Université d'Oran
Faculté des sciences économiques, des sciences de gestion et des sciences commerciales

Mémoire de Magister en Sciences commerciales

Spécialité : MANAGEMENT

Option : **STRATEGIE**

Thème

REPLIQUE STRATEGIQUE AU SEIN D'UN OLIGOPOLE APPROCHE PAR LA THEORIE DES JEUX

Étude sur le marché des télécommunications en Algérie

Présenté par:
Mr LAKMECHE OMAR

Sous la direction de :
Pr. BOUTALEB Kouider

Jury :

Président : M. KOURBALI Bagdad - *Maître de conférences (A)* - *Université d'Oran*
Rapporteur : M. BOUTALEB Kouider – *Professeur* - Université de Tlemcen
Examinateur : M. KEFIF Mohamed Benaouda - *Maître de conférences (A)* - *U. d'Oran*
Examinateur : M. CHERIF-TOUIL Noureddine - *Maître de conférences (A)* - *U. de Mostaganem*

Année universitaire 2009-2010

Table de matière

Liste des tableaux

Liste des figures

INTRODUCTION

Depuis ces dernières années, le marché des télécommunications mobile en Algérie a connu un développement remarquable en termes de qualité de service et en termes de prix. La transition de l'économie algérienne, d'une économie dirigée a une économie de marché à influencer sur la compétitivité des entreprises exerçant sur le territoire algérien. Des marchés qui étaient dirigé par l'état a des marchés gouvernés par les lois et les forces du marché, le marché des télécommunications en Algérie n'en sort pas de cette règle.
Le marché des télécommunications en Algérie était dominé par une seule entreprise publique appartenais au ministère de la poste et de télécommunication, et qui a l'époque imposait un service particulier et un prix déterminé. Des les années 2000, le marché s'est transformé d'un marché de monopole a un marché ouvert a plusieurs opérateurs, et assujetti donc, aux exigences des consommateurs d'un coté et des offres fournies par tous les offreurs d'un autre coté, c'est-à-dire que le marché est soumis à la loi de l'offre et de la demande.
Le marché algérien se caractérise par l'existence de trois firmes qui domine le marché. Les trois firmes agissent dans une condition de concurrence imparfaite, elles maintiennent un certain degré de puissance du marché. Ces marchés sont souvent appelés dans le langage économique par les oligopoles.
Un oligopole est un marché où il y a un nombre limité de producteurs. La principale caractéristique des oligopoles est l'existence d'interactions stratégiques entre les entreprises. En prenant ses décisions, chaque producteur doit tenir compte des décisions de ses concurrents et aussi de leur réaction probable à ses propres décisions. Il doit également anticiper les effets des décisions de ses concurrents sur son propre profit. De son coté, le marché algérien a connue une grande dynamique entre les firmes opérantes en ce qui concerne les stratégies et les politiques adoptés par chaque firme. La structure du marché algérien est une structure d'un oligopole. Cette structure exige des entreprises de suivre des méthodes et des systèmes de management spécifique à ces types de structure. Les firmes qui exercent dans les oligopoles se distinguent par une grande interaction entre elle, chaque entreprise au moment de sa prise de décision tiendra compte

de la réaction des autres firmes. Les entreprises sont donc interdépendantes entre elles et chaque entreprise cherche à optimiser ses bénéfices plutôt que de les maximiser.

Les économistes ont toujours considéré que l'interdépendance et l'interaction qui existe entre les firmes oligopolistiques est qu'un jeu jouer par ces firmes. La théorie des jeux non coopérative est l'outil le plus approprié pour analyse ces marchés d'oligopole.

Depuis 1830, Cournot a proposé un model de duopole sous forme d'un jeu de quantité, alors que Bertrand a reformulé l'hypothèse de Cournot en remplaçant les quantités par la variable prix. Après la publication de leur livre « *The Theory of Games and Economic Behavior*», John Von Neumann et Oskar Morgenstern, sont considérés comme les pionniers de la théorie des jeux.

La théorie des jeux nous permet d'étudier et d'analyser des comportements rationnels des individus et des décideurs appelés joueurs en situation de conflit et d'interaction. Dans un environnement d'interdépendance stratégique, les résultats obtenus par un décideur en conséquence de ces actions, dépendent également des actions des autres décideurs.

Un jeu d'oligopole est modélisé par la définition des règles du jeu qui précisent les stratégies que peuvent adopter chaque entreprise et les gains qui y seront associés. Les firmes oligopolistiques tel que les trois firmes opérants sur le marché algérien peuvent par exemple augmenter ou baisser leur prix, accroître ou réduire leur volume de production, faire plus ou moins de publicité, améliorer ou non leur produit ect….

Cet ensemble d'actions possibles pour chaque firme constitue en effet les stratégies que peuvent choisir chacun de ces firmes. Les gains et les pertes des oligopoleurs dépendent à la fois des actions de toutes les firmes (y compris les siennes) et des contraintes qu'imposent le marché, la technologie et les coûts de production.

Deux principales stratégies peuvent être retenue dans le jeu de l'oligopole algérien :

1/ Soit partager un profit de monopole en s'entendant ; soit dévier de l'entente pour avoir des profits au détriment des autres firmes. Ce jeu à la même structure que le jeu du dilemme du prisonnier. La réaction des autre firmes va être la même a l'équilibre. La production et le prix sont les même que ceux qu'on trouve sur un marché parfaitement concurrentiel. Le profit économique des firmes est nul. En revanche, les firmes pouvaient réaliser des profits de monopole s'ils ont respectaient les termes de l'entente, l'oligopole vend au même prix, et produit le même volume du monopole.

2/ les firmes jouent un jeu indéfiniment répété, si l'une des firmes triche, elle sera punie par les autres. Ainsi, par exemple une stratégie du coup pour coup incitera les firmes à respecter l'entente initiale. Dans la stratégie du coup pour coup, si l'une des firmes triche, les autres réagiront à la période suivante en trichant à leurs tours. Un équilibre coopératif sera donc instaurer dans cet oligopole répété.

Les guerres de prix entre les firmes oligopolistiques sont considérées comme le résultat d'un jeu d'oligopole répété. Les firmes respectent les accords de l'entente jusqu'à ce que le prix commence à descendre. Toutes les entreprises réagissent à la déviation qui a été faite, pour convaincre leurs rivaux que leurs menaces de punitions sont crédibles. Les entreprises adoptent de nouveau une stratégie coopérative, ce qui va préserver à long terme un accord de monopole.

LA PROBLEMATIQUE :

*qu'elle est le meilleur outil pour analyser l'oligopole algérien de téléphonie mobile.

*Est-ce que la théorie des jeux peut nous fournir un cadre théorique et méthodologique pour que nous puissions analyser et comprendre les décisions au sein de l'oligopole algérien de téléphonie mobile.

*Est-ce que les oligopoleurs algérien ont conscience de l'interaction entre eux.

*Est-ce que la théorie des jeux permet d'envisager la solution d'un problème dans différents cadres stratégiques considérant la présence ou non de coopérations ou de communication dans l'oligopole algérien.

LES HYPOTHESES :

La théorie des jeux peut être utilisé comme méthode explicative et non pas normative pour expliquer les décisions au sein de l'oligopole algérien de téléphonie mobile.

Les interactions stratégiques deviennent plus intenses lorsque les oligopoleurs se concurrences pendant plusieurs années, et la théorie des jeux dynamiques devient un outil essentiel pour comprendre les comportements stratégiques des firmes.

LES OBJECTIFS DE L'ETUDE :

*Savoir et connaître les concepts fondamentaux de la théorie des jeux

*Déterminer l'apport de la théorie des jeux dans l'explication du comportement stratégique des firmes oligopolistiques.

*Modéliser le marché Algérien de la téléphonie mobile et extraire une fonction de demande.

*Comprendre le comportement stratégique et concurrentiel des trois firmes algériennes de télécommunication

SOURCES D'ETUDE :

Nous pouvons citer à titre d'exemple quelques références bibliographiques :

-Essentials of Game Theory Kevin Leyton-Brown and Yoav Shoham . Copyright © 2008 by Morgan & Claypoo .

-Economics and the theory of games. FERNANDO VEGA-REDONDO. Cambridge University Press 2003.

LES DIFFUCULTES DE L'ETUDE :

Les principales difficultés que nous avons rencontrées sont :

-Non acceptation des sociétés la demande de faire un stage au sein de leur établissement.

-La non disponibilité de sources pouvant donner des informations concernant ces entreprises.

LE CONTENUE DE L'ETUDE :

Nous avons divisé notre étude en quatre chapitres, les trois premiers sont théoriques et le quatrième est pratique.

Dans le premier chapitre nous avons présenté les concepts fondamentaux des structures des marchés. Après avoir montré la théorie des jeux en présentant ses différents outils dans le deuxième chapitre nous avons analysé ses applications dans les oligopoles en troisième chapitre.

Comme dernier chapitre nous avons modélisé le marché Algérien de télécommunication tout en essayant d'y trouver les différents équilibres, et ainsi donc comprendre les comportements des firmes au sein de ce marché.

Chapitre 1

De la concurrence parfaite vers la concurrence Imparfaite

INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, nous allons passer d'une extrémité à une autre. Nous commençons par le cas de la concurrence parfaite, qui implique un grand nombre d'entreprises produisant le même produit. Nous comparons ensuite cette forme compétitive de l'organisation économique avec le monopole, avant de passer à la concurrence imparfaite qui est un mélange de concurrence monopolistique et d'oligopole.

Tout au long du chapitre, nous supposerons que des entreprises sont motivées par le désir de maximiser les profits.

Dès les années trente, les économistes tel que Mrs Robinson en Angleterre et Edward Chambertin aux États-unis, développait la théorie de la concurrence imparfaite et monopolistique. La réalité économique était ni concurrence pure et parfaite, ni monopole pur (J.M Chevalier, Introduction à l'analyse économique, La Découverte, 1994).

Un marché est un arrangement institutionnel facilitant l'interaction des acheteurs et des vendeurs dans un processus qui détermine le prix et la quantité vendus.

Quelques marchés, tels que la bourse des valeurs américaine ou le marché de produit de ville où les fermiers locaux rassemblent pour vendre leurs récoltes, conduisent leurs affaires à un endroit particulier. D'autres marchés virtuels sont conduits par téléphone ou sur internet. Certains marchés, tels que le marché immobilier Middletown, sont axés sur une région géographique en particulier tandis que quelques marchés financiers sont de portée internationale. Les différents types de marchés à considérer en ce chapitre peuvent être classifiés selon de deux dimensions :

1. Les marchés peuvent être classées en fonction du nombre d'entreprises dans l'industrie :

À une extrémité, un grand nombre d'entreprises peuvent constituer un marché compétitif et concurrentiel et à l'autre extrémité, un seul producteur jouit d'être un monopole. Entre les deux il y a des industries oligopolistiques, qui sont caractérisés par un nombre relativement faible d'entreprises, comme dans les automobiles, le voyage de ligne aérienne, et les appareils électroménagers.

2. Des marchés peuvent également être distingués par le degré de différentiation de produit :

Dans certaines industries, les différentes entreprises fabriquent essentiellement le même produit, comme c'est le cas avec le mazout et les semences de tournesol. Dans d'autres industries, telles que les automobiles et les logiciels, les produits sont différenciés, il n'y a pas deux entreprises qui produisent exactement le même produit. Les types de structure du marché à considérer en ce chapitre sont indiqués sur la figure suivante. (1)

Figure 1.1 Classification des marchés

	des produits identiques	Des produits différenciés
Une entreprise	monopole	monopole discriminant
Peu d'entreprises	oligopole	oligopole differencier
nombreuses entreprises	concurrence	concurrence monopolistique

	Nombre d'entreprises	liberté d'entrée	Type de produit	Exemple
La concurrence parfaite	Plusieurs	Très facile	Homogène	Blé, ordinateurs, et or
Monopole pur	Un	Barré	Seul produit	Services publics et le service postal
La concurrence monopolistique	Plusieurs	Relativement facile	Différenciés	stylos, livres, papier, et vêtements
Oligopole	Peu	Difficile	Normalisées ou différenciées	Acier, ampoules électriques, céréales et Automobile

Tableau 1.1 Caractéristiques des quatre structures du marché. (2)

----
(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004, pg 235-236.
(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 357.

1.1. CONCURRENCE PURE ET PARFAITE :

Dans la section qui suit, nous allons définir les caractéristiques de la concurrence parfaite, et le prix qui en résulte. Nous analysons ensuite les décisions de production du concurrent parfait ainsi que son comportement concurrentiel.

1.1.1. Caractéristiques des marchés parfaitement concurrentiels :

La concurrence parfaite tel que les marchés du blé, des CD, représente la concurrence la plus idéale parmi toute les autre forme de concurrence. Elle peut être identifiée par les caractéristiques suivantes :

1. Il existe beaucoup tellement de producteurs sur le marché, que personne n'est assez grand pour affecter le prix du marché. Tous les producteurs sont des preneurs de prix, et non pas des fixateurs de prix (1). Les entreprises prennent des prix du marché comme donné et élaborent leurs stratégies de production en conséquence. L'information libre et complète d'offre et demande est disponible sur un marché parfaitement concurrentiel, et il n'y a pas de barrières significatives à l'entrée et de sortie (2). Chaque entreprise fabrique une petite partie de la production de l'industrie, et chaque client achète seulement une petite partie du total (3).
2. Tous les producteurs vendent un produit homogène, ce qui signifie que les produits d'un producteur sont indistinguable de ceux de tous les autres. Les consommateurs sont pleinement informés sur les prix pratiqués par les différents producteurs, et sont totalement indifférents à quel producteur ils achètent.
3. Les producteurs jouissent d'une liberté complète d'entrée et de sortie du marché, c'est à dire les frais d'entrée et de sortie sont minimes, bien que pas totalement absent.
4. Il existe de nombreux consommateurs dans le marché, personne n'est assez puissant pour affecter le prix du marché du produit. Comme les producteurs, les consommateurs sont des preneurs de prix. . (4)
5. l'Entrée et la sortie sont gratuites. Les entreprises ne se limitent pas d'entrer ou de quitter l'industrie.
6. Parfaite diffusion de l'information. Coût, prix, qualité des produits et des informations sont connu par tous les acheteurs et tous les vendeurs (5).

----

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 355.
(2) Hirschey, Mark "Fundamentals of Managerial Economics" South-Western College Pub, February 20, 2008. pg 362.
(3) Hirschey, Mark. op cit pg 366.
(4) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee op cit. pg 355.
(5) Hirschey, Mark. op cit pg 366.

7. Aucune firme ne peut demander plus que le prix prévalant sur le marché, Puisque un client ne paye une prime pour un produit identique qui pourrait être achetés chez une autre firme pour moins.

8. Et aucune entreprise ne vendrait pour moins que le prix en vigueur : Vendre à un prix inférieur à celui appliqué par d'autres entreprises dans le marché concurrentiel va attirer beaucoup de clients de plus, que l'entreprise ne peut éventuellement servir (1).

1.1.2. Détermination du prix du marché :

La courbe de la demande d’un concurrent parfait n'est pas la même que la courbe de la demande total du marché de concurrence parfaite. La courbe de la demande du marché descend en pente, comme la montre la figure 1.2 (a).

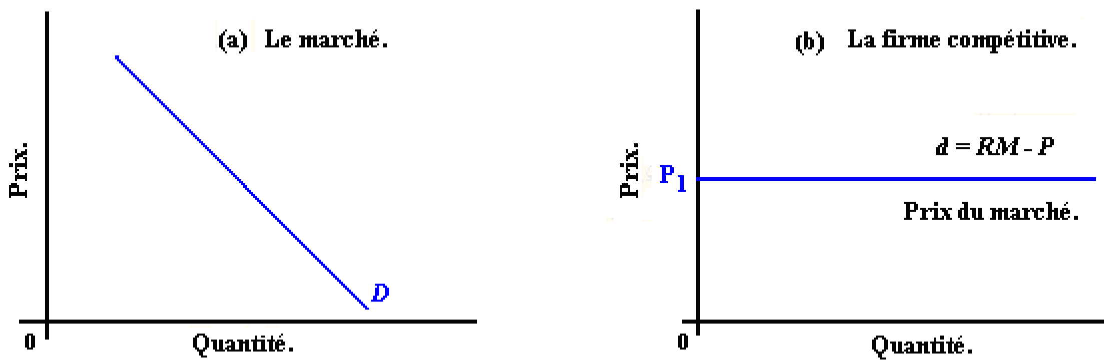


FIGURE 1.2 Courbe de demande pour des concurrents parfaits (2)

La courbe de la demande de la firme compétitive - preneur de prix - est horizontal, comme c’est montré dans la figure 1.2 (b). Cette courbe de demande horizontale est parfaitement élastique. (3)

Les firmes individuelles n'ont aucun contrôle sur les prix dans les marchés compétitifs, ils sont déterminés par l'offre et la demande globales.

La demande du marché représente la somme des quantités que les individus sont prêtent a acheter à chaque prix donné. L’offre du marché représente la somme des quantités que les entreprises individuelles sont prêtes à offrir à des prix différents. L'intersection de la demande de l'offre du marché détermine le prix du marché. (4)

----

(1) Michael C. Lovell “Economics with Calculus” by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 237-253.
(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee “Microeconomics for MBA, the economic way of think for managers” Cambridge University Press 2006 pg 355.
(3) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee op cit. Pg 355.
(4) Hirschey, Mark “Fundamentals of Managerial Economics” South-Western College Pub, February 20, 2008. pg 366.

1.1.3. La décision de la production pour un concurrent parfait :

Comme on l'a déjà vue, le prix du marché sur un marché parfaitement compétitif est déterminé par l'intersection des courbes de l'offre et la demande. Lorsque le prix augmente par rapport au niveau des prix d'équilibre, l'excédent qui va se développer pousse les firmes à baisser leurs prix. En revanche si le prix est au-dessous du prix d'équilibre, un manque émergera, poussant ainsi les prix à la hausse [la figure 1.3 (a)].

La règle de production : MC = MR. Prenons l'exemple suivant (Richard B.McKenzie, et *al* "Microeconomics for MBAs) : le prix sur le marché parfaitement concurrentiel pour les puces d'ordinateur égal a 5 (P1 à la figure 1.3). Pour chaque concurrent individuel, le prix du marché est donnée, et ne peut pas être changé. Il doit être accepté ou rejeté. Si l'entreprise refuse le prix, donc, elle doit s'arrêter. Si elle augmente son prix même légèrement au-dessus du niveau du marché, ses clients se déplaceront à d'autres concurrents. La demande est donc horizontale a 5.

La courbe horizontale parfaitement élastique de la demande de l'entreprise est illustrée du côté droit la figure 1.3. Cette courbe horizontale de demande est également la courbe du revenu marginal de l'entreprise, parce que le revenu marginal est défini comme revenu additionnel acquis de vendre une unité additionnelle. Puisque chaque puce peut être vendue à un prix constant de 5, les recettes supplémentaires, ou marginales, acquise de vente d'une unité supplémentaire doit être constante à 5.

Parce que le profit est égal au revenu total moins le coût total (profit = RT = CT), la firme maximisant le bénéfice produira une unité pour laquelle le revenu marginal est supérieur au coût marginal. Ainsi, la firme en maximisant le profit à la figure 1.3 (b) produira et vendra les unités q1, la quantité à laquelle le revenu marginal est égal au coût marginal (MR = MC). Jusqu'à q1, le revenu marginal est supérieur au coût marginal. Au-delà de q1, tous les puces d'ordinateur supplémentaires ne sont pas rentables : le coût supplémentaire de leur production est plus grande que les recettes supplémentaires acquises [avec le petit "q" servant à vous rappeler que la production individuelle des producteurs à la figure 1.3 (b) est une petite fraction de la production pour le marché, désigné par la lettre majuscule "Q" dans la figure 1.3 (a)]. (1)

----
(1)Richard B.McKenzie, Dwight R.Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 357- 370.

1.1.4. Changements dans les prix du marché

La firme parfaitement concurrentielle produit jusqu'à ce que CM = RM = P. Ainsi la quantité que l'entreprise produit dépend du prix du marché. La demande de la firme individuelle, ainsi que son prix, reste constant, tant que la demande du marché est constante. Si la demande et le prix du marché augmentaient, la demande de la firme ainsi que son prix augmenteront également.

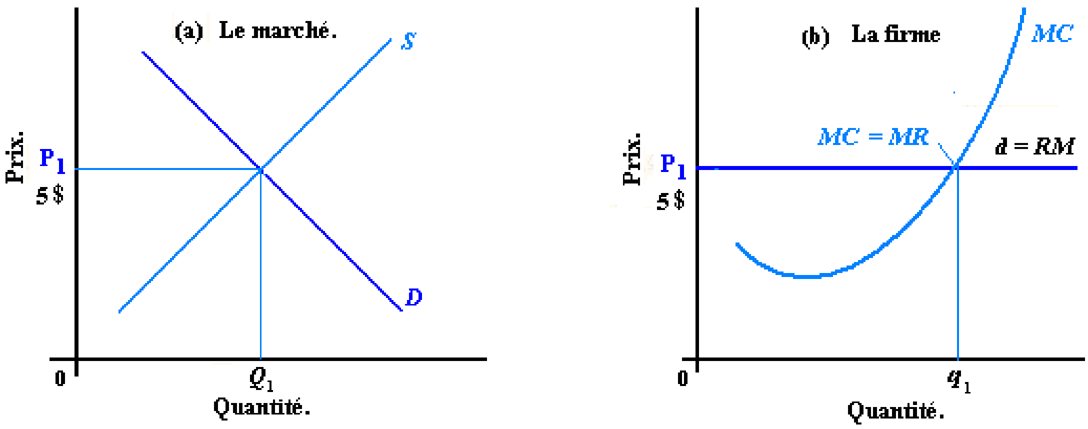


Figure 1.3 la décision de la production du concurrent parfait
Le prix du concurrent parfait est déterminé par l'offre et la demande du marché [la partie (a)]. Tant que le revenu marginal (MR), qui est égal au prix du marché, dépasse le coût marginal (MC), le concurrent parfait augmentera la production [la partie (b)]. Le niveau de production qui maximise les profits est au point où le coût marginal est égal au revenu marginal (prix). (1)

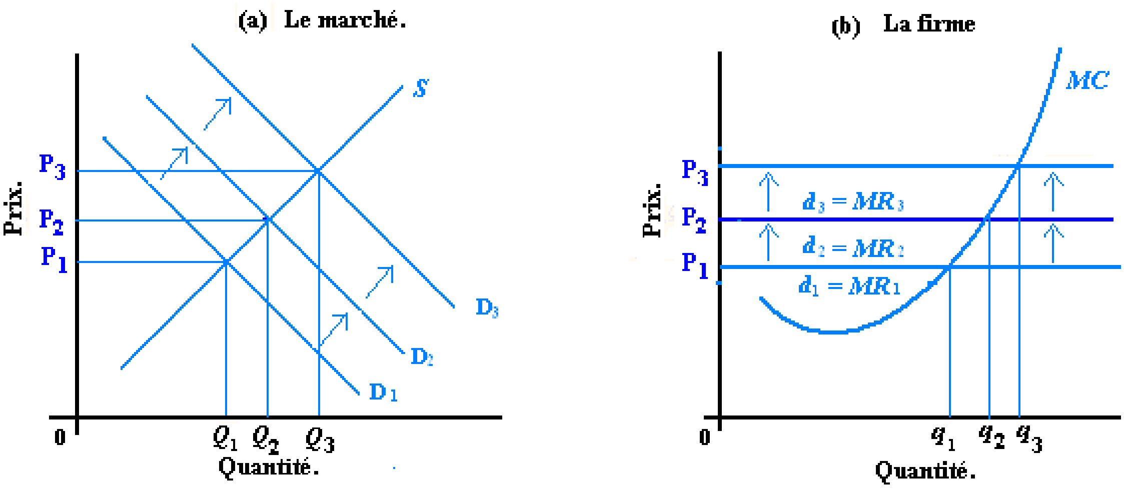


Figure 1.4 changement du prix du marché du concurrent parfait.
Si la demande du marché monte de D1 à D3 [partie (a)], le prix montera avec lui, de P1 à P3. En conséquence, la courbe de la demande de l'entreprise en concurrence parfaite se lèvera, de J1 à J3 [la partie (b)]. (2)

----

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 357- 370.
(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee op cit. Pg 357- 370.

LA figure 1.4 (ci-dessus) montre comment le changement se produit. La demande originale du marché de D_1 conduit à un prix de marché de p_1 [la partie (a)], qui est traduit en demande de l'entreprise individuelle, d1 [la partie (b)]. La firme maximise son profit en égalisant le coût marginal avec la recette marginale, qui est égal à d1, à un niveau de production de q1.

Une augmentation de la demande du marché à D2 mène le prix a un niveau plus élevé P2 et à une plus haute courbe de demande individuelle, d2. À ce prix plus élevé, ce qui est égal au revenu marginal, la concurrence parfaite peut supporter un coût marginal plus élevé. La firme augmentera la production à partir de q1 à q2. De la même manière, une demande encore plus grande du marché, D3, mènera le concurrent individuel même à une augmentation de production q3. (1)

1.1.5 Le comportement de l'entreprise compétitive :

En vendant *q* unités de son produit dans un marché concurrentiel au prix *p*, la firme réalisera le revenu total suivant :

$$R(q) = pq$$

La firme réalisera des bénéfices lorsque ses recettes *R (p)* totales excèdent ses coûts totaux *C (q)*. Cependant, la fonction de profit de la firme compétitive dépend de ses quantités vendues et de sa fonction de coût :

$$\pi(q) = pq - C(q)$$

Pour trouver le niveau de production qui maximise le profit, nous dérivons fixer la dérivée de la fonction de profit *π (q)* par rapport à *q* égal à zéro :

$$\frac{d\pi}{dq} = \frac{dR}{dq} - \frac{dC}{dq} = 0\,,$$

Avec la condition de second ordre pour un maximum de

$$d^2\pi/dq^2 \ = \ d^2R/dq^2 \ - \ d^2C/dq^2 \ < \ 0$$

La maximisation du profit de la firme ajuste la production, au point où le revenu marginal, *dR / dq*, est égal au coût marginal, *dC / dq*

----

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee “Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers” Cambridge University Press 2006 pg 357- 370.

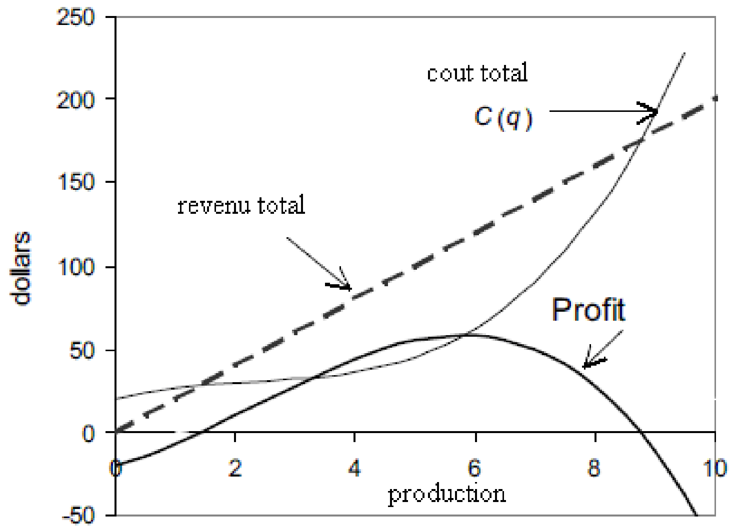


Fig. 1.5. Revenu total, coûts et bénéfice sur un marché concurrentiel et compétitif L'entreprise fixe la production *q* au niveau qui lui permettra de maximiser les profits. (1)

Pour une entreprise opérant dans un marché concurrentiel, le prix p est déterminé par le marché et donc $dp / dq = 0$; les recettes totales de l'entreprise est $R = pq$ et le revenu marginal de l'entreprise $dR / dq = p$, ce qui donne une seconde proposition fondamentale : La production de la firme qui maximise le bénéfice sur un marché compétitif ajuste son rendement sur le point où le coût marginal égale le prix :

$$\frac{dC}{dq} = \frac{dR}{dq} = p$$

Si le prix est si bas, la firme ne devrait produire rien du tout. Pour illustrer ceci, voici l'exemple suivant (Michael C. Lovell "Economics with Calculus) : une entreprise dont la fonction de coût est la suivante. La maximisation du profit exige

$$C(q) = 20 + 10q - 3.5q^2 + 0.5q^3$$

$$\frac{d\pi}{dq} = p - 10 + 7q - 1.5q^2 = 0$$

Une équation avec la solution :

$$q = \frac{7}{3} + 2.45 \ \frac{(p - 1.83)^{0.5}}{3}$$

$$\text{pour } p \geq 1.83 \text{ ; autrment } q = 0$$

Il s'agit de la fonction d'offre montrant à quel point notre entreprise va commercialiser en fonction du prix du marché, sauf les complications qui peuvent survenir si le niveau proposé de la production doit produire des bénéfices négatifs.

----

(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 239.

La nature de la réaction de l'offre est clarifiée en considérant la figure 1.6, qui affiche la courbe de coût marginal *dC / dq* et la moyenne des coûts totaux de la courbe *C (q) / q*. Si le prix *p* = 20, par exemple, pour trouver le niveau de la production qui maximisera le profit, nous dessinons la courbe horizontale de la demande de l'entreprise concurrentielle au prix du marché *p* = 20 et plaçons la production où cette ligne croise la courbe du coût marginal.

Le prix est le revenu par unité, le coût moyen est de *C (q) / q*, et le bénéfice par unité réalisée par l'entreprise *π / q = p (q) - C (q) / q*. Total du bénéfice est seulement le profit par unité fois la production ou *π (q)* = [*p (q) - C (q) / q*] ***q*.** Ainsi, les bénéfices peuvent être lues sur la figure 1.6 en regardant le rectangle de hauteur [*p (q) - C (q) / q*] et la largeur *q*. Le seuil de rentabilité et la fonction de l'offre de long terme, Sur la figure 1.6, le niveau de production a été déterminé pour un prix particulier. Pour tracer la courbe d'offre indiquant la quantité que l'entreprise vendra en fonction du prix, il est essentiel de noter que la quantité fournie à chaque point peut être lue sur la courbe de coût marginal, à condition que les profits sont positifs. Si le prix est si bas que les profits sont négatifs à l'endroit où le prix est égal au coût marginal, la firme peut fermer ses portes. L'entreprise ne produira jamais à une perte si l'alternative est de se retirer des affaires, peut-être prendre sa retraite. (1)

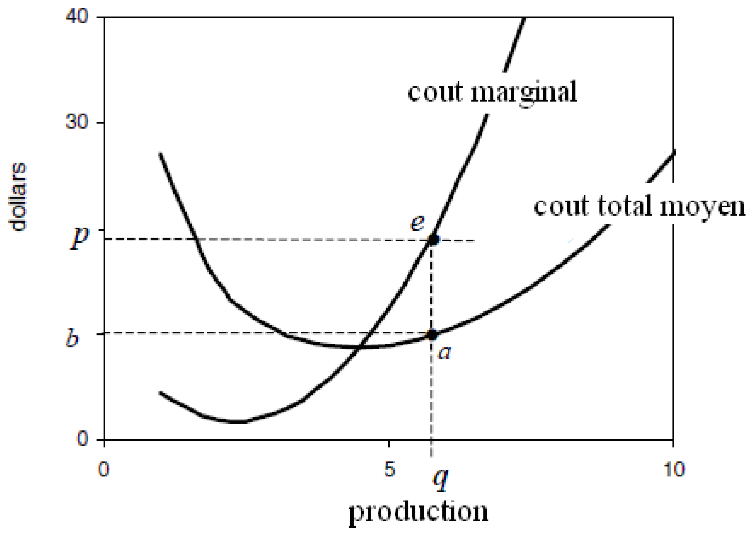


Fig. 1.6. Maximisation du profit dans un marché concurrentiel

Les courbes sur ce graphique peuvent être dérivées de ceux sur la figure 1.6 :

•Le coût total moyen est *C (q) / q* et coût marginal est *dC / dq*.

•Le revenu marginal est égal au prix de 20 parce que le marché est concurrentiel.

•Les profits sont au maximum à ce niveau de production *q*, où le coût marginal est égal au revenu marginal.

Les bénéfices égalent l'excès du prix au-dessus du coût moyen fois la quantité vendue - ceci est représenté sur le graphique par le rectangle p, e, a, B. de bénéfice. (2)

----

(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 237-253

(2) Michael C. Lovell. Op cit. pg 240.

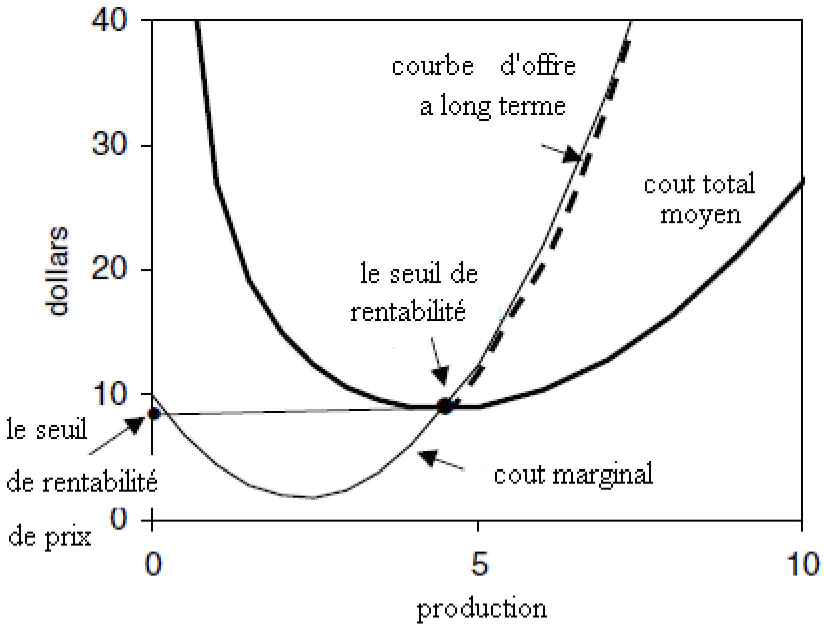


Fig. 1.7. Le seuil de rentabilité et la courbe de l'offre de longue durée. Le point équilibré est le point minimum sur la courbe de coût total moyen. Le prix correspondant est le prix de rentabilité ou d'équilibre. À n'importe quel prix au-dessous du prix d'équilibre l'entreprise va faire faillite à long terme, une fois qu'elle a porté dehors ou a liquidé son usines et équipement. L'offre à long terme est la partie de la courbe de coût marginal qui est au-dessus du seuil de rentabilité (1)

La fonction d'offre de longue durée represente la quantité que la firme en concurrence choisira de vendre à un prix donné quand elle a le temps suffisant d'ajustement, de considérer l'alternative de sortir des affaires. Sur la figure 1.7 le point minimum de la courbe de coût total moyen a été marqué le point d'équilibre et le prix correspondant est désigné sous le nom du prix d'équilibre. Pour la fonction de coût, le prix d'équilibre est 8,82 à un niveau de production $\boldsymbol{q}$ = 4,5. Si le prix du marché tombe en dessous du prix d'équilibre, l'entreprise perdra de l'argent à tout niveau positif de la production. Si on s'attend à ce que cette situation malheureuse règne, l'entreprise n'a pas d'autre alternative que de se retirer des affaires. Des ouvriers seront licenciés, si chanceux avec les indemnités de départ, et les gestionnaires peuvent prendre la retraite anticipée.

$$S_{Lr}(p) = \left[\frac{dC(q)}{dq}\right]^{-1} \quad \text{si} \quad p > p_{be}\ ; \quad \text{autrement} \quad , \quad S_{Lr}(p) = 0$$

Ici $[dC(q)/dq)]^{-1}$désigne l'inverse de la fonction de coût marginal. Pour récapituler : Dans le long terme, la firme ne pourra jamais produire à perte, mais elle se retirera des affaires à la place.

----

(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 241.

Si elle ne produit pas, la firme maximisera les profits jusqu'à un niveau de production qui permet d'égaliser le revenu marginal avec le coût marginal, mais puisque les entreprises compétitives sont des preneurs de prix, cela signifie que le coût marginal est égal au prix. Par conséquent, la courbe de l'offre à long terme de l'entreprise est le segment de la courbe de coût marginal qui est au-dessus de la courbe de coût total moyen. (1)

1.1.6. La courbe d'offre à court terme et le point d'arrêt :

Les producteurs ne peuvent plus vendre assez pour couvrir leurs coûts quand l'économie entre dans la récession. Néanmoins, les entreprises qui perdent de l'argent peuvent décider de ne pas arrêter pour de bon, parce qu'ils prévoient une éventuelle hausse des prix. Mais même s'ils s'attendent à ce que les bas prix d'aujourd'hui règne indéfiniment, il peut être mieux de continuer de produire pendant un moment parce qu'il faudra du temps pour liquider l'entreprise, en particulier si l'entreprise utilise un équipement spécialisé qui est difficile à vendre. Dans une telle situation l'entreprise peut constater qu'un niveau positif de production avec des profits négatifs est la manière la moins douloureuse pour tirer le meilleur d'une situation regrettable. Pour résumer, la firme peut constater qu'elle peut réduire au maximum ses pertes en remettant la sortie des affaires à plus tard jusqu'à ce que son appareil productif soit usé. Pour voir la validité de cette contre-proposition intuitive, notez que si l'entreprise s'arrêtait, elle récoltera le revenu nul mais entraînent des coûts fixes C (0) ; ainsi π (0) = -C (0). Notre entreprise malheureuse peut perdre moins en produisant au point q^* où $p = dC / dq$. Ce sera le cas si et seulement si :

$$\pi(q^*) = R(q^*) - C(q^*) > \pi(0) = -C(0)\,.$$

Maintenant la condition d'inégalité peut être manipulé pour obtenir :

$$R(q^*) > C(q^*) - C(0)\,,$$

Là où $C(q^*) - C(0)$ est le coût variable. Cela signifie qu'il est préférable de produire à un niveau positif de la production si les revenus totaux seront supérieurs aux coûts variables, apportant ainsi une contribution partielle vers la couverture des coûts fixes. La firme peut perdre de l'argent, mais elle perdrait bien plus si elle arrêtait et engage des coûts C (0). Divisant les deux côtés de l'inégalité par q^* donne :

----

(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 237-253

$$\frac{R(q^*)}{q^*} = p > \frac{[C(q^*) - C(0)]}{q^*} \qquad \textbf{(1.1)}$$

Du côté droit de cette inégalité, nous avons le coût variable moyen. Ainsi l'inégalité précise que les pertes seront réduites au minimum a la production $q*$ plutôt qu'à $q = 0$ si le prix est supérieur au coût variable moyen à ce niveau de production. Il s'agit évidemment d'une situation malheureuse, mais la production continue aidera ainsi à récupérer au moins une partie des coûts fixes. Si le prix est inférieur au point minimum de la fonction de coût variable moyen, il n'y a pas de niveau positif de la production qui satisfait la condition (1.1), et la firme devrait s'arrêté, avec des prix si bas, les bénéfices seront inférieurs à π (0) = -C (0) à tout niveau positif de la production. C'est pourquoi le point minimum de la courbe des coûts variables moyen est marqué comme un point d'arrêt sur la figure 1.8. Pour la fonction de coût le point d'arrêt est au PSD = 3.975 avec QSD = 3,5. À n'importe quel prix au-dessus de ce prix minimum d'arrêt de PSD = 3,975, la firme, à court terme, produirai où le coût marginal égale le prix.

Ceci établit une proposition fondamentale : La courbe d'offre à court terme de l'entreprise est le segment de la courbe de coût marginal qui est au-dessus du prix d'arrêt. (1)

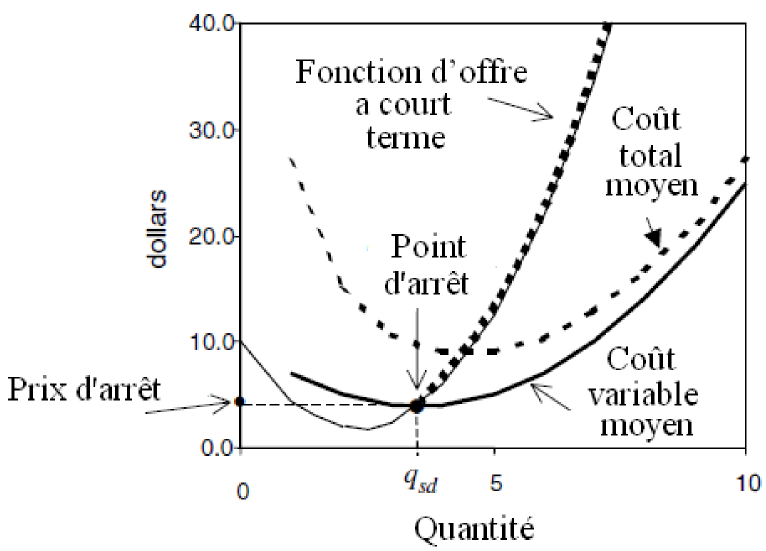


Fig. 1.8. Le point d'arrêt et la fonction d'offre à court terme : dans le court terme, l'entreprise qui s'arrêtent aura un revenu, mais elle sera bloqué a payer ses coûts fixes *C* (0); par conséquent, ses résultats seront π = - (0). Le point d'arrêt est le point minimum sur la courbe de coût variable moyen. Le prix correspondant est le prix d'arrêt. Le prix de fermeture est le prix minimum auquel le bénéfice maximum de la firme en le trouvera meilleur de rester dans la production plutôt qu'arrêtée et d'encourir une perte égale aux coûts fixes. À n'importe quel prix au-dessous du prix d'arrêt, la société arrêtera et enregistrera des pertes égales au coût fixe *C* (0). À court terme, la courbe d'offre est le segment de la courbe de coût marginal qui est supérieur au prix d'arrêt. (2)

----

(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 237-253.
(2) Michael C. Lovell. Op cit. pg 243.

La concurrence pure et parfaite est la structure du marché la plus idéale et utopiques parmi toute les structure du marché qui existe, elle s'appuie sur des hypothèses irréelle loin de la réalité économique, tel que le grand nombre d'offreurs et de demandeurs, l'homogénéité des produits et la disponibilité complète et parfaite de l'information. La concurrence pure et parfaite est considéré par les économistes comme la meilleure structure a travers la quel on peut comprendre et expliquer les comportement et les décisions au sein d'un marché, et par conséquent les prix et les quantités qui en résulte. L'équilibre dans ces types de marché est atteint lorsque les quantités demandées et offertes s'égale. Géométriquement c'est le point d'intersection des courbes de demande et d'offre. Le prix qui sera payé pour ces quantités est appelé prix d'équilibre. Les firmes opérant sur les marchés purement concurrentiels maximisent leurs profits quand le coût marginal égal le prix.

1.2. LE MONOPOLE :

Dans cette section on définira le monopole et la demande du marché qu'y fait face ensuite on déterminera le niveau dans lequel le monopoleur maximisera ses profits et les différentes stratégies que peut adopter.

1.2.1. Définition :

Le monopole est une structure de marché caractérisée par un seul vendeur d'un produit sans de bons substituts. Puisqu'un monopoleur est le fournisseur unique d'un produit désiré, le monopoleur est l'industrie. Les producteurs doivent rivaliser pour obtenir une part de marché globale du panier du consommateur de biens, mais les monopoles n'ont pas de concurrents efficaces pour des produits spécifiques, soit de concurrents établis ou potentiels. En tant que tel, les monopolistes sont responsables de prix qui exercent un contrôle important sur les prix du marché. Cela permet au monopole de déterminer simultanément les prix et la production pour l'entreprise (et l'industrie). (1)

Protégé contre la concurrence par des barrières à l'entrée sur le marché. Parce que l'entreprise monopolistique n'a pas à s'inquiéter des concurrents cassant son prix, elle peut augmenter son prix sans crainte que les clients se déplaceront à d'autres producteurs du mêmes produit ou des produits semblables.

----
(1) Hirschey, Mark "Fundamentals of Managerial Economics" South-Western College Pub, February 20, 2008. pg 363.

Puisque le monopoleur est le seul producteur d'un bien particulier, la courbe de demande du marché est décroissante, et c'est en même temps sa courbe de demande individuelle.
À la différence du concurrent parfait, l'entreprise monopolistique peut augmenter son prix et vendent moins, ou en diminuer le prix et vendre plus. La tâche critique du monopoleur pur est de déterminer l'une des combinaisons de prix quantité de toutes les combinaisons de prix quantité sur sa courbe de demande qui maximise ses profits. Dans ce sens le monopoleur pur est un chercheur des prix. Les meilleurs (mais non parfaits) exemples réels d'un monopole pur sont les compagnies électriques, qui dominent dans des secteurs géographiques déterminées, et le système postal de première classe du gouvernement. (1)

1.2.2. La demande du monopoleur :

Le monopoleur accapare tous le marché, il approvisionne la totalité de la demande. Le monopoleur est un faiseur de prix (*price maker*) c.a.d qu'il ne prend plus le prix du bien à produire comme une donnée du marché, mais en revanche son niveaux de production influence le prix du marché.
La demande que le monopoleur fais face et aussi la demande du marché" figure 1.9
Le pouvoir du monopoleur est mais relatif, car il est limité par la réaction de la demande du marché face aux variations de prix. (2)

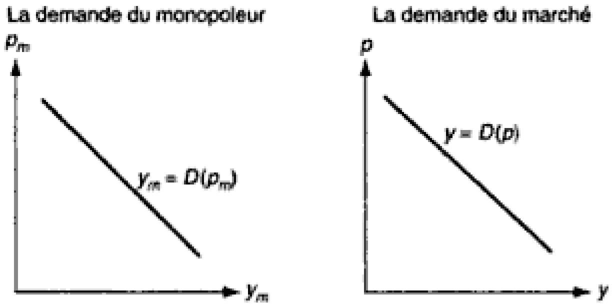


figure 1.9
Le cas du monopole (3)

1.2.3. La maximisation du profit :

La maximisation des profits de monopole est atteinte toujours par le choix d'une solution de quantité et des prix dans la gamme de la demande élastique le long de la courbe de la demande du marché. La solution d'output de monopole se produit quand le coût marginal = Le revenu marginal.

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 353.
(2) Hervé Defalvard « Fondements de la microéconomie: Les choix individuels » édition de boeck, université Bruxelles, Belgique, 2003, Pg 104-107.
(3) Hervé Defalvard op cit pg 106.

Étant donné que les entreprises compétitives produisent où le coût marginal = Prix, et puisque le revenu marginal < Prix, une industrie monopolisée facture un prix plus élevé et produit une production plus petite que d'une industrie compétitive avec le même coût et fonctions de demande. (1)

1.2.4. Différenciation des produits et discrimination (différenciation) par les prix :

Jusqu'ici on l'a supposé que le monopoleur indique un prix simple. La firme recoure parfois à des évaluations discriminatoires. Un monopoleur peut diviser le marché, en offrant différents prix à différentes classes des acheteurs (segmentation des marchés). Où, pour n'importe quel acheteur donné, le monopoleur peut offrir des escomptes pour achats en quantité ou bien il facture ses prix de manières différents selon les quantités achetées (évaluation de bloc).

À l'extrême un prix différent pourrait être pratiqué à chaque consommateur pour chaque unité prise ; ceci s'appelle le prix parfait de discrimination. Sous la segmentation du marché, le segment de la demande la plus élastique sera facturé à un prix inférieur. Lorsque, la situation de monopole est un « price-maker » La situation de monopole peut définir soit le prix de l'industrie P ou la production de l'industrie Q et n'ont pas les deux. Par rapport à une industrie compétitive, le prix plus élevé et la baisse de production sous monopole sont associés à une perte d'efficience (réduction des Surplus du consommateur et des producteurs excédentaires) ainsi que d'un transfert des consommateurs vers le monopole. Une perte d'efficacité supplémentaire peut résulter une «recherche de rente» la lutte pour obtenir et maintenir une position de monopole. (2)

Le monopole est la deuxième forme extrême du marché. Il est constitué d'un seul offreur qui a un certain pouvoir sur le marché, soi il fixe un prix et donc produire la quantité que le marché acceptera, soi il fixe un niveaux d'output, et laisse au marché déterminer le prix. Le monopoleur maximise ses profits lorsqu'il égalise son coût marginal avec son revenu marginal. Le prix dans une industrie monopolisée est plus élevée que celui dans un marché purement compétitive.

----

(1) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer "PRICE THEORY AND APPLICATIONS, Decisions, Markets, and Information" Cambridge University Press, New York 2005. pg 223.
(2) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer op cit. Pg 223.

1.3. CONCURRENCE MONOPOLISTIQUE :

Dans la section qui suit nous déterminerons la concurrence monopolistique et la demande qu'y fais face, ensuite nous analyserons l'équilibre ainsi que le marché a court et à long terme.

1.3.1. Définition :

Parmi plusieurs définition, on peut cité quelques une :

« La concurrence Intervient souvent non pas par multiplication des participants au marché mais par différenciation des produits. Elle met en présence non pas des offreurs indifférenciés, anonymes, mais des offreurs nettement particularisés par les caractéristiques spécifiques du produit qu'ils commercialisent. La concurrence monopolistique est donc une situation de marché où le nombre des acheteurs et des vendeurs est important mais où chaque vendeur se trouve confronté à une demande particulière du fait de la différenciation des produits. Chaque vendeur dispose en quelque sorte d'un petit monopole, compte tenu du fait que, par certains de ses aspects, même mineurs, le produit qu'il commercialise est unique. » (1)

« Un marché de grand nombre est en situation de concurrence monopolistique lorsqu'il est le lieu d`une différenciation des produits, qui recouvre deux grands cas de figure. Cette dernière autorise chaque firme du marché à se comporter vis-à-vis de sa demande spécifique comme un monopole. Toutefois, la demande spécifique de chaque firme n'est pas égale, comme dans le cas du monopole, à sa demande de marché. Ainsi, sur un marché de concurrence monopolistique, chaque firme fait face à deux courbes de demande. Il en résulte des conditions particulières pour l'équilibre de concurrence monopolistique ». (2)

« Proposé à l'origine par Chamberlain (1933), le concept de concurrence monopolistique formalise une situation de marché dans laquelle les produits offerts sont d'imparfaits substituts les uns des autres. Dans ce cas, chaque producteur bénéficie d'une situation de monopole sur sa production spécifique mais une concurrence existe entre les firmes puisque les offreurs proposent des biens qui restent malgré tout substituables. Par opposition aux modèles précédents, l'analyse de la concurrence monopolistique considère des consommateurs homogènes. » (3)

----

(1) F. Guyot « Éléments de microéconomie » Edition technip, paris, 1985, pg211-212.

(2) Hervé Defalvard « Fondements de la microéconomie: Les choix individuels » édition de boeck, université Bruxelles, Belgique, 2003, Pg pg1l9.

(3) Kim Huynh, Damien Besancenot « Économie industrielle » Breal, 2004. Pg 86.

A travers ces différentes définition, on peut dire que la concurrence monopolistique est un marché composé d'un certain nombre de producteurs dont les produits sont différenciés et qui font face à une élasticité très élevé, mais des courbes de demande pas parfaitement élastique. Un marché de concurrence monopolistique peut être identifié par les caractéristiques suivantes :

1. Il existe un certain nombre de concurrents, qui produisent des produits légèrement différents.
2. La publicité et autres formes de concurrence non prix sont répandues.
3. l'entrée sur le marché n'est pas barrée mais elle est limitée par des coûts d'entrée modeste, principalement les frais généraux.
4. En raison de l'existence de substituts proches, les clients peuvent se tourner vers d'autres producteurs si une entreprise à concurrence monopolistique augmente ses prix.

En raison de la fidélité à la marque, la courbe de la demande du concurrent monopolistique incline toujours en bas, mais elle est assez élastique (voir la figure 1.10). Le marché des manuels scolaires est un bon exemple de concurrence monopolistique. La plupart des sujets sont couverts par deux ou trois douzaines de manuels scolaires, qui diffèrent les uns des autres par leur contenu, le style de présentation et le design.
Comme nous l'avons noté dans notre étude de la demande, plus le nombre et la variété de produits de substitution pour un bien est grande, l'élasticité de la demande pour ce produit est grande, et les consommateurs réagiront à un changement de prix. (1)

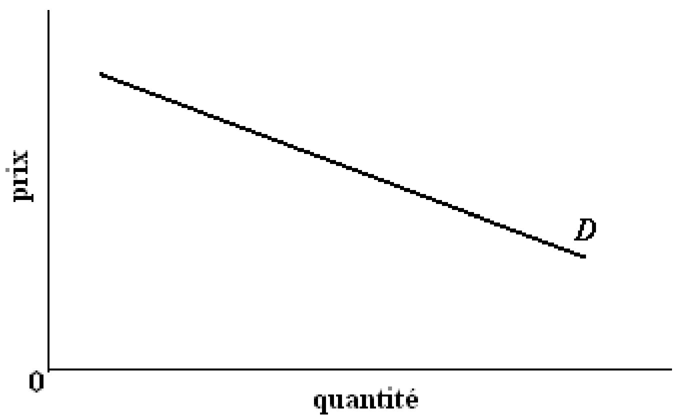


FIGURE 1.10 Courbe de demande d'un concurrent monopolistique
Parce que le produit vendu par la firme à concurrence monopolistique est légèrement différent des produits vendus par les producteurs concurrents, l'entreprise est confrontée à une courbe de demande très élastique, mais pas parfaitement élastique. (2)

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 355.
(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee op cit. pg 355.

Prenons l'exemple d'un marché de concurrence monopolistique. L'industrie du fast-food produit un certain nombre de produits différents, dont la plupart peuvent se substituer les uns aux autres. Si Burger Bippy augmente ses prix, alors, les consommateurs peuvent se déplacer vers un autre restaurant qui offre une nourriture et un service semblable. En raison de l'ignorance et de la fidélité du consommateur à Bippy Big, cependant, Burger Bippy est peu probable de perdre tous ses clients en augmentant ses prix. Il a un certain pouvoir de monopole. Par conséquent, il peut charger un peu plus que le prix concurrentiel idéal, déterminé par l'intersection des courbes de coût marginal et de la demande. Burger Bippy ne peut pas augmenter ses prix trop, cependant, sans une réduction substantielle de ses ventes. . (1)

En prenons le marché des automobiles de luxe, Rols Royce, Jaguar ou Bentley proposent des produits spécifiques. Chacune de ces firmes a presque un monopole dans son segment de marché, elle dispose d'une clientèle fidèle. La politique de prix pratiquée par ces firmes est interdépendante du fait de la proximité des clientèles. Un changement de prix par une des firmes affecte la répartition de la clientèle entre les différentes firmes. (2)

La mesure dans laquelle, les prix de concurrence monopolistique, peuvent s'écarter de l'idéal concurrentiel dépend de :

· Le nombre d'autres concurrents.

· La facilité avec laquelle les entreprises concurrentes peuvent étendre leurs affaires afin de satisfaire de nouveaux clients (le coût d'expansion).

· La facilité avec laquelle les nouvelles entreprises peuvent entrer sur le marché (le coût d'entrée).

· La capacité des entreprises à différencier leurs produits, par lieu ou par l'une des caractéristiques réelles ou imaginées (la différenciation des coûts).

· Sensibilisation du public aux différences de prix (le coût d'acquisition des informations sur les différences de prix).

Compte tenu de la concurrence, même limité, l'entreprise doit faire face à une courbe relativement élastique de la demande. Certainement plus élastique que le monopoleur. On admet que chaque entreprise a déterminé le type de produit qui lui est le plus profitable et qu'elle ne cherche pas à s'attirer la clientèle en mettant en oeuvre, par exemple, un important budget de publicité. (3)

(1 Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 426- 429.

