

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة وهران السانیا

كلية العلوم الاجتماعية

قسم الفلسفة

مذكرة لنيل شهادة الماجستير

مشروع : المنطق التقليدي وتاريخه

المنطق التقليدي وصورته المنطق الرياضي

إشراف الدكتور :

بوكردة زواوي

إعداد الطالبة :

حمر العين زهور

أعضاء لجنة المناقشة

جامعة وهران

رئيسا

أ. د/ عبد اللاوي محمد

جامعة وهران

مشرفا و مقرا

د / بوكردة زواوي

جامعة وهران

مناقشا

د / عمر الزاوي

جامعة وهران

مناقشا

د / أنور حمادة

السنة الجامعية : 2008 / 2009

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الإهداء

إلى شمس و قمر ذابا على راحة يدي، فلم أجد سبيلا إليهما إلا الدعاء لهما بالرحمة

والديا رحمهما الله

إلى من أحمل حبها في قلبي أينما ذهبت، إلى التربة الطيبة بأهلها الطيبين مدينتي

"زمالة الأمير عبد القادر"

إلى كل الأحبةأهدي هذا العمل

الشكر

بكثير من الشكر والامتنان أتقدم إلى كل من علمني أجديات الفكر الفلسفي

أخص بالذكر الدكتور بوكردة زواوي عما قدمه لي من دعم ، وأشكر له

تواضعه العلمي

أتقدم إلى جميع أفراد أسرتي لدعمهم المستمر

كما لا يفوتني تقديم الشكر الجزيل لكل الأصدقاء، خاصة عائلة السيد " بن يمينة القادر "

لتحملهم معي عبئ هذا العمل دون كلل ، والأخت الصديقة يا حي آمال ، والصديق الأستاذ

عطار أحمد إذ كانا لي خير سند.

المقدمة

لقد كان المنطق في نظر أرسطو مدخلا ضروريا لدراسة , وهو بذلك مدخلا لكل حكمة , أو كما يسمى بالآلة أو الصناعة, وما زالت الدراسات الفلسفية تتناول المنطق لكن ليس باعتباره مدخلا لاسيما بعد أن استقلت العلوم عن الفلسفة . إذ أصبح موضوع تناول دراسة في الفلسفة المعاصرة « بل كادت تصبح اليوم الدراسات المنطقية وحدها في صورتها الرياضية الجديدة , هي الفلسفة برمتها في بعض الدوائر الفلسفية التي يتراءى لها إمكان قيام فلسفة علمية بحتة»¹. وكذا لم يعد هذا النوع من الدراسات مقتصرًا على الفلاسفة بل أصبحت تقليدا حتى في بعض الدوائر الرياضية. إذ ما كان من الممكن لكثير من الرياضيين بناء نظريات منطقية إلا بعودتهم لدراسة المنطق الأرسطي أمثال: لينتزر, دي مورغان , بول بيرس , بيانو , فريجه , راسل , هوايتهد وصولا إلى المنطق المتعدد القيم مع لوكاشفتش الذي ومع وصوله إلى المنطق الثلاثي القيمة , ورغم النقد المستمر من طرف المناطقة الرياضيين للمنطق الأرسطي إلا أن هذا الأخير يؤكد كما يذكر عبد الحميد صبره في مقدمته لكتاب لوكاشفتش " نظرية القياس الأرسطية " إن الذين يعارضون بين المنطق الأرسطي والمنطق الرياضي* إنما يسيئون فهم العلاقة بينهما فالمنطق الرياضي ليس جنسا آخر من المنطق يباين المنطق الأرسطي و إنما هو منطق أرسطي في ثوب جديد مما قد يوحي بوجود مفاهيم وصور منطقية في المنطق الرياضي ذات نشأة منطقية تقليدية. وهذا ما يجعلنا نركز في بحثنا على حقلين معرفيين هما: المنطق التقليدي و فلسفة الرياضة محاولين تناول الإشكالية التالية:

- أ- للمنطق الرياضي خاصيتين ، الأولى أنه رمزي بمعنى أنه يستخدم الرموز , والثانية أنه نسق استنباطي وهذا ما يجعل جنيا لوجيا تترد إلى المنطق التقليدي
- ب- إذا كان المنطق قد تأسس على مفاهيم و علاقات يقوم عليها اليوم المنطق الرياضي , إذن فإن للمنطق الرياضي نشأة تقليدية.

إن طرح هذه الإشكالية يقودنا إلى طرح عدة تساؤلات:

- 1- هل عرف أرسطو الثوابت و المتغيرات ؟
- 2- هل المنطق الأرسطي استنباطي ؟
- 3- ما موقع القضية المركبة و الشرطية الرواقيتين في المنطق الرياضي؟
- 4- كيف جعل كرسيبوس المنطق الرواقي استنباطيا؟
- 5- هل المنطق الرياضي صوري ؟

1- الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، د.ط، بيروت، 1976، ص13.

6- ما هي النقاط التقليدية التي ارتكز عليها المنطق الرياضي في تطوره؟ وكيف صاغ من خلالها نسقه الاستنباطي؟

7- بما أن للمنطق الرياضي عدة نظريات, فما هو الأساس المنطقي التقليدي لها؟

لقد حددنا مبدئياً ثلاثة فصول, يحتوي كل منها على ثلاثة مباحث محاولين هذا البحث على شكل قياس شرطي:

✦ إذا كان المنطق الرياضي قد تأسس على مفاهيم و علاقات قائمة في المنطق التقليدي, فللمنطق الرياضي نشأة تقليدية .

✦ لكن المنطق الرياضي تأسس على هذه المفاهيم و العلاقات

✦ إذن المنطق الرياضي ذو نشأة تقليدية

وهذا ما جعلنا نختار المنهج التحليلي المقارن, بحيث كان الفصل الأول بمثابة المقدمة الكبرى نتناول فيه بالتحليل مفاهيم المنطق الأرسطي والرواقي التي ارتبط بها المنطق الرواقي, أما الفصل الثاني فهو بمثابة المقدمة الصغرى, تناولنا فيه مفاهيم و علاقات المنطق الرياضي مبينين جذور نشأتها في المنطق التقليدي عبر مراحل تطوره, أما الفصل الثالث فهو يعبر عن نتيجة هذا القياس إذ نقدم فيه نظريات المنطق الرياضي ذات النشأة التقليدية, و صورة القياس الأرسطي فيها.

الفصل الأول: مفاهيم وعلاقات المنطق التقليدي

المبحث الاول : المنطق الأرسطي لقد أراد أرسطو كتابة قضاياها في صورة رمزية, ولهذا رمز إلى حدودها كمتغيرات بحروف الهجاء « وكان أرسطو يقدم المحمول على الموضوع في صيغة معينة هي "ب محمول على كل أ" أو "ب ينتمي إلى كل أ" ¹ أما الثوابت فلم يعبر عنها بطريقة رمزية رغم أنه استخدم البعض منها مما يعني أنه قد تعرف عليها كالسلب و التضمن إذ « استخدم السلب حين وضع قواعد التقابل بين القضايا المتناقضة والمتضادة, و الربط بين القضايا حين صاغ القياس في صورة تضمن ² .

المبحث الثاني : المنطق الرواقي يذكر للمنطق الرواقي دراسته المستفيضة للقضية المركبة¹ و الثوابت و دالات الصدق, كما يذكر إقامته المنطق نسقا استنباطيا, إذ توسع الرواقيون في هذه الموضوعات قبلا إذ أن « فيلون أول من بحث في القضايا المركبة بحثا منطقياً صادقاً في العالم القديم, واقتصر على أحد

1- زيدان محمود, المنطق الرمزي نشأته وتطوره, ط3, الإسكندرية, 1979, ص28.

2- المرجع نفسه, ص30.

أنواعها و هي القضية الشرطية المتصلة , ووضع قواعد صدقها وكذبها إذ عرفنا صدق جزئها أو كذبها , وبهذا استبق المنطق الرمزي في دالة الصدق و قائمة الصدق»³

المبحث الثالث: النسق الاستنباطي التقليدي إننا ننظر دوما إلى المنطق أنه «عملية استنباط,عملية تقوم على علاقة باطنية تلك التي تقوم بين مواد القضايا ,أي معاني ألفاظها بحيث لا يمكن الاستنباط بين قضايا لا تربط باطنيا,بوحددة المادة أو المعنى ,بعبارة أخرى لا يمكن الاستنباط باطنيا أية قضية من قضية أخرى وإنما لا بد أن تتوفر أولا وحدة المادة,و هذا شأن مقدمات القياس»⁴. إن تصنيف أرسطو الرباعي للقضية الحملية معتمدا في ذلك على الأفكار اعتبرها واضحة تدل على أن أرسطو إن لم يضع منطقته في نسق استنباطي إلا أنه أدرك مقدمات هذا النسق أما الرواقيون فيرجع إليهم الفضل في إقامتهم المنطق نسقا رمزيا وذلك لأنهم تعرفوا على الروابط المنطقية و أعطوا لها تعريفات واضحة بحيث لا يمكن استنباط قضايا أخرى منها.

الفصل الثاني : الأسس الصورية لنشأة المنطق الرياضي

المبحث الاول : صورية النسق الاستنباطي الرياضي و أردنا أن نبين فيه وجوه الاتفاق بين المنطق التقليدي و المنطق الرياضي ,ودالك من خلال اهتمام أرسطو بالنسق الاستنباطي في الهندسة,و هذا ما يتجلى في كتابه "التحليلات الثانية" , كما أن الدراسات الرياضية ما كانت لتكون إلا بالعلاقات المنطقية. إلى جانب هذا اهتمام كل منهما بالصورة إذ يسعى كل منهما إلى الوصول إلى الصورية الخالصة.

المبحث الثاني: مراحل تطور المنطق الرياضي وفيه نقدم مراحل التطور المعرفي لا التاريخي للمنطق الرياضي إبتداءً من لينتزر الذي كان وفيا للمنطق الأرسطي ,ورأى بأنه كاملا مرورا بجورج بول,بيانو, وفريجه وصولا إلى راسل الذي عمل إلى رد الرياضيات منذ نشأتها إلى المنطق التقليدي, إذ لم يكن عمله ثورة على المنطق التقليدي بل كل ما أراده بناء المنطق في هيئة نسق استنباطي واضح المبادئ, وبالغ الرمزية ليكون أكثر صورية.

المبحث الثالث: النسق الرمزي لنظرية القياس عند لوكاشفتش إنه لمن الصعوبات التي واجهتنا في البحث هي قلة المراجع في هذا الموضوع, لاسيما تلك التي تؤكد ارتباط المنطق الرياضي بالمنطق التقليدي ,وفي المقابل نجد الكثير من الدراسات ترفض هذا الارتباط, إلا أننا نجد أن هذا الأمر مختلفا مع لوكاشفتش إذ يؤكد أن نظرية القياس الأرسطية جاءت مستوفاة لشروط النسق الاستنباطي , إذ حدد لأرسطو أفكار أولية

3- المرجع نفسه, ص 43

4- المرجع نفسه, ص 58.

وسماها بالمقررات وقواعد الاستنتاج, وفرق بين منطق الحدود ومنطق القضايا , كما بين لنا الحركة الفكرية الاستنباطية عن طريق البرهان بالعكس, والبرهان بالخلف, وبراهين الإخراج معتبرا أن نظرية الاستنباط الأرسطية ترد إليها مختلف الأنساق المنطقية.

الفصل الثالث: نظريات المنطق الرياضي: وتناولنا فيه بعض نظريات المنطق الرياضي كمنطق حساب القضايا والتي ترد أساسا إلى المنطق الرواقي, و منطق حساب المحمول الذي لا ينظر كوحدة واحدة بل إلى الوحدات المشكلة لها (الموضوع, المحمول) والتي قامت على أساس التمييز الأرسطي بين اسم العلم والمحمول. أما نظرية حساب الفصول والتي ترتبط هي الأخرى بشكل مباشر بالمنطق الأرسطي إذ تستند إلى مبحث التصورات, المفهوم, المصدق, الأحكام التي ترتبط بالاستدلالات المباشرة والغير مباشرة, مبينين في مختلف هاته النظريات أفكارها الأولية و الرموز الدالة على مختلف حدودها وكيفية الاستنباط فيها.

كانت هذه أهم المحاور التي ارتأينا الوقوف عندها. بالرغم مما واجهتنا من صعوبات من بينها :

- صعوبة إيجاد مرجعيات فكرية تؤيد فكرة الإشكالية المطروحة.
- اختلاف اللغة الرمزية من منطقي إلى آخر, أدى في كثير من الأحيان إلى الالتباس و الغموض.

الفصل الأول: المفاهيم الصورية والمنطق التقليدي

المبحث الأول : المنطق الصوري

الجزء الأول : الثوابت والمتغيرات و الروابط المنطقية

الجزء الثاني : التمييز بين المحمول واسم العلم والقضية الشخصية القضية الحملية

الجزء الثالث : الأسوار والروابط

الجزء الرابع : نظرية تقابل القضايا

المبحث الثاني : المنطق الميغاري و الرواقي

الجزء الأول : المنطق الميغاري

الجزء الثاني : المنطق الرواقي

المبحث الثالث : النسق الاستنباطي التقليدي

الجزء الأول : النسق المنطقي الأرسطي

الجزء الثاني : كريستوس والنسق الاستنباطي.

الجزء الثالث : رد الأقيسة

التقليدي

إن التطور الذي عرفه المنطق الرياضي من جهة ، و رفض فكرة ارتباطه بالمنطق الصوري التقليدي من جهة أخرى أدت بنا إلى البحث في المفاهيم الصورية¹ الثابت، المتغير ورمزهما، القضية وأنواعها وقواعد الاستنباط في الاستدلالات المنطقية التقليدية .

المبحث الأول : المنطق الصوري:

الجزء الأول: الثوابت و المتغيرات و الروابط المنطقية:

« إن المنطق الصوري يعد بصفته ناجما فقط من طبيعة الفكر عامة، ومنتجا بمقتضى الصور (vie formae) بقطع النظر عن المضمون. فهو يدرس (قوانين الفكر الضرورية) أي القواعد التي يجب على الفكر أن لا يخلص منها¹. ولا تعني كلمة ضرورة أنها ملزمة لوجود الفكر أي شرط وجوده بل بها يكون تصورات مترابطة لا تناقض فيها ويبني بها أحكاما واستدلالات صحيحة.

« إنه علم (الممكن) من حيث أنه ينطلق من تصورات خالية من التناقض. فهو مثل الرياضيات يعمل بالترميز المجرد، فهو يستعيز عن الأشياء نفسها الكثيرة التعقيد التي لا تصلح أن تكون موضوعا للعلم، لا بعلاقتها الكمية القابلة للقياس، بل بالتصور الكيفي² الذي من شأنه بلوغ ماهية الأشياء للتعبير عنها بكلمات وعبارات. » ولقد استعاض أرسطو (389 ق.م-322 ق.م) عن الكلمات والعبارات برموز معبرا بذلك عن التركيب اللغوي بأشكال منطقية³ وهذا يدل على اهتمام أرسطو بالشكل دون المعنى. ونجد في "نظرية القياس" في كتاب التحليلات الأولى، وفي " نظرية البرهان" في كتاب التحليلات الثانية أن هذه الرموز تعبر عن الحدود أو المتغيرات، الثوابت المنطقية أو الروابط المنطقية. فالمتغير والثابت « مصطلحان يستخدمان في الرياضيات والمنطق ففي الرياضيات يكون المتغير كمية يمكن أن تكون لها قيم مختلفة والثابت يكون كمية تظل محتفظة بالقيمة نفسها. وكان ديكرت (1596-1650) أول من استخدم هذه المصطلحات بشكل منهجي. وفي المنطق الرياضي تستخدم قيمة المتغير في صياغة قوانين المنطق والبديهيات وقواعد الاستدلال والحسابات المنطقية⁴

المتغيرات:

¹ . تريكو جول، المنطق الصوري، تر. محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، د.ط.د.س. الجزائر ص24.

² . المرجع نفسه. ص24.

³ . خليل ياسين، نظرية أرسطو المنطقية، دار الوفاء، ط1، الإسكندرية، 2006، ص49.

⁴ . روزنتال، ب، يودين، الموسوعة الفلسفية، تر. سميركرم، دار الطليعة، ط6، بيروت، 1987، ص451.

التقليدي

إن المستقرئ لتاريخ الفكر الفلسفي عامة والمنطقي خاصة، يلحظ ذلك النقد الذي وجه إلى المنطق الأرسطي ووصفه بالعقم، ويرى البعض أن هذا العقم يرجع إلى استعمال الألفاظ في نظرية القياس الأرسطية بالرغم أن أرسطو « أول من استخدم المتغيرات في المنطق، فخطى بذلك خطوة أولى نحو التغير الشامل»¹.

إن فكرة المتغير ذات أهمية بالغة ولقد أصبحت مألوفة لدى كل من يتناول دروس في الجبر الابتدائي « والمتغير رمز يوم مقام أي سلسلة من المقادير والقيم»². ولم تتميز الرياضيات في هذا عن المنطق « إذ فطن أرسطو إلى هذه الحقيقة المهمة، فنجده يصوغ جميع الأقيسة الصحيحة مستعملاً الرموز»³

أما الأمثلة اللغوية فقد كان يوردها خاصة لتبيان فساد الأقيسة الفاسدة، إننا نجد أرسطو استعمل حروف الهجاء اليونانية كرموز لحدود القضايا القياسية وقد استفادت الرياضيات من استخدام الرمز فتطورت من الهندسة إلى الحساب ثم إلى الهندسة التحليلية بما احتوته من دوال وأعداد فانقلت بذلك من كم عقلي مشخص إلى كم عقلي مجرد فأصبح بذلك المتغير عام ومجرد يعبر عنه بحروف الهجاء. « وحرف الهجاء في القضية المنطقية أو الرياضية ليس اسماً لشيء ما بالذات، إنما هو اسم لممكنات كثيرة غير محصورة ولا منظورة إذا وضع واحد منها مكان المتغير يسمى قيمة المتغير **value of variable** فيتحدد المتغير وبما أنه بالغ التجرد والعموم أي لا معنى له إذ هو مجرد رمز صوري فهو يعين الفكر على الحساب الآلي»⁴ في الرياضيات والاستنباط في المنطق « فضلاً أن استخدام المتغيرات يعد صفة رئيسية من صفات المنطق الرمزي»⁵.

ولهذا اعتبر لوكاشفتش (1878-1956) إدخال المتغيرات إلى المنطق من أعظم ما قدمه أرسطو حيث ذكر في كتابه نظرية القياس الأرسطية: « ويكاد المرء لا يصدق أن أحداً من الفلاسفة أو اللغويين لم ينتبه للآن إلى هذه الحقيقة الفائقة الأهمية، لهذا أجازف بالقول أنهم كانوا جميعاً لا يجيدون معرفة الرياضيات، إذ يعلم كل رياضي أن إدخال المتغيرات في علم الحساب كان فتح عهد جديد في ذلك العلم»⁶ ويضيف لوكاشفتش أن أرسطو لم يتحدث عن أهمية الاكتشاف لاعتباره أمراً واضحاً لا يحتاج إلى الذكر.

¹ . لوكاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، تر. عبد الحميد صبرة، دار المعارف، د، ط، الإسكندرية، 1961، ص 09.

² . بيسون أ. ه، أوكونر. د. ج، مقدمة في المنطق الرمزي، تر. عبد الفتاح الديدي، دار المعارف، د. ط. د. س، مصر، ص 26.

³ . خليل ياسين، المرجع السابق، ص 50.

⁴ . الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، د. ط، بيروت، 1976، ص 120.

⁵ . مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، دار الثقافة، د. ط، القاهرة، 1988، ص 42.

⁶ . لوكاشفتش يان، المرجع السابق، ص 20.

التقليدي

يعتبر الحد أصغر وحدة تتألف منها نظرية أرسطو، إذ منه تتشكل القضية أو مقدمة القياس ويعرفه أرسطو بأنه « ما تنحل إليه المقدمة»¹ وقد يرد موضوعا أو محمولا. « وبدل أن يستعمل أرسطو الألفاظ حدودا منطقية نجده يتخلى عن هذا العمل ويستعمل الرموز»².

وإذا ما استبدلت هذه بألفاظ لغوية تحدد صدق أو كذب القضية، أو المقدمة. وما يميز الحد المنطقي أنه لا يمكن أن نحكم عليه بالصدق أو الكذب إلا ضمن القضية القياسية وقد يكون حد كلي، جزئي هذا من الناحية الكم أما من ناحية الكيف فقد يكون سالب أو موجب. وتتمايز الحدود عن بعضها البعض في القياس تبعا لمصدق كل حد من حدود مقدمته « فترتب الحدود كالاتي: الحد الأكبر، الحد الأصغر، الحد الأوسط»³ إذ « أن كل برهان يكون بثلاثة حدود لا أكثر»⁴ بحيث يربط الحد الأوسط بين المقدمتين ويظهر الحدان الأكبر والأصغر في النتيجة على اعتبار أن القياس « قول إذا وضعت فيه أشياء أكثر من واحد لزم شيء ما آخر من الاضطرار لوجود تلك الأشياء»⁵، فإذا أخذنا المثال التالي:

إذا كان كل إنسان فان	}	وكل فيلسوف إنسان وسنختار بعض الحروف الأبجدية كمتغيرات فنقول:
إذا كان كل أ هو ب		إذا كان كل ب هو ج فإن كل
فيلسوف فان		فإن كل أ هو ج

نلاحظ في هذا الشكل القياسي أن الحد الأوسط ممثلا في المقدمتين بالحد " إنسان" أما في الشكل الرمزي الذي لا نجد في إلا متغيرات وعبارات منطقية. فإن المتغير " ب" المشترك بين المقدمتين هذا الذي يمثل الحد الأوسط أما الحدين الباقيين في القياس اللفظي " فان" و" فيلسوف" فهما يمثلان الحد الأكبر والأصغر على التوالي واللذين يمثلهما أ و ج في القياس الرمزي على التوالي أيضا.

لقد رمز أرسطو إلى الحدود الكلية بحروف الهجاء اليونانية. فهو لا يسمح بالتعويض عن المتغيرات إلا بحدود كلية. وهو يجري مثل هذا التعويض الذي قدمناه فيقول « فيدل أ على دائم الخضرة ويدل ب على نبات عريض الأوراق، ويدل ج على الكرمة، وفي هذا النوع من التعويض الذي نجده في كتاب التحليلات الأولى، لا يعوض

¹. أرسطو، النص الكامل لمنطق أرسطو، تر. فريد جبر، دار الفكر، ط1، مج1، بيروت، 1999، ص 183.

². خليل ياسين، نظرية أرسطو المنطقية، ص 51.

³. خليل ياسين، المرجع نفسه، ص 51.

⁴. أرسطو، منطق أرسطو، تر. عبد الرحمان بدوي، دار القلم، ط1. مج1، بيروت، 1980، ص 142.

⁵. أرسطو، النص الكامل لمنطق أرسطو، ص 268.

التقليدي

أرسطو قط عن متغير أ بمتغير ب رغم إدراكه التام أن الضرب القياسي الواحد يمكن صياغته من متغيرات مختلفة¹. أما عن استخدام حروف الهجاء كرموز للقضايا فهذا ما لم يستخدمه أرسطو إلا حين أثبت أن « ما هو ضروري ينتج عما هو ضروري، وأن الممكن ينتج عن الممكن، وأن القضية الضرورية والممكنة لا يلزم عنها قضية مستحيلة² » ويؤكد الإسكندر أن استخدام أرسطو للحروف كمتغيرات بدل الألفاظ يبين أن النتيجة لازمة عن اجتماع صورتين المقدمتين لا مادتهما.

الثابت:

الحديث عن الثوابت والمتغيرات هو الحديث عن « المفاهيم الصورية التي تحدد لنا الصورة وحدها وهي تلك الخاصة التي تميز المنطق بوجه عام³ » فضلاً عن فكرة المتغيرات التي آمدنا بها أرسطو فقد زدنا بنظرية في الثوابت المنطقية ففي كتاب العبارة ميز أرسطو بين القضية البسيطة والمركبة وبين أن الأولى تحمل لموضوع شيئاً أو تنفيه عنه أما الثانية فهي تنحل إلى قضايا بسيطة إذ يقول « وأما الحكم البسيط الكائن من هذه * فبمنزله إيقاع شيء على شيء أو انتزاع شيء من شيء والمؤلف من هذه ** فبمنزلة القول الذي صار مركباً⁴ ».

لكن هذا التمييز لم يكن في بداية تحليلاته المنطقية مما سينعكس على دراسته القضية المركبة في مقابل دراسته المستفيضة للقضية البسيطة، مما يجعله لا يبيّن ثوابت لتربط بين أجزاء القضية المركبة « فلقد استخدم أرسطو ثوابت قليلة كالسلب negation، والربط conjunction، والتضمن implication⁵ كما انه لم يرمز إلى هذه الثوابت وقد حصر لوكاشفتش هذه الثوابت في ستة، الرابطتان المساعدتان وهما الرابطين " و "، " إذا " وهما اللتين سنتناولهما مع روابط أخرى في العنصر القادم أما الثوابت الأربعة الباقية فهي التي تتحدد من خلال تقسيم القضية الحملية بحسب الكم والكيف وهي علاقات بين الحدود الكلية، عبر عنها لوكاشفتش بـ " ينتمي إلى الكل "، ينتمي إلى البعض، " لا ينتمي إلى البعض "، " ينتمي إلى لا واحد " والتي رمز لها منطقة العصر الوسيط بـ A، I، O، E على الترتيب وتحافظ هذه الثوابت على معانيها باختلاف القضايا التي ترد فيها، فالثابت " ينتمي إلى الكل " أي A يدل على كلية الكم في حالة الإيجاب ويدل " ينتمي إلى لا أحد " أي E على كلية الكم في حالة

¹ . لوكاشفتش يان، المرجع السابق، ص 22.

² . أرسطو، منطق أرسطو، تر. عبد الرحمان بدوي، دار القلم، ط 1. مج 1، بيروت، 1980، ص 182.

³ . مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 42.

* . هذه يقصد بها الكلمات والأسماء.

** . هذه يقصد بها الأحكام البسيطة.

⁴ . أرسطو، النص الكامل لمنطق أرسطو، المرجع السابق. ص 116.

⁵ . زيدان محمود، المنطق الرمزي، مؤسسة شباب الجامعة، ط 3، الإسكندرية، 1979، ص 30.

التقليدي

السلب، ويدل " ينتمي إلى البعض" أي I على جزئية الكم في حالة الإيجاب: في حين يدل الثابت " لا ينتمي إلى البعض" أي O على جزئية الكم في حالة سالب. " وما نظرية أرسطو في القياس الحملية إلا ذلك النظام المنطقي القائم على هذه الثوابت المنطقية. فلا بد لكل مقدمة قياسية أو نتيجة أن تكون بوحدة من هذه الثوابت"¹.

أما في منطق الجهات فقد اعتمد أرسطو على ثوابت في منطق الجهات وهي: الواجب (ضروري) " من الواجب أن يكون". الممكن " من الممكن أن يكون". الممتنع (المستحيل) " من المستحيل أن يكون" والمحتمل " من المحتمل أن يكون". وإنه يمكن تعريف هذه الثوابت ببعضها سواء في المنطق الحملية أو في المنطق الجهات " فنكتفي بثابتين منطقيين A، I، لتعريف كل من E، O، وذلك بنفي الأول ونفي الثاني"² فتحصل على:

$$E \sim (A \sim B)$$

$$O \sim (A \sim B) \sim \sim \text{للدلالة على النفي.}$$

كما استعمل أرسطو النفي بعض والثوابت الأخرى لبناء ثوابت جديدة " خاصة وأن نفي الجزئية الموجبة يؤدي إلى الكلية سالبة وأن نقيض الجزئية السالبة يؤدي إلى الكلية الموجبة"³. وهذا ما اعتمد عليه أرسطو في البرهان بالخلف.

يحاول بعض المناطق الرياضيين التقليل من الأفكار الأولية اللامعروفة " وأرسطو، وإن لم يفتن إلى هذه الحقيقة المهمة في هذا المجال إلا أننا نجد يأخذ بها عند بحثه القياس الحملية، إذ يرجع بعض الأقيسة التي اعتبرها في بادئ الأمر بديهيات إلى بديهيات أخرى. فيكون بذلك قد حقق أيضا أحد الشروط المهمة في المنطق الرياضي"⁴.

نستنتج مما تقدم أن القضايا البسيطة للقياس تنحل إلى هذه المتغيرات والثوابت التي تنحل إليها قضايا المنطق الرياضي.

الروابط المنطقية:

لقد رأينا أن نظرية القياس تنحل إلى المتغيرات والثوابت التي تشكل القضايا الأربعة البسيطة، إلا أنه وإن كان لكل علم ثوابته على حدى، فلا بد من وجود ثوابت أعم جدا من ثوابت أي علم، بل توجد حتى في استعمالاتنا

¹. خليل ياسين، نظرية أرسطو المنطقية، ص 53.

². لوكاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 46.

³. خليل ياسين، المرجع نفسه، ص 54.

⁴. خليل ياسين، المرجع نفسه، ص 54.

التقليدي

اليومية لأنها » ألفاظ تمثل وسائلنا في نقل أفكارنا إلى الآخرين وفي ربط بعضها ببعض حين نستدل في العلم أو في الحياة اليومية¹» مما يعني أن العملية الاستدلالية لا يمكن حصولها

إلا من خلال بناء وترتيب القضايا ترتيبا خاصا. وفق روابط منطقية خاصة. » ويصدق الشيء نفسه في منطق القضايا، هذا بالإضافة إلى أن قيمة القضايا تعتمد على هذه الروابط²

يعتبر راسل (1970/1872) أن هناك روابط ذات أهمية دون غيرها لأنها » بمثابة عمليات في المنطق كالعلاقات في الرياضيات operation ولأنها أبسط من غيرها بحيث يرد إليها غيرها بالتحليل المنطقي³

ومن بين هذه الروابط (النفي، الوصل، الفصل، الإلزام(التضمن))

● أما الرابطة الأولى فهي النفي:

~ و*: النفي: هي ليست رابطة اثينية أي لا تربط بين قضيتين بسيطتين مثل باقي الروابط بل رابطة أحادية إذا ما سبقت القضية غيرت قيمة الصدق بحيث إذا كانت صادقة كانت ~ و كاذبة وإذا كانت ق كاذبة كانت ~ و صادقة بحيث يمثل (~) رمز النفي.

مثال: إذا كان لدينا القضية: كل إنسان فان صادقة فإن نفيها بإدخال إحدى أدوات السلب (ليس)

ليس كل إنسان فان تكون كاذبة فالقضيتان متناقضتان وهذا ما نجده في مربع التقابل الأرسطي وفق قاعدة التقابل بالتناقض.

● الرابطة الثانية هي الوصل:

الوصل ورمزه المنطقي (\wedge): وهي رابطة إثينية تقوم بربط قضية بأخرى مكونة قضية جديدة و مركبه، أما قيمة الصدق فيها فتصدق في حالة واحد هي صدق القضية ق ول وتكذب في باقي الحالات أي: في كذب إحدهما وصدق الأخرى، وفي كذبهما معا. وقد استعمل أرسطو هذه الرابطة في كل الأقيسة الصحيحة أو الفاسدة. مثال: إذا كان لدينا القضيتين و ول وهما على الترتيب: " كل إنسان فان" و "الفيلسوف إنسان" إذا كانت ق ول صادقتين فإن " الفيلسوف فان" صادقة أيضا.

أما في حالة الكذب فلو نأخذ القضيتين " لا إنسان فان" و "الفيلسوف إنسان" فإن القضية المؤلفة بربطهما تكون كاذبة وهذا لأن إحدهما كاذبة.

● الرابطة الثالثة هي الفصل:

¹. الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، ص121.

². خليل ياسين، المرجع السابق، ص58.

³. الفندي محمد ثابت، المرجع نفسه، ص 122.

*. و، ل هي رموز لمتغيرات القضايا.

التقليدي

الفصل ورمزه (V): وهي عند الفرابي تتضمن " حروف المباعدة التي متى قرنت بأشياء دلت على أن معانيها متباعدة، لذا سميت برياط الانفصال أو الرباط المفصل لأنه كما يدل على أن الأول مرتبط به و والثاني يتضمن الانفصال عما يتلوه"¹. أما قيمة الصدق فيها فتكون صادقة عند صدق القضيتين و ول أو صدق إحداهما وتكذب في حالة واحدة وهي كذبهما معا.

مثال: لدينا القضية "سقراط أستاذ أفلاطون أو أفلاطون أستاذ سقراط" فهي صادقة لصدق إحداهما.

• الرابطة الرابعة وهي الإلزام أو التضمن implication:

التضمن ورمزه المنطقي (←): ومفادها بحسب الفرابي " إذا ما قرن بالشئ الذي لم يوثق بعد بوجوده، فتدل على أن شيئاً ما سيكون تالياً يلزمه، مثل: إذا كان.. وكلما كان.. و.." ² وسميت بالتضمن لأن الأول قد تضمن لحق الثاني به فهي تكون القضية الشرطية وتكون قيمة الصدق فيها كما يلي: إذا كان لدينا و← ل فتكذب إذا صدقت و وكذبت ل وتصدق في الحالات الباقية.

مثال: إذا كان لدينا القضية الشرطية (و← ل). إذا نزل المطر، نبت الزرع، فهي كاذبة في حالة واحدة فقط وهي كذب و وصدق ل.

إن فكرة التضمن ليست بالجديدة إذ ترتبط بالمنطق الأرسطي ذاته وكان بيرس " أول من اكتشف أن نسق المنطق ككل يمكن أن يتطور من خلال فكرة التضمن"³، وأكد على أهمية الفكرة التي بنى عليها أرسطو نظرية القياس " كما أشار سكتوس أمبيريقوس لطبيعة التضمن"⁴ وأهميته في المنطق. لقد كانت متغيرات أرسطو حدوداً كلية لأنه يميز بين إسم العلم والمحمول.

الجزء الثاني: التمييز بين اسم العلم والمحمول و القضية الشخصية والقضية الحملية:
التمييز بين اسم العلم والمحمول:

¹ . مرسلي محمد، دور المنطق العربي في تطوير المنطق المعاصر، د. توبقال، ط1، المغرب، 2004، ص48

² . المرجع نفسه، ص48.

³ . ماهر عبد القادر، فلسفة العلوم، د. النهضة العربية، د. ط. ج3، بيروت، 1985، ص100.

⁴ . ماهر عبد القادر، المنطق الرياضي، د. ط، د. س، الإسكندرية، ص 101 عن Reichenbach.H , Bertrand Russell's logic.p.26.

التقليدي

اسم العلم: يقول راسل معرفا اسم العلم تعريفا منطقيا « اسم العلم كلمة لا تدل على محمول أو علاقة، وما يمكن أن يدخل على قضية لا تحتوي على متغيرات»¹ أما كينز فيرى أسماء الأعلام قد تختلط أحيانا بالأسماء الكلية وذلك لأن « اسم محمد أو علي، قد يطلق على أفراد كثيرين ولكن مع ذلك لا نستطيع قول أنه اسم كلي، لأن الاسم لم يطلق على كل واحد منهم لوجود صفة مشتركة فيهم بل أطلق على كل واحد من جهة نظر خاصة أي طبقا لما يراه من أطلق عليهم هذا الاسم»². كما أن اسم العلم لا يدل على وجود الشيء الآن وبعد الآن. ولا يمكننا من إدراك صفات هذا الشيء وبالتالي إدراك ما صدقه. وإطلاق اسم العلم ذاته على أشخاص مختلفين لا يعني وجود ضرورة منطقية خلف هذه التسمية إذ يعرفه كواين (2000/1908) في كتاب طرائق المنطق *Methods of logic* » اسم العلم يدل على تسمية شيء لكنه لا يملك ضمانا أن هذا الشيء يجب أن يكون حاضرا الآن فعلا، وأنه عل وشك الظهور»³. وقد عبر في ذلك أرسطو إذ يقول « فالاسم المحصل عليه هو الذي يدلنا على أمر واحد»⁴. فاسم العلم « هو ما دل على معنى محدد يمكن أن ينطبق على كثيرين أو على فرد واحد بدون أن يدل جزء من أجزائه على أي شيء»⁵، ولهذا كان اسم العلم لا يكون محمولا لأنه لا يمكن تشمليه أو تبغيضه على الموضوع، ومنه لا يمكن تكميم أو تكييف القضية إلى كلية، جزئية، سالبة أو موجبة التي يعتبرها لوكاشفتش أساسا - ويسميتها مقررات - في بناء نظرية القياس والتي ستقودنا في المنطق الحديث إلى نظرية حساب المحمول. كما يجب أن نشير هنا إلى أن أرسطو يستخدم لفظة "مقولة" أنها معنى كلي يمكن أن يدخل محمولا في القضية، والجوهر كمقولة تحمل عليه المقولات التسع الباقية* .

