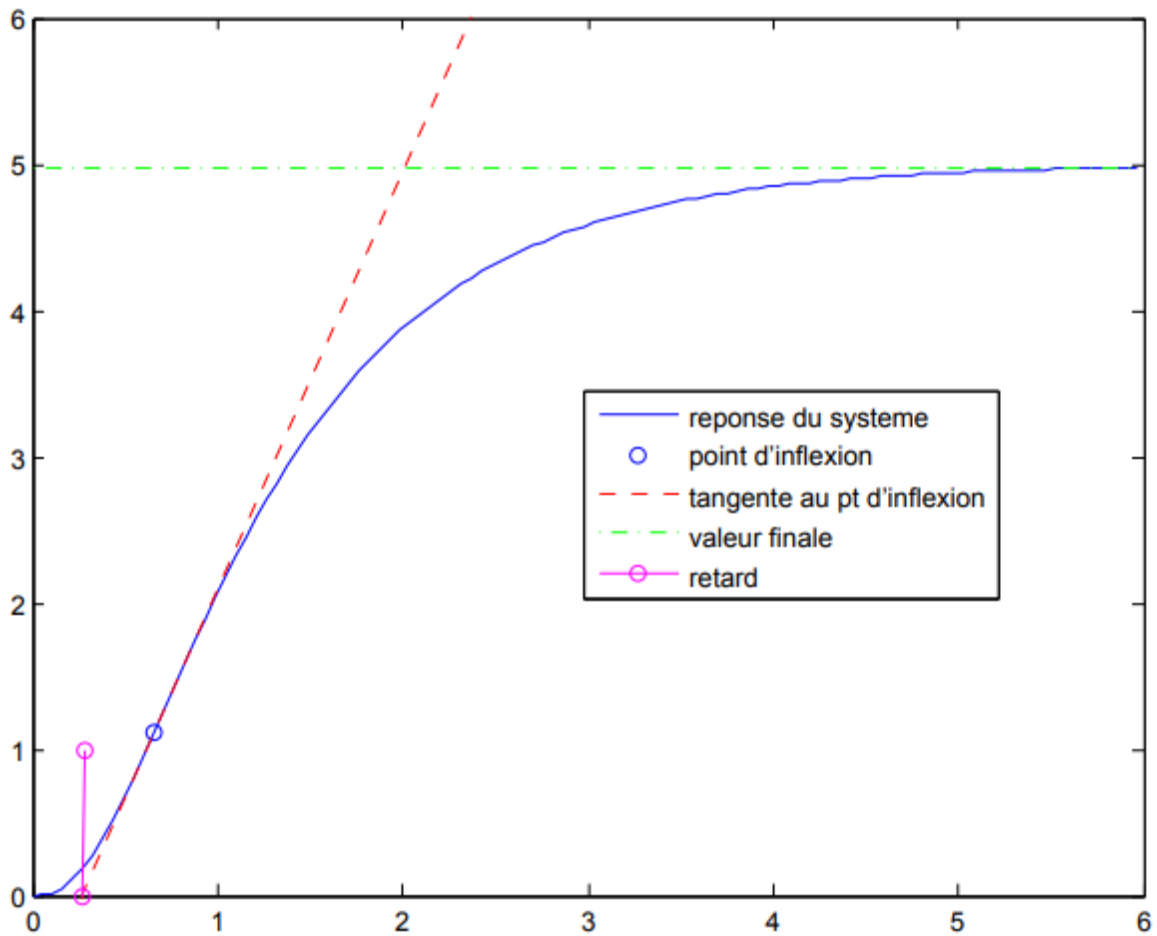
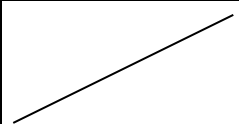
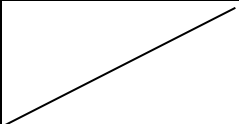
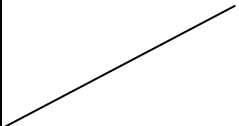