(2) Kim Huynh, Damien Besancenot « **Économie industrielle »** Breal, 2004. **pg** 86

(3) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee. Op cit. Pg 427.

En raison de fidélisation de la clientèle, la firme en concurrence monopolistique ne sera pas appelée à servir le marché en entier si elle abaisse son prix légèrement inférieur à celui pratiqué par ses concurrents. Cela signifie qu'une entreprise qui vend dans un secteur de concurrence monopolistique n'a pas à accepter un prix déterminé par les forces du marché. C'est un poseur des prix ; comme un monopole, plutôt qu'un preneur de prix. Parmi les autres complications, la courbe de demande renversante de haut en bas signifie que l'entreprise à la concurrence monopolistique constate généralement que le revenu marginal est inférieur au prix, comme un monopole. Ceci est en contraste marqué avec le modèle concurrentiel, qui a toutes les entreprises face à une courbe de demande horizontale, de sorte que le prix et le revenu marginal sont égaux. Une entreprise opérant dans un environnement de concurrence monopolistique est affectée par les décisions de prix des autres firmes vendant des produits similaires, voire identiques. Un cadre de concurrence monopolistique, l'entreprise doit se soucier que d'autres entreprises vendent des produits semblables puissent réduire les prix, ce qui lui fera perdre une partie mais pas la totalité de ses clients, sauf si elle réduit également son propre prix. (1)

1.3.2. Concurrence monopolistique à court terme

À court terme, une entreprise de concurrence monopolistique peut s'écarter peu de la combinaison prix Quantité produites sous la concurrence parfaite. La courbe de demande pour les hamburgers fast-food à la figure 1.11 est fortement, bien que pas parfaitement, élastique. Suite à la même règle que la concurrence parfaite et le monopole pur, le fabricant de concurrence monopolistique Burger produit où CM = RM. Parce que les pentes de la demande de l'entreprise orientée vers la baisse, sa courbe de revenu marginal descentes aussi, comme le monopole pur. L'entreprise maximise les profits à la *Mmc* et les charges *Pmc*, un prix à peine plus élevé que le prix qui serait atteint sous la concurrence parfaite (Pc). (Rappelez-vous, la concurrence parfaite est confrontée à une horizontale, ou parfaitement élastique courbe de demande, qui est aussi sa courbe de revenu marginal. Elle produit à l'intersection des courbes de coût marginal et revenu marginal.) La quantité vendue à la concurrence monopolistique est également légèrement dessous de la quantité qui serait vendue sous la concurrence parfaite *Qc*. L'inefficacité du marché, indiqué par la zone triangulaire de l'ombre, n'est pas excessive.

---

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 426- 429.

Les bénéfices à court terme de l'entreprise peuvent être légers ou importantes, selon la demande pour son produit et le nombre de producteurs sur le marché. Dans notre exemple, le profit est la zone délimitée par *CTM*1P*mcab*, obtenu en soustrayant le coût total (0*CTM*1*bQmc*) des revenus totaux (0*PmcaQmc*), comme avec les monopoles (1).

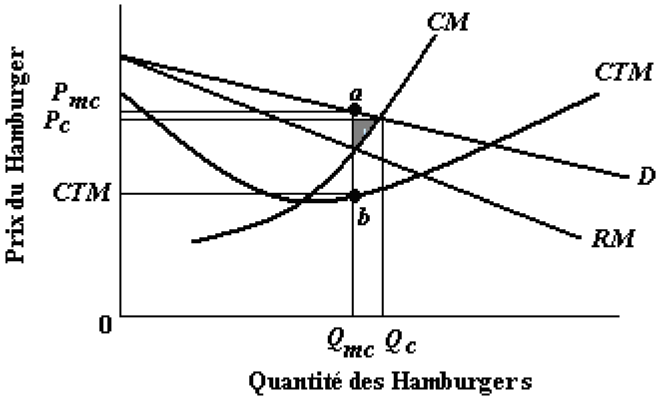


Figure 1.11 concurrence monopolistique à court terme.
Comme toutes les entreprises maximisant le profit, le concurrent monopolistique égalisera la recette marginale avec le coût marginal. Il produira des unités de *Qmc* et pratiquera le prix *Pmc*, à peine plus élevé que le prix sous la concurrence parfaite. (La courbe combinée d'une demande du concurrent parfait et de revenu marginal serait horizontale au *Pc* des prix.) (2)

1.3.3. Concurrence monopolistique à Long Terme

Puisque les barrières à l'entrée en concurrence monopolistique ne sont pas excessivement coûteuses à surmonter, l'important profit à court terme va attirer d'autres producteurs sur le marché. Lorsque le marché est réparti entre plus de concurrents, la courbe de la demande de l'entreprise individuelle décalera en bas reflétant une plus petite part du marché de chaque concurrent. En conséquence, la courbe de revenu marginal décalera en bas aussi bien. La courbe de demande deviendra également plus élastique, ce qui reflète le plus grand nombre de ses substituts potentiels sur le marché. (Ces changements sont présentés dans la figure 1.12.) Les résultats de la concurrence accrue sont les suivantes :

• La quantité produite chutes de *Qmc*2 à *Qmc*1.

• La baisse des prix de *Pmc*2 à *Pmc*1.

Les bénéfices sont supprimés lorsque le prix ne dépasse plus le coût moyen total de l'entreprise. (Tant que le profit économique existe, les nouvelles entreprises devraient continuer à entrer sur le marché.

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee “Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers” Cambridge University Press 2006 pg 426- 429.
(2) Richard B. McKenzie. Op cit. pg 427.

En fin de compte le prix diminue suffisamment pour éliminer le profit économique.) Notez que l'entreprise ne produit pas et le prix de son produit au minimum de sa courbe de coût total moyen, comme le concurrent parfait serait (ni qu'il a fait dans le court terme). En ce sens, l'entreprise est au-dessous de la capacité productrice, par *Qm – Qmc2* unités. En termes de prix et de quantité produite, la concurrence monopolistique ne peut jamais être aussi efficaces que la concurrence parfaite.

Les entreprises parfaitement compétitives obtiennent leurs résultats en partie parce que tous les producteurs produisent le même produit. Les consommateurs peuvent choisir parmi un grand nombre de fournisseurs, mais ils n'ont pas d'options de produits. Sur un marché de concurrence monopolistique, d'autre part, les consommateurs doivent acheter auprès d'un nombre limité de producteurs, mais ils peuvent choisir parmi une variété de produits légèrement différents. Par exemple, le marché du stylo offre aux consommateurs un choix entre feutre, fontaine, et des stylos à bille de nombreux styles différents. Cette variété de biens a un prix plus élevé illustrés dans la figure 1.12.

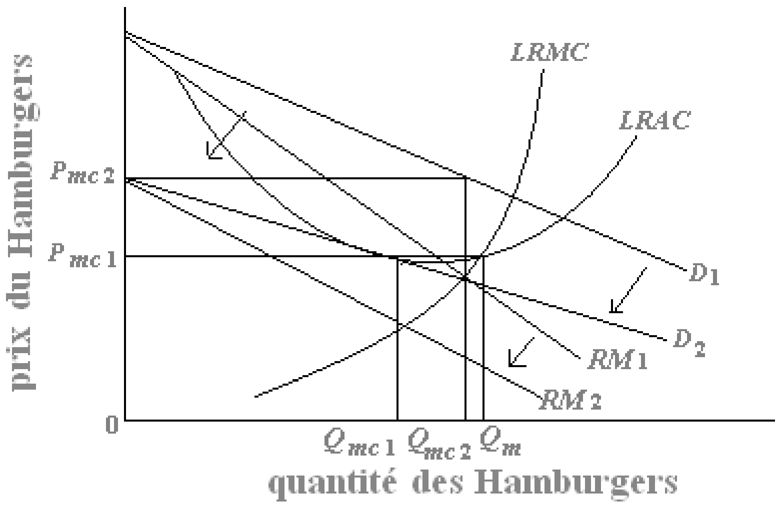


Figure 1.12 concurrence monopolistique sur le Long Terme (1)

La concurrence monopolistique est une structure de marché ou on trouve beaucoup de firme ayant chacune un petit monopole dans un segment de marché. Les firmes en concurrence monopolistique par le biais de la différenciation et par la particularité de leurs produits détiennent une clientèle fidel. Le changement des prix pratiqués par une des firmes et du fait de la proximité des clientèles affecte la répartition de la clientèle entre les différentes entreprises.

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee “Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers” Cambridge University Press 2006 pg 426- 429.

1.4. L'OLIGOPOLE :

Dans la section qui suit, nous aborderons la structure de marché où se trouve peu d'offreurs. On commencent par la définition de l'oligopole et ses barrière a l'entré, puis on passe a la définition des différents type d'oligopole, nous terminerons par la détermination des prix au sein de ce dernier.

1.4.1 Définition :

Parmi les différentes définitions qu'on peut trouver dans la plupart des manuels d'économie industrielle, on peut citer les suivantes :

« Un marché en oligopole est un marché où opère un petit nombre d'entreprises. Qu'entend-on par un petit nombre ? Un nombre inférieur à celui des entreprises en concurrence pure et parfaite, mais supérieur à l'entreprise unique du monopole. En concurrence pure et parfaite, le nombre des entreprises est tel qu'aucune d'entre elles ne peut avoir d'influence sur le prix. En monopole, au contraire, la firme peut choisir le prix (ou la quantité) qu'elle souhaite obtenir pour chaque unité de bien. L'oligopole se situe donc exactement entre ces deux structures de marché, chaque firme détient un pouvoir de marché mais doit tenir compte de celui de ses concurrentes. » (1)

Un oligopole est une industrie qui est dominée par un petit nombre de vendeurs. Parce que les marchés oligopolistiques sont difficiles à analyser, il est utile de concentrer l'attention sur le cas particulier d'un duopole, qui fait référence à une industrie dominée par deux entreprises. (2)

On peut considéré aussi qu'une structure de marché oligopolistique est celle dans laquelle quelques entreprises dominent le marché. Quelques petites entreprises peuvent également exister sur le marché mais avoir être une telle petite puissance économique que peut être négligeable en termes d'influence du marché et part de marché. (3)

Face à seulement un petit nombre de concurrents, chaque entreprise se trouve dans une situation «stratégique». En choisissant son propre prix ou sa production, elle a besoin d'examiner comment ses rivaux réagissent individuellement. Le meilleur prix que charge l'entreprise A dépend de ce que les entreprises B et C chargent, et de même, le meilleur choix pour B et C dépendent de ce que l'entreprise A fait. (4)

----

(1) Kim Huynh, Damien Besancenot « Économie industrielle » Breal, 2004, pg 59-66.

(2) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 274-286.

(3) Neil Harris "Business Economics, Theory and application" Butterworth-Heinemann OXFORD AUCKLAND BOSTON JOHANNESBURG MELBOURNE NEW DELHI 2001, pg 211-219.

(4) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer "PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information" Cambridge University Press, New York 2005.pg 280.

Quand une banque introduit un système de téléphone bancaire, d'autres copient, quand on s'ouvre le dimanche, ainsi faites les autres. De telles entreprises peuvent concurrencer les uns avec les autres vigoureusement, mais plus souvent par l'image de marque et la commercialisation de leurs services plutôt que des prix, puisque les réductions de prix sont susceptibles d'être copié par les autres entreprises, tandis que les hausses de prix ne sont pas, de peur que la coutume soit perdue. (1)
La définition de l'oligopole qu'on peut tirer de ces définition est que l'oligopole est une forme de marché ou existe peu de firmes et qui sont stratégiquement interdépendante entre eux, et que la décision d'une est en fonction de la réaction des autres. La caractéristique clé d'oligopole est l'existence de barrières à l'entrée à l'industrie.

1.4.2. Barrières à l'entrée :

Les barrières à l'entrée sont parmi les caractéristiques fondamentales des oligopoles. Pourquoi se crée ces barrière et comment. On peut cité la définition de Kim Huynh, Damien Besancenot : **«** Le modèle concurrentiel repose explicitement sur une hypothèse de libre entrée. Lorsque le prix excède le coût moyen de production, la possibilité de réaliser des profits entraîne l'entrée de concurrents sur le marché. L'augmentation de l'offre qui en résulte impose alors une baisse progressive du prix jusqu'à élimination des profits. En revanche, si un facteur limite l'entrée d'un secteur industriel, la structure du marché et les performances des firmes qui y participent vont dévier du régime concurrentiel. Restreindre l'accès au marché des concurrents potentiels permet de limiter le nombre d'acteurs du secteur et de maintenir des prix artificiellement hauts. Une firme qui s'approprie un contrôle partiel des conditions de marché peut agir afin de limiter la compétition et s'octroyer durablement une rente positive. Sont considérées comme barrières à l'entrée tous facteurs permettant aux firmes d'un secteur d'afficher des prix supérieurs au minimum du coût moyen de long terme sans attirer de nouveaux producteurs. Cette définition qui présente les barrières du point de vue des firmes en place qui cherchent à interdire l'entrée de futurs concurrents est complétée. Selon Stigler, une barrière à l'entrée correspond à tout élément qui impose à un nouvel entrant la réalisation d'une dépense que ne supportent pas les firmes déjà installées. La barrière apparaît alors du point de vue du concurrent lors de son installation sur le marché. » (2)

----
(1) Neil Harris "Business Economics, Theory and application" Butterworth-Heinemann OXFORD AUCKLAND BOSTON JOHANNESBURG MELBOURNE NEW DELHI 2001, pg 211-219.
(2) Kim Huynh, Damien Besancenot « **Économie industrielle »** Breal, 2004, pg113-130.

Trois types de barrières à l'entrée sont généralement recensés :

- Des barrières à l'entrée lies à des avantages absolus en coûts.
- Des barrières à l'entrée lies à des économies d'échelle.
- Des Barrières à la sortie. (1).

1.4.3. Différents oligopoles :

Les entreprises peuvent se comporter de différentes façons : elles peuvent se livrer a une concurrence ou au contraire se coopérer. Ces deux types d'oligopoles font l'objet de deux types d'analyses : les oligopoles non coopératifs et les oligopoles coopératifs.

1.4.3.1. Oligopoles non coopératifs :

Il existe de nombreux modèles d'oligopoles non coopératifs. Tous ont en commun de mettre en avant l'interdépendance qui existe entre les actions des entreprises opérant sur le marché oligopolistique.

a. Oligopole de Cournot :

L'oligopole tien son nom de son fondateur Cournot en 1838'. L'oligopole de Cournot se caractérise par :

Des coûts de production identique pour les deux firmes ou au contraire qu'il est différent.
La production simultanée de la quantité de bien qu'elles veulent produire les deux firmes, chaque firme prend en compte la quantité que l'entreprise concurrente va produire. Ainsi, chaque entreprise calcule la quantité de bien qui maximise son profit par rapport à tous les niveaux de production que sa concurrente peut adopter. (2)

b. Oligopole de Bertrand :

D'après Bertrand (1883) les entreprises fixent le prix et non pas la quantité. Selon lui, la décision de changer les prix est plus facile à court terme.

Parmi les hypothèses de Bertrand est que les produits des firmes oligopolistique sont identiques et que les consommateurs, le sachent et donc évidemment ils achètent de la firme qui pratique le prix le moins élevé. Par conséquent l'entreprise qui fixera le plus faible prix remportera tout le marché, tandis que les autres perdront la totalité de leurs clientèles. Dans ces conditions, les niveaux de prix seront des variables stratégiques, la stratégie optimale pour chaque entreprise dépend de la stratégie des autres firmes en matière de prix. Chaque firme essaye de fixer un prix inférieur au prix de autres. (3)

----

(1) Kim Huynh, Damien Besancenot « **Économie industrielle** » Breal, 2004, pg113-130
(2) Kim Huynh, Damien Besancenot. op cit.
(3) Kim Huynh, Damien Besancenot op cit.

c. Le duopole de Stackelberg :

Après avoir critiqué les déraisonnables fonctions de réaction de l'analyse de Cournot, L'économiste allemand Von Stackelberg a construit sa théorie sur la fonction de réaction de l'adversaire, Il a proposé que Le duopoleur1 croit qu'il est «price-leader» et agira en premier, et le second duopoleur maximisera son profit étant donné la quantité q, le duopoleur2 est appelé « price-follower, ainsi donc le duopoleur 1 va se comporter en fonction de la fonction de réaction du duopoleur2. (1)

1.4.3.2. Les oligopoles coopératifs :

Il y a le risque que les entreprises décideront que la concurrence est futile et qu'il vaudrait mieux de partager le marché, conviennent les prix etc. Ceci leur permettra d'exclure les entrants potentiels par diverses barrières pour maintenir les niveaux élevés de bénéfice. Ceci est connu comme la collusion et c'est illégal, car elle inhibe la concurrence et porte atteinte aux intérêts des consommateurs. Sous sa forme extrême, des entreprises peuvent établir un accord formel, connu sous le nom de cartel, pour surveiller leur collusion. Les circonstances les plus probables pour favoriser la collusion sont ceux où il existe un nombre limité d'entreprises, dont l'un est dominant, ils ont des méthodes de production et des niveaux de coûts similaires et ce sont généralement connues des entreprises de l'industrie; un autre exemple est lorsque les produits sont assez similaires, ce qui permet à établir un prix communs. (2)

1.4.4. Les théories de la détermination de prix

Dans un marché dominé par quelques producteurs, où l'entrée est difficile, la courbe de la demande face à un concurrent individuel sera moins élastique que la courbe de la demande du concurrent monopolistique (voir figure 1.14). Une hausse de prix est moins susceptible de chasser les clients comme ce serait dans un cadre de concurrence monopolistique, et la combinaison prix quantité réalisé par la firme sera probablement plus éloignée de l'idéal concurrentiel.

----

(1) Jean Jaskold Gabszewicz « Théorie microéconomique» Édition De Boeck & Larcier s. a. 1987 pg15.

(2) Neil Harris "Business Economics, Theory and application" Butterworth-Heinemann OXFORD AUCKLAND BOSTON JOHANNESBURG MELBOURNE NEW DELHI 2001, pg 211-219.

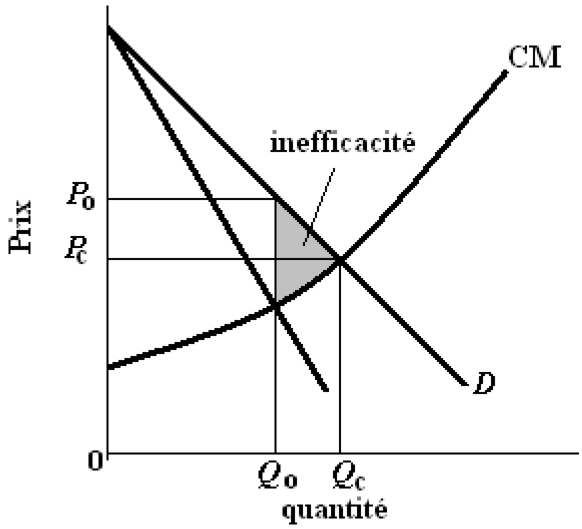


Figure 1.14 l'oligopoleur comme monopoleur (1)

Avec moins de concurrents que le concurrent monopolistique, l'oligopoleur face à une courbe de demande moins élastique, *D*o. Chaque oligopoleur ne peut se permettre de produire beaucoup moins - *Qo* - et de faire charger sensiblement plus que le concurrent parfait, qui produit Qc, à un prix de Pc. La partie ombrée représente l'inefficacité est plus grande que celle d'un concurrent monopolistique.

Dans la figure 1.14, l'oligopole ne produit que des unités de Q_0 pour un prix relativement élevé de *P*0, en comparaison à la combinaison du prix quantité du concurrent parfait de *QcPc* La partie ombrée représentant que l'inefficacité est assez large.

Puisque chaque oligopoleur est un facteur majeur dans le marché, les décisions de tarification des oligopoleurs sont mutuellement interdépendantes. Le prix qu'un producteur demande affecte de manière significative les ventes des autres. Par conséquent, quand une entreprise oligopolistique abaisse son prix, tous les autres peuvent être prévues pour abaisser le leur, pour éviter l'érosion de leurs parts de marché. L' oligopoleur peut anticiper les politiques de prix des autres producteurs comment ils vont réagir à un changement de prix, et ce que cela pourrait signifier pour sa propre politique. En fait, les décisions de tarification oligopolistique ressemblent à des mouvements dans un jeu d'échecs. La pensée peut être si complexe que personne ne peut prédire ce qui va arriver. Ainsi, les théories de la détermination des prix oligopolistiques ont tendance à se limiter presque exclusivement à court terme. (Dans le long terme, presque tout peut arriver.) (2)

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 429-434.
(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee. op cit.

1.4.4.1. L'oligopole monopoliste :

Étant donné la complexité du problème de la tarification, la firme oligopolistique, surtout si elle est l'entreprise dominante sur le marché, peut simplement décider de se comporter comme un monopole (parce qu'elle comporte un certain pouvoir de monopole). Comme un monopoleur, Burger Bippy peut simplement égaliser le coût marginal avec la recette marginale (voir Figure 1.14) et de produire des unités *Qo* Pour le prix *Pc*.

Ici le prix des oligopoleur est nettement au-dessus du niveau de prix compétitif, *Pc*, mais pas aussi élevé que le prix facturé par un monopoleur pur. (Si l'oligopoleur étaient un monopole pur, il ne devrait pas craindre une perte d'affaires à d'autres producteurs en raison d'un changement de prix.) L'inefficacité de ce marché est légèrement plus grande que dans un marché de concurrence monopolistique voir la zone ombrée du triangulaire de la Figure 1.14. (1)

1.4.4.2. L'oligopole comme Leader des prix :

Alternativement, les oligopoleurs peuvent attend des autres pour la conduite en déterminant des prix. Un producteur peut assumer le leadership de prix parce qu'il a le plus bas coûts de production, les autres devront suivre son exemple ou sous tarifés et court hors du marché. Le producteur qui domine les ventes du secteur peut assumer le leadership. La figure 1.15 décrit une situation dans laquelle toutes les entreprises sont relativement petites et de taille égale, sauf pour un grand producteur. La courbe de coût marginal collectif des petites entreprises (moins le grand producteur) est indiqué dans la partie (a), ainsi que la courbe de la demande du marché, *Dm*. Le producteur en position dominante, la courbe de coût marginal, *MCd*, est montré dans la partie (b) de la figure 1.15. Le producteur dominant peut voir de la partie (a) à un prix de P1, les petits producteurs fournira l'ensemble du marché pour le produit, par exemple, de l'acier. Au P1, la quantité demandée, Q2, c'est exactement ce que les petits producteurs sont disposés à offrir. Au P1 ou au-dessus, par conséquent, le producteur dominant vendra rien. À des prix inférieurs P1, cependant, la quantité totale demandée dépasse la quantité totale livrée par les producteurs plus petits. (2).

----

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 429-434.

(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA" Op cit.

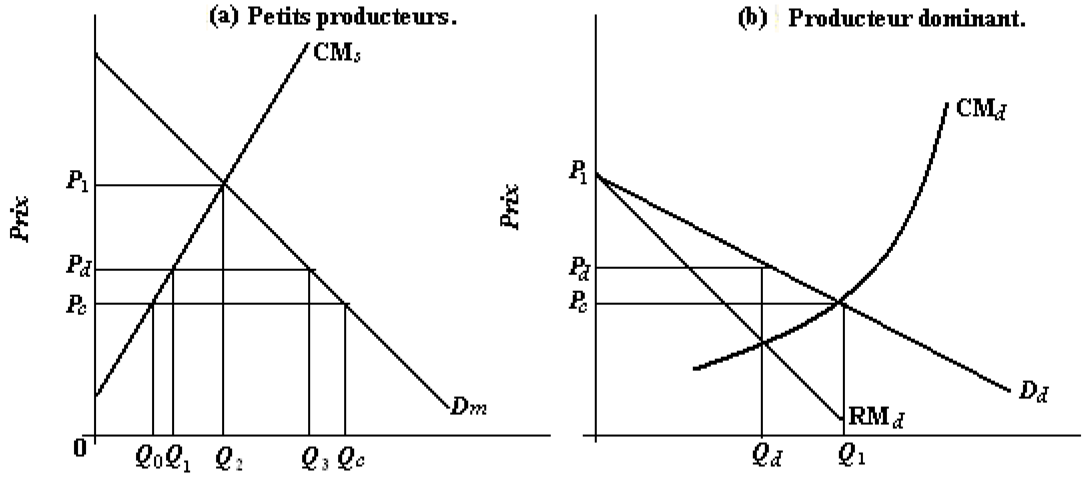


Figure 1.15 : l'oligopoleur comme Leader Price (1)

Le producteur dominant qui agit comme chef des prix va tenter de casser le prix du marché établi par de petits producteurs (partie (a)). Au P1 prix des petits producteurs fournira à la demande de l'ensemble du marché, Q2. À un prix inférieur *Pd* ou *Pc*: le marché demande plus que les petits producteurs peuvent fournir. Dans la partie (b), l'entreprise dominante en détermine la courbe de la demande en portant la quantité qu'il peut vendre à chaque prix à la partie (a). Ensuite, elle détermine son niveau de production maximisant le profit, *Qd*, en égalisant le coût marginal avec les recettes marginales. Elle pratique le prix le plus élevé que le marché peut supporter, pour cette quantité, *Pd*, forçant le prix du marché jusqu'à *Pd* dans la partie (a). Le producteur en position dominante vend les unités *Q*3-*Q*1, et les petits producteurs assurent le reste.

Par exemple, à un prix de *Pd* la quantité totale demandée à la partie (a) est Q3, alors que la quantité totale livrée est Q1. Par conséquent, le producteur dominant conclura qu'au prix Pd, il peut vendre la différence, *Q*3-*Q*1. D'ailleurs, à tous les prix ci-dessous P1, il peut vendre la différence entre la quantité fournie par les petits producteurs et la quantité demandée par le marché. Comme le prix est inférieur à P1, l'écart entre l'offre et la demande augmente, de sorte que le producteur dominant peut vendre des quantités toujours plus importantes. Si ceux-ci sont reportés sur un autre graphique, ils formeront une courbe de demande du producteur en position dominante, *Dd* (la partie (b)). Une fois qu'il a mis au point sa courbe de demande, le producteur dominant peut développer sa courbe de revenu marginal d'accompagnement, *MRd*, également montré dans la figure 1.15 (b). Grâce à sa courbe de coût marginal, *MCd*, et sa courbe de revenu marginal, il établit son niveau de production maximisant le profit et le prix, *Qd* et *Pd*. Le producteur dominant sait qu'il peut facturer des prix *Pd* pour quantité *Qd*, parce que cette combinaison prix-quantité (et tous les autres sur la courbe *Dd*) représente une pénurie n'est pas fourni par les petits producteurs à un prix donné à la partie (a). *Qd*, comme indiqué précédemment, est la différence entre la quantité demandée et la quantité offerte au prix de *Pd*. Ainsi, le producteur dominant choisit son prix, *Pd*.

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 431.

Et les petits producteurs doivent suivre. S'ils essaient de facturer un prix plus élevé, ils ne vendent pas tout ce qu'ils veulent vendre. (1)

1.4.5. Stabilité des prix et la Courbe de demande «coudée» : le modèle de Sweezy :

Il y a plusieurs décennies, les économistes ont cru qu'ils avaient noté quelque chose tout à fait significative au sujet des oligopoles. Pendant des périodes relativement longues, les prix dans ces industries ont semblé demeurer plus ou moins fixe. Cette rigidité des prix oligopolistiques observée a donné naissance à la théorie de la courbe de la demande coudée qui essaye d'expliquer comment les prix sont déterminés, et pourquoi ils ne bougent pas beaucoup. (2)

La théorie tient son nom a son inventeur Sweezy, qu'il part de l'hypothèse selon la quel que les oligopoleurs s'imitent entre eux lorsqu'il s'agit d'une réduction de prix. Par contre les concurrents ne le font pas si l'un d'entre eux accroît son prix. Dans de tel marché, la courbe de demande de l'oligopoleur aura une élasticité prix plus faible à la baisse qu'à la hausse. La courbe de demande se présentera sous une forme coudée. (3)

La Figure 1.16 montre le point d'inflexion dans la courbe de demande hypothétique de oligopole qui a décidé de produire à des prix rigides. L'idée était que la nature interdépendante des décisions sur les prix d'oligopole a donné naissance au pli. Supposons que le prix de l'acier est P1. Une firme oligopolistique peut raisonner que si elle abaisse son prix, d'autres entreprises suivront cet exemple pour protéger leurs parts du marché. Par conséquent, la courbe de demande dessous de ce point est relativement inélastique. Si l'entreprise augmente ses prix, cependant, elle perdra des clients aux autres entreprises, qui n'ont aucune raison de suivre une augmentation de prix. La courbe de demande au -dessus P1 est donc relativement élastique. En raison du coude au P1 la courbe de revenu marginal est discontinue. À une production de *Q*1, un écart se développe entre les parties supérieure et inférieure de la courbe (voir Figure 1.16). L'existence de cet écart est plus facile à comprendre si l'on songe à la courbe de demande coudée comme deux courbes distinctes se croisant au pli. La moitié inférieure de la courbe appartient à la courbe de demande D1 de la figure 1.17, et sa moitié supérieure à la courbe de demande D2.

----

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 429-434.

(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA" Op cit.

(3) F. Guyot « Éléments de microéconomie » Edition technip, paris, 1985. pg 236-238.

Vu de cette façon, les deux parties de la courbe de revenu marginal de la figure 1.16 sont simplement le composite des sections pertinentes de la courbe de la recette marginale RM1 et RM2 à la figure 1.16. A ce niveau de production, le coût marginal peut décaler tout le chemin jusqu'à CM2 et l'oligopoleur maximisera toujours ses bénéfices. Tant que la production reste en Q2, le prix restera P1. Une hausse de prix ne profiterait pas à l'entreprise à moins que sa courbe de coût marginal supérieur soit passée de CM2-dire à CM3. Dans ce cas, le prix qui maximise les bénéfices de l'entreprise ne serait que légèrement plus élevé de P2.

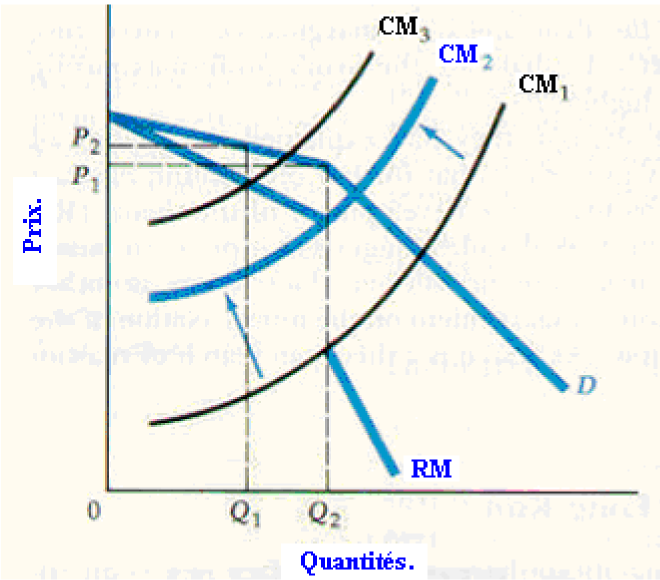


Figure 1.16 la Courbe de demande coudée (1)

La théorie de la courbe de demande coudée est basée sur la prémisse douteuse selon laquelle les prix d'un oligopoleur sont relativement rigides, ou ne répond pas aux augmentations de coûts. Selon la théorie, les l'oligopoleur individuelle raisonne que d'autres oligopoleur assortiront une réduction des prix afin de protéger leurs parts de marché, mais n'assortira pas une hausse du prix. Courbe de la demande de l'oligopoleur individuelle est donc plié au prix établi : la partie inférieure est moins d'élastique que le dessus, où même une petite augmentation de prix fera aller des clients ailleurs. Étant donné de la courbe de demande coudée, la courbe de revenu marginal de l'entreprise sera discontinue. Même si la courbe du coût marginal des oligopoleur décale vers le haut de MC1 à MC2, l'entreprise ne changera pas sa combinaison prix quantité, P1Q2.

Les économistes ont en même temps pensé qu'ils avaient expliqué la rigidité des prix oligopolistiques. Le seul problème est que d'autres observations a émis des doutes sur l'évidence qui motive le développement de la théorie. La recherche conduite pendant les trois dernières décennies suggère que les prix dans les industries dominées par quelques entreprises ne sont plus rigides que les prix dans d'autres industries. Puisqu'il y a un certain désaccord sur l'interprétation des données, la théorie demeure avec nous. Au mieux, c'est une théorie à la recherche de confirmation raisonnable. . (2)

----
(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 433.
(2) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee. Op cit. Pg 433-434.

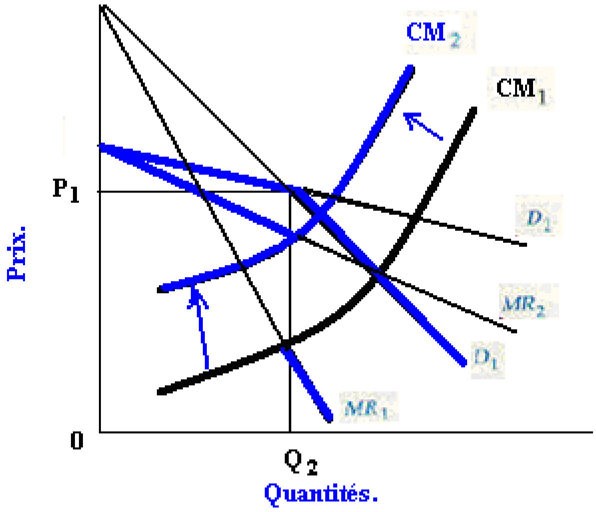


Figure 1.17 La courbe de demande coudée comme deux courbes séparées. (1)

La courbe de demande coudée de l'oligopoleur peut être considéré comme le composite de deux courbes de demandes différentes. La partie au-dessus du coude vient du sommet d'une courbe de la demande (D2) qui est relativement élastique. La partie au-dessous le point d'inflexion vient du fond d'une courbe de demande (D1) qui est moins élastique.

1.4.6. L'oligopoleur dans le long terme :

Dans un marché oligopolistique, les barrières à l'entrée considérables se posent à de nouveaux concurrents. Les entreprises dans les industries oligopolistiques peuvent donc conserver leurs positions à court terme beaucoup plus longtemps que peuvent les entreprises en concurrence monopolistique. L'oligopole est normalement associée à l'automobile, la cigarette, et marchés de l'acier, dont certains de très grandes entreprises. Là, les ressources financières nécessaires pour établir la production à l'échelle concurrentiel peut être une formidable barrière à l'entrée. On ne peut pas conclure que toute la nouvelle concurrence est bloquée dans un oligopole. Cependant, beaucoup des meilleurs exemples d'oligopoles se trouvent dans les marchés locaux, par exemple, les pharmacies, les magasins hi-fi, dans laquelle un, deux, ou tout au plus quelques concurrents existent, même si les obstacles financiers à l'entrée peuvent être facilement être surmontées . Même sur le marché national, où les conditions financières pour l'entrée peuvent être substantielles, quelques grandes entreprises ont la capacité financière de surmonter des barrières à l'entrée. Si les entreprises dans le marché des ampoules électrique exploitent leur court terme des possibilités de profit en limitant la production et augmentant les prix, les entreprises de l'extérieur, comme General Motors Corporation peut se déplacer dans le marché de l'ampoule et faire un profit. Ces dernières années, General Motors a en effet, déménagé dans le marché de l'électronique et de la robotique.

----

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 433.

La puissance d'oligopole demeure un sujet d'inquiétude. La base pour la concurrence, cependant, est la capacité relative des entreprises d'accéder à un marché où des bénéfices peuvent être faits, non pas la taille absolue des entreprises de l'industrie. (1)

L'oligopole est une structure de marché lorsqu'il s'agit d'une concurrence entre peu de firmes. Généralement c'est des grandes firmes qui dominent un marché spécifique. Ce petit nombre de concurrents est due a des barrières a l'entré que les firmes opérant sur ce marché créent pour dissuader les éventuels entrants potentiels.

Ce nombre restreint de firme crée une interdépendance entre eux, chaque firme en prenant ses propres décisions tiendra compte des réactions des autres firmes.

Il existe plusieurs types d'oligopole, des oligopoles non coopératifs, avec des firmes qui se concurrencent en quantités (Cournot), ou bien en prix (Bertrand). Des oligopoles coopératifs où on trouve des firmes qui se coalisent tacitement pour partager les gains du monopole.

---

(1) Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee "Microeconomics for MBA, the economic way of think for managers" Cambridge University Press 2006 pg 434.

CONCLUSION :

Au cour des années trente, les économiste en eu conscience que les analyses précédentes des marchés était loins de la réalité économique. Cet écart entre la théorie et la réalité économique est du a des postulats concernant les fonctionnements des marchés que les économistes néoclassiques ont élaborés. Les marchés peuvent être divisées en quatre catégories de base, en fonction du degré de concurrence.

La Concurrence parfaite représente un degré idéal de la concurrence, elle se caractérise par Un grand nombre de producteurs sur un marché, dont aucune n'est suffisamment importante pour affecter les prix du marché. Tous les producteurs sont des preneurs de prix, ils vendent des produits homogènes, et les consommateurs sont parfaitement informés sur les prix pratiqués par les différents producteurs. Il existe une libre entrée et de sortie sur le marché.

Le monopole pur apparaît lorsqu'il existe qu'un seul vendeur d'un produit pour lequel il n'existe pas de substituts proches. L'existence des barrières a l'entré permet au monopoleur d'augmenter ses prix sans craindre que les clients se déplace à d'autres producteurs. Le monopoleur déterminera la combinaison prix-quantité qui maximisera ses profits.

La concurrence monopolistique est un marché composé d'un certain nombre de producteurs dont les produits sont différenciés. Ainsi, les producteurs se concurrencent par la publicité et autres formes de concurrence non prix.

Un oligopole est un marché composé de peu de producteurs produisant soit un produit identique (comme l'acier) ou des produits fortement différenciés (comme les automobiles). Les barrières à l'entrée sur le marché sont considérables, mais la caractéristique essentielle des entreprises oligopolistiques est que leurs décisions sont interdépendantes. Autrement dit, les décisions seule entreprise peut affecter substantiellement les ventes des autres. Par conséquent, chaque entreprise doit suivre et de répondre aux décisions des autres entreprises dans l'industrie.

CHAPITRE 2

THEORIE DES JEUX

INTRODUCTION

Dans ce deuxième chapitre nous aborderons la théorie des jeux tout en essayant de présenter les principaux concepts de la théorie. On a composer se chapitre en six sections. Dans la première section on a définie le principe de la théorie ainsi que son apport dans les sciences économiques. Dans la seconde section on a présenté les règles du jeu qu'il faut exister pour qu'un jeu soit défini. Les jeux statiques avec information complète seront traités dans la troisième section tout en développant les concepts clé de la théorie tel que le dilemme du prisonnier, l'équilibre de Nash, les stratégies pures, les stratégies dominantes et les stratégies mixtes. Dès jeux statiques, on passe aux jeux dynamiques avec information complète dans la quatrième section, avec une présentation des jeux répétés. On terminera avec les jeux avec information incomplète pour des jeux statiques et dynamiques dans les sections cinq et six.

2.1. PRINCIPE DE LA THEORIE DES JEUX :

Dans la présente section, on définira le principe de la théorie, ainsi que sa contribution dans les sciences sociales et plus particulièrement dans les sciences économiques.

2.1.1. En quoi consiste la théorie des jeux ?

D'après (Shaun P.Hargreaves et *al*) La théorie des jeux est partout de nos jours, elle peut être appliqué à presque toute interaction sociale où les résultats d'un individu sont affectés non seulement par ses propres actions, mais aussi par les actions des autres. (1)

Ken binmore et *al* a évoqué certain cas ou l'interaction entre les individus est plus intense et que la théories des jeux peut nous y répondre.

A travers les questions suivantes on peut appréhender l'idée essentielle de la théorie des jeux.

« • Est-il possible, à votre avis, d'imaginer que lors d'une réunion, quelqu'un vote pour la proposition qui l'attire le moins et puisse considérer ce choix comme optimal?
• Est-ce une bonne idée pour un général de jouer à pile ou face pour déterminer sa décision de lancer son attaque le jour même ou de la remettre au lendemain ?
• Est-ce sensé pour un commerçant de se mettre à jeter une partie de ses marchandises
• Serait-il rationnel qu'un commissaire priseur en charge de vendre une maison l'adjuge au plus offrant mais en lui réclamant le prix proposé par celui qui a fait la deuxième offre ? » (2).

La théorie des jeux a été probablement soutenue avec la publication de la théorie des jeux et du comportement économique par John Von Neumann et Oskar Morgenstern (d'abord édités en 1944 avec les deuxièmes et troisièmes éditions en 1947 et 1953). Ils ont défini un jeu en tant que n'importe quelle interaction, entre les agents, et qui est régie par un ensemble de règles, spécifiant les mouvements possibles pour chaque participant et un ensemble de résultats pour chaque combinaison possible des mouvements. Une théorie de jeux promet de s'appliquer à presque n'importe quelle interaction sociale où les individus ont de la compréhension de la façon dont les résultats pour un, sont affectés non seulement par ses propres actions mais également par les actions de d'autres. (3)

----

(1) Shaun P.Hargreaves Heap and Yanis Varoufakis "GAME THEORY, A Critical Introduction" Routledge, the Taylor & Francis, New York, USA, 2003, Pg 1-2.
(2) Ken Binmore, Francis Bismans « Jeux et théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. 1999 Paris- Bruxelles pg 3-5
(3) Shaun P.Hargreaves. op cit.

2.1.2. Définition de la théorie des jeux :

Parmi plusieurs définition on peut cité quelques une :

La théorie des jeux est l'études des problèmes de décision multi personnes telles que les décisions qu'on peut trouver dans plusieurs domaine comme l'économie, la politique, le management,.., etc.(1)

On assiste au premier jeu des le 18e siècle avec les travaux de Borel mais le principal développement de la théorie des jeux étaient vers 1920 avec les travaux de Von-neuman et Morgenstern 1930 avec le célèbre livre "game theory and economic behavior" (2).

La théorie des jeux peut prédire comment les gens peuvent jouer plusieurs jeux dans leur vie sociale mais sous contraintes de rationalité (3).

D'après Milvin dresher la théorie des jeux est une théorie mathématique de prise de décision par des agents en environnement compétitive (4).

La théorie des jeux c'est la théorie qui nous aide à comprendre comment les individus rationnels prennent leurs décisions quand ils sont mutuellement interdépendant (5).

D'après ces différentes définitions, La théorie des jeux est la théorie qui explique le comportement des individus lorsqu'ils sont en interactions, et leurs actions sont interdépendantes. La théorie recoure à des outils mathématiques pour modéliser ces comportements, c'est pour cela qu'elle suppose que les individus sont rationnels.

2.1.3. L'apport de la théorie des jeux en économie :

La première application de la théorie des jeux était en économie, comme l'indique le nom du premier manuel en théorie des jeux qui s'intitule game theory and economic behavior (théorie des jeux et comportement économique) de Von-neuman (mathématicien) et Morgenstern (économiste) en 1930.

Ken Binmore et *al* disait que il n'y a pas de différence entre l'économie et la théorie des jeux puisqu'elle traitent la même problématique, et il confirme par la suite que l'économie néoclassique est une branche de la théorie des jeux :

« L'économie est le plus grand consommateur des idées développées par les théoriciens des jeux, et par conséquent c'est par là qu'il fau commencer.

----

(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992.
(2) Martin J. Osborne "An Introduction to Game Theory" Copyright 1995–2000 by Martin J. Osborne Oxford University Press pg3.
(3) Ken Binmore "Game Theory: A Very Short Introduction" Oxford University Press Ken Binmore 2007 pg2.
(4) MELVIN DRESHER "GAMES OF STRATEGY THEORY AND APPLICATIONS" Research Mathematician, the RAND Corporation, PRENTICE-HALL., INC. ENGLEWOOD CLIFFS, NJ 1961 pg1.
(5) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997 pg 1.

Il ne devrait rien y avoir de surprenant à ce que la théorie des jeux ait été utilisée aussi rapidement en économie. Cette science s'occupe soi-disant, d'allouer des ressources rares. Si celles-ci sont rares c'est dû au fait que la demande est supérieure à l'offre. Voici un scénario tout indiqué pour un jeu, puisqu'il met en place tous les ingrédients nécessaires. De plus, les économistes néoclassiques procèdent sur base de l'hypothèse que les gens agiront de façon rationnelle dans ce jeu. Dans une certaine mesure, l'économie néoclassique n'est par conséquent rien d'autre qu'une branche de la théorie des jeux. Cependant, bien que les économistes aient probablement toujours été des théoriciens des jeux sans le savoir, mais dans les limites de leur bureau, leurs progrès furent ralentis parce qu'ils n'avaient pas accès aux outils fournis par Von Neumann et Morgenstern. C'est la raison pour laquelle ils n'ont pu analyser que des jeux particulièrement simples. On comprend donc pourquoi le monopole et la concurrence parfaite ne leur posent pas de problèmes alors qu'ils commencent à peine à analyser comme elles le méritent toutes les variétés de concurrence imparfaite qui se situent entre ces deux extrêmes. Si l'on se place dans la perspective de la théorie des jeux, le monopole est simple parce que l'on peut l'étudier comme un jeu à joueur unique. La concurrence parfaite est simple parce que le nombre de joueurs est réellement illimité, de sorte que chaque individu ne peut en aucun cas influencer les agrégats marchands s'il agit individuellement. Un modèle simplifié éclairera peut-être ce point. Il indiquera aussi pourquoi la théorie des jeux est si étroitement liée au problème de la concurrence imparfaite » (1)

2.2. LES REGLES DU JEU :

Les règles du jeu sont l'ensemble des paramètres et d'hypothèses qu'il faut exister pour qu'on puisse dire qu'un jeu existe.

2.2.1. Définition d'un jeu :

Un jeu est un ensemble de relations entre des décideurs (les joueurs). Lorsqu'il existe une interaction décisionnelle entre plusieurs personnes, on peut dire qu'ils sont entrain de jouer un jeu entre eux.

2.2.2. Définition d'un Joueur :

Un joueur est un acteur qui devra au cours du jeu prendre une ou plusieurs décisions. Chaque joueur est caractérisé par les possibilités de suites d'actions qui s'offrent à lui, on appel ces actions les stratégies, ainsi que par ses motivations, c.a.dire ses préférences.

----

(1) Ken Binmore, Francis Bismans « Jeux et théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. 1999 Paris- Bruxelles pg 13-14.

2.2.3. Les stratégies :

Ensemble d'action ou choix face a un joueur. Selon Patrick Gonzalez et *al* : « Le concept de base pour décrire le comportement des joueurs est celui de stratégie. Une stratégie est une description complète de la façon dont un joueur entend jouer du début à la fin du jeu. En ce sens, une stratégie est un concept beaucoup plus complexe qu'une simple action. Une stratégie doit spécifier quelle action le joueur compte poser à chacun de ses ensembles d'information. Par ailleurs, il s'avère important de préciser en détail les stratégies de chaque joueur, même dans des circonstances qui ne risquent pas de se produire » (1).

On constate que le concept de stratégie en théorie des jeux est différent des concepts de stratégie en management traditionnel qui repose sur des politiques et des objectifs des firmes à long terme.

2.2.4. Profil de stratégies

Ensemble de stratégie choisit par un joueur. D'après Patrick Gonzalez et *al* : « Dans un jeu, chaque joueur doit jouer une de ses stratégies. Lorsque l'on regroupe les stratégies choisies par les joueurs, on obtient un profil de stratégies. Puisque la stratégie d'un joueur décrit toutes les actions que ce joueur compte éventuellement entreprendre, la spécification d'un profil de stratégies nous permet de décrire complètement un déroulement possible du jeu ». (2)

A travers la connaissance de profile stratégique, on peut connaître les préférences d'un joueur, ainsi que ses paiement escomptés.

2.2.5. Connaissance commune

Patrick Gonzalez et *al* dans son livre intitulé (Jeux de société, une initiation à la théorie des jeux) considère que la connaissance commune est la plus importante hypothèse dans la théorie des jeux : « C'est une hypothèse implicite sur lesquelles est fondée la théorie des jeux, celle de la connaissance commune est sans doute la plus problématique. On suppose ainsi que chaque joueur connaît la structure du jeu, le nombre de joueurs, leurs ensembles de stratégies, leurs préférences à l'égard des résolutions possibles du jeu (i.e. des profits de stratégies pouvant être joués), etc. L'hypothèse de connaissance commune signifie que tous les joueurs savent communément qu'ils partagent cette connaissance du jeu. En situation de connaissance commune, chaque joueur a la capacité de se mettre à la place des autres joueurs pour évaluer les mérites des stratégies qui s'offrent à lui ». (3)

----

(1) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société, une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006.pg 17-21.
(2) Patrick Gonzalez Jean Crête. Op cit.
(3) Patrick Gonzalez Jean Crête. Op cit.

L'interdépendance qui existe entre les joueurs exige ce type de connaissance commune afin qu'il puisse chacun d'entre eux prendre des décisions rationnels.

2.2.6. Ensemble d'information

La distinction entre une information complète et incomplète n'est pas du tout la même que celle entre l'information parfaite et imparfaite. Pour dire qu'un jeu est d'information parfaite ou imparfaite est de dire quelque chose au sujet de ses règles. Dire qu'un jeu est d'une information complète ou incomplète est de dire quelque chose sur ce qui est connu sur les circonstances dans lesquelles le jeu est joué. Cela signifie que suffisamment d'informations ont été fournies pour permettre au jeu d'être analysés. Pour que cela soit vrai en général, plusieurs choses sont prises à la connaissance commune. (1)

L'information dont dispose chaque joueur à son tour de jouer, est un élément clé qui influence le déroulement du jeu. (2)

2.3. JEU STATIQUE AVEC INFORMATION COMPLÈTE :

2.3.1. Jeu en forme stratégique (normale) :

Un jeu statique en forme normale est un jeu d'interaction décisionnelle, chaque joueur est affecté par l'action des autres joueurs, et non pas seulement par sa propre décision. Un jeu sous forme stratégique consiste à un ensemble de joueurs, chaque joueur possède un ensemble d'actions, et l'interaction entre ces ensembles d'actions détermine les gains de chacun. Les joueurs ne connaissent pas les actions de chacun d'entre eux (3). Chaque joueur choisit son plan d'action une fois pour toutes, leur décision est prise simultanément. (4)

La forme normale, également connue sous le nom de forme stratégique ou de matrice, est la représentation la plus familière des interactions stratégiques dans la théorie des jeux. Un jeu écrit de cette manière revient à une représentation de l'utilité de chaque joueur pour chaque état du monde, dans le cas particulier où les états du monde ne dépendent que des actions des joueurs réunis. Dans les cas ou les stratégies dépendent de l'aléatoire, les jeux sont appelés des jeux bayésiens en forme normale. En effet, la représentation sous forme normale est sans doute la plus fondamentale dans la théorie des jeux. (5)

----

(1) Ken Binmore "Fun and Games, a Text on Game Theory" D. C. Heath and Company Lexington, Massachusetts, Toronto, 1992, pg 501.
(2) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006. pg 80
(3) Martin J. Osborne "An Introduction to Game Theory" Copyright 1995–2000 by Martin J. Osborne, Oxford University Press. pg 11-12.
(4) Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein "A Course in Game Theory" The MIT Press 1994. pg 12.
(5) Kevin Leyton-Brown, Yoav Shoham "Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction" Copyright © by Morgan & Claypool, 2008, pg 3.

Dans un jeu en forme stratégique, les joueurs sont parfaitement informés de la structure du jeu c'est-à-dire l'ensemble des joueurs, les choix possibles (stratégie), tous sont connus pour l'ensemble des joueurs.(1)

Selon Eric Rasmusen « GAMES AND INFORMATION » : « Le jeu en forme stratégique est un jeu à un seule coup. La forme stratégique permet de relier les combinaisons stratégiques au paiement et les profils d'action aux résultat, la forme stratégique montre qu'elle paiements résulte de chaque combinaison de stratégie possible ».

Le jeu en forme stratégique est toujours associé à un tableau sous forme d'une matrice. Un jeu matriciel Γ_A $(m\times n)$ avec un résultat A est joué par deux personnes x et y. Si x choisi la ligne **i** $(1\leq \mathbf{i} \leq m)$ et y choisit une colonne j $(1\leq \mathbf{j}\leq n)$ alors le résultat de x est $a$ij.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix},$$

Chaque joueur à un ensemble fini de choix $m\times n$, et qu'il doit en prendre une. La combinaison des choix de deux joueurs détermine les résultats possibles. (2)

Pour analyser un jeu il faut déterminer l'espace de stratégie des joueurs et aussi de l'information sur laquelle leur stratégie est basée. (3)

Un jeu en forme de stratégique est un jeu caractérisé par les trois éléments suivants :

*Les joueurs : généralement sont ceux qui prennent des décisions, ils sont interdépendants entre eux.

*Les stratégies : disponibles pour chaque joueur, la stratégie et la description complète de comment un joueur peut jouer le jeu, et pas seulement une liste des actions possibles, elle décrit comment les actions des joueurs sont dépendantes et comment ils se comportent.

*Les paiements : c'est qu'est ce qu'un joueur reçoit enfin de jeu, ce résultat dépend des actions de tous les joueurs. Dans la forme stratégie, on montre les paiements de tous les joueurs, les combinaisons possibles des stratégies disponibles sous forme d'une matrice. Les paiements peut être définie en termes d'utilité donc tous les joueurs préfèrent les paiements grands que les paiements petits.

----

(1) Fernando Vega Redondo "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003 pg 30.

(2) Louis Brickman "Mathematical Introduction to Linear Programming and Game Theory" by Springer- Verlag New York Inc. 1989. pg 97-98.

(3) Christian Schmidt "Game Theory and EconomicAnalysis, A quiet revolution in economics" Éditions Dalloz 2002

Les paiements peuvent être des récompenses, des profits, les joueurs sont rationnels puisqu'ils cherchent toujours à maximiser leur profit. (1)

L'idée ici ce n'est pas de montrer que les autres joueurs essaye de se vaincre ou de se battre, mais plutôt que chacun essaie de maximiser son paiement en ce aidant ou en se battrant, par exemple pour les économistes, leur stratégie peuvent être des choix entre niveau de prix ou bien niveau de production. (2)

On peut modéliser ces élément du jeux mathématiquement comme suit :

Un jeu stratégique (n personne) est le tuplé (N, A, u) quand

N est un ensemble fini de *n* joueur *i*

$A = A_1 \times \cdots \times A_n$ est un ensemble fini d'actions disponibles des joueurs *i* chaque vecteur $a = (a_1, \ldots, a_n) \in A$ est appeler profil d'action.

$u = (u_1, \ldots, u_n)$ quand $u_i : A \mapsto \mathbb{R}$ est la valeur d'utilité réelle pour chaque joueur *i* (3), la fonction de paiement assigné à chaque joueur *i*, représente la combinaison de toutes les stratégies pures a ∈ A pour tous les joueurs *i* = 1, 2,…, *n*. On peut déterminé la fonction de paiement du joueur *i* par (*u*i (s)) .

Un jeu est finies quand l'ensemble des pures stratégie *S*i est finie.