وهو إما جزئي واقعي مثال ذلك " أفلاطون"، "أرسطو"، "كارناب" أو معنى كلي يدل على ماهية الشيء كقولنا "إنسان"، "حيوان"⁶. وما يميز أسماء الأعلام كجواهر فردية أيضا لا تحمل على موضوع إذ لا يمكن حمل "سقراط" على أي موضوع في حين أن جواهر المعاني الكلية يمكن أن تحمل على موضوع وبالتالي يندرج تحتها أفراد.

1. مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 167.

2. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 167.

3. النشار علي سامي، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، د. المعارف، ط5، 2000، ص 182

4. أرسطو، منطق ابن زرعة، تج. جبرار جيهامي، رفيق العجم، دار الفكر، ط1، لبنان، 1994، ص 30.

5. طالبي عمار، اصطلاحات الفلاسفة، المؤسسة الوطنية للكتاب، د. ط، الجزائر، 1983، ص 26.

* المقولات الأرسطية عشرة: المادة، الكم، النوع، العلاقة، المكان، الزمان، الوضع، الحياة، العقل، العذاب.

6. خليل ياسين، نظرية أرسطو المنطقية، ص 36.

التقليدي

ولعل غاية أرسطو من تحليل اللغة إلى مقولات هو تعيين ما يمكن اعتباره موضوعا أو محمولا في القضية المنطقية. فإنه لا بد من التمييز بين «موضوع القول أو الحمل وموضوع الوجود»¹

المحمول:

« أما المحمول فهو ما يحكم به على شيء آخر أنه هو »². وبين لالاند اختلاف المحمول عن اسم العلم الذي يقول: « إن حدود القضايا، بيار pierre، بول paul، لا يمكن القول بأنه يمكن حمل الثاني على الأول.. الحقيقة أو بالأحرى هذا النوع من القضايا ليس له محمول، فهي تتكون من موضوع فقط، فالحدان يمثلان موجودا»³. إذ أن القضية المنطقية تعبر عن حكم عقلي فهي « ترجمة لفظية للأحكام العقلية وللصور الذهنية التي تتألف منها الأحكام. والصور الذهنية إنطباعات مستمدة من الواقع المادي الخارجي المليء بالأشياء المادية التي لا حصر لها و التي يشبه بعضها بعضا و يختلف عن البعض الآخر اختلافا جوهريا، أي في صفات أساسية يتوقف عليها تسمية الشيء باسمه »⁴ و هذا ما لا يوفره بحسب لالاند اسم العلم إذ قصد بقوله موجودا وجود الأفراد ف(paul، pierre) لا تقرر شيئا للفرد التي تشير إليه بل تسميته فقط. أما المحمول وهو يقرر وجود هذا الشيء. فاسم علم فعل عقلي يشير إلى التسمية أما المحمول فهو فعل عقلي مختلف فهو يشير إلى التقرير «فلكي نفهم اسما ما يجب أن نكون على وعي مباشر aquanted with بالشيء الجزئي الذي سمي بهذا الاسم»⁵. بخلاف المحمول الذي نكتفي من خلاله بفهم معنى القضية فلو قلنا مثلا: " س جميل " لا يضمن صدق القضية أو كذبها بل سنكتفي بوقوع إسناد الجمال على س كإنسان أو حيوان مهما كانت القيم التي سيأخذها المتغير س. إن أرسطو حين قسم الحدود إلى كلية وأخرى جزئية كأسماء الأعلام لم يعط لهذه الأخيرة اهتماما في منطقته. وهذا لأن الحدود الكلية يمكن أن تكون موضوعات أو محمولات على حد سواء. ولكن أسماء الأعلام لا يمكن أن تكون إلا موضوعات « ذلك أن عمليات القياس إذ تستلزم إمكان تحول المقدمات، أي التبادل بين الموضوع والمحمول، إنما نفترض أن الاثنين مؤتلفان، وبشكل أدق نفترض بأن الموضوع لكي يتمكن من الاضطلاع بدور المحمول يجب أن يكون هو أيضا مفهوما وليس فردا»⁶. ولعل ابن سينا قد أوضح تعريف معنى المحمول في القضية

¹. مرسلبي محمد، المرجع السابق، ص63.

². طالبجي عمار، المرجع نفسه، ص26.

³.Laland. André. Vocabulaire de la philosophie, peresse universitaires 9eme Ed, paris, 1962,p812(T.P)

³.فراج عبده، المنطق الواقعي و الهموقراطية، د.ط، د.س، القاهرة، ص39.

⁵. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص182

⁶. بلانشي زوبير، المنطق وتاريخه، تر. خليل أحمد خليل، د.ط.د.س، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص60.

التقليدي

المنطقية بقوله «هو المحكوم به أنه موجود أو ليس بوجود شيء آخر»¹. وهذا يميل إلى اعتبار أن الروابط المنطقية محمولاً وعلى ضوء هذا ستتأسس نظرية تسوير المحمول في المنطق الحديث وهذا ما لا يمكن لاسم العلم أن يسهم به. فإذا كانت الأشياء هي التي تمثل عناصر الفئة. فليس الأفراد وحدهم هم الذين يشكلون هذه العناصر بل الفئة ذاتها، التي تحدد بمجموعة الخصائص المشتركة بين عناصرها. « وهذا يجعل من الممكن تناول مفهوم الفئة على أنه مفهوم دالة قضية حيث أنه لكي ينتمي عنصر ما إلى فئة ما، من الضروري والكافي أن يمتلك الخاصية التي تشكل هذه الفئة»²

التمييز بين القضية الشخصية والقضية الكلية:

لاحظنا من خلال تحليلنا للروابط المنطقية أن القضية صنفين: القضية البسيطة والقضية المركبة. فأما القضية البسيطة فهي التي تتكون من حدين الموضوع والمحمول، وأما المركبة فهي التي تتألف من قضايا بسيطة ترتبط فيما بينها بإحدى أدوات الربط المنطقي، لكن إذا نظرنا إلى القضية من وجهة نظر أخرى غير المجموعة التي تتألف منها كحدود. أي « إذا بحثنا القضايا من ناحية الكم والكيف معا، فإننا نحصل على تقسيم آخر للقضايا له قيمته في الأبحاث المنطقية بالنسبة لنظرية أرسطو والمنطق عامة»³.

وتتمثل هذه القضايا في ثمانية أنواع: قضية كلية موجبة مثل كل إنسان فان أو كلية سالبة مثل: لا إنسان خالد، أو الجزئية بشكليها السالب والموجب مثل: بعض الحضور فلاسفة أو ليس كل الحضور فلاسفة لكن هذه القضايا في جوهرها قضايا كلية لان الحدود المكونة لها حدود كلية. ولقد اهتمت نظرية القياس الحملي بهذه القضايا الأربعة، أما القضايا المتبقية: فهي القضية المهملة بشكليها السالب والموجب مثل قولنا: "البيت مرتب" أو "البيت ليس مرتب"، والقضية الشخصية التي يكون موضوعها حد جزئي كاسم العلم - ولقد لاحظنا أن أرسطو يميز بين اسم العلم والمحمول - وهي أيضا نوعان مثل سقراط فيلسوف وموجبة مثل سقراط ليس جاهل. « وإنما لا نجد مكانا للقضايا أو المقدمات اللامحدودة أو المشخصة في نظام أرسطو المنطقي، فلا وجود لحقيقة منطقية، سواء أكانت قانونا من قوانين العكس أم قياسا. قد صيغت عند أرسطو لهذا النوع من القضايا اللامحدودة والمشخصة، فالقضايا أو المقدمات التي تؤلف نظرية القياس و الأقيسة هي القضايا الكلية السالبة والموجبة والقضايا الجزئية السالبة والموجبة. أما القضايا الشخصية فقد أهملها أرسطو في البحث القياسي كما أهمل القضايا اللامحدودة»⁴.

¹. ابن سينا، النجاة، تق. ماجد فخري، دار الأفاق الجديدة، ط1، بيروت، 1985، ص 19.

². رونتال. م، يودين. ب، الموسوعة الفلسفية، تر. سمير كرم، دار الطبيعة، ط2، بيروت، 2006، ص 360.

³. ياسين خليل، نظرية القياس الأرسطي، ص 43.

⁴. ياسين خليل، المرجع نفسه، ص 45.

التقليدي

ففي نظرية القياس لأرسطو من الجوهرية فيها أن يجوز لكل حد فيه أن يكون موضوعا ومحمولا دون أي قيد وهذا ما لا يتوفر لو كانت القضايا شخصية ف«في كل شكل من أشكال القياس الثلاثة التي عرفها أرسطو يوجد حد يقع موضوعا مرة ومحمولا مرة أخرى، وهو الحد الأوسط في الشكل الأول، والحد الأكبر في الشكل الثاني والحد الأصغر في الشكل الثالث»¹.

أما الشكل الرابع الذي يردده الكثير من المناطقة إلى جالينوس (129م، 199م) فإن الحد سواء كان الأكبر أو الأصغر أو الأوسط فهو يرد موضوعا مرة ومحمولا مرة أخرى» وهذا ما يبدو أنه لسبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية². فالحركة الاستنباطية التي تقوم على أساس استنباط النتيجة من المقدمات أو مقدمة واحدة تفترض صدق المقدمات ويرى أرسطو أن القياس في الشكل الأول هو أكمل الأشكال وعليه يجب أن نرد إليه الشكلين الباقيين عنده الثاني والثالث وهذا ما يسمى برد الأقيسة الذي ستعرض له في المبحث التالي ومن أجل عملية الرد اعتمد أرسطو على الاستدلال بالعكس الذي يفترض قلب موضوعي الموضوع والمحمول، وهذا ما لا يمكن تطبيقه على القضايا الشخصية باعتبار أن موضوعاتها كحدود جزئية لا يمكن أن ترد كمحمول. وسنلاحظ في مبحث حساب الفصول (الفئة) عند راسل أثرا لهذا التمييز بحيث تمثل موضوعات القضايا الشخصية أعضاء الصنف وهو المفهوم الكلي أي مجموعة الصفات التي يشترك فيها جميع أعضاء الصنف. ومنه ستحدد علاقات جديدة كعلاقة الانتماء بالنسبة لهذا العضو إلى هذا الصنف. «وقد سار الآلاف من دارسي منطق المعلم الأول على هذا النهج إذ لا نجد في عباراتهم عن مقدمات القياس، إلا كم المقدمات أو كيفها. ولا نجد عندهم كم الموضوع وكيف المحمول، ولعل في استقرار الرأي عندهم على هذه العبارة دفع لكل لبس قد لمس عرض النظرية المنطقية فيما لو استعملت الألفاظ الأولى لأرسطو قبل توضيح مقاصدها. ومن جملة ما قد ينشأ من هنا، هو الاشتراك اللفظي بين كلية الموضوع وكلية الحكم ما لم نتبنى تأويلا دحيلا على أرسطو»³.

الجزء الثالث: الأسوار و الروابط المنطقية

السور الكلي ورابطة الوصل:

¹. لوكاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 20.

². المرجع نفسه، ص 20.

³. مرسلبي محمد، دور المنطق العربي في تطوير المنطق المعاصر، 80.

التقليدي

إذا كان لدينا القضية الكلية الموجبة " كل إنسان فان" فإن هذه القضية لا تصدق إلا إذا انطبق الفناء على كل أفراد الإنسان فلنفرض أن أحمد وعلي وخالد وزيد هم الممثلون لأفراد الإنسان فإن القضية " كل إنسان فان" يمكن التعبير عنها بالقول ("أحمد فان"، "زيد فان" و "علي فان"). و " لصدق القضية يجب أن تصدق كل موصولاتها تماما كما هو شرط صدق القضية المحصورة بالسور الكلي. ويكفي لكذبها أن يكذب على الأقل موصول واحد في الوصلة وإيجاد حالة واحدة تكذب المحصورة الكلية"¹. مما يعني أن الكلية تنحل إلى سلسلة موصولات من الأفراد وفي هذا تناسب بين السور الكلي ورابطة الوصل وهذا ما تصرح به قاعدة تشخيص السور الكلي - كما يوضح التناسب أيضا بين السور الكلي والسور الجزئي - مما يعني ضرورة ظهور رابطة الوصل كرابطة رئيسة في الكليات.

السور الجزئي ورابطة الفصل:

وإذا أخذنا المثال التالي: "بعض الحضور فلاسفة" فإن هذه القضية لا تصدق إذا حملت صفة "فيلسوف" على بعض الحضور أو على كل الحضور، فلنفرض أن "سقراط، بول، أفلاطون، أحمد" هم الحضور. فإذا كان كل واحد من الحضور فيلسوف فهذا يعني أن " بعض الحضور فلاسفة" صادقة. وإذا كان فقط سقراط وأفلاطون فلاسفة أما بول وأحمد ليسوا فلاسفة فهذا يعني أيضا أن القضية صادقة. فإن القضية تكون صادقة أيضا فلا تكذب إلا إذا كان كل من سقراط وأفلاطون وبول (paul) وأحمد ليسوا فلاسفة مما يعني أن هناك تناسب بين صدق الجزئية وصدق الفصلية " فلصدق الفصلية فيجب أن تصدق بعض موصولاتها تماما كما هو شرط صدق القضية المحصورة بالسور الجزئي، ولكذبها يجب أن تكذب كل مربوطات الفصلية وإيجاد كل الحالات التي تكذب فيها المحصورة الجزئية"² وهذا ما يعرف بقاعدة تشخيص السور الجزئي.

التناسب بين السور الكلي والجزئي وبين رابطتي الفصل والوصل:

كما رأينا من خلال التمييز الأرسطي بين القضية الكلية والقضية الشخصية التي ليست لها دور في نظرية الاستدلال القياسي إلى جانب القضية المهملة.

فلنأخذ القضيتين المهملتين:

1. الإنسان أبيض.
2. الإنسان عاقل.

¹. مرسللي محمد، المرجع نفسه، ص94.

². المرجع السابق، ص 99.

التقليدي

إن هاتين القضيتين لا تدرجان ضمن نظرية القياس ما لم ترفق بكمهما. وقد اعتبرها أرسطو إما جزئية أو كلية، وإذا دخلت القياس تكون جزئية. فقد يصدق الأمر على القضية (1) لكن لا بد من استوضح الأمر إذا تعلق بالقضية (2) فهي تصدق ككلية وجزئية معا فالحدين المؤلفان لها يندرجان ضمن ما يسميه المناطقة العرب " العموم والخصوص المطلق". فإذا قلنا " كل إنسان عاقل" تكون القضية صادقة بخلاف إذا قلنا " كل إنسان أبيض" فهي كاذبة إذ لا يمكن أن تكون القضية (1) إلا جزئية وهي تندرج ضمن ما نسميه العرب " العموم والخصوص على الوجه". وهذا يعني أن حمل البياض على الإنسان هو حمل غير مطلق مما يمكن من جعل القضية (1) قضية جزئية أما حمل " عاقل" على

"الإنسان" في القضية الثانية فهو حمل مطلق مما يمكن من جعل القضية (2) قضية كلية وعلى هذا يمكن أن نعبر عن القضية (1) بالشكل التالي:

3. بعض الإنسان أبيض أو كل إنسان أبيض (وبما أن القضية الفصلية لا تكذب إلا إذا كذب كل من مفصولاتها فالقضية (3) صادقة بصدق إحدى مفصولاتها " بعض الإنسان أبيض".

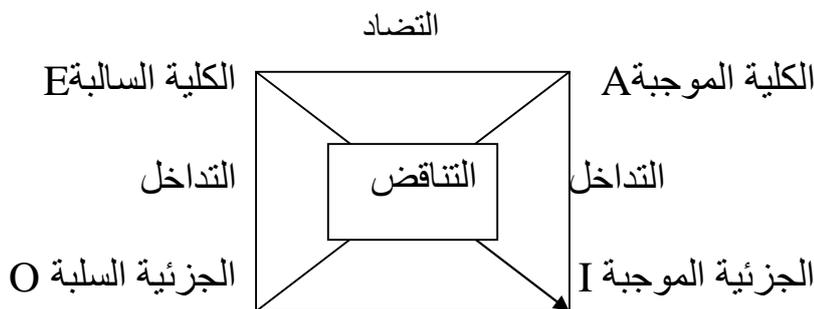
كما يمكن أن تكتب القضية (2) على الشكل التالي:

4. كل إنسان عاقل وبعض الإنسان عاقل (وتكون هذه القضية صادقة بصدق كل موصولاتها)

إن هذا التناسب الموجود بين السور الكلي والجزئي والذي يكشف في ذات الوقت عن التناسب الموجود بين رابطتي الوصل والفصل يمكن استخلاصه من قواعد التقابل القضايا.

الجزء الرابع: نظرية تقابل القضايا:

« التقابل المنطقي هو أحد طرق الاستدلال المباشر الذي ينتج من صدق قضية أو كذبها صدق أو كذب القضية المقابلة لها¹ ويسمى الاستدلال بالتقابل الذي يقوم على انتقال الحكم من القضية (أ) إلى القضية (ب) بحيث يكون لهما نفس الموضوع ونفس المحمول ولكن تختلفان في الكم أو الكيف أو كلاهما بحيث تكون القضايا العملية البسيطة التي اعتمدها أرسطو وحدها في نظرية القياس والتي يرمز لها مناطقة العصر الوسيط ب(E,I,O,A). وتتقابل فيما بينها بالتناقض أو التقابل أو التضاد أو الدخول تحت التضاد.



¹. تريكوجول، المنطق الصور

التقابل بالتناقض:

يكون بين قضيتين مختلفتين كما وكيفا أي بين (O,A) وبين (E,I) والقاعدة التقابل بالتناقض تنص حسب أرسطو على أن « القضيتان المتناقضتان إحداهما صادقة بالضرورة، والأخرى كاذبة بالضرورة»¹. وأي محاولة برهنة عليها هي مصادرة على المطلوب. وهذا لأن إحدى القضيتين تنفي ما تثبته الأخرى.

التقابل بالتداخل:

ويكون بين قضيتين مختلفتين كما. متفقتين كيفاً أي بين (A,I) وبين (O,E) وينص قانون التقابل بالتداخل أن صدق الكلية يؤدي إلى صدق الجزئية حيث « يصح اللزوم من الكلي إلى الجزئي»². أما إذا كذبت الكلية فلا استدلال إذ قد تصدق الجزئية وقد تكذب. لكن إذا كذبت الجزئية كذبت الكلية أيضاً، أما صدقها فلا يمكن وفقها استنتاج صدق أو كذب الكلية.

التقابل بالتضاد:

ويكون بين قضيتين كليتين إحداهما سالبة والأخرى موجبة فإذا صدقت الكلية الموجبة كذبت الكلية السالبة بحيث أنه إذا صدقت الكلية الموجبة كذبت الجزئية السالبة، وإذا كذبت الجزئية السالبة كذبت الكلية السالبة وفق قانون التداخل. أما إذا كذبت الكلية الموجبة، أصبحت الكلية السالبة احتمالية لأن كذب الكلية الموجبة يؤدي إلى صدق الجزئية السالبة مما يجعل الكلية السالبة التي تقابلها بالتداخل احتمالية. وسنحصل على ذات النتائج إذا انطلقنا من الكلية السالبة كقضية مطروحة.

التقابل بالدخول تحت التضاد:

ويكون بين قضيتين جزئيتين مختلفتين كيفاً، أما قانونه فينص على أن صدق إحداهما لا يؤدي إلى صدق الثانية ولا كذبها. فلا استدلال إذن، هذا لأن صدق الجزئية يؤدي إلى كذب الكلية التي تقابلها بالتناقض وكذب

¹. المرجع نفسه، عن Aristote .categ.10، ص 192.

². المرجع السابق، ص 193.

التقليدي

هذه الكلية لا يمكن أن تستنتج منه قيمة صدق الجزئية التي تقابلها بالتداخل. والمقابلة للقضية المطروحة بالدخول تحت التضاد، أما إذا كذبت إحدى الجزئيتين، فهذا يؤدي إلى صدق الأخرى، لأن كذب الجزئية يؤدي إلى صدق الكلية التي تقابلها بالتناقض وبصدق هذه كلية تصدق الجزئية التي تقابلها بالتداخل - حسب قانون التداخل - والمقابلة بالدخول تحت التضاد للجزئية المطروحة.

جدول قوانين القضايا:

فلتكن (E,I,O,A) هي القضايا المطروحة، والقضايا (Ee,Ii,Oo,Aa). هي النتائج ونرمز ص، ك لقيم الصدق، الكذب على التوالي و ب م لاستحالة معرفة قيمة صدق القضية النتيجة.

القضايا مطروحة	A	E	I	O	النتائج
ص	ص	ك	م	ك	Aa Ee Ii Oo
ك	ك	ص	ك	م	
ص	ص	ك	ص	م	
ك	ك	ص	م	ص	
القضايا مطروحة	A	E	I	O	النتائج
ك	ك	م	ك	ص	Aa Ee Ii Oo
م	م	ك	ص	ك	
م	م	ص	ك	ص	
ص	ص	م	ص	ك	

المبحث الثاني : المنطق الميغاري و الرواقي

لقد نظر البعض إلى الاختلاف الحاصل بين المنطق الأرسطي والمنطق الرواقي الذي تمتد أفكاره إلى المدرسة المغاربية على اعتبار أن الأول قائم على التصورات الكلية أما الثاني فهو اسمي وما نلاحظه أن كلاهما صوريا

التقليدي

واستنباطيا و هذا ما يتجلي من خلال ما عرضنا للمفاهيم الصورية للمنطق الميغاري و الرواقي وحركة الاستنباط فيهما.

الجزء الأول: المنطق الميغاري:

يذكر بلانشي في كتابه " المنطق وتاريخه " أن المنطق في صورته التي ينظر له بها اليوم، والتي أثر بها في ظهور المنطق الرمزي، تعود جذورها إلى المنطق الميغاري. لقد كان الميغاريون يعتمدون على الجداول، والنظر في نتائج الخصوم لدحضها*. ومن أهم ممثلي هذه المدرسة فيلون (عاش في النصف الثاني من القرن الرابع قبل الميلاد)، وديودور الكرونوسي (عاش في القرن الرابع قبل الميلاد). إننا مع ديودور وتلميذه فيلون نبتعد عن الجدل من أجل إفحام الخصوم، ونبتعد عن سطح المنطق لنغوص إلى عمقه. وسنصل إلى كشفهما عن فكرة التضمن. كما سنعرف على الاختلاف الحاصل بينهما حولها

التضمن عند فيلون:

لقد كان فيلون « أول من اهتم اهتماما خاصا بالقضايا المركبة والقضايا الشرطية بوجه خاص ووضع قواعد صدقها وكذبها وبذلك سبق المنطق الصوري الحديث في إدراك أهمية القضية المركبة ودالة الصدق»¹ وحدد طبيعة التضمن « فالتضمن هو الرابط - الذي يربط أي أنه مقدمة افتراضية بالمعنى الدقيق هو مقدمة شرطية conditionelle من طراز إذا P إذن q - النهاية بالبداية»². ولقد وضع فيلون شروط تضمن صحة النتيجة إذ وصل إلى تعريف « دالة التضمن implicative function بكل وضوح: القضية الشرطية المتصلة الصادقة هي ما يكون مستحيلا أن يصدق مقدمها ويكذب تاليها»³. أي أن التضمن يكون صحيحا، إذا لم يبدأ بالصحيح لينتهي إلى الخاطئ. مما يعني أنه توجد ثلاثة أشكال صحيحة، وهي التي ينتقل فيها من الصحيح إلى الصحيح مثل " إذا كان هناك نهار فهناك نور"، والشكل الثاني عندما نبدأ من الباطل لنتهي إلى الباطل مثل ذلك " إذا كانت الأرض تدور فهي أجنحة" أما الشكل الثالث فهو الذي يبدأ بالباطل وينتهي بالصحيح ومثالها " إذا كانت الأرض تدور فهي موجودة". أما الخطأ فقد استوضح أمره إذ يكون عندما نبدأ بالصحيح لنتهي إلى الباطل مثال: إذا كان هناك ليل، فليس هناك ظلام. « إن هذه الطريقة في مميّزة أحوال صلاح التضمن تبين

*. قد تعود الطريقة لتأثر إقليدس الميغاري - هو غير إقليدس الرياضي - بطريقة أستاذه سقراط في التعليم

¹. زيدان محمود، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 40.

². بلانشي روبير، المنطق وتاريخه، ص 127.

³. زيدان محمود، المرجع نفسه، ص 44.

التقليدي

بوضوح أن فيلون قد توصل إلى ما نسميه اليوم نظرية وظائف الحقيقة، وأن الفكرة كونها عن الحقيقة، تتطابق مع فكرة التضمن المادي، عند راسل وهي أساس حسابنا الحديث للمقدمات¹.

مما يعني أنه يمكن التعبير عن نص فيلون حول قمة صدق التضمن بالجدول التالي:

ق	ل	ل	ق	الأشكال
1	1	1	1	أ
1	0	0	0	ب
1	1	0	0	ج
0	0	1	1	د

حيث ق: المقدم
ل: التالي.
⊃: رابطة التضمنين
1: الصحيح (الصدق)
0: الباطل (الكذب)

ورغم أن رابطة "التضمن المادي" في المنطق الرياضي أوسع منها لدى فيلون إلا أن بعض المناطق المحدثين من بينهم و. كنيال يقترح تسميتها بـ "الوصل الفيلوني".

التضمن عند ديودور:

لقد عارض ديودور أطروحة فيلون حول طبيعة التضمنين وحول قيمة الصدق فيه وهذا لأن الأمثلة التي استخدمها فيلون والتي قدمناها ترتبط بالوقائع كما هي. لكن إذا غيرنا المقدم أو التالي فإن قيم الصدق لا تبقى ثابتة وفق القواعد التي قدمها فيلون بل تتغير بحسب الزمن. لهذا فهو يقترح تصور جديد للتضمن لا يتأثر بنوع الأمثلة التي نقدمها. إذ أن على النحو الذي تصوره فيلون قد يكون صحيح تارة وباطل تارة أخرى بحسب الزمن » إن ديودور إذ يستعيد من أحوال الصحة الثلاث التي يعترف بها فيلون. إنما ستظهر عبر الزمان تبدلات موقعية مثل السابق صحيح واللاحق باطل². وهي حالة يرى فيها فيلون التضمن باطل مثل « إذا كان هناك نهار فأنا أناقش. وإذا كان في هذه اللحظة نهار وأنا أناقش³. فهو تضمن صحيح لأنه ينتقل من الصحيح إلى الصحيح » لكن إذا انقطعت عن الكلام، يصبح باطلاً لأنه ينتقل عندئذ من صحيح إلى باطل، إذا كان هناك ليل، فأنا أناقش. وإذا كان هناك في هذه اللحظة، وأنا أصمت فإنه أيضا صحيح في رأي فيلون، لأنه ينتقل من الباطل إلى الباطل، ولكن منذ أن يهبط الليل وأنا أواصل صمتي، فإنه يصبح باطلاً لأنه ينتقل من صحيح إلى باطل. وإذا كان ثمة ليل فهناك نهار، وإذا كان في هذه اللحظة هناك نهار، فإنه صحيح برأي فيلون لأنه ينتقل من باطل إلى صحيح،

¹. بلانشي روبر، المرجع نفسه، ص 134.

². المرجع السابق، ص 135.

³. المرجع نفسه، ص ص 135 ، 136.

التقليدي

ولكنه سيصبح منذ حلول الليل باطلا لأنه عندئذ ينتقل من صحيح إلى باطل¹ لهذا رأى ديودور أن التضمن يكون " صحيح عندما لم يستطيع ولم يستطيع أن يبدأ بالصحيح لينتهي إلى الباطل " وهذا بدلا عن قول فيلون أن التضمن الصحيح هو الذي لا يبدأ بصحيح لينتهي إلى باطل.

لقد نظر بعض المناطق إلى التضمن عند ديودور وكأنه سابقة للتضمن الدقيق عند لويس (1882 - 1964) لكن قول ديودور: "عندما لم يستطيع ولا يستطيع" يجعله منطقا جهويا، ولهذا نستبدل مفهوم الاستطاعة بمفاهيم زمانية كالآن، الحاضر والمستقبل، ويقارب بذلك التضمن الشكلي لراسل² لهذا إذا أردنا على الإطلاق أن نجد في المنطق الحديث ما يماثل التضمن الديودوري، فلا ينبغي تضمن لويس الدقيق، بل في التضمن الشكلي عند راسل $x(fx \supset gx)$ أو بنفس المعنى $(fx \supset gx)$ ومع تأويل مناسب للمتغيرات في هذه الصيغة الأخيرة سنحل بالتالي، كما يقترح بوشنسكي على تعبير قريب جدا من التضمن الديودوري، بالنسبة إلى كل زمان t . ليس هناك أبدا p صحيحة في الزمان t . و q باطلة في الزمن t ²

وإذا أردنا في ضوء هذا أن نبقي ضمن حدود المدرسة الميغارية ووضع مقارنة بين تضمن ديودور وتضمن فيلون فسوف يكون تضمن ديودور حالة خاصة من تضمن فيلون بحيث يكون ممكنا دائما.

الجزء الثاني: المنطق الرواقي:

«بينما كان أرسطو يعتبر المنطق مجرد (أورغانون)، لم يرد ذكره في تصنيف العلوم، فإن الرواقيون يعدون المنطق جزءا لا يتجزأ من الفلسفة»³. وهم يعنون بلفظ المنطق كما ورد لديهم سلسلة بحوث تتمثل في مجملها الشروط الضرورية للفكر. وقد اعتبروا أن الاستدلالات هي الموضوع الأساسي في المنطق وهي تعد واقعا حقيقيا. فإذا «كان منطق أرسطو متناسب مع فلسفة المادة والجوهر فهو إذن منطق المفهوم والتصور»⁴. أي منطق الكليات فإن الرواقيون «لا يعترفون بالكليات لأنهم يلجئون إلى الواقع الخارجي المحسوس الذي

¹. المرجع نفسه، ص 136.

². بلا نشي روبر، المنطق وتاريخه، ص 149.

³. ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص 130.

⁴. بلا نشي روبر، المرجع السابق، ص 127.

التقليدي

يتحقق فيه الجزئي فحسب، كما أن معرفة الصدق Truth والكذب Falsehood عندهم تكون بالإشارة إلى المحسوس* العياني، لكن المجرد والكلبي لا يدخل ضمن دائرة المعارف المنطقية¹.

إذن فالمنطق الرواقي ينظر إلى كل حادث في نفسه وفي مميزاته الفردية. « وهنا نلمس أول مقارنة بين الرواقيون واللوجيستين، كما يمثلهم برتراند راسل، فالرواقيون أولاً وقبل كل شيء - كما رأينا - قد حولوا النظر المنطقي من التصورات (الكليات، concepts) التي كان يبدأ بها المنطق التقليدي إلى الأقوال والأحكام أو القضايا (propositions)، كما أنهم قبلوا المادة أولى لمنطقهم الأحكام المخصوصة أي "الذرية Atomic"، كما سيقول راسل فيما بعد². ضف إلى ذلك أن المنطق الرواقي يستنتج من وقائع المشاهدة (الذرية) وقائع أخرى ولا يكتفي بتسجيلها مستعينا في ذلك بثوابت تؤدي هذا الفرض، الإستنتاجي مثل: إذا كان.. فإنه، و، إما.. أو.. إلخ. » فأهمية الرواقيين من وجهة النظر الحديثة أننا نجد في مذهبهم الدواعي الفلسفية البحتة لأصول العمليات المنطقية التي تعبر عنها مثل تلك الكلمات³.

لقد قسم الرواقيون القضايا إلى قسمين: القسم الأول ويتمثل في الأقوال البسيطة أما الثاني فيتمثل في الأقوال المركبة (المقدمات). ولا يختلف الرواقيون عن أرسطو في تحديد القضية البسيطة بأنها « هي التي تحمل فيها صفة من الصفات على موضوع دون الحاجة إلى رابطة منطقية⁴. أما القسم الثاني الذي ينظر إليه اليوم كقضايا جزئية » التي تعتمد على ثوابت منطقية فإنه يعد مجالاً خصباً لوضع الأسس المنطقية للأبحاث الحديثة⁵. إذ تتميز القضية المنطقية عند الرواقيون كونها دائماً قضية مركبة.

القضية المركبة:

لقد صنف ديوجين الرواقي الأقوال المركبة (المقدمات) إلى مقدمة افتراضية مثل إذا كان نهار هناك نور والمقدمة متوالية مثل: بما أن هناك نهار هناك نور، ومقدمة عطفية كقولنا هناك نهار وهناك نور ومقدمة سببية: لأن هناك نهار، هناك نور، ومقدمة فصلية مثل: إما هناك نهار وإما هناك ليل. كما أن هناك نوع آخر وهو المقدمة التشبيهية وستقسم هي الأخرى إلى نوعين تصعيديه وتخفيضيه هناك نهار أكثر من الليل (تصعيديه)، أما

*. قد يكون الاتجاه إلى الجزئي المحسوس، وليد دواع عملية، فزينون الرواقي وكريسيب ورواقيون آخرون أكثروا الكتابة في الأمراض وتشخيصها، فكان لمنطقهم طابع إسمي ولنظرية المعرفة عندهم طابع تجريبي عموماً.

¹. ماهر عبد القادر، المرجع السابق، ص 19.

². ثابت الفندي، المرجع السابق، ص 128.

³. المرجع نفسه، ص 131.

⁴. عثمان أمين، الفلسفة الرواقية، ص 132.

⁵. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

التقليدي

التخفيفية مثل هناك نهار أقل من ليل، كما يضع إلى جانب المقدمة الفصلية مقدمة شبه فصلية: نفي عطف الوصل مثل ليس (هناك نهار وهناك ليل). وقد اتفق المناطقة على أن القضايا المركبة في مجملها تتخذ الصور الآتية عند الرواقية- لا سيما لاعتمادهم على علاقة الاستتباع الضرورية- « الإثبات بالإثبات ، النفي بالنفي النفي بالإثبات وله صورتان، الإثبات بالنفي»¹. بمعنى: إذا كان الأول فإن الثاني، إذا ليس الأول ، ليس الثاني. أما صوري النفي بالإثبات فتكون إذا ليس الأول فإن الثاني أو إذا الأول فإنه ليس الثاني. وكل هذه القضايا موضوعة على صورة شرطية بفهم دقيق لباقي الثوابت المدرجة في هذه الصور كالفصل والوصل. « وما هو جدير بالذكر أن دراسة الرواقين لثابت الفصل سوف تفتح لهم باب بحث منطق القضايا الشرطية المنفصلة، وذلك أول عهدنا بدراسة جادة له»². إن الأشياء تشكل حلقة ضرورية في شجرة الروابط العلية، التي تحوي كل الموجودات فهذا يعني وجود رابطة ضرورية بين الأشياء وهم « يجدون في القضية الشرطية الدلالة المنطقية لهذا الارتباط الضروري مسيطرة في العالم. لهذا نرى أنه قد تطورت العلاقة التضمنية لأول مرة في المنطق الرواقي»³. فهم على عكس منطق المحمولات، أنشئوا منطق القضايا، إذ يعتبرون القضية إتحاد جملتين توجدان في علاقة منطقية وهو لا يقوم على الأحكام القطعية بل أحكام سببية، « وأنشأ الرواقيون ضرباً من ارتباط الأحكام أشار إليها المنطق الحديث على أنها تضمين مادي»⁴ ولهذا يأتون باستدلالاتهم في شكل أحكام شرطية.

إن وجود الأعداد الترتيبية: الأول، الثاني تدل على أن الرواقين قد تنبهوا إلى ضرورة استعمال الرموز في كتاباتهم المنطقية من أجل تحقيقي الصورية في أبعاد حدودها. وإذا كان أرسطو قد استخدم حروف الهجاء كمتغيرات فإن الرواقيون قد استخدموا الأعداد الترتيبية كرموز للقضايا، " إذا كان الأول، كان الثاني، ولكن الأول، إذن الثاني ". ومن خلال هذا يتضح أن الرواقين على خلاف أرسطو الذي اهتم بالقضية الحتمية البسيطة اهتموا بالقضية المركبة والتي اعتبرت أهمها لديهم القضية الشرطية، كما اهتموا أيضاً بالثوابت المنطقية، وسموها الروابط وقد سبق أن عرفنا مثل هذه الروابط كرابطة الفصل، الوصل، اللزوم، فتكون بذلك القضية المنفصلة التي تتألف من قضيتان ترتبطان برابطة العناد "أو" في القضية المنفصلة مثل " هي الصباح أو هي المساء" وفي القضية المتصلة ترتبطان بالرابطة "و" مثل " هي الصباح وهي النور". والقضية الشرطية التي تتألف من مقدم وتالي، يفيد وجود المقدم فيها وجود التالي يرتبطان بالرابطة "إذا... فإن...". مثل " إذا الصباح فإن النور". إن وضع القضايا على هذه الصور ارتبط بفهم دقيق للثوابت المنطقية مثل: الوصل conjunction، والفصل Disjunction،

¹. ماهر عبد القادر، فلسفة العلوم، ص 22..