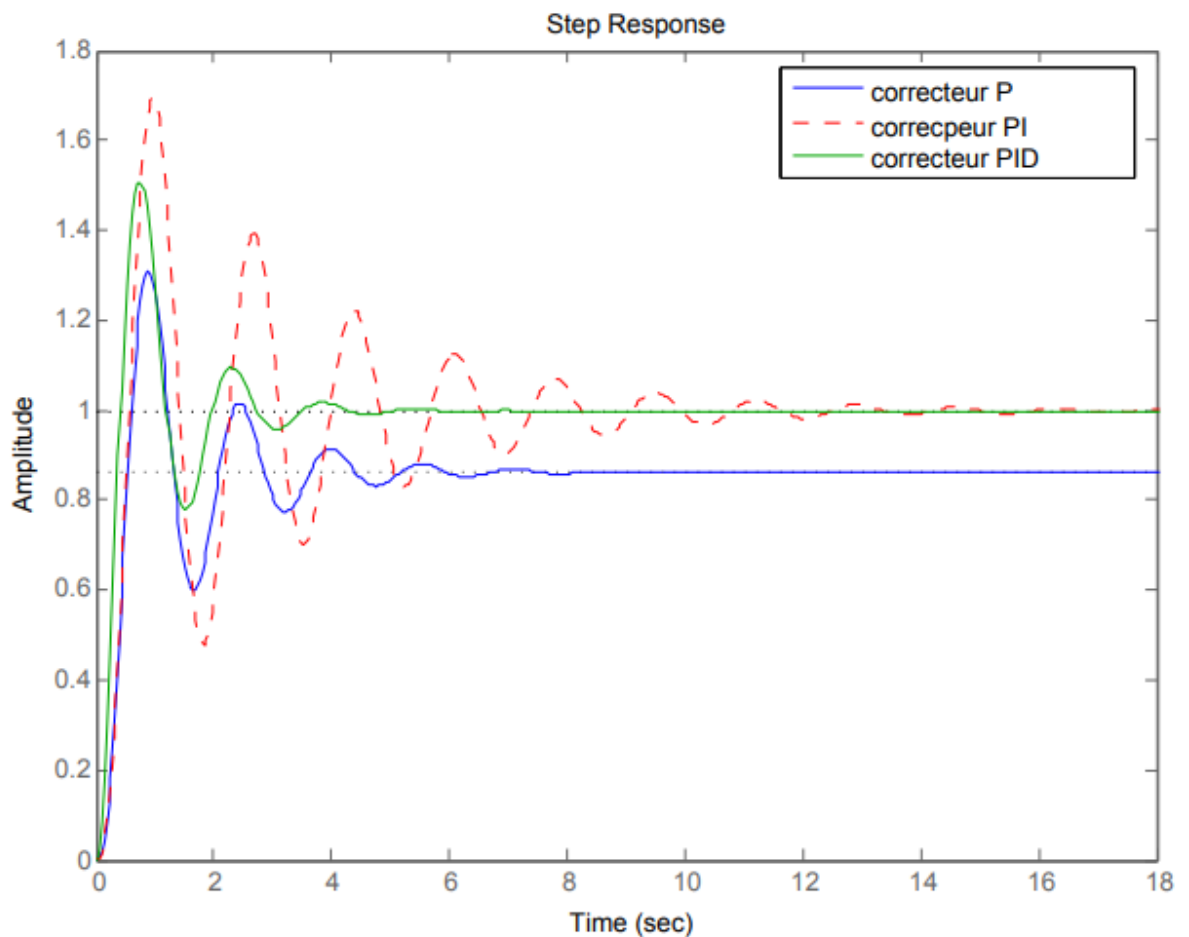
Figure 2.14 : Identification pour Ziegler Nichols en BO

Type de correcteur	Gain Kr	Ti	Td
--------------------	---------	----	----

P	$\frac{Eo.\tau}{M.r}$		
PI	$\frac{0.9Eo.\tau}{M.r}$	3.3r	
PID	$\frac{1.2Eo.\tau}{M.r}$	2r	0.5r

**Tableau 2.3 :** Réglage d'un correcteur P, Pi ou PID selon Ziegler Nichols en BO

On peut noter que le correcteur proportionnel laisse une erreur statique, que le correcteur PI est sans erreur statique mais est plus long à stabiliser. Le correcteur PID rend le système relativement stable et sans erreur statique.