Un jeu est infini quand au mois un ensemble *S*i est infini. (4)

On peut ajouter une quatrième dimension au jeu, qui est le timing de chaque action (simultanément ou successivement), et la structure des résultats. (5)

Pour la simplification en se concentre sur deux joueurs seulement :

$$\pi_i(s_1, s_2) \qquad \forall s_1 \in \mathbf{S}_1 \quad \text{and} \quad \forall s_2 \in \mathbf{S}_2 \ .$$

Avec : π_i Le résultat, le profit, le paiement…

s1 est la stratégie choisie pour le joueur1

s2 est la stratégie choisie pour le joueur2

S1 est l'ensemble des stratégies disponible pour le joueur1

S2 est l'ensemble des stratégies disponible pour le joueur2. (6)

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 8-9.
(2) Drew Fudenberg, Jean Tirole « game theory » MIT Press 1991. pg 4.
(3) Yoav Shoham, Kevin Leyton-Brown "MULTIAGENT SYSTEMS, Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations" published by Cambridge University Press © Shoham & Leyton-Brown, 2009. pg 56.
(4) Klaus Ritzberger "Foundations of Non-Coperative Game Theory" Oxford University Press, 2003, pg 143-144.
(5) Han T. J. Smit, Lenos Trigeorgis "Strategic Investment, Real Options and Games" Princeton University Press, United States of America 2004. Pg 171-175.
(6) James N. Webb "Game Theory, Decisions, Interaction and Evolution" © Springer-Verlag, London Limited, 2007.pg 63-64.

2.3.2. Équilibre en stratégie pure :

2.3.2.1. Stratégies et concepts de solution :

L'issu du jeu ou la façon avec laquelle le jeu est résolu ou fini est appelé la solution du jeu. Un jeu peut avoir une seul ou plusieurs solution, cette solution dépend des comportements et des croyances des joueurs. Un concept de solution (concept d'équilibre) est l'ensemble d'hypothèses concernant les comportements des joueurs qui nous aide à prédire la solution du jeu. (1)

2.3.2.2. Description d'une stratégie pure :

Une stratégie pure est l'action ou l'ensemble d'actions à chaque ensemble d'information que va jouer un joueur quel que soit le choix des autres joueurs ou le déroulement du jeu. (2)

2.3.2.3. Le dilemme du prisonnier

Le jeu consiste a interrogé deux prisonniers séparément, s'ils avouent tous les deux, chacun est condamné à deux ans d'emprisonnement, s'ils nient toute implication, chacun est condamné à un an. Si un seul d'entre eux avoue, il est relâché, mais l'autre est condamné à trois ans. Chacun des prisonniers est un joueur qui possède deux actions soit avouer, soit ne pas avouer. (3)

La situation peut être modelé comme un jeu stratégique :

Les joueurs c'est les deux suspects.

Les actions s'est l'ensemble des actions pour chaque joueur (avoué, ne pas avouer).

Les préférences des joueurs sont représentées par des fonctions de paiement :

$$u_1(\mathrm{AV}, \mathrm{NAV}) > u_1(\mathrm{NAV}, \mathrm{NAV}) > u_1(\mathrm{AV}, \mathrm{AV}) > u_1(\mathrm{NAV}, \mathrm{AV}).$$

		Suspect 2	
		avoué	ne pas avouer
Suspect 1	avoué	2, 2	0, 3
	ne pas avouer	3, 0	1, 1

Figure 2.1 dilemme du prisonnier

----
(1) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006.pg 33.
(2) Patrick Gonzalez Jean Crête. Op cit.
(3) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information : Introduction à la théorie des jeux » édition de bœck, université Bruxelles Belgique, 2004, pg 56-57.

$u_1(\mathrm{AV}, \mathrm{NAV}) = 3 > u_1(\mathrm{NAV}, \mathrm{NAV}) = 2 > u_1(\mathrm{AV}, \mathrm{AV}) = 1 > u_1(\mathrm{NAV}, \mathrm{AV}) = 0$

Le dilemme du prisonnier modélise des situations dans lequel il y aura des gains s'il y aura une coopération entre les joueurs, mais malgré ça les joueurs choisissent l'autre stratégie. (1) Chaque joueur possède une stratégie dominante, le joueur2 ne sait pas qu'elle action le joueur1 choisira, dans n'importe qu'elle cas, le joueur2 reçoie un paiement élevé en choisissant avouer. Les gains sont moins élevés que s'il ont choisi le couple « ne pas avouer, ne pas avouer » qui leurs procureront un payement de (1, 1). (2)

Les stratégies dominantes mènent les joueurs à choisir un seul équilibre qui n'est pas un optimum de pareto. C'est des situations similaire à des situations dans lesquelles les vendeurs diminuent leur prix de vente pour attirer les consommateurs, ce qui va leur générer des profits bas par rapport à la situation de coopération c'est-à-dire se consentir sur un prix fixe et élevé.(3)

Nicolas Eber dans son livre « Le dilemme du prisonnier » édition la Découverte, a évoqué plusieurs applications du dilemme du prisonnier :

— la course aux armements entre deux superpuissances

— la concurrence (en termes de prix, de publicité, etc.), entre deux grandes entreprises leaders sur un marché;

— la concurrence fiscale entre deux régions cherchant à attirer des investisseurs

— le conflit entre deux virus cherchant à infecter la même cellule : les virus se trouvent dans une situation de type dilemme du prisonnier, dans laquelle l'incapacité à coopérer réduit leurs aptitudes à se développer;

— le dopage dans le sport, chaque athlète utilise des produits pour être plus performant, ce qui pousse d'autre athlète a faire pareille et par conséquent le classement reste le même (par rapport au cas sans dopage), mais avec un coût élevé en termes de santé et d'éthique pour chacun des sportifs. (4)

----

(1) Martin J. Osborne "An Introduction to Game Theory" Copyright 1995–2000 by Martin J. Osborne Oxford University Press. Pg 12-13.

(2) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information: Introduction à la théorie des jeux » édition de bœck, université Bruxelles Belgique, 2004, pg 56-57.

(3) Philip D. Straffin « Game Theory And Strategy » The Mathematical Association of America USA 1993. pg73.

(4) Nicolas Eber « Le dilemme du prisonnier » © L'éditions la Découverte, Paris, 2006, Pg 23

2.3.2.4. Équilibre en stratégie dominante :

I. Stratégie dominante :

Il existe plusieurs définition on peut cité parmi eux :

Une stratégie domine une autre stratégie pour un joueur *i* si la première stratégie procure pour lui un paiement plus grand face à chaque stratégie de chaque autre joueur-*i*. (1)

$$\pi_1(s_2, t) > \pi_1(s_1, t) ,$$

Une stratégie dominante ***S*2** veut dire qu'il existe une stratégie mieux q'une autre, quoique les autres joueurs jouent. (2)

$$u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s_i', s_{-i})$$

La stratégie qui procure un gain supérieur a tous les autres gains des autres stratégies quel que soi le profil de stratégies des autres joueurs est appelée une stratégie dominante. (3)

Selon Eric Rasmusen : « La stratégie Si* est une stratégie dominante si elle constitue strictement la meilleure réponse d'un joueur à toutes stratégie que les autres joueurs pourraient choisir, c'est-à-dire le paiement associer à Si* est plus élevé que celui associé au choix par (*i*) de n'importe qu'elle autre stratégie. Mathématiquement c'est :

$$\pi_i\ (s_i^*, s_{-i}) > \pi_i\ (s_i^{'}, s_{-i})\ \forall\ s_{-i}\ ,\ \forall\ s_i^{'} \neq s_i^*$$

Les stratégies qui procurent un paiement inférieur sont dites stratégie dominée ». (4)

Prenant l'exemple suivant dans la Figure 2.2 :

Dans notre exemple pour le jour, la stratégie U domine la stratégie M,

U (3, 2, 6) > M (1, 1, 5). On peut dire aussi que la stratégie M est dominée par U. U est une stratégie dominante, M est une stratégie dominée. Pour le joueur2 R est une stratégie dominée par rapport à C.

L'ordre d'élimination des stratégies dominées n'est pas important quand la domination et stricte. En revanche s'il s'agit d'une domination faible il faut prendre en charge l'ordre de l'élimination. (5)

----

(1) Kevin Leyton-Brown, Yoav Shoham "Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction" Copyright © by Morgan & Claypool, 2008. pg 20.

(2) Ken Binmore "Fun and Games, a Text on Game Theory" D. C. Heath and Company Lexington, Massachusetts, Toronto, 1992. pg 146.

(3) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006.Pg 35**.**

(4) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information: Introduction à la théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. Paris- Bruxelles, 2004, pg 55-59.

(5) Bernhard von Stengel "Game Theory Basics" Department of Mathematics, London School of Economics, Houghton St, London WC2A 2AE, United Kingdom, October 6, 2008 pg 39-40.

		joueur2		
		L	**C**	**R**
	U	3, 1	2, 2	6, 1
joueur1	**M**	1, 2	1, 1	5, 0
	D	0, 1	4, 1	0, 0

Figure 2.2. Stratégie dominante.

II. Équilibre avec une stratégie strictement dominée :

L'équilibre en stratégie dominante est basé sur la question suivante quelle stratégie le joueur rationnel ne joue pas. (1)

Selon Eric Rasmusen et *al* : « Un équilibre en stratégie dominante est une combinaison de stratégie comprenant la stratégie dominante de chaque joueur, la stratégie dominante d'un joueur est sa réponse strictement meilleure même à l'égard d'actions parfaitement irrationnelles de la part des autres joueurs ». (2)

Un joueur rationnel ne joue pas une stratégie dominée. Le cas des joueurs du dilemme du prisonnier. Dans un jeu normal $G = \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$ s_i' *et* s_i'' deux stratégie parmi l'ensemble des stratégies S disponibles pour le joueur (***i***) la stratégie s_i' est strictement dominée par la stratégie s_i'' pour chaque combinaison avec les stratégies des autre joueurs, C'est.à.dire les paiements du joueur (*i*) en jouant la stratégie s_i' sont strictement moins que le paiement du joueur (*i*) en jouant la stratégie s_i'' .

$$u_i(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \ldots, s_n) < u_i(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_i'', s_{i+1}, \ldots, s_n) \quad (3)$$

Prenons l'exemple suivant dans la figure (2.3) :

Pour le joueur2, les stratégies L et M sont dominés par la stratégie R.

R (2, 6, 8) > M (1, 4, 6) > L (1, 1, 0). Donc le joueur2 quoi que le joueur1 joue, il jouera toujours sa stratégie dominante R. il en est de même pour le joueur1 qui jouera toujours sa stratégie dominante qui est U. U (4, 5, 6) > N (2, 3, 3) > D (3, 0, 2). L'équilibre du jeu sera donc, la paire (U, R).

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997.pg 16-17.

(2) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information : Introduction à la théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. Paris- Bruxelles, 2004, pg 55-59.

(3) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory" Published by Pearson Higher Education 1992.Pg 4-8.

		joueur2		
		L	M	R
	U	4 , 1	5, 1	6 , 2
joueur1	N	2, 1	3 , 4	3, 6
	D	3, 0	0, 6	2, 8

figure 2.3.
dominance stricte.

III. Équilibre avec Dominances itérées :

Prenons l'exemple de la bataille de la mer de Bismarck s'est déroulé dans le pacifique en 1943 entre le général Japonais Imamura et le général américain Kenney.

Les actions et les gains de chaque général peuvent être représentée dans la figure suivante :

		immamura	
		nord	sud
kenney	nord	2, 2	2, 2
	sud	1, 1	3, 3

Figure2.4 dominance itéré (1)

Imamura possède une stratégie dominante qui est « sud » 2 ≥ 2 et 3 > 1, même si cette dominance est appelé une dominance faible, elle reste toujours la seule stratégie pour Imamura parce qu'elle lui procure au moins un paiement plus élevé et jamais un seul paiement plus faible. Un équilibre faible en stratégie dominante est défini comme un profil de stratégie obtenue lorsque qu'on élimine des stratégies faiblement dominées.

Prenons un autre exemple des intersections indiqué dans la figure2.5.

		joueur 2		
		gauche	mileu	droite
joueur 1	haut	1, 0	1,2	0,1
	bas	0, 3	0, 1	2,0

Figure 2.5 jeu des intersections (1)

----

(1)) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information : Introduction à la théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. Paris- Bruxelles.
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory" Published by Pearson Higher Education 1992.Pg 5.

Le joueur1 à deux stratégies $S_2 = \{ \text{haut}, \text{bas} \}$ et le joueur2 à trois stratégies $S_1 = \{ \text{gauche}, \text{mileu}, \text{droite} \}$

Le joueur1 n'a pas de stratégie dominante, donc il est indifférent à chaque stratégie pour le moment. La stratégie « haut » est mieux que « bas » si le joueur2 joue « gauche » (1 > 0) mais « bas » est mieux que « haut » si le joueur2 joue « Droite »

(2 > 0). Pour le joueur2 quoi qu'il en soi la stratégie « droite » est dominé par la stratégie milieu (2 > 1, 1 > 0), on dit que le joueur2 est rationnel et il ne va jouer la stratégie « droite », ainsi si le joueur1 sait que le joueur2 est rationnel, alors le joueur1 élimine la stratégie « droite » de l'espace de stratégie du joueur2, donc il va jouer le jeux comme c'est montrer dans la figure (2.6).

		joueur 2	
		gauche	mileu
joueur 1	haut	1, 0	1, 2
	bas	0, 3	0, 1

Figure2.6 : élimination des stratégies dominées (1)

Dans la figure 2.6, la stratégie « bas » est strictement dominée par la stratégie « haut » pour le joueur1. Si le joueur1 est rationnel et sait que le joueur2 est rationnel, donc il ne va pas de jouer la stratégie « bas », ainsi, si le joueur2 sait que le joueur1 est rationnel et sait que joueur1 sait que le joueur2 est rationnel, alors le joueur2 élimine la stratégie « bas » dans l'espace de stratégie pour le joueur1, alors le jeu deviendra suivant la figure2.7.

		joueur 2	
		gauche	mileu
joueur 1	haut	1,0	1,2

Figure 2.7. La solution du jeu avec processus de dominance itère. (2)

Maintenant la stratégies « gauche » est dominé par la stratégie « milieu », donc le résultat de ce jeu est donné par la paire « haut, milieu ». Ce processus est appelé élimination itéré des stratégies strictement dominées. L'idée essentielle basée dans ce processus s'est la rationalité des joueurs dans la mesure que les joueurs ne joueront jamais des stratégies dominées.

----
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory" Published by Pearson Higher Education 1992.Pg 5.
(2) Robert Gibbons. Op cit. .Pg 5.

L'inconvénient de ce type de solution c'est le problème de connaissance commune c'est-à-dire le degré de connaissance des joueurs sur la rationalité de tous les joueurs et est-ce que tous les joueurs savent que tous les joueurs sont rationnels, et que tous les joueurs savent que tous les joueurs savent que tous les joueurs sont rationnels et ainsi de suite jusqu'à l'infini. (1)

Dans le cas des jeux ou les paiements peuvent prendre des valeurs extrêmes, la résolution du jeu avec le processus de dominance itéré ne s'impose pas toujours (Drew Fudenberg et a.l. 1991). Prenons l'exemple suivant :

		joueur2	
		L	R
joueur1	U	8, 10	-100, 9
	D	7, 6	6, 5

Figure 2.8 jeu avec paiement extrême. (2)

La résolution du jeu par le processus de dominance itéré nous conduit à choisir le couple « U, L » comme solution unique. La stratégie U est meilleur que D quand le joueur2 est sure d'avoir jouer stratégie dominante qui est L, dans le cas ou il existe 1% que le joueur2 ne joue pas sa stratégie dominante, le choix serai donc D pour le joueur1.

Dans les cas où se trouve des paiements extrêmes, les joueurs préfèrent assurer leur paiement, parce que s'il existe la moindre incertitude quant au comportement des joueur et de leur rationalité, ils peuvent se retrouver dans des situation catastrophique.(3)

Un équilibre en stratégie dominante est un équilibre de Nash (Kevin Leyton-Brown et a.l. 2008) (4)

2.3.2.5. L'équilibre de Nash

Si le jeu nous fournit une unique solution, alors on dit que c'est un équilibre de Nash, chaque joueur prévoit la stratégie de l'autre joueur et constituera de ce fait une réaction de cette stratégie, ce qui est de même pour l'autre joueur. Donc chacun des joueurs n'a intérêt de dévier de cette stratégie.

----

(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory" Published by Pearson Higher Education 1992.Pg 4-8.
(2) Drew Fudenberg, Jean Tirole "game theory" The MIT Press 1991. pg 6.
(3) Drew Fudenberg, Jean Tirole. Op cit.
(4) Kevin Leyton-Brown, Yoav Shoham "Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction" Copyright © by Morgan & Claypool, 2008. pg 20.

Dans un jeu normal à *n* joueur, $G = \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$ les stratégies $(s_1^*, \ldots, s_n^*)$ sont un équilibre de Nash si pour chaque joueur (***i***), s_i^* représente la meilleure réponse à la stratégie des autres joueurs *n*-1.

$$u_i(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*)$$

$$\max_{s_i \in S_i} u_i(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*).$$

Un équilibre de Nash est une convention sur l'issu du jeu entre les joueurs.
On considère le jeu suivant décrit dans la figure (2.9) :

	L	**C**	**R**
T	0, <u>4</u>	<u>4</u>, 0	5, 3
M	<u>4</u>, 0	0,<u>4</u>	5, 3
B	3, 5	3, 5	<u>6</u>, <u>6</u>

Figure 2.9: Équilibre de Nash. (1)

Pour trouver l'équilibre de Nash on cherche à trouver les meilleures réponses a chaque stratégie possibles. Dans notre exemple, l'équilibre de Nash correspond à la solution « B, R ».(2)

Le joueur choisit sa meilleure stratégie disponible en prenant compte les actions possibles de son adversaire, il construit une croyance sur le jeu de son adversaire, cette croyance et l'issu de son expérience passée du jeu, et qui lui permettre même de connaître le comportement de son adversaire.

Un équilibre de Nash est une action (a^*) avec une propriété que chaque joueur (***i***) ne peut mieux faire en choisissant une action différente de (a_i^*). Étant donné que les autres joueurs (***j***) s'adhère a (a_j^*). Un équilibre de Nash correspond en un état constant, stable, chaque fois que le jeu est joué, c'est le même équilibre de Nash, les joueurs n'ont pas de raison pour choisir une autre action et dévier de l'équilibre. (3)

----
(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory"Published by <u>Pearson Higher Education</u> 1992. pg 9.
(2) Robert Gibbons. Op cit.
(3) Martin J. Osborne "An Introduction to Game Theory" Copyright 1995–2000 by Martin J. Osborne Oxford University Press. Pg 19-21.

Étant donne que tous les joueurs ne veulent pas dévier de la situation actuelle, donc la combinaison de stratégie s^* est un équilibre de Nash

$$\forall i,\ \pi(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \pi(s_i', s_{-i}^*)\ \forall s_i' \quad (1)$$

À l'équilibre de Nash chaque choix stratégiques d'un joueur et optimale étant donné que chaque autre joueur choisit leurs stratégies d'équilibre (2).

Dans chaque jeu de nombre finis de joueurs et de stratégie, il existence au moins un équilibre de Nash (3).

Dans un jeu strictement compétitif, la condition pour qu'un couple de choix stratégique soit un équilibre de Nash est qu'il constitue un point de selle de la forme stratégique du jeu. (4)

2.3.2.6. Équilibre en stratégie pure dans un jeu a somme nulle

A - Jeu a Somme nulle

Il existe une classe importante des jeux non coopératifs généralement avec juste deux joueurs, et qui admettent une analyse beaucoup plus approfondie que ce qui est possible pour d'autres types de jeux. Ils sont les jeux de somme nulle, parfois aussi appelés jeux strictement compétitif. Un exemple simple d'un jeu à somme nulle est désormais bien connue sous le nom de matching pennies. (5)

Les intérêts des joueurs dans se type de jeu sont donc opposer, l'un gagne ce qui perd l'autre. Les jeux a somme nulle fut les premiers type de jeu à être formalisé. (6)

Un jeu a somme nulle est un jeu dont la somme des paiement égal a 0, c'est un jeu purement compétitive, les utilités se transfère d'un joueur a un autre, et puisque les intérêt des joueurs sont opposé, il n'y a aucune possibilité de coopération. Il existe deux type de jeu a somme nulle, les jeux finis et les jeux infinis. Les jeux finis sont les jeux dans lesquels les joueurs ont un nombre fini de stratégies pures. Les jeux infinis c'est les jeux ou au moins un joueur a un nombre infini de stratégies pures. La solution des jeux a somme nulle consiste a spécifier le chemin que chacun des joueurs doit suivre. Les paiements qui en résultes sont connu comme valeur du jeu. (7)

----

(1) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information : Introduction à la théorie des jeux » édition de bœck, université Bruxelles Belgique, 2004, pg 43.

(2) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 18-19.

(3) John Nash "Non-Cooperative Games" Thesis, Faculty of Princeton University 1950.

(4) Ken Binmore, Francis Bismans « Jeux et théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. 1999 Paris- Bruxelles Pg 46-47.

(5) FERNANDO VEGA-REDONDO "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 45-50.

(6) James N. Webb "Game Theory, Decisions, Interaction and Evolution" © Springer-Verlag, London Limited, 2007, pg 84.

(7) Anthony Kelly "Decision Making using Game Theory, An introduction for managers" Cambridge University Press, New York, United States of America 2003, pg78.

	B_1	B_2	B_3
A_1	4	2	− 5
A_2	− 2	4	3
A_3	− 3	6	2
A_4	3	− 8	− 6

Figure 2.10 : jeu a somme nulle. (1)

Pour chaque paire de stratégie opposée, la somme des paiements des joueurs égal à 0, généralement on écrit le paiement du joueur ligne dans la matrice des gains, le joueur colonne est donc a un paiement négatif de ce même nombre. (2)

Considérant le jeu à somme nulle en forme stratégique, si le joueur ligne choisit la ligne ***i*** et le joueur colonne choisit la colonne ***j*** alors le paiement *a* (***i, j***) du joueur ligne est le coût du joueur colonne dont il essaie toujours de le minimiser et son paiement est donné par *b(î, j) = - a (î, j), et que a (i, j) + b (i, j) = 0,* ce qui explique le terme somme nulle.(3)

Un jeu bilatéral en forme stratégique G = {{1, 2}, {S1, S2}, {π1, π2}} serait de somme nulle s'il satisfait π1 + π2 = 0 pour tout le $s \in S$. C'est-à-dire, on peut d'une manière équivalente reformuler l'état de somme nulle comme suit : $\forall\sigma \in \Sigma,\ \pi_1(\sigma) + \pi_2(\sigma) = 0.$

Soit G un jeu bilatéral fini à somme nulle. Pour chaque paire de stratégies, $s_{2k} \in S_2,\ s_{1j} \in S_1,$ on désigne par $a_{jk} \equiv \pi_1(s_{1j}, s_{2k})$et $b_{jk} \equiv \pi_2(s_{1j}, s_{2k})$ les paiements associés à chaque joueur respectifs. Puisque le jeu est à somme nulle, il faut évidemment avoir $b_{jk} = -a_{jk}$. Par conséquent, le jeu admet une représentation compacte mais suffisant par le biais d'une matrice A de dimension *r*1 × *r*2, à savoir, (cardinalité de *S*1) × (cardinalité de *S*2), une entrée typique $a_{jk}\ (j = 1, \ldots, r_1;\ k = 1, \ldots, r_2)$, qui représente le paiement pour le joueur 1 associé au profil stratégique (s_{1j}, s_{2k}). (4)

----

(1) Edward w. Packel "THE MATHEMATICS OF GAMES AND GAMBLING" Copyright by the Mathematical Association of America (Inc.) the United States of America, 1981, pg

(2) Edward w. Packel. Op cit.

(3) Bernhard von Stengel "Game Theory Basics" Department of Mathematics, London School of Economics, Houghton St, London WC2A 2AE, United Kingdom, October 6, 2008 pg 85.

(4) FERNANDO VEGA-REDONDO “Economics and the theory of games” by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 45-50.

B. Équilibre ou points selle :

***définition :**

Parmi plusieurs définitions on peut cité celle de Ken Binmore : « Un couple de stratégies (s. t) est un point de selle de la forme stratégique d’un jeu strictement compétitif. Si le joueur 1 considère que le résultat r qui découle de l’utilisation de (s, t) n’est pas plus mauvais que tout autre résultat dans la colonne correspondant à t et pas meilleur que tout autre résultat dans la ligne correspondant à s.

Supposons que le jeu ait une valeur v. Soit s une stratégie qui assure au joueur1 un résultat $u \succeq_1 v$. Alors toute entrée dans la ligne s de la forme stratégique ne doit pas être plus mauvaise que v pour le joueur1. Soit t une stratégie qui assure au joueur2 un résultat $u \succeq_2 \bar{v}$. Alors toute entrée dans la colonne t ne doit pas être plus mauvaise que v pour la joueuse2. Puisque le jeu est strictement compétitif, toute entrée dans la colonne t n’est par conséquent pas meilleure que v pour le joueur1. Le résultat réel qui découle de la partie de (s, t) ne doit par conséquent être pour le joueur1 ni plus mauvais ni meilleur que v. Puisque l’on part du principe que les joueurs ne sont pas indifférents entre les résultats de cette section, il s’ensuit que le résultat du (s. t) doit être v ». (1)

Un jeu a somme nulle est un jeu purement compétitif c.a.dire ce que gagne un joueur va perdre l’autre joueur .Le couple de stratégie qui maximise les gains d’un joueur et en même temps minimise les pertes de l’autre joueur est appelé point d’équilibre ou point selle

*** Théorème :**

J est une fonction réelle *f* (*x*, *y*) avec $x \in$ A et y $\in$ B, on suppose que :

$$\max_{x \in A} \min_{y \in B} f(x, y)$$

Et

$$\min_{y \in B} \max_{x \in A} f(x, y)$$

Le jeu possède un point selle $\| x_0 , y_0 \|$ si la condition suivante existe. (2)

$$\max_{x \in A} \min_{y \in B} f(x, y) = \min_{y \in B} \max_{x \in A} f(x, y)$$

----

(1) Ken Binmore, Francis Bismans « Jeux et théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. 1999 Paris- Bruxelles Pg 45.
(2) J. C. C. Mckinsey "introduction to the theory of game" The RAND Corporation1952, pg 12.

*** Le minimax :**

La stratégie Maximin d'un joueur est la stratégie qui maximise son pire payement, c'est un concept qui a de sens dans un jeu simultané. Le joueur (i) s'engage à choisir une stratégie qui représente pour lui le meilleur choix, et les autres joueurs observent cette stratégie et choisissent leurs stratégies afin de minimiser son paiement (paiement de i). La stratégie maximine et un choix des joueurs conservateur qui veulent maximiser leur utilité mis à par les choix des autres. (1)

La stratégie minimax est une stratégie optimale pour le joueur2 et la stratégie Maximin et la stratégie optimale pour le joueur1

$$\min_{j_2}\left[\max_{j_1}\pi(j_1,j_2)\right]=\max_{j_1}\left[\min_{j_2}\pi(j_1,j_2)\right]=V_A$$

Pour chaque matrice de jeu, il existe des maxima et des minima. (2)

On dit que le joueur i maximinimize, s'il choisit une action qui représente le meilleur pour lui sur l'hypothèse que quoi qu'il fasse, le joueur1 choisit son action pour le nuire aussi beaucoup que possible. Si les deux joueurs sont des maximinimizer, on dit que le jeu est en équilibre de nash.

L'action $x^* \in A_1$ est un maximinimizer pour le joueur1 si :

$$\min_{y\in A_2} u_1(x^*,y) \geq \min_{y\in A_2} u_1(x,y) \text{ pour tous } x \in A_1.$$

L'action $y^* \in A_2$ est un maximinimizer pour le joueur2 si :

$$\min_{x\in A_1} u_2(x,y^*) \geq \min_{x\in A_1} u_2(x,y) \text{ pour tous } y \in A_2.$$ (3)

La solution minimax est l'analogue de l'équilibre de Nash dans un jeu à somme pas nulle. (4)

$$\pi(\sigma_1,\sigma_2) = \pi_1(\sigma_1,\sigma_2), \text{ donc } \pi_2(\sigma_1,\sigma_2) = -\pi(\sigma_1,\sigma_2)$$

$$\pi_1(\sigma_1^*,\sigma_2^*) \geq \pi_1(\sigma_1,\sigma_2^*) \qquad \forall\sigma_1 \in \Sigma_1$$

Et

$$\pi_2(\sigma_1^*,\sigma_2^*) \geq \pi_2(\sigma_1^*,\sigma_2) \qquad \forall\sigma_2 \in \Sigma_2$$

----
(1) Yoav Shoham, Kevin Leyton-Brown "MULTIAGENT SYSTEMS, Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations" published by Cambridge University Press © Shoham & Leyton-Brown, 2009. pg 73-76.
(2) Louis Brickman "Mathematical Introduction to Linear Programming and Game Theory" by Springer, Verlag, New York Inc. 1989. pg 116.

(3) Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein "**A Course in Game Theory**" The MIT Press 1994 pg 21.
(4) James N. Webb "Game Theory, Decisions, Interaction and Evolution" © Springer-Verlag, London Limited, 2007. Pg 84-85.

On peut écrire

$$\begin{aligned}\pi(\sigma_1^*, \sigma_2^*) &= \max_{\sigma_1 \in \boldsymbol{\Sigma}_1} \pi(\sigma_1, \sigma_2^*) \\ &= \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{\sigma_2 \in \boldsymbol{\Sigma}_2} \pi(\sigma_1, \sigma_2)\end{aligned}$$

Ou, ce qui revient

$$\begin{aligned}\pi(\sigma_1^*, \sigma_2^*) &= \min_{\sigma_2 \in \boldsymbol{\Sigma}_2} \pi(\sigma_1^*, \sigma_2) \\ &= \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \max_{\sigma_1 \in \boldsymbol{\Sigma}_1} \pi(\sigma_1, \sigma_2) \ .\end{aligned}$$

Rappelant que le joueur2 pour maximiser son paiement, il faut minimiser le paiement du joueur1 :

$$\begin{aligned}\pi(\sigma_1^*, \sigma_2^*) &= \max_{\sigma_1 \in \boldsymbol{\Sigma}_1} \pi(\sigma_1, \sigma_2^*) \\ &= \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{\sigma_2 \in \boldsymbol{\Sigma}_2} \pi(\sigma_1, \sigma_2)\end{aligned}$$

Ainsi pour le joueur1 :

$$\begin{aligned}\pi(\sigma_1^*, \sigma_2^*) &= \min_{\sigma_2 \in \boldsymbol{\Sigma}_2} \pi(\sigma_1^*, \sigma_2) \\ &= \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \max_{\sigma_1 \in \boldsymbol{\Sigma}_1} \pi(\sigma_1, \sigma_2) \ . \quad (1)\end{aligned}$$

*** Théorème (Von Neumann, 1928) :**

Soit G un jeu bilatéral et finie à somme nulle. Donc :

(i) Il existe une certaine $v^* \in \mathbb{R}$ tel que $v_1 = v_2 = v^*$.

(ii) Pour chaque équilibre de Nash (σ_1^*, σ_2^*), $\sigma_1^* A\ \sigma_2^* = v^*$.

Preuve :

Nous prouvons d'abord que $v2 \geq v1$. Compte tenu tout $\sigma_1 \in \Sigma_1$ et $\sigma_2 \in \Sigma_2$, nous avons évidemment.

$$\min_{\sigma_2' \in \Sigma_2} \sigma_1 A \sigma_2' \leq \sigma_1 A \sigma_2 \qquad \textbf{(2.1)}$$

Puis, en appliquant l'opérateur $\max_{\sigma_1 \in \Sigma_1}$ aux deux côtés de l'inégalité qui précède, il s'ensuit que :

$$v_1 = \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{\sigma_2' \in \Sigma_2} \sigma_1 A \sigma_2' \leq \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \sigma_1 A \sigma_2 \qquad \textbf{(2.2)}$$

----

(1) FERNANDO VEGA-REDONDO "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 45-50.

Pour toute donnée $\sigma_2 \in \Sigma_2$. Par conséquent, en appliquant désormais l'opérateur $\min_{\sigma_2 \in \Sigma_2}$ à deux membres de (2.2), on obtient

$$v_1 \leq \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \sigma_1 A \sigma_2 = v_2,$$

Ce qui prouve l'inégalité voulue $v_2 \geq v_1$.

Nous allons montrer que $v_1 \geq v_2$. Soit (σ_1^*, σ_2^*) un équilibre de Nash de G (un équilibre existe toujours). De la définition de l'équilibre de Nash, nous savons

$$\sigma_1^* A\, \sigma_2^* \geq \sigma_1 A\, \sigma_2^*, \quad \forall \sigma_1 \in \Sigma_1 \tag{2.3}$$

$$\sigma_1^* A\, \sigma_2^* \leq \sigma_1^* A\, \sigma_2, \quad \forall \sigma_2 \in \Sigma_2. \tag{2.4}$$

En revanche

$$\begin{aligned} v_1 &= \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \sigma_1 A\, \sigma_2 \\ &\geq \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \sigma_1^* A\, \sigma_2. \end{aligned}$$

Parce que, par (2.4),

$$\min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \sigma_1^* A\, \sigma_2 = \sigma_1^* A\, \sigma_2^*,$$

Il s'ensuit que

$$v_1 \geq \sigma_1^* A\, \sigma_2^*.$$

Compte tenu de (2.3), nous avons alors.

$$\sigma_1^* A\, \sigma_2^* = \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \sigma_1 A\, \sigma_2^*$$

Et donc

$$\begin{aligned} v_1 &\geq \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \sigma_1 A\, \sigma_2^* \\ &\geq \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \sigma_1 A\, \sigma_2 = v_2. \end{aligned}$$

La combinaison de $v_2 \geq v_1$ et $v_1 \geq v_2$ on obtient la partie (i) du théorème, c'est-à-dire $v_1 = v_2 = v^*$. La partie 2 est une conséquence immédiate de cette égalité.

En partie (i) du théorème de Von Neumann, le Maximin et le minimax d'un jeu de somme nulle bilatéral et fini coïncident toujours. On pourrait interpréter la partie (ii) indiquant que les prévisions les plus pessimistes des deux joueurs sont à la fois confirmées à tout équilibre de

Nash. C'est-à-dire, chaque joueur *i* obtient le meilleure paiement compatible avec "l'anticipation parfaite" par son adversaire.

Pour le joueur 1, cela signifie que :

$$\pi_1(\sigma_1^*, \sigma_2^*) = \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \sigma_1 A\, \sigma_2 = v^* \tag{2.5}$$

Pour le joueur2 :

$$\pi_2(\sigma_1^*, \sigma_2^*) = -\min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \sigma_1 A\, \sigma_2 = -v^*. \tag{2.6}$$

La commune v * présenté dans chacune de ces expressions est appelée la valeur du jeu.

Notons qu'on suppose implicitement que chaque joueur a juste un seul adversaire. (1)

2.3.3. Stratégie mixte :

Le principe des stratégies mixtes c'est de jouer plusieurs stratégies pures. En donnant l'exemple du jeu des mains derrière le dos, Patrick Gonzalez et *al* montre que le joueur change la dragée tantôt dans la main droite, tantôt dans la main gauche pour déjouer son adversaire. (2) Dans les situations où il n'existe pas un équilibre de Nash en stratégie pure, l'action optimale des joueurs doit être probabilisé de telle façon, les joueurs deviennent indifférents de choisir entre leurs actions (3) Les joueurs ne préfèrent pas une stratégie par rapport à une autre, parce qu'il ne possède pas des raisons pour choisir. (4) Une stratégie mixte d'un jeu pour un joueur est une distribution de probabilité *p*. (5) L'idée essentiel de stratégie mixte et de garder l'adversaire en doute (6).

Prenant exemple suivant :

		joueur 2		
		gauche	milieu	droite
joueur 1	haut	1,0	1,2	0,1
	bas	0,3	0,1	2,0

Figure 2.11 : le jeu des intersections (7)

Le joueur 2 a des stratégies pure g m d, donc sa stratégie mixte est une distribution de probabilité (q, r, 1-q-r) avec q la probabilité de jouer g, r est une probabilité de jouer m, et 1-q-r est une probabilité de jouer d, avec $0 \leq q \leq 1$, $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq q+r \leq 1$.

----

(1) FERNANDO VEGA-REDONDO "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 45-50.

(2) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006, pg 33-35.

(3) Han T. J Smit, Lenos Trigeorgis "Strategic Investment, Real Options and Games" Princeton University Press, United States of America 2004. pg 178

(4) Shaun P.Hargreaves Heap and Yanis Varoufakis "GAME THEORY, A Critical Introduction" Routledge, the Taylor & Francis Group, London 1995. pg 71.

(5) Hans peters “Game Theory, A Multi-Leveled Approach” © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. pg 84-86.
(6) JACK HIRSHLEIFER, AMIHAI GLAZER, DAVID HIRSHLEIFER “PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information” Cambridge University Press, New York 2005, pg286-287.
(7) Robert Gibbons “A Primer in Game Theory “Published by Pearson Higher Education 1992. pg 29-40

2.3.3.1. Définition :

Dans un jeu en forme normale $G = \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$, $S_i = \{s_{i1}, \ldots, s_{iK}\}$

Une stratégie mixte pour le joueur *i* est une distribution de probabilité $p_i = (p_{i1}, \ldots, p_{iK})$ ou $0 \leq p_{ik} \leq 1$ pour k = 1, 2, …, K et $p_{i1} + \cdots + p_{iK} = 1$. (1)

L’utilité espéré ***µi*** pour un joueur ***i*** d’un profile de stratégie mixte *s* = (*s*1, *s*2, …, *sn*) est définie comme :

$$u_i(s) = \sum_{a \in A} u_i(a) \prod_{j=1}^{n} s_j(a_j) \ . \quad (2)$$

Prenons le jeu du Matching Pennis :

Ligne \ Colonne	Face	Pile
Face	(1,-1)	(-1,1)
Pile	(-1,1)	(1,-1)

Figure 2.12 : le jeu du Matching Pennis (3)

Supposons que Ligne estime que Colonne joue face avec une probabilité p. Alors si Ligne joue face, Ligne obtient 1 avec la probabilité *p* et -1 avec une probabilité (1-*p*), pour une valeur attendue de 2*p* - 1.

De même, si Ligne joue pile, Ligne obtient -1 avec une probabilité *p* (quand la colonne joue face), et 1 avec une probabilité (1-*p*), pour une valeur attendue de 1 - 2*p*. Ceci est résumé dans le tableau suivant.

Ligne \ Colonne	Face	Pile	
Face	(1,-1)	(-1,1)	1*p* + -1(1-*p*)=2*p*-1
Pile	(-1,1)	(1,-1)	-1*p* + 1(1-*p*)=1-2*p*

Figure 2.13 : stratégie mixte dans le jeu du Matching Pennis (4)

Si 2*p* - 1> 1 - 2*p*, alors ligne est mieux, en moyenne, de jouer face que pile. De même, si 2*p* - 1 <1 - 2*p*, ligne est mieux de jouer que les pile que face. Si, d'autre part, 2*p* - 1 = 1 - 2*p*, alors ligne obtient le même paiement quelle quoi que ligne fait. Dans ce cas, ligne pourraient jouer face, et pourrait jouer pile, ou pourrait retourner une pièce de monnaie et randomiser le jeu de ligne.

----
(1) Robert Gibbons “A Primer in Game Theory “Published by Pearson Higher Education 1992. pg 29-40

(2) Yoav Shoham, Kevin Leyton-Brown "MULTIAGENT SYSTEMS, Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations" published by Cambridge University Press © Shoham & Leyton-Brown, 2009, pg60.
(3) Robert Gibbons. Op cit.
(4) Robert Gibbons. Op cit.

Essayons maintenant un exemple un peu plus difficile avec la bataille des sexes.

Homme \ Femme	Baseball	Ballet
Baseball	(3,2)	(1,1)
Ballet	(0,0)	(2,3)

Figure 2.14 : stratégie mixte dans le jeu de la bataille des sexes (1)

Ce jeu a deux équilibres de Nash en stratégie pure : (Base-ball, base-ball) et (ballet, ballet). Y a-t-il une stratégie mixte ? Pour calculer une stratégie mixte, laissez la femme partir au jeu de baseball avec la probabilité p, et l'homme va au jeu de baseball avec une probabilité q. la figure 2.15 contient le calcul des paiements en stratégie mixte pour chaque joueur.

Homme \ Femme	Baseball (p)	Ballet ($1-p$)	paiement de l'homme
Baseball (prob q)	(3,2)	(1,1)	$3p + 1(1-p)=1+2p$
Ballet (prob $1-q$)	(0,0)	(2,3)	$0p + 2(1-p)=2-2p$
paiement de la femme	$2q + 0(1-q)=2q$	$1q + 3(1-q)=3-2q$	

Figure 2.15 : Calcul de la stratégie mixte (2)

Par exemple, si l'homme (joueur de la ligne) va au jeu de baseball, il obtient 3 lorsque la femme va au match de baseball (probabilité p) et obtient par ailleurs 1, pour un gain espéré de $3p + 1\ (1-p) = 1 + 2p$.

Une stratégie mixte dans le jeu de la bataille des sexes, exige des deux parties de randomiser (à tirer au hasard) (car une stratégie pure par l'une des parties empêche la randomisation par l'autre). L'indifférence de l'homme entre aller au jeu de baseball et le ballet exige $1+2p = 2 - 2p$, qui rapporte $p = ¼$. Autrement dit, l'homme sera prêt à tirer au hasard, ce qu'il assiste, si la femme doit se rendre au ballet ¾ fois, et autrement à la partie de baseball. Cela rend l'homme indifférent entre les deux événements, car il préfère être avec la femme, mais il aime aussi être au match de baseball, pour compenser l'avantage que le jeu vaut pour lui, la femme doit être au ballet plus souvent.

De même, pour que la femme randomise, la femme doit obtenir des paiements égaux d'aller au jeu et d'aller au ballet, ce qui exige $2q = 3 - 2q$, ou $q = ¾$. Ainsi, la probabilité que l'homme va au jeu est ¾, et il va au de ballet ¼ de fois. Ce sont des probabilités indépendantes, ainsi pour obtenir la probabilité que tous les deux vont au jeu, nous multiplions les probabilités, qui rapportent 3/16. La figure 2.16 complète les probabilités pour chacun des quatre résultats possibles.

----
(1) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson "Introduction to Economic Analysis" California Institute of Technology 2006, pg 258-259
(2) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson. Op cit.

		Femme	
		Baseball	Ballet
Homme	Baseball	3/16	9/16
	Ballet	1/16	3/16

Figure 2.16 : Probabilités de stratégie mixtes (1)

Notons que plus que la moitié du temps, (baseball, ballet) est le résultat de la stratégie mixte, et les deux personnes ne sont pas ensemble. Ce manque de coordination est un dispositif des équilibres de stratégie mixte généralement. Les profits prévus pour les deux joueurs aisément sont aussi bien calculés. Le paiement de l'homme était $1+2p = 2 - 2p$, et depuis $p = ¼$, l'homme a obtenu 1 ½. Un calcul semblable montre que Le paiement de la femme est identique. Ainsi, tous les deux font plus mauvais que coordonnant sur leurs résultats moins préférés. Mais cet équilibre de Nash en stratégie mixte, qu'il peut sembler indésirable, est un équilibre de Nash dans le sens que ni l'une ni l'autre partie ne peuvent améliorer leur paiement, étant donné le comportement de l'autre partie.

Dans la bataille des sexes, l'équilibre de Nash de stratégie mixte peut sembler peu probable, et nous pourrions nous attendre à ce que les couples coordonnent plus effectivement. En effet, un simple appel sur le téléphone devrait exclure la stratégie mixte. (2)

2.3.3.2. Équilibre de Nash en stratégie mixte :

Un équilibre de Nash en stratégie mixte contient au moins un joueur qui joue des stratégies aléatoire (probabiliste) qui nécessite une égalité des paiements, c.à.d que le joueur est indifférent entre choisir l'un ou l'autre stratégie, parce qu'elle produit pour lui le même paiement (3). Compte Tenu de l'extension mixte d'un jeu G en forme stratégique, le profil

$\sigma^* \equiv (\sigma_1^*, \sigma_2^*, \ldots, \sigma_n^*)$, est appelée équilibre de Nash si $\sigma^* \in \rho(\sigma^*)$

$$\forall i = 1, 2, \ldots, n,\ \sigma_i^* \in \rho_i(\sigma_{-i}^*) \quad (3)$$

Chaque stratégie mixte d'un joueur est une meilleure réponse à la stratégie mixte de l'autre joueur. Considérons le jeu suivant :

		Firme 2	
		F	C
Firme1	N	0, 2	0, 2
	E	−1, −1	1, 1

Figure 2.17 jeu des firmes (4)

----
(1) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson "Introduction to Economic Analysis" California Institute of Technology 2006, pg 258-259

(2) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson. **Opt cité.**
(3) FERNANDO VEGA-REDONDO "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 39-44
(4) FERNANDO VEGA-REDONDO. Op cit.

Notre première tâche est de déterminer la meilleure réponse ρi, i = 1, 2, Pour simplifier, la notation représente toute stratégie mixte $\sigma 1 = (\sigma 1N, \sigma 1E)$ du joueur 1 par $\sigma_{1N} \in [0, 1]$ le poids associé à la stratégie pure N depuis $\sigma_{1E} = 1 - \sigma_{1N}$.

De même, toute stratégie mixte $\sigma_2 = (\sigma_{2F}, \sigma_{2C})$ du joueur 2 est représentée par $\sigma_{2F} \in [0, 1]$ le poids de stratégie pure F avec $\sigma_{2C} = 1 - \sigma_{2F}$. Puis, chaque correspondance de meilleure réponse du joueur i peut être définie comme de cartographie unidimensionnelle $\rho_i : [0, 1] \rightrightarrows [0, 1]$. Pour le joueur 1, il est immédiat pour calculer cela

$$\pi_1(N, (\sigma_{2F}, 1 - \sigma_{2F})) \gtreqless \pi_1(E, (\sigma_{2F}, 1 - \sigma_{2F})) \Leftrightarrow \sigma_{2F} \gtreqless \frac{1}{2}$$

Et, par conséquent,

$$\rho_1(\sigma_{2F}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_{2F} < \frac{1}{2} \\ [0, 1] & \text{si } \sigma_{2F} = \frac{1}{2} \\ 1 & \text{si } \sigma_{2F} > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

D'autre part, pour le joueur 2, nous avons

$$\sigma_{1N} < 1 \Rightarrow \pi_2(F, (\sigma_{1N}, 1 - \sigma_{1N})) < \pi_2(C, (\sigma_{1N}, 1 - \sigma_{1N}))$$
$$\sigma_{1N} = 1 \Rightarrow \pi_2(F, (\sigma_{1N}, 1 - \sigma_{1N})) = \pi_2(C, (\sigma_{1N}, 1 - \sigma_{1N})),$$

Ce qui implique que

$$\rho_2(\sigma_{1N}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_{1N} < 1 \\ [0, 1] & \text{si } \sigma_{1N} = 1. \end{cases}$$

A partir d'une la définition, un équilibre de Nash est une paire de stratégies mixtes $\sigma^* = [(\sigma^*_{1N}, 1 - \sigma^*_{1N}), (\sigma^*_{2F}, 1 - \sigma^*_{2F})]$, de telle sorte que

$$\sigma^*_{1N} \in \rho_1(\sigma^*_{2F})$$
$$\sigma^*_{2F} \in \rho_2(\sigma^*_{1N}).$$

Un moyen facile d'identifier les configurations d'équilibre est de tracer la correspondances deux meilleures réponse sur les mêmes plan $\sigma 2F - \sigma 1N$ (avec, disons, $\rho 2$ "rotation" 90 ◦) et chercher les points d'intersection. Ceci est fait dans la figure 2.18. Simple inspection de la figure 2.18 indique qu'il existe deux sortes d'équilibres de Nash dans le jeu.

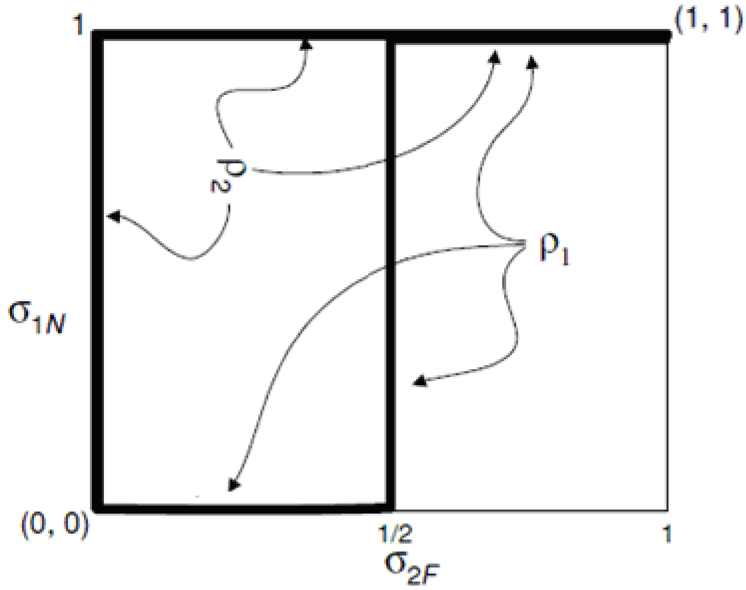


Figure 2.18 : correspondances de Meilleur-réponse. (1)

D'une part, il y a l'équilibre de stratégie pure [(0, 1), (0, 1)] (c.-à-d, la paire de pure stratégie (E, C)), ce qui correspond à l'intersection entre les correspondances de la meilleure réponse qui se produit à l'origine (0, 0). Elle reflète une situation où l'entreprise 1 décide d'entrer sur le marché sous l'anticipation (correcte) que l'entreprise 2 concèdera l'entrée. D'un autre côté, il y a la composante des équilibres de Nash.

$$\mathcal{C} \equiv \{[(\sigma_{1N}, \sigma_{1E}), (\sigma_{2F}, \sigma_{2C})] : \sigma_{1N} = 1, \ \sigma_{2F} \geq 1/2\},$$

Lorsque l'entrant potentiel (firme1) est dissuadé d'entrée par la firme2 la «menace» de la lutte contre l'entrée (à savoir, le choix de F) avec une probabilité assez élevée (supérieure à 1 / 2). Une telle menace n'est pas crédible, ce qui jette un doute sur la robustesse de ces équilibres lors des tests en fonction de critères de raffinement naturel. (2)

Revenons au jeu du Matching Pennies suivant :

		joueur 2		
		pille	face	
joueur 1	pille	-1, 1	1, -1	r
	face	1, -1	-1, 1	1- r
		q	1- q	

Figure 2.19 : Matching Pennies

----
(1) FERNANDO VEGA-REDONDO "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 39-44.
(2) FERNANDO VEGA-REDONDO. Op cit.

le joueur 1 croit que le joueur 2 joue pille avec une probabilité de *q* et joue face avec une probabilité de 1-*q*, donc le joueur 2 jouera une stratégie mixte de (*q*, 1-*q*). Étant donné cette croyance, le paiement attendu du joueur 1 est de *q* (1) + (1-*q*) 1 = 1-2*q* en jouant pille, et de *q* (1) + 1-*q* (-1)= 2*q*-1 en jouant face. Le paiement 1-2*q* > 2*q*-1 si et seulement si *q* < ½. Donc la meilleur réponse du joueur 1 est de jouer pille si *q* < ½, et face si q > ½, et il sera indifférent si *q* = ½.

De son coté le joueur 1 possède la stratégie mixte suivante (r, 1-*r*) c.a.d il jouera pille avec une probabilité *r* et face avec probabilité 1-*r*. pour chaque valeur *q* entre 1 et 0 on a une valeur $r^*(q)$ qui représente une meilleur réponse tel que (*r*, 1-*r*) est une meilleure réponse du joueur 1 face a (*q*, 1-*q*) du joueur2. Le paiement attendu du joueur1 en jouant (r, 1-r) quand le joueur2 joue (*q*, 1-*q*) est de :

$$\boldsymbol{rq \cdot (-1) + r\,(1- q) \cdot 1 + (1-r)\, q \cdot 1 + (1-r)(1-q) \cdot (-1) = (2q-1) + r(2-4q)}$$

Le paiement attendu pour le joueur1 va être augmenter dans *r* si (2-4*q*) > 0 et diminuer si (2-4*q*) < 0.la meilleure réponse du joueur1 *r* = 1 si *q* < ½, et *r* = 0 si *q* > ½.

Comme c'est montré dans la figure 2.20, si *q* < ½, donc pille est une meilleur stratégie pure, et si *q* > ½ donc face est la meilleur stratégie pure, quand *q* = ½ le joueur1 est indifférent entre la stratégies pille ou face.

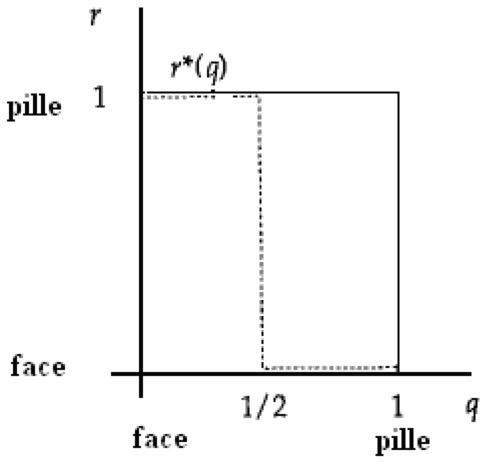


Figure 2.20 : meilleur stratégie pure (1)

Notons *J* le nombre des stratégies pures dans S1 et *K* dans S2. $S_1 = \{s_{11}, \ldots, s_{1J}\}$ et $S_2 = \{s_{21}, \ldots, s_{2K}\}$, si le joueur1 croit que le joueur2 jouera la stratégie $(s_{21}, \ldots. s_{2K})$ avec une probabilité $(p_{21}, \ldots, p_{2K})$ alors le paiement du joueur1 en jouant la stratégie pure *S*1*J* est :

$$\sum_{k=1}^{K} p_{2k}\mu_1(S_{1j}, S_{2k})$$

----
(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 35.

Et le paiement attendu du joueur1 en jouant la stratégie mixte $p_1 = (p_{11}, \dots, p_{1J})$ est de :

$$v_1(p_1, p_2) = \sum_{j=1}^{J} p_{1j} \left[\sum_{k=1}^{K} p_{2k}\mu_1(S_{1j}, S_{2k}) \right]$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} p_{1j} \cdot p_{2k}\mu_1(S_{1j}, S_{2k})$$

Avec $P1j$ est la probabilité que le joueur1 joue $S1j$ et le joueur2 joue $S2k$.

Pour que la stratégie mixte ($P11$,…., $P1j$) soit une meilleur réponse pour le joueur1 face a la stratégie mixte du joueur2, il faut que $P1j$ si seulement :

$$\sum_{k=1}^{K} p_{2k}\mu_1(S_{1j}, S_{2k}) \geq \sum_{k=1}^{K} p_{2k}\mu_1(S_{1j}^{*}, S_{2k})$$

Ainsi pour le joueur2 le paiement attendu est de :

$$v_2(p_1, p_2) = \sum_{k=1}^{K} p_{2k} \left[\sum_{j=1}^{J} p_{1j} \cdot \mu_2(S_{1j}, S_{2k}) \right]$$

$$= \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} p_{1j} \cdot p_{2k}\, \mu_2(S_{1j}, S_{2k})$$

L'équilibre de Nash est donc :

$$v_1(p_1^*, p_2^*) \geq v_1(p_1, p_2^*)$$

$$v_2(p_1^*, p_2^*) \geq v_2(p_1^*, p_2)$$

La stratégie mixte (p_1^*, p_2^*) est un équilibre de Nash si chaque stratégie mixte d'un joueur est une meilleure réponse à la stratégie mixte de l'autre joueur. En appliquant cette définition au jeu du Matching Pennies, on calcule la valeur de q, $q^*(r)$ tel que (q, 1-q) est la meilleure réponse du joueur2 à la stratégie mixte (r, 1-r) du joueur1.