². ماهر عبد القادر، المرجع نفسه، ص 22.

³. ماكوفلسكي ألكسندر، تاريخ علم المنطق، تر. ندیم علاء الدين، إبراهيم فتحى، دار الفرائي، ط1، بيروت، 1987، ص 189.

⁴. روزنتال، م. ب. يودين، الموسوعة الفلسفية، ص 230.

التقليدي

والتضمن «Implication»¹. وقد كانت هذه الثوابت ذات صلة وثيقة بالمنطق المعاصر لا سيما في حساب القضايا. « الأمر الذي جعل المنطق الرواقي في منزلة الصدارة في العصر الحديث»²

المبحث الثالث :النسق الاستنباطي التقليدي:

إن وجود مثل هذه المفاهيم الصورية ، اللغة الرمزية الدالة عليها، كانت في نظرنا من العوامل التي ساهمت في بناء نسقا استنباطيا تقليديا أرسطيا و رواقيا.

الجزء الأول :النسق المنطقي الأرسطي:

يذكر لوكاشفتش أن المنطق الأرسطي منطق استنباطي باعتباره « يحتوي على قواعد الاستدلال المباشر والاستدلال القياسي ورد الأقيسة»³. والقياس « نظرية في الاستدلال هي من الناحية التاريخية أول نسق استنباط صاغه أرسطو والغرض الرئيسي من القياس هو تأكيد الشروط العامة التي في ظلها تنتج أو لا تنتج نتيجة محددة من قضايا تشمل على التأكيد بأن المحمول يستغرق أو لا يستغرق الموضوع وتقوم كمقدمات للنتيجة»⁴. كما يرى لوكاشفتش أن أرسطو لم يضع منطقة في نسق رمزي. لكنه أدرك أن هذا المنطق يقوم على مقومات تجعل منه نسقا. إن إحدى العلاقات العامة التي يتأسس وفقها علم- في شكل نسقي استنباطي- هي قابلية قضاياها للاشتقاق من بعضها البعض وفق خطة خاصة تتحدد بقواعد الاستنباط الخاصة بهذا العلم لكن هذا لا يدفعنا « إلى تصور أن كل القضايا التي تشكل نسقا علميا يمكن البرهنة عليها أو تعريفها. وأن أي محاولة للبرهنة عليها توقعنا في الدور»⁵.

أي أن المعرفة إذا انتظمت في نسق شكلت علما إذ أنه ليس مجرد تجمع الحقائق، وفي هذا يقول بوانكاري « يشيد العلم اعتمادا على وقائع، كما يشيد البيت من الحجارة، إلا أن حشد الوقائع لا يعني بالنسبة للعلم أكثر من تكديس الأحجار بالنسبة للبيت»⁶. كما أن الحدود التي تحتويها تلك القضايا يمكن أن تعرف ببعضها البعض كما تعرف حدود الفيزياء ببعضها البعض فمثلا: « تعرف العجلة 'accélération' أو ' التسارع' بأنه معدل تغير السرعة. بينما تعرف السرعة 'velocity' بأنها معدل التغير في المكان»⁷. استعنا في

1. ماهر عبد القادر، المنطق الرياضي، ص 22.

2. الفندي محمد ثابت: أصول المنطق الرياضي، ص 129.

3. لوكاشفتش، نظرية القياس الأرسطي، ص 07.

4. رونتال. م، يودين. ب، الموسوعة الفلسفية ، ص 107.

5. قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، د. ط، دار المعرفة الجامعية، مصر، 1991، ص 123.

6. المرجع نفسه ص 132 عن Klenk.V, symbolic logic ,pp 35, 36

7. عبد الواحد أنور، المعجم الهندسي، دار الشروق، ص 157.

التقليدي

تعريف هذه الحدود إلى حدود أخرى محددة المعاني على أن يجمل هذا الحد نفس المعنى في كل تعريف طبقاً لمبدأ الهوية. وبالاعتماد على تقدم يكون العلم « نسقا استنباطيا سليما إذ احتوى على عدد قليل من القضايا الأولية التي تستنبط منها بقية قضاياها، بالإضافة إلى احتوائه على أقل عدد ممكن من الحدود التي تستخدم في تعريف بقية حدوده. تلك هي الصورة العامة التي يجب أن تكون عليها أي معرفة نود أن نقيمها نسقا استنباطيا¹. إذ ما يميز أي علم ليس معارفه بل انتظام هذه المعارف ضمن نسق استنباطي: فقيام علم ذو طبيعة صورية يعني احتوائه على قضايا أولية صادقة توضع منذ البدء صريحة تشكل مقدمات هذا العلم تمكن من اشتقاق باقي قضاياها التي ستسمى فيما بعد نظريات هذا العلم. كما أن راسل لا يستبعد وجود العنصر السيكلوجي، ووجود العلاقات المنطقية في الانتقال من المقدمات إلى النتائج إذ يعرف الاستنباط بأن له جانبان « الأول أنه يقرر وجود عنصر سيكلوجي ضمن خطوات الاستنباط، والثاني أنه يثبت وجود علاقة منطقية². بحيث لا يمكن في غياب هذه العلاقات الانتقال من المقدمات إلى النتائج، وعليه يعتبر وجود هذه العلاقة شرطا ضروريا للانتقال الصحيح في الاستنباط ومع ذلك فهو غير كاف ما لم نأخذ في عين الاعتبار علاقة المفكر بقضاياها كمقدمات والتي توحى إليه بارتباطها فيما بينها بحيث يمكن الاستدلال بإحداها على الأخرى استدلالا صحيحا. وهذا هو العنصر السيكلوجي الذي يشير إلى علاقة التضمن.

« لقد فرق أرسطو بين المنطق الكبير أي الأناطوليقا الثانية الذي يتركز الاهتمام فيه على المنطق المادي الذي يتعلق بالعلوم الرياضية والطبيعية، وبين المنطق الصغير أي الأناطوليقا الأولى وهو الذي يتعلق بالجانب الصوري أي قوانين الفكر الصورية التي هيئة هي استنباطات في صورة واحدة هي الصيغة المنطقية الشكلية التي تتألف من الموضوع والمحمول³. وما يذكره أرسطو هو اعتبار كل صيغة من هذه الصيغ المنطقية دالة قضائية⁴ على الرغم من عدم بيانه ماهية تلك الدالة القضائية وبيان توابعها بالرموز، والمؤكد عند أرسطو أن المنطق يعتبر علما برهانيا أو ما يسمى بالمصطلح المنطقي الحديث بالنسق الاستنباطي⁴. إذا كانت الهندسة الإقليدية وفق الكثير من الدراسات أول نسق استنباطي عرفته الإنسانية فإنه يعود إلى أرسطو وضع أسس هذا النسق، وقد وضع لوكاشفتش يده على هذه الأسس من خلال تحليله لكتابات أرسطو ذاتها وقد ذكرها في كتابه نظرية أرسطو المنطقية وهي:

¹. قاسم محمد محمد، المرجع نفسه، ص 124.

². ماهر عبد القادر، المنطق الرياضي، ص 101.

³. نظمي محمد عزيز سالم، المنطق وأشكاله، د.ط، د.س، الإسكندرية، ص 13.

⁴. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

التقليدي

أ. تصنيفه للقضية الحملية وفق أفكار اعتبرها واضحة بذاتها وبالتالي لا تحتاج إلى توضيح مثل السور الكلي والجزئي والسلب.

ب. من خلال صياغته للأفسيية، تعرف أرسطو على رابطتي العطف والتضمن مما يجعله قد عرف القضية المركبة.

ج. تأكيد أرسطو على مبدأ الهوية كقانون أساسي للفكر وهو يستخدم في البرهنة، وان كان لا يقبل البرهان.

د. " لم يبرهن أرسطو على قوانين التقابل والعكس بطريقة القياس، وإنما برهن على بعضها بطريقة البعض الآخر، مما يوحي بأنها في نظره مقدمات أولية"¹. كما يلاحظ أيضا أنه يستخدم هذه القوانين في رد الأقيسة والجدير بالذكر أن البرهنة عليها على هذا النحو لا يوقعنا في الدور. وهذا نظرا لطبيعتها كمبادئ أولى للنسق.

هـ. "كان أرسطو إذا أراد البرهان على ضرب ما من ضروب الشكلين الثاني أو الثالث فإنه يستنبطه من ضرب مناسب من ضروب الشكل الأول، كما رأى إمكان رد الضربين الثالث والرابع ومن الشكل الأول إلى الضربين الأول والثاني منه، يوحي ذلك أن أرسطو كان ينظر إلى الضربين الأول والثاني من الشكل الأول على أنهما مقدمات أولية في نظرية الرد"².

يتضح ومن خلال الأفكار التي حددها لوكاشفتش أن نظرية القياس الأرسطية "تقدم إلينا قوانين الاستنباط على نحو في ذاته استنباطي برهاني بحيث لا نقبل بالبداهة أو الجدل الفلسفي قضية على أنها حقيقة من البرهان على كل قانون في المنطق"³. فأرسطو - وكذا إقليدس - هو من وضع فكرة النظرية الاستنباطية التي اشتهرت بها الرياضيات دون غيرها من العلوم الصورية لا سيما المنطق، ولعل هذا ما جعل ليفسكي يقول أن "الأسس التي أقام عليها أرسطو تصوره للنسق الصوري أقرب إلى طبيعة البرهان الهندسي منها إلى البرهان المنطقي"⁴. وإذا كان أرسطو يعرف الاستنباط بأنه العملية التي يتم فيها انتقال الفكر من قضية، كمقدمة إلى بلوغ قضية أخرى كنتيجة. ولا بد أن يكون هذا الانتقال وفق علاقات معينة ومحددة سلفا كانت أساس بلوغ النتيجة هذه من تلك المقدمات ذاتها. وهذه العلاقات المنطقية متعددة، اعتبرت أهمها علاقة التضمن المنطقي، والتي يعبر عنها بالقياس الشرطي المتصل. والتي تعتبر العلاقة الأساسية في المنطق التقليدي. وبما أنها العلاقة الأساسية فهي تتجاوز حدود القول "أ تتضمن ب" بل نقصد أنه يمكن رد الكثير من العلاقات المنطقية إليها مما يمكننا من بلوغ النتيجة، فعلى سبيل المثال لو نقل أن الكلية الموجبة "كل إنسان فان" صادقة فإنها تتضمن القول أن الجزئية السالبة "ليس بعض الإنسان فان" كاذبة. كما تتضمن القول أن الجزئية الموجبة "بعض الفان إنسان" صادقة

¹. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 34.

². المرجع نفسه، ص 35.

³. نظمي محمد عزيز سالم، المرجع السابق، ص 13.

⁴. لوكاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 55.

التقليدي

أيضا. وإذا قلنا «إذا صدقت القضية أ كذبت القضية المناقضة لها ب، كأننا نقول "أ صادقة تتضمن لا أ كاذبة" وإذا قلنا أن القضية الكلية السالبة تعكس إلى كلية سالبة، كأننا نقول (لا أ هو ب) تتضمن (لا ب هو أ)»¹ وعلاقة التضمن نتجت عن الضرورة المنطقية إذ نلاحظ من صورة القياس العامة أن النتيجة التي نتوصل إليها «نتج ضرورة عن اجتماع المقدمتين أو الارتباط بينهما، والضرورة التي يعينها أرسطو إنما هي الضرورة المنطقية *logique necessity*، فالحد الأوسط يمثل رابطة مشتركة بين الحد الأكبر والحد الأصغر، كما يظهرهما معا في النتيجة وبذلك فإن النتيجة منطقيا متضمنة في المقدمات»².

طبيعة المقدمات:

إن النسق الاستنباطي «هو أن يحتوي العلم ذو الطبيعة الصورية مجموعة محددة القضايا الأولية (المصادر) توضع صريحة واضحة منذ البدء، نسلم بصدقها دون برهان وتستنبط منها قضايا أخرى هي نظريات ذلك العلم»³. وفي هذا يضع الرواقيون شرطان ضروريان لصحة الاستنتاج وهما صدق المقدمتين وصدق شكل استنباط النتيجة منهما. و صدق هذه المقدمات يعود لاعتبارها أولية إذ لا يستدل عل وجودها بقضايا قبلها، وصدقها واضح للعقل بذاته كما يجب أن تكون قضايا كلية، «فما يعرفه الإنسان لا يخلو من أن يعرفه، إما بالحس أو بالعقل أو بالجميع، والذي يدركه بالحس هو هذه الأشياء الشخصية المحسوسة وإدراكها بغير توسط، والتي يدركها بالعقل هي الأشياء الكلية والعامة. وذلك أن العقل المستنبط للأمور الكلية والمستخرج لها من المشابهات التي يجدها في الأمور الطبيعية عند تصوره لها»⁴. ولا بد من أن العقل يقوم في استنباطه لهذه الكليات انطلاقا من معرفة سابقة تمكن من كشف المشابهات وتمحيصها لبناء تصور كلي، وهذا ما يمكن أن نسميه معرفة أولية كلية من أجل الاستنباط، ولهذا يشترط في الحدود أن تكون تصورات كلية وبالتالي تكون المقدمات المكونة منها قضايا كلية وضرورة تجعل الاستنباط أمرا ممكنا «ذلك أن العلوم التعاليمية وما أشبهها من الأمور النظرية، إذ تصفح أمرها ظهر أن العلم الحاصل منها عن التعلم إنما يكون من معرفة متقدمة للمتعلم»⁵.

هذا ما يذكره أرسطو في كتابه التحليلات الثانية، ويضع كشرط يجب توافره في مقدمات البرهان إذ

1. زيدان محمود، المرجع نفسه، ص 204.

2. ماهر عبد القادر، فلسفة العلوم، ص 101.

3. زيدان محمود، المرجع نفسه، ص 273.

4. أرسطو، منطق بن زرعة، ابن زرعة، . جزار جيهامي، رفيق العجم، ط1، دار الفكر اللبناني، بيروت 1994، ص 217.

5. أرسطو، نص تلخيص منطق أرسطو، ابن رشد، تح. جزار جيهامي، مج5، ط1، دار الفكر اللبناني، بيروت 1994، ص 369.

التقليدي

« إننا لا نتعلم إلا بالاستدلال أو البرهان، والحال أن البرهان يتم انطلاقاً من مبادئ كلية والاستدلال يتم اعتباراً من أحوال جزئية، ولكنه من الممتنع اكتساب معرفة الكلّيات بطريق آخر غير الاستدلال»¹

أما عن قيمة الصدق في هذه العلوم فإنه، إذا كان معيار صدق أو كذب القضايا في العلوم الطبيعية هو الواقع، رغم أن قيمة الصدق هذه ليست مطلقة - وهذا انطلاقاً من مشكلة الاستقراء التي أثارها دافيد هيوم - إذا استفادت العلوم الطبيعية من العلوم الرياضية حين نظرت إلى فكرة الاحتمال «أما العلوم الصورية، فإننا كما نعلم تشير قضاياها إلى مجردات فكرية لا أساس واقعي لها، وهذه العلوم مثل الرياضيات البحتة والمنطق، الصدق فيها مطلق يتعلق بالنسق الرياضي أو المنطقي ولا علاقة له بالظواهر الخارجية، ومن ثم فإن معيار اختبارها يكون بالرجوع للنسق ذاته»². مما يعني أن قضايا النسق الرياضي و النسق المنطقي لا بد أن لا يكون بينهما تناقض سواء كمبرهنات فيما بينها أو بينها و بين مقدمات النسق كمبادئ أولية وضرورية. والتي لا يمكن أن تكون كذلك إلا إذا أمكن أن نميز سلفاً بين الحدود المعرفة و الحدود اللامعرفة. بحيث تمثل الحدود اللامعرفة بداية بناء القاعدة المنطقية لكونها مفهومة وواضحة، إذ من خلالها تعرف الحدود الأخرى وبوضوحها تتضح المقدمات المكونة منها. وقد حددنا في المتغيرات والثوابت والروابط المنطقية التي تحدد أشكال القضايا التي يتألف منها النسق المنطقي وهي بديهياته والتي تتميز بكونها صادقة بالضرورة ولا تحتاج إلى برهان، بل ولا يمكن البرهنة عليها ضمن النسق الذي وضعت فيه، أو اختيرت منه، وقد تكون هذه البديهيات مجموعة محددة من القضايا، وقد توضع على هيئة قوانين أو على هيئة بديهيات لا متناهية.

الجزء الثاني: كريسبوس والنسق الاستنباطي:

لقد عبر الرواقيون عن القضايا شكل رمزي على نحو ومتسق بحيث أنهم اهتموا بالثوابت المنطقية وقواعد صدق القضايا المركبة. وإذا كان أرسطو لم يعط تعريفات للثوابت في وضوح وصرحة. فقد قام الرواقيون بذلك، ثم وضعوا مقدمات تمكن من استنباط قضايا أخرى «لقد سمى كريسبوس هذه المقدمات بصور استدلالية Basic or indemonstrable inference schemata وسمّاها أيضاً ضرباً أولية لا تقبل البرهان Basic or indemonstrable inference schemata و أحصى منها خمسة»³. وهي مقدمات أولية لا توجد معرفة سابقة

¹. المرجع السابق، ص 370.

². ماهر عبد القادر، المنطق ومناهج البحث، دار المعرفة الجامعية، مصر، 1998، ص 56

³. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 97.

التقليدي

عليها في بناء الاستدلال بحيث تمثل قواعد للاستدلال بحيث تعتبر القاعدة الأولى والثانية تعبيراً عن القياس الشرطي المتصل* . في حين تعبر القاعدتان الرابعة والخامسة عن القياس الشرطي المنفصل. أما القاعدة الثالثة فإنها تعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد، ونعبر عنه بالكلمات، ليس كلاهما معاً، وسوف يتجاهل المناطقة هذا الثابت إلى أن يبعثه بيرس في أوائل هذا القرن** ، ويأخذه شيفر¹ «sheffer»¹. ويقترحه لتعديل نظرية حساب القضايا عند راسل هوآيتهد.

إن ما يميز الاستدلال الرواقي أنهم لا ينطلقون من قضايا عملية كما فعل أرسطو بل من القضية الشرطية «ويفسرون القضية بـ "مجموعة". أي كأنها اتحاد جملتين توجدان في علاقة منطقية محددة الواحدة مع الأخرى»².

وبما أن المنطق الرواقي منطلق اسمي يهتم بالأفراد لا بالتصورات الكلية الأرسطية فقد رفض زينون كريستوس «النظرية التي يصبح فيها الحكم متضمن لذات الحكم في أي نوع، وبالنسبة للرواقيين يتعلق في الأحكام، ليس بالأجناس التي تمثل الأنواع، بل بالأفراد وبمجموعة كفيات مترابطة فيما بينها وفق قواعد محددة، إذا كان سقراط يملك الكيفيات المعبر عنها بكلمة "إنسان" فهو إذن يملك الكيفية المعبر عنها بكلمة "فان" والتي تنحل في كفيات القاعدة»³.

لم يدرك الرواقيون أنهم محددين حين وضعوا قواعد الاستدلال، في حين أنهم أدركوا بأنهم يقدمون الصورة العامة للقياس الشرطي بنوعيه المتصل والمنفصل. وقد قدموا القياس الشرطي في الصورتين التاليتين:

I. إذا وجدت (أ) توجد (ب)

توجد (أ)

إذن توجد (ب).

* . لقد ركز الرواقيون على القياس الشرطي المنفصل والمتصل لأن مذهبهم يتأسس على نظرية الامارات، ومفهوم الأمانة لديهم يرتبط بالكلمات، وسمى الأمانة كل ظاهرة أو موضوع يكون منطقياً مرتبطاً بظاهرة أخرى وينتج عن ذلك أن الظواهر الأولى تستخدم لمعرفة الثانية.

** . القرن العشرين.

¹ . المرجع السابق، ص 48.

² . ماكوفلسكي ألكسندر، تاريخ علم المنطق، ص 186.

³ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

التقليدي

II. إذا وجدت (أ) توجد (ب)

لا توجد (ب)

إذن لا توجد (أ)¹

وقد عبر الرواقيون عن المتغيرات ليس بحروف الهجاء كما فعل أرسطو بل بالأرقام بحيث عبروا عن هاتين الصورتين بـ «إذا كان الأول، إذن الثاني، لكن الأول، إذن الثاني»². وقد أوضحوا ذلك بالمثال التالي: «عندما يكون هناك نهار، فهناك نور، وبما أنه النهار، إذن هناك نور»³. أما الصورة الثانية «إذا كان الأول، كان الثاني، لكن ليس الثاني، إذن ليس الأول»⁴ فمثالها "عندما يكون هناك نهار، فهناك نور، لكن ليس هناك نور إذن ليس هناك نهار.

أما القياس الشرطي المنفصل فقد قدموه هو الآخر في الصورتين التاليتين:

» لدينا p أو q

و p

إذن p ليس q

لدينا p أو q

ليس q

إذن p»⁵

وقد عبروا عن هاتين الصورتين مستعملين الأرقام رموزا للمتغيرات على النحو التالي:

» (ع): إما أن يكون الأول أو الثاني، لكن الأول إذن ليس ثاني

(ه): إما أن يكون الأول أو الثاني، لكن ليس الثاني إذن الأول»⁶

¹ . المرجع السابق، ص 186 .

² . Roure- Marie Louise, élément de logique contemporaine, 1^{er}-ed. france.1967, p20(T.P)

³ . ماكوفلسكي ألكسندر، تاريخ علم المنطق، ص 186.

⁴ . زيدان محمود، أصول المنطق الرياضي، ص 97.

⁵ .Ibid. P23(T.p)

⁶ . ماكوفلسكي ألكسندر، المرجع نفسه، ص 187 .

التقليدي

أما الصورة الثالثة والتي بعثها بيرس من جديد وهي بيان القياس شرطي متصل أيضا فيمكن التعبير عنها

ب: « ليس لدينا p و q

و p

إذن ليس q»¹

والتي يعبر عنها باستبدال حروف الهجاء لمتغيرات ب: « ليس الأول والثاني معا، لكن الأول، إذن ليس الثاني»²
 لقد جعل الرواقيون هذه الصور الاستدلالية مقدمات أولية وضرورية للاستنباط نظريات منطقية. « لقد كتب كريسيبوس عددا هائلا من النظريات المستنبطة من تلك المقدمات الخمسة، لكن التاريخ أبقى منها ستة فقط»³. نذكر منه ثلاث نظريات على سبيل المثال:

1. إذا أردنا البرهان على القضية " إما أن يكون الأول أو لا يكون الأول، و الأول، إذن لا لا الأول" يمكن أن نسط برهان النظرية من الصورة الرابعة وذلك باستبدال "الثاني" ب " لا الأول". وبهذا أيضا يكون الرواقيون قد أدركوا أن السلب المزدوج إيجاب أي لا لا (أ) تساوي أ.

2. « إذا وجدت p و q معا توجد r (المقدمة الأولى)

وليس r (المقدمة الثانية)

و p (المقدمة الثالثة)

إذن ليس q (النسخة)⁴

- من المقدمة الأولى (p و q) كقضية واحدة والمقدمة الثانية ليس r. من الصورة الثانية إذا كان (p و q) إذن r. ولكن ليس r إذن ليس (p و q). ونأخذ مع هذه النتيجة المقدمة الثالثة "p" تنتج عن طريق الصورة الثالثة " ليس q".

3. إذا أردنا البرهنة على النظرية " إما أن يكون الأول أو الثاني أو الثالث، لكن ليس الأول و ليس الثاني، إذن الثالث" فيمكن استنباطها من الصورة الخامسة على مرحلتين:

أ. « إذا اعتبرنا الثاني أو الثالث، قضية واحدة، وإذا أخذنا معها المقدمة " ليس الأول" أمكن استنتاج " الثاني أو الثالث" من الصورة الخامسة.

ب. وإذا أخذنا " الثاني أو الثالث" مع " ليس الثاني" أمكن استنتاج الثالث، الصورة الخامسة»¹.

¹.Ibid. p23(T.P)

². زيدان محمود، أصول المنطق الرياضي، ص 97.

³. المرجع نفسه، ص 48.

⁴.Ibid, p 24(T.P).

التقليدي

إن هذه الصور الاستدلالية الخمسة والتي تعود صياغتها صراحة إلى كريستوس والتي اعتبرها إما الأشكال القانونية للقياس أو أنها تشير نحوها وفق قواعد محددة تحديداً دقيقاً. وهذه القياسات الخمس «تلعب دور القضايا الأولى بعد أن توضع هي أيضاً في شكل مقدمة تضمنية»². وتكون القضايا صادقة عند كريستوس «عندما يكون الحد الثاني (التالي) محتوي بالقوة وضمناً في الحد الأول (المقدم)، أي بشكل تحليلي فهكذا يتضمن المثلث المساواة لزواياه الثلاث مع زاويتين قائمتين، وجرح في القلب يحتوي ضمناً الموت»³

الجزء الثالث : رد الأقيسة:

« إنه من أجل تحقيق الغاية من الاستدلال وهي حركة التفكير العقلي المنظم، كان من المهم في مشكلات كثيرة أن تكون العلاقة القائمة بين العناصر المرتبطة ببعضها البعض محددة من حيث نطاقها، أي من حيث مداها ودرجة شمولها»⁴. ولقد عني أرسطو بإنشاء العلاقة من حيث انه إذا أردنا وضع نظريتي القياس الأرسطي ورد الأقيسة في صورة نسقية استنباطية يمكن الاعتماد على فكرتين لا معرفتين بحسب لوكاشفتش* وثلاث تعريفات لثوابت وهي السلب والوصل والتضمن التي يمكن من خلالها استنباط الضروب الأخرى من الشكل الأول، وباقي ضروب الأشكال الأخرى هذا من جهة، كما أن أرسطو من جهة أخرى لم يبرهن على قوانين التقابل والعكس على نحو غير البرهنة على بعضها بواسطة البعض الآخر - وهذا لأنه يعتبرها مقدمات أولية - وهو يستخدمها في رد الأقيسة.

و «نقصد برد الأقيسة إرجاع الضروب القياسية الصحيحة التي يعتبرها أرسطو أقيسة ناقصة إلى الضروب القياسية الصحيحة التي يعتبرها كاملة، ولقد برهن أرسطو بطريقة الرد على أقيسة الشكل الثاني بالترتيب، ثم تناول أقيسة الشكل الثالث، وحاول بعد ذلك أن يبرهن على الأقيسة الجزئية من الشكل الأول»⁵. كما يمكن أيضاً رد ضروب الشكل الأول إلى الشكل الثاني حيث يذكر أرسطو في التحليلات الأولى: «فكل ما كان من المطلوبات يتبين في أشكال كثيرة فإنه إذا كان قيس في واحد من الأشكال قد تكون أن يحل إلى شكل آخر مثل القياس السالب الكلي في الشكل الأول قد يحل إلى الشكل الثاني، والذي في الشكل الثاني قد يحل إلى الشكل الأول»⁶.

1. محمود زيدان، المرجع نفسه، ص 49.

2. بلا نشي روبير، المنطق وتاريخه، ص 155.

3. ماكوفلسكي ألكسندر، تاريخ علم المنطق، ص 194.

4. ديوي جون، المنطق، تر. زكي نجيب محمود، ط2، القاهرة، 1969، ص 530.

* قد تختلف مبادئ النسق من منطق إلى آخر، فمبادئ التي حددها شيفر و بيرس تختلف عن هاته التي وضعها لوكاشفتش.

5. خليل ياسين، نظرية أرسطو المنطقية، ص 29.

6. أرسطو، منطق أرسطو، تح. عبد الرحمن بدوي، ص 241.

التقليدي

ولكنه اعتبر الشكل الأول أكمل الأشكال وأشدّها يقيناً «أما الأول من قبل أن العلوم التعاليمية، بهذا الشكل تأتي براهينها- مثال ذلك علم العدد وعلم الهندسة وعلم المناظر- وكادت أن تكون جميع العلوم التي تبحث عن علم الشيء، هذا الشكل تستعمل. وذلك لأن القياس علم "لم" الشيء إنما يكون بهذا الشكل، إما بالكلية، وإما على أكثر الأمر وفي أشياء كثيرة جداً. فهو بهذا السبب أيضاً أشد الأشكال يقيناً، والعلم بلم الشيء هو أكثر تحقيقاً»¹. إذن نظرية الرد تقوم على الفصل بين الأقيسة التامة و الأقيسة الناقصة فالأولى لا تحتاج إلى مقدمات أخرى لإدراك ضرورتها بينما الثانية تحتاج إلى ذلك أي تحتاج إلى برهان يقوم على ما يسمى بديهية القياس وهي المبدأ الأساسي للقياس الذي صاغه أرسطو على النحو التالي: كل ما هو مضاف إلى المحمول يكون مضاف إلى الموضوع... وهكذا يمكن تفسير بديهية القياس بأنها مفهوم وبأنها ما صدق، وتتحلى أهميتها في نظرية الرد² وهي ليست بديهية واحدة بل بديهيات معينة، وقوانين استنتاجية خاصة³ ويختار أرسطو لنظرية القياس الحملي بديهيتين هما BARBARA و Celarent. ويبرهن على ما تبقى بطريقة الرد وهي على نوعين:

أ. البرهان بالجزم ostensive demonstration

ب. الرد بطريقة الخلف Redutio Impossible³

إذن أرسطو اختلف عن جميع المناطق حين أرجع الضروب الأربعة في الشكل الأول إلى الضربين الأولين إذ⁴ يحققان المبدأ اللاتيني المشهور "المقول على الكل واللاواحد"⁴. أي لكونهما ينتجان الكليتين السالبة والموجبة. إن الحدود في القضايا الحملية للقياس الأرسطي إنما تتموضع بشكل منطقي يجعلها ذات علاقة ببعضها البعض ولا يمكن أن تتشكل هذه العلاقة بين الحدود⁵ إلا إذا كانت القضية نفسها التي تكون الحدود التي نعنيها هي مقدماتها المتعلقة ببعضها البعض، متصلة بغيرها من القضايا صلة ذات ترتيب خاص، وأن حدوداً معينة لها من القوة العلاقية الخالصة ما يجعل معناها كله يستنفذ في قيامها بمهمة الصلة العلاقية⁵. ومن أمثلة هذه الحدود الثوابت المنطقية كثابت الفصل والوصل والتضمن، ولعل هذا ما جعل الرواقيون ينظرون إلى قضايا القياس الحملية كقضايا شرطية. لأن الحدود التي تربط ما بين القضايا والتي هي جزء من بعضها⁶ إنما قوتها ومهمتها المنطقتين في قضية ما - مأخوذة هذه القضية ذاتها- أمران متصلان بمهمة تلك القضية من حيث هي عضو في مجموعة

¹. أرسطو، النص الكامل لمنطق أرسطو، تح. فريد جمر، ط1، لبنان، 1999، ص 480.

². م. روزنتال. ب. يودين، الموسوعة الفلسفية، ص 77.

³. خليل ياسين، نظرية القياس الأرسطية، ص 29.

⁴. ماهر عبد القادر، المنطق ومناهج البحث، ص 126.

⁵. ديوي جون، المنطق، ص 533.

التقليدي

قضايا¹. يمكننا أن نستنتج مما سبق أن عملية رد القياس لا تكشف لنا فحسب وبصورة واضحة عن مشروعية الضروب الناقصة واعتبار القضايا الناتجة عنها قضايا من نسق منطقي استنباطي - وذلك عن طريق اشتقاقها من الضروب الكاملة - وبالتالي اعتبارها هي الأخرى مبادئ لهذا النسق، وفيما يلي سنحاول تبين كيفية الرد من خلال رد الضربين Cesare و comestres من الشكل الثاني إلى Celarent كبديهية من بديهي النسق، ورد الضرب *Bocardo من الشكل الثالث إلى البديهية الأخرى منهما وهي BARBARA . وليس الهدف من هذه الأمثلة إلا الكشف على النسقية التي تتضمنها هذه النظرية مما يؤكد على النسقية الاستنباطية للمنطق الصوري الأرسطي.

«وأما الشكل الثاني، فالمشهور فيه أنه مهما كانت الكبرى فيه كلية، وإحدى المقدمتين مخالفة للأخرى في الكيف كان منتجاً²، وهو قول يحتاج إلى برهان لكونه قياس صحيح ناقص «فالضرب الأول من كليتين والكبرى سالبة، مثل قولك: كل (ج ب)، ولا شيء من (أ ب) فنقول: إنه ينتج لا شيء من (ج أ)، لأن أخذنا السالبة الكلية المطلقة، بحيث تنعكس فيصير ولا شيء من (ب أ)، وكان كل (ج ب) فلا شيء من (ج أ)، بحكم الشكل الأول، وقد تبين بالخلف، وهو أنه لم يصدق لنا: لا شيء من (ج أ)³ .

إن هذا البرهان يتأسس من مقدمتين: أولهما تمثل قانون عكس القضية الكلية السالبة:
- إذا كان لا واحد من (أ ب) فإنه لا واحد من (ب أ).

والمقدمة الثانية هي إحدى بديهي النسق وهي الضرب Celarent من الشكل الأول، ومن هاتين المقدمتين علينا صحة الضرب Cesare ويكون على هذا الشكل:

$\left. \begin{array}{l} \text{لا واحد من (ب أ)} \\ \text{كل (ج ب)} \\ \text{لا واحد من (ج أ)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{بتطبيق قانون عكس} \\ \text{الكلية السالبة يصبح} \\ \text{لدينا: Celarent} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{لا واحد من (أ ب)} \\ \text{كل (ج ب)} \\ \text{لا واحد من (ج أ)} \end{array} \right\}$	- لدينا القياس Cesare
--	--	--	-----------------------

¹ . المرجع السابق، ص 533.

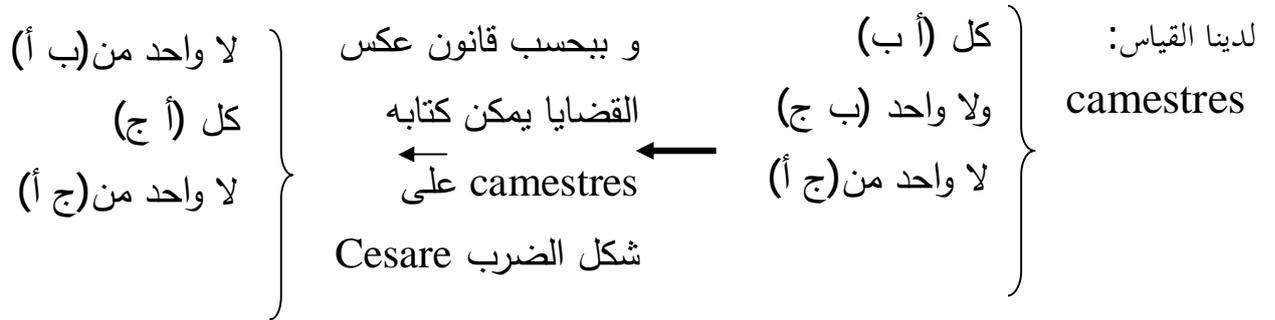
* . هناك طريقتين للرد: الرد المباشر الذي يعتمد خاصة على قوانين العكس المستوي، والرد غير المباشر الذي يقوم خاصة على قوانين عكس القضايا.

² . ابن سينا، كتاب النجاة، تق. ماجد فقري، ط 1، بيروت، 1985، ص 71.

³ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

التقليدي

نلاحظ أنه بتطبيق قانون عكس الكلية السالبة نحصل على قياس جديد من الشكل الأول وهو من الضرب **Celarent** يؤكد صدق نتيجة الضرب **Cesare** ، لا واحد من (ج أ).
 « والضرب الثاني من كليتين وصغرى منهما سالبة، مثل قولك، لا شيء من (ج ب)، وكل (أ ب)، فلا شيء من (ج أ)، وتنعكس الصغرى ونقول: كل (أ ب)، ولا شيء من (ب ج)، ينتج لا شيء من (أ ج)، وينعكس إلى لا شيء من (ج أ)، ولبيان بالخلف نقول إنه إذا كان بعض (ج أ)، وكل (أ ب) فبعض (ج ب) هذا خلف¹»



بعد رد **camestres** إلى **Cesare** نقوم برد **Cesare** إلى **Celarent** على النحو الذي رأيناه مستعملين قانون عكس الكلية السالبة وبديهية القياس **BARBARA** .