**Figure 2.15 :** Comparaison des correcteurs de Ziegler Nichols

Les règles empiriques de réglages pour un PID sont :

$$K_p = \frac{T + 0.5t_0}{K\tau_m} \quad \text{Ou} \quad K_p = \frac{T_1 + T_2}{K\tau_m} \quad \text{avec} \quad t_r = 2.2\tau_m$$

$$T_1 = \max(T, 0.5t_0) \quad \text{Ou} \quad T_1 = \max(T_1, T_2)$$

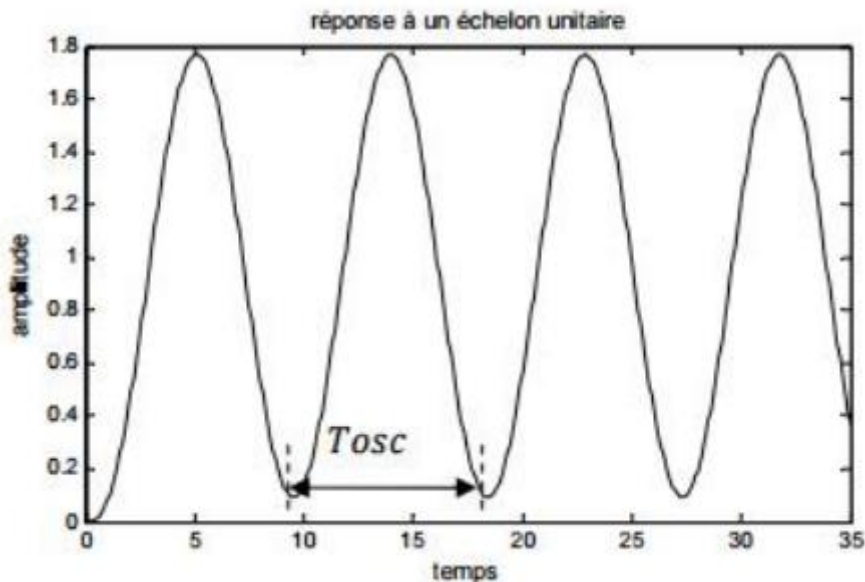
$$T_d = \min(T, 0.5t_0) \quad \text{Ou} \quad T_d = \min(T_1, T_2) \quad \text{ou} \quad T_1 \geq 4T_d$$

### 2.5.2.2. Méthodes de Ziegler Nichols en boucle fermée :

C'est une méthode empirique qui permet d'ajuster les paramètres d'un régulateur P.I.D pour commander un processus à partir de mesures sur sa réponse indicielle.

Lorsque le test en boucle ouverte ne peut pas être mis en œuvre, on peut utiliser la deuxième méthode de Ziegler-Nichols basée sur un essai en boucle fermée, elle est la plus connue des méthodes pratiques qui permet de calculer les paramètres des régulateur P, PI et PID, elle s'applique sur tous les systèmes qu'ils soient possibles de les mettre en régime de pompage, C'est-à-dire d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité. L'avantage de cette méthode est qu'elle n'a pas besoin de connaître le modèle du procédé et que le réglage se fait directement sur la boucle fermée.

Pour obtenir la limite de pompage, on place un correcteur proportionnel dans la boucle fermée et on augmente doucement le gain de ce correcteur jusqu'à obtenir des oscillations auto-entretenues (phénomène de pompage).



**Figure 2.16 :** Comparaison des correcteurs de Ziegler Nichols

On se sert du tableau suivant pour déterminer complètement les paramètres du correcteur, on choisit le type du régulateur, selon le besoin et les exigences du cahier des charges. Le régulateur PID comprend trois actions, la première est l'action Proportionnel qui sert à augmenter le temps de réponse du système, la deuxième est l'action intégrale qui sert à annuler l'erreur et améliorer la précision et la troisième et dernière action est l'action dérivée



qui agit juste sur le régime permanent et améliore la rapidité d'atteinte de la sortie pour le régime statique du processus.