Si r < ½ donc la meilleure réponse est face, donc $q^*(r)$ = 0. Si r > ½ donc la meilleure réponse du joueur2 est pille, donc $q^*(r)$ = 1. Si r = ½ donc le joueur2 est indifférent entre pille ou face et aussi entre toute les stratégies mixte (q, 1-q), donc $q^*(\frac{1}{2})$ est l'intervalle entier [0, 1].

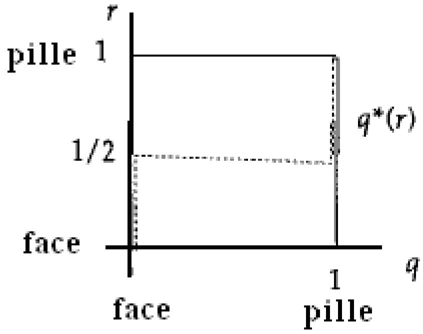


Figure 2.21 la meilleure réponse du joueur2 à la stratégie mixte (1)

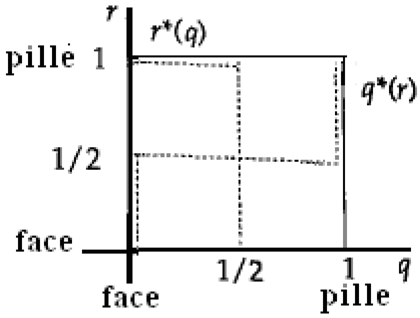


Figure 2.22 : l'équilibre de Nash en stratégie mixte du jeu (2)

En combinant la figure2.20 et la figure2.21 on aura la figure2.22. L'intersection dans la figure3 des meilleures réponses $r^*(q)$ et $q^*(r)$ nous fournis l'équilibre de Nash en stratégie mixte du jeu. (3)

Prenons de nouveaux l'exemple de la bataille des sexes :

		Pat: Opera	Pat: Fight
Chris	Opera	2,1	0,0
	Fight	0,0	1,2

Figure 2.23, le jeu de la bataille des sexes

Considérant (q, 1-q) est la stratégie mixte de pat avec q est la probabilité que pat jouera opéra et (1-q) est la probabilité qu'il jouera fight, et (r, 1-r) est la stratégies mixte de Chris avec r est la probabilité de jouer opéra et (1-r) de jouer fight.

		Pat: Opera	Pat: Fight	
Chris	Opera	2,1	0,0	r
	Fight	0,0	1,2	$1-r$
		q	$1-q$	

Figure 2.24, le jeu de la bataille des sexes avec stratégie mixte

----
(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 38-39.
(2) Robert Gibbons. Op cit.
(3) Robert Gibbons. Op cit

Si pat joue (q, 1-q) donc le paiement de Chris est de $2q+0(1-q) = 2q$ en jouant opéra, et de $0q+1(1-q) = 1-q$ en jouant fight. Si $q < 1/3$ donc la meilleure réponse de Chris $r = 1$ est opéra, si $q > 1/3$ donc la meilleure réponse de Chris $r = 0$ est de jouer fight et si $q = 1/3$ donc n'importe quel valeur de r est une meilleure réponse. Si Chris joue (r, 1- r) donc le paiement de pat sera $1r + (1-r)\,0 = r$ en jouant opéra et $0\,r + 2\,(1-r) = 2\,(1-r)$ en jouant fight, ainsi, si $r > 2/3$ donc la meilleure réponse c'est opéra $q = 1$, si $r < 2/3$ donc la meilleure réponse $q = 0$ c'est fight, et si $r = 2/3$ donc n'importe quel valeur de q est une meilleure réponse.

Comme c'est montré dans la figure 2.25 la stratégie mixte $(q, 1-q) = (1/3, 2/3)$ pour pat et $(r, 1-r) = (2/3, 1/3)$ pour Chris est un équilibre de Nash.

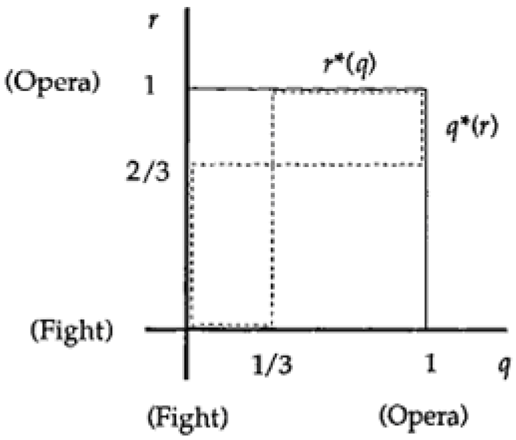


Figure 2.25 : l'équilibre de Nash en stratégie mixte dans le jeu de la bataille des sexes (1)

Selon la figure 2.25 il existe trois interactions de $r^*(q)$ et $q^*(r)$, ($q = 0$, $r = 0$) et ($q = 1$, $r = 1$), et ($q = 1/3$, $r = 2/3$). Les deux premières sont des équilibres de Nash en stratégie pure, alors que la dernière est un équilibre de Nash en stratégie mixte (2)

2.3.3.3. Calcul d'un équilibre de Nash en stratégie mixte dans un jeu à somme nulle :

Considérons le simple jeu, où Alice et Bob en concurrence, pour voir combien de dette à Alice que Bob aura à rembourser. Il s'agit d'un jeu à somme nulle, Alice gagne exactement ce que Bob perd, et vice versa.

Les paiements dans la matrice de jeu sont les montants que Bob paye à Alice ainsi le "paiement" de Bob dans chaque cas est la valeur négative du nombre indiqué.

----

(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 38-39.

(2) Robert Gibbons. Op cit.

		Bob	
		Bus	Marche
Alice	Bus	3	6
	Marche	5	4

Figure 2.26 : Le jeu de la promenade. (1)

Pour calculer l'équilibre de Nash, nous devons trouver les stratégies mixtes de chaque joueur qui rapportent les meilleurs des gains escomptés lorsque l'autre joueur choisit également la meilleure stratégie mixte possible. Dans cet exemple, Alice choisit l'autobus avec la probabilité p, et la promenade avec la probabilité 1 - p (puisque les probabilités doivent ajouter à 1). Bob choisit l'autobus avec la probabilité q et la promenade avec la probabilité 1 - q. Alice peut calculer son « paiement espéré » en choisissant l'autobus ou la promenade comme suit. Son paiement espéré d'autobus sera la somme de : Son profit de l'autobus quand Bob joue l'autobus, multiplié par la probabilité que Bob jouera l'autobus, ou 3 fois q plus son profit d'autobus quand Bob joue la promenade fois la probabilité que la probabilité que joue Bob promenade, ou 6 fois (1 - q) Son profit prévu de promenade est la somme de : Son profit de promenade quand Bob joue d'autobus multiplié par la probabilité que Bob joue l'autobus, ou 5 fois q. plus Son profit de promenade quand Bob joue promenade multiplié par la probabilité que joue Bob promenade, ou 4 fois (1 - q) En résumé,

Paiement espéré d'Alice pour l'autobus = $3q + 6(1 – q)$

Gain espéré d'Alice pour la promenade = $5q + 4(1 – q)$

L'application du raisonnement semblable à calculer les profits prévus de Bob rapporte :

Profit prévu de Bob pour l'autobus = $- 3p + - 5 (1 - p)$

Profit prévu de Bob pour la promenade = $- 6p + - 4 (1 - p)$

Maintenant, le paiement total attendu d'Alice pour le jeu sera sa probabilité de choisir bus fois les gains attendus de bus, plus sa probabilité de choisir promenade fois son profit prévu de promenade. De même, pour Bob. Pour parvenir à un équilibre de Nash, leurs probabilités pour les deux choix doivent être telles que ni l'un ni l'autre ne gagnerait un avantage en modifiant ces probabilités. En d'autres termes, le profit prévu pour chaque choix (autobus ou promenade) doit être égal. (Si le profit prévu était plus grand pour un que l'autre, alors il vaudrait mieux de jouer ce choix plus souvent, c.-à-d., augmentant la probabilité de la jouer.) Pour Bob, sa stratégie ne devrait pas changer

----
(1) TOM SIEGFRIED "A beautiful math" JOSEPH HENRY PRESS Washington, D.C. Copyright 2006 by Tom Siegfried. Pg 225.

Si :

$$-3p + -5(1 - p) = -6p + -4(1 - p)$$

Cette équation peut être remanié de manière à :

$$-3p - 5 + 5p = -6p - 4 + 4p$$

Où

$$2p = 1 - 2p$$

Donc

$$4p = 1$$

Ce qui, résolvant pour *p*, montre que la probabilité optimale d'Alice pour jouer l'autobus est

$$p = ¼$$

Ainsi Alice devrait choisir l'autobus une fois sur 4, et marche 3 fois sur 4.

Maintenant, Alice ne voudra pas de changer de stratégie lorsque

$$3q + 6(1 - q) = 5q + 4(1 - q)$$

Ce qui, résolvant pour q, donne la probabilité optimale de Bob pour choisir l'autobus :

$$3q + 6 - 6q = 5q + 4 - 4q$$

$$6 = 4q + 4$$

$$2 = 4q$$

$$q = ½$$

Ainsi Bob devrait choisir la moitié du temps d'autobus et moitié du temps de promenade. (1)

2.3.4. Jeu coopératif :

2.3.4.1 Définition :

Parmi plusieurs définitions, on peut cité celle de Jeorge Zakour : « L'homme recourt souvent à la négociation pour régler les conflits, et ainsi éviter les confrontations. Les joueurs cherchent à se coopérer lorsqu'il n'existe aucun obstacle économique, sociologique, psychologique et juridique. Il coordonne leurs stratégies en vue d'atteindre leurs buts communs, tout en déterminant d'abord un objectif commun ainsi que sa solution optimale, et puis répartir les gains collectifs. » (2).

----

(1) TOM SIEGFRIED “A beautiful math” JOSEPH HENRY PRESS Washington, D.C. Copyright 2006 by Tom Siegfried. Pg 225-229.

(2) Jeorge Zakour « cohérence dynamique dans les jeux différentielles » pg 2-6.

Les jeux coopératifs c’est des jeux sans conflit, les intérêts des joueurs se coïncident. Quelques auteurs disent que les jeux purement coopératifs ne sont pas des jeux au vrai sens du terme, parce que les joueurs ont les le même intérêt donc on peut les considérer comme un seul joueur. (1)

Selon Eric Rasmusen et *al* : « Un jeu coopératif est un jeu au cours duquel les joueurs peuvent prendre des engagements contraignants. Ils permettent aux joueurs de partager les gains de la coopération en opérant des paiements latéraux, des transfères entre eux qui modifient les paiements fixés par le concept de solution.». (2)

La théorie des jeux coopératifs consiste à déterminer l'ensemble des joueurs et la valeur que créer cet ensemble. Ce type de jeu nécessite une absence de restriction sur les interactions entre les joueurs. Les joueurs sont libres de poursuivre n'importe quel traitement où affaire possible, il n'y a pas un joueur qui détient un pouvoir (de prix par exemple). La théorie des jeux coopératifs est une théorie structurelle, elle spécifie la structure du jeu, c'est-à-dire qui sont les jours, et la valeur appropriée, mais elle ne spécifie pas la procédure pour créer ou distribués la valeur. (3) Dans le jeu coopératif, les joueurs peuvent se communiquer les uns aux autres, et peuvent aussi se collaborer. (4) La théorie des jeux coopératifs ou aussi appelée théorie des jeux coalitionnaire, le modèle ce fait sur les préférences individuelles des groupes d'agents. La théorie des jeux se focalise sur la détermination des groupes d'agents plutôt que les individus. En donnant un ensemble d'agents, la théorie définie que peut le groupe ou la coalition des agents faire pour eux même, elle n'est pas concerné par les choix individuels dans la coalition, elle cherche à connaître la façon de leur coordination et ainsi déterminer le paiement de la collusion. Un jeu coopératif avec une utilité transférable est un jeu dans lequel les paiements peuvent librement redistribués entre les membres de la coalition. (5)

Pour former une coalition, le consentement des membres est indispensable, la question principale c’est quelle coalition va se former, et comment les paiements vont être distribués, par ce que la volonté des membres pour se coalitioner dépend de quoi le joueur va obtenir de cette coalition (6).

----

(1) Anthony Kelly "Decision Making using Game Theory, An introduction for managers" Cambridge University Press, New York, United States of America 2003.pg 72-73.
(2) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information: Introduction à la théorie des jeux » édition de bœck, université Bruxelles Belgique, 2004,
(3) Kalyan Chatterjee, William F. Samuelson "GAME THEORY AND BUSINESS APPLICATIONS" KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, NEW YORK, BOSTON, DORDRECHT, LONDON, MOSCOWP 2002. pg 190-191.
(4) NICK WILKINSON "Managerial Economics" Cambridge University Press, New York, United States of America 2005.pg 336
(5) Kevin Leyton-Brown, Yoav Shoham "Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction" Copyright © by Morgan & Claypool, 2008.pg 69-70.
(6) Hans peters "Game Theory, A Multi-Leveled Approach" © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Pg 12-13.

Le modèle coalitionel commence de l'ensemble des paiements que le groupe peut le faire ensemble. La conclusion peut se faire par des contrats, des traités, ou bien des promis pour accomplir un niveau élevé de paiement. (1)

2.3.4.2 Le modèle mathématique :

Le modèle basic unit les groupes plus que les agents individuels. Dans les jeux coalitionel, on modèle toujours les préférences individuelles des agents mais non pas leurs actions possibles, nous nous focalisons sur les groupes des agents plutôt que sur les agents individuels, la théorie des jeux coalitionel montre comment les groupes d'agents ce comporte, elle n'est pas concerne par les choix individuels dans le groupe d'agents ou la coalition et comment les agents se coopèrent. Les utilités se transfert entre les membres du groupe, elle se redistribue entre eux. La théorie des jeux coalitionel peut nous répondre donc a des questions essentielles : Quelle coalition nous formerons, et comment on distribue les paiements entre les membres. (2)

Les jeux coopératifs se décrit avec la paire (N, *v*), avec N = {1, 2, 3, …. *n*} l'ensemble des joueurs et (*v*) la fonction de coopération, un sous ensemble de N appelé (*S*), la coalition nécessite un contact entre les joueurs, l'analyse de la façon dont les joueurs se comportent est appelés concepts de solution. (3)

Un jeu coopératif avec une utilité transférée est un jeu composé d'un ensemble de joueurs (N) et une fonction qui spécifie pour chaque sou ensemble de jours $S \subset N$ la valeur qui peut créer *v*(s). Le résultat des jeux coopératifs (N, *v*) est un vecteur $x \in \Re^{|N|}$ qui spécifie la valeur totale, et la façon dont elle est distribuée. Le composent ***x*i** représente la valeur capturée par le jour (*i*) et la valeur totale du jeu *x* (N) est donc $\sum_{i \in N} x_i$. (4)

----
(1) Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein "**A Course in Game Theory"** The MIT Press 1994, Pg 255-256.
(2) Yoav Shoham, Kevin Leyton-Brown "MULTIAGENT SYSTEMS, Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations" published by Cambridge University Press © Shoham & Leyton-Brown, 2009. Pg 384.
(3) Ein-Ya Gura, Michael Maschler **"Insights into Game Theory,** An Alternative Mathematical Experience" Cambridge University Press 2008, Pg 98-99.
(4) Kalyan Chatterjee, William F. Samuelson "GAME THEORY AND BUSINESS APPLICATIONS" KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, NEW YORK, BOSTON, DORDRECHT, LONDON, MOSCOWP 2002. pg 190-191.

2.4. JEUX DYNAMIQUE AVEC INFORMATION COMPLETE

Dans la section suivante, nous évoquerons les jeux dynamiques avec information complète. Nous commencerons par la définition des jeux en forme extensive ainsi que les sous jeux parfaits et leurs équilibres de nash. En passant par la définition de l'induction a rebours ou en arrière nous terminerons avec la détermination des jeux répété finis puis les jeux répété infini ainsi que les stratégies qui en résulte.

2.4.1. Jeux sous forme extensive :

La forme extensive apparaît lorsqu'une dimension temporelle s'ajoute au jeu, on dit que le jeu est joué séquentiellement. Le joueur2 observe l'action jouée par le joueur1 dans une étape antérieure et par conséquent il pose la sienne.
La forme extensive est représentée par un arbre de jeu qui contient des nœuds et des branches. Chaque nœud représente le nom d'un joueur, alors que chaque branche représente l'action offerte à ce joueur (1)

2.4.2. Définition d'un jeu dynamique :

Le jeu se déroulera non seulement avec une information complète, mais avec une information parfaite, c.a.d que dans chaque mouvement dans le jeu, le joueur qui joue connaît toute l'histoire du jeu. Le joueur1 choisie une action a1 parmi son ensemble d'actions A1. Le joueur2 observe a1 et il choisie a2 parmi son ensemble d'action A2. Les mouvements se fêtent séquentiellement, et toutes les actions précédentes sont observées avant le prochain mouvement, et le paiement des joueurs résultera de la combinaison des mouvements prises (2).
Une caractéristique essentielle de tous les jeux dynamiques est que certains des joueurs peuvent conditionner leurs actions optimales sur ce que d'autres joueurs ont fait dans le passé. Ceci augmente considérablement les stratégies disponibles à de tels joueurs du fait ce ne sont plus équivalent à leurs actions possibles.
Pour illustrer ceci nous examinons le jeu suivant d'entrée dynamique de deux périodes, Il y a deux entreprises (A et B) qui s'interrogent sur l'opportunité ou non d'entrer dans un nouveau

marché. Malheureusement, le marché n'est assez grand pour soutenir une des deux entreprises.

----
(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 56
(2) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006. Pg 77-79

Si les deux entreprises entrent sur le marché, alors ils feront tous deux une perte de 10m. Si seulement une société accède au marché, cette société gagnera un bénéfice de 50m, et l'autre société se cassera juste même. Pour rendre ce jeu dynamique, nous supposons que la firme B observe si l'entreprise A a pénétré le marché avant de décider quoi faire. Ce jeu peut être représenté par le diagramme forme extensive de la figure. 2.27 (1).

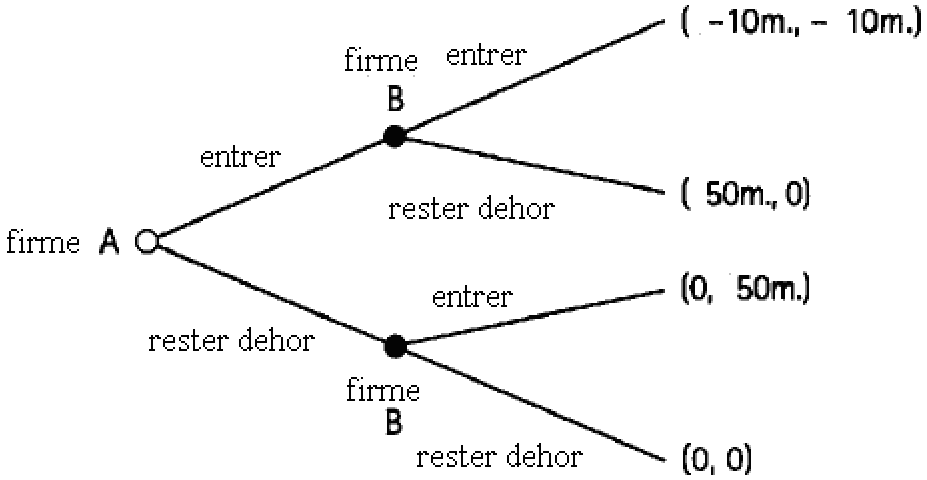


Figure 2.27 : jeu d'entre dynamique en forme extensive

Dans la période 1, la firme A prend sa décision. Ceci est observé par l'entreprise B, qui décide d'entrer ou de rester hors du marché dans la période 2. Dans ce jeu de forme extensive, les noeuds de la décision de la firme B sont des ensembles séparés d'information. (Si ils étaient dans le même ensemble d'information, ils seraient reliés par une ligne pointillée.). Ceci signifie que la firme B observe l'action de la firme A avant de prendre sa propre décision. Si les deux firmes entreprennent leurs démarches simultanément, alors la firme B aurait seulement deux stratégies. Ceux-ci devraient entrer ou de rester en dehors du marché. Cependant, parce que la firme B observe d'abord la décision de la firme A elle peut rendre sa décision conditionnelle à ce que l'entreprise A fait. L'entreprise B dispose de quatre stratégies :

Accédez toujours au marché quoi que la société A fasse.

Restez toujours hors du marché quoi que la société A fasse.

Faites la même chose que la firme A.

Faire le contraire de l'entreprise A.

L'entreprise B a maintenant ces quatre stratégies que nous pouvons représenter le jeu ci-dessus sous forme normale.

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997.Pg 29-31

		firme B			
		toujour entrer	toujour rester dehors	comme la firme A	contre .a firme A
firme A	entrer	- 10m. - 10m.	50m. 0	- 10m. - 10m.	50m. 0
	rester dehors	0 50m.	0 0	0 0	0 50m.

Figure 2.28 jeu d'entre en forme normale

Après transformation de la forme extensive du jeu dans un jeu sous forme normale on peut appliquer la méthode en deux étapes pour trouver des équilibres de Nash en stratégies pures. D'abord, nous identifions ce qu'est la stratégie optimale de chaque joueur en réponse à ce que les autres joueurs pourraient faire. Cela implique de travailler à travers chaque joueur à son tour et de déterminer leurs stratégies optimales. Ceci est illustré dans le jeu de forme normale en soulignant le profit approprié. En second lieu, un équilibre de Nash est identifié quand tous les joueurs jouent leurs stratégies optimales simultanément.

Comme le montre la Fig. 2.28, ce jeu d'entrée dynamique a trois équilibres de Nash en stratégie pure. Dans ces trois situations chaque entreprise agit rationnellement étant donné sa conviction sur ce que l'autre entreprise pourrait faire. Les deux firmes maximisent leurs bénéfices en fonction de ce qu'elles croient sur la stratégie de l'autre entreprise. Une manière de comprendre ces résultats possibles est de penser à la firme **B** faisant de diverses menaces ou promesses, et l'entreprise **A** agissant en conséquence. Nous pouvons donc interpréter les trois équilibres de Nash comme suit :

1. L'entreprise **B** menace toujours d'entrer sur le marché indépendamment de ce que l'entreprise **A** va faire. Si l'entreprise **A** croit cette menace, elle va rester hors du marché.

2. L'entreprise **B** promet toujours de rester hors du marché, indépendamment de ce que l'entreprise **A** fait. Si l'entreprise **A** croit cette promesse, elle accédera certainement au marché.

3. L'entreprise **B** promet toujours de faire le contraire de ce que l'entreprise **A** fait. Si l'entreprise A croit cette promesse, elle accédera encore au marché.

Dans les deux premiers équilibres de Nash. Les actions de la firme **B** ne sont pas subordonnées à ce que l'autre entreprise le fait. Dans le troisième équilibre de Nash, la firme **A** adopte une stratégie conditionnelle. Une stratégie conditionnelle c'est quand un joueur conditionne ses actions sur les actions d'au moins d'un autre joueur dans le jeu. Ce concept est particulièrement important dans les jeux répétés. Dans chacun de ces équilibres, l'entreprise A agit rationnellement selon ses croyances. Cependant, cette analyse ne considère pas lesquelles de ses croyances sont elles-mêmes rationnels. Ceci soulève une question intéressante.

L'entreprise **A** peut ne pas rejeter certaines de ces menaces ou des promesses de l'entreprise **B**, en tant que seul bluff ? 'Ceci soulève la question importante de la crédibilité. La notion de crédibilité se résume à la question «Est-ce une menace ou une promesse est crédible ? » En théorie des jeux une menace ou une promesse n'est crédible que si elle est dans l'intérêt des joueurs pour l'exécuter au moment opportun. En ce sens, certaines déclarations de la firme **B** ne sont pas crédibles. Par exemple, la firme B peut menacer toujours d'accéder au marché indépendamment de ce que l'entreprise A fait, mais ce n'est pas crédible. Il n'est pas crédible parce que si l'entreprise A entre sur le marché, alors il est dans l'intérêt de l'entreprise B de rester en dehors. De même, la promesse de toujours rester en dehors du marché n'est pas crédible, car si l'entreprise A ne veut pas entrer, alors il est dans l'intérêt de l'entreprise B à le faire. En supposant que les joueurs sont rationnels, et qu'il existe une connaissance commune, il semble raisonnable de supposer que les joueurs croient seulement à des déclarations crédibles. Cela implique que les déclarations non crédibles n'exerceront aucun effet sur le comportement des autres joueurs. Ces idées sont intégrées dans un concept d'équilibre alternative à l'équilibre de Nash (ou un raffinement de ceux-ci) appelés équilibre de Nash en sous jeu parfait. (1)

2.4.3. Perfection en sous-jeux :

2.4.3.1 Sous jeu :

Selon Patrick Gonzalez et *al* : « Considérons l'ensemble des noeuds et des branches qui émanent du noeud *n*, en incluant ce dernier, ces noeuds et branches forment également un jeu sous forme extensive de taille plus réduite. Lorsque tous les ensembles d'information suivant un noeud en amont ne sont rattachés qu'à ce noeud et que ce noeud est isolé, c'est-à-dire qu'il est le seul élément de l'ensemble d'information auquel il appartient, on obtient un sous-jeux. Un jeu peut donc être exprimé sous la forme d'une suite de sous-jeux emboîtés. » (2)

Un sous jeu est déterminé a partir d'au moins un nœud, deux branches et un ensemble d'information formant ainsi un petit jeu en forme extensive appartenant a un jeu plus grand.

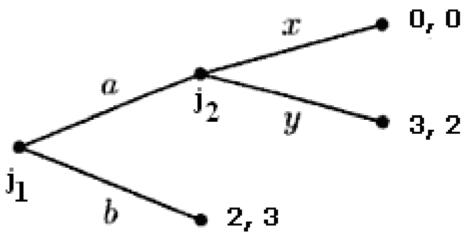
----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 29-31

(2) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006.pg 89-100.

2.4.3.2 Équilibre de Nash en sous jeu parfait :

La forme extensive permet de discriminer les équilibres de Nash les plus crédibles de ceux qu'ils ne le sont pas, ce que la forme normale est incapable de le faire.



	x	y
a	0, 0	3, 2
b	2, 3	2, 3

Figure 2.29 Jeu sous forme extensive et sa forme normale associée (1)

Dans le jeu présenter dans la figure 2.29 il existe deux équilibres de Nash (*ay* et *by*). La forme normale est incapable de nous montrer lequel des deux équilibres est mieux que l'autre, alors qu'en utilisant la forme extensive du jeu nous constatons que le joueur 2 a intérêt a jouer *y*. En anticipant que le joueur2 jouera *y*, le joueur1 jouera *a* qui lui procurera un paiement supérieur qu'en jouant *b*. l'équilibre *ay* est plus crédible que l'équilibre *bx* (il n'y a pas un doute que le joueur2 jouera *y*). L'équilibre *ay* est un équilibre parfait en sous jeu. (2)

Dans de nombreux jeux dynamiques, il existe plusieurs équilibres de Nash. Cependant, ces équilibres incrédibles impliquent des menaces ou des promesses qui ne sont pas dans l'intérêt des joueurs pour les faire exécuter. La notion d'équilibre de Nash en sous jeux parfaits exclut ces situations en disant qu'une solution raisonnable à un jeu ne peut pas comporter des joueurs croyant et agissant sur des menaces ou des promesses incrédibles. Plus formellement un équilibre de Nash en sous jeu parfait exige que la solution prévue à un jeu soit un équilibre de Nash dans tous les sous jeux. . (3)

Lorsqu'il existe plusieurs équilibre de Nash, le critère de perfection en sous-jeux qui est appelé raffinement d'équilibre de Nash nous aide a prédire le comportement des joueurs en discriminant l'équilibre le plus plausible parmi tous les équilibres existant.

Plusieurs recherches ont été faite pour développer les raffinements des équilibres de Nash, citons le plus célèbre concept celle de l'économiste allemand Reinhard Selten. Selon ce concept, tout équilibre parfait en sous-jeux est un équilibre de Nash. (4)

Dans l'exemple suivant des deux banque (Los Angeles et New York City, figure 2.30), la perfection en sous-jeux exige de **LA** d'offrir une remise quand **NYC** le fait (puisque **LA** obtient 20 contre 10), et non pas lorsque **NYC** ne fait pas.

----
(1) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006.pg 89-100.
(2) Patrick Gonzalez Jean Crête
(3) Graham Romp "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 32.
(4) Patrick Gonzalez Jean Crête. Opte cité.

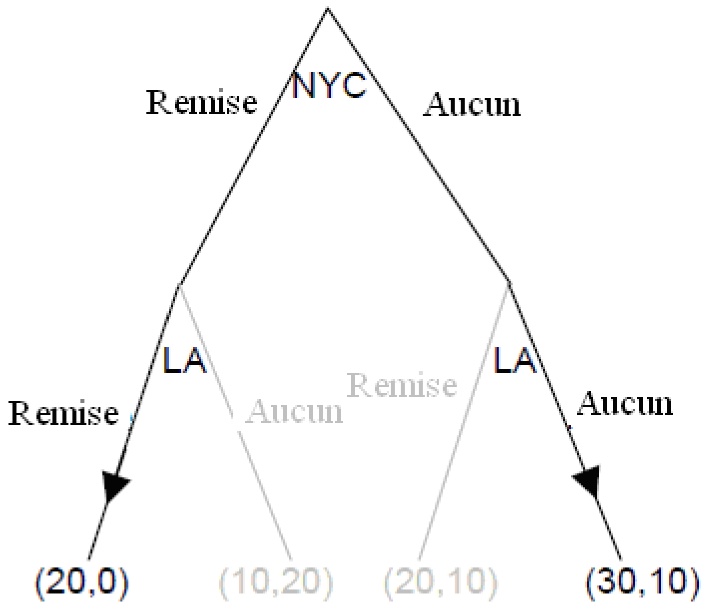


Figure 2.30 : Perfection en sous-jeux. (1)

Ceci est illustré dans le jeu utilisant des flèches pour indiquer les choix de **LA**.
En outre, les actions que **LA** ne choisira pas été re-colorées en gris clair dans la figure 2.30.
Une fois que des choix parfaits en sous-jeux de **LA** sont pris en considération, **NYC** est présenté avec le choix d'offrir une remise, dans ce cas elle obtient 0, ou de ne pas offrir une remise, dans ce cas elle obtient 10. De toute évidence, le choix optimal pour **NYC** est de n'offrir aucune remise, dans ce cas **LA** ne fait pas non plus, et le résultat est 30 pour **LA**, et 10 pour **NYC**. Les jeux dynamiques généralement « sont résolus vers l'arrière » de cette façon. C'est-à-dire, établissez d'abord ce que le dernier joueur fait, ensuite calculer en fonction du comportement attendu du dernier joueur, ce que le joueur pénultième fait, et ainsi de suite.(2)

2.4.4. Induction en arrière

L'induction en arrière est le principe de dominance stricte itérée appliquée aux jeux dynamiques en forme extensive. Ce principe consiste à exclure les actions, plutôt que des stratégies que les joueurs ne jouent pas, car d'autres actions donnent des profits plus élevés. En s'appliquant ce principe aux jeux dynamiques nous commençons par la dernière période d'abord et travaillons vers l'arrière par des noeuds successifs jusqu'à ce que nous atteignions le commencement du jeu.

----
(1) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson "Introduction to Economic Analysis" California Institute of Technology 2006 pg 266.
(2) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson. Opt cite.

En supposant que l'information elle est parfaite et complète, et qu'aucun joueur n'est indifférent entre deux actions possibles à tout moment du jeu, alors cette méthode donnera une prédiction unique qui est l'équilibre de Nash en sous jeu parfait. (1)

On supposant un jeu a deux joueur, et deux étape de jeux. Le joueur2 optimise son gain en jouant après qu'il observe l'action du joueur1

$$\max_{a_2 \in A_2} \; u_2(a_1, a_2).$$

Cette optimisation lui représente son unique solution, et sa réaction face à l'action de joueur1 $R2$ ($a1$). Ainsi le joueur1 doit anticiper la réaction du joueur2, et décide en fonction d'elle.

$$\max_{a_1 \in A_1} \; u_1(a_1, R_2(a_1)).$$

a_1^* Représente son unique solution. $(a_1^*, R_2(a_1^*))$ est appelé induction en arrière, ou bien récurrence a rebours, et elle représente la solution du jeu. (2)

Ce principe est illustré en utilisant le jeu dynamique d'entrées examinées ci-dessus :

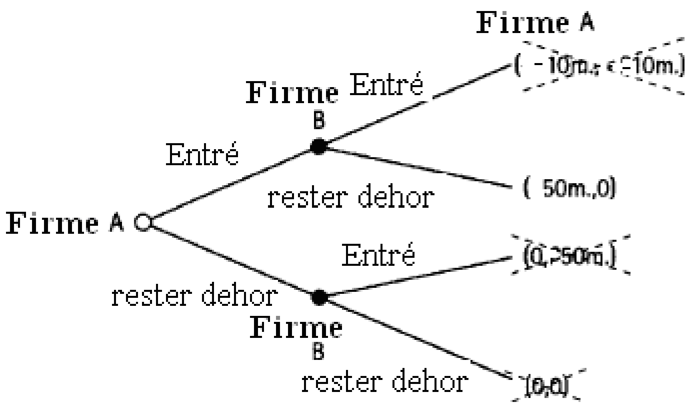


Figure 2.31 : jeu d'entré dynamique et induction en arrière (3)

Commençant d'abord par la dernière période du jeu, nous avons deux noeuds. A chacune de ces nœuds la firme **B** décide ou non d'entrer sur le marché en fonction de ce que l'entreprise **A** a déjà fait.

Au premier nœud, **A** est déjà entré et ainsi la firme **B.** Soit elle fera une perte de 10m si elle pénètre ou un résultat nul si elle n'y entre pas. Dans cette situation la firme **B** restera dehors, et ainsi nous pouvons éliminer la possibilité d'entrer des deux sociétés. Ceci est montré en biffant le vecteur correspondant de profit (- 10m, - 10m.). Au deuxième noeud l'entreprise **A** n'a pas accédé au marché, et ainsi de la firme **B** gagnerez soit 50 millions, s'il entre ou rien s'il reste dehors. Dans cette situation l'entreprise **B** entrera sur le marché, et nous ne pouvons exclure la possibilité pour les deux entreprises de rester en dehors.

----
(1) Graham Romp "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 33-34.
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 59-61.
(3) Graham Romp. Opt cite. Pg 33.

Une fois de plus nous biffons le vecteur correspondant de profit (0,0). Nous pouvons maintenant nous déplacer de nouveau aux noeuds précédents, qui dans ce jeu c'est le noeud initial. Ici, l'entreprise **A** décide de non entrer. Cependant, si l'entreprise **A** suppose que l'entreprise **B** est rationnel, alors elle sait que le jeu n'atteindra jamais les stratégies et les profits précédemment exclus. L'entreprise **A**, peut donc raisonner qu'elle reçoit soit 50 millions, si elle pénètre ou rien si elle reste en dehors. Suivant ce raisonnement, nous pouvons exclure la possibilité que l'entreprise **A** va rester en dehors du marché, donc une croix sur la rémunération correspondant aux profit (0, 50m.). Ceci laisse rester seulement un vecteur de profit, correspondant à l'entrer de la firme **A** sur le marché et la firme **B** reste dehors. Ceci, comme vu précédemment est l'équilibre parfait de Nash en sous jeu. (1)

Considérons le jeu suivant avec trois mouvements :

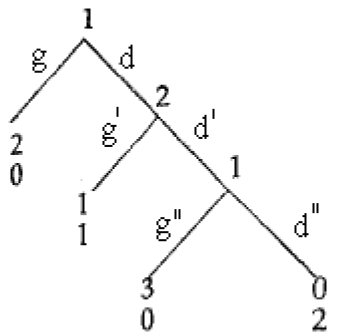


Figure 2.32 : le jeu des trois mouvements (2)

Le joueur1 choisi entre g et d en choisissant g, le jeu est fini avec un paiement de 2 pour le joueur1 et 0 pour le joueur2. Le joueur2 observe le choix du joueur1, si le joueur1 choisi d, donc le joueur2 choisit entre g' et d', si c'est g' le jeu est fini avec un paiement de 1 pour les 2 joueurs. Le joueur1 observe le choix du joueur2. Si le joueur2 choisi d', donc le joueur1 a le choix entre g'' et d'' avec un paiement de 3 pour le joueur1 et 0 pour le joueur2 s'il choisit g'' et 0 pour le joueur1 et 2 pour le joueur2 s'il choisit d''. Pour calculer le résultat de ce jeu, on commence de la 3eme étape, c'est-à-dire le deuxième mouvement du joueur1, ici le joueur1 et face à un choix entre un paiement de 3 s'il choisit g'' et 0 s'il choisit d'', donc il choisira d'' qui représente une solution optimale pour lui. Ainsi le joueur2 en 2eme étape anticipe que s'il le jeu se poursuis c'est-à-dire en jouant d', le jeueur1 va choisir son action optimale g'', ce qui va procuré un paiement de 0 pour le joueur2, donc le choix du joueur2 est entre un paiement de 0 s'il continue c'est-à-dire choisir d' et entre 1 s'il s'arrête en choisissant g', donc il choisira g' qui est optimale pour lui. Ainsi en première étape le joueur1 anticipe que le joueur2 va jouer sa solution optimale g' qui va lui rapporter un paiement de 1 s'il le jeu se poursuit.

----
(1) Graham Romp "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 33-34.
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory" Published by Pearson Higher Education 1992. pg 60.

Donc le choix du joueur1 est entre un paiement de 2 s'il arrête et choisira donc g et entre un paiement de 1 s'il poursuit le jeu en choisissant d, donc le choix sera donc g qui est optimale pour lui. La reccurence à rebours de ce jeu mène à ce que le joueur1 choisit g en première étape. (1)

2.4.5. Jeux répétés

Ken Binmore dans son livre « game theory » donne l'exemple des deux mariés Alice et Bob. Alice ne peut pas promettre de gratter le dos de Bob demain s'il gratte son dos aujourd'hui, le dilemme du prisonnier illustre parfaitement le fait que la coopération n'ayez pas besoin d'être rationnel. Est-ce que cette conclusion désagréable disparaît si Alice et Bob jouent à plusieurs reprises ? S'il est de notoriété publique que Alice et Bob doivent jouer le dilemme du prisonnier chaque jour pour la semaine prochaine, l'induction en arrière indique que la réponse est non.

Le samedi - le dernier jour de la semaine - Alice et Bob joueront le Dilemme du Prisonnier ordinaire, dans laquelle il est rationnel de jouer le faucon (la non coopération). Le vendredi, ils sauront donc que rien ne le font aujourd'hui, peuvent influer sur ce qui se passera demain. Alors ils joueront le faucon vendredi. Travaille à l'envers chaque jour de la semaine, nous constatons que les joueurs rationnels joueront toujours le faucon. (Il y a également des équilibres de Nash qui ne sont pas des sous jeux parfait, mais tout ceux-ci exigent également que le faucon est joué sur le chemin d'équilibre.) (2)

Prenons l'autre exemple suivant (Patrick Gonzalez et *al*) : « deux colocataires qui doivent veiller à l'entretien de leur appartement. Chacun peut choisir de coopérer en faisant sa part des tâches (stratégie *x*) ou d'être négligent (stratégie *y*). Supposons que la forme normale de ce jeu soit :

	x	y
x	1, 1	−1, 2
y	2, −1	0, 0

Figure 2.33 jeu d'un seul coup (3)

Nous reconnaissons là, encore une fois le fameux Dilemme du prisonnier où chacun a personnellement intérêt à être négligent quoi que fasse l'autre.

----
(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory" Published by Pearson Higher Education 1992. pg 59-61.
(2) Ken Binmore "Game Theory: A Very Short Introduction" Oxford University Press Ken Binmore 2007. pg71-75
(3) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006. Pg105.

L'unique équilibre de ce jeu est (y, y), où chacun des joueurs obtient 0, soit moins que ce qu'ils pourraient obtenir s'ils parvenaient à coopérer ensemble, les joueurs ont intérêt à coopérer mais, dans la mesure où ils prennent leurs décisions individuellement, ils ont intérêt à être négligents. Comment faire en sorte que être diligent, et donc coopérer, devienne une stratégie attrayante du point de vue individuel ? Évidemment, si les joueurs pouvaient changer la structure du jeu. Par exemple en introduisant une tierce partie comme la justice, sanctionnant une entente de coopération entre les deux joueurs, la coopération deviendrait possible. Ce résultat paradoxal s'explique de la manière suivante : l'idée est que les joueurs puissent être incités à coopérer initialement afin d'induire un comportement coopératif chez l'adversaire dans le futur, mais il n'y a pas de futur après le second tour de jeu, Ainsi, lors du second tour de jeu, on se retrouve dans la même situation que dans un jeu joué une seule fois, et les joueurs ont un intérêt strict à ne pas coopérer. Ce comportement bien déterminé est anticipé par les joueurs au premier tour de jeu, de sorte que chacun sait que, quoi qu'il fasse, cela n'aura aucune incidence sur la manière de jouer au second tour de jeu. Par conséquent, les joueurs se comportent également au premier tour de jeu comme s'ils ne devaient jouer qu'une seule fois. Le même raisonnement s'applique si le jeu est joué 10 fois, 100 fois, etc. Les joueurs anticipent qu'au dernier tour de jeu, ils ne coopéreront pas. Par conséquent, leurs actions posées au 99 tour sont sans conséquence sur le 100e et ils choisissent de ne pas coopérer au 99 tour. Puisqu'ils anticipent de ne pas coopérer au 99 et au dernier tour, ils savent que leurs actions posées au 98e tour sont sans conséquence pour l'avenir et ils choisissent encore de ne pas coopérer, et ainsi de suite, de sorte que le seul équilibre du jeu consiste à ne jamais coopérer. » (1)

De nombreux jeux dans des situations économiques impliquent des jeux répétés, souvent avec une information imparfaite. Ceci est évident dans la situation des prix. Les entreprises ont la possibilité de modifier leurs prix mensuel ou hebdomadaire, ou dans certains cas, plus fréquemment encore. Cela ajoute une toute nouvelle dimension à l'examen de la stratégie, en particulier dans la situation du dilemme du prisonnier.

Prenons l'exemple de Coke et Pepsi dans la figure 2.34, nous avons vu que dans la situation à un coup, il est une stratégie optimale pour les entreprises de ne pas coopérer. Lorsque le jeu est répété, cette conclusion n'est pas nécessairement justifiée, car il est possible pour la co-opération de devenir dans l'intérêt des deux joueurs. (2)

----

(1) Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société une initiation à la théorie des jeux » les presse de l'université de Laval 2006. Pg101-106

(2) NICK WILKINSON "Managerial Economics" Cambridge University Press, New York, United States of America 2005, pg370-371.

		Pepsi	
		Maintenir les prix	Abaissé les prix
Coke	Maintenir les prix	50 / 50	70 / –10
	Abaissé les prix	–10 / 70	10 / 10

Figure 2.34 : Dilemme du prisonnier pour le jeu de Coke et Pepsi (1)

2.4.5.1. Les jeux fini :

I. Le paradoxe de l'induction vers l'arrière

L'un des résultats obtenus en appliquant la logique de l'induction vers l'arrière à des jeux finiment répété, c'est que si le jeu à une unique étape, il à un unique équilibre de Nash. Alors l'équilibre parfait de Nash en sous jeux pour le jeu entier c'est cet équilibre de Nash joué dans chaque période. Cela est vrai aussi qu'il soit important le nombre de répétitions. Supposons qu'un jeu ayant un unique équilibre de Nash, est joué un nombre fini et prédéterminé de fois. Pour trouver l'équilibre de Nash parfait en sous jeu pour ce jeu, nous commençons par la dernière période d'abord. Comme la dernière période est juste l'étape d'un jeu unique lui-même, les résultats prévus dans cette période sont l'équilibre unique de Nash du jeu d'étape. Considérons maintenant la période pénultième (avant-dernier). Les joueurs utilisant le principe de l'induction vers l'arrière savons que dans la dernière période l'équilibre de Nash sera jouée indépendamment de ce qui se passe a cette période. Cela implique qu'il n'y a pas de menace crédible de sanction future, qui pourrait inciter un joueur à jouer autre que l'équilibre unique de Nash dans cette période de l'avant-dernier. Tous les joueurs le savent, et là encore l'équilibre de Nash est joué. Cet argument peut être appliqué à toutes les périodes précédentes jusqu'à ce que nous arrivions à la première période, où à nouveau l'unique équilibre de Nash est joué. L'équilibre de Nash en sous jeu parfait pour l'ensemble du jeu est tout simplement l'équilibre de Nash du jeu de l'étape joué dans tous les temps. Cet argument implique qu'un résultat collusoire non coopérative n'est pas possible. Ce résultat général est connu comme le paradoxe de l'induction vers l'arrière. C'est un paradoxe en raison de son contraste radical avec les jeux infiniment répétés. Peu importe le nombre de fois où nous répétons le jeu d'étape, nous n'arriverons jamais au même résultat que si elle était répétée à l'infini. (2)

----
(1) NICK WILKINSON "Managerial Economics" Cambridge University Press, New York, United States of America 2005, pg357.
(2) Graham Romp "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 34-42.

II. Le dilemme des prisonniers répétés à deux étapes :

Considérons le dilemme des prisonniers donné en forme normale sur la figure 2.35. Supposons deux joueurs jouent le jeu en mouvement simultané deux fois, observant les résultats du premier jeu avant que le deuxième jeu commence, et supposons que le profit pour le jeu entier est simplement la somme des profits des deux étapes (c.-à-d., il n'y a aucun escompte). Nous appellerons ce jeu répété le jeu du dilemme des prisonniers à deux étapes.

		joueur 2	
		L_2	R_2
joueur 1	L_1	1,1	5,0
	R_1	0,5	4,4

Figure 2.35 Dilemme de la première étape (1)

		joueur 2	
		L_2	R_2
joueur 1	L_1	2,2	6,1
	R_1	1,6	5,5

Figure 2.36 Dilemme de la deuxième étape (2)

Dans le dilemme des prisonniers à deux étapes, cependant, l'équilibre unique du jeu de la deuxième étape est ($L1$, $L2$) indépendamment des résultats de la première étape.

Pour le calcul du résultat parfait en sous jeu d'un tel jeu, nous analysons la première étape du dilemme des prisonniers à deux étapes en prenant en considération que les résultats du jeu demeurant dans la seconde étape seront l'équilibre de Nash. L'équilibre de Nash de ce jeu restant - à savoir, ($L1$, $L2$) avec un paiement (1 ,1) Ainsi, l'interaction des joueurs de la première étape dans le dilemme des prisonniers à deux étapes s'élève au jeu à un seul coup dans la figure 2.36, dans lequel la paire de paiement (1,1) pour la seconde étape a été ajoutée à chaque paire de paiement de la première étape.

Le jeu sur la figure2.36 a également un unique équilibre de Nash $(L1, L2)$ ainsi, les uniques résultats parfaits en sou jeu des dilemmes des prisonniers à deux étapes est $(L1, L2)$ dans la première étape, suivi de $(L1, L2)$ dans la seconde étape. La coopération **(** $R1, R2$ **)** ne peut pas être réalisé dans l'une ou l'autre étape des résultats parfaits en sou jeu. Cet argument est plus général. (Ici, nous partons temporairement du cas de deux périodes pour permettre tout un nombre fini de répétitions,T.). (3)

----

(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 82.
(2) Robert Gibbons. Op cit. Pg 83.
(3) Robert Gibbons. Op cit.

III. Le dilemme du prisonnier répété un nombre fini de fois :

Comme nous l'indique la méthode de l'induction a rebours, nous résoudrons d'abord le nième et le dernier dilemme puis on remonte le jeu. Mais peut-on appliquer cette méthode pour trouver la solution d'un dilemme du prisonnier répété *n* fois ?

L'induction a rebours nous montre que la prédiction d'une solution au jeu du dilemme du prisonnier c'est l'équilibre trouver a la nième et dernière période (non coopération, non coopération) qui représente le même résultat pour un jeu a un seul coup.

En anticipant que l'issus du jeu sera de la non coopération, les joueurs vont jouer la non coopération puisque 'il n'attende rien de l'avenir *n*, *n*-1, *n*-2,….. Cette prédiction des joueur leur conduit a jouer une stratégie de non coopération c.a.dire une trahison permanente. (1)

VI. Théorie des jeux finiment répété :

Soit **G** = *(A*1,…, *An* ; *u1,…, un)* dénotent un jeu statique avec information complète dans lequel le joueurs1 par *n* fois choisit simultanément les actions *a*1 à *a*n d'un espaces d'action *A*1, à *An* respectivement, et les paiements sont *u*1 (*a*1,….,*a*n) a travers *u*n (*a*1,….,*a*n) Le jeu **G** sera appelé le jeu d'étape du jeu répété. Étant donné un jeu d'étape **G**, soit G(T) désigne le jeu finiment répété dans lequel **G** est joué T fois ? Avec les résultats de tous les jeux précédents observés avant que le prochain jeu commence Les paiements pour G(T) sont simplement la somme des paiements de T étape de Jeux. Si le jeu **G** d'étape a un unique équilibre de Nash alors, pour tout T fini, le jeu répété G(T) a un unique résultat parfait en sous jeu: l'équilibre de Nash de **G** est joué dans chaque étape. Nous reprenons maintenant le cas de deux périodes, mais considérons la possibilité que le jeu d'étape **G** a des multiples équilibres de Nash, comme dans la figure 2.37 Les stratégies *L*i et *M*i, imitent le dilemme du prisonnier de la figure 2.35, Mais les stratégies *Ri* ont été ajoutées au jeu de sorte qu'il y a maintenant deux stratégies pures en équilibres de Nash. (*L*1, *L*2), comme dans le Dilemme du prisonnier, et maintenant il y a aussi (*R*1, *R*2). Supposons que le jeu d'étape sur la figure 2.37 est joué à deux reprises, avec les résultats de la première étape observés avant que la seconde étape commence. Nous prouverons qu'il y a des résultats parfaits en sou jeu de ce jeu répété dans lesquels la paire de stratégie (*M*1, *M* 2) est jouée dans la première étape. Supposons que dans la première étape les joueurs anticipent que les résultats de la deuxième étape seront un équilibre de Nash du jeu d'étape. (2)

----
(1) Nicolas Eber « Le dilemme du prisonnier » © L'éditions la Découverte, Paris, 2006.pg13-22.
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 82-99.

	L_2	M_2	R_2
L_1	1, 1	5, 0	0, 0
M_1	0, 5	4, 4	0, 0
R_1	0, 0	0, 0	3, 3

Figure 2.37 : le dilemme avec plusieurs équilibre (1)

Puisque ce jeu d'étape a plus d'un équilibre de Nash, il est désormais possible pour les joueurs d'anticiper que les différents résultats de la première étape seront suivis de différents équilibres de jeu d'étape dans la deuxième étape. Supposons, par exemple, que les joueurs prévoient que (*R*1 , *R*2) sera le résultat de la deuxième étape si le résultat de la première étape sera (*M*1, *M* 2) mais que (*L*1 , *L*2), en sera le résultat de la deuxième étape si l'un des huit autres résultats de première étape se produit. Les joueurs de l'interaction de la première étape s'élève alors au jeu d'un seul coup dans la figure 2.38, où (3,3) a été ajoutée à la cellule (*M*1, *M* 2) et (1,1) a été ajoutée aux huit d'autres cellules. Il y a trois équilibres de Nash de stratégie pure dans le jeu de la figure 2.38 : (*L*1 , *L*2), (*M*1, *M* 2), et (*R*1 , *R*2) Comme à la figure 2.36. Les équilibres de Nash de ce jeu à un seul coup correspondent aux résultats parfaits en sous jeu du jeu répété d'origine.

	L_2	M_2	R_2
L_1	1, 1	5, 0	0, 0
M_1	0, 5	4, 4	0, 0
R_1	0, 0	0, 0	3, 3

Figure 2.38 : dilemme a plusieurs équilibre en deuxième étape (2)

Soit ((*w*, *x*), (*y*, *z*)) indiquent un résultat du jeu répétées. (*w*, *x*) dans la première étape et (*y*, *z*) dans le second. L'équilibre de Nash (*L*1 , *L*2), dans la figure 2.38 correspond aux résultat parfait en sous jeux (($L1$, $L2$) , ($L1$, $L2$)) dans le jeu répété, parce que le résultat attendu du deuxième étape ($L1$, $L2$), suivent n'importe quoi mais ($M1$, $M2$) dans la première étape. De même, l'équilibre de Nash ($R1$, $R2$) dans la figure 2.38 correspond aux résultat parfait en sous jeux (($R1$, $R2$),($L1$, $L2$)) , dans le jeu répété. Ces deux résultats parfait en sous jeux du jeu répété enchaînent simplement des résultats d'équilibre de Nash du jeu d'étape, mais le troisième équilibre de Nash à la figure 2.38 donne un résultat qualitativement différente : ($M1$, M 2) dans la figure 2.38 correspond aux résultat parfait en sous jeux (($M1$, M 2) ($R1$, $R2$)) dans le jeu répété, parce que le résultat prévu de la seconde étape ($R1$, $R2$) suivant ($M1$, $M2$).

----
(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 84.
(2) Robert Gibbons. Op cit.

Ainsi, comme on l'a soutenu plus tôt, la coopération peut être réalisé dans la première étape d'un résultat parfait en sous jeux du jeu répété. Ceci est un exemple d'un point plus général : si G = ($A1$,..., An ; $u1$,..., un) est un jeu statique avec informations complètes avec de multiples équilibres Nash alors il y peut être des résultats parfait en sous jeux du jeu répété G(T) dans lequel pour tout t <T, les résultats dans l'étape t n'est pas un équilibre de Nash de G. Le principal point à extraire de cet exemple est que les menaces ou les promesses crédibles sur le comportement futur peuvent influer sur le comportement actuel. Un deuxième point, cependant, est que la perfection en sous jeux, peut ne pas incarner assez fort une définition de la crédibilité. En dérivant le résultat parfait en sous jeux (($M1$, M 2) ($R1$, $R2$)) par exemple, nous avons supposé que les joueurs prévoient que ($R1$, $R2$) sera le résultat de la deuxième étape si le résultat de la premier étape est ($M1$, M 2) et que ($L1$, $L2$) en sera le résultat de la deuxième étape, si aucun des huit autres résultats de la première étape se produit. Mais jouant *(L1 L2)* dans la seconde étape, avec son paiement de (1,1), peut sembler stupides quand (*R1 R2*), avec son profit de (3,3), est également disponible comme équilibre de Nash du jeu étape restante. Librement dit, il semblerait naturel pour les joueurs de renégocient. Si ($M1$, M 2) ne se produit pas comme résultats de première étape, de sorte que *(L1, L2)* soit censé être joué dans la seconde étape, alors chaque joueur pourrait avoir raison pour laquelle : le passé est le passé ; et que l'équilibre unanimement préféré de ce jeu d'étape *(R1, R2)* devrait être joué à la place. Mais si *(R1 R2)* est le résultat de la seconde étape après chaque résultats de la première étape, alors l'incitation de jouer *(M1, M2)* dans la première étape est détruit : l'interaction de la première étape entre les deux joueurs s'élève simplement au jeu d'un seul coup dans lequel le profit (3,3) a été ajouté à chaque cellule du jeu d'étape sur la figure 2.38, ainsi Li, est la meilleure réponse du joueur i au Mj. (1)

2.4.5.2. Jeux infiniment répétés :

Dans le cas d’un jeu répété indéfiniment, les joueurs pensent que le jeu est sans fin. Ainsi, la dernière période n’est plus identifiée et on ne peut plus appliquer la méthode de l’induction à rebours. (2)

Ce sont des jeux où le même jeu est joué maintes et maintes fois pour toujours, avec des joueurs recevant des profits après chaque tour.