« وأما الشكل الثالث من المطلقات، فإن شرائطه في الإنتاج أن تكون الصغرى موجبة، ثم لا بد من كلية في كل شكل². نتج عن هذه الشرائط ستة ضروب صحيحة **Darapti, Disamis, Datisi, Felapton, Bocardo, ferison** ومن أجل إثبات صحتها نبرهن على إحداها وهي **Bocardo** بردها إلى الضرب **BARBARA** من الشكل الأول وهو يتكون من «كلية موجبة صغرى وجزئية سالبة كبرى تنتج جزئية سالبة، ولا يمكن أن تتبين بالعكس³. أي أنه لا يمكن إثبات صحة هذا الضرب باستخدام قوانين العكس المستوى أو عكس القضايا كما في المثالين السابقين إذ سنعتمد على البرهان بالخلف إذ نفترض صدق نقيض النتيجة **Bocardo** و نتخذ منه مقدمة كبرى⁴ مع المقدمة الصغرى فنحصل على نتيجة تناقض المقدمة الكبرى في **BARBARA** «⁴. أي تتم البرهنة على النحو التالي:

1. ابن سينا، المصدر السابق، ص 72.

2. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

3. المرجع نفسه، ص 73.

4. ماهر عبد القادر، المنطق ومناهج البحث، ص 136.

التقليدي

$\left. \begin{array}{l} \text{كل أ هو ب} \\ \text{كل ج هو أ} \\ \text{كل ج هي ب} \end{array} \right\}$	<p>باستخدام البرهان</p> <p>← بالخلف نحصل على</p> <p>BARBARA</p>	$\left. \begin{array}{l} \text{بعض ج ليس ب} \\ \text{كل ج هو أ} \\ \text{بعض أ ليس ب} \end{array} \right\}$	<p>لدينا القياس: Bocardo:</p>
---	---	---	-------------------------------

«على الرغم من أن الشكل الأول هو الأكمل فإن للشكلين الثاني والثالث الأفضلية في الاستعمال بحسب المقام، ذلك أن للشكل الثاني ذي النتيجة السالبة دائما الأفضلية عند إرادة تفيد رأي الخصم، كما أن الشكل الثالث ذي النتيجة الجزئية دائما الأفضلية عند إرادة نقض رأي الخصم متى كان قضية كلية»¹.

¹ . يعقوبي محمود، دروس المنطق الصوري، ط2، الجزائر، 1996، ص 171.

الفصل الثاني : الأسس الصورية لنشأة المنطق الرياضي

المبحث الأول : الأساس المنطقي للرياضيات

الجزء الأول : النسق في الرياضيات

الجزء الثاني : أرسطو والنسق الاستنباطي

الجزء الثالث : الرمزية والصورية

المبحث الثاني : تحليلات المفاهيم الصورية في المنطق الرياضي

الجزء الأول : ليبنتز (1646-1716)

الجزء الثاني : جورج بوول (1815-1864)

الجزء الثالث : جيوسيب بيانو (1858-1932)

الجزء الرابع : غوتلوب فريجه (1848-1925)

الجزء الخامس : برتراند راسل (1872-1970)

المبحث الثالث : النسق الرمزي لنظرية القياس عند لوكاشفتش.

الجزء الأول : المقدرات وقواعد الاستنتاج

الجزء الثاني : منطق الحدود ومنطق القضايا

الجزء الثالث : البراهين المنطقية والضرورة القياسية

الجزء الرابع : المصطلحات المنطقية والرموز

الجزء الخامس : نظرية الاستنباط

إن التطور الذي عرفه التفكير الرياضي، أدى إلى ضرورة التفكير في حدوده التي بقيت ثابتة وغير معرفة. مما استدعى ضرورة البحث فيها. وهذا جعل الباحثين من مناطق و رياضيين يردون المبادئ الرياضية إلى المنطق. و صاحب هذا ظهور المنطق الرياضي المعاصر الذي تتجلى فيه المفاهيم الصورية التقليدية، بل يذهب البعض منهم إلى اعتبار المنطق التقليدي واحدا من هذه الأنساق المنطقية الرياضية، و هذا ما نحاول أن نبينه من خلال البحث عن الأساس المنطقي للرياضيات، وتحليلات المفاهيم الصورية في المنطق الرياضي، و نظرية القياس الأرسطية عند يان لوكاشفتش.

المبحث الأول: الأساس المنطقي للرياضيات:

يذكر موريس شك أن الرياضيين قد طوروا المنهج المنطقي في السنوات ما بين (1920، 1930) وذلك لإيجاد حل لمشكلات لم يكف المنطق في صورته التقليدية لحلها، ويضيف كرناب موضحا الفكرة بقوله: «لقد ظهرت في القرن الماضي عدة تناقضات ومفارقات في النسق الرياضي الحديث الخاص بنظرية المجموعات وسرعان ما كشف البحث الدقيق أن هذه التناقضات لم تكن ذات طبيعة رياضية بل كانت ذات طبيعة منطقية»¹. وكانت هذه التناقضات بذلك دافعا لإنشاء نسق منطقي جديد يمكن من تحليل أسس الرياضيات، وقد عبر هلمبرت عن هذه الحاجة بقوله «إن هناك باعنا قويا أدى إلى تطور المنطق الجديد، وكان ذلك الباعث ناتجا عن حاجة الرياضيات إلى أساس دقيق تقوم عليه، وإلى طريقة دقيقة منهجية للبحث فيها»². وكان هذا البحث بمثابة دراسة نقدية تكشف عن أسس الرياضيات لاسيما بعد أن تقدمت تقدما كبيرا في عصر نيوتن و ليبنيتر في حين أن أسسها لم تتقدم بنفس الوتيرة التي تطور بها بناءها. لهذا بدأت محاولة تحديد مفاهيمها الأساسية، وقد تحقق بذلك نجاحا وأوجد الرياضيون «تعريفات دقيقة لبعض هذه المفاهيم، مثل أفكارنا عن الحد، وعن العدد، تلك المفاهيم التي ظلت لفترة طويلة جدا، تطبق في الرياضيات بنجاح، دون أن يكون قد تم تعريفها تعريفا دقيقا»³. وأصبحت فيما بعد فكرة رد الرياضيات إلى العدد غير كافية لبناء التفكير الرياضي، إذ تطلب البحث في الأسس المنطقية لها، وهنا نشأت فكرة «ضرورة وجود نسق منطقي يتصف بصفة الشمول، وبالذقة الكاملة. وهكذا أصبحت هذه الأبحاث بمثابة القوة الدافعة لتطوير هذا المنطق الحديث»⁴. وقد عمل بوول وبيانو و فريجة وراسل وهوايتهد على إنجاز هذا المطلب.

¹. إسلام عزمي، عن أسس المنطق الرمزي، د. ط، مصر، 1980، ص13، عن Carnap.Ri, the old and the new logic ،p10.

². المرجع نفسه، الصفحة نفسها عن Hilbert.O .and Ackermann..principales of mathematical logic.p10.

³. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴. المرجع السابق، ص13.

الجزء الأول :النسق في الرياضيات:

يرى ليون.برانشفيك أنه لا يوجد ما يسمى بالفكر النظري، وأن اللغة تمكن من التعبير عن شيء من الفكر، بحيث يمكن فصلها فصلا ماديا وتحليلها كما تحلل العناصر الكيميائية. لكن الفكر لا يقف على الظاهر والسطحي للحد، بل إنه «يدرك العلاقات الباطنية التي يتبين فيها التحليل المماثل للتحليل الرياضي»¹. فللغة وظيفة نظرية إذ تكشف عن وظيفة الفكر، والتحليل الرياضي لا يقف فقط على البنية العلاقية بين الحدود، بل عليه أيضا أن يتجاوز معنى الحد وبالتالي يتجاوز الحدس في العملية الاستنباطية. يقول مورتازباش «إذا كانت الهندسة تريد أن تقوم كعلم استنباطي فيجب أن يكون الاستنباط فيها مستقلا عن المعنى المؤلف للألفاظ الهندسية كالنقطة والخط والسطح إلخ ... كما يستقل كذلك عن الأشكال»² فيصبح قادرا على اشتقاق نظرياته ولهذا فقد «عدل الرياضيون الذين عملوا على تأسيس الهندسات على تلك الأسس الصورية المنطقية، عن الأشكال والأعمال إلى النظر في مجرد علاقات منطقية صرفة»³.

إذا كان الغرض من الاستنباط الرياضي البرهنة على خاصية من خواص الأشكال الهندسية، وبيان العلاقات المنطقية بين القضايا ف«يجب أن لا ينزلق أي خاطر ضمني، أعني أي فرض أو قضية حدسية أثناء البرهان إلى جوار المسلمات وما يترتب عليها من قضايا مستمدة منها، فالاستنباط الدقيق يجب أن يبرر فقط تسلسلا منطقيًا للقضايا كما يجب أن يستمد كل قوته من المسلمات المصرح بها منذ البداية دون أدنى استعانة بأي حدس في أي صورة له كشكل مرسوم، أو مسلمة نضمها في أذهاننا، أو قضية - ندخلها جلسة على أنها بديهية- ثم تجيء ضرورة كون الاستنباط صوريا **formal** ورمزيا **symbolic** معا»⁴. فالنسبة لمعرفة علمية عدلت عن استخدام اللغة العادية، تتجنب الحقائق الحدسية فليس «لها ضامن آخر لصحتها إلا الانسجام الصوري، فإن أخف الصدوع يكفي لإفساد كل شيء فيها، لأن منطقتها يجب عليه وجوبا مطلقا أن يكون معصوما»⁵. وهذا المنهج الاستنباطي «حتى نهاية القرن التاسع عشر، كان يطبق خاصة شكل قاصر في الرياضيات»⁶. ولعل هذا ما جعل أيضا النظرية الألكسيوماتيكية التي تقوم على أساس أن فكرة المسلمات التي تقوم عليها كل من الرياضيات والمنطق. ولقد تأسست قواعد هذا المذهب على يد هيلبرت وكواين إذ تتجه

1 . بلانشي روبر، الاستدلال، تر. محمود يعقوبي، د.ط، الجزائر، 2003، ص 44.

2 . الثابت محمد فندي، فلسفة الرياضة، ط1، بيروت، 1969، ص 68.

3 . بلانشي روبر، المرجع نفسه، ص 183.

4 . الثابت محمد فندي، المرجع نفسه، ص 68.

5 . بلانشي روبر، المصادر، تر. محمود يعقوبي، د.ط، الجزائر، 2004، ص 92.

6 . روزنتال، م، يودين. ب، الموسوعة الفلسفية، ص 503.

نظريتهم حول فكرة « الصورية البحتة باعتبارها أساس كل من الرياضيات والمنطق كعلمين استنباطيين ونسقيين»¹ فالحدود والقضايا ليست سوى رموزا فارغة المعنى، صورية بحتة، إذ ينتزع أصحاب هذه النظرية إلى تسمية الأبحاث المنطقية لما بعد المنطق.

الجزء الثاني: أرسطو والنسق الاستنباطي الرياضي:

لقد ارتبطت الدقة واليقين بالرياضيات وحدها لزمان طويل - أو على الأقل هذا ما يعتقد كثير من الرياضيين والذين لم يطلعوا على المنطق بالشكل الذي أراده له أرسطو - بالرغم من أن إقليدس ذاته « اعتبر بالنسبة لكثير من الأجيال الذين نهلوا من مادته أستاذ منطق أكثر منه أستاذ هندسة»². وفي ذات الوقت إذا كان أرسطو لم يقدم نسقه المنطقي بشكل صريح إلا أنه قدم نسقا رياضيا. إن معرفة أرسطو بالرياضيات عصره، ودوره وعلماء الليسية في تقدمها وجمعها، وبصفة أخص تحليليه هو نفسه لأسسها وأصولها مما تحمله كلمة الرياضي أمر لا مجال للشك فيه، وهو ما يدل عليه على الأقل كتابه المسمى « التحليلات الثانية الذي تناول فيه البرهان اليقيني أو بصفة أخص الرياضي من حيث صلة هذا البرهان بالمنطق الصوري، فبين أن اليقين الذي تمتاز به قضايا الرياضة ونظرياتها إنما هو مستمد من أنها علم برهاني *démonstrative science* أو كما يقال الآن علم استنباطي *déductive science*»³. وقد حدد نقاط البدء التي يحتاجها هذا العلم كنسق مبتدءا بالتعريفات كمبدأ أول والتي قصد بها « تلك القضايا التي تشرح معنى الحدود الأولية وهي غير صادقة وغير كاذبة مثل: تعريف الخط بقولك أنه طول بلا عرض»⁴. إن هذه المبادئ توجد إضافة إلى المبادئ الأولية التي تتوفر في كل علم وهي مبدأ الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع.

أما المبدأ الثاني فيتمثل في الأصول الموضوعية « وهي قضايا لا تحتاج إلى برهان لأنها واضحة بذاتها»⁵. كما ذكر المبدأ الثالث الذي يتمثل في قضايا «لا برهان عليها لكنها ليست واضحة»⁶. سماها المسلمات *postulats* وقد وضع محمد ثابت الفرق بين هذين المبدأين أي الأصول الموضوعية والمسلمات إذ قال « لكنها تختلف عن

¹ . نظمي محمد عزيز سالم، المنطق الحديث وفلسفة العلوم والمناهج، د.ط، مصر، 1996، ص59.

² . Brunchvicg. Leon, les etappes de la philosophie mathématique, 3^{eme}=ed. paris, 1929, p84

³ . الفندي محمد ثابت، فلسفة الرياضة، ص43.

⁴ . بشته عبد القادر، الاستومولوجيا، ط1، بيروت، 1995، ص 66.

⁵ . المرجع السابق، ص66.

⁶ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

الأصل المتواضع عليه في أنها ليست بنية في ذاتها ويجد المتعلم عنادا في قبولها، ومن ثم فهو يصادر بها حتى تتضح له¹.

السؤال الذي يتبادر إلى أذهاننا ونتعجب إذا توقفنا للبحث عن إجابة له هو: هل كان من الممكن لرجل أراد أن يؤسس طريق للفكر بشكل عام- وذلك من خلال الأورغانون- وبنى نسقا رياضيا أن لا يدرك أنه يصوغ نظرياته المنطقية في شكل نسقي؟ لا سيما وأن المعرفة الرياضية بخلاف المذهب التجريبي، تؤكد أن المعرفة الإنسانية لا تستمد كلية من معطيات الواقع، أو من صور مثالية إذ تبين أن الرياضيات² لا ترتبط بعلاقة جوهرية بالمادة أو بالكم بل هناك رياضيات بحتة³. ولهذا فقد أظهر جورج بول أن الرياضيات⁴ ليست سوى أنساق منطقية تتكون من مقدمات تلزم عنها نتائج بواسطة قوانين الاستدلال الرياضي البحت⁵.

إن ارتباط المنطق بالرياضيات لم يكن حديثا فقد عبر أرسطو - كما رأينا- عن المتغيرات باستخدام الرموز، إذ عرفت الرياضيات تطورا كبيرا باستخدامها للرموز واعتمادها كمنهج. وقد أثرت كذلك على المنطق إذ يظهر المنطق الإقليدي ليس إلا حالة خاصة من المنطق الأرسطي⁶. هذا لأن المنطق يهتم بكيفية نظر العقل إلى صورة تفكيره فحسب، ومنه وجب عليه أن يتوقف عند الشروط الصورية الضرورية للاستدلال من أجل حصول المعرفة، وحتى تتسنى لنا معرفة هذه الشروط، يجب تحليل هذه العملية الاستدلالية والوقوف على مبادئها، والصورة التي تبنى عليها القوانين المنطقية التي نعتت بأنها تحصيل حاصل والتي أدت إلى تكاثر وتزايد أنساق منطقية لا تقليدية وأصبح وجودها⁷ يهدم المطلقة المنطقية ليرز الطابع الاصطلاحي لهذه القوانين التي كان النسق الكلاسيكي يعتبرها ضرورة مطلقة⁸.

إن الرياضيات تماما كالمنطق الصوري لا تهتم بمدى تطابق قضاياها مع الواقع. إن اهتمامها يكمن في السؤال التالي: «هل تستلزم هذه القضية الرياضية المعينة عن الفروض الأولى أم لا تستلزم؟»⁹

الجزء الثالث: الرمزية و الصورية

إن استخدام الرمز يحقق نقاء الفكرة مما يعبر عن أهميته في تحقيق الصورية.

أهمية اللغة الرمزية:

¹ . الفندي محمد ثابت، فلسفة الرياضة، ص 44.

² . إمام زكريا بشير، أساسيات علم المنطق، ط1، عمان، الأردن، 2001، ص 152.

³ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴ . Brunchvicg. Léon, les etappes de la philosophie mathematique ,p 85(T.P)

⁵ . Blanchee. Robert, introduction a la logique contemporaine , 2^{eme}ed, paris, 1968, p14(T.p).

⁶ . زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، ج1، ط3، القاهرة، 1961، ص 50.

إن استخدام الرموز الدالة على الجمع والطرح والضرب... كانت وراء الإيجاز و الوضوح الرياضي . إذ أن استعمالها «جعل الإنتباه مصوبا إلى العلاقات و النسب بين الكميات بعيدا عن الألفاظ ومعانيها وقواعدها النحوية واللغوية»¹. بالرغم من أن هناك علوم أخرى تستخدم الرموز، مع ذلك فإننا نقصد العلم الذي يتناول الصور المختلفة للاستدلال الصوري، والمصطلح الرمزي يعني صياغة القوانين المنطقية وحدود القضايا قواعد الاستنباط بلغة رمزية خالية من ألفاظ الحديث.

لقد اهتم أرسطو في كتابه التحليلات الأولى بإبراز صورة الاستنباط في نقاء تام ولهذا نجده قد اعتمد علي الرموز الحرفية لتعبير في المتغيرات وهذا ما لم يهتم به المتأخرون بل رأوا فيه صفة عرضية للقياس وبالتالي يمكن الاستغناء عنها. لكن أرسطو كان قد أدرك أهميتها وقد عبر ببول تانرى Paul Tannery عن عظم عمل أرسطو هذا إذ قال: «عندما ندرس في أرسطو استعمال الحروف الرمزية للدلالة على موضوعات فكرية فإننا نقول حتما في أنفسنا أنه لم يبق بين اليونان و جبر فيت Viète إلا بضع خطوات»². إن النجاح الذي عرفته اللوجيستيقا إنما يعود لقدرتها على التمييز الشديد بين الثوابت و المتغيرات و إعطاء رموز لها، و بما أن أرسطو لم يعط رمزا للثوابت - وقد فعل الرواقيون ذلك - فقد جاءت الرمزية لديه ناقصة³ ولكن مع رمزه الناقص هذا، بين لنا بكل تأكيد أن كل صيغة منطقية "دالة قضائية" Propositional fonction، وليست قضية محددة ذات معنى قاموسي³. بمعنى أن أرسطو كما أنه بنى نسقا منطقيا واستخدم مبادئ للنسق دون ذكرها كمبادئ فقد وصل إلى الدالة القضائية أيضا دون أن يبين ما هي.

تعتبر اللغة أداة للتواصل تؤدي وظيفة عملية إذا لا يهتم التدقيق خارج إبطار احتياجاتنا «كما أنها تمتاز بالناحية العاطفية والانفعالية مما جعل عنايتها بالدقة أقل»⁴ وهذه الوظيفة النفسية للغة استدعت وجود لغة اصطلاحية أكثر دقة هي لغة الرمز وقد أراد فتحنشتين وضع شروط رمزية تؤدي الوظيفة الفكرية إذا يقول راسل في تقديمه لكتاب فتحنشتين "رسالة منطقية فلسفية": فهو قد اهتم بدراسة شروط رمزية دقيقة: أي رمز تعني فيها الجملة شيئا دقيقا تماما»⁵. وسمى اللغة الرمزية باللغة الكاملة أو المثالية وأول ما يجب أن تحققه هذه اللغة هو «أن يكون هناك اسم واحد لكل شيء بسيط، بحيث لا يثير نفس الاسم شيئين بسيطين مختلفين فالاسم رمز بسيط بمعنى أنه لا يتكون من أجزاء تكون هي نفسها رموزا»⁶.

1 . فراج عبده، المنطق الواقعي و الهوموقراطية، ص53.

2 . محمد ثابت، أصول المنطق، ص 43.

3 . المرجع نفسه، ص44.

4 . بدوي عبد الرحمن، المنطق الصوري والرياضي، ط2، مصر، 1968، ص 260.

5 . فتحنشتين، رسالة منطقية فلسفية، تر. عزمي اسلام، تق. زكي نجيب محمود، د. ط، القاهرة، 1968، ص 32.

6 . المرجع نفسه ، ص 55.

إن هذه الدقة في استخدام الرموز تسمح بالتعبير الدقيق عن كل مرحلة من مراحل الاستنباط أي أنها توفر الدقة المطلوبة للتفكير المنطقي الصحيح، لدرجة لا يمكن توافرها في اللغة العادية¹. إن ما يسمح بالدقة والخصوبة واليقين في الرياضيات هو استخدامها للرمز² ومن هنا ندرك الأهمية الكبيرة لاستخدام اللغة الرمزية في المنطق لأن أهميتها هنا شبيهة بأهميتها في الرياضيات². ويذكر رايشنباخ² أن تلميذ لديه أصيب في حادث سيارة أثرت على مخه، فلم يتمكن من فهم الجمل المعقدة، لكن لما أعطاه رايشنباخ تمارين معبرا عن تلك الجمل برموز استطاع حين ذلك حلها³ ذلك لأن العقل إذا كان بحسب بعض المناطقة يحس بوجود قوة غيره تلزمه بصحة القوانين. فهذا لاستخدام اللغة العادية، فهي توحى بهذا البعد السيكلوجي، لكن عند استخدام الرمز يتحرر الفرد من هذه السيكلوجية، ولا يعود يهتم إلا بهذه الرموز وما توحى به لا سيما الثوابت المنطقية⁴ فالثابت

المنطقي رمز محدد تحديدا مطلقا، وهو أداة للتفكير وليس موضوعا له، فالرياضيات تستخدم الثوابت المنطقية في مسائلها دون أن تعرفها لأن موضوعها العمليات الحسابية، والأعداد، وبتلك الثوابت أصبحت الرياضيات أكثر دقة ووضوحا⁴، بل إن الفكر لينسى وجود الأعداد ولا يهتم إلا بما توحى به الرموز التي تربط بينهما. ولو أردنا استخدام الألفاظ لما استطعنا الوصول - إذا ما أمكن التقدم في البحث - إلى المعرفة الدقيقة. وبهذا نستطيع استبعاد الدلالات الحدسية كما أننا لا نجعل أنفسنا فقط قادرين على التفكير في النظرية الأصلية بشكل أدق، بل إننا في نفس الوقت نضع أداة متعددة الصلاحية يمكن استعمالها في كل النظريات المشكلة للنظرية الأولى⁵.

إنه من أجل تحقيق الصورية للمنطق أصبح صورانيا⁶ وهذه الصورانية هي ما يميزه اليوم، إن الكتابة الرمزية شرط لكنها ليست أداة⁶.

يذكر ديكرت أن العقل أعدل قسمة بين الناس، وبالتالي لديهم طريقة واحدة ومعينة في طلب المعرفة وهو يلزم بقواعد وأسس معينة تتطابق مع معطيات الواقع، وبما أن معطيات الواقع مترابطة، فلا بد للفكر أن يتجه نحو ما يطلبه بنفس الطريقة التي ترتبط بها الأشياء في الواقع إذ⁷ إننا نكون لأنفسنا رسوما للواقع، والرسم يكون نموذجاً للوجود الخارجي، بحيث تتقابل عناصره مع الأشياء الموجودة في الخارج. إن الرسم نفسه واقعة¹.

1. مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 73.

2. رايشنباخ. هانز، نشأة الفلسفة العلمية، تر. فؤاد زكريا، القاهرة، 1968، ص 193.

3. المرجع نفسه، الصفحة نفسها. (بتصرف).

4. شطوطي محمد، اللغة المنطقية عند برتراند راسل، د.ط، د.س، الجزائر، ص 84.

5. بلانشي روبرير، المصادريات، ص 74.

6. Blanche Robert, Introduction à la logique contemporaine, p21,22. (T.P)

إن تحديد المتغيرات والثوابت والتعبير عنها برموز شكلت تغييرا هاما في تاريخ الرياضيات والمنطق «فلقد اكتسب الإنسان بهذه الرموز أدوات تمهد طريق التطور العلمي للرياضيات والمنطق معا»². بل إن التطور الذي شهدته المنطق الرياضي باستخدامه الرموز أدى بالعلوم الأخرى إلى اعتمادها الرمزية، فحققت هي الأخرى نجاحا منقطع النظير من الآلة المنطقية لجيوفينز ووصولاً إلى الحاسوب computer حيث يذكر لويس كريفين في تقديمه لكتاب "المنطق الرياضي": «لقد أصبح اليوم كبدئية، أن القواعد النظرية لهذا العلم الذي سيولد "l'informatique" ليس إلا هذا العلم (المنطق الرياضي)»³، ولكن ما يجب أن يتوفر لهذا النظام الرمزي «أولا أن تكون الرموز موجزة بقدر الإمكان، حتى يمكن إدراكها بسهولة من أول نظرة، ويجب ثانيا أن تكون الرموز من شأنها أن تسهل استنتاج النتائج تبعا لعملية آلية لا تحتاج إلا إلى أقل درجة ممكنة من التفكير أي أنه يجب أن تكون الرموز مؤدية إلى إيجاد حساب برهاني، كآلة للاقتصاد في الفكر، حتى يمكن إجراء العمليات الصعبة دون الحاجة إلى جهد التفكير»⁴

الصورة المنطقية نحو صورية كاملة:

إن الاستدلال باعتباره الطريق غير المباشر للمعرفة لانتقاله من مقدمة فأكثر إلى نتيجة تلزم عنها، لزوما ضروريا. ويعتبر الاستنتاج نوع من أنواع الاستدلال و«إذا كان الاستنتاج طريق تشترك فيه الرياضيات والمنطق، فإن المصادريات تكون هي ملتقى هذين العلمين الصوريين، ويكون موضوع المصادريات هو صورة المبادئ الأولية القصوى التي يبنى عليها هذان العلمان، ومن ثم كل علم استنتاجي صالح للبناء الصوري»⁵، يقرر كينز أن العلوم الصورية، إن كانت تنطلق من مصادريات من ناحية فهي من ناحية أخرى تجرد موضوعاتها من بعدها الحسي فتعطيها صورة ذهنية تنشأ علاقات فيما بينها منطقية فتبنى بذلك صورة منطقية. والمنطق أكثر العلوم تجديدا وصورية. ويؤكد أن الصورة لم تعرف مع اللوجستيقا، فالرياضيات كعلم صوري ترتد أساسا إلى المنطق الصوري وهي امتداد لحدوده. فهو منطق التصورات الذهنية أي «المعنى الذي لا وجود له إلا في الذهن»⁶ الذي يربط ما بين هذه المعاني المجردة وفق علاقات منطقية ليحقق من خلالها صورة منطقية.

¹. فتحششتين، رسالة منطقية فلسفية، ص 35.

². شطوطي محمد، اللغة المنطقية عند برتراند راسل، ص 105.

³. Lascar Daniel. Cari.René, logique mathématique, pré jean louis kirivine, s.ed, paris, 2003,p06 (T.P).

⁴. بدوي عبد الرحمن، المنطق الصوري والرياضي، ص 482.

⁵. بلانشي روبيير، المصادريات، ص 03.

⁶. يعقوبي محمد، دروس المنطق الصوري، ص 37.

إن منطق القضايا الأرسطي جعل القضية في بنية صورية (موضوع - محمول) تسمح ببناء القياس الذي ينتج بفضل أوساط وعلاقات كيفية وكمية تنتج تأليفات صورية.

« إن التمييز بين موضوعات البحث الخاصة بكل علم ضرورة منهجية، فالعلوم إنما يختلف بعضها عن بعض باختلاف موضوعاتها، أو على الأقل باختلاف مستويات التحليل عندما يكون الموضوع واحد»¹. إذا كان هذا التمييز يشق على الباحثين إذا ما تداخلت و تشابكت أجزاء العلوم وفروعها كما هو الحال بين الاستومولوجيا والميتودولوجيا ونظرية المعرفة. فما يدركه الجميع «أن محاولة الفصل في الشيء الواحد بين ما هو قديم، وما هو جديد، محاولة صعبة، شاقة، خصوصا عندما يتعلق الأمر بميدان المعرفة التي تتداخل أجزائها وتشابك فروعها، والتي تشكل على الرغم مما يحدث فيها من قفزات وثورات، سلسلة متواصلة الحلقات يصعب فصل بعضها عن بعض، أو مجموعة منها عن السلسلة كلها فصلا نهائيا»². إن هذه المحاولة تشق أكثر إن لم تكن مستحيلة إذا ما تعلق الأمر بالمنطق الأرسطي - الذي قال عنه كانط أنه ولد كاملا - والمنطق الرياضي « فالمنطق الرياضي ليس جنسا آخر من المنطق يباين المنطق الأرسطي وإنما هو منطق صوري في ثوب جديد»³.

إن الصياغة الصورية منهج يحقق موضوعية المعرفة ويجعلها أكثر دقة إذ يقوم على مقارنة الظواهر والأشياء في مجال معين وبطريقة محددة. وهي « كمنهج معرفي (ابستمولوجي) يساعد على إقرار وتحديد المضمون عن طريق تحقيق وتثبيت شكله، لهذا فإن كل صياغة صورية تعطى بالضرورة صورة تقريبية عن الواقع الحي المتطور»⁴.

يبدو أن منهج الصياغة الصورية يتماشى مع المنطق من مؤسسه الأول إلى ظهوره في صورة الجديدة مع المنطق الرياضي الجديد لاهتمامه بالصورة المنطقية. و « الصورة المنطقية شأنها شأن المفاهيم والأحكام والاستدلالات والبراهين والتعريفات، تدرس في المنطق الصوري، ويتحدد استخدام واحدة أو أخرى من الصور المنطقية - في المعرفة - بطابع المضمون المنعكس في التفكير وفي اللغة، يعبر عن الصور المنطقية بالبناء النحوي للتعبيرات الواردة ويعبر عنها أيضا باستخدام كلمات خاصة»⁵.

كتلك التي استعملها أرسطو كثنوابت - بالرغم من أنه لم يعط رمزا لها - مثل " إذا كان ... فإنه " إما.. أو.. "، وهي ليست صوراً منسوخة للحمل المنطوقة بحيث يأخذ كل لفظ لغوي رمزا خاصا به. وكل رابطة بين الرموز هي تعبير عن علاقة للفظ بآخر « بل إن هذه الصيغ قد تختلف إختلافا كبيرا عن البنية السطحية ومقولاتها

1. الجابري محمد عابد، تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة، ج1، ط2، بيروت، 1982، ص 13.

2. المرجع نفسه، ص 11.

3. عزمي اسلام، أسس المنطق الرمزي، ص 10.

4. روزنتال. ب يودين، الموسوعة الفلسفية، ص 279.

5. المرجع نفسه، ص 270.

النحوية، فقد تتضمن أصنافاً إضافية لا تظهر على سطح العبارة، ولكن سيشرتها السياق ومقتضيات التعبير الرمزية¹. ومن سلامة الصياغة المنطقية «يجب تطابق شروطها مع صدق العبارة الأصلية»². مما يعني أن التحليل المنطقي للعبارات اللغوية يقوم على فحصها من الالتباس والغموض والتمييز بين دلالاتها إذا ما اختلفت. «أما إذا اتفقت فإنه يجمع بينها، ويعتمد في ذلك على درايته باللغة وفهمه لمضامين عباراتها وبنائها»³ بحيث تشير إلى بناء منطقي يتطابق مع الفكر. «إن الأمر يتعلق هنا، أننا نترك جانباً معنى القضية ومدلول الألفاظ التي تتألف منها»⁴. وبشكل عام إن التحليل المنطقي للغة العلم وفروضه ونظرياته - في ضوء الوضعية المنطقية - تحليلاً صورياً يستهدف استخلاص الهيكل المنطقي للغة العلم، إنه منطق صوري يشكل مع المنطق الرمزي *logistique* الوجهان الرئيسيان للمنطق الصوري الحديث⁵

إن اهتمام المنطق منذ أرسطو بصورة الاستدلال - رغم أن أسطو لم يهمل مادته بشكل مطلق - أدى ببعض الباحثين إلى تعريفه «بعلم الصورة الخالصة» عند ر.م. إيتون في كتابه "الرمزية والحقيقة" أو «علم يبحث في صور الفكر»⁶ أو هو «تحليل لصورة الفكر». ومن أجل تبيان معنى الصورة المنطقية ندرج المثال التالي: «إننا نسلم في حياتنا العادية أن لكل شيء ندركه بجواسنا شكلاً معيناً بجانب المادة التي يتألف منها، فشكل المكتب هو ما يكون مشتركاً بين المكاتب، بصرف النظر عن المادة التي صنعت منها، فكل مكتب يتألف من قطع من مادة أو أكثر، ارتبط بعضها ببعض الآخر بطريقة معينة، فكان لديه ما نطلق عليه "صورة المكتب" أو "شكل المكتب". وهذا يعني أن العلاقات الكائنة بين الأجزاء التي تؤلف المكتب هي المقصودة هنا»⁷. إذن ما يميز الأشكال عن بعضها البعض هنا الصورة لا مادة. تماماً «كما القطعة الموسيقية لا يجعلها كذلك مجموع النوتات المتألفة منها بل كيفية ارتباط هذه النوتات»⁸. لعل هذه الأمثلة الحسية تلقى الضوء على الصورة أو الشكل المنطقي، إذ لا يشكل القضية مجموع مكوناتها بل كيفية ارتباط هذه المكونات فإذا قلنا "الإنسان فان" وهي قضية حملية تتكون من موضوع ومحمول، إذا ما تم استبدالها بحروف الهجاء نقول (أ ب) التي هي صورة للقضية "الإنسان فان". وعلى

1. طه عبد الرحمن، المنطق والنحو الصوري، ط1، بيروت، 1983، ص 10.

2. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

3. المرجع نفسه، ص 09.

4. الجابري محمد عابد، تطور الفكر الرياضي و العقلانية المعاصرة، ص 23.

5. المرجع السابق، 24.

6. لو كاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 25.

7. زكي نجيب محمود المنطق الوضعي، ص 12.

4. محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 02.

هذا النحو تكون القضايا الحملية الأخرى مع التعبيرات (الثابت) الدالة على الكم والكيف. فالصورة المنطقية للقضية ليست مكونة من مكوناتها بل ارتباطاً مكوناتها (الرموز) على نحو معين. وما ذكرناه حول الصورة المنطقية للقضية ينطبق على الصورة المنطقية للاستدلال مع اختلاف طبيعة الرموز إذ لا تدل على موضوع ومحمول بل على قضايا، كما فعل المناطقه الرواقيون لكن: لما عناية المناطقه بالصورة المنطقية؟ هذا لأن الصورة تمكن من التجريد وتمنح القدرة على التعميم، فكلما ابتعدت العلوم عن المادة استطاعت تعميم قوانينها. واعتماد المنطق على الصورة جعل قوانينه على قدر كبير من التعميم ويرتقي إلى أعلى درجة التعميم التي ترجع هي الأخرى إلى كثافة أو قلة إمكانية تجريد الصورة وبالتالي إمكانية التعبير عنها بالرمز.

«إن اختيار اللغة المنطقية الرمزية لا يمثل سوى خطوة أولى نحو الصورية إذ يعد اختيار رموز هذه اللغة ينصرف الذهن تماماً عن معاني الرموز، وتصاغ قواعد الاستدلال التي يتم تطبيقها على الصورة المنطقية الخارجية للرموز، وليس على معانيها، ثم يتقدم الاستنباط برمته بطريقة "صورية" أي أن قاعدة المنطق الرمزي، هي أن المرء في سياق البرهنة لا يجب أن يلجأ إلا إلى صور الرموز»¹.