On note le gain  $K_0$  qui amène le système en limite de stabilité et la période  $T_0$  des oscillations obtenues. Les paramètres de régulation pour que la réponse du système boucle soit satisfaisante sont donnés par le tableau suivant :

Type de correcteur	Gain $K_r$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_0$		
PI	$0.45K_0$	$0.83T_0$	
PID	$0.6K_0$	$0.5T_0$	$0.125T_0$

**Tableau 2.4 :** Réglage d'un correcteur P, PI ou PID selon Ziegler Nichols avec les mesures en BF

L'avantage de cette méthode est qu'elle est facile à mettre en œuvre (physiquement et au point de vue calcul), l'inconvénient majeur est que le système peut devenir instable ou passer dans des états dangereux (systèmes chimiques) et peut prendre beaucoup de temps si le système réagit très lentement.

### 2.5.2.3. Détermination des paramètres PID par les méthodes algébrique (avec cahier de charge)

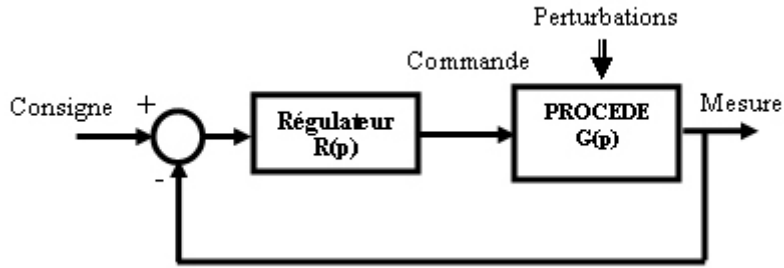
Les méthodes théoriques sont très nombreuses et reposent sur la connaissance d'un modèle précis du système à commander. Les performances réelles obtenues dépendent de la qualité du modèle et de son aptitude à représenter le mieux possible le procédé.

Pour obtenir ce modèle, on peut partir des lois régissant les phénomènes physico-chimiques, notamment les lois de la chimie, de la thermique, de la mécanique, de l'hydraulique, de l'aérodynamique, de la mécanique des fluides, etc. A partir de là, tout processus peut être décrit sous la forme d'un ensemble d'équations mathématiques.

Connaissant ce modèle, il est possible de définir les caractéristiques du régulateur qui permettra de contrôler au plus près le processus par une des méthodes directes de synthèse.

Parmi les méthodes directes, on propose de présenter ici la méthode du modèle : elle est basée sur la donnée d'un modèle en boucle fermée à atteindre.

La structure de commande en boucle fermée est la suivante :



**Figure 2.17 :** Structure de commande en boucle fermée

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$T(s) = R(s).G(s) \quad (2-38)$$

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$F(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} \quad (2-39)$$

Si la fonction de transfert en boucle fermée  $F(p)$  est donnée, c'est-à-dire qu'elle a été élaborée de manière à répondre au cahier des charge, le régulateur  $R(p)$  est déterminé tout simplement par la relation suivante :

$$R(s) = \frac{F(s)}{G(s)(1 - F(s))} \quad (2-40)$$

Usuellement, le comportement souhaité en boucle fermée est celui d'un système d'ordre un ou d'ordre deux avec un gain statique unitaire, ce qui permet d'assurer une précision statique parfaite.

Une fois que la fonction de transfert en boucle fermée est établie, on détermine l'expression du régulateur  $R(p)$  par la formule ci-dessus. On réorganise ensuite cette expression de manière à faire apparaître la structure d'un régulateur connu (PID par exemple).

Il peut arriver que ce calcul conduit à une fonction de transfert non réalisable, c'est-à-dire le degré de son numérateur est supérieur à celui du dénominateur.

Le succès de cette méthode est conditionné par la réalisabilité de  $R(p)$  et donc de la différence du degré des polynômes entre le numérateur et le dénominateur de  $R(p)$ .

### **Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons abordé quelque définition et principe de base ainsi que quelques méthodes d'identification pour déterminer les paramètres  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  du PID.