----

(1) Robert Gibbons “A Primer in Game Theory “Published by Pearson Higher Education 1992. pg 82-99.

(2) Nicolas Eber « Le dilemme du prisonnier » © L’éditions la Découverte, Paris, 2006.pg13-22.

Compte tenu de cette situation, nous devons considérer la valeur temporelle de l'argent afin de calculer la valeur actualisée des paiements. Plus précisément, afin de déterminer la stratégie optimale dans cette situation, nous devons comparer la valeur actuelle de deux stratégies différentes : coopérez au début et déserter au début. Ces stratégies impliquent des situations où la prise d'une décision pour déserter dans n'importe quelle période de temps peut être rencontrée par une décision de représailles pour l'autre période par l’autre joueur, dans la prochaine fois. Ainsi le gain de déserter doit être compensé par n'importe quelle perte prévue à l'avenir résultant d'une telle action. Cette perte dépend de la stratégie des autres joueurs. (1)

2.4.5.2.1. Le dilemme des prisonniers infiniment répété :

Supposons que le dilemme des prisonniers sur la figure 2.39 doit être infiniment répété et cela, pour chaque t, les résultats des jeux t-1 précédents du jeu d'étape sont observés avant que le n ème étape commence. Additionnant simplement les profits de cette séquence infinie des jeux d'étape ne fournissent pas une mesure utile du profit d'un joueur dans le jeu infiniment répété. Recevoir un paiement de 4 dans chaque période est mieux que de recevoir un paiement de 1 à chaque période, ou par exemple, mais la somme des paiements est à l'infini dans les deux cas. Rappel que le facteur d'escompte $\delta = 1/(1 + r)$ est aujourd'hui de valeur d'un dollar à recevoir une étape plus tard, où r est le taux d'intérêt par étape. Étant donné un facteur d'actualisation et les paiements d'un joueur à partir d'une suite infinie de jeux d'étape, nous pouvons calculer la valeur actuelle des paiements. Le paiement de somme forfaitaire qui pourrait être mis à la banque maintenant afin de rapporter le même solde bancaire à la fin de la séquence.

		joueur 2	
		L_2	R_2
joueur 1	L_1	1, 1	5, 0
	R_1	0, 5	4, 4

Figure 2.39 : dilemme des prisonniers infiniment répété (2)

Étant donné le facteur d'actualisation δ, la valeur actuelle de la suite infinie de ces versements π 1, π 2, π 3,….est :

$$\pi_1 + \delta\pi_2 + \delta^2\pi_3 + \cdots = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1}\pi_t$$

----

(1) NICK WILKINSON "Managerial Economics" Cambridge University Press, New York, United States of America 2005, pg370-375.
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 82-99.

Nous pouvons également employer δ pour réinterpréter ce que nous appelons un jeu infiniment répété comme un jeu répété qui se termine après un nombre aléatoire de répétitions. Supposons qu'après que chaque étape soit jouée, une pièce de monnaie est renversée pour déterminer si le jeu finira ou non. Si la probabilité est *p* que le jeu finit immédiatement, et donc 1 - *p* que le jeu continue pour au moins une étape de plus, alors un paiement π à recevoir à la prochaine étape (s'il est joué) vaut seulement (1 - P) π / (1 + r) avant que la chiquenaude de la pièce de monnaie de cette étape se produise. De même, un profit π à recevoir deux étapes dès maintenant (si tous les deux, lui et l'étape intervenante sont joués) vaut seulement $(1-p)^2\pi/(1+r)^2$ avant que le tirage au sort de cette étape se produit. Soit δ = (1 - *p*) (l + *r*). Alors la valeur actuelle $\pi_1 + \delta\pi_2 + \delta^2\pi_3 + \cdots$ reflète à la fois la valeur temporelle de l'argent et la possibilité que le jeu se terminera. (1)

2.4.5.2.2. Les différentes stratégies du dilemme infiniment répété :

a. La stratégie du Méchant :

Selon Eric Rasmusen la stratégie du méchant se résume comme suit :

l. Commencer par Nier.

2. Continuer à Nier à moins qu'un joueur n'ait choisi Avouer, auquel cas toujours choisir Avouer.

La stratégie du Méchant dit que même si un joueur est le premier à dévier et à choisir Avouer, il continuera de choisir Avouer par la suite. Si colonne utilise la stratégie du Méchant, celle-ci est faiblement la meilleure réponse de Ligne. Si Ligne coopère, il continuera de recevoir le paiement élevé (Nier, Nier) pour toujours. S`il avoue, il recevra le paiement le plus élevé

(Avouer, Nier) une seule fois, mais le mieux qu'il puisse espérer pour la suite est le paiement (Avouer, Avouer). Même dans le jeu répété indéfiniment, la coopération n'est pas immédiate et toutes les stratégies qui sanctionnant l'aveu ne sont pas parfaites. (2)

b. Oeil pour œil/Dent pour Dent :

1. Commencer par Nier.
2. Par la suite, lors de la période *n*. choisir l'action que l'autre joueur a choisie au cours de la période (n - 1).

----

(1) Robert Gibbons “A Primer in Game Theory “Published by Pearson Higher Education 1992. pg 82-99.
(2) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information : Introduction à la théorie des jeux » édition de boeck, université Bruxelles Belgique, 2004, Pg 171.

Si Colonne utilise (oeil pour œil, Dent pour Dent), Ligne n'a pas d`incitation à Avouer le premier. En effet, si Ligne coopère, il continuera à recevoir le paiement élevé (Nier. Nier). Mais s'il avoue et retourne ensuite à (oeil pour œil, Dent pour Dent) les joueurs choisiront toujours en alternance (Avouer. Nier) et (Nier. Avouer). Le paiement moyen de Ligne résultant de cette alternance sera plus faible que s`il s`en était tenu à (Nier. Nier) et anéantira le gain obtenu en une seule fois. Mais (oeil pour œil, Dent pour Dent) n`est presque jamais parfait dans le Dilemme du Prisonnier, sans escompte répète indéfiniment. En effet, il n'est pas rationnel pour Colonne de sanctionner le choix initial d’avouer fait par Ligne. Approuver les punitions de (oeil pour œil, Dent pour Dent) aboutit à une alternance déplorable de Avouer et Nier. Par conséquent. Colonne préférerait ignorer le premier choix Avouer de Ligne. La déviation ne se fait pas par rapport à l’action sur le chemin d'équilibre de Nier. Mais par rapport a la règle d'action hors équilibre d'Avouer en réponse à Avouer. Oeil pour œil, Dent pour Dent contrairement à la stratégie du Méchant ne peut pas imposer la coopération. Malheureusement, bien que la coopération éternelle soit un résultat d'équilibre parfait dans le jeu infini pour au moins une stratégie. Il en va de même pour pratiquement n'importe quelle autre action, y compris l'aveu éternel. (1)

c. Stratégies de déclenchement :

La stratégie de déclenchement est appelle une stratégie sinistre de déclenchement (GTS : grim trigger strategy). Ceci signifie que n'importe quelle décision de désertion par un rival est rencontrée par une défection de représailles permanente en toutes les périodes de temps suivantes. La caractéristique principale d'une telle stratégie est qu'elle exerce un effet préventif fort sur la défection. Le GTS, si elles sont crédibles, peut assurer la coopération, à condition que les rivaux détectent n'importe quelle défection facilement, et en second lieu, s'ils peuvent changer leurs stratégies assez rapidement. Cependant, il y a une faiblesse significative liée au GTS : il est fortement vulnérable aux « mal interprétation ». Par exemple une interprétation erronée signifie que l'une ou l'autre firme confond le prix réel qu'un rival pratique, ou il mal interprète les raisons de la décision de tarification. De telles lectures erronées peuvent facilement se produire dans la pratique. Par exemple, une entreprise peut adopter l'habitude d'offrir des remises régulières outre du prix réel, et annonce le prix avec la remise déduite ; une autre entreprise peut tenir compte de telles remises pour évaluer le prix du concurrent et ne pas le sous-estimer.

----

(1) Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information : Introduction à la théorie des jeux » édition de boeck, université Bruxelles Belgique, 2004, Pg 171.

Ainsi un GTS peut lancer une guerre des prix perpétuelle, ce qui nuit finalement à toutes les entreprises participantes.

Une tentative d'améliorer cette stratégie est une stratégie de main tremblante de déclenchement ‘trembling hand trigger strategy (THTS), qui permet à une erreur par l'autre joueur avant de déserter en permanence. (1)

2.4.5.2.3. Stratégies et paiements des jeux répétés :

Nick Wilkinson dans son livre Managerial Economics propose deux stratégies de paiement :

		Pepsi	
		Maintenir les prix	Abaissé les prix
Coke	Maintenir les prix	50 / 50	70 / −10
	Abaissé les prix	−10 / 70	10 / 10

Figure 2.40 Dilemme du prisonnier pour le jeu de Coke et Pepsi (2)

1- coopérez au début. Dans le cas du coke Pepsi, cela signifie le maintien des prix; nous avons donc besoin de calculer les paiements escomptés dans les deux situations où le rival maintient également des prix pour toujours et quand il escompte pour toujours.

2- déserter au début. Cela signifie que actualisation toujours; encore nous devons calculer les profits des deux stratégies rivales possibles étant considérées.

Ces paiements sont désormais calculés comme suit, en supposant un taux d'intérêt de 20 pour cent (pour le moment) :

I. Coopérer au départ :

a. Si le concurrent a également coopéré et maintient le prix, le flux de paiements sera :

$$PV = 50 + \frac{50}{(1+i)} + \frac{50}{(1+i)^2} + \ldots = \frac{50(1+i)}{i} = 50(1.2/0.2) = \mathbf{300}$$

b. Si le rival déserte, il est supposé que le joueur revient à l'actualisation après le premier tour, et continue d'escompter pour toujours.

$$PV = -10 + \frac{10}{(1+i)} + \frac{10}{(1+i)^2} + \ldots = -10 + \frac{10}{i} = -10 + 50 = \mathbf{40}$$

----

(1) NICK WILKINSON "Managerial Economics" Cambridge University Press, New York, United States of America 2005, pg370-375.

(2) NICK WILKINSON. Opt cite. Pg 335.

II. Déserter au départ :

a. Si au début les rivaux coopèrent, le joueur obtient d'importants paiements au début, mais il est supposé que les rivaux interruptent l'actualisation et continue de le faire.

$$PV = 70 + \frac{10}{(1+i)} + \frac{10}{(1+i)^2} + \ldots = 70 + \frac{10}{i} = 70 + 50 = \mathbf{120}$$

b. Si le rival déserte également dès le début, tous les profits sont identiques.

$$PV = 10 + \frac{10}{(1+i)} + \frac{10}{(1+i)^2} + \ldots = \frac{10(1+i)}{i} = 10(1.2/0.2) = \mathbf{60}$$

		Pepsi	
		Maintenir les prix	Abaissé les prix
Coke	Maintenir les prix	300 / 300	40 / 120
	Abaissé les prix	120 / 40	60 / 60

Figure 2.41 : dilemme de coke et Pepsi infiniment répété (1)

Comme c'est montré dans la figure 2.41. Dans cette situation répétée il n'y a plus aucune stratégie dominante; mais plutôt il y a deux équilibres de Nash où les joueurs tous les deux coopèrent ou les deux déserte. De toute évidence l'équilibre de coopération est mutuellement beaucoup plus souhaitable dans ce cas-ci ; dans une certaine mesure ceci est provoqué par les tailles relatives des profits, mais le résultat est également sensible aux changements du taux d'intérêt utilisé pour l'actualisation. On peut montrer dans l'exemple ci-dessus que la stratégie de coopération mène à des profits mutuels plus élevés tant que le taux d'escompte est moins de 200 pour cent. Il pourrait sembler que c'est une raison d'une façon convaincante pour la coopération, mais il n'y a aucune garantie qu'elle se produira. Cette incertitude dans le résultat est provoquée par la stratégie de déclenchement que nous avons assumée. Généralement une stratégie de déclenchement consiste à prendre des mesures qui sont subordonnés aux jeux passés du jeu. Les différentes actions par le rival déclencheront différentes réactions, pas nécessairement juste pour le dernier tour de jeu, mais peut-être aux cycles précédents ainsi. (2)

----

(1) NICK WILKINSON "Managerial Economics" Cambridge University Press, New York, United States of America 2005, pg372.

(2) NICK WILKINSON. Op cit. Pg 370-375.

2.4.5.3 Le Folk Theorem :

Une des théories les connues dans le jargon de la théorie des jeux est appelée le folk théorème. L'appellation est apparue après que Nash ait édité ses idées sur l'équilibre de Nash, Bob Aumann a constaté que tout le monde dans les affaires semblait déjà connaître les implications pour les jeux répétés, et ainsi il a décidé que ses pensées sur le sujet devraient être considérées comme la sagesse populaire. (1)

La logique simple du théorème folklorique est ceci. D'abord, n'importe quelle répétition infinie d'un équilibre du jeu d'étape est elle-même un équilibre parfait en sous-jeu. Si tout le monde s'attend à ce que cette répétition de l'équilibre du jeu d'étape, personne ne peut faire mieux que pour jouer leur rôle dans l'équilibre du jeu d'étape chaque période. En second lieu, tout autre plan d'action peut être transformé en un équilibre parfait en sous-jeux simplement en menaçant de tout agent qui s'écarte de ce plan avec une répétition à l'infini de la pire phase d'équilibre du jeu d'étape selon la perspective de cet agent. Cette menace est crédible parce que la répétition de l'équilibre du jeu d'étape est elle-même un équilibre parfait en sous-jeux. Avec un tel sinistre menace de déclenchement, personne ne veut s'écarter du plan prévu.

Le folk théorème est un résultat puissant, et montre qu'il y a des équilibres aux jeux répété qui donnent des résultats très bons.

Les genres d'échecs de coordination que nous avons vus dans la bataille des sexes, et le défaut de coopération dans le dilemme du prisonnier, n'ont pas besoin de se poser, et des solutions de coopération sont possibles si l'avenir est suffisamment valable. (2)

----
(1) Ken Binmore "Game Theory: A Very Short Introduction" Oxford University Press Ken Binmore 2007. pg 75-79.
(2) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson "Introduction to Economic Analysis" California Institute of Technology, 2006, pg 269.

2.5. JEUX FINIS AVEC INFORMATIONS INCOMPLETES :

Dans la section qui suit nous allons traiter les jeux avec information incomplète tout en définissant l'information incomplète, on passe ensuite à la définition des types de joueurs avant de terminer par l'apport de la méthode bayesienne dans la théorie des jeux.

2.5.1. L'information incomplète :

Alice ne connaît pas la main de Bob dans un jeu de Poker. Bob ne sait pas ce que Alice croit au sujet de sa main. Alice ne sait pas ce que Bob croit au sujet de ce qu'elle croit au sujet de sa main. Et ainsi de suite. John Harsanyi nous a appris comment utiliser un truc similaire lorsque des informations sont incomplètes (1)

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que des jeux à information complète. Un jeu est dit à information complète, si les fonctions de paiement de tous les joueurs sont bien connues. Cela signifie que tout le monde connaît la fonction de paiement de tout le monde, et tout le monde connaît que tout le monde le sait, et cela à l'infini. (2)

La théorie de Harsanyi montre comment une situation avec information incomplète peut parfois être transformé en jeu d'information imparfaite, que nous analysons alors en utilisant l'idée d'un équilibre de Nash. Lorsque l'information est incomplète, le problème est généralement que les joueurs peuvent être de divers types avec différentes préférences et croyances. Harsanyi a proposé la manipulation de ce genre de situation, comme si chaque joueur a été traité d'un type, comme dans un jeu de Poker. Les caractéristiques d'un tel mouvement de stéréotype doivent être connaissances communes si l'approche de Harsanyi est travaillée. (3)

De toute évidence dans beaucoup de situations réelles les personnes ne disposent pas d'informations complètes sur ceux avec qui qu'ils interagissent. Par exemple, je peux savoir que vous êtes raisonnables, mais je peux ne pas savoir que vous savez que je suis raisonnable. Ce manque de connaissances communes peut considérablement s'ajouter à la complexité d'un jeu, et aux stratégies possibles que les joueurs pourraient adopter. Cela est particulièrement vrai pour des jeux répétés. (4)

Dans un jeu d'information imparfaite les joueurs peuvent être non informés au sujet des démarches entreprises par d'autres joueurs. Chaque jeu de mouvement simultané à un seul coup est un jeu à information imparfaite.

----

(1) Ken Binmore "Game Theory: A Very Short Introduction" Oxford University Press Ken Binmore 2007. pg 94-101.
(2) Graham Romp "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 42-49
(3) Ken Binmore. Op cit
(4) Graham Romp. Op cit.

Dans un jeu avec informations incomplètes, les joueurs peuvent être non informés au sujet de certaines caractéristiques du jeu ou des joueurs. Par exemple, un joueur peut avoir des informations incomplète au sujet des actions disponibles des autres joueurs, ou sur des profits d'autres joueurs. Après Harsanyi, nous modelons l'information incomplète en supposant que chaque joueur peut être d'un certain nombre de différents types. Un type d'un joueur récapitule toutes les informations importantes (en particulier, des actions et les paiements) au sujet de ce joueur. En outre, on suppose que chaque joueur connaît son propre type et, compte tenu de son propre type, une distribution de probabilité sur les types des autres joueurs. Souvent, on assume que ces distributions de probabilité sont supposées d'être cohérent dans le sens qu'elles sont des distributions de probabilité marginales dérivées d'une distribution généralement connue de base sur toutes les combinaisons des types de joueur. (1)

Toute incertitude sur les paiements de leurs adversaires en général doivent avoir une influence importante sur la façon dont les acteurs analysent la situation stratégique et font leurs choix respectifs. (2)

2.5.2. Types de joueur :

Considérons un ensemble de joueurs, par exemple N = {1,2,…, n}. Pour chaque $i \in N$, du joueur *i*, il existe un ensemble fini de types *Ti* que ce joueur peut avoir. Si nous dénotons par $T = T_1 \times T_2 \times \ldots \times T_n$ L'ensemble

$$T = \{(t_1, t_2, \ldots, t_n) \mid t_1 \in T_1, t_2 \in T_2, \ldots, t_n \in T_n\},$$

C.-à-d., l'ensemble de toutes les combinaisons possibles des types, alors un jeu avec l'information incomplète spécifie un jeu séparé pour chaque combinaison possible $t = (t_1, t_2, \ldots, t_n) \in T$. Nous supposons que chaque joueur *i* connaît son propre type t_i et, étant donné t_i, attache des probabilités

$$p(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n | t_i)$$

À tout le type combinaisons $t_1 \in T_1, \ldots, t_{i-1} \in T_{i-1}, t_{i+1} \in T_{i+1}, \ldots, t_n \in T_n$ des autres joueurs. Souvent, ces probabilités sont dérivées d'une distribution de probabilité commune *p* sur *T*, où *p (t)* est la probabilité que la combinaison de type est *t*.

----
(1) Hans peters "Game Theory, A Multi-Leveled Approach" © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. pg59-63.
(2) Fernando Vega Redondo "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003 pg 188.

D'ailleurs, nous supposons que chaque joueur *i*, indépendamment de son type possèdent le type *ti*, et connaît également la distribution de probabilité *P*. par conséquent, si le joueur *i* a le type *ti*, alors il peut calculer la probabilité que la combinaison de type des autres joueurs est le vecteur $(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n)$. Formellement, cette probabilité est égale à la probabilité conditionnelle

$$p(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n | t_i) = \frac{p(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, \ldots, t_n)}{\sum p(t'_1, \ldots, t'_{i-1}, t_i, t'_{i+1}, \ldots, t'_n)}$$

Lorsque la somme au dénominateur est prise sur tous les types possibles des autres joueurs, c'est à dire, de tous les possibles $t'_1 \in T_1, \ldots, t'_{i-1} \in T_{i-1}, t'_{i+1} \in T_{i+1}, \ldots, t'_n \in T_n$. Par conséquent, la somme au dénominateur est la probabilité que je joueur *i* a le type *ti*. Ainsi, un joueur dans un jeu avec informations incomplètes peut rendre ses actions dépendantes de son propre type, mais pas sur les types des autres joueurs. Cependant, puisqu'il sait les probabilités des types d'autres joueurs, il peut calculer les profits prévus en prenant des mesures spécifiques. (1)

2.5.3. Jeux bayésien :

Toutes les formes de jeu discutées jusqu'ici ont supposé que tous les joueurs connaissent quel jeu est joué. Plus précisément, on a assumé que le nombre de joueurs, les actions disponibles à chaque joueur, et le profit lié à chaque vecteur d'action, ont tous été considérés comme connaissance commune entre les joueurs. Les jeux bayésien, ou les jeux d'information incomplète, nous permettent de représenter les incertitudes des joueurs au sujet du jeu même étant joué. Cette incertitude est représentée comme une distribution de probabilité sur un ensemble de jeux possibles. Nous faisons deux hypothèses.

1. Tous les jeux possibles ont le même nombre d'agents et le même espace de stratégie pour chaque agent ; ils ne diffèrent que par leurs paiements.

2. Les croyances des différents agents sont postérieurs, obtenu par conditionnement d'un commun avant sur les différents signaux privé.

On peut imaginer beaucoup d'autres types possibles de l'incertitude que les joueurs pourraient avoir sur le jeu, combien de joueurs sont impliqués, quelles actions sont à la disposition de chaque joueur, et peut-être d'autres aspects de la situation. Cependant, il s'avère que ces autres types d'incertitude peuvent être réduits à l'incertitude seulement au sujet des profits par l'intermédiaire de la reformulation de problème. (2)

----
(1) Hans peters "Game Theory, A Multi-Leveled Approach" © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. pg59-63.
(2) Kevin Leyton-Brown, Yoav Shoham "Essentials of Game Theory" Copyright © by Morgan & Claypool, 2008, pg75-58

Supposons qu'un jeu de publicité est joué une seule fois entre deux entreprises. L'entreprise 1 peut être de deux types (type A ou de type B), représenté par différents paiements. La firme 1 sait quel type elle est, mais l'entreprise 2 ne sait pas. C'est donc un jeu d'informations incomplètes car l'entreprise 2 ne connaît pas le type d'entreprise qu'elle concurrence.

Cette situation peut être illustrée par deux jeux en forme extensives séparés, un pour chaque type de l'entreprise 1. Nous supposons que les paiements sont, comme est indiqués dans la Fig. 2.42 où ***F*** représente publicité à faible coût et ***E*** publicité à coût élevé.

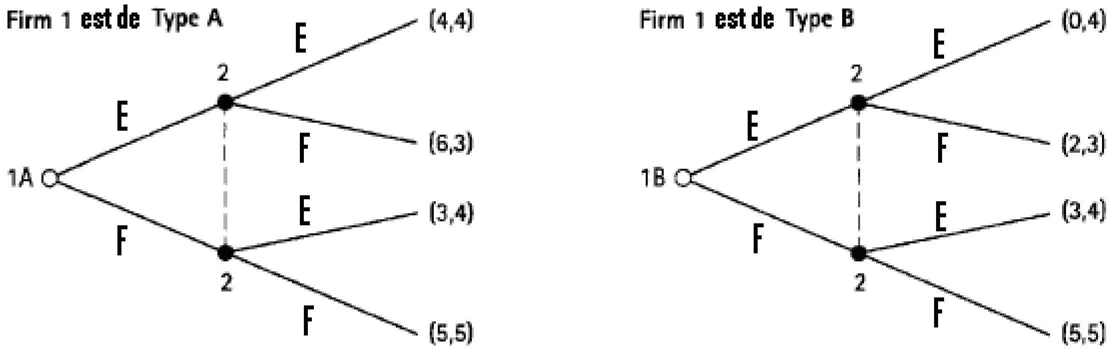


Figure 2.42 : le jeu de publicité avec information incomplète (1)

Si nous supposons que la nature assigne type **A** à l'entreprise1 avec une probabilité ***Prob*** et de type **B** avec une probabilité ***1 - Prob***, alors cette situation peut maintenant être représenté juste par un jeu en forme extensive. Ceci est illustré dans la Fig 2.43.

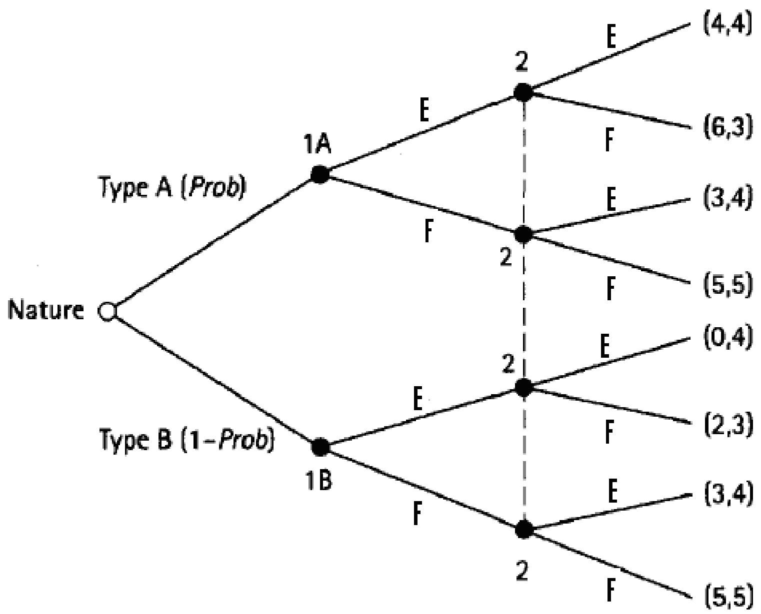


Fig 2.43 : le jeu de publicité modifié avec information imparfaite (2)

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 44.
(2) GRAHAM ROMP. Op cit. Pg 45.

Comme il s'agit d'un jeu à information complète, nous pouvons utiliser les techniques de solution utilisée pour résoudre les jeux statiques. Ce jeu spécifique peut être résolu en utilisant le principe de la stricte dominance itérée qui nous donne un unique équilibre de Nash. Si l'entreprise1 est de type A, alors, avoir une campagne de publicité a coût élevé domine strictement une campagne de publicité à faible coût. Si, toutefois, il est de type B, alors publicité à faible coût domine. Si l'entreprise B suppose que l'entreprise1 est rationnel, quel que soit son type, alors elle sait qu'elle va voir l'entreprise1 encourir une campagne à coût élevé, avec une probabilité ***Prob***, et une campagne à faible coût avec une probabilité ***1 - Prob***. Avec ces probabilités, on peut calculer son propre profit attendu subordonnée à son niveau de la publicité. Si l'entreprise 2, décide de la publicité à coût élevé alors son niveau de bénéfice attendu est

$$(\Pi_B \mid E) = 4Prob + 4(1 - Prob).$$

Si elle décide de la publicité à bas prix alors son niveau de bénéfice attendu est

$$(\Pi_B \mid F) = 3Prob + 5(1 - Prob).$$

En supposant que l'entreprise2 souhaite maximiser ses profits attendus, elle va entreprendre une campagne de publicité a coût élevé si $(\Pi_B \mid E) > (\Pi_B \mid B)$ Cela nous donne la condition suivante :

$$4Prob + 4 - 4Prob > 3Prob + 5 - 5Prob$$
$$Prob > 1/2.$$

L'entreprise 2 jouera **E** si ***Prob*> 1/2** et jouera **F** si ***Prob* < 1/2**. Si ***Prob* = 1/2**, alors elle est indifférente entre ces deux options. La stratégie optimale pour l'entreprise2, par conséquent, dépend de la probabilité que son concurrent est un type particulier. Les deux entreprises jouant **F** et reçoivent 5m. Si l'entreprise 1 est de type B et ***Prob* < 1/2.** Cependant, dans ce jeu unique, ceci s'est seulement produit si l'entreprise 1 était d'un type qui entreprend toujours une campagne publicitaire de coût bas. (1)

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 42-49

2.6. JEUX DYNAMIQUES AVEC INFORMATION INCOMPLÈTE :

Une autre façon d'éviter le paradoxe de l'induction vers l'arrière est d'introduire l'incertitude sur le moment où le jeu peut finir. Une façon d'y parvenir consiste à supposer qu'il y a une probabilité constante que le jeu prend fin après une période donnée. Dans cette situation, bien que le jeu soit fini, le moment exact de savoir quand le jeu se termine est inconnu. La conséquence de ceci est que, comme dans un jeu infiniment répété, la structure de la partie restante ne change pas plus de périodes sont jouées. Comme l'unique période ne peut être classifiée comme dernière période du jeu, nous n'avons aucun certain point dont pour commencer le processus de l'induction en arrière et ainsi le paradoxe est évité. L'induction en arrière est donc applicable uniquement aux jeux qui ont un terme définitif connu. Si la dernière période est indéterminée, les menaces et les promesses crédibles qui peuvent être faites, donnent lieu à une collusion non coopérative dans chaque période. Cette analyse est la même que pour le jeu infini, sauf que le taux d'escompte, δ doit être redéfini. Au lieu de cela, ne dépendant que des taux d'intérêt, *r*, il dépendra aussi de la probabilité que le jeu se termine après une période de temps. En effet les joueurs escomptent le futur plus fortement, car il y a maintenant une probabilité positive que les rendements futurs ne seront pas reçus que le jeu sera terminé d'ici là. Le taux d'escompte est maintenant égal à

$$\delta = \frac{1 - Prob}{1 + r}$$

Où ***Prob*** est la probabilité que le jeu se termine à la fin d'une période donnée.

En reprenons l'exemple cité dans la section précédente de jeu de publicité avec information incomplète, mais cette fois ci le jeu est joué a un nombre fini de fois.

Si le jeu est répété un nombre fini de fois, les restrictions pour les jeux à un seul coup avec information incomplète n'ont pas besoin toujours de s'appliquer pour que les résultats soient Pareto efficace. Malheureusement, la résolution de ces jeux répétés est loin d'être simple. Ceci est dû à deux complications ajoutées. La première complication est que dans les jeux dynamiques à informations incomplètes, les joueurs peuvent être en mesure d'apprendre comment ils sont les autres joueurs, en observant leurs actions passées. Ceci donne à des joueurs l'occasion d'essayer et influencer les espérances des autres joueurs de leur type en modifiant leurs actions. Par exemple, considérez ce qui pourrait se produire si le jeu de la publicité avec information incomplète est répété un nombre fini de fois. Si l'entreprise1 peut convaincre l'entreprise 2 qu'elle est du type B, alors l'entreprise 2 engagera de bas coûts de la publicité et ainsi augmentez les profits de la firme1. La seule façon que l'entreprise1 peut convaincre l'autre entreprise qu'elle est de type B, est de jouer comme une entreprise de type B jouerait. Cela est vrai même si la firme1 est réellement de type A. Il est donc possible que les joueurs pourraient chercher à cacher leur véritable identité, afin de gagner la réputation d'être quelque chose qu'ils ne sont pas. Le gain d'une telle réputation peut être considéré comme un investissement. Bien que l'obtention d'une réputation pour quelque chose que vous n'êtes pas, sera coûteuse à court terme, il apporte avec elle l'espoir de rendements futurs plus élevés. La deuxième complication est que les joueurs savent que d'autres joueurs pourraient avoir cette incitation pour cacher leur véritable identité. Cela va influencer la façon dont ils mettent à jour leur évaluation de probabilité conditionnelle du type de l'autre joueur sur l'observation de ses actes. L'autre joueur prendra à leur tour ceci en considération pour déterminer leur comportement, et ainsi de suite. Ce n'est que récemment que tels jeux ont été explicitement résolus par des théoriciens de jeu et appliqués aux situations économiques. Le concept d'équilibre employé souvent dans de tels jeux est l'équilibre de Nash parfait bayésien en sous jeux, Ce type d'équilibre remplit deux conditions :

1- Il est sous-jeu parfait du fait qu'aucune menace ou promesse incrèdible n'est faite ou est crue.

2- Les joueurs mettent à jour leurs croyances rationnellement selon le théorème de Bayes.

(Un concept alternatif d'équilibre utilisé est c'est l'équilibre séquentiel. Il a été développé par Kreps et Wilson (b) 1982 et c'est une condition légèrement plus forte que l'équilibre parfait bayésien en ce qui concerne l'uniformité de la solution. Dans de nombreux cas, cependant, les deux concepts rapportent la même solution.)

La pertinence de l'équilibre parfait bayésien est que même un très peu d'incertitude au sujet du type de joueur que vous jouez contre lui, peuvent être considérablement amplifiées dans les jeux répétés. Ceci change les incitations faites face par des joueurs dans le jeu, et mène souvent à la prévision que la solution optimale de Pareto est jouée dans les premiers stades de la partie. De cette façon le paradoxe de l'induction en arrière est surmonté. Pour illustrer cette possibilité nous discutons le jeu des mille-pattes développé par Rosenthal (1981). Considérons le jeu en forme extensive de la figure 2.46. Dans ce jeu il y a deux joueurs chacun avec deux coups possibles. Ils peuvent soit se déplacer à travers (A) ou vers le bas (D). Les gains qui en résultent sont comme le montre le diagramme. Résoudre ce jeu par induction vers l'arrière donne le résultat que cette personne 1 sera immédiatement jouée bas, ainsi que les deux joueurs reçoivent le même paiement de 1. C'est clairement des résultats Pareto inefficaces parce que si les deux joueurs les jouent à travers tous les deux, reçoivent des profits potentiellement beaucoup plus grands. En ce sens, le jeu est très bien comme le jeu de dilemme du prisonnier répété, où la coopération initiale peut arranger tout le monde.

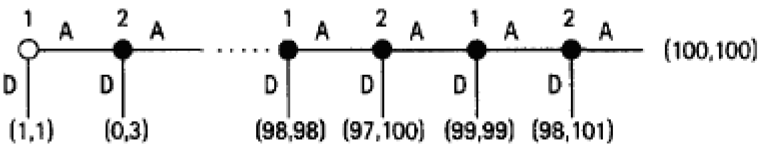


Figure 2.44 : le jeu de mille pate de Rosenthal

Il y a deux points spécifiques à noter à propos de cette prédiction de ce sous jeux parfaits.

D'abord, la prévision que le premier joueur jouera bas immédiatement est basée sur 200 séries de dominance strictement réitérée. En réalité il est souvent difficile de croire que les joueurs sont si sûrs de la rationalité de leurs adversaires, et que leurs adversaires sont sûrs de la rationalité de leurs adversaires etc.

En second lieu, quel effet le joueur1 a-t-il sur le joueur2 si au lieu de bas, il joue le long ? Le joueur2 a maintenant une preuve directe que le joueur 1 n'est pas rationnel. Sur la base de cette preuve, le joueur2 peut décider qu'il est préférable de jouer également le long, et prend le joueur1 pour un tour. Dans cette situation nous déplaçons le long de l'arbre et les deux joueurs sont rendus plus aisés. Ce raisonnement suggère qu'il puisse être raisonnable de faire semblant d'abord d'être irrationnel ! Chacun de ces points suggère que pour ce jeu l'hypothèse d'une connaissance commune de la rationalité puisse être inadéquate. Une prétention alternative est de présenter l'information inachevée. Une hypothèse alternative est d'introduire des informations incomplètes. Avec cette hypothèse les joueurs sont pas certains si leur adversaire sont rationnelle. Cela a un effet dramatique sur le comportement d'équilibre d'un joueur rationnel. Même si il n'y a qu'une très faible probabilité que votre adversaire est coopérative, dans la mesure où il ou elle joue toujours a travers, alors il est rationnel pour les joueurs de jouer a travers dans les périodes initiales de la partie.

De cette façon, chaque joueur construit une réputation d'être coopérative. Il peut être démontré que l'équilibre séquentiel de ce jeu d'informations incomplètes implique que les deux joueurs jouent dans un premier temps a travers, puis randomiser au hasard sur leurs actions à l'approche de la fin du match.

En conséquence à mesure que le nombre de périodes augmente la proportion du jeu caractérisé à mesure que la coopérative augmente également. Cette stratégie d'équilibre est dépeinte dans fig. 2.45.

En fait, le nombre de périodes pour lesquelles les joueurs vont adopter des stratégies mixtes ne dépend pas du nombre de périodes ou le jeu est joué. En conséquence comme le nombre de périodes augmente la proportion du jeu caractérisé en tant que coopérative augmente également. Cette stratégie d'équilibre est représentée dans la Fig 2.45

Figure 2.45 : l'equilibre bayesien de Nash parfait du jeu de mille pate de Rosenthal avec information incomplete

Cette version modifiée du jeu de Rosenthal a été développée par McKelvey et Palfrey (1992), qui avaient l'habitude leur jeu simplifié pour examiner si les sujets d'expérience ont joué réellement selon l'hypothèse séquentielle d'équilibre. (1)

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 42-49

CONCLUSION :

La théorie des jeux est la théorie mathématique qui nous permet d'analyser des situations dans lesquels les joueurs sont en interaction et en interdépendance stratégique.

Les jeux statiques avec information complète ou incomplète sont les jeux où les joueurs prennent leurs décisions simultanément et d'un seul coup. Chaque décision est prise sans savoir ce que les autres joueurs ont fait. Les jeux avec information incomplète surviennent, quand Les joueurs ne partagent pas les informations complètes sur les détails de l'interaction, et il y a une distribution asymétrique de l'information entre les joueurs concernant les paiements sous-jacents. Ces jeux sont représentés sous forme normale. Différentes techniques ont été proposées pour prédire les solutions des jeux statiques, tel que le concept de stratégie dominante ou d'équilibre de nash. Le concept central dans la solution de la théorie des jeux est l'équilibre de Nash.

Dans les jeux dynamiques (représenter sous forme extensive), les joueurs observent les mouvements des autres joueurs avant de faire leurs propres réponses optimales. Cette possibilité enrichit considérablement les stratégies que les joueurs pourraient adopter. Un concept clé dans tous les jeux dynamiques, c'est la crédibilité. Pour une menace ou une promesse d'être crédible, il faut être dans cet intérêt aux joueurs de le réaliser au moment opportun. Dans les jeux à information parfaite et complète, où les joueurs ne sont pas indifférents entre les différentes actions, l'induction en arrière génère une prédiction unique. Cette prédiction est appelé équilibre de Nash parfait en sous-jeu.

Les jeux répétés sont des situations stratégiques dans lesquelles les joueurs interagissent à plusieurs reprises. Si les joueurs ne prévoient aucune fin prédéterminée de leur interaction, le jeu est infiniment répété. Si l'interaction est connue par les joueurs pour une duré déterminée le jeu est finiment répété. Quand le jeu est répété à l'infini, les joueurs maintiennent un résultat collusoire non coopératif. Alors que pour les jeux finiment répété le paradoxe de l'induction en arrière survient pour nous procurer une seule solution du jeu qui est l'équilibre de nash.

Dans les chapitres qui vont suivre, on analysera, de manière plus approfondie, les applications économiques de la théorie des jeux.

Chapitre 3

Application économique de la théorie des jeux sur les comportements des firmes oligopolistiques

INTRODUCTION :

Nous allons modéliser dans ce chapitre le comportement des firmes oligopolistiques avec une approche des jeux non coopératifs. Pour cela on a commencé par diviser le marché en marché identique ou homogène qui fournisse le même produit et un marché différencié dans lequel les produits sont différents les un au autres. Par la suite on a traité le duopole sous sa forme normale ou stratégique, la collusion non coopérative dans un jeu a la Cournot et les oligopoles répétés en forme stratégique. Nous terminerons par la définition des jeux d'oligopole avec information incomplète en débutant par des jeux statiques et ensuite par des jeux dynamiques. A la fin du chapitre, nous traiterons les facteurs qui influencent la collusion au sein des oligopoles.

3.1 PRODUITS IDENTIQUES :

Un certain nombre de modèles différents ont été développés qui tentent d'expliquer et de prédire le comportement des firmes oligopolistiques. Dans cette section, nous examinerons trois modèles de comportement, chacun porte le nom de son auteur. Nous commençons par l'étude des jeux oligopolistique, en analysant les comportements stratégiques, et les répliques entre des oligopoleur qui produisent des biens homogène, en terme de quantité (concurrence a la Cournot), ensuite des répliques en terme de prix (a la Bertrand), et enfin une concurrence de quantité en prenant la variable timing en compte (concurrence de Stackelberg).

Dans les trois models, Chaque firme se comporte dans son propre intérêt personnel. L'équilibre de Nash avec ses fonctions de réaction est le concept de solution de base en théorie des jeux et plus particulièrement dans les jeux oligopolistiques. Une série d'actions est en équilibre de Nash si, étant donné les actions de ses concurrents, une entreprise ne peut pas augmenter son profit en choisissant une action autre que son action d'équilibre. Par exemple, prendre deux entreprises (l'analyse se généralise à *n* entreprises). L'entreprise *i* (*i* = 1. 2) gagne le profit $\prod^{i}(a_i, a_j)$, où *ai*, est l'action de l'entreprise *i* et *aj* est l'action de son rival. Nous disons qu'une paire d'actions possibles est en équilibre de Nash si, pour tout *i* et toute action possible *ai*,

$$\prod^{i}(a_i^*, a_j^*) \geq \prod^{i}(a_i, a_j^*)$$

Les stratégies des firmes sont des stratégies pures, chaque entreprise choisit une action simple. (1)

3.1.1. Concurrence à la Cournot :

La première application claire du raisonnement moderne de la théorie des jeux, trouvé dans la littérature économique est apparue dans la discussion d'oligopole de Cournot (1838). A l'heure actuelle, il est devenu probablement le modèle le plus paradigmatique de l'interaction stratégique étudié en économie (2).

Dans les entreprises de la concurrence à la Cournot, la concurrence est simultanément en termes de quantité fournie au marché.

----

(1) Jean tirole "the theory of industrial organization" the MIT press, Cambridge, Massachusetts, London, England 1994 pg 206-207.
(2) Fernando Vega Redondo "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 72-78.

3.1.1.1. Le modèle :

Soit n entreprises opérant dans un marché pour un produit homogène, où le comportement global des consommateurs est donné par une fonction de demande

$$F : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+. \tag{3.1}$$

Cette fonction spécifie, pour chaque $p \in$ R+, la demande totale correspondante du bien, F (p). On supposera que la fonction F (·) satisfait la loi de la demande, c.-à-d., toute la quantité exigée sur le marché est strictement décroissante dans le prix en vigueur. C'est donc une fonction inversible, avec son inverse correspondant dénoté par P (·). (C'est-à-dire, $P(Q) = p \Leftrightarrow F(p) = Q$ Identifier chacune des entreprises participantes sur le marché avec i ∈ (1, 2,. . . , N). Chaque entreprise *i* affiche une fonction de coût respective

$$C_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+,$$

Augmentation assumée, avec Ci (qi) se tenant pour le coût engagé par l'entreprise *i* quand elle produit la quantité qi de production. Dans le contexte actuel de Cournot, la décision de chaque entreprise concerne uniquement sa production produite, leurs montants respectifs choisis indépendamment (c.-à-d., « simultanément ") par chacun d'eux. Étant donné un vecteur de production $q = (q1, q2,..., qn)$ résultant de ces décisions indépendantes, la quantité globale induite est simplement donnée par Q ≡ $q1 + q2 + \cdot \cdot \cdot + qn$, qui mène à un prix équilibre du marché, $P(Q)$, et les bénéfices suivants pour de chaque entreprise i ∈{1, 2,…, n} :

$$\pi_i(q) \equiv P(Q)q_i - C_i(q_i). \tag{3.2}$$

L'expression ci-dessus suppose implicitement que toute la production produite par chaque entreprise est vendue sur le marché. Les éléments ci-dessus définissent un jeu en forme stratégique entre les entreprises n, où chacun d'eux dispose d'un espace de stratégies identiques, Si = R+, (C.-à-d., l'ensemble de ses décisions possibles de production), et les fonctions de paiement sont identifiés avec les fonctions de profit donnée en (3.2). Dans ce jeu, l'équilibre de Cournot Nash est un vecteur $q^* \equiv (q^*1, q^*2, \ldots q^*n)$ satisfaisant, pour chaque i = 1, 2,..., n les conditions suivantes :

$$q_i^* \in \arg\max_{q_i} \pi_i(q_i, q_{-i}^*) \tag{3.3}$$

Ou d'une manière équivalente

$$\forall q_i \in \mathbb{R}_+, \quad \pi_i(q^*) \geq \pi_i(q_i, q^*_{-i}),$$

Là où (q_i, q^*_{-i}) est juste la sténographie commode pour le vecteur de production où la firme *i* choisit *qi* et les firmes restantes $j \neq i$ choisissent leur *q∗* respectif q_i^* . Supposons que la fonction P (·) aussi bien que chaque *Ci* (·), *i* = 1, 2,…, *n*, sont différentiable. Donc, pour les problèmes d'optimisation pour être résolus simultanément au (le *q*∗1, *q*∗ 2,… *q*∗*n*), les conditions nécessaires de premier ordre suivantes doit se tenir :

$$P'(Q^*)q_i^* + P(Q^*) - C_i'(q_i^*) \leq 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{3.4}$$

Là où $Q^* \equiv \sum_{i=1}^{n} q_i^*$ et la notation $g'(\cdot)$ représente la dérivé de n'importe quelle fonction arbitraire g (·) d'une seule variable en ce qui concerne son (seulement) argument. Autrement dit, chaque entreprise *i* doit avoir son respectives *q*i* satisfait les conditions nécessaires de premier ordre de son problème d'optimisation individuel lorsque les autres entreprises sont prises afin de choisir leurs valeurs d'équilibre respectives $q_i^*, j \neq i$ (1)

En se limitant a l'étude du duopole, les entreprises de la concurrence Cournot décident simultanément quelle part de la production, ils approvisionnement le marché. Une fois l'offre globale est déterminé le prix est fixé de sorte que le marché disparaît. Pour examiner ce type de compétition, nous supposons d'abord que les deux entreprises produisent un produit identique. Comme les décisions finales sont prises simultanément chaque entreprise approvisionne le marché sans avoir observé le niveau de production de l'autre entreprise. Le prix du marché, P, est déterminé pour que l'offre globale, Q, soit seulement demandée. Nous supposons que la demande totale pour le produit est déterminé par une fonction inverse de la courbe de demande P = a - Q, où (a) est une constante positive.

Il est supposé être des coûts marginaux constant égal à C. et pas de coûts fixes. Chaque entreprise est assumée maximiser ses profits.

A partir de cette description informelle, nous pouvons identifier les trois exigences de base pour un de jeu sous forme normal.

(1) Les joueurs

Ce sont les deux entreprises A et B.

---

(1) Fernando Vega Redondo "Economics and the theory of games" by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003, pg 72-78.

(2) Les stratégies à la disposition de chaque joueur

Comme il s'agit d'un jeu statique, les stratégies disponibles sont les mêmes que les actions possibles des deux joueurs. Les stratégies disponibles sont donc les quantités possibles de bien que chaque entreprise peut l'approvisionné au marché. Nous supposerons que les entreprises A et B peuvent fournir n'importe quel niveau positif de la production, et notons que ces *q*A et *q*B respectivement.

(3) Le payement

Ce sont les bénéfices que chaque entreprise reçoit. Ils sont notés ∏**A** et ∏**B** pour les entreprises A et B respectivement. (1)

3.1.1.2. L'ÉQUILIBRE :

Pour connaître la fonction de réaction de chaque firme nous faisons la distinction de la fonction de profit de l'entreprise par rapport à ses propres niveaux de production et établissons cella égale à zéro. On obtient ainsi la condition du premier ordre pour trouver un maximum. La condition du second ordre, que la dérivée seconde est négative, est ensuite vérifiée pour s'assurer qu'un maximum a été en effet, trouvé. Ces calculs sont effectués ci-dessous pour une entreprise A et l'entreprise B, en vertu des hypothèses du modèle utilisé. L'avant-dernière ligne de ces calculs est la fonction de réaction pour chaque entreprise. Ces fonctions montrent que le niveau optimal de l'offre pour chaque entreprise est corrélé négativement au niveau attendu de l'approvisionnement de l'autre entreprise. Les bénéfices sont plus grands lorsque chaque entreprise est le seul fournisseur sur le marché.

la firme A

$$\Pi_A = Pq_A - cq_A$$
$$\Pi_A = (a - q_A - q_B)q_A - cq_A$$
$$\frac{d\Pi_A}{dq_A} = a - 2q_A - q_B - c = 0$$
$$q_A = \frac{a - q_B - c}{2}.$$
$$\frac{d^2\Pi_A}{dq_{A^2}} = -2 < 0 \;\therefore\; \text{max.}$$

la firme B

$$\Pi_B = Pq_B - cq_B$$
$$\Pi_B = (a - q_A - q_B)q_B - cq_B$$
$$\frac{d\Pi_B}{dq_B} = a - q_A - 2q_B - c = 0$$
$$q_B = \frac{a - q_A - c}{2}.$$
$$\frac{d^2\Pi_B}{dq_{B^2}} = -2 < 0 \;\therefore\; \text{max.}$$

---

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 59.

À l'équilibre de Nash les deux firmes doivent simultanément maximiser leurs profits, compte tenu de leurs croyances au sujet du niveau d'offre de l'autre firme. Cela signifie que les firmes doivent être à leurs courbes de réaction simultanément. En Fig.3.1 les courbes se coupent une seule fois, et cela correspond à l'unique équilibre de Nash pour ce modèle. A partir du diagramme, nous pouvons voir que l'équilibre de Nash a l'endroit où chaque entreprise fournit une production égale à (a - c) / 3. Cela peut être confirmé par l'égalité algébrique des deux équations des fonctions de réaction.

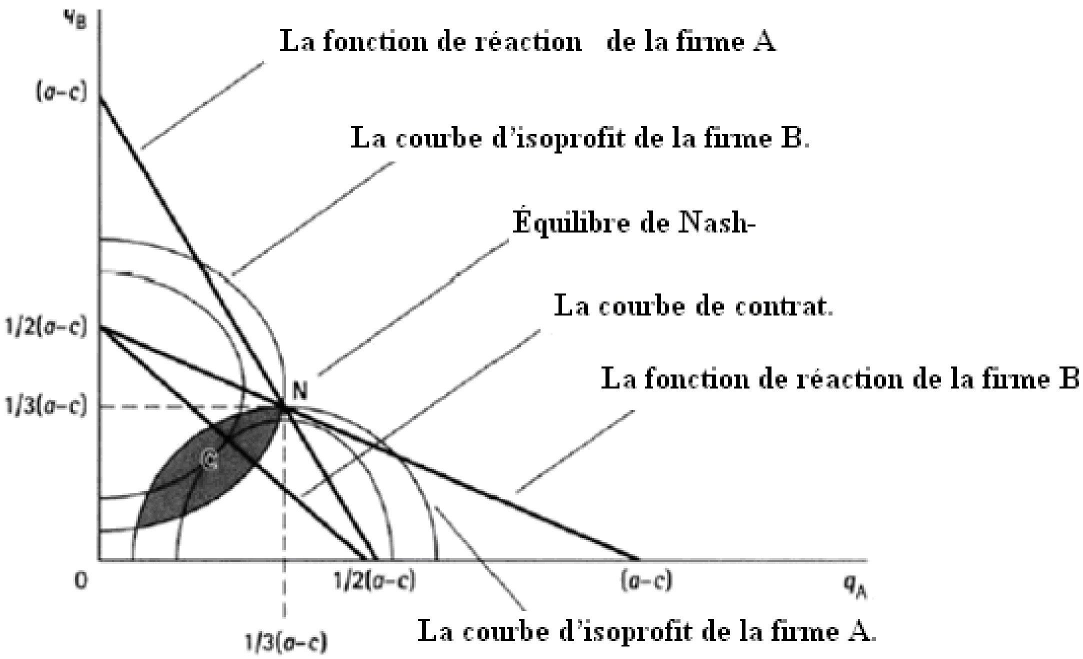


Figure 3.1 : Équilibre de Cournot Nash (1)

Même si nous avons identifié les niveaux de production de (a - c) / 3 comme solution unique pour ce modèle en utilisant le concept d'équilibre de Nash. Il convient de noter que Cournot (1838) a aussi revendiqué cette combinaison comme équilibre. Cournot, toutefois, a identifié cet équilibre du modèle en analysant la façon dont les entreprises réagiraient quand ils étaient hors d'équilibre. Cournot suppose que chaque entreprise pense que si elle change son propre niveau de production, l'autre entreprise ne réagirait pas en changeant son niveau de production. Pour démontrer cela, on obtient le même équilibre que précédemment considéré Fig3.2.

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 61.

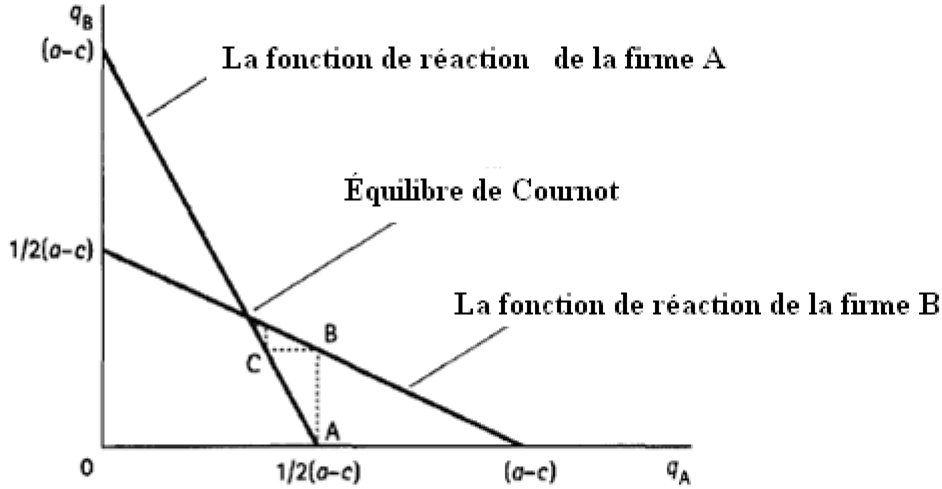


Figure 3.2 : le déséquilibre de Cournot (1)

Supposons initialement que A est la seule firme qui produit sur ce marché, puisque la firme A est un monopole, elle produira la quantité (a - c) / 2, elle est au point A. Si la firme B entre sur le marché, et que l'entreprise A va maintenir son niveau initial de l'offre, alors elle produira au point B, qui est sur la courbe de réaction de l'entreprise B à la verticale au dessus du point A. Cependant, au point B, l'entreprise A est hors de sa courbe de réaction et donc, si elle suppose que l'entreprise B ne changera pas son niveau de l'offre, elle va changer sa production vers le point C. On peut constater que ce processus se poursuivra jusqu'à ce qu'on atteigne l'équilibre de Nash. Un argument similaire pourrait être avancée à partir de n'importe quel point dans la Fig. 3.2, avec les deux entreprises convergent sur l'équilibre de Nash. Comme les deux méthodes donnent le même équilibre, il est souvent appelé Cournot-Nash. Bien que la solution de Cournot et l'équilibre de Nash prédit les mêmes niveaux finals de production, la notion de l'équilibre de Nash est théoriquement beaucoup plus forte. Plus précisément, la méthodologie de Cournot a deux principales faiblesses. Tout d'abord, elle postule que chaque entreprise est en mesure de réagir au niveau de production de l'autre entreprise. Cela est incompatible avec la structure initiale du jeu où il a été assumé que les deux entreprises fixent leur niveau de production simultanément. Deuxièmement, bien que chaque entreprise assume que l'autre ne répondra pas aux changements de production, ce serait en fait faussée par les comportements réels, si les entreprises n'interagissent à plusieurs reprises, et ont d'abord été loin de l'équilibre de Nash. Cela signifie que l'hypothèse de chaque entreprise sur le comportement de l'autre entreprise n'est pas compatible avec le modèle lui-même, et n'est donc pas une conjecture rationnelle.