إن غاية كل من المنطق الكلاسيكي والمنطق الجديد هو تحقيق الصورية المنطقية، أي بناء الصورة المنطقية المجردة للفكر، ولعل الاختلاف بينهما يكون في الدرجة التي بلغها كل منهما في تحقيق الغاية - وإن كان قد حققها بدرجة أكبر المنطق الجديد - فما النقص الذي عرفه المنطق الأرسطي إلا لكون هذا الأخير لم يجد قبله دراسات منطقية منظمة ليعد لها ويضيف لها - كما فعل المناطقه المعاصرين - أو تحمل في طياتها نواة فكرة توفرت لها أرض خصبة بتطور الرياضيات وارتباطها بالمنطق.

إذن لا فرق بين المنطق القديم والجديد من جانب الصورة -أما من الجوانب الأخرى فهناك فروقات كثيرة- إذ كلاهما ينزع نحو التجريد الفكري الخالص « نحو بيان الصورة الفكرية عارية من كل مادة، وخالية من كل موضوع ذي قوام خارج الذهن، وإذا كانت هذه هي الغاية من المنطق، فلا مناص إذن من أن يرتقي في أحضان العلم الذي يمثل هذا الاتجاه نحو التجريد المطلق إلى أعلى درجة، ألا وهو العلم الرياضي، فعلى المنطق إذن أن يستعير من الرياضيات مناهجها وأساليب العمل فيها ويطبقها على موضوعه الخاص»².

ولم تغب هذه النقطة عن أرسطو حيث أنه قام بتحليل أسس وأصول الرياضة، وهذا ما يدل عليه كتابه "التحليلات الثانية" الذي تناول فيه البرهان اليقيني أو بصفة أخص الرياضي من حيث صلة هذا البرهان بالمنطق الصوري، فبين أن اليقيني الذي تمتاز به قضايا الرياضة ونظرياتها إنما هو مستمد من أنها علم برهاني

¹. المرجع السابق، ص 21.

². بدوي عبد الرحمان، المنطق الصوري و الرياضي، ص 252.

³. الفندي محمد ثابت، فلسفة الرياضة، ط1، بيروت، 1969، ص 43.

démonstrative science¹. استنباطي صوري كما يبين جورج بول في جهته « أن الرياضيات ليست سوى أنساق منطقية تتكون من مقدمات بعينها تلزم عنها نتائج بواسطة قوانين الاستدلال الرياضي البحت»². ولعل هذا الارتباط المزدوج للمنطق الرمزي - ارتباط بالمنطق الأرسطي الصوري من ناحية وبالرياضيات كمنهج من ناحية أخرى - جعله « يتميز بقدر هائل من الصورية وبالتالي القدرة على تناول مشكلات الرياضيات الأكثر تقدماً وتطوراً»³، لا سيما بعد أن تجاوزت الرياضيات تعريفها الكلاسيكي بكونها علم المقدار المتصل والمنفصل، إذ أصبحت « لا ترتبط بعلاقة جوهرية بالمادة أو بالكم بل هناك رياضيات بحتة»⁴

إن هذا الارتباط المزدوج جعل المنطق الرمزي يتخلص من التعبيرات اللغوية وكل ما يمكن أن يكتنفها من غموض إذ حدد لنفسه لغته الخاصة. « وهذا ما يسمح له أن يصبح صورياً تماماً، بل أن يمعن في الصورية **formalisme** مستعيضاً عن الاستدلال ذاته بحساب على الرموز»⁵. وهذا ما تؤكد تجليات المفاهيم الصورية في المنطق الرياضي.

المبحث الثاني: تجليات المفاهيم الصورية في المنطق الرياضي*

للمنطق الرمزي عدة تسميات، إذ سمي بالمنطق الرياضي، المنطق الرمزي، جبر المنطق، المنطق النظري، المنطق اللوغارتمي ولا شك أن الاختلاف في تسمياته يوحي بوجود اختلاف في كيفية تناول الموضوع - هذا الموضوع واحد وهو البحث في صورة التفكير الاستدلالي - فليست هذه التسميات متماهية بشكل دقيق، إذ نسمي المنطق الرمزي* لاستخدامه الرموز. و فيما يلي نريد تبيان تجليات بعض المفاهيم الصورية من خلال تتبعنا للتطور المعرفي لا التاريخي للمنطق الرياضي.

الجزء الأول: ليبنتز (1646-1716):

إن كل دراسة وكل بحث فلسفي يحتاج إلى معالجة فنية خاصة بكيفية تناول مشكلاته، وباعتبار الدراسات المنطقية، دراسة صورية، فاللغة اللفظية غير كافية لدراسته بل هذه اللغة تقف عائقاً أمام تطورها. « وإنما تقتضي دقة الصياغة الرياضية، بل إن مجرد التعبير عن المشكلة يكون في كثير من الأحيان مستحيلاً، بدون مساعدة لغة تماثل

². إمام زكريا بشير، أساسيات علم المنطق، ص 152.

³. المرجع السابق، الصفحة 156.

⁴. المرجع نفسه، الصفحة 152.

⁵. بلانشي رويير، الاستدلال، ص 19.

*. إننا استخدمنا في مذكرتنا أسماء المنطق الرمزي، المنطق المعاصر، المنطق الحديث بنفس المعنى الذي تبينناه بالنسبة للمنطق الرياضي.

في دقتها لغة الرياضيات¹. ولقد رأينا لأرسطو الفضل وكذا الرواقيون من بعدهم في وضعهم الأسس الأولى للغة الفنية الرمزية لذا استخدمها وحدها ليظهر الصورة وحدها² ولعل هذا هو السبب الذي دفع الباحثين من أمثال " راسل" إلى القول أن أرسطو هو المؤسس الأول للمنطق الرياضي أو اللوغارتمي أو الحساب الرياضي².
ليس جوهر المنطق هو التعبير عن قضاياها بصورة رمزية، ولو كان استخدام الرموز يث الحياة في أوصاله³ إن جوهر المنطق الرمزي هو تحويل القضية المنطقية إلى قضية شبيهة بمجالات الجبر، وبذلك تصبح كل عملية فكرية أشبه بالمسألة الرياضية³.

إن الحديث عن منطق رمزي يقوم نفسه في شكل معادلات رياضية أو ما يسمى بجبر المنطق، يجعلنا نعود أدراجنا للحديث عن فيلسوف الاتصال⁴ "فإن كان هناك مؤلف يجب الاعتدال في الحديث عن القطيعة أو انقطاع حاد عنده بين المنطق القديم والجديد، فهو لينيتز بدون شك فيلسوف التواصل، إن المنطق كالتبيعة لا يقوم بقفزات، ولينيتز لا يقدم نفسه كثوري لا في المنطق ولا سواه⁴. فقد كان معجب بالمنطق الأرسطي، ورأى أنه من أروع ما اكتشفه العقل الإنساني إذ "عرفت أهمية المنطق الثنائي القيمة منذ وجود المنطق فجهازه الاستنباطي قوة عظمى وحد نافع للعلم⁵. لقد كان حلم لينيتز يكمن في جعل كل تفكير فلسفي شبيهة بمعادلات حسابية من شأنها أن تحل كل خلاف بين فيلسوفين، وهذا بوجود لغة رمزية كتلك التي تستعملها الرياضيات⁶ فنادي بما أطلق عليه اسم "اللغة العالمية *characteristica universalis*، وهي لغة رمزية تصويرية *idéographie* *langage*، يشير كل حرف فيها مباشرة لمفهوم بسيط وتكون مثل هذه الحروف - التي أطلق عليها اسم الحروف الحقيقية - مفهومة عند جميع الناس مهما تكن اللغة التي يتكلمون بها⁶.

وبهذا يكون لينيتز قد وضع برنامجا لغويا منطقيًا رمزيًا، مما يمكنه من تطوير المنطق إلى نوع من الرياضيات الكلية، لقد تصور أنه يمكن إقامة المنطق في نسق على نموذج النسق الاستنباطي الإقليدي، فالبرهنة على أية قضية منطقية ليس إلا استنباطًا من مجموعة تعريفات ومبادئ ومصادرات، إذ اعتقد "أن الأشياء، وأيضا التصورات التي تصنفها كأعداد، إذ قد ينتج العدد من ارتباط أعداد أخرى⁷. غير أنه في المرحلة الأولى رأى بأنه يمكن إقامة

¹. مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 26.

². المرجع السابق، ص 26.

³. زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، ص 168.

⁴. بلانشي رويير، المنطق وتاريخه، ص 260.

⁵. Espinoza. Miguel, la science des mathématiques, l'expérience, la logique, s.ed, paris, 1996, p 29(T.P).

⁶. مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 29.

⁷. Espinoza.Miguel, la science des mathématiques, l'expérience, la logique ,P43(T.p).

برهان على أية قضية إبتداءً من مجموعة تعريفات فقط، وأن كل قضية قابلة للبرهنة. بل ليس هناك قضايا لا تقبل البرهان إلا قضيتين تمثلان مبدأين للعقل، مبدأ الهوية ومبدأ عدم التناقض. ثم بعد تطور تفكير أدرك أن النسق الاستنباطي يفترض وجود مبادئ ومصادر يبدأ منها البرهان نلتزم فيه بطرائق وقواعد ومبرهنات بحيث « إذا لم تحترم هذه الطرائق والقواعد والمبرهنات سنصل إلى نتائج خاطئة، حتى لو انطلقنا من قضايا صادقة»¹.

بعد أن وصل لبينتز في أبحاثه إلى ضرورة بناء المنطق كنسق استنباطي وإلى ضرورة الانطلاق من قائمة تعريفات ومبادئ محدودة العدد ومحددة، بدأ باستنباط نظريات منها. واضعاً إيها في صورة رمزية إذ استخدم الهجاء تعبيراً على حروف الحدود والعلامات الحسابية كعلامتي الجمع والطرح للدلالة على الثوابت. ونحن لا نهدف في بحثنا هذا عرض نظرياته المنطقية. رغم ما تحمله من أهمية تكشف ارتباطها بالنسق الإقليدي من ناحية ومن اعتبارها بذوراً لظهور المنطق الرمزي في صورته المعاصرة من ناحية أخرى، بل نهدف إلقاء الضوء على ملاحظاته الخاصة بالمنطق التقليدي «تلك الملاحظات التي يمكن اعتبارها مبشرة بالمنطق الرمزي، لقد قدم لبينتز فكرتين أساسيتين:

1. أن يمكن للمنطق حيث منهج البحث فيه، أن يصبح نسقاً استنباطياً على نموذج الهندسة الإقليدية، أي أن يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباط مجموعة من تعريفات ومبادئ ومصادر **axioms**. 2. يمكن للمنطق من حيث لغته وموضوعاته أن يتخذ علم الجبر نموذجاً، لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين»².

لقد ميز لبينتز تماماً كما فعل أرسطو بين القضية الكلية والقضية الشخصية، فسمى الأولى بالقضية الضرورية أو التحليلية أما الثانية فهي قضية حادثة **contingent** إلا أنه - بخلاف أرسطو - اعتبر أن كلتاها قضية حملية. فكلتاها تشير إلى أن المحمول محتوي في الموضوع. وهو واضح لدى أرسطو بالنسبة للقضية الضرورية أما في القضية الحادثة فإذا عرفنا الموضوع أمكن معرفة كل محمولاته. كما رأى بأنه يمكن النظر إلى الحدود نظرة صنفية إما من جهة المفهوم وذلك بتحديد معناه أو من جهة الما صدق وذلك « أن القضية الكلية تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعاته، وأنه يمكن النظر إلى القضية الشخصية على أنها قضية كلية إذ لا يوجد خلاف منطقي بينهما»³. ولم تكن هذه النظرية الصنفية للحدود مستحدثة، إذ كان المنطق التقليدي قد عرفها « لأن هذا المنطق كان يفترض أن لكل حد ماصدقات في الواقع»⁴، فالقضية " كل جسم ممتد " تتضمن تقرير بوجود واقعي الأجسام بالرغم من أن هذا المنطق يقوم على المفهوم بالدرجة الأولى.

¹ . Ibid. P26 (T.p).

² . زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 51.

³ . المرجع نفسه، ص 52.

⁴ . المرجع نفسه، ص 55.

فقد وصل لبينتز في أبحاثه المنطقية إلى ضرورة وجود المقدمات الأولى التي تبدأ منها العملية الاستنباطية وتمثلت فيما يلي:

أ. قضايا تعبر عن مبدأ الهوية أو مبدأ عدم التناقض لا تحتاج إلى برهان إذ أنها صادقة بذاتها، وكل ما يستنبط منها. كما وصل « إلى أن سلب السلب إيجاب، وقد سبقه الرواقيون في ذلك»¹.

ب. قضايا تعبر عن نتائج صادقة بذاتها وهي قضايا قريبة من صيغة الضرب Barbara إذ يعبر عنها بالشكل التالي: أ هو ب، ب هو ج إذن أ هو ج. فنستنتج بذلك أنه كان يعتبر هذا الضرب مقدمة أولية لا تقبل البرهان، لكنه اعتبره فيما بعد موضوعا للبرهان، وأيضا لأرسطو لم ينف إمكانية خضوعه للبرهان وذلك برده إلى الضروب الأخرى رغم أنه أكمل الأشكال.

ج. مبادئ الحساب وهي بحسبه خمسة:

1. « ما يكون محتوي في حروف غير محدود يمكن فهمه على أنه ناتج عن أي حروف أخرى تخضع لنفس الظروف. مثال: إذا صدقت أن (أ ب هو أ). يجب أن يصدق أن (ج ب هو ج)»². وقد يكون لبينتز قد استمد هذا المبدأ من فكرة العنصر الحيادي كالصفر بالنسبة لعملية الجمع فمن $س=0+س$ يمكن أن ينتج أن $ع=0+ع$ أو العدد 1 بالنسبة لعملية الضرب فمن $س=1×س$ يمكن أن ينتج أن $ع=1×ع$. ومنه ينتج وجود ثابت منطقي بين الحروف أ ب، ج ب تقابلها الثوابت الجبرية في الأمثلة المعطاة وهي (+) في عملية الجمع و (×) في عملية الجداء.

2. «تغير مواضع الحروف في نفس الحد لا يغير الصدق. مثال: (أ ب) تكافئ (ب أ)»³. وهي ما يوافق جبريا ما يسمى بقابلية التبديل.

3. إذا كان القول (أ أ) هو تعبير عن مبدأ الهوية فلا داعي لتكرار الحرف إذ يكفي أن نقول أن (ب هي أ) دون الحاجة إلى القول (ب هي أ).

4. «يمكن تأليف قضية واحدة من أي عدد القضايا بضم كل موضوعاتها في موضوع واحد و محمولاتها في محمول واحد.

مثال: "أ هو (ب)، ج هو د، ه هو و، يمكن استنباط (أ ج ه) هو (ب د و)"⁴. وهو ما يعرف في الجبر بعلاقة التجميع.

¹. المرجع السابق، ص 58.

². المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴. المرجع نفسه، ص 59.

أما المبدأ الحسابي الخامس فهو العملية العكسية تقريبا للمبدأ الرابع « بحيث إذا كان لدينا قضية يتألف مجموعها من عدد من الحدود، فمن الممكن إعطاء عدة قضايا لكل منها نفس موضوع القضية الأصلية، لكل منها محمول كل منها جزء من محمول الأصل. مثال: يمكن من "أ هو ب ج د"، أن نصل إلى "أ هو ب، أ هو ج، أ هو د"¹. هو ما يسمى في عملية الجبر بعلاقة التوزيع. ويكون لينيتز بهذه الأفكار قد مهد الطريق نحو جبر الأصناف.

لقد مكنت أفكار لينيتز من الإيحاء إلى المنطق الرياضي - ولو على نحو غير واع- بحيث لم يكن منطقها منطقاً رياضياً على النحو الذي قدمه راسل ولم يكن حتى أرضية خصبة له بل « لا يمكن أن يعني، على الأقل بالنسبة إلى بدايات المنطق الرياضي الحديث، شيئاً آخر إلى التالي: أنه يستلهم مصدره من فكرة معينة عن المنطق المنظور إليه كمنطق رياضي، وهي فكرة نجدتها بكل وضوح عند لينيتز، ومن الممكن أن نكتشفها عندئذ بنظرة إلى الماضي، ولكن لا بد لذلك من القفز فوق قرنين ظلت خلالهما فكرة المنطق الرياضي في حالة كمون². وهي فكرة النظر إليه كمنطق صوري استنباطي.

الجزء الثاني: جورج بول (1815 - 1864):

لقد اعتبر بول بحق «الواضع الحقيقي لأساس المنطق الرمزي أو الرياضي ولذلك فهو يوصف عادة بأنه أبو المنطق الحديث»³ على اعتبار أن لينيتز لم يقدم ما يكفي لتكوين ما سيسميه بول بمنطق الأصناف «منطق يقوم على النظر إلى العلاقات بين الحدود في القضايا على أنها علاقات بين أصناف من الأشياء، لا علاقات بين تصورات، وقد جعل بول القضايا في صورة رمزية وأشبه بمعادلات، ثم جعل من تلك القضايا حساباً تجري عليه عمليات الجمع والضرب»⁴. كما أعتبر بول -بحسب بعض المؤرخين- مدينا بما جاء به لمعاصره دي مورغان فبالإضافة إلى ما تلقاه من هذا الأخير من تشجيع. فقد كانت أفكاره بمثابة منبه لبول أثمرت عن ظهور كتابه " التحليل الرياضي المنطقي " بل تجاوز ذلك إلى اكتشافه لفكرة هامة ضمنها كتابه " فحص قوانين المنطق " وتتمثل « ان قوانين الجبر وضعها بصرف النظر عن أي تفسير جزئي خاص»⁵. لما ضمن هذا الكتاب الأهداف التي سعى لتحقيقها إذ يقول «لقد وضعت الرسالة التالية بفرض فحص القوانين الأساسية لتلك العمليات التي يتم التفكير العقلي بواسطتها، والتعبير عنها في اللغة الرمزية لحساب ما *aculculus* و إقامة علم المنطق على هذا الأساس،

¹ . محمود زيدان، المنطق الرمزي، ص 59.

² . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³ . مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 34.

⁴ . زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 55، ص 56.

⁵ . مهران محمد، المرجع نفسه، ص 35.

وجعل هذا المنهج نفسه أساساً لمنهج عام لتطبيق النظرية الرياضية للاحتتمالات، وأخيراً لكي نجتمع من العناصر المتعددة للصدق الذي ظهر في مجرى هذه الأبحاث بعض الاقتراحات التي تتعلق بالطبيعة وبالتركيب الذهني البشري¹. إذن فلقد لجأ بول إلى اللغة الرمزية التي وحدها تحقق دقة التعبير عن قوانين الفكر، إذ لم يكن هدفه تحليل الفكر بل التعبير عن مبادئه المنطقية الخاصة. « فلم يكن بول يستخدم الرموز فحسب بل كان يهدف - كما رأينا - إلى القوانين التي على أساسها تتركب هذه الرموز، و بذلك فهو يحدد خاصية أي حساب صحيح للمنطق بأنه "منهج يقوم على استخدام الرموز تلك التي تكون قوانين تركيبها معروفة، و تسمح نتائجها بتفسير متسق"². وهنا سيحصر المنطق في عمليات الفكر الضرورية، والتي ستمثل في حساب الفئات وبالرغم من كون هذه الفكرة قد ظهرت مع لينيتز ورغم تأثره بما قدمه دي مورغان³ فقد كان بول هو أول من قدم مناهج لعمليات تقوم على أساس المتغيرات التي تقوم مقام الأعداد⁴

لقد أصبح الجبر المنطقي مشروع بول إذ طبقه « على كثير من فروع المنطق بما في ذلك القياس التقليدي » كما أراد الفصل بين المنطق والدراسات الميتافيزيقية إذ يذكر في كتابه "التحليل الرياضي للمنطق". « لم يعد من الجائز أن نجتمع بين المنطق والغيبيات، بل يجب الجمع بين المنطق والرياضيات.... فالمنطق مثل الهندسة، يقوم على حقائق بديهية وتعريفاته مبنية وفقاً للنظرية العامة للرمزية التي تشكل أساس كل ما هو معترف به كتحليل⁴.

لقد أراد بول التعامل مع المنطق كبناء شكلي - يمكن تأويل إشاراته - وليس سيرورة فعلية للفكر فقط. فقام بتصنيف تلك الإشارات - الرموز - بتحديد وظائفها، ثم يقوم بمقابلة هذه الوظائف بالشكل اللغوي اللفظي، والإثبات بإشارات تقابلها جبرياً: « فكل عمليات اللغة، المنظور إليها كأداة استدلال عقلي، يمكن إجرائها بواسطة منظومة إشارات مركبة من العناصر التالية:

1. رموز حرفية مثل: x, y تمثل أشياء تكون موضوعاً لتصوراتها.
2. إشارات عملية مثل: $+$, $-$, \times تمثل عمليات العقل الذي بواسطته يصل دمج أو حل تصورات الأشياء، بحيث تتكون مفاهيم جديدة تتضمن نفس العناصر.

¹. المرجع نفسه، ص 36 عن، Boole.G, An investigation of the law of thought , reprinted (1) in reading of logic, edited by : I.M gopi and J .A could , the Macmillan. Co, New York ,1964,p195.

². المرجع نفسه، ص 37.

³. المرجع نفسه، ص 35.

⁴. بلانشي روبير، المنطق وتاريخه عن بول، التحليل الرياضي للمنطق ، ص 360.

3. إشارة الماهية: =¹. فالجموع الأولى من الإشارات عبارة عن متغيرات تشير إلى أسماء الأعلام أو الأجناس أو الصفات، أما الثانية فتشير إلى ثوابت منطقية مثل: و، أو، ما عدا، وأخيرا تشير المجموعة الثالثة إلى أي فعل لغوي يمكن رده إلى فعل الكينونة " يكون " to be، etre. و" يمكن لرموز المجموعة الأولى أخذها لتمثيل الأصناف، و رموز الثانية لتمثيل العمليات العقلية ندمج بواسطتها أجزاء في كل أو تفصل كلا إلى أجزاء، وأخيرا لتمثيل الوصل الذي به نعبر عن العلاقات بين الأصناف البسيطة أو المركبة، ونكون بذلك قضايا². وفيما يلي أمثلة تبين تقابل بناء جبري وآخر منطقي:

بناء منطقي	بناء جبري
طفل مريض = مريض الطفل	$x \cdot y = y \cdot x$
الطفل والأم = الأم والطفل	$x + y = y + x$
الجمهور (إناث وذكور) = الجمهور إناث + الجمهور ذكور	$z(x + y) = z \cdot x + z \cdot y$
الجمهور إناث دون ذكور = الجمهور (إناث دون ذكور)	$z \cdot x - z \cdot y = z(x - y)$

نلاحظ من خلال هذه الأمثلة أنها تخضع لقوانين التبديل والتوزيع والتجميع على النحو الذي قدمه ليينيتز، كما يمكن أن نستنتج أن الصيغة $x^n = x$. وفي هذا إبطال لمفهوم رفع القوى -إلا في الحالة التي يأخذ فيها x أحد الجذرين الجبريين 0 أو 1- الذي يظهر في علم الجبر. فإذا كان x يمثل صنف الأبناء فإن رفعه لأي قوى يبقى مساويا لصنف الأبناء نفسه.

لقد ركز بول في جبره المنطقي على التلازم والتوزيع. " ولنكتف بالإشارة إلى هاتين العمليتين في طرفي استعمال المعادلات، هنا بدأ تطور الدالات $x; y; z$ الذي يجري بواسطته إنماء سلسلة التراكيب الممكنة للمكونات، وهما حتما تصفية كل ما يمكن تسميته بالأطراف الوسطى، بالتماثل مع حالة القياس حيث أن استخلاص النتيجة يعني بوضوح تصفية الطرف الوسط³.

إذن يحدث التأويل المنطقي مباشرة من التماثل بين بناء جبري وآخر لغوي، فالرموز تمثل المدارك، ورموز العمليتين الأساسيتين (+) و (×) تناسب صنفين أو تقابلهما على الترتيب، كما تشير المساواة إلى شمول الصنفين اللذين تؤطرهما الرموز على نفس العناصر أي لهما نفس الامتداد وهما متداخلان. لكن ماذا يقابل قيمتي الصفر

¹. بلانشي روبير، المنطق وتاريخه عن بول، فحص قوانين المنطق ص 27، ص 369.

². المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³. المرجع نفسه، ص 371.

والواحد منطقيا؟ فالواحد يشير إلى الصنف الكلي أي كل الكائنات، أما الصفر فيشير إلى الصنف الفارغ أي إلى اللاشيء، على اللاوجود.

إن منطق الأصناف التقليدي يعرف حقا كلية الصنف، لكنه يجهل الصنف الكلي، كما أنه لم يأخذ بعين الاعتبار الصنف الفارغ وتعبير بوول الجبري عن القضايا الحتمية للمنطق الكلاسيكي سوف نلاحظ ارتباطها بالصنف الفارغ «لنأخذ الصنفين الكليين: $x(1-y)=0$: لا يوجد x غير y ، أي كل x هو y $xy=0$ لا يوجد xy ، فما من x هو y »¹

كما يمكن استعمال الرمز \neq عند التعبير عن القضايا الجزئية: « $xy \neq 0$: بعض x هو y »

« $x(1-y) \neq 0$: بعض x هو ليس y »²

بهذا يكون بوول قد تمكن من التعبير عن قضايا القياس بشكل جبري مما سمح بتعدد النتائج بدل النتيجة الواحدة، أخذ هذا المنهج ينشط منذ 1847، بدراسات فن وجيوفينر وبيرس وشرودر وكوتيراه، كما تعرض للنقد إذ أنه بحسب منتقديه «جبرا أكثر منه منطقا في رموزه ومسائله نتائج»³ وهذا بعدة اعتبارات:

1. رموزه تشير إلى ثوابت رياضية أكثر منها منطقية.
2. كان يقوم في حل مسائله إلى تبسيط المعادلات على الطريقة الرياضية.
3. كان يقبل تعبيرا عدديا محصورا بين 0 و 1، وبالتالي عد إحدى أنواع الجبر العددي.
4. «وحتى في نطاق التفسير المنطقي المحتمل، كان يقبل تفسيراً منطقياً مزدوجاً، فتارة يكون التعبير بلغة القضايا propositions وتارة بلغة التصورات أو الفئات classes على بين القضايا والتصورات من تفاوت منطقي كبير»⁴. كما أن دراسات الجبر المنطقي لم تتميز كثيرا إذ توقفت بصدور كتاب راسل وهوايتهد أصول الرياضيات سنة 1903 حيث ضمنه حساب الفئات وهو ما يقابل جبر المنطق فعد حتما من أقسام اللوجيستيقا أي المنطق الرياضي.

الجزء الثالث: جيوسيب بيانو (1858 - 1932):

لقد ظل المنطق الأرسطي الشكل الرسمي والكامل للفكر، بل والوحيد، إذ «تطور المنطق كعلم مستقل منذ أمد بعيد، حتى قبل الحساب والهندسة، على أنه ليس ببعيد - بعد ركود شبه تام - منذ دخل هذا العلم في تحويل

¹. بلانشي روبر، المنطق و تاريخه، ص 373.

². المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³. نظمي عزيز سالم، المنطق الحديث وفلسفة العلوم والمناهج، ص 57.

⁴. الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، ص 99.

كلي يعطيها طابعا شبيها بالعلوم الرياضية، وتحت هذا الشكل الجديد، يأخذ اسم المنطق الرياضي أو الاستنباطي أو الرمزي وأحيانا يسمى اللوجيستيقا¹. بمحاولات "لينيتز" و"بوول" لم تسجل هذا التحويل الكلي لأنهم مع محاولتهم منطقة التفكير الرياضي و تريض المنطق من جهة أخرى لم يقفوا دون محاولة الوصول إلى ما وراء المنطق التقليدي.

اهتم "جيوسيب بيانو" الرياضي المنطقي الايطالي بالمنطق الصوري وعمل على تطوير لغته وأبحاثه. « وفي الواقع انتهى إلى دراسة المنطق عن طريق الرياضيات التي فحص أسسها ومبادئها محاولا صياغتها بصورة جديدة². بحيث تتلاءم مع التطورات العلمية والرياضية وذلك بردها إلى أصول منطقية، وهي المحاولة التي انطلق منها راسل وهوايتهد.

تمييز بيانو بين القضية الحملية والقضية العامة:

لقد ألقى راسل الضوء على الدراسات التي قدمها بيانو، في كتابه "مبادئ الرياضيات" واعتبره مجددا حين ميز بين القضية الحملية والقضية العامة، فالقضية الحملية في نظره هي القضية ذات الصيغة "سقراط فان" والتي هي في نظر أرسطو قضية شخصية. تقرر نسب محمول لموضوع معين « على حين أن القضية التي نقول فيها أن "كل الإغريق فانون" إنما هي في حد ذاتها قضية تعبر عن علاقة بين محمولين "الإغريق" و"فانون" وهي التي تعبر عن علاقة بين قضيتين فكلمة "الإغريق" في هذه القضية هي محمول أيضا، شأنها في ذلك كشأن كلمة "فانون" تماما³. قد يكون بيانو قد غير اسمي كل من القضية الشخصية فسامها حملية واسم القضية الحملية فسامها عامة. إلا أن مفهومهما لم يختلف عما قدمه أرسطو فالأولى تشير إلى وجود واقعي للأفراد، ولا يمكن بأي حال من الأحوال حمل موضوعها على محمولها- وهذا ما بيناه في ما سبق- أما الثانية وإن كانت تشير إلى وجود أشياء واقعية فهي تمكن في ذات الوقت من حمل موضوعها على محمولها، كما يمكن النظر إليها كقضية شرطية على النحو الذي قدمه الرواقيون ف« هي في الحقيقة تعبر عن علاقة بين دالتي قضيتين، أو بتعبير أدق هي قضية شرطية متصلة hypothetical conjunction في صورة تضمن⁴ إلا أن هذا التمييز الدقيق لبيانو والنظرة الماصدية لحدود القضية الحملية كانت دافعا راسل في معالجته للأسس المنطق التقليدي وكشفه للحركة الاستنباطية»

¹ . Tarski Alfred. Introduction a la logique ; Tr. j. Tremblay, 3^{eme} ed. Paris, 1971, p17 (T.p)

² . ماهر عبد القادر، المنطق الرياضي، ص 46.

³ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴ . المرجع نفسه، ص 48.

كفعالية منطقية يجري الانتقال بمقتضاها من صيغة أو مجموعة صيغ صادقة (مقدمة أو مقدمات) إلى صيغة أخرى (نتيجة) صادقة بالضرورة استنادا إلى التلازم المنطقي الذي توفره قاعدة منطقية¹ أو أكثر¹.
بيانو وظهور اللوجيستيقا:

إن ارتباط الرياضيات بالمنطق يكشف عن نقطتين الأولى تتحدد في «رد المادة الرياضية إلى المادة المنطقية»² إذ عند بناء حساب رياضي سواء حساب الفئات أو دوال القضايا فإننا نعلم على الثوابت المنطقية وكيفية ارتباط رموز الحساب الدالة على تصورات ذهنية. أما النقطة الثانية فتشير «أن المنطق يحمل في ذاته سمة برهانية، تمكن من استخلاص النتائج بفضل قوة الشكل»³ فنشأ بذلك المنطق الرياضي الذي حدد «بيانو» موضوعه في «صياغة أبسط نسق من المفاهيم المنطقية صياغة تجعل منه شيئا ضروريا وكافيا لتمثيل الحقائق الرياضية وبراهينها تمثيلا رمزيا»⁴

إثر التطور الذي عرفه التفكير الرياضي، عمل بيانو على استخلاص الحدود والقضايا الابتدائية للعلوم الرياضية - كان هذا العمل قد بدأه هيلبرت و مورتزباش و ديد كند في ألمانيا - إذ انتبه «بمساهمته تلك إلى صلة تلك الحركة بالمنطق الصوري فعمد إلى جبر المنطق يستقي منه الأصول المنطقية لأبحاثه، فخلص من ذلك إلى اكتشاف بعض الثوابت المنطقية الهامة التي يجهلها جبر المنطق، كالتضمن الصوري *formal implication* وأهم من هذا أنه تنبه إلى ضرورة إدخال المتغيرات *variables* في كتابه القضايا المنطقية الخالصة، وذلك على غرار الاستعمال الرياضي لها، فكان هذا التنبه إلى إدخال المتغيرات في كتابه القضية المنطقية أكبر عامل في تمكين المنطق الصوري الجديد من التعبير عن القضايا الرياضية البحتة»⁵. لقد استطاع «بيانو» أن يضع يده على عدد من الأفكار و التعاريف الأساسية تسمح باستنباط الرياضيات منها رغم انه لم يتمكن من ذلك بشكل نهائي إذ ستم هذه المهمة في «مبادئ الرياضيات» لراسل و هو يتهد.

إذا أراد بيانو كشف المقدمات الرياضية فهو أيضا متحمسا لتقديم المنطق الرمزي كنسق استنباطي وقد وضع «نسقا يصلح للتطبيق على النظريات المنطقية التي أسهم في بنائها وهي نظريات حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف»⁶.

¹. خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ص358.

². Brunschvicg. Leon, les étapes de la philosophie mathématique, p394(T.P)

³. ibid., p394.(T.P)

⁴. إسلام عزمي، أسس المنطق الرمزي، ص16، عن:

Carruccio, E, mathematic and logic in history and contempary thought, p339.

⁵. الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، ص 104.

⁶. قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص139.

وتتمثل مقدمات النسق عنده فيما يلي:

أ. أفكار أولية: وهي أفكار واضحة بذاتها تستخدم في تعريف الحدود كمتغيرات أو ثوابت مثل: الفئة، العضو الفرد في فئة ينتمي إليها، لزوم صوري، تعريف، سلب.

ب. التعريفات: يقدم "بيانو" أربع تعريفات في ضوء تصدره للأفكار المنطقية كاللزوم والضرب المنطقي وهي:

1. إذا كانت أ فئة و ب، ج عناصر تنتمي إليها فإن ب وج أعضاء في (أ).

2. إذا كانت الفئة (أ) مكافئة للفئة (ب) أي (كل أ هي ب) فإن: إذا كانت (ه هي أ) فإن (ه هي ب) وهذه الصيغة تقرب من الضرب Barbara، الضرب الأول من الشكل الأول للقياس بحيث يمكن القول: إذا كانت (كل أ هي ب) وكان (ه هي أ) فإن (ه هي ب).

3. الضرب المنطقي بين الفئتين (أ) و (ب) ناتجه جميع الأعضاء التي تحتويها الفئتين، أي أعضاء (أ ب)

4. كل فئة تحتوي فئة فارغة.

ج. القضايا الأولية: «وضع بيانو» خمس بديهيات تشكل عصب نسقه الاستنباطي في المنطق، وحلقة الوصل بين الأوليات والنتائج وذلك أننا نقبلها بلا برهان عليها هي الأخرى، كما أننا نستنبط منها قوانين منطقية أكثر تركيباً¹. وتمثل هذه البديهيات في:

1. كل فئة تحتوي ذاتها وهي بديهية ضرورية إذ تعبر عن مبدأ الهوية.

2. الضرب المنطقي ينتج فئة جديدة، وهي بديهية يمكن استقائها من التعريفات.

3. أعضاء الفئة الناتجة من الضرب المنطقي بين الفئتين (أ) و (ب) ينتمون إلى كل من أ و ب.

4. «صورتان من القياس كلاهما قضية أولية:

" إذا كان (أ)، (ب)، (ج) فئات، وكان (أ) محتوي في (ب) وكان (ه) عضو في (أ)، فإن (ه) عضو في (ب)"

" إذا كان (أ)، (ب)، (ج) فئات، وكان (أ) محتوي في (ب) وكان (ب) محتوي في (ج)، فإن (أ) محتوي في (ج)"

2«

5. مبدأ الاستدلال أو التركيب: إذا كانت الفئة (أ) محتواة في (ب) وكذا محتواة في (ج) فهي محتواة في حاصل ضربهما المنطقي (ب ج).

وبالإضافة على هذه الأفكار الأساسية التي ساهم "بيانو" بها في إرساء قواعد المنطق الرياضي، فقد قدم رمزية ذات قيمة عملية إذ تمتاز بالوضوح والسهولة.

¹. المرجع السابق، ص 140.

². المرجع نفسه، ص 141.

الجزء الرابع: غوتلوب فريجه (1848 - 1925):

يعبر فريجه - وهو رياضي ومنطقي ألماني - عن حلقة تطور منطقي و طبيعي بين بيانو و راسل، إذ صاغ النظريات المنطقية: نظرية حساب القضايا، حساب المحمول، حساب العلاقات، حساب الفئات - في شكل رمزي متميز ودقيق - وقدم نسقا منطقياً أكثر شمولاً وابتكاراً واضعاً يده على نقطة أساسية من المنطق التقليدي.

التمييز بين اسم العلم والمحمول:

لقد عمد فريجه إلى دراسة المنطق دراسة نقدية، ورغم اختلافه معه في بعض النقاط - التي لا يتسع المجال لذكرها - إلا أنه قد اتفق مع أرسطو في نقطة أساسية¹ وهي أن اسم العلم إذا دخل في قضية حملية يكون موضوعاً دائماً ولا يمكن أن يكون محمولاً². وهو ما سماه أرسطو بالجواهر الأولى، وهو لا يؤدي وظيفة المحمول. إذ يقول فريجه: «... إن التصور يقوم بوظيفة المحمول، أما اسم شيء ما - اسم العلم - فإنه عاجز تماماً عن استخدامه كمحمول»² وقد أدى هذا التمييز على تمييز ثان بين القضية الشخصية والكلية على النحو الذي قدمه بيانو بين القضية الحملية والعامية. ولقد رأينا أن جوهر القضية الكلية بقي ثابتاً كما قدمه أرسطو. لقد ميز فريجه بين اسم العلم والمحمول إذ يشير اسم العلم إلى الوجود الفردي العيني فهو لا يكون إلا موضوعاً في القضية الحملية في حين أن وظيفة المحمول الأساسية هو أنه يعبر عن تصور عام يندرج تحته الكثير من الأشياء الفردية، كما أن اسم العلم لا يحتاج لحد غيره لتوضيح معناه. ليس للحدود الدالة على الدور مثل: بعض، كل، ليس... الخ. معنى إذا ارتبطت باسم العلم لكن لها معنى إذا ارتبطت بالمحمول. وتنتج عن هذا التمييز أيضاً تمييز بين القضية الشخصية مثل "سقراط فان" والقضية الهوية مثل "أرسطو هو مؤلف الأورغانون" إذ أن الأولى يتغير معناها بتغيير موضعي الموضوع والمحمول - إن أمكن هذا التغيير - في حين يبقى المعنى ثابتاً إذا غيرنا موضعي محمول وموضوع القضية الثانية، وهذا التمييز أدى إلى الوصول إلى القضية الوجودية أي التي تشير إلى وجود - محمولها يعبر عن وجود **there is** - فإذا قلنا "سقراط موجود" فهي ليست لها معنى إذ أن اسم العلم في حد ذاته يشير إلى وجود متعين، أما إذا الموضوع تصور عام فهذا يعني إمكانية التفكير في الموضوع وتصوره، وهذا أدى إلى بحث جديد إذ «حين بحث فريجة في القضية الكلية والجزئية، تناول الدور **quantifier** بالتحليل، إذ أعطى

¹. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 135.

². المرجع نفسه، ص 135، عن:

المعنى السابق لكلمة (كل)، أي أنها لا تنطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوع القضية التي يرد فيها، وأعطى معنى (بعض) لتعني (شيء واحد على الأقل) وتنطوي على تقرير واقعي لأفراد موضوعها¹. وكانت نتيجة هذا التمييز بين اسم العلم واسم المحمول بناء نظرية حساب المحمول أو كما يسمى نظرية حساب دالات القضية.

فريجه والنسق الاستنباطي اللوجيستيقي:

لقد كان فريجه أول من أقام الصلة بين الرياضة والمنطق وهو ما يسمى باللوجيستيقا. و" ينزع هذا المذهب إلى رد الرياضيات البحتة أو الخالصة برمتها إلى المنطق الصوري، فهي جزء من المنطق العام، وامتداد لمسائله"². وإذا أردنا تتبع مراحل نشأة اللوجيستيقا تبين بأن تطور الرياضيات وتحليلها عن فكرة الحدس المكاني والامتداد والاتصال الهندسي (الكم المتصل) والحساب (الكم المنفصل). ظهرت دوال القضايا المنطقية وهندسات لإقليدية، " وما أضافه فريجه من نظرياته عن الحساب التحليلي ثم واصل دراسة التحليلية فأسهم بأبحاث كثيرة لاستخلاص المسلمات (الحدود الأولية) والقضايا الأولية في العلوم الرياضية مستكملاً بأبحاث باش و ديدكند و هلبرت فاستنبط الثوابت المنطقية الجديدة مثل التضمن الصوري، كما تؤدي إلى إدخال المتغيرات المنطقية في القضايا المنطقية البحتة على نسق الرياضة"³. هدف فريجه إلى الكشف عن العلاقات المنطقية في الحساب، والاعتماد على لغة غير لغة بول الجبرية. ففي كتابه التصورات " يستعيض فريجه عن الاصطلاح الجبري باصطلاح آخر يظهر بشكل أفضل الخواص البنيوية التي تلاؤم الاستنباط أكثر من غيرها"⁴. وقد نبين كيف يتطور علم الحساب من هذه العلاقات المنطقية.

لقد استخلص الرواقيون القوانين التي أدت إلى ظهور نظرية حساب القضايا لكن فريجه " لا يكتفي باستخلاص القوانين المنطقية، أو كنا سماها " أحكام الفكر الصدق" التي تعمل في مسار الاستنتاج الرياضي، وهو ينكب أيضا وبالأخص على عرضها في صورة نظام استنتاجي"⁵. وأدى هذا به إلى النظر في المنطق ذاته " على أسس جديدة غير تلك الأسس التي قام عليها جبر المنطق"⁶. وكان اشتقاق الرياضة من المنطق محاولة ناجحة.

¹ . المرجع السابق، ص ص 140، 141.

² . نظمي عزيز سالم، المنطق الحديث وفلسفة العلوم والمناهج، ص 58.

³ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴ . مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 38 عن : Quine.W.V.O ,Méthodes of

logic,W.ed,U.S.A,1959 ,p211

⁵ . بلانشي روبر، المنطق وتاريخه، ص 428.

⁶ . الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، ص 103.

لقد رأى فريجه « أنه يمكن إقامة النسق الاستنباطي ككل عن طريق استخدام فكرتين أوليتين هما التضمن والسلب بالإضافة إلى ثلاثة تعريفات الفصل والوصل والمساواة»¹. إذ عرض هذه الأسس في كتابه التصورات حين قدم أسس نظريتي حساب المحمول وحساب القضايا. كما اهتم على غرار ما فعل الرواقيون - لما درسوا القضية المركبة - بالثوابت المنطقية وأعطاهما رموزاً مثل ثابت الفصل والوصل والتضمن والمساواة وحدد قيمة الصدق فيها، وفرق بين القضية ودالة القضية « تلك التفرقة التي توصل إليها فريجه نتيجة للمقارنة بين المحمول في القضية وبين التعبير الخاص بالدالة الرياضية»². وعلى ما قدمه ليبينتز وما قدمه معاصره بيانو وضع فريجه نظرية في حساب الفئات إذ ميز بين انتماء العضو إلى فئة، واحتواء فئة في فئة أخرى، ولكن بالرغم مما قدمه فريجه إلا أنه لم يؤثر في لاحقيه نظراً إلى صعوبة الرمز الذي استعمله إذ لم يكن مألوفاً لدى الرياضيين رغم دقته. إلا أن بعث راسل من جديد في كتابه "مبادئ الرياضيات" نسق فريجه الدقيق لكن بلغة سلسة وأكثر وضوحاً وهي لغة بيانو.

الجزء الخامس: برتراند راسل (1872 - 1970):

القضايا الراسلية:

لم يختلف راسل عن أرسطو في نظريته إلى القضية **proposition** فهي « الجملة الإخبارية التي تحمل الصدق أو الكذب، ومن ثم فإن صيغ السؤال والتمني والأمر والنهي والنداء ليست قضايا، والمقصود باحتمال الصدق والكذب أن القضية تقرر شيئاً أو تنكره، أو أنها حكماً تعتقد بصدقه أو كذبه»³ كما أنه يتفق معه تماماً في التمييز بين اسم العلم والمحمول. وإذا كان فريجه يعتقد بأن القضية يمكن اعتبارها اسم علم فإن أرسطو وكذلك راسل لا ينظرون إليها كذلك، إذ أن القضية يمكن تحديد الصدق والكذب فيها وهذا ما لا يوفره اسم العلم. « فالحمل علاقة تنطوي على اختلاف منطقي أساسي بين حدين، يمكن أن يكون للمحمولات ذاتها محمولاً، لكن ستكون محمولات المحمولات مختلفة اختلافاً أساسياً عن محمولات الجواهر [الموضوعات]... ليست قضية من الصورة "كل أ هو ب" قضايا حملية لكنها تعبر عن علاقات بين محمولان»⁴.

¹. ماهر عبد القادر، فلسفة العلوم، ص 62.

². إسلام عزمي، أسس المنطق الرمزي، ص 26.

³. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 176.

⁴. المرجع السابق، ص 176.

لأنه في نظر راسل أن القضية الحملية هي التي يكون موضوعها جزئي و" الجزئي هو ما سماه القدماء بالجوهر باستثناء واحد هو أنه لا يتصف بالثبات **not persistent through time** وإنما وجوده يدوم وقتاً قصيراً **snomentary** وفيما عدا ذلك فالجزئي الراسلي والجوهر الأرسطي ستلاقيان في أنه "جوهر بالمعنى الأول"، وأنه الموضوع الحقيقي للحمل، وأنه الذي لن يكون محمولاً في القضية"¹. فالحمل إذن علاقة أساسية إذ وجد أفراد يحمل عليهم، أي أشياء لا يمكن حملها على أشياء أخرى، ومنها القضية الحملية الحقة هي القضية الشخصية **proposition singular** " أما القضية العامة فإنها ليست حملية إذ لا تحتوي موضوع حمل بالمعنى الدقيق، وإنما تنطوي على علاقة معينة بين محمولين"²

يعترف راسل في كتابه " أصول الرياضيات " أنه أخذ هذا التمييز عن بيانو وإن كان فريجه قد سبقه لذلك إلا أننا قد تعرفنا على هذا التمييز لدى الرواقيون الذين اهتموا بالجانب الاستقرائي للمنطق الأرسطي بل إنهم أول من اعتبر القضية العامة - وهي حملية عند أرسطو - " إنما هي في حقيقتها قضية شرطية متصلة، تعني القضية " كل إنسان فان " أنه إذا كان إنسان فهو بالضرورة فان"³ وبما أن القضية العامة ليست حملية، إنما هي شرطية متصلة فهي إذن لا تقرر وجود واقعي لأفراد

موضوعها إذ " أن الفرق بين اسم العلم واسم المحمول فرق بين فعلين عقليين، التسمية والتقرير"⁴

إذن بعد أن يقرر راسل وجود قضية شخصية - وهي القضية الحملية في نظره - أثر تمييزه بين المحمول واسم العلم على النحو الذي قدمه أرسطو، يقرر وجود قضية عامة - وهي القضية الحملية عند الرواقيين - وهي شرطية متصلة، يقرر وجود نوع آخر من القضايا وهي القضية العامة عمومية تامة، قضايا منطقية أو حقائق منطقية، إنها قضايا رياضية خالصة " التي لا تحتوي غير حدود منطقية خالصة، وهناك أمثلة لهذا النوع من القضايا: (1) إذا كان أ يتضمن ب، و ب يتضمن ج، فإن أ يتضمن ج (الرموز هنا متغيرات لقضايا). (2) إذا كان كل أفراد أ أفراد في ب، وكل أفراد ب أفراد في ج، فإن كل أفراد أ أفراد في ج، (الرموز هنا متغيرات لأصناف). (3) إذا كان كل أفراد أ أفراد في ب، وه أحد أفراد أ فإن ه فرد في ب، وه متغير يرمز إلى العضو في الصنف"⁵

يرى الرواقيون " أن المعرفة تأتي من الأثر الحاصل عندنا من موضوع خارجي ويسمون هذا الأثر الصورة (image) ثم في "القول" **lecton** المعبر عن تلك الصورة والذي هو تعبير عنها بكل ما هو فيها من

¹. المرجع نفسه، ص 177.

². المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³. المرجع نفسه، ص 178.

⁴. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁵. المرجع نفسه، ص 192.

جزئي شخصي، فقد يقع سقراط فوق الأرض أو يمرض أو يضحك أو يكون جميلاً. كل تلك الأحداث التي يعبر عنها منطق أرسطو كمحمولات أو تصورات كلية مع الاستعانة بالرابطة (فعل الكينونة) يجب أن تبقى من وجهة نظر الرواقين المنطقية الشخصية أي مخصوصة في عباراتها¹

وهذا ما ذهب إليه فتحنشتين إذ سمى القضية الشخصية كما راسل بالذرية إذ يقول في تقديمه لكتاب رسالة منطقية فلسفية لفتحنشتين «و الواقعة التي لا أجزاء لها، أي التي لا تتكون من وقائع، التي يسميها فتحنشتين بالواقعة المفردة وهي نفسها التي يسميها بالواقعة الذرية»² كما أن هذه القضايا مستقلة عن بعضها البعض منطقياً إذ لا تتضمن أي منها الأخرى» وهكذا فكل عمل الاستدلالي المنطقي إنما يتعلق بالقضايا غير الذرية، وقد سمى تلك القضايا بالقضايا المركبة **Melocular**³

وقد اعتبر راسل في البدء أن القضية الشرطية المتصلة المركبة **Melocular** هي قضية أولية يمكن أن تشتق منها قضايا النسق، لكن تعقيد عملية الاشتقاق والاستنباط لأن التضمن علاقة معقدة لهذا ذهب راسل للبحث عن أوليات أخرى وهي النفي والفصل وكلها على النمط الذي قدمه الرواقيون إذ «كان لا يمكننا عند تحليل الترابطات المنطقية في الاستدلال أن نتجاهل وجهه اللفظي أو الرمزي إذ هو الذي نتخذه موضوعاً مباشراً للدراسة»⁴

إن ذرية راسل ليست ذرية فيزيائية بل هي ذرية منطقية، وكما يتكون الجزئي من ذرات تتكون القضية المركبة **Melocular** من قضايا ذرية «بحيث يكون فيها معامل استدلالى يمكننا من أن نستدل على جزء آخر من أجزائها المكونة لها»⁵

نسق راسل:

وجد برتراند راسل الظروف مهيأة لبناء نظريته اللوجيستيقية، إذ وجد لدى بيانو الرموز المنطقية السهلة والواضحة التي استوعبت عمل بوول في جبر المنطق و أضاف إليه ثوابت منطقية وأدخل متغيرات إذ نجد الرموز التي استخدمها راسل كانت من إنشاء بيانو، وفي ذات الوقت وبواسطة هذا الجهاز الرمزي استطاع الغوص إلى عمق هذه النظرية ذاتها وتطويرها بما قدمه فريجة الذي رسم الطريق لاشتقاق الرياضيات البحتة من أصول منطقيته، ولقد أراد راسل بذلك تطوير المنطق وتعديله، وهذا لا يعد ثورة على المنطق التقليدي، بل أنه أراد بناء المنطق في

¹ . الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، ص 145.

² . فتحنشتين، رسالة منطقية فلسفية، ص 37.

³ . المرجع نفسه، ص 39.

⁴ . بلانشي روبير، الاستدلال، ص 08.

⁵ . ديوبي جون، المنطق نظرية البحث، ص 833.

هيئة نسق استنباطي واضح المبادئ سلفا، وبالغ الرموز ليكون أكثر صورية - وهذا ما لم يهتم به أرسطو إذ أنه لم يحدد مقومات النسق منذ البدء ومع ذلك يمكن استنتاجها، كما أنه لم يقدم رموزا للثوابت أو القضايا - على النحو الذي تقوم عليه الرياضيات البحتة إذ أنها كما يقول راسل « هي العلم الذي لا نعرف فيه قط عم نتحدث، ولا إذا كان ما نقوله فيها صادقا، فنحن لا نعرف غما نتحدث لأننا لا نجد فيها غير المتغيرات والثوابت المنطقية دون أدنى مادة أخرى، ثم نحن لا نعرف إذا كان ما نعرفه صادقا في هذا الوجود، أي حقيقيا في العالم الخارجي لأن صدق القضايا المستنبطة يتوقف على صدق الفرض أو الشرط وصدق الشرط يتوقف بدوره على القيم المعينة المختلفة التي تعطى لكل متغير فيه »¹

إن هذه الثوابت المنطقية والتي هي لا معارف في الرياضة، فهي معرفة في المنطق ذاته إذ أنها « كل التصورات التي يمكن أن تدل عليها ألفاظ كالاتية: التضمن، العضو في الفئة، العلاقة... »²

لقد سعت النظرية اللوجيستيقية إلى بناء المنطق بناء استنباطيا، إذ أنه موضوعه عند اللوجيستيقين - لم يتجاوز حدود ما أراده له أرسطو - هو الاستنباط وقوانينه.

لقد أراد أرسطو إبراز الصورة في نقاءها التام وتكفي دراسة التحليلات الأولى لإبراز اهتمامه بالصورة، وكما استخدم حروف الهجاء كرموز فقد أدرك إذن أن النقاء لا يكون باستخدام الرمز الحرفي، ومع ذلك لم يستطع بناء حساب منطقي وهذا لأنه لم يقدم رموزا للثوابت و « لكنه مع رمزه الناقص هذا بين لنا بكل تأكيد أن كل صيغة منطقية هي دالة قضائية **propositional function** كما يقال الآن وليست قضية محددة ذات معنى قاموسي »³

إن محاولة بناء اللوجيستيقا - المنطق الرياضي - أدت إلى النظر في العلاقات بين المنطق والرياضيات إذ « لماذا يوجد لدينا علمان مجردان في نواتج الفكر، قام راسل و هوأيتهد* بدراسة المنطق والرياضيات وتوصلا إلى الإجابة القائلة بأن المنطق والرياضيات آخر الأمر شيئا واحدا »⁴

لقد اعتبر أرسطو المنطق من العلوم التعاليمية أي البرهانية فهو علم نظري وسماه بالتحليلات، وأن هذه الفكرة التي تكاد تكون مختصرة ومحملة « تكشف عن حقيقة الغرض من المنطق عنده فهي تمنع من أن يكون

1. الفندي محمد ثابت، أصل المنطق الرياضي، ص 153.

2. المرجع نفسه، ص 155.

3. المرجع نفسه، ص 44.

*. اقتصر عنواننا على راسل، هذا باعتبار أن راسل اهتم بالدراسات المنطقية في كتابه " أصول الرياضيات " في حين اهتم هوأيتهد بالدراسة الرياضية منه.

4. رايشنباخ هانز، نشأة الفلسفة العلمية، ص 195.

المنطق صناعة أو صناعة وعلماء في آن واحد، أو علماء معيارياً وإنما هو علم نظري أو نسق استنباطي¹ لقد أراد أرسطو للمنطق أن يكون نسقا استنباطيا على شاكلة النسق الرياضي لكن ما عابه اللوجيستيين على أرسطو أنه اعتبر الاستنباط محتوى في نظرية القياس وبالتالي لم يخرج عن الايطار اللغوي، في حين أن الاستنباط -بحسبهم- يستوعب نظرية القياس ويتعدى الجانب اللغوي إلى جوانب أخرى كالرياضة و« المنطق الصوري المعاصر هو أحد تلك العلوم القليلة التي نُحِت في أن تقوم كنظرية استنباطية وفق التصور الذي شرحناه، ولقد كان مضطرا إلى ذلك بكل تأكيد لكي يبلغ اليقين مداه في كل قضاياها التي تشتق منها قضايا الرياضة بكافة فروعها حتى الهندسة.»²

المبحث الثالث: نسق الرمزي لنظرية القياس عند لوكاشفتش:

لاحظنا مما سبق تجليات المفاهيم الصورية في المنطق الرياضي، غير أن لوكاشفتش لا يرى أن هناك تجليات لها فحسب. بل إن المنطق الصوري الأرسطي منطلقا استنباطيا على شاكلة الأنساق المنطقية المعاصرة وهذا ما بينه من خلال رصده لعناصر هذا النسق.

الجزء الأول: المقررات وقواعد الاستنتاج:

إن القياس الأرسطي يقرر قضية شرطية صادقة مقدمها يتمثل في مقدمتي القياس والنتيجة تاليها. وقضاياها البينة التي لا تحتاج إلى برهان كما هي ضروب الشكل الأول تعتبر مسلمات نظرية القياس بخلاف الأقيسة الناقصة التي تحتاج إلى برهان وسماه لوكاشفتش مقررات « أي قضايا صورتها إذا كان ق فإن ك، ولا نعرف في هذا المنطق سوى مقررتين لا تبدآن بكلمة إذا، هما ما يسمى بقانون الذاتية " أ ينتمي إلى كل أ" أو " كل أ هو أ"، " أ ينتمي إلى بعض أ" أو " بعض أ هو أ"³

ويذكر أن أرسطو لم يصرح بهما في حين عرفهما المشاؤون من بعده، كما أن القوانين الخاصة بالاستدلال بالعكس وقوانين التقابل في المربع الأرسطي - كما رأيناها - هي أيضا مقررات للنسق. «قوانين العكس قضايا لزومية بسيطة، مثل " إذا كان أ ينتمي إلى كل ب، فإن ب ينتمي إلى بعض أ"⁴. وفيما يلي نصوغ الضرب Barbara على شكل قضية لزومية:

- إذا كان أ ينتمي إلى ب.....(و)
 وكان ب ينتمي إلى ج.....(ك)
 فإن أ. يلتفتني للملحى نأجت، المرجع بقب(ك) 45.
². المرجع نفسه، ص 145.
³. لوكاشفتش، نظرية القياس الأرسطية، ص 35.
⁴. المرجع السابق، ص 36.

بجيث يمثل (و) و(ك) المقدمة و(ل) التالي بجيث نقول:

إذا كان (و) و(ك) فإن (ل).

إن أرسطو لم يقدم أقيسة على هذا النحو، لكن كان هذا كما رأينا من فعل الرواقيين، ولا يمكن القول عن هذا قياس، فهو ليست القضية، وقيمة الصدق ترتبط بالقضايا، بل هو استنتاج إذا عوضت أ، ب، ج بقيم وهو قاعدة استنتاج إذا ما حافظ على المتغيرات أما ثوابت النظرية فهي ما تعبر عنه بما يلي:

1. ينتمي إلى كل (كا) أو الكلية الموجبة إذا كان أ محمولاً على كل ب
2. ينتمي إلى لا واحد (لا) أو الكلية السالبة إذا كان أ محمولاً على لا ب
3. ينتمي إلى بعض (جا) أو الجزئية الموجبة إذا كان أ محمولاً على بعض ب
4. لا ينتمي إلى بعض (نا) أو الجزئية السالبة إذا كان أ محمولاً على ليس بعض ب¹

الجزء الثاني: منطق الحدود ومنطق القضايا:

يقول لوكاشفتش² « ليس باستطاعة أحد أن يفهم براهين أرسطو تمام الفهم دون أن يعلم أن هناك إلى

جانب نظرية القياس الأرسطية نسقا منطقيا آخر أساسيا أكثر منها وهو منطق القضايا»²

يشير هذا القول إلى نقطتين أساسيتين لدى لوكاشفتش الأولى أنه يعتبر نظرية القياس نسقا استنباطيا هذا من جهة، ومن جهة أخرى يفرق بين منطق الحدود ومنطق القضايا وذلك من خلال إيضاح الفرق بين قانوني الذاتية كما يردان في الصيغتين التاليتين:

أ. "كل أ هو أ" أو "أ ينتمي إلى كل أ"

ب. "إذا كان و فإن و".

نلاحظ أن الصيغتين تختلفان من حيث الثوابت فالثوابت الموجودة في (أ) هي [كل .. هو] أو [ينتمي

إلى كل]، وفي الثانية [إذا كان... فإنه] لكن إذا كان هناك تكافؤ وتساوي من حيث دلالة الروابط في هاتين

الصيغتين، لكن تختلف طبيعة المتغير في الصيغة الأولى عن الثانية. إذ أنها في الأولى متغيرات حدية يمكن التعويض

عنها بحدود "حجر" مثل [كل حجر هو حجر]، "إنسان" [كل إنسان هو إنسان] أما الثانية فهي متغيرات

قضائية يمكن التعويض عنها بقضايا "إذا كان طارق ابن زياد فاتح الأندلس، فإن فاتح الأندلس طارق بن زياد"،

إذن هناك فارق بين المتغير الحدي والمتغير القضائي³ وهذا الفارق الأساسي بين النسقين المنطقين يرجع بنا تاريخيا

¹. محمد عزيز نظمي سالم، المنطق الحديث وفلسفة العلوم والمناهج، ص 62.

². لوكاشفتش يان، المرجع نفسه، ص 68.

إلى منطق الرواقية الذي اهتم بالنسق المنطقي للقضايا قبل أرسطو على الصيغة المنطقية التالية: "إذا كان Q فإن K و Q إذن K "¹

ومع أن أرسطو لم يقدم منطق القضايا، إلا أنه لقد استعمله على سبيل الحدس في رد الأقيسة للبرهان على الأقيسة الناقصة، إذ يقرر ثلاثة قوانين لمنطق القضايا وهما: قانون النقل الذي يتضمن "أنه إذا كانت (Q) فإن (L) ينتج إلى ليس (L) ، إذن ليس (Q) ، أما القانون الثاني فهو قانون القياس الشرطي، ويمكن شرحه كما يلي: "إذا صدقت قضيتين لزوميتان صورتهمما. "إذا كان (Q) فإن (K) " و "إذا كان (K) فإن (L) "، فلا بد أن تصدق القضية اللزومية الثالثة الآتية، " إذا كان (Q) فإن (L) "². وهو ما يعرف بعلاقة التعدي المنطقي، أما القانون الثالث، فهو إجراء تطبيقي للقانونين السابقين وفحواه أنه لا يمكن أن ينتج شيء واحد في قضيتين متناقضتين. وهذا لأنه "إذا كان (Q) فإن (K) "، و "إذا كان ليس (Q) فإن (K) "، وذلك لأننا نحصل من اللزومية الأولى بقانون النقل على المقدمة الآتية "إذا كان ليس $(-K)$ فإن ليس $(-Q)$ " وهذه المقدمة تؤدي باقترانها مع اللزومية الثانية إلى النتيجة " إذا كان ليس $(-K)$ فإن (K) " بواسطة قانون القياس الشرطي وقول أرسطو هو أن هذه النتيجة الممتنعة"³

الجزء الثالث: البراهين المنطقية والضرورة القياسية:

تتجلى الحركة الاستنباطية من خلال البراهين المنطقية التي رأى لوكاشفتش أن أرسطو استخدمها في نظرية

القياس، ومن خلال الضرورة القياسية. وبينها كما يلي:

أ- البراهين المنطقية:

أولا برهان العكس:

إن البرهان بالعكس هو أبسط أنواع البراهين المستخدمة في رد الأقيسة وأكثرها استخداما. وإذا أردنا البرهنة على ضرب من ضروب الشكل الثاني festino " إذا كان (M) ينتمي إلى لا (N) "، "وكان (M) ينتمي إلى بعض (S) " فبالضرورة (N) لا ينتمي إلى بعض (S) "، لأن المقدمة السالبة لما كانت قابلة للإنعكاس فإن (N) ينتمي إلى لا (M) "، وقد سلمنا بأن (M) ينتمي إلى بعض (S) "وإذن (N) لا تنتمي إلى بعض (S) "، فقد وصلنا إلى النتيجة بواسطة الشكل الأول"⁴. إذن يستخدم في هذا البرهان قانون عكس القضية

¹. محمد عزيز نظمي سالم، المنطق وأشكاله، ص 202.

². المرجع نفسه، ص 71.

³. المرجع نفسه، ص 71.

⁴. المرجع نفسه، ص 73.

الكلية السالبة، وهو مقدمة أولى والمقدمة الثانية تتمثل في الضرب **Ferio** من الشكل الأول. ومنها نستنبط الضرب **festino** ، ويذكر لوكاشفتش أن أرسطو يستعين في هذا البرهان بالحدس " فإذا حللنا حدوسه وجدناها أنها تنطوي على مقررين من حساب القضايا"¹ بحيث تمثل المقررة الأولى قانون القياس الشرطي وأما المقررة الثانية فتسمى في كتاب البرنيكيا " مبدأ العامل" هذا الاسم من وضع بيانو. " وهي تبين أن لنا أن نضرب طرفي القضية اللزومية في عامل مشترك أي أن نضيف إل القضية ق وإلى القضية ك قضية جديدة وذلك بواسطة حرف العطف " و"²

كما أنه يستخدم مقررة أخرى هي شكل ثاني يختلف بشكل طفيف عن الشكل الأول لمبدأ العامل البيانوي. وباستخدام قوانين العكس والضروب الأربعة للشكل الأول والقوانين الثلاث لحساب القضايا التي استعملها أرسطو بالحدس وهي قانون القياس الشرطي وقانون " المبدأ العامل"³ نحصل على براهين تامة من الناحية الصورية على كل الأقيسة الناقصة عدا الضربين **baroco** و **Bocardo** فهذان الضريان يتطلبان مقررات أخرى من منطق القضايا"³

ثانيا: برهان الخلف:

إذا كان لا يمكن الحكم على الضربين **baroco** و **Bocardo** انطلاقا من برهان العكس، فقد قدم أرسطو نوعا ثانيا من البراهين وهو البرهان اللامستقيم أو البرهان بالخلف أو الرد أو الرفع) إلى المحال في مقابل البرهان المستقيم أو البرهان الجزمي، " وهو أن يؤخذ نقيض النتيجة أو نقيض المطلوب ويضاف إليه مقدمة صادقة فيترب منها قياس، فينتج نتيجة كاذبة"⁴ وفي ما يلي برهان **baroco** " إذا كان م ينتمي إلى ن"، ولكنه " لا ينتمي إلى بعض س"، فبالضرورة "ن) لا ينتمي إلى بعض س"، لأنه إذا كان " ينتمي إلى س" وكان م أيضا محمولا على كل ن، فإن م ينتمي بالضرورة إلى كل س، وقد فرضنا أن "م لا ينتمي إلى بعض س"⁵. ويمكن شرحه كالاتي في هذا القياس: إذا كان م ينتمي إلى كل ن(1)

و كان م لا ينتمي إلى بعض س.....(2) (I)

¹ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

² . نظمي محمد عزيز سالم، المنطق وأشكاله، ص 74.

³ . المرجع نفسه، ص 76.

⁴ . أرسطو، منطق ابن زرعة، ص 190.

⁵ . لوكاشفتش، نظرية القياس الأرسطية، ص 77.

فإن ن لا ينتمي إلى بعض س(3)

إذا سلمنا بصدق المقدمتين فلا بد من صدق النتيجة وفي البرهان في الخلف نفرض كذب النتيجة" ن لا ينتمي إلى بعض س" ومنه تصدق القضية التي تقابلها بالتناقض - وفق مربع التقابل - " ن ينتمي إلى كل س" ومن هنا نبدأ بعملية الرد إلى المحال فلو نكتبه:

ن ينتمي إلى كل س (قضية صادقة بافتراض كذب النتيجة)

م ينتمي إلى كل ن (قضية صادقة في (I))

م ينتمي إلى كل س

وتكون هذه النتيجة صادقة بالضرورة انطلاقاً من المقدمتين السابقتين لكننا نعلم كذبها انطلاقاً من (I) ومنه لا بد أن تكون نقطة البدء " ن ينتمي إلى كل س" كاذبة وبالتالي نقيضها " ن لا ينتمي إلى بعض س" صادقة.

» ويمكن البرهنة على الضرب baroco بواسطة الضرب Barbara في برهان مستقيم بسيط لا يتطلب سوى مقررة واحدة من منطق القضايا، وهي قانون النقل المركب الآتي¹: «إذا كان ق و ك كان ل لكن ق وليس ل إذن ليس ك، لقد عرف أرسطو هذا القانون لأنه يرتبط بانعكاس الأقيسة الذي درسه أرسطو بل يطبقه للحصول من Barbara على الضربين Bocardo و baroco كما نلاحظ أن هذا القانون قد وجد لدى الرواقيين ضمن الأقيسة اللامبرهنة، إذا كان الأول والثاني، إذن الثالث، لكن الأول وليس الثالث إذن ليس الثاني، و « هذه القاعدة ترد إلى القياسين الثاني والثالث من الأقيسة اللامبرهنة في منطق الرواقيين، وقد علمنا من قبل القياس اللامبرهن الأول وهو المسمى poneus modus (قاعدة الفصل)، والثاني هو ما يعرف باسم modus tollens " إذا كان الأول فإن الثاني، وليس الثاني فإن ليس الأول، ويبدأ القياس اللامبرهن الثالث من القضية العطفية السالبة وهو كالاتي: ليس (الأول والثاني)، و الأول، إذن ليس الثاني»²

ثالثاً برهان الإخراج:

يكفي البرهان بالعكس والبرهان بالخلف لبناء نسق منطقي استنباطي - بحسب لوكاشفتش - لكن برهان الإخراج الذي يفترض عنصر جديد ج بحيث ينتمي ج إلى كل من ب و أ، إذا كان لدينا " ب ينتمي إلى بعض أ" فإنه يوجد ج بحيث " ج ينتمي إلى كل من ب و أ". فإذا كان لدينا " بعض الفلاسفة إغريق" فيوجد إذن على الأقل فرد ينتمي إلى الفلاسفة وينتمي إلى الإغريق، ولقد ورد مثل هذا النوع من البراهين لدى أرسطو في ثلاثة مواضيع من التحليلات الأولى، لكن إذا كان من الممكن الاستغناء عن هذا البرهان - لأن برهان العكس والخلف

¹. المرجع السابق، ص 80.

². المرجع نفسه، ص 82.

يكفي في بناء النسق - ففيما تكمن أهميته؟. تكمن أهميته في أنه يشير إلى عنصر منطقي جديد وهو المتغير المقيد الذي سيتضح في المنطق المعاصر أكثر مع فكرة السور الوجودي.

ب- الضرورة القياسية:

يمكن أن نكتب الضرب BARBARA على النحو التالي: إذا كان أ محمولا على كل ب

وكان ب محمولا على كل ج

فإن أ محمولا على كل ج

كان لو كاشفتش يرى أن هناك فارق بين هذه الصيغة والصيغة الدقيقة للترجمة اليونانية إذ يجب أن تكون النتيجة "أ محمولا بالضرورة على كل ج" وهذه الكلمة بالضرورة (agacé) هي العلامة الدالة على ما يسمى بالضرورة القياسية ويكاد يستخدمها أرسطو في كل قضاياها اللزومية التي تحتوي على متغيرات وتمثل قوانين منطقية¹ كقوانين العكس. يغفل أرسطو هذه الكلمة في بعض الأقيسة. مما يجعلنا نعتقد بإمكانية إغفالها في باقي الأقيسة. توضع كلمة بالضرورة تالي القضية الشرطية الصادقة فإذن من القياس الأخير يمكن استنباط النتيجة "أيا كان أ" و "أيا كان ب" فإن "أ محمولا على كل ج" وتسمى العبارتين "أيا كان أ" و "أيا كان ب" في المنطق الحديث بالأسوار الكلية، فالعلامة الأرسطية الدالة على الضرورة القياسية تمثل سورا كليا²

الجزء الرابع: المصطلحات المنطقية والرموز:

إن المنطق الحديث منطق صوري، ولكي تكون نظرية القياس نظرية تامة الصورية، يجب أن يوجد لو كاشفتش لهذا الغرض رموزا لما للغة العادية من رموز خاصة بها قد يشوب النظرية من استخدامها الالتباس والغموض، كما يقدم شرحا لذلك إذ يقول « ولما كانت نظرية القياس الأرسطية تتضمن أبسط جزء من أجزاء منطق القضايا، وهو الجزء المعروف بنظرية الاستنباط فسأشرح الرموز الخاصة بكل من هاتين النظريتين³ فنعبر عن المتغيرات بحروف مفردة مثل (أ، ب، ج، د) ونعبر عن الثوابت بحروف الرموز يتصل آخره بألف المد وهي [ك، لا، با، نا] والتي يقابلها على الترتيب A، E، I، O، لدى مناطق العصر الوسيط وفيما يلي كتابة رمزية للمقررات الأربعة للمنطق الأرسطي إذ تسبق كتابة ثوابتها المتغيرات:

» ك أ ب معناه كل أ هو ب أو " ب ينتمي إلى كل أ"
لا أ ب معناه لا أ هو ب أو " ب ينتمي إلى لا أ"

¹. لو كاشفتش يان ، نظرية القياس الأرسطية، ص 23.

². المرجع نفسه، ص 24.

³. لو كاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 106.