---

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 62.

Bien que l'équilibre de Cournot est raisonnable sur son analyse de ce qui se passe hors équilibre, il doit être considérée comme insatisfaisant. En revanche, la notion d'équilibre de Nash n'introduit pas un processus dynamique autrement dans un modèle statique, ni d'introduire des hypothèses de comportement arbitraire, au lieu que chaque entreprise a fixé la quantité d'équilibre basé sur des croyances rationnelles sur le comportement de l'autre entreprise. C'est par ce processus de prise de décision rationnel, où chaque entreprise prend explicitement en compte leur interdépendance avec d'autres entreprises, que l'équilibre soit atteint. Avant de passer à discuter d'autres modèles d'oligopole, il est à noter que le Cournot-Nash est Pareto inefficaces. Si les deux entreprises pourraient coordonner leurs décisions d'approvisionnement, alors ils peuvent toute gagner davantage de bénéfices. De la Fig. 3.1 L'équilibre de Nash est perçu comme inefficace car, à ce point les courbes isoprofit des deux entreprises ne sont pas tangentielles. Cela implique que d'autres sont des combinaisons d'approvisionnement où au moins une entreprise se porte mieux et l'autre firme pas plus mal. (1)

3.1.1.3. Oligopole et le nombre N d'entreprise :

Même en l'absence de la collusion, les prix d'oligopole seraient inférieurs plus le nombre de concurrents est grand. Comment cela se produit, peut être illustré en l'exemple suivant pour le cas de la concurrence de quantité avec des produits identiques, pour permettre a augmenté le nombre d'entreprises N.

Étant donne les conditions suivantes : chaque entreprise a les coûts zéro.

La courbe de demande du marché est $P = 100 - Q$, où Q est la somme des quantités produites par les sociétés d'oligopole. Ainsi :

$$Q \equiv q_1 + q_2 + \cdots + q_N$$

Définissons maintenant Q_{-1} comme somme de toutes les productions sauf de la firme1, de sorte que :

$$Q \equiv q_1 + Q_{-1}$$

Et laissons q_o représentent la production de chaque entreprise autre que la firme 1, tout assumé pour faire des choix identiques. Alors la courbe de demande d'industrie peut être écrite :

$$P = 100 - [q_1 + (n-1)q_o]$$

Comme il s'agit d'une courbe de demande linéaire, le revenu marginal de la firme 1 $RM1$ est :

$$MR_1 = 100 - (n-1)q_o - 2q_1$$

---

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 58-64.

Plaçant ce revenu marginal pour la a firme 1 *CM*1 = 0 mène algébriquement à la condition :

$$q_1 = 50 - \frac{N-1}{2} q_o$$

Il s'agit de la courbe de réaction de l'entreprise 1, répondant aux choix de la quantité de toute autre entreprise typique. Étant donné que les entreprises sont situées au même endroit, leurs productions doivent être égaux. Ainsi il faut que q_1 soit égal à q_o . La fabrication de la substitution et la solution algébriquement mène aux résultats

$$\begin{cases} q = \dfrac{100}{N+1} \\ Q = 100\dfrac{N}{N+1} \\ P = \dfrac{100}{N+1} \end{cases}$$

(Où *q* désigne désormais la production de n'importe quelle entreprise) :

Pour les deux entreprises (N = 2), ce qui confirme que de sorte que chaque entreprise a produit 33 1/3. La production totale est de 66 2⁄3 et le prix est de 33 1⁄3. Avec N = 3, chaque entreprise produit $q = 25$, la production totale s'élève à $Q = 75$, et le prix tombe à $P = 25$. Comme le nombre d'entreprises d'oligopole augmente sur un marché donné, chaque concurrent unique en produit moins. Mais, au total, toutes les entreprises, ensemble, produisent plus. Alors que le N augmente le résultat se déplace dans la direction de la solution sous la concurrence parfaite. (1)

3.1.2. Duopole de prix :

3.1.2.1. La concurrence des prix :

En concurrence de Cournot et de Stackelberg la variable stratégique des entreprises c'est la quantité du bien qu'ils offrent au marché. Dans la compétition à la Bertrand la variable stratégique c'est le prix que les entreprises fixent à leurs clients.

Dans ce modèle les entreprises annoncent simultanément le prix auquel ils sont prêts à vendre leur produit, puis c'est aux consommateurs de déterminer le montant qu'ils vont acheter.

----

(1) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer "PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information" Cambridge University Press, New York 2005.pg 289-304.

La forme extensive de ce type de compétition avec seulement deux entreprises est la même que celle du duopole de Cournot, sauf que maintenant les entreprises décident sur le prix pour vendre leur produit. Ceci est illustré dans la Fig. 3.3. (2)

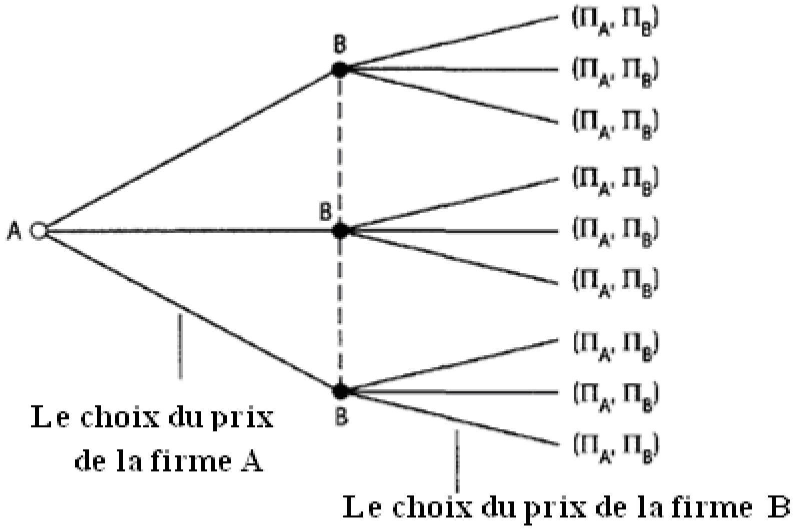


Fig. 3.3 duopole de Bertrand : jeux en forme extensive (1)

Il s'avère que la concurrence par les prix est plus sévère que la concurrence de quantité. La raison en est que, si les produits sont identiques, une entreprise qui indique un prix inférieur à celui de son concurrent enlève pas seulement une partie du marché, mais la totalité. Supposons que le coût marginal est $CM = 0$ pour les deux entreprises, et que l'entreprise1 indique un certain prix positif $P1$. L'entreprise2 sera alors fixé ses $P2$ juste un peu plus bas. Mais alors la firme1 peut aller encore plus bas, et ainsi de suite - jusqu'à ce que le point d'arrêt final où $P1 = P2 = 0$! Plus généralement, lorsque les entreprises duopolistes choisissent des prix, le résultat de Nash (appelée la solution Bertrand, analogue à la solution de Cournot en vertu de la quantité de la concurrence) est le même que l'équilibre concurrentiel : $P1 = P2 = CM$. Le résultat en vertu de concurrence par les prix est moins favorable pour les entreprises mais plus favorables pour les consommateurs (la production est plus grande et le prix est plus faible) que la solution correspondante de Cournot pour la concurrence en quantité obtenue. (2)

----
(1) GRAHAM ROMP “Game Theory Introduction and Applications” Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 69.
(2) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer “PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information” Cambridge University Press, New York 2005.pg 289-304

3.1.2.2. Le model :

Considérons deux entreprises qui se font concurrence dans le prix d'un bien homogène. Plus précisément, supposons que le *q* demander pour le bien est donné par $q = q(p) = \max(a-p, 0)$ pour tout $p \geq 0$. La firme avec le prix inférieur sert le marché entier, si les prix sont égaux les entreprises se partagent le marché aussi. Chaque entreprise a le même coût marginal $0 \leq c < a$, et pas de frais fixes. Si la firme 1 fixe un prix *p1*et la firme2 fixe un prix *p2*, alors les profits de la firme 1 est :

$$\Pi_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_1 - c)(a - p_1) & \text{si } p_1 < p_2 \text{ et } p_1 \leq a \\ \frac{1}{2}(p_1 - c)(a - p_1) & \text{si } p_1 = p_2 \text{ et } p_1 \leq a \\ 0 & \text{dans tous les autres cas} \end{cases}$$

De même le bénéfice de la firme2 est :

$$\Pi_2(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_2 - c)(a - p_2) & \text{si } p_2 < p_1 \text{ et } p_2 \leq a \\ \frac{1}{2}(p_2 - c)(a - p_2) & \text{si } p_1 = p_2 \text{ et } p_2 \leq a \\ 0 & \text{dans tous les autres cas} \end{cases}$$

Donc, en termes de jeu, ce sont les fonctions de paiement des joueurs 1 et 2, leurs ensembles de stratégies sont $[0, \infty)$ pour chacun, avec des éléments typiques de *P1 et P2*. Pour trouver un équilibre de Nash (équilibre Bertrand), nous calculons d'abord les meilleures fonctions de réponse (fonctions de réaction). Un rôle important est joué par le prix qui maximise les profits s'il n'y a qu'une seule entreprise sur le marché, c.-à-d le prix de monopole $p^m = (a+c)/2$.

Pour déterminer la meilleure fonction de réponse du joueur1 $\beta 1\ (p2)$ nous distinguons plusieurs cas. Si $p2 < c$, alors n'importe quel $p1 \leq p2$ rapporte au joueur1 un profit négatif, tandis que tout $p1 > p2$ rapporte un profit de zéro. Par conséquent, l'ensemble des meilleures réponses dans ce cas-ci c'est l'intervalle $(p2, \infty)$. Si $p2 = c$, alors tout $P1 < P2$ rapporte un paiement négatif pour le joueur 1, et toute $P1 \geq P2$ rapporte un paiement de zéro. Ainsi l'ensemble des meilleures réponses dans ce cas est l'intervalle $[c, \infty)$. Si $c < p_2 \leq p^m$, alors la meilleure réponse du joueur1 serait un prix inférieur à $P2$ (pour obtenir la totalité du marché) et au plus près du prix de monopole que possible (afin de maximiser des gains), mais un tel prix n'existe pas : pour n'importe quel prix $P1 < P2$, un prix entre *P1 et P2* serait encore mieux. Par conséquent, dans ce cas, l'ensemble des meilleures réponses du joueur 1 est vide. Si $p_2 > p^m$ alors la meilleure réponse unique du joueur 1 est le prix de monopolep^m. Pour résumer, on obtient

$$\beta_1(p_2) = \begin{cases} \{p_1 \mid p_1 > p_2\} & \text{si } p_2 < c \\ \{p_1 \mid p_1 \geq c\} & \text{si } p_2 = c \\ \emptyset & \text{si } c < p_2 \leq p^m \\ \{p^m\} & \text{si } p_2 > p^m. \end{cases}$$

De même pour le joueur2,

$$\beta_2(p_1) = \begin{cases} \{p_2 \mid p_2 > p_1\} & \text{si } p_1 < c \\ \{p_2 \mid p_2 \geq c\} & \text{si } p_1 = c \\ \emptyset & \text{si } c < p_1 \leq p^m \\ \{p^m\} & \text{si } p_1 > p^m. \end{cases}$$

Les points d'intersection de ces meilleures fonctions de réponse peuvent être trouvés en faisant un schéma ou par une inspection directe. Nous suivons la dernière méthode. Si $p2 < c$ alors une meilleure réponse $p1$ satisfait $p1 > p2$. Mais alors, selon *β2 (P1)*, nous avons toujours $P2 \geq P1$ *ou* $P2 = p^m$, une contradiction. Par conséquent, en équilibre, nous devons avoir $P2 \geq c$. Si $p2 = c$, alors $P1 \geq c$; toutefois, si $p1 > c$ alors la seule possibilité est $p2 = p^m$, une contradiction. Par conséquent, $p1 = c$ aussi bien et, en effet, $p1 = p2 = c$ est un équilibre de Nash. Si $P2 > c$, alors la seule possibilité est $p1 = p^m$, mais alors $p2$ n'est jamais la meilleure réponse. Nous concluons que l'unique équilibre de Nash (équilibre Bertrand) est $p1 = p2 = c$.

Il est également possible d'établir ce résultat sans calculer complètement la meilleure fonction de réponse. Supposons, en équilibre, que $p_1 \neq p_2$, par exemple $P1 < P2$. Si p1 $< p^m$ alors le joueur1 peut augmenter son paiement en fixant un prix plus élevé encore en dessous de $P2$. Si $P1 \geq p^m$ donc le joueur2 peut augmenter son paiement en fixant un prix inférieur à $P1$, par exemple, légèrement au-dessous de p^m. Si $p1 = p^m$ et égale à p^m si $p1 > p^m$. Par conséquent, nous devons avoir $p1 = p2$ en équilibre. Si le prix courant est inférieur à c, donc chaque joueur peut s'améliorer en fixant un prix plus élevé. Si le prix courant est supérieur à c, alors chaque joueur peut s'améliorer en fixant un prix légèrement inférieur. Par conséquent, la seule possibilité qui reste est $p1 = p2 =$ c, et c'est bien l'équilibre, comme on peut être vérifiée directement. (1)

Avec des produits indifférenciés il existe un unique équilibre de Nash, où les entreprises facturent le même prix, et gagnent juste des profits normaux. Pour voir ce cas, examinant les arguments des deux étapes suivantes.

----

(1) Hans peters "Game Theory, A Multi-Leveled Approach" © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. pg 77-80.

Si les entreprises vendent des produits identiques, alors les consommateurs n'achèteront que de l'entreprise qui offre le produit au prix le plus bas. Par conséquent, l'entreprise qui vend le produit à des prix inférieur arrive à capturer l'ensemble du marché. L'autre entreprise a une incitation à des prix légèrement inférieurs au prix de son concurrent. En faisant ça, elle saura capter l'ensemble du marché et commence à accumuler des profits positifs. Si, d'autre part, l'entreprise d'origine gagne moins de profits normaux, alors l'entreprise est incitée à augmenter ses prix. Alors que l'entreprise est incitée à augmenter ses prix. Ce sera là ou l'on gagne, soit au moins des profits normaux, ou des ventes zéro et quitte l'industrie. A partir de ces scénarios, il est clair que les entreprises pratiquant des prix différents ne peuvent pas être à un équilibre de Nash. Un argument similaire peut être faite concernant les entreprises exerçant le même prix mais gagnent plus ou moins que les bénéfices normaux. Dans cette situation, les deux entreprises seront incitées soit à augmenter un peu ou diminuer le prix qu'ils facturent. L'unique équilibre de Nash est, par conséquent, c'est que toutes les entreprises facturent le même prix et réalisent des profits normaux. Ceci est identique au résultat de concurrence parfaite. Ce résultat, est appelé le «paradoxe de Bertrand. C'est un paradoxe, car il semble peu plausible de croire que si peu d'entreprises ne seraient pas trouver un moyen de collusion afin de s'éloigner du jeu de concurrence afin de gagner des profits supérieurs. Une façon d'éviter le paradoxe de Bertrand est de permettre aux entreprises d'interagir à plusieurs reprises.

Ce qui permet la possibilité de collusion non-coopérative, où les entreprises peuvent réaliser des bénéfices plus importants que ceux proposés par celui d'un match unique.

Une autre manière d'éviter le paradoxe est de permettre aux entreprises de vendre des produits différenciés. (1)

Prenons l'exemple suivant (Michael C. Lovell ; Economics with Calculus). Supposons que l'entreprise1 fait face à la fonction de demande suivante :

$$q_1 = \max\left(100 - p_1 + \frac{p_2}{2}, 0\right), \quad p_1 \geq 100 + \frac{p_2}{2}. \tag{1}$$

Si $p1 \geq 100 + p2/2$, les ventes seront nulles parce que notre entreprise se sera évaluée complètement hors du marché.

Les recettes de l'entreprise 1, en supposant qu'elle ne s'évalue pas hors du marché, sera

$$R_1(p_1, p_2) = p_1 q_1 = 100p_1 - p_1^2 + \frac{p_2 p_1}{2} \tag{2}$$

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 58-70.

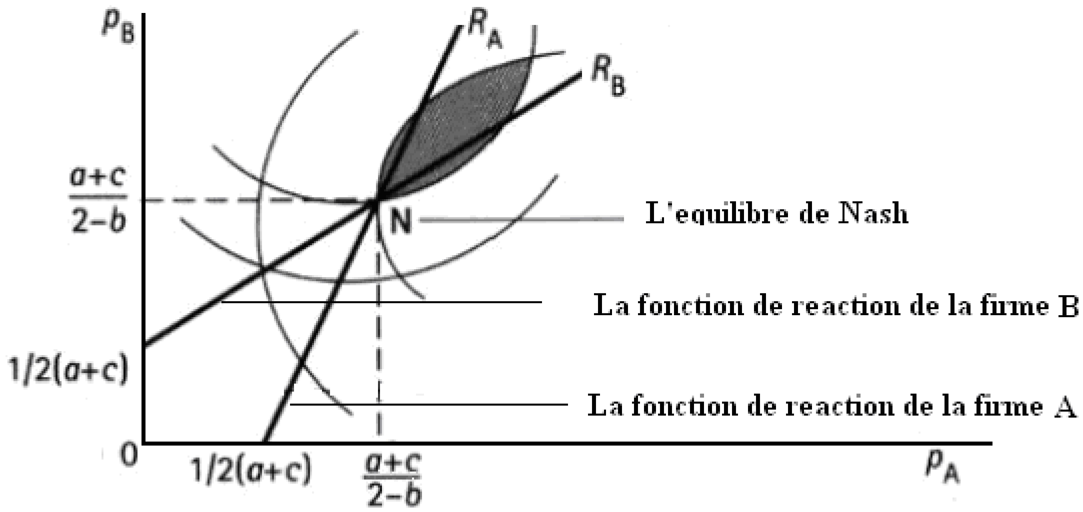


Figure 3.4. L'équilibre de Bertrand Nash. (1)

Si l'entreprise 1 a une fonction de coût total $C(q1) = 10q1$ alors ses bénéfices seront

$$\begin{aligned}\pi_1(p_1,p_2) &= R_1 - C_1 = 100p_1 - p_1^2 + \frac{p_2p_1}{2} - 10\left(100 - p_1 + \frac{p_2}{2}\right)\\ &= 110p_1 - p_1^2 + \frac{p_2p_1}{2} - 5p_2 - 1000\,. \end{aligned} \tag{3}$$

Bertrand a supposé que la firme 1 agit sous la conjecture erronée que l'entreprise 2 ne changera pas son prix. Alors $\pi 1(p1, p2)$ sera maximisée, compte tenu de p2, en plaçant la production à ce niveau où

$$\frac{\partial \pi_1(p_1,p_2)}{\partial p_1} = 110 - 2p_1 + \frac{p_2}{2} = 0\,. \tag{4}$$

Par conséquent
$$p_1 = 55 + \frac{p_2}{4}\,. \tag{5}$$

Cette fonction de réaction montre comment le prix de l'entreprise 1 est affecté par le prix demandé par l'autre entreprise. C'est la courbe marquée $p1 = R1(p2)$ sur la figure 3.5. Mais nous ne pouvons pas déterminer ce que $P1$ prévaudront jusqu'à ce que nous sachions $P2$. Pour faire simple, supposons que l'entreprise 2 est l'image miroir de l'entreprise 1. C'est-à-dire, supposons qu'elle a la fonction de demande

$$q_2 = 100 - p_2 + \frac{p_1}{2} \tag{6}$$

Et la fonction du coût total $C(q2) = 10q2$. Alors par symétrie, la fonction de réaction de notre deuxième entreprise sera l'image de miroir de l'entreprise1.

$$p_2 = 55 + \frac{p_1}{4} \tag{7}$$

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 71.

Cette fonction de réaction est tracée en tant que $p2 = R2\,(p1)$ sur la figure 3.6. Il y a un ensemble unique de prix d'équilibre, p_1^e et p_2^e, qui peuvent régner sur ce marché, comme indiqué sur la figure 3.5 par le point d'intersection *e* où les deux fonctions de réaction intersectent. En ce moment la firme 1 est sur sa courbe de réaction ; parce qu'elle maximise son bénéfice, étant donné p_2^e (le prix pratiqué par la firme2), la firme1 n'a aucune incitation pour changer le prix. En outre, l'entreprise2 est sur sa courbe de réaction, étant donné que la firme1 charge des prix p_1^e; par conséquent, cette entreprise ne changera pas son prix. L'équilibre est trouvé en résolvant les équations (5) et (7) simultanément :

$$p_i^e = 55 + \frac{p_2}{4} = 55 + \frac{(55 + p_1/4)}{4} = 73\frac{1}{3}. \qquad (8)$$

De toute évidence, $p_1^e = p_2^e$. Substituant dans l'équation de la demande révèle que $q1 = 100 - 0.5 \times 73\ 1/3 = 63\ 1/3$. A ce niveau de production, les recettes est de 4644, les coûts sont de 633 1 / 3 et le profits est de $\pi 1 = \pi 2 = \$4{,}010\ 2/3$. Cet argument suppose que chaque entreprise continuera d'assumer que les changements dans son propre prix ne susciteront pas une réaction des prix de son concurrent.

Les entreprises pourrait à la fois font plus de bénéfices si elles étaient sages et acceptent de payer un prix plus élevé ? Même si une telle collusion pourrait être illicites, les entreprises peuvent tenter d'éviter la détection en tenant leurs discussions en secret. Alternativement, une entreprise pourrait racheter l'autre afin d'être en mesure de fixer les niveaux *p1* et *p2*. Pour connaître l'effet de telles activités anticoncurrentielles, considérons le problème de maximisation des bénéfices communs :

$$\begin{aligned} \pi(p_1, p_2) &= \pi_1(p_1, p_2) + \pi_2(p_1, p_2) \\ &= 110p_1 - p_1^2 + 0.5p2p_1 - 5p_2 - 1000 \\ &\quad + 110p_2 - p_2^2 + 0.5p_2p_1 - 5p_1 - 1000\,. \end{aligned} \qquad (9)$$

pour la maximisation du profit commun, nous devons avoir

$$\frac{\partial \pi(p_1, p_2)}{\partial p_1} = 105 - 2p_1 + p_2 = 0 \qquad (10)$$

et

$$\frac{\partial \pi(p_1, p_2)}{\partial p_2} = 105 - 2p_2 + p_1 = 0\,. \qquad (11)$$

Par conséquent, le prix d'une collusion ou d'une fusion sera $p1 = p2 = 105$. Puis $q1 = q2 = 47{,}5$ et les bénéfices réalisés par chaque colluder seront 4513. Ce résultat est beaucoup plus bénéfique pour les deux entreprises, mais chaque partie à la collusion sera incitée à tricher. (1)

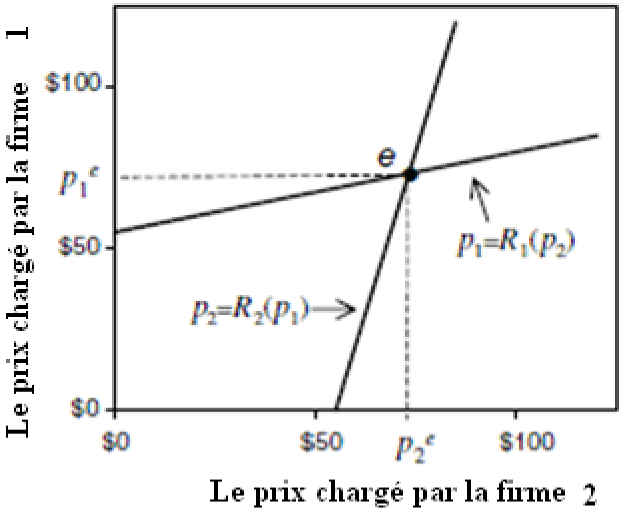


Fig. 3.5. Fonctions de réaction, de duopole différencié.
La fonction de réaction de l'entreprise 1, p1 = R1 (p2) indique le prix qu'elle pratiquera en fonction du prix pratiqué par l'autre entreprise. De même, la fonction de réaction de la firme indique le prix qu'elle pratiquera en fonction du prix pratiqué par l'autre firme. Le point *e* identifie les prix d'équilibre qui seront pratiqués par les deux firmes. Le tableau 6,4 illustre comment le système converge vers l'équilibre. (2)

3.1.3. Concurrence de Stackelberg :

Dans la compétition Stackelberg une ou plusieurs entreprises sont en mesure d'abord à eux-mêmes de prévoyait l'engagement à un niveau de production particulier. Les entreprises restantes observent ce niveau de production et ensuite déterminent simultanément leurs propres niveaux de production optimale.

Stackelberg (1934) a proposé un modèle dynamique de duopole dans lequel une firme dominante se déplace d'abord et une firme suiveuse se déplace en second lieu. À certains moments dans l'histoire de l'industrie automobile américaine, par exemple, General Motors a semblé jouer un tel rôle de leadership. (Il est simple d'étendre ce qui suit, afin de permettre à plus d'une firme suivante, comme Ford, Chrysler, etc.) (3) Avec la concurrence a la Cournot, chaque entreprise choisit son niveau désiré de production en même temps. Dans la compétition à la Stackelberg, il est présumé qu'au moins l'une des entreprises sur le marché est capable de s'engager à un niveau particulier de production avant que les autres entreprises fixent leur niveau de production. Ces autres entreprises observent l'offre du leader, et ensuite répondre avec leur décision de production.

----
(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 274-286.
(2) Michael C. Lovell. Opt cité. Pg 280.
(3) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 61-63.

Les entreprises capables de s'engager initialement leur niveau de production sont appelées les leaders du marché et les autres entreprises sont les suiveurs. Encore une fois à la bonne compréhension, nous examinons le cas d'un duopole, où il y a un leader et un suiveur. Le jeu en forme extensive de ce type de compétition est montré dans la fig. 3.6.(1) Dans la Fig 3.6 l'entreprise A est le meneur et l'entreprise B est le suiveur. La seule différence entre ce schéma et le jeu en forme extensive tirées du duopole de Cournot, est que les noeuds de décision de la firme B sont actuellement dans un ensemble d'information séparée plutôt que d'être dans le même ensemble d'information. Cela correspond à l'hypothèse que le suiveur observe maintenant la décision d'offre du leader avant de choisir sa propre réponse optimale. Ce changement de structure du marché modifie de manière significative le comportement prévu des deux entreprises. Pour prévoir l'issue de ce jeu en forme extensive, nous devons réaliser que le jeu n'est plus statique, mais intrinsèquement dynamique. Cela soulève la possibilité de menaces et de promesses. Par exemple, la firme B peut risquer de produire une telle quantité de marchandise que s'il croyait que le leader devait fixer une production égale à zéro. Laissant ainsi l'entreprise B le seul fournisseur.

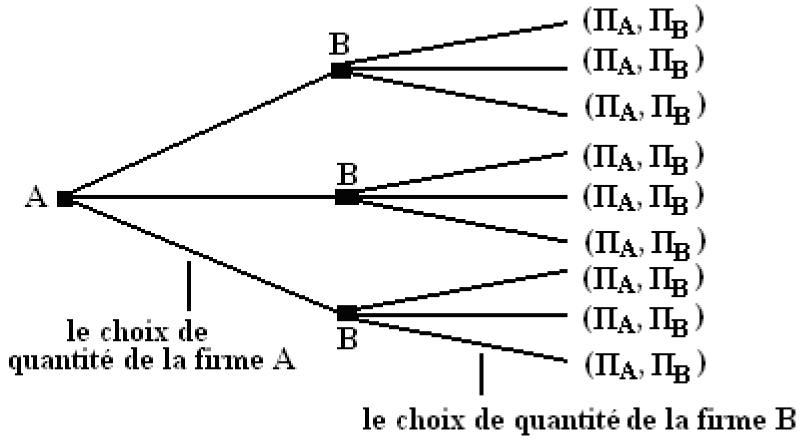


Fig 3.6 duopole de Stackelberg : forme extensive (2)

Cela représente un possible équilibre Nash. Il y aura, avec un continuum de ces menaces et de promesses, de prévoir un nombre infini de tels équilibres de Nash. Le problème avec ce raisonnement est que la plupart de ces équilibres impliquent que le leader croie à des menaces ou des promesses qu'il n'est pas dans l'intérêt du suiveur de les exécuter. Afin d'écarter ces menaces et ces promesses. Nous avons besoin que le résultat attendu du jeu soit sous jeu parfait. Pour trouver l'équilibre de Nash parfait en sous jeu, nous appliquons le principe de l'induction vers l'arrière.

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 58-70.

(2) GRAHAM ROMP. Opt cité. Pg 65.

Pour voir comment le principe de l'induction vers l'arrière peut être appliqué dans cette situation, nous faisons les mêmes hypothèses que celles utilisées auparavant pour analyser la concurrence Cournot, à l'exception maintenant nous laissons l'entreprise A être le leader et B le suiveur. En utilisant l'induction vers l'arrière, nous commençons en premier par la dernière période, et donc déterminer le résultat de la décision du suiveur.

(1) La synchronisation du jeu est comme suit :

(1) l'entreprise A choisit la quantité $q_A \geq 0$

(2) l'entreprise B observe q_A et puis elle choisit une quantité $q_B \geq 0$

(3) le paiement de l'entreprise A est donnée par la fonction de profit.

$$\Pi_A(q_A, q_B) = q_A \left[p(Q) - c \right]$$

Où : $P\ (Q) = a - Q$ est le prix d'équilibre du marché lorsque la quantité totale sur le marché est $Q = q_A + q_B$, et c est le coût marginal constant de production (coûts fixes étant zéro). (1)

Étant donné que l'entreprise B est rationnelle, elle tentera de maximiser ses payements en fonction de son niveau de bénéfice. La fonction de profit du suiveur est donnée dans le calcul suivant (2) :

$$\Pi_B = Pq_B - cq_B$$

$$\therefore \Pi_B = (a - q_A - q_B)\, q_B - cq_B.$$

$$\therefore \frac{d\Pi_B}{dq_B} = a - q_A - 2q_B - c = 0$$

$$\therefore q_B = \frac{a - c - q_A}{2}.$$

Pour résoudre le résultat par induction vers l'arrière de ce jeu, nous calculons d'abord la réaction de l'entreprise 2 face à une quantité arbitraire de l'entreprise 1.

$R_B\ (q_A)$ résout

$$\max_{q_B \geq 0} \Pi_B\ (q_A, q_B) = \max_{q_B \geq 0} q_B\ (a - q_A - q_B - c)$$

Ce qui donne

$$R_B(q_A) = \frac{a - q_A - c}{2},$$

À condition que $q_A < a - c.$. (3)

----

(1) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 61-63.
(2) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 58-70.
(3) Robert Gibbons. opt cite. pg 61-63.

Cette équation est la fonction de la réaction du suiveur. Cette fonction montre la réponse optimale du suiveur pour tout niveau d'offre choisie par le leader. Par conséquent, la seule crédible menace / promesse que l'adepte peut faire ce sera sur sa propre fonction de réaction. (1) La même équation pour $R_B(q_A)$ apparu dans notre analyse du jeu simultané de Cournot. La différence est qu'ici $R_B(q_A)$ est vraiment la réaction de la firme B aux observations de la quantité de la firme A, tandis que dans l'analyse de Cournot $R_B(q_A)$ est la meilleure réponse de la firme B à une quantité supposée être en même temps choisi par l'entreprise A. Puisque la société A peut résoudre le problème de la société B aussi bien que la société B peut le résoudre, la firme A devrait prévoir que les quantité choisis q_A seront rencontrés a la réaction $R_B(q_A)$ ainsi, le problème de la firme A dans la première étape du jeu s'élève à :

$$\max_{q_A \geq 0} \Pi_A\left(q_A, R_B(q_A)\right) = \max_{q_A \geq 0} q_A\left[a - q_A - R_B(q_A) - c\right]$$

$$= \max_{q_A \geq 0} q_A \frac{a - q_A - c}{2}$$

Le calcul sera comme suit :

$$\Pi_A = Pq_A - cq_A$$

$$\therefore \Pi_A = (a - q_A - q_B)q_A - cq_A$$

$$\therefore \Pi_A = aq_A - q_A^2 - \frac{a - c - q_A}{2} q_A - cq_A$$

$$\therefore \Pi_A = \frac{a - c}{2} q_A - \frac{1}{2} q_A^2$$

$$\therefore \frac{d\Pi_A}{dq_A} = \frac{a - c}{2} - q_A = 0$$

$$\therefore q_A = \frac{a - c}{2}.$$

Ayant fait la prédiction que l'adepte se localise sur sa fonction de réaction dans la dernière période du jeu, nous pouvons maintenant voir ce que le leader va faire dans la première période. Le leader sait que le résultat éventuel du jeu doit être sur la fonction de réaction du suiveur. Le leader donc maximisera ses propres bénéfices sous cette contrainte. La condition du premier ordre pour un maximum est calculée en substituant la fonction de réaction de la firme B dans son niveau de production. C'est le niveau d'équilibre de Nash en sous jeu parfait de l'offre pour le leader.

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 58-70.

En Substituant dans la fonction de réaction du suiveur, nous donne que la réponse optimale de l'entreprise B c'est de produire *qB = (a-c) / 4.* (1)

Ce qui donne :

$$q_A^* = \frac{a-c}{2} \qquad \text{et} \qquad R_B(q_A^*) = \frac{a-c}{4}$$

*R*B représente la fonction de réaction de l'entreprise B. (2)

Avec un leader et un suiveur, le suiveur produit la moitié du montant du leader

q = 3 (a - c) / 4. Ces résultats sont illustrés dans la Fig. 3.7. Le leader sait que si le suiveur est rationnel, il produira sur sa fonction de réaction. Compte tenu de cette contrainte, le leader maximisera ses profits, où sa courbe isoprofit est tangente à la courbe de réaction du suiveur. La firme A aimerait idéalement être l'unique fournisseur de ce marché afin qu'il puisse réaliser des profits de monopole. Ceci correspond au point A dans la Fig. 3.7. Toutefois, la courbe d'isoprofit la plus basse qu'il peut atteindre, sous réserve de la combinaison final de production étant sur la fonction de réaction du suiveur, est par le point S. Il s'agit de l'équilibre de Nash Stackelberg (parfaits en sous-jeux) avec seulement un leader et un suiveur, le leader produit le niveau de d'offre de monopole. Le leader, cependant, ne gagnent pas les profits de monopole. C'est parce que le niveau positif de production du suiveur fait baisser le prix du marché que le leader reçoit. Dans l'équilibre de Nash -Stackelberg les courbes d'isoprofit des entreprises continuent à se croiser et ainsi, comme avec l'équilibre de Cournot-Nash, il y a encore des gains potentiels à tirer de la collusion. La Fig. 3.7 illustre aussi que l'équilibre de Cournot-Nash Par rapport à l'équilibre de Stackelberg entraîne des profits plus élevés pour le leader et des profits plus petits pour le suiveur. (3)

3.2. DUOPOLE - PRODUITS DIFFÉRENCIÉS :

Dans la section qui suit, nous allons l'analyser les comportements stratégiques, lorsque les oligopoleurs fournissent des produits différenciés. On commence par définir la différenciation des produits et les types de différenciation, on passera ensuite au model de différenciation avec adresse ou model de Hoteling, avant de terminer avec la concurrence dans un marché différencié en terme de prix et de quantités.

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 58-70.
(2) Robert Gibbons "A Primer in Game Theory "Published by Pearson Higher Education 1992. pg 61-63.
(3) GRAHAM ROMP. Opt cite.

3.2.1. La différenciation des produits :

Dans un marché qui offre deux biens homogènes les consommateurs achèteront toujours de celui qui pratique un prix plus bas. Cette orientation vers les bas prix est due à la substituabilité des biens qui procurent les mêmes caractéristiques et satisfait les mêmes besoins.

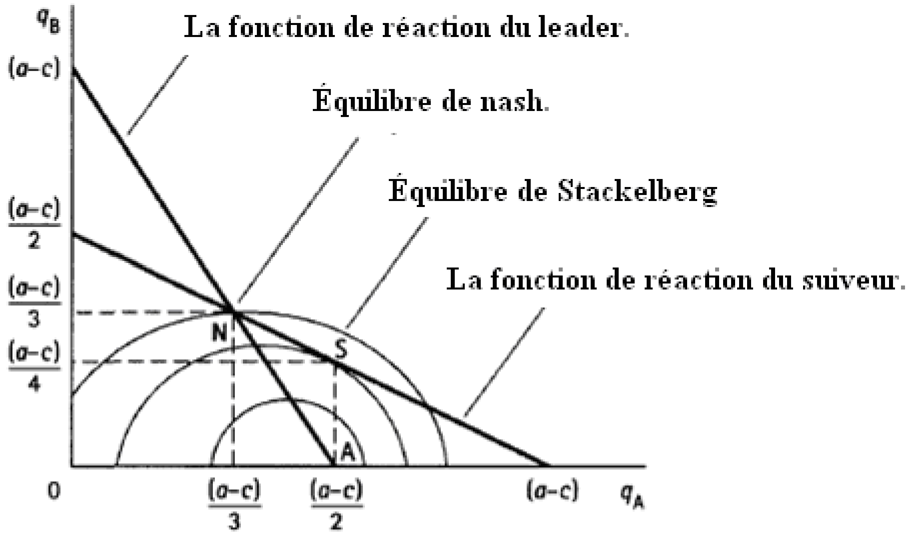


Fig 3.7 Équilibre de Nash-Stackelberg en sou jeu parfait. (1)

Les firmes oligopolistiques optent pour des stratégies de différenciation en offrant des produits imparfaitement substituables pour échapper à la concurrence rude des prix.
Par exemple, dans l'industrie de l'habillement, la différenciation peut se faire par l'image de marque dans la mesure où il existe des clients qui sont prêt a payé plus pour se procurer d'un produit de marque. On peut dire que les vêtements ne sont plus homogènes et les firmes peuvent pratiquer des prix différents sans perdre leurs clients. Les biens sont présentés en fonction de ses caractéristiques (Lancaster 1966), ils satisfont différemment la clientèle et affichent des prix différents dans chaque segment du marché. Ainsi les firmes peuvent rentabilisé leurs produits. Il existe deux types de différenciation. Lorsque ils s'adressent à des clientèles spécifiques des produits qui présentent une qualité et un prix identiques, ont dit qu'on est devant une différenciation horizontale. L'exemple des chaînes radio émettant des styles musicaux différents explique la diversité des goûts entre les consommateurs. Un autre type de différenciation est celui de la différenciation verticale qui exprime les préférences vis-à-vis les caractéristiques des produits.

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 67.

Les consommateurs choisiront toujours le même produit parmi tous les produits lorsqu'ils sont vendus au même prix, c'est la qualité perçue par les consommateurs. Ainsi, par exemple, les consommateurs préféreront toujours un bijou en or massif à un bijou identique en acier plaqué or si leurs prix sont identiques. (1)

3.2.2. Le modèle de différenciation avec adresse :

La différence entre les biens était introduite par Hotelling dès 1929. Selon Hotelling, les coûts de transports peuvent constituer un facteur de différenciation pour deux biens homogènes. La localisation du client par rapport a la localisation du bien est appelé adresse ou différenciation spatiale et peut être généralisé au principe de différenciation horizontale. L'exemple donné dans ce type de différenciation avec adresse est celle des deux marchands de glaces qui se concurrencent sur la plage. Sur une plage de 1km de plage, les deux marchands vendent un produit identique. L'endroit dans lequel sont installé les deux marchands peut influencer la décision d'achat des consommateurs qui sont repartis uniformément sur la plage et qui supportant des coûts de déplacement en fonction de la distance parcourue pour réaliser l'achat. La distance parcourue et donc les coûts supportés peuvent être considéré comme une caractéristique qui différencie les produits les des autres. Les deux vendeurs doivent décider a à quel endroit il faut s'installer et à quel prix vendre leurs glaces. Le client est indifférent sur les marchands s'ils sont situés au même endroit et affichent le même prix. Les deux marchands ne veulent pas rentrer dans une guerre de prix qui selon Bertrand, l'équilibre est atteint lorsque les deux vendeurs continuent à diminuer leur prix jusqu'à ce que le prix est égal au coût moyen et le profit sera nul. Pour cela les deux vendeurs s'éloignent l'un de l'autre laissant ainsi les acheteurs décident de leurs destination d'achat en fonction des coûts encouru dues au déplacement parcouru, et en fonction aussi du prix pratiqué par chaque vendeur. Le consommateur peut payé plus cher un produit qui est se trouve tous juste près de lui q'un autre produit moins chère mais plus loin. La distance parcourue rend les deux produits plus homogènes et le prix sera élevé d'autant plus la distance est plus proche du consommateur. Chacun des deux vendeurs essaye de se rapprocher du centre et les deux vont se retrouver près l'un de l'autre et en fin de compte, ils seront installés au même endroit, ce qui rend de nouveaux les deux bien homogène. La différenciation spatiale peut être généralise a d'autre type de différenciation.

----
(1) Kim Huynh, Damien Besancenot « Économie industrielle » Breal, 2004, Pg 75-84.

Les coûts de transport peuvent être remplacé par d'autres caractéristiques des produits. (1)

3.2.3. Concurrence de quantité dans un duopole différencié :

Dans l'analyse des duopoles qui précède, les membres du duopole ont fourni des produits identiques. L'équilibre les prix des entreprises doivent être les mêmes. Passant maintenant à une situation dans lequel les produits sont différents, dans l'équilibre, les prix n'ont pas besoin d'être égaux. Néanmoins, les mêmes forces fondamentales fonctionnent. Précédemment, la fonction assumée de la demande d'industrie était :

$$P = \mathrm{a} - q1 - q2 \tag{1}$$

Afin de permettre une différenciation des produits Soit s un indice de la similitude des produits distincts des deux entreprises, où s varie de 1 (les produits sont indistinguables) à 0 (les produits sont si différents l'un de l'autre qu'il non aucun effet sur le marché de l'autre). Comme illustration numérique, les fonctions de demande pourraient être :

$$P1 = \mathrm{a} - q1 - sq2 \text{ et } P2 = \mathrm{a} - sq1 - q2 \tag{2}$$

Quand s = 1, l'équation (2) se réduit à (1). Dans le cas de limitation opposé où $s = 0$, les deux sociétés ne concurrencent pas du tout. Elles seraient des monopoleurs indépendants, chacun dans sa propre industrie. Sous la concurrence de quantité, l'exemple qui suit illustre la nature de la solution. (2)

3.2.4. Concurrence de prix dans un duopole différencié :

Ici, nous examinons le cas d'un duopole de Bertrand avec produits différenciés. Soit deux sociétés, A et B, fixant les prix de PA et PB respectivement. Nous supposons que la quantité que chaque entreprise vend, est déterminée par les équations suivantes :

$$q_{\mathrm{A}} = a - p_{\mathrm{A}} + bp_{\mathrm{B}}$$
$$q_{\mathrm{B}} = a - p_{\mathrm{B}} + bp_{\mathrm{A}}.$$

Alors que b> 0 reflète le fait que les deux biens sont des substituts les uns des autres. Comme lors des précédents modèles, nous supposons que les entreprises ont des coûts marginaux constants égaux à C et pas de coûts fixe. En supposant que les entreprises tentent de maximiser leurs profits, on peut obtenir l'équilibre de Nash comme suit. Premièrement, nous dérivons la fonction de réaction de chaque entreprise, ce qui nous donne son prix optimal étant donné le prix de l'ensemble des autres firmes.

----
(1) Kim Huynh, Damien Besancenot « Économie industrielle » Breal, 2004, Pg 75-84.
(2) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer "PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information" Cambridge University Press, New York 2005.pg 289-304.

Firm A

$$\Pi_A = p_A q_A - cq_A$$

$$\therefore \Pi_A = p_A(a - p_A + bp_B) - c(a - p_A + bp_B)$$

$$\therefore \frac{d\Pi_A}{dp_A} = a + bp_B - 2p_A + c = 0$$

$$\therefore p_A = \frac{a+c+bp_B}{2}.$$

$$\frac{d^2\Pi_A}{dq_A} = -2 < 0 \ \therefore \ \text{max.}$$

Firm B

$$\Pi_B = p_B q_B - cq_B$$

$$\therefore \Pi_B = p_B(a - p_B + bp_A) - c(a - p_B + bp_A)$$

$$\therefore \frac{d\Pi_B}{dp_B} = a + bp_A - 2p_B + c = 0$$

$$\therefore p_B = \frac{a+c+bp_A}{2}.$$

$$\frac{d^2\Pi_B}{dq_B} = -2 < 0 \ \therefore \ \text{max.}$$

Deuxièmement, nous plaçant les deux fonctions de réaction égale à l'autre, nous obtenons l'équilibre unique de Nash. Comme avec l'équilibre de Nash lié à la concurrence de Cournot et de Stackelberg, ces résultats sont Pareto inefficace (les deux firmes peuvent gagner d'avantage s'ils augmentent leurs prix). (1) Quand les duopolists fabriquent les produits différenciés, les solutions de Cournot et de Bertrand seront une fonction de *s*, l'indice de la similitude entre les deux produits. À une extrémité (s = 1 les entreprises produisent des produits identiques. À l'autre extrémité (s = 0) les deux entreprises sont des monopoleurs indépendants. Pour des valeurs intermédiaires de *s*, quand la quantité est la variable de décision, la pente de la courbe de réaction est descendante. Quand le prix est la variable de décision, les courbes de réaction ont une pente ascendante. Ainsi pour les produits différenciés comme pour les produits identiques, la concurrence des prix est plus sévère que la concurrence de quantité ; les résultats sont moins favorables pour les entreprises et les plus favorables pour les consommateurs. Cette dernière conclusion suggère la question : Pourquoi les entreprises d'oligopole s'engagent-elles typiquement en concurrence des prix, quand elles feraient mieux collectivement sous la concurrence de quantité ? La réponse se trouve sur le fait que les consommateurs sont intéressés que par les prix proposés, pas les quantités fabriquées par les offreurs. Afin que les offreurs essaient de faire concurrence sur une base de quantité, en offrant tout simplement des quantités fabriquer à vendre, devraient compter sur un certain genre de mécanisme du marché ou d'enchère pour traduire les quantités offertes a des prix que les consommateurs ont besoin de voir. Les mécanismes du marché sont nécessairement imparfaits, Plutôt que de compter sur eux, plus généralement les firmes d'oligopole trouvent qu'il est plus rentable d'indiquer des prix directement aux consommateurs. (2)

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 70.
(2) Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer "PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information" Cambridge University Press, New York 2005.pg 289-304.

3.3. Le jeu de duopole en forme stratégique :

Dans la section qui suit, nous évoquerons les stratégies au sein des duopoles sous une forme stratégique. Les deux concepts fondamentaux étudiés dans la forme normale ou stratégique qui sont l'équilibre de Nash et le dilemme du prisonnier seront examinés avec des applications sur les stratégies des prix et de la publicité.

3.3.1. L'équilibre de Nash dans les jeux de quantité :

Les jeux de duopole en forme stratégique sont représentés par deux firmes *j*. l'interaction des stratégies choisies par les deux firmes $y^j = y_1^j \cdot y_2^j$ déterminent les payements qui en résultent $\Pi^j(y^j \quad y^{-j})$ et le jeu se déroule avec une connaissance commune et avec une information complète mais imparfaite, car les deux firmes prend leurs décisions simultanément. L'équilibre de Nash est le même que l'équilibre de Cournot du jeu de duopole. Il est définie par couple de stratégie $y^{j*} . \; y^{-j*}$ tel que :

$$\forall_j = 1,2 . \forall y^j = y_1^j . y_2^j . \Pi^j(y^j , y^{-j*}) \leq \Pi^j(y^{j*} , y^{-j*})$$

Cet équilibre est redéfini comme un équilibre de Cournot Nash.

Prenons l'exemple suivant (Hervé Defalvard « Fondements de la microéconomie ») :

Chaque firme *j* possède les deux mêmes stratégies. , y_1^j et y_2^j où la première est une stratégie d'offre abondante avec, y_1^j = 500. Et la seconde une stratégie d'offre faible, avec : y_2^j = 100. Compte tenu de la structure de la demande, si l'offre totale est égale à 1000, celle ci pourra être écoulée à un prix de vente unitaire égal à 5; si l'offre total est de 600 le prix sera égal à 10; enfin si l'offre totale est de200, le prix de vente sera de 30. Enfin, les firmes qui ont la même structure de coût, réalisent un profit égal à l0% de leur chiffre d'affaires respectif. Dans le jeu de duopole décrit ci-dessus, le couple de stratégie d'offre abondante $y_1^{1*} . \; y_1^{2*}$ est le seul et unique équilibre de Nash du jeu, qui à deux caractéristiques particulières.

		Firme 2: y_1^2	y_2^2
Firme 1	y_1^1	250 250	100 500
	y_2^1	500 100	300 300

Figure 3.8
la forme strategique
du jeu de duopole

C'est d'une part, un équilibre en stratégie dominante, puisque la stratégie de chaque firme est à l'équilibre sa meilleure stratégie. Le passage à un jeu répété peut permettre de faire apparaître l'issue coopérative comme un équilibre de Nash du duopole. Le gain à court terme de la stratégie d'offre abondante est supplanté par le gain à long terme de la stratégie d'offre faible, dès lors que chaque firme menace sa rivale d'adopter une stratégie d'offre abondante en réaction a une offre abondante de sa rival, tout en promettant d'adopter une stratégie d'offre faible tant que sa rivale adopte également une offre faible. Dans le jeu répété, la stratégie optimale de chaque firme est ainsi la stratégie dite *Tit for Tat* (que l'on peut traduire par coup pour coup). (1)

3.3.2. Les équilibres de Nash intégrant les croyances des firmes :

Un jeu statique peut avoir plusieurs équilibres de Nash. Dans de tel jeu, il faut introduire les croyances des firmes. Prenons l'exemple des firmes *j* qui rentre dans stratégies de R&D entre eux. Dans ce jeu de duopole il existe deux types de stratégies. Une stratégie de coopération C^j mais sans aucun accord dans la mesure ou le jeu se déroule dans un cadre non coopératif. Les firmes peuvent réaliser une partie des investissements de leur recherche et développement en commun et partager l'information. La deuxième stratégie est une stratégie opportuniste A^j et elle consiste à faire des sous investissement et une rétention de l'information. Les gains des firmes associés à chaque issue du duopole, sont donnés dans la matrice de la figure 3.9. Les gains de la coopération sont toujours plus efficaces socialement que les gains des stratégies opportunistes. On peut constater qu'il existe deux équilibres de Nash dans ce jeu de duopole (C^1, C^2) et (A^1, A^2). En effet, chaque firme répond par une stratégie de coopération si l'autre firme coopère, alors qu'elle choisie une stratégie opportuniste si l'autre firme opte pour une stratégie opportuniste. Le jeu se déroule avec une information complète mais imparfaite, car les deux firmes décident simultanément, et chaque firme ne connaît pas avec certitude le comportement de l'autre firme, ce qui influence la connaissance de sa stratégie optimale.

Chaque firme dans ces cas, introduis des croyances ou de conjectures des autres firmes sous forme de probabilités et ainsi définir un équilibre de coordination. Ce nouvel équilibre de Nash du jeu est un équilibre bayésien du jeu.

----

(1) Hervé Defalvard « Fondements de la microéconomie : L'équilibre des marchés » édition de boeck, université Bruxelles, Belgique, 2003, pg 150-154.

		Firme 2	
		C^2	A^2
Firme 1	C^1	400 / 400	100 / 300
	A^1	300 / 100	200 / 200

Figure 3. 9
Une alliance R&D à équilibre multiple (1)

Figure 3.10
Équilibres bayésiens de l'alliance R&D (2)

		Firme 2	
		p^2	q^2
Firme 1	p^1	(C^1, C^2)	(C^1, A^2)
	q^1	(A^1, C^2)	(A^1, A^2)

p^j représente la croyance de la firme *j* que l'autre firme a un caractère coopératif et q^j , est la croyance de la firme *j* a un caractère agressif de l'autre firme. La nouvelle matrice de gains (figure 3.10) montre les équilibres de coordination tels qu'ils sont conditionnés par les croyances des firmes. Les croyances de la firme 2 sont en colonne, et celles de la firme 1 en ligne. L'intégration des croyances débouche sur un résultat spectaculaire. Toutes les issues du jeu sont des équilibres de coordination possibles du duopole, mêmes les issues qui ne sont pas des équilibres de Nash du jeu (dits en stratégies pures). Toutefois, certains de ces équilibres de coordination reposent sur des croyances non cohérentes, comme c'est le cas de l'équilibre (A^1, C^2). En effet, la firme 1, connaissant la croyance p^2 de la firme 2 associées à cette issue (hypothèse d'information complète), s'attend à voir la firme 2 jouer sa stratégie coopérative (celle-ci étant la meilleure réponse de la firme 2 dès lors que la firme 2 croit absolument que la firme 1 va coopérer). Mais cette attente n'est alors plus cohérente avec sa croyance q^1 associée à cette issue. (3)

3.3.3. Le dilemme du prisonnier appliqué a la stratégie des prix :

Exemple 1 : Reprenons l'exemple de la section de duopole différencié :

Considérons les deux duopolists qui vendaient des produits différenciés. Nous simplifions le problème en assumant seulement deux prix possibles. Si l'entreprise1 poursuit une stratégie de Maximin, elle fixera son prix à 73 parce qu'il lui garanti un bénéfice d'au moins 4011. De même, la stratégie de Maximin pour l'entreprise2 est de charger 73.

----
(1) Hervé Defalvard « Fondements de la microéconomie : L'équilibre des marchés » édition de boeck, université Bruxelles, Belgique, 2003, pg 153.
(2) Hervé Defalvard. Opt cité. Pg 154.
(3) Hervé Defalvard. Opt cité. Pg 151-153

Figure 3.11 matrice de profit de duopole de prix avec des produits différenciés. (1)

	le prix de la firme 2 = 105	le prix de la firme 2 = 73
le prix de la firme 1 = 105	4513	3008
le prix de la firme 1 = 73	5014	4011

Cette matrice de profit a un équilibre de Nash dans le coin droit inférieur où chaque entreprise pratique un prix seulement de 73, qui est moins profitable que si tous les deux chargeaient 105. Nos deux entreprises auront-elles plus de réussites que les prisonniers à éviter l'équilibre de Nash ? Il y a une différence essentielle entre ce problème et le dilemme du prisonnier. Le problème du dilemme peut se produire q'une seul fois, car il est peu probable que nos deux prisonniers vont se retrouver dans la même situation à nouveau. Toutefois, les membres du duopole prennent des décisions d'évaluation maintes et maintes fois - ils jouent un jeu répété. Dans un jeu répété il y a un certain espoir pour signaler son rival qu'on est disposé à maintenir la discipline des prix. L'entreprise 1 peut continuer à charger 105 dans l'espoir que l'entreprise 2 imitera, mais ceci peut mener l'entreprise 2 à jouer son rival pour un pigeon et de continuer à vendre moins cher. Parfois une stratégie d'oeil pour oeil est essayée : l'entreprise1 demande toujours un prix dans la période courante quelle que soit le prix demander par l'entreprise 2 dans la période qui précède immédiatement. Une fois que l'entreprise 2 identifie que l'entreprise 1 joue oeil pour oeil (tit-for-tat), elle devrait évidemment pousser son prix à 105. (2)

Exemple 2 : Le dilemme du prisonnier appliqué a la stratégie de la publicité :

D'après une étude de marché, une firme décide d'ajuster sa stratégie de publicité qui va lui permettre d'attirer plus de client dans un secteur en pleine maturité et en saturation. L'effet de la publicité donc, est sur la répartition des part de marché. Si les deux entreprises réduit simultanément leurs dépenses publicitaires, chacune vendrait presque la même quantité ; et la réduction des dépenses de publicité signifierait que leurs bénéfices augmenteraient sensiblement. Le danger est que la marque B va récupérer une augmentation substantielle de la part de marché en continuant à dépenser beaucoup d'argent sur la publicité. La matrice de profit sur la figure 3.12, récapitule la situation. Cette matrice est asymétrique - la théorie des jeux n'exige pas que les deux décideurs doivent être situés au même endroit. En outre, la marque B a une stratégie dominante :

----
(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 284.
(2) Michael C. Lovell. Opt cité. Pg 274-286.