با أ ب معناه بعض أ هو ب أو " ب ينتمي إلى بعض أ"
 نا أ ب معناه بعض أ ليس هو ب أو " ب لا ينتمي إلى بعض أ"¹

إذن تمثل (ك، لا، با، نا) الثوابت أو الروابط وسمى أ و ب بمربوطيها أو المتغيرات، « كان أرسطو يستخدم في نماذج الدول الأربعة بروابط هي: " إذا كان وكان". لكن هذه القضايا لا تتصل بالحدود بقدر اتصالها بالقضايا لذا نخصها بدوال القضايا فحسب ونرمز بالحروف الممدودة في منطق القضايا الروابط أو الثوابت القضائية مثل: " إذا كان... فإن" نرمز لها ما²

ونرمز ل(و) ب طا وأما سلب القضية فرمز له ب سا ومن أجل تجنب استخدام الأقواس ذهب لوكاشفتش إلى كتابة الثوابت قبل المتغيرات. ويرى أنه بالإمكان استخدامه أيضا على هذا النحو في الرياضيات وفيما يلي تعبير لكتابة الضرب BARBARA على الطريقة لوكاشفتش

التعبير الرمزي العادي	التعبير الرمزي لوكاشفتش
إذا كان كل ب هو ج	ما طا كا ب ج
وكان كل أ هو ب	كا أ ب
فإن كل أ هو ج	كا أ ج

أو نكتبها ما طا كا ب ج كا أ ب كا أ ج ونقرأها إذا كان كل ب ج وكل أ ب فإن أ ج .

« ولكي نفسر تركيب الصيغة المنطقية السابقة، بتعيين أن نذكر أن الرابطة (ما) تربط بين متغيرين قضائين يتبعانها مباشرة بحيث يؤلفان مع الرابطة (ما) عبارة قضائية مركبة جديدة³»

الأسوار:

لم يعطنا أرسطو فكرة واضحة في وضع الأسوار. كما أنه لم يستخدمها في تحليلاته، لكن لوكاشفتش يستخدم الأسوار في شرح نقطتين رئيسيتين في النسق، إذ ترتبط الضرورة القياسية بالسور الكلي "أيا كان" وترتبط براهين الإخراج كما رأينا بالسور الوجودي "يوجد على الأقل" وتسمى المتغيرات التي تلي الأسوار بالمتغيرات المقيدة والأخرى في نفس العبارة الدالة بالمتغير المطلق أو الحر [غير المقيد]

الجزء الخامس: نظرية الاستنباط:

يقدم لوكاشفتش وصفا مختصرا لنظرية الاستنباط، التي عليها كل ما عداها من الأنساق المنطقية بحيث يجب أن يكون على علم بها كل مشتغل بالمنطق فيقول: « ويمكن أن توضع نظرية الاستنباط في صورة نسق

¹. محمد عزيز نظمي سالم، المنطق الحديث وفلسفة العلوم والمناهج، ص 66.

². المرجع نفسه، ص 68.

³. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

استنباطي على أنحاء عديدة تختلف باختلاف الروابط التي نعتبرها حدوداً أولية، وأبسط هذه الأنحاء أن تتبع فريجة في اعتبار رابطتي اللزوم (الشرط) والسلب حدين أوليين ندل عليهما بالرمزين ما و سا، وتوجد مجموعة كثيرة من القضايا التي يمكن اتخاذها مسلمات في النسق ما-سا (أي النسق القائم على الحدين الأوليين ما و سا وأبسط هذه المجموعات مجموعة اكتشفها قبل عام 1929 وتكاد تكون الآن مقبولة لدى الجميع¹ وهي مؤلفة من ثلاثة مسلمات:

أ. الأولى تتمثل في القياس الشرطي الذي ذكره أرسطو وسبق لنا شرحه وكتابتته الرمزية ما و سا و ك ما ما ك ل ما و ويمكن أن نقرأه: إذا كان (إذا كان و فإن ك)، إذا كان (إذا كان ك فإن ل) إذن (إذا كان و فإن ل) وهي (مق1*)

ب. أما المسلمة الثانية فتمثل في أنه: "إذا كان (إذا كان ليس و كان و) فإن و ويسمىها لو كاشفتش بقانون كلافيوس** وتعبيرها الرمزي: ما ما سا و و و وهي (مق2)

ج. وهي على شرح دونس سكوتس (1266، 1308) لأرسطو ورمزها ما و سا و ك وتقرأ "إذا كان و إذا كان ليس و، فإنه ك" ويسمىها لو كاشفتش بمسلمة دونس سكوتس ومفادها أنه يمكن أن تنتج أي قضية ك في حالة ما إذا قضيتان متناقضتان (و، سا و) بحيث يجوز لنا اختيارها وهي (مق3).

يحتوي النسق (ما-سا) على قاعدتين للاستنتاج وهما قاعدتا التعويض والفصل، فأما قاعدة التعويض فبواسطتها تبسط مقررات جديدة من مقررات النسق بحيث نضع مكان المتغير عينه العبارة الدالة عينها، ويمكن أن نعرفها كما يلي: «(أ) كل متغير قضائي فهو عبارة دالة، (ب) إذا كانت س عبارة دالة فإن سا س عبارة دالة، (ج) إذا كانت س و ص عبارتي داليتين فإن ما س. ص عبارة دالة²»

وقد قرر الرواقيون قاعدة الفصل *modus ponens* بحيث: «إذا قرنا قضية نموذجها ما ق ك وقرنا أيضاً مقدمها و، فلنا أن نقرر تاليها ك، أي يجوز لنا أن نفصله من القضية اللزومية، ونعتبره قضية لزومية جديدة³. ويمكن أن يحتوي النسق على روابط أخرى كرابطة العطف طا بحيث يجب استخدام التعريفات في ذلك مثلاً: القضية العطفية « و.ك » [النقطة هنا مقام واو العطف] لا يختلف معناه عن قولنا " لا يصدق أنه إذا كان و، كان سا ك" وهذه الصلة بين طا ق ك وبين سا ما و سا ك يمكن التعبير عنها بالصيغة التالية: طا و ك

¹. المرجع نفسه، ص 109.

*. مق تعني المقررة.

** . كلافيوس: عالم يسوعي عاش في النصف الثاني من القرن السادس عشر، كان أول من نبه إلى هذا القانون في شرحه على إقليدس.

². لو كاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 110.

³. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

= سا ما و سا ك¹. بحيث تدل المساواة على التكافؤ بين العبارتين الدالتين؛ إذ يمكن استبدال رمز المساواة برمز التكافؤ، مما يعني أن التكافؤ ليس حداً أولياً² فنحن نعبر عنه بواسطة قضيتين لزوميتين متعاكستين: ما طا و سا ما و سا ك و ما سا ما و سا ك طا و ك². يقدم لنا لوكاشفتش مثالا يبين فيه كيفية اشتقاق مقررات جديدة انطلاقاً من مسلمات النسق الثلاث، ومن قاعدتي الاستنتاج التعويض والفصل، إذ يستعمل كلا منهما مرتين باشتقاق قانون الذاتية ما و و ويتم الاشتقاق كما يلي:

» مق 1. ك/ما سا و ك×ما مق3-مق4

مق4. ما ما ما سا و ك ل ما و ل

مق4. ك/ل.ل/و×ما مق2-مق

مق5. ما و و³

السطر الأول يسمى سطر الاشتقاق الجزء الأول مق 1. ك/ما سا و ك ويشير إلى طلب تعويض ك في مق 1 ب ما سا و ك والتي ينتج عنها (ما ما و سا و ك ما ما سا سا و ك ل ما و ل) ونرمز لها ب(I) وكتب على النحو المقدم سابقاً اختصاراً. وجزءه الثاني ما مق3- مق4، فهي صورة المقررة المختصرة، وهذا يدل على إمكانية تطبيق قاعدة الفصل عليها. » فالمقررة (I) تبدأ بالرابطة ما، ثم يلي المقررة مق3 على أنها مقدم، والمقررة مق4 على أنها تالي، وإذن فلنا أن نفصل مق4 على أنها مقررة جديدة، وبمثل ذلك نشرح سطر الاشتقاق السابق على مق5، وتدل الشرطة المائلة (/) على التعويض، وتدل الشرطة الأفقية (-) على الفصل، وتكاد كل الاستنباطات التالية تسير على هذا النحو⁴. وللتأكد من صدق القضايا المقررة في النسق اقترح بيرس طريقة سنة 1885 تقوم على مبدأ ثنائية القيم، والذي نعني به أن القضية تأخذ قيمة واحدة دوماً من قيمة الصدق، ولا يقصد به بيرس ما يشير إل مبدأ الثالث المرفوع في المنطق الأرسطي. يحتاج المرء إلى كثير من الممارسات التطبيقية ك» أن يستنبط من المقررات-مق1-مق3 قانون كقانون التبدل ما ما و ما ك ل ما ك ل أو قانون البسيط ما و ما ك و⁵. بحيث تعتبر هذه المقررات الجديدة مساعدة في نظرية القياس الأرسطي على هيئة نسق استنباطي.

¹. المرجع نفسه، ص 111.

². المرجع نفسه، ص 111.

³. المرجع السابق، 111.

⁴. المرجع نفسه، ص 112.

⁵. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

الفصل الثالث : نظريات المنطق الرياضي

المبحث الأول : نظرية حساب القضايا

الجزء الأول : حساب القضايا بداية الحساب المنطقي المعاصر

الجزء الثاني : الأفكار الأولية والتعريفات في نظرية حساب القضايا

الجزء الثالث : قضايا النسق اللامعرفة

الجزء الرابع : قواعد الاستدلال

المبحث الثاني : نظرية حساب المحمول

الجزء الأول : التحليل الحديث للقضية الحملية

الجزء الثاني : المصطلح الرمزي للنظرية

الجزء الثالث : تعريفات النظرية

الجزء الرابع : القياس الحلمي في ضوء نظرية حساب المحمول

المبحث الثالث : نظرية حساب الفصول

الجزء الأول : المصطلح الرمزي

الجزء الثاني : العمليات المنطقية لحساب الفئات

الجزء الثالث : القياس الأرسطي في ضوء نظرية حساب الفصول

« تطور الحساب المنطقي (أو المنطق الرياضي) من فريجه إلى بيانو إلى راسل هو إكمال الحلم الكبير لليبنتر في مجال العلوم الصورية فقد استعمل فريجة حسابه لاشتقاق الحساب من المنطق الخالص¹. و لعل المحاولة في تحقيق الحلم الليبنترى أدى إلى ظهور نظريات حسابية في المنطق، كنظرية حساب القضايا، وحساب المحمول، ونظرية حساب الفصول

المبحث الأول: نظرية حساب القضايا:

تقوم نظرية حساب القضايا على اشتقاق قيمة صدق قضية ما انطلاقاً من قيم صدق المقدمات القضية لها . وهي تعتبر نقطة البدء في الحساب المنطقي المعاصر

الجزء الأول: حساب القضايا بداية الحساب المنطقي المعاصر:

يتدرج الاستنباط من قضية إلى أخرى بواسطة العلاقات المنطقية بين الصور المنطقية للقضايا. التي هي موضوع المنطق. و « الصورة المنطقية لأية قضية هي الصورة التي تشترك ومثيلاًتها فيها. و هناك صور منطقية للقضايا² فالقول "أفلاطون مؤسس الأكاديمية. أو رجل سياسة" تختلف عن الصورة « أفلاطون عاش قبل ابن سينا» فالأولى تحمل ثابت الفصل فهي قضية فصلية، أما الثانية فتشير إلى علاقة بين طرفين هي علاقة "العيش قبلاً " "عاش قبل "، أما العلاقات المنطقية التي تربط بين صور القضايا فهي تعني تحديد الشروط التي تنتقل بواسطتها من قضية إلى أخرى، وهي التي تتحدد وفقها قيمة الصدق، فمن معرفة قيمة صدق قضية يمكن معرفة قيمة صدق القضية المستنبطة منها. « ففي منطق القياس التقليدي الذي يقوم على ألفاظ اللغة تنحصر تلك الشروط في قيام حد أوسط يشارك الطرفين في معناه (وإلا استحال القياس) وفي مراعاة الكم والكيف والسلب والإيجاب³ لكن المنطق الرياضي المعاصر لا يهتم في بدايته بهذا الشرط - قيام الحد الأوسط - وهذا لأن النظر في الحد الأوسط يستلزم تحليل بنية القضية وحساب القضايا كنقطة بداية في اللوجيستيقا كوحدة واحدة غير منقسمة، وهذا يعني أن المعنى القاموسي غير مهم. لأن «الحساب القضوي هو دراسة الروابط القضية. التي هي عملية على العبارات والصيغ⁴ ويسمى حساب القضايا أيضاً بمنطق القضايا. ويعتبر نقطة بدء في نظريات المنطق، إذ تعتمد عليها باقي النظريات كنظرية الفصول (الفئات)، نظرية العلاقات ونظرية حساب المحمول وهذا سبق سبقاً منطقياً، لأنه سبقتها رمزية نظرية حساب الفئات.

¹. Miguel. Espinoza, la science des mathématiques, l'expérience, la logique , p43(T.p).

². الفندي محمد ثابت، فلسفة الرياضة، ص 136.

³. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴. Lascar Daniel, Cari. René. Logique mathématique, pré. Jean louis. Kirivine. Sied, paris, 2003, p13(T.P).

لقد أسس فريجه وبيانو لحساب القضايا في المنطق الحديث. - وقد سبقها المنطق الرواقي إلى ذلك- وسنقدم هذه النظرية على النحو الذي قدمها به راسل و هوآيتهد في البرنيكيا ماتيماتيكاً، وقد سمو هذا المبحث في كتابهما بـ "الحساب التحليلي للقضايا " أو "حساب القضايا " أو "نظرية القضايا" و سماها كواين بـ "نظرية دالات الصدق" أو "نظرية تركيب القضايا " غير أن هوآيتهد تراجع عن هذه الأسماء، إذ اختار اسم "نظرية الاستنباط" فهو يرى " أن الوصف بأنه "نظرية القضايا" غير دقيق تماماً، لأنه في الواقع نظرية تتعلق بالطريقة التي تكون بها القضية مستدلاً عليها من قضية أخرى، والمقصود بالاستنباط هنا عملية تنتقل بها من معرفة معينة بوصفها مقدمة إلى قضية أخرى بوضعها نتيجة"¹.

يبني كل علم على قضايا عامة وأخرى خاصة و"كل نظرية علمية هي نسق من القضايا التي تأخذ كحقائق، ويمكن تسميتها قوانين، أو عبارات تقريرية"² أي أن ليس كل عبارة قضية "فكما أن المتغيرات ليس لها معنى بذاتها فالعبارات مثل: "س هو المثلث " ليست قضايا"³، إذ لا يمكن حمل "قيمة الصدق" عليها ففي مثل هذه العبارة " لا يمكننا الحصول على القضية إلا إذا استبدلنا (س) بثابت معين رقم محدد كأن نستبدل (س) بـ(1) "⁴ ففي هذه الحالة يمكن إضفاء "قيمة الصدق" عليها. و"طابع القضية المميز لها، بأنه ينبغي أن يحمل قيمة واحدة فقط من بين القيمتين الخاصتين بالصدق والكذب"⁵ إذن فتعويض قيمة س بعدد (1) أصبح لدينا قضية. لكن الحساب المقصود هنا لا يتناول الأعداد، بل القضايا في صورتها الرمزية البحتة. مما يجعلنا نولي الاهتمام بالعلاقات المنطقية.

تتعدد العلاقات المنطقية التي تؤسس الثوابت، وأهمها علاقة التضمن التي هي في نظر الرواقيين العلاقة الأساسية، كما اعتبرها راسل البدء أيضا هي العلاقة الأساسية، وهي كما يعرفها تارسكي "إذا ربطنا قضيتين بأداة من الكلمات "إذا....إذن"، نحصل على قضية مركبة تسمى التضمن Implication أو القضية الشرطية"⁶. لكن راسل عدل عنها، وقدم علاقات منطقية أخرى إلى حوارها، مما يسمح ببناء نماذج أخرى من الاستنباط غير القياس. وأهمية هذه العلاقات تكمن في رد العلاقات المنطقية لها. ما يمكن أن نفهمه من هذا أن حساب القضايا قد يختلف من منطق إلى آخر بحسب الحدود الأولية، والمسلمات وقواعد الاستنتاج التي يضعها. لهذا سنعتمد على

¹. ر. بيسون، أ.ه. أوكونر، د.ج. ، مقدمة في المنطق الرمزي، ص57

². Tarski. Alfred. Introduction a la logique, p03(T.p)

³. Ebid, p04(T.p).

⁴. Ebid, p04(T.p).

⁵. Ibid, p04(T.p)

⁶. Ibid, p21(T.p).

المبادئ التي قدمها راسل في حساب القضايا، فتناول الأفكار الأولية والتعريفات وكذلك القضايا الأولية، والمقررات المستنبطة منها، والتي تساعد في بناء النسق بجوارها وصولاً إلى قواعد الاستدلال. وقبل هذا يجب أن نشير إلى أننا نستخدم كما فعل راسل لغة رمزية بسيطة تقوم على لغة بيانو الرمزية المنطقية، كما أننا نستخدم الأقواس لتوضيح العلاقات وتحدد مجال عمل الثوابت. إذ أن استعمال هذه اللغة نقطة بدء في اللوجيستيقا. « وتطبيق مبدأ الهوية يلزم المنطقي باستخدام الرمز (الثوابت بالذات) بنفسه دائماً في النسق»¹

الجزء الثاني: الأفكار الأولية و تعريفات النظرية: الأفكار الأولية:

يعتبر واضع النسق الثوابت الأكثر وضوحاً من بين كل الثوابت التي يضعها، والأخذ بها ليس ضروري عند منطقي آخر أو في نسق منطقي آخر. فإذا كان فريجة $freg$ قد انطلق من الفكرتين الأوليتين السلب واللزوم، فإن بيرس، وشفر قد اعتمد على فكرة أساسية واحدة يمكن أن تشتق منها فكرة السلب وباقي الأفكار الأولية، وهي فكرة التنافر (و/ل) «كما اعتمد نيكود على رابط واحد فقط هو التنافر L incompatibilité»². ولما كان ليس من الممكن في المنطق الرياضي تقبل فكرة جديدة إلا إذا أمكن ردها إلى أفكار سبقت معرفتها. فقد اختار راسل و هوأيتهد فكرتين أساسيتين هما النفي والفصل اللتين يشتق على أساسهما الحدود والأفكار الباقية. «إلا أنه مع تسليم بهاتين الفكرتين رد دالات الصدق الأساسية إلى دالة التنافر حيث عرف الأولى بالثانية»³.

أما فكرة النفي ويرمز لها بالرمز (\sim) «وتسبق القضية دائماً ففي قولك (و) قضية فعند نفيها نكتب (\sim و)، ونقرأ (لاو) أو (ليس و) أو (نفي و)»⁴. بحيث إذا كانت و صادقة كانت (\sim و) كاذبة أو العكس، يقول تارسكي: «بمساعدة كلمة "لا" نكون النفي من أي قضية كانت، القضيتان التي تكون إحداها نفيًا للأخرى نسميهما قضيتان متناقضتان $propositions$ $contradictaires$ »⁵ إن رابطة النفي هذه لها مربوط واحد فهي «رابطة أحادية تقلب قيمة القضية التي تدخل عليها»⁶ فإذا قلنا "أرسطو مؤسس المنطق" صادقة كان نفيها "ليس أرسطو مؤسس المنطق" كاذبة وإذا قلنا "أفلاطون فيلسوف يوناني" كاذبة كان نفيها "ليس

¹. قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 154.

². chauniveau. jean, la logique moderne, 3^{eme} ed, paris, 1962.p94 (بتصرف)

³. قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 156.

⁴. شطوطي محمد، اللغة المنطقية عند برنارد راسل، ص 130.

⁵. Tarski . Alfred. Introduction a la logique ; p18.(T.P).

⁶. خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ص 32.

أفلاطون فيلسوف يوناني " صادقة مع اعتبار أن قيمة الصدق في البداية افتراضية لإحدى القضيتين، يمكن تمثيلها بالجدول التالي:

0. رمز الكذب	ق	ق~	ق~	ق
1. رمز الصدق	0	1	0	1
	1	0	1	0

أما فكرة الفصل أو كما تسمى أيضا بالبدل، تربط بين مربوطين قضائيين فتصبحان قضية واحدة بواسطة الأداة (أو)، وهي لها معنيين فعندما نقول " سيفوز في الانتخابات أحمد أو علي" فهذا يعني إما أحمد وإما علي وليس كليهما وهذا ما يسمى بالبدل المطلق ونرمز له بالرمز (\vee) أما الحالة الثانية التي نقصد بها المعنى كما في المثال: " سيأتي محمد أو علي" ستصدق القضية إذا أتى أي واحد منهما. ولكن لن تكذب إذا أتى كلاهما وهو ما يسمى بالبدل وهي الفكرة الأولية المقصودة عند راسل¹ إنه من الملائم في سبيل تحقيق أغراض المنطق التمسك بالمعنى الثاني من المعنيين السابقين، وتفسير الأداة (أو) بالتالي تفسيراً يستأثر بالمعنى التضميني¹ إذن نستنتج من ذلك أن القضية "ق \vee ل كاذبة في حالة واحدة فقط عند كذب كل من ق و ل وتكون صادقة في جميع الحالات الأخرى"² وفيما يلي جدول صدق رابطة الفصل:

ق	ل	ق \vee ل
0	0	0
1	1	1
1	0	1
0	1	1

التعريفات:

لقد عرف راسل التضمن فقولك (ق يتضمن ل) معناه (ق كاذبة أو ل صادقة) أي (ق \supset ل) \vee ق~ = \vee ل. وذهب إلى اشتقاق الروابط الأخرى منها، غير أنه كما قلنا سابقا جاءت عملية الاستنباط هاته عسيرة مما أدى إلى اقتراح الحدين اللذين سبق معرفتهما أي (ق~) والفصل (ق \vee ل)، بعد أن حددنا الأفكار

¹. بيسون. أ. ه. أوكونر. د. ج، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 54.

². خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ص 38.

الأولية التي يقوم عليها النسق تأتي التعريفات التي تتم بواسطة تلك الفكرتين الأوليتين، وهي الربط والتكافؤ والتضمن. فقد ذهب نسق البرنيكييا إلى تعريف الروابط الأخرى باستخدام هاتين الرابطتين في « كل الروابط الأخرى تعرف إما بواسطة روابط مقدمة (واضحة بذاتها) أو بواسطة روابط معرفة بروابط مقدمة»¹. وتختلف هذه الروابط عن الروابط الأولية إذ قد لا ينتهي إليها رد الروابط. « تسمى كل الروابط الأولية بالروابط المعرفة»²

تعريف الروابط:

نرمز لرابطة الوصل بالرمز (.) ويعرف باستخدام الحرفين الأوليين، وهو ذا مربوطين، فالربط بين القضيتين U و L هو نفي الفصل بين الطرفين ($\sim U$) نفي U و ($\sim L$) نفي L أي: ($U.L$)= $\sim(\sim U \sim L)$
تعريف التضمن: وهو رابطة ثنائية أيضا إذ تربط بين قضيتين، فإن تستلزم القضية (U) القضية (L) تتضمنها فهذا يعني قولنا نفي الموصولين (U) ونفي L ($\sim L$)، ونرمز له بالرمز \subset أي: $U \subset L = \sim(U \sim L)$

تعريف التكافؤ

ونرمز له بالرمز (\leftrightarrow) ويعني أنه (U تتضمن L) و (L تتضمن U) ونكتب: $U \leftrightarrow L = (U \subset L). (L \subset U)$

تعريف رابطة التنافر:

أما عن دالة التنافر (U/U) والتي رأى فيها شفر حدا أوليا، يمكن أن يرد إليها السلب والفصل وقد قبلها راسل، بل أشار إلى شفر بإعادة كتابة البرنيكييا في ضوءها. إلا أنه لم يفعل.
 فـ « (١) (U/U): (p/p): تعني أن القضية (U) غير متسقة مع ذاتها ومن ثم كاذبة، وتلك هي الصورة الجديدة للدالة التناقض ($\sim U$).

(٢) (U/L): ($p(q/q)$): تعني أن U لا تنسق مع كذب L ، ومن ثم تصبح الصورة الجديدة للدالة التضمن ($U \subset L$)

(٣) (U/U): (L/L): (p/p) / (q/q): وتعني عدم اتساق كذب القضيتين U و L ، أي إذا كذبت إحداها وجب أن تصدق الأخرى على افتراض أن الدالة صادقة)، وتلك صورة دالة الفصل $U \sim L$ ³
 كما يمكن رد باقي الروابط لها، لكننا اقتصرنا على دالتي الفصل والسلب لاقتصار البرنيكييا عليها. أما دالة التضمن فلأهميتها في النسق.

الجزء الثالث: القضايا الابتدائية وهيكلية القضايا:

1. chauniveau. jean, la logique moderne, p91.

2. ibid, p91.

3. محمود زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 206، 207.

القضايا الابتدائية:

وهي القضايا التي يبدأ منها البرهان على نظريات النسق في نظرية حساب القضايا. وبما أن هذه القضايا واضحة بذاتها، فقد افترض صدقها بحيث أصبحت بمثابة مسلمات للنسق وهي قابلة أيضا للبرهنة. لقد قدم راسل بداية عشر مسلمات لكنه عمل على تخفيض عددها، فقد كان يدرك تناسبه وتماسك النسق. فقدم خمس مسلمات صاغها انطلاقا من الحدين الأولين أو ما اشتق منهما وهي:

« (١) $(\text{ه} \vee \text{ه}) \supset \text{ن}$ (قانون التوتولوجيا أو اللغو Tautology أو قانون الثنائية law of duality عند جورج بول)

(٢): $\text{ه} \supset (\text{ه} \vee \text{ه})$ (قانون الجمع Adduction)

(٣): $(\text{ه} \vee \text{ه}) \supset \text{ن}$ (قانون التبادل Commtation)

(٤): $\text{ن} \vee (\text{ه} \vee \text{ه}) \supset \text{ه}$ (قانون الاشتراك Association)

(٥): $(\text{ه} \supset \text{ه}) \supset (\text{ن} \vee \text{ه})$... (قانون التجميع summation)¹

أما القانون الأول وهو قانون التوتولوجيا فينص على أنه « إذا كانت ن صادقة أو ه صادقة فإن ن صادقة. أما قانون الجمع أو كما يسمى مبدأ الإضافة فينص على أنه "إذا كانت ه صادقة، فإن ه أو ن صادقة" و ينص قانون التبادل أنه "إذا كانت ن أو ه صادقة فإن ه أو ن صادقة" و ينص مبدأ الترابط أو الاشتراك أنه "إذا كانت ن أو (ه أو و) صادقة فإذن تكون ه أو (ن أو و) صادقة". تمثل هذه المسلمات الصدق المنطقي الابتدائي بالإضافة إلى مسلمة التضمن $\text{ق} \supset \text{ل} = \text{ق} \sim \text{ل}$ التي تنص على شيء تتضمنه قضية أولية صادقة فهو صادق، وهذه القضية هي ما نعبر عنه بقاعدة إثبات التالي **modus ponens**²

هيكلية القضايا:

إن القضايا البسيطة أو الذرية، عندما ترتبط برابط أحادي أو ثنائي تصبح هي الأخرى قضية جديدة، « عنصر قابلا لأن يدخل في تركيب أعقد، وهكذا إلى غير نهاية»³. وفي هذه الحالة تحتاج إلى رموز جديدة. « إن الحاجة إلى وضع علامات الوقف **ponctuer** تظهر عندما يرد في صيغة أكثر من عامل، أو من الناحية المبدئية، عامل واحد عدة مرات **occurrences**⁴. أي يجب هيكلية القضية. ويعتبر استعمال الأقواس أكثر

¹. الفندي محمد ثابت، أصول المنطق الرياضي، ص 174.

². ماهر عبد القادر، فلسفة العلوم، ص 109.

³. بلانشي روبيير، مدخل إلى المنطق المعاصر، تر. محمود يعقوبي، د. ط. د. س، الجزائر، ص 53.

⁴. المرجع نفسه، ص 53، 54.

الطرق شيوعاً لهيكله القضية، فنستعمل الأهله المزدوجة والأقواس المعقوفة، و ذلك من أجل توضيح معنى القضية، و تسهيل قراءتها، وبالتالي استخراج قيمها.

« ولأخذ على سبيل المثال صيغة الاستلزام المطابقة للقياس **Modus tollent** حيث تكون المقدمة الكبرى قضية فصلية فنكتبها $((\text{ق} \supset \text{هـ}) \supset \text{هـ})$. ويلاحظ أن حالة الترتيب النسبي لكل رابطة تتناسب هنا عكساً مع عدد الأقواس التي تحيط به، فالرابطة الرئيسة التي يقوم عليها القول ليست واقعة داخل أي قوس¹. أما بيانو فهو على عكس راسل إذ قدم هيكله القضية بوضع النقط حول الروابط، لكن العامل الرئيسي هو الذي تتجمع عنده أكثر عدد من النقط، كما أنه يمكن الاقتصاد في هذه الرموز، كأن نستبدل $(\text{ق} \supset \text{هـ})$ بـ (ق) و منه يصبح $(\text{ق} \supset \text{هـ})$ هو $\overline{\text{ق} \supset \text{هـ}}$ ، على أن نحترم في ذلك التدرج المتناقض للعلامات: الوصل، الفصل، التضمن (الاستلزام) و التكافؤ. فإذا كانت لدينا العبارة: $(\text{ق} \supset \text{هـ})$. هـ نكتب $\overline{\text{ق} \supset \text{هـ}}$ (ل. هـ) وعليه يمكن كتابة عبارة **Modus tollent** بهيكله أكثر اقتصاداً، $(\text{ق} \supset \text{هـ})$. هـ $\overline{\text{ق} \supset \text{هـ}}$ ولقد رأينا الطريقة التي اعتمد عليها لوكاشفتش في هيكله القضية من كيفية وضع الروابط المنطقية إلى كيفية التعبير عن السور الكلي، والسور الجزئي (الوجودي). ويعتمد نجاح استخدام هذه الرموز على مدى الاتفاق عليه إضافة إلى سهولته ومرونته. « فينبغي أن ننظر في الكيفية التي يمكن أن نعبر بها بواسطة الرموز عن المعنى المقصود بكل وحدة من مفرداته المكونة²»

الجزء الرابع: قضايا النسق اللامعرفة:

لقد رأينا أن النسق يعتمد على قضايا ابتدائية تترتب عليها هي الأخرى نتائج تصبح قضايا من خلالها النسق من بينها: مبدأ التبسيط، مبدأ النقل، مبدأ تبادل المواضع، مبدأ القياس، مبدأ الذاتية (برهان الخلف) مع البرهنة عليها:

1. مبدأ التبسيط و رمزه $\text{ل} \supset (\text{ق} \supset \text{ل})$.
2. مبدأ النقل ويتخذ ثلاثة صور « (أ). $(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset (\text{ل} \supset \text{ق})$ ، (ب). $[(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset (\text{ق} \supset \text{هـ})] \supset [(\text{ق} \supset \text{هـ}) \supset (\text{ق} \supset \text{ل})]$ (ج). $(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset (\text{ق} \supset \text{هـ})$ »³
3. مبدأ تبادل المواضع و ينص $[(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset (\text{ق} \supset \text{م})] \supset [(\text{ق} \supset \text{م}) \supset (\text{ق} \supset \text{ل})]$
4. مبدأ القياس وله صور عديدة منها: (أ). $(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset [(\text{ق} \supset \text{ل}) \supset (\text{ق} \supset \text{م})]$ ،

¹ . المرجع السابق، ص 54.

² . كواين و ييلارد، بسيط المنطق الحديث، تر. أبو العرب المزوقي، ط1، بيروت، 1996، ص 153.

³ . زيدان محمود، المنطق الرمزي، نشأته وتطوره، ص 211.

(ب). $(\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L}) \subseteq [(\mathcal{M} \subseteq \mathcal{U}) \subseteq \mathcal{M}]$ ويقول أصحاب البرنيكيا أن هاتين الصورتين مصدرهما الضرب الأول من الشكل الأول في القياس التقليدي¹

5. مبدأ الذاتية أو الهوية الذي يعني أن كل قضية تتضمن ذاتها $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}$.

6. البرهان بالخلف ويعني أن القضية لا يمكن أن تتضمن كذبها وإن حدث فهي كاذبة وصيغتها: $(\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}) \subseteq \mathcal{U}$.

كما أن للقضايا اللامعرفة (دالة الربط، التكافؤ، التضمن) قضايا تشتق منها وتستخدم للبرهنة. « إن المنطق عندما يحلل ويقيم القضايا المركبة. يحرص بشكل جوهري على اكتشاف تلك القوانين المنطقية، ولهذا فهو لا يكتفي بوضع قائمة من التوتولوجيا وهي الناحية النظرية غير منتهية² وهذا ما قام به أصحاب البرنيكيا. إذ قدموا قوانين بسيطة وأخرى مركبة أو كما يسمونها قوانين خصائص الروابط وهي أساسية للقضايا وتمثل القوانين البسيطة في:

1. قانون عدم التناقض وقد عبر عنه بيرس بعامل ثنائية القيمة بحيث لا يمكن ل \mathcal{U} أن تكون كاذبة وصادقة في آن واحد وصيغته $\sim(\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U})$.

2. قانون الثالث المرفوع والذي يرفض قيمة ثلاثة ل $\sim \mathcal{U}$ وصيغته $\mathcal{U} \vee \sim \mathcal{U}$ وتقرأ \mathcal{U} إما صادقة أو كاذبة.

3. قانون السلب المزدوج والذي يعني أن سلب السلب إيجاب ونكتب $\mathcal{U} \leftrightarrow \sim \sim(\mathcal{U})$.

4. قانون نفي المقدم و ينص أنه إذا كانت $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L}$ وكان $\sim \mathcal{L}$ إذن $\sim \mathcal{U}$ وصيغته $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L} \leftrightarrow \sim \mathcal{L} \subseteq \sim \mathcal{U}$ وله صورة ثانية وهي أن نفي \mathcal{U} يؤدي إلى نفي \mathcal{L} وصيغته $(\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L}) \leftrightarrow (\sim \mathcal{L} \subseteq \sim \mathcal{U})$ ، كما يأخذ صورة ثالثة وهي إذا كان \mathcal{U} ول تتضمن نفي \mathcal{M} فإن \mathcal{U} ونفي \mathcal{M} تتضمن \mathcal{L} وصيغته

$(\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L} \sim \mathcal{M}) \leftrightarrow [(\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L}) \subseteq \mathcal{M}]$.

5. قانون التحصيل الحاصل و ينص أن ارتباط \mathcal{U} مع ذاتها فصلا أو وصلا ينتج \mathcal{U} : $\mathcal{U} \leftrightarrow \mathcal{U}$ و $\mathcal{U} \vee \mathcal{U} \leftrightarrow \mathcal{U}$.

6. قانون الامتصاص أنه إذا كانت قضية تتضمن قضية أخرى فإن الأولى تمتص الثانية لأرتباطها بها ونكتب ما يلي: $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{L} \leftrightarrow \mathcal{U} \subseteq \mathcal{U} \leftrightarrow \mathcal{L}$.

أما قوانين خصائص الروابط فيمكن أن نحضرها في ثلاثة قوانين:

¹ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

² . دوبي فرنان ، مدخل إلى فلسفة المنطق، تر. محمود اليعقوبي، د. ظ. د. س، الجزائر، ص 22.

1. التبديلية: « إن التبديلية تميز الروابط التناظرية¹ مثل الوصل والفصل إذ أن: $\mathcal{L} \vee \mathcal{L} = \mathcal{L} \vee \mathcal{L}$ أو $\mathcal{L} = \mathcal{L} \vee \mathcal{L}$.

2. التجميعية: تسمح بحركة الأقواس إذ يمكن أن نكتب: $\mathcal{L} \vee (\mathcal{L} \vee \mathcal{H}) = \mathcal{L} \vee (\mathcal{L} \vee \mathcal{H})$ ويمكن استخدامها مع رابطتي الفصل والوصل.