N'importe ce que la marque A suit une stratégie de publicité, la marque B fera plus si elle a des dépenses de publicité élevées. Si la marque A à de basses dépenses, la marque B tirera le meilleur de la situation avec les dépenses élevées. Où si la publicité pour la marque A est élevé, il sera de nouveau payer que la publicité pour la marque B soit élevé. Ceci signifie que la marque A devrait supposer que la marque B suivra sa stratégie dominante et dépensera des sommes considérables sur la publicité ; et si la marque B est un haut annonceur, la marque A doit annoncer haut aussi bien. Ce résultat, tandis que prévisible, est loin d'être optimale. Si les deux entreprises diminueront la publicité, chaque entreprise réaliserait de plus grands bénéfices. Mais cette heureuse situation est susceptible d'être instable, parce que ce n'est pas un équilibre de Nash : L'une ou l'autre entreprise peut faire mieux, compte tenu de ce que fait l'autre, avec un haut budget de publicité. Une résolution possible sera de faire pression sur le gouvernement pour interdire la publicité de tous les produits des deux entreprises à la télévision ! Les politiciens pourraient satisfaire le clergé aussi bien qu'augmenter des bénéfices pour les brasseries, mais l'industrie de télévision manquerait la recette publicitaire. (1)

		la marque B	
		budget faible de pub	budget élevé de pub
la marque A	budget faible de pub	7, 7	3,10
	budget élevé de pub	6, 3	4, 5

Figure 3.12. Le jeu de publicité (2)

3.3.4. Stratégie dominante :

Dans certains cas, les entreprises adopteront une stratégie indépendamment des actions de leurs rivaux - ceci est connu comme une stratégie dominante. La figure 3.13 illustre, pour un marché oligopolistique simplifié de deux firme, où chaque firme (Computers Arrow et Betta Informatique) adoptent une stratégie dominante. Nous supposons que chaque entreprise : a les coûts de production semblables ; assemble les produits (homogènes) semblables - des PC - qui sont vendus avec une imprimante couleur, scanner, logiciels et accès Internet gratuit, et fait face à une courbe de demande similaire. Ils cherchent également à maximiser les profits. Le seul choix qu'ils doivent faire est lesquels de deux prix, 499.99 ou 479.99, pour facturer le PC plus des adjonctions.

---

(1) Michael C. Lovell "Economics with Calculus" by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004. pg 274-286.
(2) Michael C. Lovell. Opt cite. Pg 285.

Si chaque entreprise charges 499.99 alors ils font chacun un bénéfice de 50 millions de livres, soit 100 millions de livres au total - montré dans la cellule en haut à gauche de la table. Maintenant, nous supposons que, indépendamment, chaque entreprise envisage de réduire le prix de ses PC pour 479.99. Si l'on examine Arrow Computers en premier, ils ont besoin pour examiner la façon dont les Betta Computers pourrait réagir. (1)

Arrow Computers / Betta Computers	prix	499.99	479.99
	499.99	profits Arrow 50 million Betta 50 million	profits Arrow 65 million Betta 30 million
	479.99	profits Arrow 30 million Betta 65 million	profits Arrow 40 million Betta 40 million

Figure 3.13 la matrice des paiements de AC et BC (2)

3.4. LA COLLUSION NON-COOPERATIVE DANS UN JEU A LA COURNOT :

Dans la section précédente, nous avons illustré les trois modèles classiques d'oligopole comme l'un des jeux one-off games (jeux uniques). Le résultat attendu de chaque modèle était soit un équilibre de Nash ou un équilibre de Nash en sous jeu parfait. Dans les trois modèles, l'équilibre n'était pas un Pareto optimum. Cette section étend notre analyse de l'oligopole en discutant la possibilité de collusion non coopérative lorsque les entreprises interagissent à plusieurs reprises. Nous commençons par voir comment les questions des jeux répétés, peuvent être appliquée à la concurrence oligopolistique. nous examinons la situation où les entreprises interagissent les uns avec les autres en expérience infinie. Nous allons ensuite examiner ce qui arrive quand il n'y a qu'un nombre fini de répétitions d'un jeu unique. Dans ce dernier contexte, nous parlons du rôle d'équilibres multiples.

----

(1) Neil Harris "Business Economics, Theory and application" Butterworth-Heinemann OXFORD AUCKLAND BOSTON JOHANNESBURG MELBOURNE NEW DELHI 2001, pg 211-219.
(2) Neil Harris. Opt cité. Pg 217.

3.4.1. Répétitions Infinies :

Avec l'interaction infinie, les entreprises ont la possibilité d'adopter des stratégies de punition qui pousse d'autres entreprises pour maintenir le résultat collusive non-coopérative. Cela est dû à l'interaction répétée, il y’a la possibilité que les entreprises vont être punies si elles rompre un accord de collusion explicite ou tacite. Par exemple, si une entreprise augmente sa production, d’autres entreprises peuvent riposter en augmentant leur production, entraînant toutes les entreprises à être dans des situations défavorable. Si cette sanction efficace est suffisamment grave, les entreprises seront volontairement maintenir l'issue de collusion. Il s'agit de renoncer à des entreprises une augmentation des profits à court terme afin d'éviter les coûts associés à la peine qui va venir. Une forme particulière de la peine que les entreprises pourraient adopter c’est la stratégie de déclenchement. Cette stratégie de déclenchement est le fait qu’une certaine action par un seul joueur induit d'autres joueurs dans le jeu pour changer de façon permanente la manière dont ils agissent. Avec une stratégie de déclenchement, par conséquent, une entreprise est confrontée à la perspective d'une période de punition infinie si elle s'écarte de l'issue de collusion. J. Friedman (1971) est le premier a montré que la collusion non coopérative pourrait être maintenue si l’oligopole interagit en permanence et adopte une stratégie de déclenchement approprié. Pour voir comment l'adoption d'une stratégie de déclenchement peut conduire à une collusion non-coopérative, nous appliquons une stratégie de déclenchement spécifique à notre modèle de duopole de Cournot. Compte tenu de la symétrie de notre modèle, et l'hypothèse que les entreprises devront viser un résultat efficient au sens de Pareto, un point focal pour tentative de collusion est l'endroit où chaque firme produit la moitié du niveau d’output du monopole. Si les entreprises ne cherchent pas à coordonner à cette combinaison d’output, elles peuvent adopter la stratégie de déclenchement suivante

Produire la moitié de la production de monopole au niveau de la première période, et continuent à le faire si l'autre entreprise a toujours fait dans le passé. Sinon produire le niveau d’output de Cournot-Nash.

Grâce à cette stratégie de déclenchement des entreprises, la promesse de s'entendre existe tant que ils perçoivent que l'autre firme a toujours fait ainsi. La menace, cependant, est que si une firme dévie des résultats collusoires elle sera punie par l'autre firme produisant le niveau d’output d'équilibre de Cournot-Nash pour toujours. Pour que les résultats collusoires soient un équilibre parfait de Nash en sou jeu, les promesses et les menaces implicites par cette stratégie doivent être crédibles. La punition menacée est clairement crédible parce que si une firme est vue pour avoir dévié des résultats collusoires, alors il est toujours raisonnable pour que les autres firmes de produire le niveau d'output lier à l'équilibre de Nash. Pour que la promesse soit crédible, la valeur actuelle du maintien de la collusion doit dépasser la valeur actuelle de la déviation. Ce sera vrai à condition que les sociétés n'escomptent pas le futur « trop ». Ceci est montré comme suit. Si les deux firmes continuent à s'entendre, alors elles gagnent chacune la moitié du niveau du bénéfice du monopole, $\Pi_M/2$ Dans chaque période. Actualisation de ceci par le facteur d'escompte approprié

$$\delta = 1/(1+r); 0 \leq \delta \leq 1$$

On obtient la valeur actuelle de continuer toujours à la collusion :

$$\frac{\Pi_M}{2} + \delta\frac{\Pi_M}{2} + \delta^2\frac{\Pi_M}{2} + \delta^3\frac{\Pi_M}{2} + \ldots = \frac{1}{1-\delta}\frac{\Pi_M}{2}.$$

Si, en revanche, une entreprise s'écarte de l'issue de collusion. Alors elle laisse le bénéfice qu'elle gagne pendant la première période soit égal à Π_D (où l'indice inférieur **D** se rapporte à la déviation). En périodes suivantes la plupart des bénéfice qu'elle peut gagner sont égales au niveau de d'équilibre de Cournot-Nash Π_C la valeur actuelle de la déviation est donc :

$$\Pi_D + \delta\Pi_C + \delta^2\Pi_C + \delta^3\Pi_C + \ldots = \Pi_D + \frac{\delta}{1-\delta}\Pi_C.$$

La collusion de Non coopération sera maintenue si :

$$\frac{1}{1-\delta}\frac{\Pi_M}{2} \geq \Pi_D + \frac{\delta}{1-\delta}\Pi_C$$

$$\therefore\ \delta \geq \frac{\Pi_D - \Pi_M/2}{\Pi_D - \Pi_C}.$$

En tant que $\Pi_D > \Pi_M/2 > \Pi_C$, le côté droit de l'inégalité sera entre zéro et un. Cette condition est donc satisfaite à condition δ est suffisamment proche de un. Cela confirme que la collusion de non- coopération sera maintenue, à condition que le taux d'escompte ne soit pas trop petit. Lorsque cette condition est remplie la collusion non coopérative est auto exécutoire. Chaque firme, compte tenu de l'autre entreprise qui a adopté la stratégie de déclenchement, maintient volontairement les résultats collusoires. Une question naturelle qui découle de l'analyse ci-dessus. Qu'est ce qui se passe si le taux de l'actualisation est plus petit que celui nécessaire pour maintenir l'issue de collusion ? Nous exposons ici deux possibilités. Une possibilité est que les firmes continuent à adopter la stratégie précédente de déclenchement où la punition est équivalente à l'équilibre de Cournot-Nash étant joué pour toujours. Bien que cette stratégie de punition ne puisse pas soutenir l'output commun égal aux résultats de monopole, parce qu'on assume que des firmes escomptent trop des futurs bénéfices. D'autres résultats collusoires moins profitables peuvent être soutenus. Tant que le taux d'escompte n'est pas zéro, ils existent toujours d'autres résultats collusoires soutenables qui rapportent de plus grands bénéfices de valeur actuelle comparés à l'équilibre de Cournot-Nash. De ces résultats possibles il semble raisonnable de supposer que les firmes coordonneront sur des résultats symétriques qui rapportent des valeurs actuelles de bénéfices plus élevés compte tenu du taux réel de préférence temporelle de l'entreprise. Si le taux d'escompte est zéro, c.-à-d. les firmes sont seulement intéressé par les bénéfices actuels, alors nous revenons, en effet, au jeu unique, et le seul équilibre parfait en sous jeux c'est la solution de Cournot-Nash qui sera jouée a chaque période. Une autre possibilité en essayant de maintenir un résultat collusoire autrement insoutenable, est de faire de la menace d'une peine plus sévère. Au lieu de la recherche pour s'entendre sur des résultats alternatifs qui sont soutenables avec la stratégie proposée de déclenchement, les firmes pourraient essayer d'adopter une stratégie alternative de déclenchement. Pour que cette stratégie alternative de déclenchement soutienne les résultats collusoires désirés elle doit crédiblement menacer une punition plus grave pour la déviation. Le problème avec cette proposition est que, ce modèle de collusion non coopérative sera maintenu si n'importe quelle punition permanente qui est plus grave, implique que la stratégie adoptée de déclenchement n'est pas crédible. Ceci peut être illustré par l'argument suivant. La stratégie la plus sévère possible de déclenchement est de punir un déviant avec sa soi-disant punition de minimax pour toujours. La punition de minimax est le plus mauvais résultat que le joueur peut infliger sur des autres, étant donné que l'autre joueur cherchera à maximiser son profit. Dans notre modèle de duopole de Cournot, ceci correspond à une entreprise cherchant à minimiser les profits de l'autre entreprise étant donné que cette entreprise cherchera toujours à être sur sa fonction de réaction. Ceci se produit quand la punition de firme produit l'output parfaitement concurrentiel. Si l'autre entreprise s'attend à observer ce niveau de production, alors de sa fonction de réaction elle cessera volontairement la production et gagnera un profit nul. Cela confirme la punition minimax. (Notez qu'une entreprise ne peut pas être forcé de faire des profits négatifs car elle a toujours la possibilité de quitter le marché et le seuil de rentabilité.) Si une entreprise estime qu'elle devra faire face à cette punition extrême si elle s'écarte, elle a clairement une incitation forte pour maintenir l'issue de collusion. De cette manière, le résultat collusoire désiré peut faire partie d'un équilibre de Nash. Le problème avec cette stratégie de punition, c'est qu'elle n'est pas crédible, et ainsi les résultats collusoires soutenus par eux ne peuvent pas être sou jeux parfait. La raison de la menace minimax dans ce modèle n'est pas crédible parce qu'elle est hors de punition de la fonction de réaction de la firme. S'il croyait que l'autre société allaient produire une production nul, alors sa production optimal est le niveau de production de monopole (a - c)/2, et pas le niveau de production concurrentiel. Pour qu'une stratégie de déclenchement doive être crédible, la punition à infliger doit être mis sur la fonction de réaction de la firme à punir. Cependant, comme autre firme cherchera toujours à maximiser son propre niveau de bénéfice, elle doit également être sur la fonction de la réaction de cette entreprise aussi bien. La seule punition crédible, étant donné que les sociétés adoptent une stratégie de déclenchement, doit être un équilibre de Nash dans l'étape du jeu. La seule stratégie crédible de déclenchement, dans notre modèle de duopole, est celle considérée précédemment où la punition correspond à l'équilibre de Cournot-Nash. L'argument ci-dessus semble impliquer qu'une stratégie plus grave de punition ne sera pas crédible. Cependant, ce n'est pas le cas. L'argument ci-dessus élimine des stratégies plus graves de déclenchement, mais pas plus de stratégies graves de punition en général. En effet, Abreu (1986) a proposé une manière dont les firmes peuvent menacer une punition plus grave pour la déviation observée, et pourtant, pour qu'il demeure encore crédible. La manière de rendre la punition plus grave et de rester crédible, c'est de s'éloigner d'une stratégie de déclenchement et d'adopter une approche de carotte et du bâton. La suggestion d'Abreu est que les firmes n'ont pas besoin de menacer une période infinie de punition, comme le suggère le recours à des stratégies de déclenchement, mais menacer plutôt que sur une période de punition temporaire. La raison pour laquelle une peine plus sévère peut maintenant être crédible est que les entreprises sont elles-mêmes punis s'ils ne punissent pas les autres entreprises. La stratégie proposée par Abreu est comme suit. Si toutes les firmes adoptent la stratégie de punition au cours de la période de punition, les firmes retournent de nouveau aux résultats collusoires. C'est la carotte. Si, cependant, les firmes dévient de la punition prescrite, alors la punition est continuée. C'est le bâton. De cette façon des firmes sont punies si elles ne punissent pas d'autres firmes déviantes. Cette stratégie donne, donc, à des firmes une plus grande incitation pour punir d'autres firmes. En conséquence la punition elle-même ne doit plus être les résultats de Cournot-Nash. Une peine plus sévère peut devenir crédible puisque toutes les entreprises sont incitées à le réaliser de manière à éviter d'être eux-mêmes punis. Grâce à une peine plus sévère étant crédibles. Les résultats collusoires désirés peuvent être soutenu pour encore de plus petites valeurs du facteur d'actualisation. Ce théorème établit donc que toutes les allocations de bénéfices réalisables, peuvent être un équilibres parfaits en sous-jeux fourni au deux entreprises de gagner au moins des profits nuls et de ne pas négligez trop l'actualisation des futurs bénéfices. Il s'agit d'un bon résultat. En raison des multiples équilibres qui résultent impliquée par ce théorème, les entreprises doivent savoir comment coordonner leur production sur un équilibre particulier. Le processus de sélection souvent utilisée dans la littérature, et qui a été appliquée au-dessus, c'est supposer que l'équilibre sera symétrique et sur la courbe des contrats à condition que le facteur d'actualisation n'est pas trop petit. Pour conclure notre débat sur la concurrence infinie entre entreprises, il convient de noter que les résultats ci-dessus contrastent nettement avec ceux issus lors de l'examen de la concurrence entre les entreprises en unique jeu. Là, il a fait valoir que la non-collusion coopérative n'est pas possible, en modélisant des répétitions infinies de ces uniques jeux que nous avons tiré le résultat opposé. Pour autant les entreprises sont suffisamment intéressés aux futurs bénéfices de collusion non coopératif est désormais possible. Dans ces jeux infiniment répétés la collusion est soutenue par la menace crédible de la peine à venir. Étant donné le contraste radical de ces résultats, il est important que nous continuions d'explorer le résultat attendu de la concurrence entre les entreprises lorsque le jeu unique est répété fini. (1)

3.4.2. Répétitions finies :

Comme on a discuté, il y a une différence fondamentale entre les jeux infiniment répétés et des jeux répétés fini. Ceci est démontré par le paradoxe de l'induction en arrière. La pertinence de ce paradoxe avec l'interaction finie entre les oligopoles est celle avec un équilibre unique de Nash dans le jeu unique, les résultats collusoires non coopératifs sont insoutenables. Supposons qu'un nombre fini d'oligopoles en concurrence de Cournot les uns avec les autres sur un nombre de périodes de temps fini et connue. En appliquant le paradoxe de l'induction en arrière nous considérons la dernière période d'abord.

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 71-78.

Dans cette dernière période il ne peut y avoir aucune punition suivante pour la déviation des résultats collusoires. Les seuls résultats crédibles dans cette période sont, donc, l'équilibre de Cournot-Nash. Nous allons maintenant considérer la période d'avant-dernier. Comme les deux entreprises savent que la solution de Cournot Nash sera jouée pendant la période suivante, il n'y a toujours pas de sanction effective en cas d'écart dans cette période avant-dernier. L'équilibre de Cournot Nash sera donc joué dans cette dernière période. Cet argument peut être répété pendant toutes les périodes successives jusqu'à ce que nous atteignions le commencement du jeu. Le seul équilibre de Nash en sous-jeu parfait pour ce jeu finiment répété est que l'équilibre de Cournot-Nash est joué dans chaque période. Le paradoxe de l'induction en arrière élimine la possibilité de la collusion de non coopération entre les oligopoles dans les jeux finiment répété avec information complète, où il existe un unique équilibre de Nash dans le jeu d'étape. Autant d'économistes croient que les oligopoles s'entendent afin d'augmenter le bénéfice, un certain nombre de manières d'éviter le paradoxe ont été appliquées à la concurrence oligopolistique. Ici nous discutons trois façons suggérées que des oligopoles pourraient réussir à s'entendre sans interaction infinie entre les entreprises. Nous citerons une seul d'entre eux qui la multiplicité de l'équilibre de nash. Et laissons les deux autres discutés dans la section des oligopoles dynamique avec information incomplète. (1)

3.4.3. Plusieurs équilibres de Nash :

Dans les modèles uniques que nous avons déjà examinés. Il a été montré un équilibre unique de Nash. Ceci, cependant, ne doivent pas toujours être le cas.

Par exemple, avec des fonctions plus complexes de demande et/ou de coût il est tout à fait possible pour qu'il y ait des équilibres multiples de Nash dans ces jeux uniques. Fig. 3.14 illustre comment les fonctions non linéaires de réaction peuvent produire des équilibres multiples de Nash quand les deux firmes se concurrencent a la Cournot. Dans cette figure, il existe trois équilibres de Nash aux points A, B et C. L'existence de plusieurs équilibres de Nash signifie que l'issue de la dernière période du jeu n'est plus uniquement déterminée. Cela signifie qu'il n'y a pas d'équilibre parfait en sous-jeux uniques pour le jeu entier. En particulier, si les multiples équilibres de Nash dans le jeu unique sont associés à différents niveaux de profit pour les firmes en compétition, un résultat collusoire peut être autoentretenue dans les premiers temps du jeu.

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997.pg 71-78.

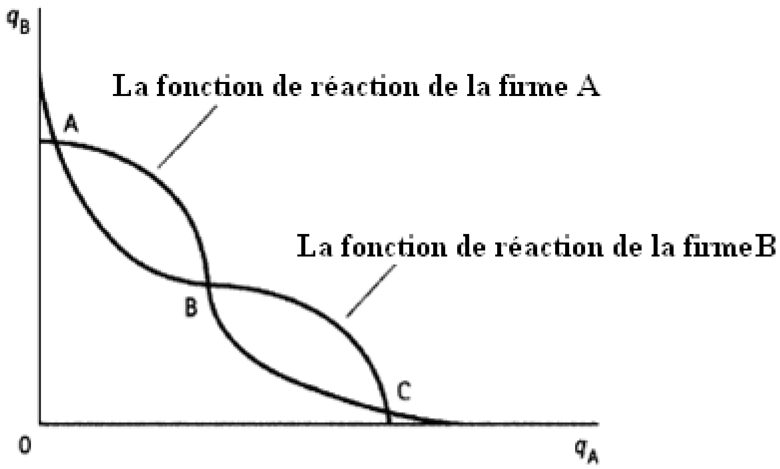


Figure 3.14 plusieurs équilibre de Cournot (1)

La collusion Non coopérative est maintenant possible parce que plusieurs équilibres de Nash permettre aux entreprises d'être effectivement punis s'ils s'écartent de l'issue de collusion. Si la peine est assez sévère, alors il sera dans l'intérêt des entreprises de maintenir l'issue de collusion.

Comme la dernière période est abordée, le cartel non coopératif va se détériorer. Ceci est démontré par le fait que les résultats pendant la période finale doivent être un équilibre de Nash. Benoît et Krishna (1987) démontrent qu'en combinant des multiples équilibres de Nash dans le jeu d'étape avec une stratégie appropriée de punition de carotte et bâton l'ensemble de résultats collusoires non coopératifs possibles est presque identique à celui tiré au titre répétition à l'infini, à condition que le jeu est répétée un nombre suffisant de fois. (2)

3.5. JEU D'OLIGOPOLE REPETE EN FORME STRATEGIQUE :

Dans la section qui suit, nous étendons le modèle des jeux répétés à des jeux en forme stratégique. Notre analyse porte sur deux principales stratégies, la stratégie des prix et la stratégie de la publicité. Nous examinons comment la collusion non coopérative devienne la solution du jeu, tout en calculons les paiements de chaque stratégie.

----

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 77.

(2) GRAHAM ROMP. Opt cite. Pg 71-78.

3.5.1. Le jeu des prix :

Le prix de la firme 1		Le prix de la firme 2 : Haut	Le prix de la firme 2 : Bas
	Haut	15, 15	0, 25
	Bas	25, 0	5, 5

Figure 3.15 : Réduction de prix, revisitée (1)

L'équilibre en stratégie dominante de ce jeu est (bas, bas). C'est clairement un équilibre parfait en sous-jeu pour les joueurs de jouer juste (bas, bas) maintes et maintes fois, parce que si c'est ce que l'entreprise1 pense que l'entreprise2 fait, l'entreprise 1 fait de mieux en pratiquant des prix bas, et vice versa. Mais ce n'est pas le seul équilibre en sous-jeu. Considérons la stratégie suivante, dite ***une stratégie sinistre de déclenchement***. Prix élevé, jusqu'à ce que vous voyiez votre rival pratique des prix bas. Après que votre rival ait évalué prix bas, évaluez le bas pour toujours. Ceci s'appelle une stratégie de déclenchement parce qu'une action de l'autre joueur (bas prix) déclenche un changement de comportement. C'est une stratégie sinistre parce qu'elle punit pour toujours. Si votre adversaire utilise une stratégie de déclenchement sinistre, que devriez-vous faire ? Fondamentalement, votre seul choix est d'évaluer le bas, car une fois que vous évaluez le bas, votre rival évaluera le bas, et alors votre meilleur choix est d'évaluer également le bas dès lors. Ainsi, votre stratégie consiste d'évaluer le haut vers le haut jusqu'à un certain T-1, puis des prix bas, à partir du temps t. Votre rival évaluera la haute a t, et évalue le bas à partir de t +1. Ceci vous donne un profit de 15 de la période 1 à t -1, 25 à la période t, puis 5 dans la période t + 1. On peut calculer le gain d'un facteur d'actualisation δ.

$$V_t = 15(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^{t-1}) + 25\delta^t + 5(\delta^{t+1}+\delta^{t+2}+\ldots)$$

$$= 15\frac{1-\delta^t}{1-\delta} + 25\delta^t + 5\frac{\delta^t}{1-\delta} = \frac{15}{1-\delta} - \frac{\delta^t}{1-\delta}(15-25(1-\delta)-5\delta) = \frac{15}{1-\delta} - \frac{\delta^t}{1-\delta}(-10+20\delta).$$

Si -10 + 20δ <0, elle paie à des prix bas tout de suite, à l'instant t = 0, parce qu'il paie au prix bas et le plus tôt plus la valeur actuelle. Si -10 + 2 δ> 0, il paye pour attendre pour toujours pour évaluer le bas, c.-à-d., t = ∞. Ainsi, en particulier, la stratégie sinistre de déclenchement est une stratégie optimale pour un joueur quand le rival joue la stratégie sinistre de déclenchement si δ ≥ ½.

----
(1) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson "Introduction to Economic Analysis" California Institute of Technology, 2006, pg 268.

En d'autres termes, la coopération en matière de prix est un équilibre parfait en sous-jeux si l'avenir est assez important, c.-à-d., le facteur d'actualisation **δ** est suffisamment élevé. La logique de cet exemple est que la promesse d'une future coopération est précieuse lorsque l'avenir lui-même est valable, et que la promesse d'une future coopération peut être utilisé pour déclencher la coopération d'aujourd'hui. Ainsi, l'entreprise 1 ne veut pas réduire le prix d'aujourd'hui, parce que cela entraînerait pour la firme 2 une baisse de prix pour un avenir indéterminé. La stratégie sinistre de déclenchement punit la réduction de prix aujourd'hui avec des bénéfices futurs faible. Les jeux répétés offre plus de possibilités de coopération que ce qui est illustré dans le jeu des prix. En premier lieu, un comportement plus complexe est possible. Par exemple, considérons le jeu suivant :

Le prix de la firme 2

Le prix de la firme 1		Haut	Bas
	Haut	(10,10)	(0,25)
	Bas	(25,0)	(5,5)

Figure 3.16 : Une variation du jeu de réduction de prix (1)

Ici, encore, l'équilibre unique dans le jeu d'étape est (bas, bas). Mais la différence entre ce jeu et le jeu précédent est que tous les bénéfices des firmes 1 et 2 sont plus élevés dans les deux (haut, bas) ou (bas, haut) que dans (haut, haut). Une solution consiste à alterner entre (Haut, bas) et (bas, haut). Une telle alternance peut également être soutenue comme un équilibre, en utilisant la stratégie sinistre de déclenchement - c.-à-d., si une entreprise ne fait rien d'autre que ce qu'il est supposé dans la solution alternative, les entreprises jouent à la place (bas, bas) pour toujours (2).

3.5.2. Le jeu de la publicité :

Pour illustrer certaines des issues impliquées des jeux répétés nous considérerons la situation suivante entre deux sociétés de concurrence. Supposez que deux sociétés, A et B, dominent un marché spécifique. Les départements marketing des deux compagnies ont découvert que l'augmentation des dépenses de publicité a un effet positif sur les ventes de cette entreprise. Cependant, les ventes totales dépendent également négativement de combien l'autre compagnie dépense sur la publicité.

----
(1) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson “Introduction to Economic Analysis” California Institute of Technology, 2006, pg 269.
(2) R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson. Opt cite. Pg 268-269

C'est parce qu'il compromet la part de marché de la première compagnie. Si nous supposons qu'il n'y a que deux niveaux de la publicité (hautes ou faibles dépenses) que chaque entreprise peut réaliser, la matrice de profit en termes de bénéfices pour les deux compagnies est donnée dans fig.3.17. C'est parce que si les deux firmes augmentent leurs dépenses de publicité simultanément, alors les parts de marché sont inchangées, mais en raison de l'augmentation des coûts publicitaires les bénéfices diminuent. Cependant, chaque entreprise a une incitation pour essayer et augmenter son niveau de la publicité au-dessus du niveau de son concurrent à mesure que ceci augmente la part de marché et les bénéfices globaux.

		la firme 2	
		Haut	Bas
la firme 1	Haut	4, 4	6, 3
	Bas	3, 6	5, 5

Figure 3.17 le jeux de pub en forme normale (1)

Le problème pour les entreprises est de savoir comment ils peuvent coordonner leurs actions dans le sens des résultats dominants de Pareto sans le recours à des contrats ayant force exécutoire. Dans le jeu unique ceci ne semblerait pas être possible car il y a une incitation claire à l'augmentation des dépenses de publicité. Toutefois, si l'interaction entre les entreprises est répétée à l'infini, alors il est possible que les deux entreprises coordonnent leurs actions sur l'optimum de Pareto. Ceci se produira si les deux sociétés adoptent une stratégie conditionnelle appropriée et n'escompte pas trop le futur. Comme indiqué précédemment une stratégie conditionnelle c'est quand un joueur conditionne ce que il fait sur les actions d'au moins un autre joueur dans le jeu. Cela permet à la possibilité pour un ou plusieurs joueurs, en effet, de sanctionner d'autres joueurs si ils s'écartent des résultats efficients de Pareto. C'est ce qu'on appelle une stratégie de punition. Si la perspective de la punition est suffisamment grave, les joueurs vont être dissuadés de déviation. De cette façon le résultat efficient au sens de Pareto peut être maintenue indéfiniment. Une fois de plus la question de la crédibilité est importante.

Pour illustrer comment ces idées peuvent fonctionner en pratique. Examinons les suivantes stratégie de la peine pour le jeu précédent de la publicité.

----
(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 36.

Chaque entreprise commence avec de la publicité à faible coût, et ceci est maintenu tant que l'autre entreprise a toujours fait de même dans les périodes précédentes. Si, cependant, l'autre société a entrepris une campagne publicitaire à coût élevé dans le passé, alors l'entreprise entreprend une campagne publicitaire à coût élevé pour la suite. Ce type particulier de stratégie de punition est fréquemment employé dans les jeux infiniment répétés et il est connu comme stratégie de déclenchement. La stratégie ci-dessus de déclenchement implique une période infinie de punition si l'une si l'une des entreprises engage des publicités à coût élevé. Une fois qu'une entreprise augmente son niveau de la publicité, l'autre entreprise fait la même chose pour toujours. Ceci exclut la possibilité de ne jamais retourner au résultat efficient au sens de Pareto. Une firme qui entreprend une campagne publicitaire à coût élevé verra l'élévation de bénéfices de 5m à 6m dans la première année de déviation, mais d'autre part de chute tout au plus seulement à 4m par an par la suite. Pour que cette stratégie de déclenchement maintienne les résultats efficaces de Pareto, deux conditions doivent être satisfaisantes. Premièrement, le châtiment lui-même doit être crédible. Deuxièmement, la promesse de maintenir la publicité à faible coût, compte tenu de la perspective d'une punition future, doit également être crédible. Nous examinerons chacune de ces questions à tour. Avec la stratégie de déclenchement, la menace d'une punition est crédible, car si une entreprise change à la publicité à coût élevé, alors il est rationnel pour l'autre entreprise de passer également à la publicité à coût élevé. Cette stratégie de la punition est crédible, car elle correspond à l'équilibre de Nash du jeu d'étape. Jouer l'équilibre de Nash est toujours une stratégie crédible car, par définition, c'est la réponse optimale à la stratégie prévue de l'autre joueur. La question qui reste est de savoir si la promesse de continuer avec de la publicité à bas coûts est également crédible. En supposant que les entreprises tentent de maximiser le profit total escompté, alors le résultat coopératif, où les deux firmes ont un faible coût des campagnes publicitaires, sera maintenu indéfiniment si la valeur actuelle de la coopération est supérieure à la valeur actuelle de «déviant». Ce sera le cas si les entreprises n'escomptent pas trop le futur. Ceci est démontré comme suit. Comme il s'agit d'un jeu infiniment répété, nous devons supposer que de futurs paiements sont actualisés, de manière à obtenir une valeur actuelle des profits futurs. Soit $\delta = 1/(1 + r)$ égale le taux de l'escompte de chaque entreprise, où ***r*** est le taux d'intérêt ou le taux de l'entreprise de sa préférence du temps. Avec ce taux d'escompte sur la valeur actuelle de maintenir une campagne de publicité à faible coût, ***PV (faible)*** est égal à

$$PV(faible) = 5 + 5\delta + 5\delta^2 + \ldots$$
$$PV(faible) = 5 + 5\delta + 5\delta^2 + \ldots$$
$$\therefore\ \delta\ PV(faible) = 5\delta + 5\delta^2 + 5\delta^3 + \ldots$$
$$\therefore\ (1 - \delta)\ PV(faible) = 5$$
$$\therefore\ PV(faible) = \frac{5}{1 - \delta}$$

Alternativement la valeur actuelle de la déviation de ces résultats coopératifs et de s'engager dans une campagne publicitaire à coût élevé, ***PV (haut)*** est égale à

$$PV(haut) = 6 + 4\delta + 4\delta^2 + \ldots$$
$$\delta PV(haut) = 6\delta + 4\delta^2 + 4\delta^3 + \ldots$$
$$(1-\delta)PV(haut) = 6 + 4\delta - 6\delta$$
$$(1-\delta)PV(haut) = 6(1-\delta) + 4\delta$$
$$PV(haut) = 6 + \frac{4\delta}{1 - \delta}$$

Par conséquent, les résultats de coopération sera maintenue indéfiniment si

$$PV(faible) \geq PV(haut)$$
$$\frac{5}{1 - \delta} \geq 6 + \frac{4\,\delta}{1 - \delta}$$
$$\delta \geq 1/2.$$

Ceci nous montre qu'avec l'interaction infinie, et la stratégie donnée de déclenchement, les deux entreprises conserveront la publicité à faible coût si leur taux d'escompte est supérieur à la moitié. Étant donné que cette condition est satisfaisante, cela signifie que la promesse de continuer avec de la publicité à bas prix est crédible. À la fois avec la menace de sanctions et la promesse de maintenir la publicité à faible coût étant crédibles, ce qui correspond à un équilibre de Nash en sous jeu parfait pour ce match. Ce résultat, cependant, n'est plus que l'un des nombreux équilibres parfait en sous jeux. Par exemple, un autre équilibre est parfait en sous jeux où les deux entreprises ont la publicité à coût élevé de chaque période. Le problème devient maintenant de savoir comment coordonner les entreprises sur l'un des nombreux équilibres. Si le taux de l'escompte des firmes est inférieur à la moitié, alors chaque entreprise sera immédiatement dérogée à la publicité à coût élevé. Les résultats coopératifs ne peuvent pas être maintenus avec la stratégie assumée de déclenchement parce que la future menace de la punition n'est pas suffisante pour décourager la déviation. C'est parce que les sociétés placent un poids trop grand sur des bénéfices courants, et pas assez sur de futurs bénéfices. La promesse de maintenir la publicité de coût bas n'est pas crédible, et ainsi les deux entreprises entreprendront des campagnes publicitaires à coût élevé. Il y a une discontinuité entre les jeux répétée à l'infini et les jeux finiment répétés, même si le nombre de répétitions est très grand. C'est contre intuitif. Il est également jugé paradoxale parce que, avec de nombreuses répétitions, il semble raisonnable de supposer que les joueurs trouveront un moyen de coordination sur le résultat efficace aux sens de Pareto, au moins dans les périodes au début de la partie. La raison de ce paradoxe est qu'un jeu fini est qualitativement différent d'un jeu infini. Dans un jeu fini la structure du jeu restant change avec le temps, car nous approchons la période finale. Dans un jeu infini ce n'est pas le cas. Au lieu de cela, sa structure demeure toujours la même partout où nous sommes dans le jeu. Dans un tel jeu il n'y a pas de point final à partir de laquelle commence la logique de l'induction vers l'arrière. (1)

3.6. DUOPOLE AVEC UNE INFORMATION INCOMPLETE :

Dans les sections précédentes, nous avons analysé les jeux oligopolistiques dans une certitude informationnelle. Même si des fois l'information était imparfaite mais elle était toujours complète. Dans la section qui suit, nous examinons les jeux d'oligopole en information incomplète. Nous commençons par voir quels sont les types que peut prendre chaque firme et la capacité de l'entreprise à connaître ses rivaux. Nous enchaînons ensuite à l'équilibre de Cournot dans une situation ou l'information est absente et les décisions des firmes deviennent conditionnelles.

3.6.1. Connaître son ennemi :

Tenir compte des préférences des joueurs en première instance. Il n'est pas trop restrictif de supposer que les préférences des joueurs sont de notoriété publique dans la plupart des jeux qui sont utilisés pour illustrer des idées de la théorie des jeux. Aux échecs, par exemple, il semble tout à fait inoffensif pour supposer qu'il est de notoriété publique que les deux joueurs préfèrent gagner que perdre. Les joueurs peuvent alors avoir intérêt non seulement de déformer la façon d'aversion au risque, mais aussi de déformer la façon dont ils sont patients. Dans le Jeu de duopole de Cournot, il semble une hypothèse relativement innocente qu'il est de notoriété publique que les deux entreprises cherchent à maximiser les profits. Le profit d'une firme dépend en partie de ce que ses coûts sont.

----

(1) GRAHAM ROMP “Game Theory Introduction and Applications” Oxford University Press Inc., New York 1997. pg 34-42.

L'entreprise peut de manière fiable estimer les coûts d'un autre dans certaines circonstances, car il y a des cas où les coûts d'un adversaire peuvent être très difficile à acquérir, surtout si l'adversaire comprend l'importance stratégique d'induire en erreur les entreprises concurrentes sur ces questions. La théorie de Harsanyi de l'information inachevée offre des moyens d'obtenir une poignée sur de tels problèmes.

Une certaine récapitulation du modèle de duopole de Cournot peut être utile. Rappelons que l'entreprise 1 et 2 sont des producteurs. Chacun décide simultanément combien va produire. Si l'entreprise1 produit $q1$, et l'entreprise2 produit $q2$, le prix p à laquelle la production vendu est déterminé par l'équation de la demande $p = M - q1 - q2$. On assume que chaque entreprise cherche à maximiser son profit espéré, où le profit de l'entreprise ***i*** est donnée par.

$$\pi_i(q_1, q_2) = (p - c_i)q_i = (M - c_i - q_1 - q_2)q_i \,.$$

Avec ci est le coût unitaire de l'entreprise i. Si toutes ces informations sont de notoriété publique, on peut calculer un équilibre de Nash $(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2)$.

Lorsque cl = c2 = c, nous avons trouvé un équilibre unique Nash avec : (1)

$$\tilde{q}_1 = \tilde{q}_2 = \tfrac{1}{3}(M - c)$$

3.6.2. Concurrence de Cournot avec informations incomplètes :

Considérons le modèle de Cournot, mais supposons maintenant que le coût marginal de la firme2 est soit élevéC_H, ou faibleC_L , où$c_H > c_L \geq 0$. L'entreprise2 sait son coût marginal, mais la firme1 sait seulement qu'il est CH avec la probabilité $\boldsymbol{\theta}$ ou CL avec une probabilité 1-$\boldsymbol{\theta}$. Le coût de la firme1 est c, ce qui est généralement connu. L'entreprise1 a un seul type, mais l'entreprise 2 a deux types, *CH et CL*. Le jeu est associé comme suit:

(a) L'ensemble de joueur est {1,2}.

(b) L'ensemble de stratégie du joueur 1 est [0, ∞) avec l'élément typique $q1$, et l'ensemble de stratégie du joueur2 est [0, ∞) × [0, ∞) avec l'élément typique (qH, qL). Ici, le qH est la quantité choisie si le joueur2 est du type cH, et qL est la quantité choisie si le joueur 2 est de type qL.

(c) Les fonctions de paiement des joueurs sont les fonctions de paiement prévu. Ce sont

$$\Pi_i(q_1, q_H, q_L) = \vartheta \Pi_i(q_1, q_H) + (1 - \vartheta)\Pi_i(q_1, q_L) \qquad \textbf{(1)}$$

----

(1) Ken Binmore "Fun and Games, a Text on Game Theory" D. C. Heath and Company Lexington, Massachusetts, Toronto, 1992. pg 515-519.

Pour i = 1, 2, où Πi (·, ·) est la fonction de paiement à partir du modèle de Cournot. Pour trouver l'équilibre (bayésien) Nash, nous avons d'abord calculer la fonction de meilleure réponse ou la fonction de réaction du joueur1, en maximisant Π1 *(q, qH, qL)* par rapport au $q1 \geq 0$, avec qH et qL considéré comme donné. Ainsi, on résout le problème

$$\max_{q_1 \geq 0} \; \vartheta\,[q_1(a-c-q_1-q_H)] + (1-\vartheta)\,[q_1(a-c-q_1-q_L)] \qquad \textbf{(2)}$$

En supposant que *qH*□ *qL* ≤ *a*− *c* (ceci doit être vérifié plus tard pour l'équilibre), ce problème est résolu en mettant la dérivée par rapport au q1 égal à zéro, ce qui rapporte.

$$q_1 = q_1(q_H, q_L) = \frac{a-c-\vartheta q_H-(1-\vartheta)q_L}{2} \qquad \textbf{(3)}$$

Nous avons maintenant la quantité prévu (probable) $\theta\, qH + (1 - \theta)\, qL$ au lieu de $q2$: cela est dû à la linéarité du modèle. Pour la firme2, nous considérons que, compte tenu de *q1*, le problème

$$\max_{q_H, q_L \geq 0} \; \vartheta\,[q_H(a-c_H-q_1-q_H)] + (1-\vartheta)\,[q_L(a-c_L-q_1-q_L)]$$

Depuis, le premier terme de cette fonction ne dépend que de *qH* et le second terme que sur *qL*, la résolution de ce problème revient à maximiser les deux termes séparément. En d'autres termes, nous déterminons la meilleure des réponses de type *CH et CL* séparément. Supposant $q1 \leq a - cH$ (et par conséquent $q1 \leq a - cL$) Il en résulte :

$$q_H = q_H(q_1) = \frac{a-c_H-q_1}{2} \qquad \textbf{(4)}$$

et

$$q_L = q_L(q_1) = \frac{a-c_L-q_1}{2}\,. \qquad \textbf{(5)}$$

L'équilibre de Nash est obtenu en résolvant simultanément (3 et 5), utilisant la substitution ou l'algèbre linéaire. La solution est le triple

$$q_1^C = \frac{a-2c+\vartheta c_H+(1-\vartheta)c_L}{3}$$

$$q_H^C = \frac{a-2c_H+c}{3} + \frac{1-\vartheta}{6}(c_H-c_L)$$

$$q_L^C = \frac{a-2c_L+c}{3} - \frac{\vartheta}{6}(c_H-c_L)\,.$$

En supposant que les paramètres du jeu sont tels que ces trois valeurs sont positives et que $q1 \leq a\text{-}CH$ et $qH, qL \leq a\text{-}c$, ceci est l'équilibre bayésien de Nash Cournot du jeu.

Cette solution doit être comparée avec l'équilibre de Nash dans le modèle d'information complet avec coûts asymétriques. Le type de coût élevé de l'entreprise2 produit plus qu'il ne serait dans le cas d'informations complètes : il bénéficie du fait que la firme1 est incertain au sujet du coût de l'entreprise2 et produit donc moins que ce qu'il serait s'il savait avec certitude que l'entreprise2 a des coûts élevés. De même, la firme2 de coût faible produit moins. (1)

3.7. OLIGOPOLE DYNAMIQUE AVEC INFORMATION INCOMPLETE :

Dans la section qui suit, nous examinons le comportement des oligopoleurs lorsqu'ils jouent un jeu finiment répété mais sans connaître à quel moment il va se terminer. Nous évoquerons ensuite la recherche permanente des firmes de connaître les comportements actuels et passés de leurs rivaux afin qu'elles puissent prévoir leurs comportements futurs.

3.7.1. L'incertitude sur le futur :

Comme c'est déjà indiqué dans le deuxième chapitre, sur le paradoxe de l'induction vers l'arrière, il existe une autre façon de l'éviter consiste d'introduire l'incertitude sur le moment où le jeu pourrait finir. Sans une dernière période connue de l'interaction entre les entreprises concurrentes le processus d'induction vers l'arrière ne peut pas être engagée. Dans cette situation les entreprises peuvent menacer de façon crédible la peine avenir si d'autres entreprises s'écarter du comportement de collusion. Étant donné que cette future punition peut ne pas être reçue, pendant que l'interaction a pu avoir cessé avant que ce soit possible, cette menace n'est pas aussi sévère que lorsqu'elle est faite dans un jeu infiniment répété. Cependant, des résultats similaires dérivés sous la répétition infinie peuvent être reproduits quand il y a incertitude au sujet de quand l'interaction finie finira. Les résultats collusoires non coopératifs peuvent être soutenus de nouveau étant donné que les sociétés n'escomptent pas excessivement les rendements futurs. (2)

----
(1) Hans peters "Game Theory, A Multi-Leveled Approach" © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. pg 77-80.
(2) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 78-79.

3.7.2. L'incertitude sur les concurrents :

Une dernière manière d'éviter le paradoxe de l'induction vers l'arrière est d'introduire des informations incomplètes. Dans le contexte d'oligopole cela implique une concurrence entre les entreprises qui ont des doutes sur certains aspects de la fonction de payement de leurs rivaux. Ceci peut l'un ou l'autre se produire parce que les firmes sont incertaines au sujet des paramètres de la fonction du bénéfice de leurs concurrents, ou les objectifs d'autres firmes. Par exemple, les firmes peuvent être incertaines au sujet de la demande ou des coûts faisant face à leurs concurrents, qui déterminent la fonction du bénéfice de leurs rivaux. Alternativement, elle peut être claire si d'autres sociétés soient intéressées à maximiser des bénéfices ou ne pas avoir certain autre objectif tel que le revenu total maximum. Alternativement, il ne peut pas être clair si d'autres entreprises soient intéressées à maximiser des bénéfices ou qui ont certains autres objectifs tels que la maximisation des recettes totales. En raison de l'interdépendance mutuelle, les firmes essayeront et estimeront la fonction de profit de leurs concurrents. C'est nécessaire de sorte que les firmes puissent essayer de prévoir le comportement d'autres firmes. Les firmes essayeront alors de maximiser leurs profits basés sur ces évaluations. Un moyen important des entreprises c'est de chercher à apprendre ce que de quoi leurs concurrents sont similaires, ou les contraintes auxquels ils sont confrontés, c'est en observant leur comportement actuel et passé. D'autres sociétés réalisant ceci peuvent alors chercher à manoeuvrer leur propre comportement afin d'influencer les attentes des autres entreprises. Ceci, à leur tour, sera pris en considération quand les sociétés interprètent les actions de leurs rivaux. Clairement la solution de tels modèles peut être tout à fait compliquée. Comme il a était déjà discuté, un concept approprié d'équilibre pour l'employer dans les modèles d'information incomplète est celui de l'équilibre parfait de Nash en sous-jeu bayésien. Avec ce type d'équilibre aucune menaces ou promesse incrédibles sont faites ou cru, et les firmes mettent à jour leurs attentes de façon rationnelle selon le théorème de Bayes. Typiquement l'équilibre ne doit pas impliquer les entreprises jouant l'équilibre de Nash pour le jeu d'étape à chaque période du jeu. Pour illustrer l'intuition derrière ce résultat, considérerons un certain nombre de firmes en concurrence à la Bertrand avec des informations incomplètes sur des coûts marginaux de production de chacun. Comme indiqué dans les section précédentes les entreprises concurrentes a la Bertrand peuvent être mieux si ils ont tous fixer des prix plus élevés. En outre, les prix dans les jeux uniques sont compliments stratégiques, si une firme croit que d'autres firmes vont augmenter leur prix, elle augmentera également son prix. Les prix, à leur tour, sont franchement liés aux coûts marginaux de production. Avec l'incertitude au sujet des coûts marginaux de production des autres entreprises, chaque entreprise a une incitation pour persuader ses concurrents que ses coûts marginaux sont hauts. De cette façon les firmes ont une incitation pour augmenter le prix qu'elles placent maintenant afin d'essayer et développer une réputation pour avoir des coûts marginaux élevés, et pour fixer des prix élevés. À l'équilibre qu'il est possible pour toutes les entreprises à fixer des prix élevés et des résultats collusoires non coopératifs qui doit être maintenue dans les périodes initiales du jeu répété. L'argument ci-dessus illustre comment l'incertitude peut accroître la probabilité d'une collusion non coopérative soutenus. Ceci, cependant, ne doivent pas toujours être le cas. Par exemple, la plupart des moyens proposées desquelles des résultats de collusion ont été démontrés pour être autosuffisants sont appuyés sur des entreprises étant punies si et quand elles dévient des résultats collusoires. Ce mécanisme présuppose qu'une telle déviation peut être détectée. Si la déviation des résultats collusoires peut passer inaperçue, alors une société peut pouvoir tricher sur un accord tacite sans d'être punis. Dans cette situation, les entreprises devront trouver d'autres moyens pour soutenir les résultats de collusion. Ceci peut comporter le partage d'information sur des prix pratiqués et des quantités produites, ou le développement des stratégies de punition conditionnelles sur les variables observées du marché. Green et Porter (1984) et Porter (1983), par exemple, ont développé des modèles où les oligopoles de Cournot n'observent pas les niveaux d'output de chacun mais seulement le prix du marché dérivé. Dans ces modèles les sociétés adoptent une stratégie de prix de déclenchement, où chaque entreprise produit le niveau de production collusoire tant que le prix du marché demeure au-dessus du prix de déclenchement. Si le prix de marché tomberait au-dessous du prix de déclenchement, il s'ensuit alors une période de punition où les quantités d'équilibre Cournot-Nash sont produites. De cette façon la collusion peut être maintenue tant que les chocs de demande ne font pas tomber le prix du marché au-dessous du prix de déclenchement.

L'équilibre typique dans les modèles de ce genre implique alternance de périodes de collusion suivie d'une guerre des prix lorsque la demande pour le produit est suffisamment faible. (1)

---

(1) GRAHAM ROMP "Game Theory Introduction and Applications" Oxford University Press Inc., New York 1997. Pg 78-79.

3.8. Facteurs qui influencent la collusion :

Dans la section précédente, nous avons montré que les stratégies de coopération peuvent être une solution des jeux lorsqu'ils sont infiniment répétés. Selon la théorie des jeux non coopérative, les firmes oligopolistiques lorsqu'ils savent qu'ils vont s'interagir maintes et maintes fois, ils optent pour des stratégies de coopération. Cette coopération ne peut avoir lieu que si elle apporte des profits plus élevés que rapportent les stratégies opportunistes ou le gain attendu d'une déviation est inférieur au coût des punitions qui vont suivre. La théorie des jeux a identifié un ensemble de facteurs qui induisent les firmes oligopolistiques à respecter les accords de la collusion, et les dissuader de toute sorte de déviations. Le facteur d'actualisation est introduit par les firmes pour mesurer et comparer la valeur actuelle et pressente des paiements espérés. La possibilité de collusion est subordonnée par une valeur minimum du facteur d'actualisation qu'il est appelé aussi le facteur seuil. Les firmes sont incitées à dévier lorsque le facteur d'actualisation est inférieur du facteur seuil. Autant que le facteur seuil diminue autant les possibilités de collusion augmentent.

Selon Thierry PENARD (Collusion et comportements Dynamiques en Oligopole) La théorie des jeux répétés offre un test de vraisemblance de la collusion tacite et permet de comparer des structures et des conditions de marché sur la base du principe suivant.

PRINCIPE 1 : *Une structure de marché sera jugée plus porteuse d'incitations à la collusion qu'une autre structure si le facteur seuil associé à la première est plus faible que le facteur seuil associé à la seconde, pour un point d'équilibre et des stratégies donnés.*

Par exemple, supposons que les firmes utilisent des stratégies de déclic, consistant à suivre l'accord collusif tant que personne n'a dévié et à revenir à l'équilibre de Nash du jeu constituant (appelé aussi équilibre concurrentiel) dès qu'une déviation est détectée. Nous considérons un marché composé de *n* firmes.

Soient π_i^d le profit de déviation maximum que peut espérer la firme i, π_i^c son profit de collusion, π_i^p son profit de punition (ou profit concurrentiel) et δ le facteur d'actualisation en vigueur sur le marché. Nous supposons qu'une déviation a une probabilité ϕ d'être détectée par les autres firmes et que le temps de réaction (le laps de temps durant lequel les firmes ne peuvent pas modifier leurs décisions) est égal à *t*. Si ϕ est égal à 1, la détection est immédiate et si *t* est égal à 1, la punition démarre à la période suivante. La contrainte d'incitations vérifiant que la firme i n'a jamais intérêt à dévier s'écrit :

$$\frac{\pi_i^c}{1-\delta} \geq \frac{1-\delta^\tau}{1-\delta}\pi_i^d + \frac{\delta^\tau}{1-\delta}\left(\phi\pi_i^p + (1-\phi)\pi_i^c \right) \qquad (1.1)$$

Le terme de gauche représente la valeur actualisée des profits associés à la stratégie de collusion et le terme de droite la valeur actualisée des profits associés à la meilleure stratégie de déviation. Cette dernière valeur dépend des paramètres *t* et ϕ. Selon la condition (1.1), la firme *i* ne peut espérer aucun profit d'une déviation de l'accord de collusion. Après réécriture de cette condition, nous obtenons :

$$\delta \geq \left[\frac{\pi_i^d - \pi_i^c}{\pi_i^d - \phi\pi_i^p - (1-\phi)\pi_i^c} \right]^{\frac{1}{\tau}} \qquad (1.2)$$

L'expression de droite est appelée le facteur d'actualisation seuil de la firme i. Elle nous donne la valeur du facteur d'actualisation δ en dessous duquel la firme i est incitée à dévier. La stabilité du marché est évaluée à partir de la valeur maximum des *n* facteurs seuils individuels dérivés de la condition (1.2).

$$\underline{\delta} = Max_{\{i \in N\}} \left\{ \underline{\delta}_i = \left[\frac{\pi_i^d - \pi_i^c}{\pi_i^d - \phi\pi_i^p - (1-\phi)\pi_i^c} \right]^{1/\tau} \right\}$$

Est la valeur du facteur d'actualisation en dessous duquel le marché ne peut parvenir à un équilibre collusif stable. La comparaison entre deux structures de marché se fait alors sur la base de leurs facteurs seuils respectifs $\underline{\delta}$.

Ce principe de comparaison permet de dresser une liste des facteurs facilitant la collusion tacite. Un élément structurel est porteur d'incitations à la collusion s'il contribue à diminuer la valeur du facteur seuil $\underline{\delta}$. Comme cette valeur est d'une part une fonction décroissante du profit de collusion π_i^c et de la probabilité de détection ϕ , et d'autre part une fonction croissante du profit de déviation π_i^d , du profit de punition π_i^p , et du temps de réaction *t*, il suffit d'analyser l'effet de cet élément structurel sur chacune des composantes de $\underline{\delta}$. Ces différents effets peuvent être ramenés à deux principaux effets : un effet punition et un effet déviation. Si un facteur structurel a pour effet de diminuer les profits de punition ou de rendre le marché plus transparent, les punitions seront plus sévères et la collusion plus facile à soutenir. On dira alors qu'un tel facteur se caractérise par un effet punition positif (en termes de collusion). Si un facteur structurel a pour effet d'augmenter les profits de collusion ou de réduire les profits de déviation, les entreprises auront moins d'incitations à dévier de l'accord collusif. On dira alors qu'un tel facteur se caractérise par un effet déviation positif. Si les effets déviation et punition sont de même signe, la contribution d'un facteur à la collusion est sans ambiguïté. Mais, le plus souvent, les effets sont de signe contraire et nécessite une analyse approfondie pour déterminer lequel des deux effets dominent. Lorsque les entreprises utilisent des stratégies de punitions consistant à revenir à l'équilibre « concurrentiel », nous pouvons énoncer un second principe.

PRINCIPE 2 : Tout facteur qui intensifie la concurrence entre les firmes est porteur d'incitations à la collusion.

Autrement dit, tout élément structurel qui conduit à des profits concurrentiels plus faibles renforce la sévérité des punitions qui pourraient soutenir un processus collusif et concoure à diminuer le facteur seuil d'actualisation. Ce principe appelé

Topsy torvy principle « sens dessus dessous » par Shapiro peut conduire à des résultats contre-intuitifs dès lors que l'on passe d'une analyse statique à une analyse dynamique de la concurrence. Il faut alors être très prudent dans l'interprétation des résultats, puisque les structures de marché porteuses d'incitation à la collusion peuvent conduire à des situations très concurrentielles ou très collusives (1)

----

(1) Thierry PENARD « COLLUSION ET COMPORTEMENTS DYNAMIQUES EN OLIGOPOLE : UNE SYNTHESE » CREREG, Université de Rennes1. pg 9-14.

CONCLUSION :

La théorie des jeux peut être utilisée pour modéliser les interactions stratégiques rencontrées par les firmes oligopolistiques.

Il existe trois modèles d'oligopole. Le modèle de Cournot avec les quantités comme variable de décision et le model de Bertrand avec les prix comme variable de décision sont utiles pour mieux comprendre la façon dont les entreprises se comportent sur les marchés oligopolistiques où les situations statiques sont prises en compte. Le modèle de Stackelberg est approprié pour les modèles dynamiques d'oligopole quand il y a un leader et un suiveur. L'équilibre de Nash est associé à chacun de ces modèles et ils sont Pareto inefficaces, mais avec des combinaisons différentes de quantités ou de prix, les firmes pourraient faire mieux.

Si, les entreprises font face à une interaction continuelle, la collusion non coopérative semble possible d'être instauré si les firmes menacent crédiblement la peine aux firmes qui s'écartent des résultats collusoires. En particulier, la théorie des jeux indique que la coopération ou la collusion entre les firmes est probable quand un petit nombre d'entreprises sont impliquées dans jeu répétée. Les firmes maintiennent la collusion si les gains rapportés par la collusion sont plus grands que ceux qui sont rapportés d'une déviation.

Chapitre 4

Étude du marché Algérien des télécommunications

INTRODUCTION :

Le marché algérien de la téléphonie mobile a connu ces dernières années une grand évolution au niveaux de la compétitivité des entreprise et l'intensité de la concurrence. Le marché est structuré sous forme d'oligopole avec seulement trois opérateurs. Dans ce genre de marché, il existe une très grande interaction entre les firmes, et les décisions de chaque firme se prennent en considérant la réaction et les décisions des autres firmes. Avant d'analyser cette forme de jeu oligopolistique sur le marché algérien, nous avons examiné en premier lieu, les caractéristiques de ce marché, les acteurs qu'y exercent ainsi que son évolution pendant ces dernières années. Nous avons ensuite passer au interactions qui existe entre les trois firmes oligopolistiques en se dotant a des outils de la théorie des jeux afin que nous pouvons calculer les différents équilibres, d'abord en forme statique et puis en firme dynamique.

4.1 Le marché algérien, chiffre et statistique :

Dans la section qui suit, nous présentons le marché algérien de télécommunication. Nous commençons par donné un petit aperçu sur l'évolution et l'ouverture de l'économie algérienne, et les répercutions de cette ouverture sur le marché des télécommunications. Nous présentons ensuite les trois opérateurs du marché. Nous terminerons avec une analyse sur l'évolution du marché.

4.1.1 Historique et évolution :

Dans le contexte mondial des nouvelles technologies, qui a débuté avec ce nouveau millénaire, le secteur de télécommunications est devenue un secteur qui promet a des profits grandioses, ces profits sont dus au grand intéressement porté par les consommateurs à cette révolution technologique du monde de communication.

Même si le marché des télécommunications s'est ouvert tardivement à la concurrence dans les pays émergente, la situation a évolué rapidement.

Aujourd'hui, la majorité des pays dont l'Algérie, ont engagé des politiques visant à introduire la concurrence, instituant en outre des organes de régulation indépendants.

4.1.1.1 l'ouverture de l'économie algérienne :

Des les années quatre-vingt dix l'Algérie est passé d'une économie diriger a une économie de marché libre ou d'économie de marché. Des les années 2000 l'Algérie a rentré dans des négociations en vue d'adhésion à l'Organisation Mondiale du Commerce (OMC), et en même temps signer un accord de partenariat avec l'Union Européenne. Ces différents accord et négociation ont obligé l'Algérie a libéré son économie au échanges internationaux et au investissements direct a l'étranger. Le secteur de télécommunication a occupé une très grande importance parmi l'investissement étranger en Algérie. Il est, depuis 2000 soumis a des reformes par des lois et des règles afin de rattraper le retard constaté sur ce secteur.

Selon Autorité de Régulation de la Poste et des Télécommunications (ARPT) les revenus du secteur représenter que 1% du PIB national en 2002. Selon l'ARPT toujours, l'ouverture touche l'ensemble des segments (Internet, téléphonie mobile, services postaux, téléphonie fixe etc.) et elle s'articule autour de 5 grands axes :

-La mise en place d'un nouveau cadre législatif et réglementaire-La création d'une Autorité de régulation indépendante et efficace

-La libéralisation des marchés des télécommunications et de la poste, et la promotion de l'investissement privé.
- La préservation et le développement du Service Universel
-L'ouverture du capital de l'opérateur historique des télécommunications à un investisseur stratégique. (1)

4.1.1.2. Marché de la téléphonie mobile

L'introduction de la téléphonie mobile en Algérie était en 1994 avec la Radio Téléphonie Mobile : NMT/NOKIA analogique.

En janvier 1999 les premières installation du réseau GSM (Global System for Mobile Communication) avec 60.000 équipements, puis une extension de 40.000 en 2000, tandis que le nombres des abonnés remonter a 98.000 fin 2001. Les deux systèmes mobiles (NMT et GSM) comptaient ainsi 138.000 équipements et un parc de 116.000 abonnés à fin 2001. Le 10 mai 2001 le segment de la téléphonie mobile a été ouvert à la concurrence par appel d'offre international qui a l'opérateur Orascom d'avoir une deuxième licence de GSM, et une troisième octroyer en 2003 par l'opérateur Koweïtien de télécommunications Wataniya Telecom. (2)

4.1.1.3. Les opérateurs de télécommunications

Le marché algérien de télécommunications est un oligopole constitué de trois opérateurs. L'interaction de ces acteurs dans le marché des télécommunications est un facteur de diversification et un moyen d'atteindre l'efficacité. C'est en effet l'objectif de la politique d'ouverture et de libéralisation. La concurrence s'annonce rude pour les années à venir entre Algérie Télécom, l'opérateur historique, et les deux opérateurs Orascom Télécom Algérie qui est entré en 2001, et Wataniya Algérie Télécom le dernier entrant fin 2003.

----
(1) ARPT Rapport annuel 2002.
(2) ARPT Rapport annuel 2004.

I. Algérie Télécom

L'ouverture du secteur algérien de télécommunication a poussé le gouvernement algérien de séparer les activités postales des activités de télécommunications. En août 2001 Algérie Télécom a été créé et elle s'est dotée d'une filiale mobile, Algérie Télécom Mobile (ATM) en 2003 qui s'en charge de l'activité mobile.

Algérie Télécom est une société publique avec un capital de 100 millions de DA à raison de 20.000 actions d'une valeur de 5 000 DA chacune. Le gouvernement possède 100% des parts mais son capital devrait se libérer au secteur privé à partir de 2004. La firme détient le monopole de la téléphonie fixe et s'exerce aussi sur le réseau mobile. Algérie Télécom offre également des services VSAT et INMARSAT aussi.

Elle offre des services de transmissions par câble avec DZPAC et MEGAPAC, ainsi que le service télex et des services de lignes spécialisées nationales et internationales.

Selon les statistiques de l' ARPT, l'opérateur historique utilise aussi un réseau national de transmission numérique de :

- 15 000 Km de fibre optique en service.
- 2 000 km en cours de réalisation.
- 3 000 km prévus en 200
- 20 000 Km de faisceaux hertziens numériques.

Un réseau commercial de 65 agences commerciales et 300 divisions commerciales est reparti sur l'ensemble du territoire algérien, ainsi que plus de 20 000 employés sont déployés pour l'ATM. (1)

II. Orascom Télécom Algérie OTA

Orascom Télécom Algérie était le deuxième opérateur de téléphonie mobile exerçant sur le territoire algérien. En 2001, elle a octroyé la deuxième licence GSM attribuer par l'ARPT suite a l'appel d'offres lancé par le gouvernement, et qui l'a décroché parmi plusieurs opérateurs mondiaux tel que Orange (France), Telefonica d'Espagne et du Portugal. Le montant de l'investissement initial déboursée par Orascom Télécom Algérie été de 737 millions US$. La licence d'exploitation obtenue par Orascom Télécom Algérie lui a permis de couvrir l'ensemble du territoire algérien avant décembre 2003.

----

(1) ARPT Rapport annuel 2004

En commencent son activité, Orascom Telecom Holding possède 53,5% de Orascom Telecom Algérie, 43,1% des actions été possédé par ORATEL la compagnie British Virgin Island, et les 3,4% restant appartenais à l'investisseur algérien le groupe CEVITAL.

L'opérateur OTA et ATM bénéficient de presque deux ans d'exclusivité dans le marché du GSM en algérie. (1)

III. Wataniya Télécom Algérie (WTA)

La société Wataniya Télécom Algérie est filiale de Wataniya Telecom, société Koweïtienne de télécommunications fondée en 1997 qui opère sur le réseau GSM du Koweït depuis 1999, elle détient près de 60% de taux de pénétration au Koweït, et elle est considérée comme le premier opérateur GSM dans ce pays. Wataniya Telecom a réussie a rempoté en 2003 la troisième licence de GSM en Algérie parmi huit autres sociétés. Wataniya Télécom Algérie a proposé le meilleur prix, ainsi qu'elle a été choisi pendant la phase de pré qualification comme la meilleur parmi toute les autres firmes, sur la base de son l'expérience dans la construction et l'exploitation de réseaux mobiles (Wataniya Telecom a participé au développement du réseau GSM de Tunisiana en Tunisie et à celui d'Asia-Cell dans le nord de l'Irak), les capitaux propres et la capitalisation boursière et le nombre d'abonnés. (2)

4.1.2 L'évolution du marché :

La téléphonie fixe, mobile et l'Internet a connu une très grande progression depuis son ouverture. Les taux de pénétration ont connu une évolution remarquable pendant ces dernières années.

Dès la rentrer du troisième opérateur, les tarifs de communications téléphoniques mobiles ont connu de très grande évolutions. Une concurrence de mixte marketing a été lance par les trois opérateurs notamment sur les prix et les services avec des formules innovantes surtout pour les offres des services multimédia. Cette concurrence a eu un impact sur les tarifs des communications : Diminution des tarifs types communications pour le prépayé et le tarif de la communication internationale pour le postpayé.

----
(1) ARPT Rapport annuel 2004
(2) ARPT Rapport annuel 2004

La Facturation à la seconde après la première minute indivisible pour ATM, WTA et la facturation par palier de 30 secondes pour OTA. Gratuité de certains services tel que la messagerie vocale. Les offres promotionnelles ont apparu en période de Ramadans Le marché de la téléphonie mobile a continué pendant l'année 2005 sa croissance et sa progression avec les trois (03) opérateurs mobiles (ATM, OTA et WTA). Au 31 décembre 2005, l'Algérie comptait 13 661 000 abonnés de téléphone mobile de norme GSM, soit un taux de pénétration de 41.50%. (1)

La croissance du marché s'est encore évoluée dans les années qui ont suivie en atteignant en 2007 le nombre de 27562721 d'abonnés. Cette croissance qui était due a une concurrence très rude, principalement sous forme de guerre des prix et des abaissements des tarifs surtout dans des moments occasionnels, a commencé a diminuer et le marché rentre dans une phase de maturité et de saturation. Le tableau suivant 5.1 montre l'évolution des nombre des abonnés de 1998 jusqu'a 2007.

Année	Nombre total d'abonnée	Le taux de pénétration
1998	18000	0.06
1999	72000	0.24
2000	86000	0.28
2001	100000	0.32
2002	450244	1.5
2003	1446927	4.67
2004	4882414	15.26
2005	13661355	41.52
2006	20997954	63.6
2007	27562721	81.5

Tableau 4.1 l'évolution des nombres d'abonnés

(*Source* : ARPT Rapport annuel 2007)

----

(1) ARPT Rapport annuel 2007.

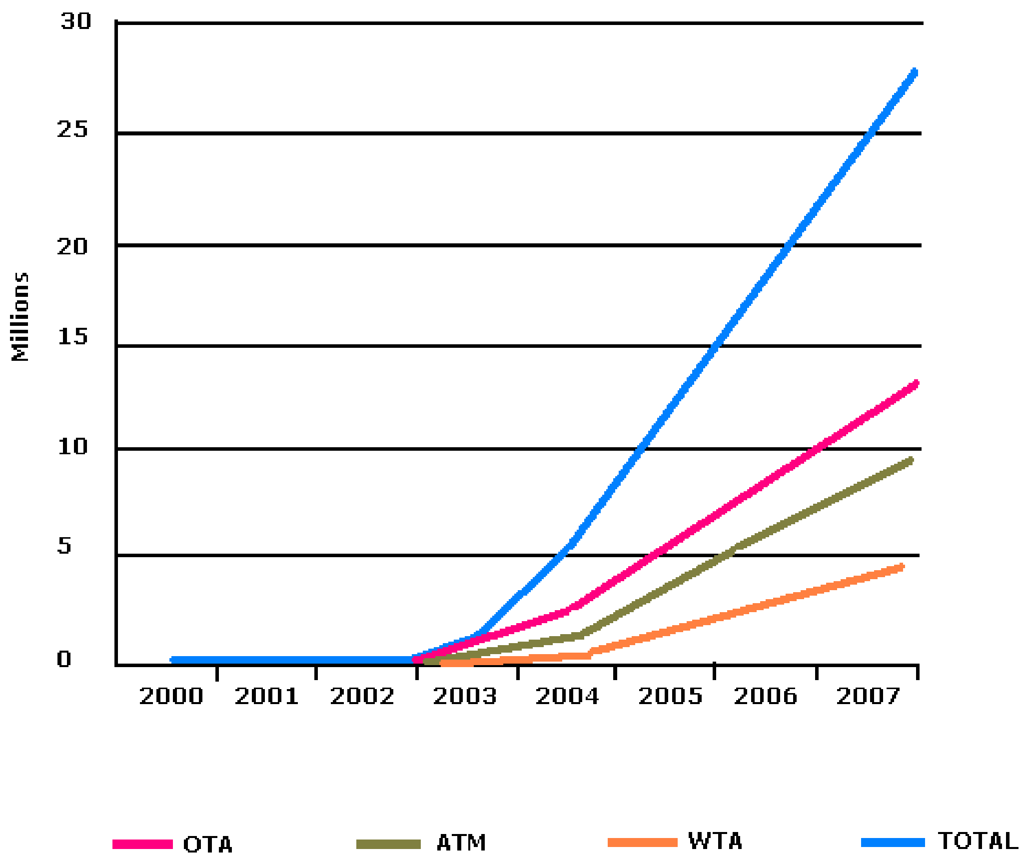


Figure 4.1 l’évolution des nombres d’abonnés

(*Source* : ARPT Rapport annuel 2007)

4.2. ÉTUDE DES INTERACTIONS DANS L'OLIGOPOLE ALGERIEN DE TELECOMMUNICATION :

Dans la présente section, nous étendons l'analyse du marché algérien de télécommunication sur des jeux oligopolistiques. Nous examinons en premier lieu la structure et les caractéristiques du marché algérien en employant la méthode (S-C-P) apporter du jargon de l'économie industrielle. Nous passons ensuite à l'application des équilibres de Cournot Nash sur un jeu d'un seul coup, et puis nous étendons l'analyse à des jeux répétés.

4.2.1 La structure du marché Algérien :

Nous employons la méthodologie de (S-C-P) structure-conduite-performance pour examiner :

1- La structure de ces marchés - un petit nombre de grandes entreprises qui sont Algérie telecom mobile (ATM), Orascom telecom Algerie (OTA), Wataniya telecom Algerie (WTA). L'existence de barrières à l'entrée avec des licences et des investissements initial importants ; des produits homogènes au début puis différenciés par la suite par la publicité, l'image de marque, la réduction des prix, etc.;...

2- Le comportement de ce marché que ce soit la concurrence, avec des rabais sur les prix au début et puis une collusion, avec fixation des prix, ou bien la concurrence en investissement en matière d'image de marque par des grand budgets de publicité.

3 Les performances - ceci est plus difficile à analyser a cause de manque d'information. Théoriquement, les entreprises vont réaliser des profits anormaux ou de monopole sur le long terme à travers des barrières d'entrée et ou par la collusion présumée.

On peut considéré le marché algérien comme un oligopole constitué de trois opérateurs qui approvisionnent la totalité du marché. Étant donne que le marché était en pleine croissance, les trois firmes ont eu conscience qu'il avait des opportunités immense pour augmenté leur parts de marché et ainsi leurs profits. C'est pour cette raison, que la concurrence au début était acharnée, et les firmes proposaient des produits presque semblables et avec des prix qui se convergeaient généralement dans un intervalle limités, pour combler cette croissance du marché. Chaque firme baissait donc ses prix pour attirer plus de consommateurs.

OTA des 2003 a pris sa place de leader après avoir proposer sa nouvelle technologie du prépayée qui représente 97,01% du total des usagers de la téléphonie mobile, alors que la

« part d'abonnés » de la formule « postpayée » (clients sous contrat) commence a baissé depuis l'ouverture du marché à la concurrence.

Les part de marché des mobiles commencent a se modifie après la rentre de WTA. En 2003 OTA détenait 88% du marché des prépayée contre 12% pour ATM. En 2004 OTA détenait 70 % du marché global contre 24 % pour ATM et 6 % pour WTA. Au 31 décembre 2005, les parts de marché de OTA ont chutaient vers 53% du marché global contre 36% pour ATM et 11% pour WTA. La croissance enregistrée, près de 180%, entre 2004 et 2005 est remarquable. C'est OTA qui connaît la plus forte progression en terme de nombre de lignes et un taux de 112% d'augmentation des abonnés. AT connaît un taux de progression de plus de 317% et WTA, qui arrive sur le marché, plus de 400%. Au 31 décembre 2007, et comparativement à l'année 2006, les résultats relatifs au marché de la téléphonie mobile révèlent que l'opérateur OTA a perdu 1,6 point de part de marché ; l'opérateur WTA a progressé de 2,04 points et l'opérateur ATM enregistre sensiblement le même taux, soit 35,17%. (1)

Étant donné que le marché est en maturité, la concurrence entre ces trois opérateurs s'est modifiée en se dirigeant d'une concurrence de prix vers une concurrence concerté.

Part de marché	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
ATM	100	100	30.03	11.59	24.10	35.93	35.6	35.17
OTA	00	00	69.97	88.41	70.01	53.27	50.15	48.55
WTA	00	00	00	00	5.89	10.81	14.24	16.28
Total	100	100	100	100	100	100	100	100

Tableau 4.2 Évolution des parts de marché des trois opérateurs

(*Source* : ARPT Rapport annuel 2007)

----

(1) ARPT Rapport annuel 2007

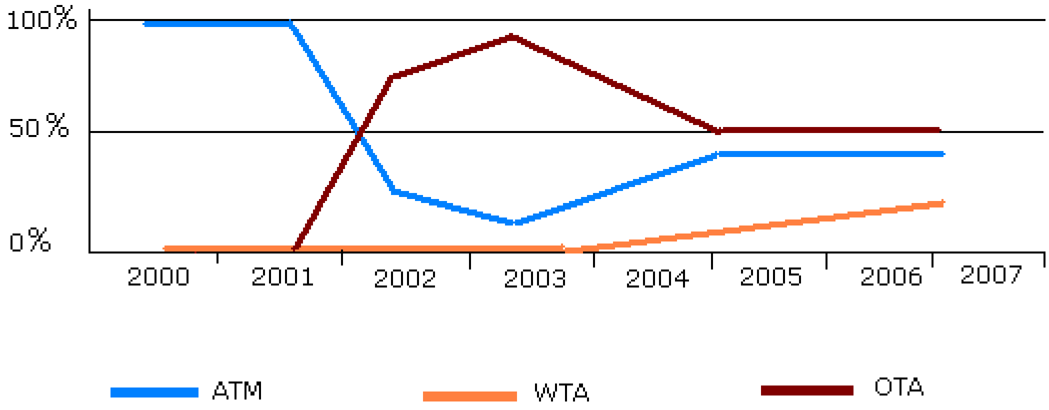


Figure 4.2 Évolution des parts de marché des trois opérateurs

(*Source* : ARPT Rapport annuel 2007)

4.2.2 Le jeu d'oligopole statique :

4.2.2.1. Le Model :

Étant donné que la structure du marché algérien des télécommunications est un oligopole, il existe une interdépendance et des interactions entre les firmes opérantes. Chaque firme ne peut pas prendre ses décisions sans tenir compte des réactions des autres firmes. La théorie des jeux est l'outil mathématique qui nous permet de modéliser ces interactions stratégiques. Nous supposons d'abord que les entreprises produisent un produit identique. Comme les décisions finales sont prises simultanément chaque entreprise approvisionne le marché sans avoir observé le niveau de production de l'autre entreprise. Le prix du marché, P, est déterminé pour que l'offre globale, Q, soit seulement demandée. Nous supposons que la demande totale pour le produit est déterminé par une fonction inverse de la courbe de demande P = a - Q, où (a) est une constante positive. Il est supposé être des coûts marginaux constant égal à C et pas de coûts fixes (les coûts fixes sont amortis). Chaque entreprise est assumée maximiser ses profits. A partir de cette description informelle, nous pouvons identifier les trois exigences de base pour un jeu sous forme normal.

(1) Les joueurs

Ce sont les trois firmes opérateurs : Algérie telecom mobil (ATM), Orascom telecom Algerie (OTA), Wataniya telecom Algerie (WTA).

(2) Les stratégies à la disposition de chaque joueur

Comme il s'agit d'un jeu statique, les stratégies disponibles sont les mêmes que les actions possibles des joueurs. Les stratégies disponibles sont donc les quantités possibles de bien que chaque entreprise peut l'approvisionné au marché. Nous supposerons que les entreprises peuvent fournir n'importe quel niveau positif de la production.

(3) Le payement

Ce sont les ventes, les parts de marché ou les bénéfices que chaque entreprise reçoit.
Notre étude va se limiter à l'étude des prépayée qui représente 97,01% du total des abonnés de la téléphonie mobile.

4.2.2.2. La fonction de demande du marché :

On commence par une estimation de la fonction de demande total du marché du prépayée. En raison de manque d'informations concernant les variables explicatives qui peuvent constitué une fonction de demande, on se contentera pour trouver cette dernière par l'intégration d'une seule variable qui est le prix, c.a.dire le coût moyen d'une communication d'un service prépayées. On s'est recourait à la méthode des moindres carrés pour calculer la tendance et extraire ainsi une fonction de demande du marché. On commence par la détermination de la demande de 2002 a 2009 et puis les taris respectifs.

a. La demande :

Le tableau suivant montre le nombre d'abonnées de téléphone mobile de prepayée en Algérie de 2002 a 2009 ainsi que les parts de marché respectives des trois operateurs. (1)

Années	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Abonnés	450244	1446927	4882414	13661355	20997954	27562721	29246642	32600000
Prépayée %	450244	1172010	4491820	13224191	20389013	26793402	27784309	30970000
Part de marché AT	30	11.59	24	36	36	35	32.5	30
Part de marché OTA	70	88.41	70	53	50	49	49.7	45.5
Part de marché WTA	00	00	6	11	14	16	17.8	24.5

Tableau 4.3 part de marché des trois opérateurs pour le marché des prépayée.

b. Les tarifs :

La méthode utilisé pour calculer le coût moyen d'une communication en prépaye en Algérie était basé sur le coût moyen annuel d'une puce prépayé plus le coût pondéré des tarifs de communication de chaque opérateur.

Le calcule sera comme suit (prenons l'exemple de Algérie télécoms mobile) :

Coût moyen d'une communication d'un produit de Algérie télécoms mobile (C.M. ATM).

----

(1) de 2002 a 2007 on s'est basé sur le rapport annuel de la ARPT 2007. En 2008 notre source était le site web nticweb.com. Les chiffres de 2009 sont du site web newspublish-algerieautrefois.com.

C.M. ATM = le prix d'accès / le nombre des minutes annuelles + le taris des appels vers le fixe × le trafic des appels sortants vers le fixe + le taris vers ATM × le trafic des appels vers ATM (On-net) + le taris vers les autres opérateurs × le trafic des appels sortants vers les autres opérateurs (Off-net) + le tarif des appels vers l'étranger × le trafic des appels sortants vers l'étranger.

Et on calcule le coût moyen de tous les produits de chaque opérateur et puis le coût moyen des communications des trois opérateurs en pondérant chaque coût avec sa proportion de part de marché respective.

Années	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Prix ATM	23,19	24,79	16,23	12,57	10,33	8,15	8,01	8,01
Prix OTA	27	20	17,7	11,64	10,7	7,98	7,98	7,98
Prix WTA	00	00	14,28	12,74	11,18	11,18	9,02	8.1
Prix moyen	25,85	20.55	17.22	12.08	10,62	8.54	8.16	8.01

Tableau 4.4. Le prix moyen d'une communication mobile en Algérie.

c. Estimation de la fonction de demande :

On commence par estimer une fonction de demande en introduisant des donnés agrégées des trois opérateurs. On prend le nombre total des abonnés dans le marches algérien des télécommunications comme variable dépendante (*y*), et le coût moyen pondéré selon les parts de marché de chaque opérateur comme variable indépendante (*x*).

Années	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Nombre d'abonnée (*y*)	450244	1172010	4491820	13224191	20389013	26793402	27784309	30970000
Prix moyen (*x*)	25,85	20,55	17,22	12,08	10,62	8,54	8,16	8.01

On a utilise la méthode des moindre carré pour calculer la régression de la demande du marché.

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{a}.\mathbf{X} + \boldsymbol{b}$$

$$a = \frac{\sum (x - X).(y - Y)}{\sum (x - X)^2}$$

$$b = \mathrm{Y} - a.\mathrm{X}$$

$$X = \frac{1}{n} \sum x$$

$$Y = \frac{1}{n} \sum y$$

	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	Somme
Nombre d'abonnée (*y*)	450244	1172010	4491820	13224191	20389013	26793402	27784309	30970000	130848257
Prix moyen (*x*)	25,85	20,55	17,22	12,08	10,62	8,54	8,16	8.01	111
X	13.87	13.87	13.87	13.87	13.87	13.87	13.87	13.87	13.87
Y	16356032	16356032	16356032	16356032	16356032	16356032	16356032	16356032	16356032
***x*-X**	11,98	6,88	3,35	-1,97	-3,25	-5,33	-5,71	-5,89	
***y*-Y**	-15905788	-14909105	-11473618	-2694677	4641922	11206689	12890610	16243968	
(*x*-X) (*y*-Y)	-190551340,2	-102574642,4	-38436620,3	5308513	-15086246,5	-59731652,37	-73605383,1	-95676971,5	-570354343
(*x*-X) (*x*-X)	143,5204	44,6224	11,2225	3,2041	10,5625	28,4089	32,6041	34,6921	308,837

Tableau 4.5. L'estimation de la demande du marché de la communication mobile en Algérie avec la méthode des moindres carrés.

La fonction de demande du marché Algérien de la communication mobile est :

$y = -2331930.255\, x + 46198372.32$

$\mathbf{Q_d = -2331930.255\, p + 46198372.32}$

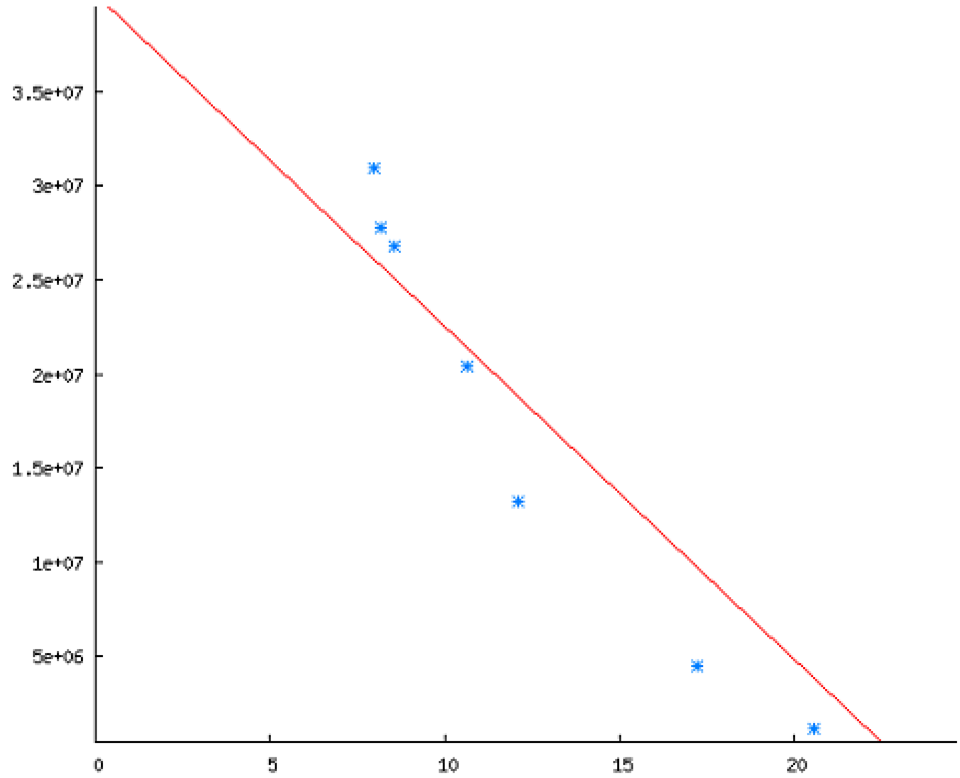


Figure 4.3. La courbe de demande du marché Algérien du prépayé

4.2.2.3. L'équilibre du jeu :

I. Jeu de quantités a la Cournot :

Pour des raisons de manque d'information on a pris comme postulat que les trois joueurs (opérateurs) ont une fonction de coût symétrique (même fonction de coûts).

$$\boldsymbol{Q_d = -2331930.255\, p + 46198372.32}$$

$$\boldsymbol{p} = 19.81 - \boldsymbol{Q} / 2331930$$

$$Qd = q_{\text{ATM}} + q_{\text{OTA}} + q_{\text{WTA}} = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\Pi_{(\text{ATM})} = q_{(\text{ATM})}\, p - c$$

$$\Pi_{(\text{ATM})} = q_{(\text{ATM})}\, (19.81 - \boldsymbol{Q} / 1768448) - c\, q_{(\text{ATM})}$$

$$\Pi_{(\text{ATM})} = q_{(\text{ATM})}\, (19.81 - 0.000000428\, Q) - c\, q_{(\text{ATM})}$$

$$\Pi_{(\text{ATM})} = q_{(\text{ATM})}\, (19.81 - 0.000000428\, (q1 + q2 + q3)) - c\, q_{(\text{ATM})}$$

$\Pi_{(ATM)} = q_{(ATM)}(19.81 - 0.000000428\, q1 - 0.000000428\, q2 - 0.000000428\, q3) - c\, q_{(ATM)}$

$\Pi_{(ATM)} = 19.81\, q1 - 0.000000428\, q1\, q1 - 0.000000428\, q1\, q2 - 0.000000428\, q1\, q3 - c\, q_{(ATM)}$

La maximisation des profits est atteinte en annulant la première dérivé de la fonction de profit, le calcul sera comme suit :

$\Pi_{(ATM)} = 19.81 - 0.000000856\, q1 - 0.000000428\, q2 - 0.000000428\, q3 - c$

$q_1 = 23143945 - 1/2\, q2 + 1/2\, q3 - c$, est la fonction de réaction de ATM.

On procédant au même calcul, on a ainsi les trois fonctions de réaction pour les trois opérateurs :

$R_{ATM}\,(q_{OTA}\,, q_{WTA}) = q_{ATM} = 23143945 - 1/2\, q_{ATO} - 1/2\, q_{WTA} - c$

$R_{OTA}\,(q_{ATM}\,, q_{WTA}) = q_{OTA} = 23143945 - 1/2\, q_{ATM} - 1/2\, q_{WTA} - c$

$R_{WTA}\,(q_{ATM}\,, q_{OTA}) = q_{WTA} = 23143945 - 1/2\, q_{ATM} - 1/2\, q_{OTA} - c$

On est devant une équation de trois inconnus, et étant donné que les trois firmes on les même fonction de coût comme s'est déjà supposé, la solution est comme suit :

$q_{ATM} = q_{OTA} = q_{WTA} = 11571972$

Ainsi la quantité de l'équilibre de Cournot Nash est : 13271028

A l'équilibre :

$\boldsymbol{Q} = 11571972 * 3 = 34715916.$

$\boldsymbol{p} = 19.81 - \boldsymbol{Q} / 2331930 = 4.92$

$\Pi_{(ATM)} = q_{ATM} * p = 56966465$

$\Pi_{(OTA)} = q_{OTA} * p = 56966465$

$\Pi_{(WTA)} = q_{WTA} * p = 56966465$

II. Jeu de prix a la Bertrand :

Comme ça été déjà cité dans le troisième chapitre, la concurrence par le prix en cas de coûts unitaires ou marginaux identiques, conduit a une production a profit nul due a la guerre des prix entre les firmes. Chaque firmes baisse ses prix afin qu'elle puisse attirer les clients vers elle, et chaque abaissement de prix sera suivi par des abaissements des prix par les autre firmes jusqu a ce qu'on arrive a une situation d'équilibre ou tous les prix sont égaux et ils égalent au coût marginal. On appelle cela le paradoxe de Bertrand. Mais une production a profit nul ne peut avoir lieux. Les firmes dans de tel situations, cherchent souvent a y échappés par une collusion ou par une différenciation.

Compte tenu des donné empirique du marché Algérien, et étant donné de l'absence d'information en ce qui concerne les fonctions de coûts des trois firmes, on ne peut pas calculer un équilibre de Bertrand Nash dans ce marché différencié. Mais on peut constater que les firmes s'investissent dans des grand budget de publicité et de promotion pour se différencier l'un de l'autre, et par conséquence se différencier par leurs prix, mais ça reste toujours dans un intervalle très limité (0.12 DA) 7.98 DA pour OTA, 8.01 DA pour ATM, et 8.1DA pour WTA.

Donc on peut dire aussi que les trois firmes on eu conscience qu'elles vont se concurrencer pendant les années qui vont suivre, pour cela il ont opté pour une entente ou une collusion tacite concernant les prix, au lieu de rentrer dans une guerre de prix, comme on va l'expliquer dans la section suivante.

4.2.3. L'analyse dynamique de l'oligopole algérien de télécommunication :

Le résultat attendu du modèle de Cournot ou de Bertrand était soit un équilibre de Nash ou un équilibre de Nash en sous jeu parfait. Dans ces modèles à un seul coup, l'équilibre n'était pas un Pareto optimum. La possibilité de collusion non coopérative des trois firmes apparaît lorsqu' ils interagissent à plusieurs reprises. Grâce à la collusion effective toutes les trois entreprises pouvaient recevoir des bénéfices plus élevés. En effet, si l'oligopole est modélisé sous la forme d'un jeu répété à horizon infini, une collusion tacite stable peut être alors considérer comme un équilibre non coopératif du jeu répété. Pour cela, il faut voire s'il existe des incitations dans le marché pour que les trois firmes s'entendent tacitement et non pas officiellement, car la lois de la concurrence interdise un tel comportement. Chaque firme a individuellement intérêt à respecter la collusion si le gain attendu d'une déviation est inférieur aux gains émanant d'une collusion qui s'ensuivraient. Les firmes entretiennent donc des relations *non coopératives* qui sont équivalentes stratégiquement à un dilemme du prisonnier. Comme les firmes ne peuvent légalement s'accorder sur une solution coopérative, elles doivent le faire de manière tacite en tirant parti de leurs interactions répétées sur le marché.

Cette condition correspond aux contraintes incitatives de non déviation. Ces contraintes permettent de s'assurer que les firmes parties prenantes à la collusion obtiennent un gain supérieur en ne déviant pas de l'accord tacite.

La comparaison des flux de profits associés à la stratégie de collusion et à la meilleure stratégie de déviation nécessite l'introduction d'un facteur d'actualisation qui donne une commune mesure aux profits présents et futurs. Il correspond à la valeur que les firmes accordent au présent ou encore à une appréciation subjective du taux d'intérêt. On peut dire aussi qu'une promesse d'une future coopération peut être utilisé pour déclencher la coopération d'aujourd'hui. Pour que la promesse soit crédible, la valeur actuelle du maintien de la collusion doit dépasser la valeur actuelle de la déviation de ces résultats coopératifs et de s'engager dans une réduction des prix

Les trois entreprises peuvent être mieux si ils ont tous fixé des prix plus élevés.

Il existe une très grande flexibilité concernant la politique des prix pour les trois firme, c'est a dire que chaque entreprise peut modifié ses prix facilement face a une modification issu d'autre firme. Donc n'importe quel réduction de prix de la part d'une firme sera copiée immédiatement des autres. Il n'y aura pas donc de profit du a une déviation ou une réduction de prix.

En comparons les gains de l'entente ou de la trêve de la guerre des prix avec les gains de l'équilibre de Nash :

A l'équilibre de Cournot Nash les gains seront :

$q* = 11571972.$

$Q = 34715916.$

$p* = 4.92.$

Π (pour chaque firme) = 56966465.

Les gains a l'entente :

Prix de l'entente (actuel) $p = 7.98.$

$Q = 30970000$ (le nombre des abonnées actuels).

$\Pi_{(ATM)} = q_{ATM} * p =$ 30970000 * 0.3 (part de marché) * 8.01 = 74420910.

$\Pi_{(OTA)} = q_{OTA} * p =$ 30970000 * 0.455 * 8.01 = 112871713.

$\Pi_{(WTA)} = q_{WTA} * p =$ 30970000 * 0.245 * 8.01 = 60777076.

On peut voir facilement que les gains a la collusion sont plus élevée a celle de l'équilibre de Nash.

$\Pi c_{(ATM)} = 74420910 > \Pi e_{(ATM)} = 56966465.$

$\Pi c_{(OTA)} = 112871713 > \Pi e_{(OTA)} = 56966465.$

$\Pi c_{(WTA)} = 60777076 > \Pi e_{(WTA)} = 56966465.$

On peut très bien constater que les gains avec les prix actuels et la demande actuelle sont élevés par rapport aux gains obtenus à l'équilibre de Nash. Ce qui nous ramène a dire que l'équilibre de Cournot Nash dans ce cas n'est pas un Pareto optimum, ainsi donc les trois firme on intérêt a s'entendre tacitement (la lois interdit tout forme de collusion ou d'entente officielle) pour ne pas rentrer dans une guerre de prix et par conséquent un abaissement de leurs profits future. Dans le cas de l'oligopole Algérien de télécommunication on voie très bien que les prix se sont stabilisé dans un intervalle de 0.12 DA (7.98 DA pour OTA, 8.01 DA pour ATM, et 8.1DA pour WTA).

Une petite différence de prix ne va influencer le choix du consommateur, on peut dire qu'il y a presque le même prix sur le marché. Les trois firmes se concurrence par la publicité et par les politiques marketing pour attirer plus de clients vers eux et ainsi augmenter leurs parts de marché.

CONCLUSION :

Depuis l'année 2003 et après l'octroi de la troisième licence par WTA Le marché algérien de télécommunication est devenu un oligopole constitué de trois firmes ATM (Algerie Telecom Mobile), OTA (Orascome Telecom Algerie), WTA (Wataniya telecom Algerie) et qui partage le marché avec des parts de marché différentes.

Les trois firmes fournissent presque les mêmes services et avec la même technologie. Dès l'entré de WTA sur le marché, les trois firmes ont rentré dans une guère de prix, en diminuant leurs prix de 25 Da l'unité a 8DA l'unité.

Pendant ces dernières années, les trois firmes ont eu conscience qu'ils vont se concurrencer pendant plusieurs années, ainsi donc, chaque réduction de prix sera immédiatement recopiée par les autres et par conséquent les profits baissent.

Pour échapper a cette concurrence des prix, les firmes ont opté pour d'autre type de concurrence tel que le développement d'une image de marque par une politique de publicité, et de promotion, etc.….

Jouer un jeu répété dont la fin est indéterminée permettra aux firmes oligopolists de passer d'une concurrence acharnée à une concurrence concertée. Depuis ces trois dernières années, les oligopolists maintiennent une collusion tacite sur les niveaux des prix qui se sont stabilisés au niveau de 8 DA l'unité.

CONCLUSION GENERALE

Ce modeste travail nous a permis de mieux cerner l'idée du fonctionnement de l'oligopole. Ce type de structure du marché qui fait partager l'offre entre peu d'offreurs, nous oblige à étudier les interactions qui s'y produisent, plutôt que de chercher à maximiser les profits de chaque offreur indépendamment des autres. Avec ce petits nombres d'offreurs qu'on appel oligopoleurs, la meilleure action pour chaque concurrent dépend de ce que les autres font. Ainsi les firmes sont impliquées dans des situations stratégiques, comme c'est étudié dans la théorie de jeux. La théorie des jeux est une théorie explicative et non pas une théorie normative.

Dans la théorie des jeux, les résultats dépendent de la configuration des paiements et le protocole du jeu (les règles du jeu). Les paiements peuvent s'étendre a des intérêts complètement opposés (un jeu à somme nulle) aux intérêts complètement parallèles.

Lorsque les duopoleurs produisent des produits identiques, les résultats possibles dépendent de la nature des paiements (tels que déterminés par la courbe de demande du marché et des fonctions de coûts des entreprises) et le protocole du jeu, ainsi que le comportement assumé des décideurs. Si la quantité est la variable de décision et le protocole de mouvement simultané s'applique, à l'extrême les entreprises peuvent se comporter comme un monopoleur commun (le résultat de collusion) et à l'autre extrême en tant que concurrents (le jeu de concurrence). La solution est l'équilibre intermédiaire de Nash Cournot : chaque entreprise choisit de manière optimale, compte tenu de la quantité de production de l'autre entreprise. Lorsque le prix est la variable de décision à la place, la solution de Nash est appelé l'équilibre de Nash Bertrand : chaque entreprise choisit des prix maximisant le profit, étant donné les prix des autres. La concurrence par les Prix est plus sévère que la concurrence en quantité, et conduit ainsi à des résultats pires pour les entreprises (mais de meilleurs résultats pour les consommateurs). Pour le protocole du mouvement séquentiel, le leader de Stackelberg à un certain avantage dans la concurrence par la quantité, mais un désavantage dans la concurrence des prix.

Le fait que les oligopoleurs ont eu conscience qu'il vont se retrouver mainte et mainte fois face a face, ça peut leur donné une idée selon la quel que la coopération peut être une façon d'agrandir le gâteau et donc partager des profits mieux que s'il rentre dans une guerre de prix, sinon ils recourent a la différenciation de leurs produits. Pour maintenir la coopération, il faut que le futur soit assez long et que les firmes n'aient pas su la fin de leur compétition.

L'oligopole algérien de télécommunication ne dévie pas de cet règle ; notre étude nous a permis de constater que les firmes concurrente ont su qu'il vont ce concurrencer pendant plusieurs années, il ont donc préférer de s'entendre sur les prix plutôt que de rentrer dans une guerre de prix (chaque réduction de prix sera immédiatement recopier par les autres et par conséquent les profits baissent.

En revanche les firmes ont opté pour une concurrence par différenciations de leurs produits, en adoptant des politiques de communication par la publicité, les promotions et le développement de leurs images de marque.

Bibliographie

Livres:

1- Anthony Kelly “Decision Making using Game Theory, An introduction for managers” Cambridge University Press, New York, United States of America 2003.

2- Bernhard von Stengel “Game Theory Basics” Department of Mathematics, London School of Economics, Houghton St, London WC2A 2AE, United Kingdom, October 6, 2008

3- Christian Schmidt “Game Theory and EconomicAnalysis, A quiet revolution in economics” Éditions Dalloz 2002

4- Daniel Friedman, Alessandra Cassar, “Economics Lab, An intensive course in experimental economics” Routledge, the Taylor & Francis Group LONDON AND NEW YORK 2004.

5- DEBRAJ RAY “A Game-Theoretic Perspective on Coalition Formation” Oxford University Press Inc., New York 2007.

6- Drew Fudenberg, Jean Tirole « game theory » MIT Press 1991.

7- Edward w. Packel “THE MATHEMATICS OF GAMES AND GAMBLING” Copyright by the Mathematical Association of America (Inc.) the United States of America, 1981

8- Ein-Ya Gura, Michael Maschler “Insights into Game Theory, an Alternative Mathematical Experience” Cambridge University Press 2008,

9- Eric Rasmusen, Francis Bismans « Jeux et information: Introduction à la théorie des jeux » édition de bœck, université Bruxelles Belgique, 2004,

10- Eric Rasmusen “GAMES AND INFORMATION, an Introduction to Game Theory” Basil Blackwell. 2005.

11- F. Guyot « Éléments de microéconomie » Edition technip, paris, 1985.

12- Fernando Vega Redondo “Economics and the theory of games” by Cambridge University Press, New York, United States of America, 2003

13- GRAHAM ROMP “Game Theory Introduction and Applications” Oxford University Press Inc., New York 1997.

14- Hans peters “Game Theory, A Multi-Leveled Approach” © 2008 Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

15- Han T. J. Smit, Lenos Trigeorgis “Strategic Investment Real Options and Games” Princeton University Press, United States of America 2004

16- Hervé Defalvard « Fondements de la microéconomie: Les choix individuels » édition de boeck, université Bruxelles, Belgique, 2003.

17- Hirschey, Mark “Fundamentals of Managerial Economics” South-Western College Pub, February 20, 2008.

18- Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer “PRICE THEORY AND APPLICATIONS Decisions, Markets, and Information” Cambridge University Press, New York 2005.

19- James N. Webb “Game Theory, Decisions, Interaction and Evolution” © Springer-Verlag, London Limited, 2007.

20- Jean Jaskold Gabszewicz « Théorie microéconomique » Edition De Boeck & Larcier s.a. 1987

21- Jean tirole “the theory of industrial organization” the MIT press, Cambridge, Massachusetts, London, England 1994

22- J. C. C. Mckinsey “introduction to the theory of game” The RAND Corporation 1952.

23- J.M Chevalier « Introduction à l'analyse économique » La Découverte, 1994.

24- Kalyan Chatterjee, William F. Samuelson “GAME THEORY AND BUSINESS APPLICATIONS” KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, NEW YORK, BOSTON, DORDRECHT, LONDON, MOSCOWP 2002.

25- Ken Binmore “Fun and Games, a Text on Game Theory” D. C. Heath and Company Lexington, Massachusetts, Toronto, 1992.

26- Ken Binmore “Game Theory: A Very Short Introduction” Oxford University Press Ken Binmore 2007.

27- Ken Binmore, Francis Bismans « Jeux et théorie des jeux » De Boeck&Larcier s.a. 1999 Paris- Bruxelles

28- Kevin Leyton-Brown, Yoav Shoham “Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction” Copyright © by Morgan & Claypool, 2008.

29- Kim Huynh, Damien Besancenot « Économie industrielle » Breal, 2004.

30- Klaus Ritzberger “Foundations of Non-Coperative Game Theory” Oxford University Press, 2003

31- Louis Brickman “Mathematical Introduction to Linear Programming and Game Theory” by Springer, Verlag, New York Inc. 1989.

32- Martin J. Osborne “An Introduction to Game Theory” Copyright 1995–2000 by Martin J. Osborne Oxford University Press.

33- Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein “A Course in Game Theory” The MIT Press 1994

34- MELVIN DRESHER “GAMES OF STRATEGY THEORY AND APPLICATIONS “Research Mathematician, the RAND Corporation, PRENTICE-HALL., INC. ENGLEWOOD CLIFFS, NJ 1961.

35- Michael C. Lovell “Economics with Calculus” by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004.

36- Mike Rosser “Basic Mathematics for Economists” Routledge the Taylor & Francis Group, London 2003

37- Neil Harris “Business Economics, Theory and application” Butterworth-Heinemann OXFORD AUCKLAND BOSTON JOHANNESBURG MELBOURNE NEW DELHI 2001.

38- NICK WILKINSON “Managerial Economics” Cambridge University Press, New York, United States of America 2005.

39- Nicolas Eber « Le dilemme du prisonnier » © L’éditions la Découverte, Paris, 2006.

40- Patrick Gonzalez Jean Crête « Jeux de société ; une initiation à la théorie des jeux » les presse de l’université de Laval 2006.

41- Philip D. Straffin « Game Theory and Strategy » The Mathematical Association of America USA 1993.

42-Richard B. McKenzie, Dwight R. Lee “Microeconomics for MBAs, the economic way of think for managers” Cambridge University Press 2006

43- Robert Gibbons “A Primer in Game Theory “Published by Pearson Higher Education 1992.

45- R. Preston McAfee, J. Stanley Johnson “Introduction to Economic Analysis” California Institute of Technology 2006

46- Shaun P.Hargreaves Heap and Yanis Varoufakis “GAME THEORY, A Critical Introduction” Routledge, the Taylor & Francis, New York, USA, 2003

47- TOM SIEGFRIED “A beautiful math” JOSEPH HENRY PRESS Washington, D.C. Copyright 2006 by Tom Siegfried.

48- Xavier Vives “Oligopoly Pricing Old Ideas and New Tools” © Massachusetts Institute of Technology1999

49- Yoav Shoham, Kevin Leyton-Brown “MULTIAGENT SYSTEMS, Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations” published by Cambridge University Press © Shoham & Leyton-Brown, 2009.

Theses:

1- John Nash, “Non-Cooperative Games” Thesis, Faculty of Princeton University 1950.

Webographie:

1- Hans-Theo Normann “Endogenous Stackelberg Equilibria with Incomplete Information” Humboldt–Universit¨at zu Berlin, Germany e-mail: normann@wiwi.hu-berlin.de July 1997

2- newspublish-algerieautrefois.com

3- nticweb.com

Articles:

1- ARPT Rapport annuel 2002

1- ARPT Rapport annuel 2003

1- ARPT Rapport annuel 2004

1- ARPT Rapport annuel 2005

1- ARPT Rapport annuel 2006

1- ARPT Rapport annuel 2007

2- Eric Rasmusen “Bertrand Competition Under Uncertainty” Indiana University School of Business, Rm. 456, 1996.

3- Thierry PENARD « COLLUSION ET COMPORTEMENTS DYNAMIQUES EN OLIGOPOLE : UNE SYNTHESE » CREREG, Université de Rennes1.

Résumé

Des les années 2000, le marché algérien de téléphonie mobile s'est transformé d'un marché de monopole a un marché ouvert a plusieurs opérateurs, est soumis à la loi de l'offre et de la demande.
Le marché algérien se caractérise par l'existence de trois firmes qui domine le marché. Les trois firmes agissent dans une condition de concurrence imparfaite, elles maintiennent un certain degré de puissance du marché. Ces marchés sont souvent appelés dans le langage économique par les oligopoles.
Un oligopole est un marché où il y a un nombre limité de producteurs. La principale caractéristique des oligopoles est l'existence d'interactions stratégiques entre les entreprises. En prenant ses décisions, chaque producteur doit tenir compte des décisions de ses concurrents et aussi de leur réaction probable à ses propres décisions. Il doit également anticiper les effets des décisions de ses concurrents sur son propre profit.
La théorie des jeux représente l'outil le plus approprié pour analyser les interactions qui existent entre les firmes oligopolistiques.
Un jeu d'oligopole est modélisé par la définition des règles du jeu qui précisent les stratégies que peuvent adopter chaque firme et les gains qui y seront associés. Les firmes oligopolistiques tel que les trois firmes opérants sur le marché algérien peuvent par exemple augmenter ou baisser leur prix, accroître ou réduire leur volume de production, faire plus ou moins de publicité, amélioré ou non leur produit ect….
Lorsque les duopoleurs produisent des produits identiques, les résultats possibles dépendent de la nature des paiements et le protocole du jeu. Si la quantité est la variable de décision et le protocole de mouvement simultané s'applique, à l'extrême les entreprises peuvent se comporter comme un monopoleur commun (le résultat de collusion) et à l'autre extrême en tant que concurrents (le jeu de concurrence). La solution est l'équilibre intermédiaire de Nash Cournot : chaque entreprise choisit de manière optimale, compte tenu de la quantité de production de l'autre entreprise. Lorsque le prix est la variable de décision à la place, la solution de Nash est appelé l'équilibre de Nash Bertrand : chaque entreprise choisit des prix maximisant le profit, étant donné les prix des autres. La concurrence par les Prix est plus sévère que la concurrence en quantité, et conduit ainsi à des résultats pires pour les entreprises (mais de meilleurs résultats pour les consommateurs).
Du moment que les oligopoleurs sachent qu'ils vont se retrouver mainte et mainte fois face a face, ça peut leur donné une idée selon la quel que la coopération peut être une façon de partager des profits mieux que s'il rentre dans une guerre de prix. Pour maintenir la coopération, il faut que le futur soit assez long et que les firmes n'aient pas su la fin de leur compétition.
Notre étude nous a permis de constater que les firmes constituant l'oligopole algérien de télécommunication ont su qu'ils vont ce concurrencer pendant plusieurs années, ils ont donc préférer de s'entendre sur les prix plutôt que de rentrer dans une guerre de prix (chaque réduction de prix sera immédiatement recopier par les autres et par conséquent les profits baissent.

Mot clé: oligopole; théorie des jeux; équilibre de Nash; collusion**;** marché de téléphonie mobile en Algérie