3. التوزيع: إذ هناك قابلية للتوزيع بين العطف والفصل: $\mathcal{L} \vee (\mathcal{L} \wedge \mathcal{H}) = (\mathcal{L} \vee \mathcal{L}) \wedge (\mathcal{L} \vee \mathcal{H})$ ، وأيضا

$\mathcal{L} \wedge (\mathcal{L} \vee \mathcal{H}) = (\mathcal{L} \wedge \mathcal{L}) \vee (\mathcal{L} \wedge \mathcal{H})$ وفيما يلي ترجمة رابطة إلى عبارات لروابط أخرى:

قانونا الثنائية المسميان قانوني (دي مورغن)

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} \overline{\mathcal{L} \vee \mathcal{Q}} &\equiv \overline{\mathcal{L}} \wedge \overline{\mathcal{Q}} \\ \overline{\mathcal{L} \wedge \mathcal{Q}} &\equiv \overline{\mathcal{L}} \vee \overline{\mathcal{Q}} \end{aligned} \right\} \equiv \mathcal{L} \subset \mathcal{Q} \\ & \left. \begin{aligned} (\mathcal{L} \subset \mathcal{Q}) \wedge (\mathcal{Q} \subset \mathcal{L}) &\equiv \mathcal{L} \equiv \mathcal{Q} \\ (\overline{\mathcal{L}} \wedge \overline{\mathcal{Q}}) \vee (\mathcal{L} \wedge \mathcal{Q}) &\equiv \mathcal{L} \equiv \mathcal{Q} \end{aligned} \right\} \equiv \mathcal{Q} \end{aligned}$$

الجزء الخامس: قواعد الاستدلال:

لقد ذهب أصحاب البرنيكيا تماما كما ذهب لوكاشفتش بوضع قاعدتين للاستنتاج هما قاعدة التعويض substitution وقاعدة الفصل modus ponens فأما قاعدة التعويض فتعني استبدال قضية أخرى مكافئة لها من حيث قيمة الصدق، وهذا يفتح لنا المجال لاشتقاق قضايا أخرى. أما قاعدة الفصل وتسمى أيضا بقاعدة إثبات التالي. فهي تمكننا من بلوغ النتيجة أي فصلها من المقدمتين. فإذا كان لدينا معا

(*) و كان (ق) و منه نستطيع فصل (ل) و يسميها بعض المناطق بمبدأ القياس.

لقد سميت القضايا الناتجة عن الحدود والقضايا الابتدائية بالقضايا التحليلية أو تحصيلات حاصل Tautologies وهذا لأنها صادقة منطقيا، أي كانت قيم المتغيرات، إذا كان الغرض من نظرية حساب القضايا تحديد الصيغ التي تتم من خلالها العملية الاستنباطية.

المبحث الثاني: نظرية حساب المحمول:

تسمي نظرية حساب محمول بنظرية التسوير، أو نظرية المتغيرات الظاهرية، أو نظرية حساب دالات القضية و«هي النظرية الثانية من نظريات المنطق الرمزي، وتعني هذه النظرية بدراسة البناء المنطقي للقضايا، ومن ثم تهتم

¹ . روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، تر. محمود اليعقوبي، ص 85.

² . المرجع السابق، ص 85، 86.

بالحساب التحليلي للدالات¹ ومن هنا نستنتج وجود اختلاف بينها وبين نظرية حساب القضايا يمكن أن نصوغه في نقاط التالية:

1. يلعب سور القضية دورا هاما فيها. بحيث يحدد العلاقة بين عنصريها-الموضوع والمحمول- كما تتحدد القضية إتباعا سور و كم المحمول إذ يمثلان شيئا واحدا.

2. وهذا يؤدي إلى وجود اختلاف آخر في الترميز، بحيث كنا قد رمزنا إلى القضية برمز واحد في منطق حساب القضايا. لكن في منطق حساب المحمول لكل عنصر من عناصرها رمز خاص به، مما يوسع نطاق الترميز-التعبير الرمزي - لما تكونه من أحكام.

3. وانجرعن هذا تميزا ثان - كان قد قال به أرسطو سابقا- بين القضية الشخصية والقضية الحملية. إن «البنية التي كانت موضوع نظرنا بنية لعلاقات القضايا غير المحللة أو المفككة. علاقات ضبطتها كلمات منطقية اصطلاحا على تسميتها بالروابط القضية، ومن ثمة انحصرت الصحة المنطقية آنذاك في حدود تلك البنية القضيةية لكن الاستدلال الذي نحن بصددده الآن لا تتبني صحته على العلاقات الخارجية بين قضاياها فقط، بل تتبني بالإضافة إلى ذلك على علاقات الأجزاء المكونة لكل من مقدمته ونتيجته أو قبل لأجزاء قضاياها. من هنا تصبح البنية على أساسها نحدد صحة الاستدلال بنية أكثر تعقيدا من سابقتها القضيةية لأنها تتجاوز الإطار الجمل² أي القضية كوحدة، إذ لا يكفي النظر إلى القضية "بعض الفلاسفة عرب" بمقدمة والقضية "بعض العرب فلاسفة" كنتيجة بإعطاء الرمز ب للأولى والرمز ج للثانية، بل يصبح استدلال فاسد ما لم نلجأ إلى تفكيك بنية المقدمة والنتيجة. «ترتيب رموز المتغيرات الشخصية أو رموز الثوابت داخل المحمولات، أو القضايا الثنائية فما فوق، ذو دلالة لا غنى عنها، وعليه فكل تغير يقع فيه قد يؤدي إلى تغير في معنى القضية أو معنى المحمول³ ومع ذلك فإن هذا الاختلاف لا يعني الفصل التام بينهما، ولا سيما في جانبه التطبيقي. بحيث يمكن اعتبار نظرية حساب القضايا منطلقا لنظرية حساب المحمول من حيث استعمال هذه الأخيرة لثوابت الأولى و قيم الصدق فيها.

الجزء الأول: التحليل الحديث للقضية الحملية:

لقد ميز أرسطو منذ القديم بين المعاني الكلية والمعاني الجزئية (الشخصية كأسماء الإعلام)، أي بين الألفاظ الدالة على المعاني الكلية والألفاظ الدالة على المعاني الجزئية، فالكلية هي التي تقال على غيرها-تحمل عليها- والألفاظ الجزئية هي التي لا تحمل على غيرها. «فالتي تقال هي الكليات مثل "إنسان" و "ابيض" والتي لا تقال

². مرسلتي محمد، منطق المحمولات، ط1، المغرب، 2004، ص ص 07، 08.

³. المرجع نفسه، ص 24.

هي الجزئيات مثل "سقراط" و "هذا الأبيض"¹. فإذا جاز لنا إن نحمل إنسان على سقراط أو زيد فإنه لا يمكن حمل سقراط إلا على سقراط، إذ أنه اسم علم لشخص بعينه مخصوص، وإن استطعنا القول "هذا هو سقراط" فهذا لا يعني معنى الحمل "فليس فيها حمل ولا إخبار وإنما هي راجعة إلى قولنا "سقراط" أي كأنك قلت في مقام حضور سقراط "سقراط"² ولقد لاحظنا في تمييزنا بين المحمول واسم العلم أن أرسطو كان على علم بالتمييز الموجود بين هذه المعاني. كما ذكر أن اسم العلم لا يمكن أن يكون إلا موضوعاً في حين أنه سمح بأن تكون الألفاظ الكلية موضوعات ومحمولات على حد سواء. وهذا ما أفاد به نظرية حساب الفئات مما جعله بحسب التحليل المحمولى الحديث للقضية سيجمع قضيتين مختلفتين صورياً «وهنا سيكمن التجديد الذي سيدخله المنطق المحمولى الحديث إذ سيقصر هذا الأخير وظيفة الموضوع على المعاني (الألفاظ) الجزئية معتبراً أن كل ما عداها من معاني (أو ألفاظ) كلية ذو وظيفة عملية ويقصد بالوظيفة العملية هنا بكل بساطة إمكانية قولها على غيرها من الموضوعات»³

لو نأخذ الرموز (أ، ب، ج، د) للتعبير عن الموضوعات التي تعبر في جوهرها عن معاني جزئية وأخذنا الرموز س، ع، ص، هـ كرموز لمحمولات تعبر في جوهرها عن معاني كلية، فيمكننا أن نصوغ التعبير المحمول (أص) وبإسقاط (أ) يصبح لدينا (...ص) إذن ما يبقى من القضية بعد إسقاط متغيرات الموضوعات هو متغيرات المحمولات، إذن المحمول في القضية هو ما يهمل ذكر موضوعه أو كما يسميه راسل بمحمول القضية. أما عن وجود الرابطة فإن المنطق الصوري لا يخرج مهما كانت درجة تماسكه عن قوة اللغة الطبيعية. إذ أن هذه الإشارة مضمرة أو لا توجد في اللسان العربي، وهي موجودة في القضية العملية الأرسطية لأنها مستوحاة من اللغة الطبيعية اليونانية، وبما أن ما يتبقى في القضية العملية بعد إسقاط أو إهمال الموضوع هو المحمول فإن الرابط يضاف إلى اللفظ الكلي ويسميان مجتمعين بالمحمول. كما هو الشأن في اللغات الأجنبية. أما في العربية فالمحمول هو لفظاً كلي واحد إما لأن الرابط مضمرة أو لا توجد. «فعندما حاول بعض المناطق العربية في العصر الوسيط تخصيص كلمة عربية للرابطة، فكانت محاولتهم تلك كمحاولة من يريد إيجاد ما لا وجود له في لغة لوجوده في غيرها. وتناسوا -وهم معذورون في نظرنا- أن كلمة الرابطة ليست جزء من اللغة المنطقية الصورية. وإنما هي جزء من اللغة الطبيعية التي صاغ بها أرسطو ومن تبعه منطقتهم»⁴

¹. المرجع نفسه، ص 14.

². المرجع السابق، الصفحة نفسها.

³. المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

⁴. المرجع نفسه، ص 15.

إذن لقد قسم المنطق المحمولي الحديث الدال من حيث وظيفته المنطقية- استنادا إلى تميز أرسطو سابقا- إلى قسمين ألفاظا دالة لا يمكنها أن تكون إلا موضوعات كأسماء الأعلام. و ألفاظ كلية لا يمكنها أن تكون إلا محمولات كالأفعال و النعوت، -وما يجري مجراها- لكن ألا يجعل هذا التحليل المنطقي للقضية إلى موضوع ومحمول تحليلا لا يكفي لكل بنية خبرية في اللغة الطبيعية؟

أما في المنطق الأرسطي فهذا التحليل كاف، لأن كل بنيات الجمل الخبرية جمل صالحة لبناء القياس من الشكل الأول. وهو أصلح نموذج وأكمل الأشكال وأوثقها للاستدلال العلمي لإنتاجه الكليات، فلا علم إلا الكليات، وقد أملت المقولات لمختلف الحالات الإخبارية، لكن إذا تعلق الأمر بالتحليل المحمولي الحديث فإنه لن يصبح كافيا على وجه الإطلاق دون التقييد بتنوع المحمول أو بعدد الموضوع.

الجزء الثاني: المصطلح الرمزي للنظرية:

استنادا إلى ما سبق نجد أن نظرية المتغيرات الظاهرية تستخدم أربعة أنواع من الرموز: رموز المتغيرات الفردية، رموز المتغيرات القضائية، رموز المتغيرات الحملية، رموز التسوير. هذا بالإضافة إلى رموز الثوابت المستخدمة في نظرية حساب القضايا كرموز دوال الصدق ~، ∨، ⊂، ≡، ∧.

رموز المتغيرات الفردية (الموضوعات):

وهي عبارة عن حروف أبجدية تشير إلى الموضوع الدال عن شيء جزئي أو اسم علم مثل: ه₁، ه₂، ه₃، و، و₁، و₂، أو في الإنجليزية ب x, x_1, x_2, y, y_1, y_2 .

رموز المتغيرات القضائية:

وهي التي سبقت الإشارة إليها في نظرية حساب القضايا والتي تشير إلى القضية ككل وهي: ص، ق، ك، ل.

رموز المتغيرات الحملية:

وتشير إلى ما يقال على الموضوعات فتسند إليها وهي الحروف: س، ع، ص أو H، G في الإنجليزية.

رموز التسوير Quantification:

وتنقسم كما رأينا مع لوكاشفتش - انطلاقا من أرسطو - على قسمين السور الوجودي والسور الكلي.

السور الكلي:

وهو الذي يشير إلى شمول الحكم على كل أفراد الموضوع إيجابا أو سلبا، وقد اختلف المنطق في وضع شكل واحد لهذا السور رغم اتفاقهم في دلالاته فرمز له راسل و هوaitهد ب(x) ورمز له فتحنشتين و تارسكي بالرمز (A) لسهولة التمييز بينه وبين(x) المتغير. ويعبر عنه في بعض الكتب - وهو الرمز الذي نخبذه- * بالرمز ∇ أو (∇x)

* . وهذا لتعودنا استعمال هذا الرمز في دروس الرياضيات.

أي (لكل x) بمعنى أنه يجل محل كل، جميع، كافة.. وغيرها من المفاهيم والحدود التي تدل على جميع الأفراد دون استثناء¹ وعندما نحاول التعبير بلغة رمزية عن قضية بها سور كلي فإن تعبيرنا عنها يمر بعدة مراحل¹ :

- في جميع الحالات التي يكون عليها (x) فإن x عربي.

- في جميع الحالات (x). (Fx).

- وإذا عبرنا عن السور الكلي بـ \forall : تصبح القضية السابقة $\forall(Fx)$ والتي تقابلها في العربية ك(س هـ)، حرف الكاف رمز السور الكلي لكن مراعاة للغة الطبيعية في العربية وهي إتباع الصفة للموصوف نكتب على - على خلاف ما جاء في كتب منطقية أخرى نتيجة الترجمة الحرفية الإنجليزية - ك(هـ س).

السور الجزئي أو الوجودي **Escistential quantifire**:

يرمز له في العربية بالحرف "ج" مأخوذ من الحد "جزء" كما أخذ الرمز \exists من الحد "كل" ويشير "على الفرد أو إلى شيء جزئي يوصف بصفة ما، ونعبر عنه في العربية بكلمة "بعض" ويرمز له في معظم كتب المنطق برمز خاص ($\exists x$). كما يرمز له في كتب أخرى برمز مختصر (\exists)² فإذا أردنا التعبير عن القضية "بعض العرب" بتعبير رمزي نكتب ($\exists x$) وهذا يتضمن على الأقل وجود شيء واحد مما يمكن تسميته بالعرب ويقابله بالعربية ج(هـ س).

" ومن الملاحظ هنا اقتران كلمة الجزئي الوجودي بصدد وصف هذا السور، لأن القضايا الجزئية هي التي تقرر وجودا واقعا لأفراد موضوعها دون القضايا الكلية"³

السور ودالة القضية:

إن كلمة الدالة تشير إلى أصلها الرياضي ولعل هذا يعود إلى كون أن كبار مؤسسي المنطق الرياضي (الرمزي) أمثال: بول و فريجة و راسل و هوايتهد كانوا رياضيين أوحث لهم "الصورة المنطقية الفارغة وقيمها بلفظي الدالة والقيم من الرياضيات"⁴. وليس هناك حرج في استخدام حد دالة في المنطق لا سيما بعد الدراسات التي قام بها راسل و هوايتهد و فتجنشتين التي أفضت إلى وجود رابطة قوية بين الرياضيات والمنطق "و الدالة في المنطق تصور عام يعبر عن عدم الانفصال، أو عن علاقة في مجموعتين متعلقتين"⁵ ويقول ديريشيله **dirichelet** معرفا الدالة على النحو التالي "إن دالة المتغير s ، بالنسبة إلى مجال معين، هي الكمية v ، التي

¹ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي ، ص 212.

² . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³ . المرجع نفسه، ص 213.

⁴ . عزمي سالم، أسس المنطق الرمزي، ص 271.

⁵ . المرجع السابق، ص 272.

تفترض قيمة محدودة لكل قيمة من قيم س¹ وإذا كانت القضية قول يستند فيه أمر على أمر آخر بحيث يمكن حمل قيمة الصدق عليه. فإنه انطلاقاً من مفهوم الدالة في الرياضيات تكون دالة القضية - الدالة في المنطق - قول لا يعطى معنى محدد بعينه ولا يمكن إصدار حكم بصدق أو الكذب ، إذ أنه يحتوي على حدود غير معنية للقيمة كقولنا "س إنسان". فالدالة ليست قضية إذ لا يستقيم معناها إلا بإعطاء قيم للمتغير، ف "س إنسان" دالة قضية وإذا عرضنا "س سقراط، أو زيد" تصبح دالة القضية، قضية صادقة، وإذا عرضنا س ب الهرم الأكبر، أو المدرسة فتصبح قضية كاذبة. ونطلق على "سقراط، زيد، الهرم الأكبر، المدرسة" وكل قيمة تحل محل المتغيرات الفردية اسم الثوابت الفردية، وغالبا ما تكون أسماء أعلام، كما تعطى لها رموزا خاصة بها تميزها لها عن باقي رموز النظرية.

أننا إذا استخدمنا رمز المتغير الحلمي "ع" وعبرنا عن دالة القضية السابقة "ه إنسان" ب "ه ع" فإن "ع"، فإن "ع" هي دالة المتغير.

تختلف دالة القضية عن دالة الصدق، فدالة القضية في نظرنا أهم من دالة الصدق، واشتمل منها، وهذا لكونها «صورة رمزية لأي قضية بسيطة أو مركبة. بينما دالة الصدق صورة رمزية لقضية مركبة تحوي ثابتا منطقيا مثل: (و ⊂ ل)، (و ≡ ل)... إلخ»²

عن ما يميز الدوال في نظرية حساب المحمول هو السور بما له من أهمية إذ تتحدد القضية من خلاله، كما يشير إلى إجراء منطقي معين - بحيث يحدد قواعد الاستدلال، فإذا كان لدينا القضية "كل إنسان فان" صادقة أو كاذبة فإننا نبحت عن القضية المقابلة له وفق قانون الدخول تحت التضاد لأنه إجراء منطقي يربط بين جزأين - وهو كما رأينا نوعين سور كلي، وآخر جزئي بحيث أن الفكرة الأساسية للسور الكلي هي الصدق الدائم، أما الفكرة الأساسية للسور الجزئي هي "صادق أحيانا" أو في بعض الحالات.

الجزء الثالث: تعريفات النظرية:

إن نظرية حساب المحمول كغيرها من النظريات تبدأ بـ «فكرتين أوليتين هما "صادق دائما"، أو "صادق في كل الحالات"، "صادق أحيانا"، أو "صادق في بعض الحالات" و من الواضح أننا نعبر عنها بالكلمتين كل و بعض. إننا نبدأ هاتين الفكرتين بلا تعريف، ثم نستخدمها في تعريف الأفكار الأخرى الأفكار المأخوذة من حساب القضايا. وهي السلب والفصل والربط والتضمن والتكافؤ»³ ومن هذه التعريفات:

1. $[ك] [ه س] = [ج] [ه س]$
 2. $[ك] [ه س] = [ج] [ه س]$ ¹ الجمع نفسه، ص 272، [ج] [ه س]
 3. $[ج] [ه س] = \sim [ك] [ه س]$
- Carruccio.E, Mathematic and logic in histoir and contemporary thought, p 306
2. قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 214.
3. محمود زيدان، المنطق الرمزي، ص 223.

وفق قانون التقابل بالتداخل.

$$4. \sim [ج] (هـ) = [ك] (\sim هـ س) \leftarrow \text{وفق قانون التقابل بالتناقض.}$$

أما قراءتها فتكون على النحو التالي:

نقرأ الجزء الأيمن من (1): من أجل كل قيم (هـ) فإن هـ يوصف بـ س هذا يعني أنه - كما يوجد في الأيسر -

يوجد على الأقل هـ بحيث تتصف هـ بـ س.

وتكون قراءة (2): من أجل كل قيم (هـ) فإن هـ يتصف بـ س هذا يعني أنه لا يوجد أي هـ بحيث لا تتصف هـ بـ

س.

وتقرأ (3) على النحو التالي: يوجد على الأقل هـ بحيث تتصف هـ بـ س، يعني هذا كما هو موجود في الشق

الأيسر أنه ليس (لكل) هـ بحيث لا تتصف هـ بـ س.

وقراءة (4): لا يوجد هـ بحيث تتصف هـ بـ س، وهذا يعني أنه من أجل كل هـ، هـ لا تتصف بـ س.

و نشق عن هذه التعريفات تعريفات أخرى أكثر تركيباً، يربط التكافؤ بين شقيها ويكون السلب إجراء منطقياً

أساسياً فيها.

$$5. \sim [ج] (هـ س) \equiv [ك] (\sim هـ س) \text{ (هـ ص)}$$

$$6. \sim [ج] (هـ س \vee هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)$$

$$7. \sim [ج] (\sim هـ س) \equiv [ك] (\sim \sim هـ س) \text{ (هـ ص)}$$

$$8. \sim [ج] (هـ س \vee هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)$$

$$9. \sim [ج] (هـ س) \equiv [ك] (\sim هـ س \vee \sim هـ ص) \text{ «}^1$$

ما يمكن ملاحظته في هذه التعريفات، أن التعريفات الأربعة تقوم على تعريف السورين ببعضهما البعض

وذلك انطلاقاً من قاعدتي التقابل بالتداخل، والتقابل بالتناقض في مربع التقابل الأرسطي. فيوجد على الأقل

تكافؤ ليس كل أي $[ج] (هـ س) = \sim [ك] (\sim هـ س)$ ، والسور الكلي معناه لا يوجد على الأقل أي $[ك] (هـ$

$\sim [ج] (\sim هـ س)$.

أما باقي التعريفات المشتقة يمكن البرهنة عليها باستخدام قوائم الصدق كما في نظرية حساب القضايا

وذلك بتعويض (هـ س) بـ (و) و (هـ ص) بـ (ل) فتصبح (8) كما يلي: $\sim (و \vee ل) \equiv \sim و$. ل أما إذا كانت

¹ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 215.

نفس الروابط في شقي التكافؤ فمن الأخرى لصدق الاستدلال أن نحافظ على صيغة الدوال التحليلية من أجل الحفاظ على الإجراء المنطقي للأسوار.

الجزء الرابع: القياس الحملية في ضوء نظرية المحمول:

إن قياس استدلال غير مباشر ننطلق فيه من قضيتين هما مقدمات القياس، ومن ثم فهو يقوم على ثلاثة قضايا ومثال

ذلك:	كل حيوان فان	كل (ع و)
	كل الدواب حيوانات	كل (ل ع)
	كل الدواب فانية	كل (ل و)

إن ما يربط هاتين المقدمتي هو وجود الحد الأوسط الذي يختص في النتيجة ليظهر بها الحدين الأصغر والأكبر، ويرى لو كاشفتش أن "القياس الحملية يشكل قضية لزومية يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب، وهو في ذلك يختلف عن القياس التقليدي، فالأخير ليس قضية، ومن ثم فهو ليس صادقاً ولا كاذباً، وإنما يمكن أن يكون صحيحاً أو فاسداً"¹ وتمثل القضية (و.ك) م نموذجاً لكل قياس أرسطي بحيث تعبر عن طبيعته.

لقد جاء القياس الأرسطي في ثلاثة أشكال تتحدد وفق ما صدقات كل حد بحيث "يكون القياس كامل إذا ما كان لدينا ثلاثة حدود ترتبط مع بعضها البعض بحيث يكون الأصغر متضمناً في ما صدق الأوسط، والأوسط متضمن في ما صدق الأكبر"². وهذا ما أكده كينز بقوله "ما يحمل إيجاباً أو سلباً على حد مستغرق، ينبغي أن يحمل على كل شيء مندرج تحته"³. في حين ينسب الشكل الرابع إلى جالينوس رغم أن لو كاشفتش قد عارض هذه الفكرة، وهو يرى أن أشكال القياس يحددها وضع الحد الأوسط، ورأى أن أرسطو "كان يعلم ويقبل كل أضرب الشكل الرابع مثل بقية أضرب الأشكال الأخرى، وكل ما حدث أن "أرسطو" لم يكن لديه متسعاً من الوقت يرتب فيه كل مكتشفاته الجديدة فترك تنمه عمله إلى تلميذه "ثاوفرسطس"⁴.

كل شكل من الأشكال ضروب تختلف بحسب كم وكيف القضايا المكونة لها وتتحدد الأضرب المنتجة وفق قواعد القياس العامة، وقواعد إنتاج كل شكل. و"قد ثبت نجاح هذه القواعد لدى المناطقة في عصور مختلفة"⁵.

¹ . لو كاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية، ص 36، 37.

² . النشار علي سامي، المنطق الصوري، ص 391.

³ . المرجع نفسه، ص 393.

⁴ . لو كاشفتش يان، المرجع نفسه، ص 43.

⁵ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 225.

فهل يمكن أن تكون صالحة للإنتاج إذا ما نظرنا إليها من وجهة المنطق الرياضي؟ وتكون الحالات الناتجة عنها صحيحة؟

الشكل الأول:

ويكون الحد الأوسط فيه موضوعات في المقدمة الكبرى، محمولا في الصغرى، وصورته الرمزية في منطق حساب القضايا: (كل ع و). (كل ل ع). كل (ل و)، وضروبه المنتجة أربعة وهي: BARBARA Ferio ، Darii.celarent

ويمكن التعبير عنها وفق هذا الترتيب بدوال الصدق التالية:

1. » و ك. ك م: و م.
2. و ك. ك م: و م.
3. و ك. ك م: و م.
4. و ك. ك م: و م. «¹

الضرب BARBARA :

¹ . مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 229.

وصورته الرمزية في منطق حساب المحمول تكون $\{[ك] (ه س ه ص), [ك] (ه ط ه س)\}$ [ك] (ه) ط ه ص). و " هو أهم ضروب الشكل الأول، ومن ثم أهم ضروب القياس الحملية عامة، لأنه ينتج في نظر " أرسطو " والتقليديين القضية الموجبة أهم أنواع القضايا وأساس بناء العلم"¹

فيما يلي نقدم الضرب BARBARA في جدول قائمة الصدق فنربط المقدمتان برابطة الوصل ويرتبطان بالنتيجة برابطة التضمن و كل (و) محل (ه س) و ك محل (ه ص)، و م محل (ه ط)

و	ك	م	و ك	م ك	و ك م	و ك م	و ك م
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص

الضرب celarent :

¹ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 260.

صورته الرمزية $\{[ك](هس-هص). [ك](هط-هس)\} \subset [ك](هط-هص)$. « ولو نحن اخترنا صدق هذه الصورة أو كذبها بواسطة الجدول الصدقي، لوجدناها صادقة، ولحكمنا بأن هذا الضرب منتج¹. وفيما يلي الجدول الصدقي معبرا عنه بلغة حساب القضايا:

ق	ك	م	ق ~ ك	م ق و	ق ~ ك	ق ~ ك	ق ~ ك	ق ~ ك
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك

الضرب Darii :

¹ . هادي فضل الله، مدخل إلى المنطق الرياضي، دار الهادي، بيروت، 2003، ص 231.

وصورته الرمزية $\{[ك](ه س ه ص).[ج](ه ط ه س)\} \subset [ك](ه ط ه ص)$. « وتختلف هذه الصيغة عن صيغة الضروب الكلية في سور القضية الجزئية¹ فنعبر عن القضية الكلية ذات السور الكلي بدالة اللزوم. أما النتيجة والمقدمة الصغرى الجزئية بدالة الوصل. ونبرهن على الصيغة كلها في الجدول الصدقي كما يلي:

ق	ك	م	ق و ك	م . ق	ق و ك . (م . ق)	م . ك	ق و ك . (م . ق) . (ق و ك)
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص
ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص
ك	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ص

الضرب Ferio: وصورته الرمزية حسب نظرية دالة القضية $\{[ك](ه س ه ص).[ج](ه ط ه س)\}$ $\subset [ك](ه ط ه ص)$ وإذا استبدلنا ك ب (~ك) نحصل على دالة سبق إثبات صحتها (Darri) ونبرهن على الضرب Ferio بقائمة الصدق التالية:

ق	ك	م	ق و ك	م . ق	ق و ك . (م . ق)	م . ك	ق و ك . (م . ق) . (ق و ك)
ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص
ك	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ص

¹. ماهر عبد القادر، المنطق الرياضي، ص 136.

ومن الجداول الصدقية نستنتج « أن الضروب المنتجة من الشكل الأول، من أشكال القياس الاقترابي الحملي، هي أربعة كما اعتبرها أرسطو تماما، وبذلك نلمس تطابقا كاملا بين حكم أرسطو وحكم أصحاب المنطق الرياضي الحديث فيما يتعلق بضروب الشكل الأول»¹

الشكل الثاني:

ويكون فيه الحد الأوسط محمولا في المقدمتين، وبما أنه من القواعد العامة للقياس أن يستغرق الحد الأوسط مرة على الأقل نصت قواعده على أن تكون إحدى المقدمتين سالبة² وترتب من القاعدة ان تأتي نتائج كل ضروب هذا الشكل سالبة² وضروبه المنتجة أربعة هي Cesare، camestres، Festino، Baroco وتوضع في نظرية حساب قضايا بهذا الترتيب كما يلي:

$$1. [(U \sim K). (M \sim K)] \subset (M \sim U).$$

$$2. [(U \sim K). (M \sim K)] \subset (M \sim U).$$

$$3. [(U \sim K). (M \sim K)] \subset (M \sim U).$$

$$4. [(U \sim K). (M \sim K)] \subset (M \sim U).$$

ويصوغ المناطق قاعدة هذه الضروب بقولهم « المعنيان اللذان يكون أحدهما في حالة تقابل، والآخر في حالة هوية مع ثالث مشترك، يكونان فيما بينهما في حالة تقابل»³. وفيما يلي تقدم صيغة كل ضرب في نظرية حساب المحمول ثم يليها التحقق من صدقه في الجدول الصدقي (قائمة الصدق) لنظرية حساب القضايا.

¹ . هادي فضل الله، مدخل إلى المنطق الرياضي، ص 132.

² . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 268.

³ . عزمي إسلام، الاستدلال الصوري، ج 2، ص 81.

الضرب $camestres$:

وصورته الرمزية: $\{[ك] [هـ س] [هـ ص]. [ك] [هـ ط] [هـ ص]\} \subset [ك] [هـ ط] [هـ س]$. نلاحظ أن نتيجة هذا الضرب بقيت ثابتة كما في الضرب السابق لأنه تم استبدال موقعي المقدمتين فقط.

ق	~ ق	ك	~ ك	م	ق ك	م ~ ك	(ق ك) . (ك ~ م)	م ق ~	ق ~ (ق ك)
ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ق	ق
ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ق	ق

و يمكن أن نثبت صحة هذا الضرب برده إلى الصورة القياسية التي سبق و أن أثبتنا صحتها.

الضرب Festino :

وصيغته الرمزية: $\{[ك] (ه س \sim ه ص) . [ج] (ه ط . ه ص) \} \subset [ج] (ه ط . ه س)$. وجدول إثبات صدقه:

ق	~	ك	~ ك	م	ق ~ ك	م.ك	ق	ق ~ (ك.م.ك)	م.~ ق	ق ~ (ك.م.ك)
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك

الضرب Baroco :

وصيغته الرمزية: $\{[ك] (ه س \sim ه ص) . [ج] (ه ط . ه ص) \} \subset [ج] (ه ط . ه س)$. وجدول إثبات صحتها:

ق	~	ك	~ ك	م	ق ~ ك	م.~ ك	ق	ق ~ (ك.م.ك)	م.~ ق	ق ~ (ك.م.ك)
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك
ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك

يمكن البرهنة على صدقها وذلك بردها إلى صورة دالة قياس نبرهن على سلامتها كصورة تحليلية متبعين ما يلي:
نقوم بتغيير مواضع الحدود في المقدمة الكبرى فنكتب :

$$(\sim ك \supset \sim و) \supset ((و.ك) \supset (م.و))$$

-و وفق مبدأ التعويض يحل (ك) محل (ك)، ويحل (و) بدلا من (و) نحصل على:

$$((\sim ك \supset \sim و) \supset (م.و.ك)) \supset (م.و)$$

- إذا وضعنا (و) محل (ك) بالتبادل، حصلنا على الصيغة:

$(و \supset ك) \supset (م.و.ك)$ وهي صيغة Darii الضرب الثالث من الشكل الأول الذي أثبتنا صدق الصيغة التحليلية.

« إذن لا تناقص حتى الآن بين قواعد المنطق الأرسطي والتقليدي من جهة وقواعد المنطق الحديث²»

وهو ما يتأكد مع النظر في الشكلين الباقيين.

الشكل الثالث:

و يرد فيه الحد الأوسط موضوعا في المقدمتين، وتكون نتيجته جزئية. وضروبه المنتجة بحسب أرسطو سته.

فهل هي كذلك منتجة من وجهة المنطق الحديث.

الضرب Darapti:

وصيغته الرمزية $\{ [ك] (ه س \supset ه ص) . [ك] (ه س \supset ط) \} \supset [ج] (ه ط \supset ه ص)$. لكن « كيف تستلزم

دالتا لزوم - في المقدمتين - دالة وصل في النتيجة؟ يعود السبب في ذلك إلى الأهمية الكبرى التي كان يصبغها "

أرسطو" على القضية الكلية، حيث كان يعتقد أنها تنطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوعها³. وهذه النقطة

نقد مناطق المعاصرين " أرسطو" وهو نقد وجهه إليه ابن تيمية إذ ميز بين الوجود الذهني والوجود العيني إذ أن

الوجود العيني أكثر وضوح ومنه الاستدلال الأرسطي بكل على الجزء يجعله متناقض فهو " الاستدلال على

الأجلى بما هو أخفى⁴ ولهذا جاء هذا الضرب فاسدا. " ويقدم المناطق المعاصرون حلا يحمل وجهة نظرهم-

للمشكلة التي يتركها هذا الضرب - ويتمثل في إضافة ثابت الوصل إلى مقدمات، بمعنى إضافة قضية جزئية، تفيد

وجود أعضاء للقضية (و)⁵ وهذا سيؤدي ضرورة إلى صحة الاستدلال

¹ بدوي عبد الرحمان، المنطق الصوري و الرياضي، ص 193.

² قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 277.

³ بدوي عبد الرحمان، المنطق الصوري والرياضي، ص 193.

⁴ ابن تيمية، الرد على المنطقيين، ص 135.

⁵ قاسم محمد محمد، المرجع نفسه، ص 278.

ويكتب في صيغة جديدة: $\{[(\text{و} \text{ك}). (\text{و} \text{م}). \text{و}] \text{ك}.\text{م}\}$. وجدول صدقه:

و	ك	م	و	و	و	و	و	و	و
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص

الضرب **Disamis**: وصورته الرمزية في نظرية حساب المحمول: $\{[(\text{ج}.) (\text{ه} \text{س} \text{ه} \text{ص}). (\text{ك}.) (\text{ه} \text{س} \text{ه} \text{ط})]\}$

$[(\text{ج}.) (\text{ه} \text{ط} \text{ه} \text{ص})]$. وفي رمزية حساب القضايا نكتبه: $[(\text{و} \text{ك}). (\text{و} \text{م}). (\text{و} \text{م} \text{ك})]$ ويمكن ردها إلى الضرب

Darii بطريقة استنباطية وهو دالة ثبت صدقها ويتم الرد على هذا النحو:

» - نغير مواضع المقدمتين بالتبادل فتصبح الصيغة السابقة:

$$[(\text{و} \text{م}). (\text{و} \text{ك}). (\text{و} \text{م} \text{ك})]$$

- نقتح أن تحل (ك) محل (م) والعكس في المقدمتين فينتج:

$$[(\text{و} \text{ك}). (\text{و} \text{م}). (\text{و} \text{م} \text{ك})]^1 \text{ وهي الصيغة الرمزية للضرب } \text{Darii} \text{ و جدول صدقه:}$$

ق	ك	م	ق ك	ق م	ق.ك). (ق م	م.ك	ق.ك). (ق.ك). (ق م	ق
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك

الضرب Datisis:

وصيغته في نظرية حساب القضايا: $[(ق ك). (ق م). (ق م.ك)]$ وهي منطق حساب المحمول $\{[ك] ه\}$ $س ه ص). [ج] ه س. ه ط) \{ [ج] ه ط. ه ص). و جدول صدقها:$

ق	ك	م	ق ك	ق م	ق.ك). (ق م	م.ك	ق.ك). (ق.ك). (ق م	ق
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ك

الضرب Felapton:

وصورته الرمزية $\{[(\text{م} \subset \text{و}).(\text{و} \sim \text{ك})]\} \subset \{[(\text{م} \sim \text{ك}).(\text{و} \subset \text{م})]\}$ (I) وصيغتها في نظرية حساب المحمول
 $\{[(\text{ك}) \subset (\text{ه} \sim \text{س}).(\text{ه} \subset \text{س} \sim \text{ط})]\} \subset \{[(\text{ج}) \subset (\text{ه} \sim \text{ط}).(\text{ه} \sim \text{ص})]\}$ وكما حدث في الضرب Darapti
 لوجود دالتين لزوميتين ونتيجة عطفية يفسد الضرب في بعض حالاته، نتيجة للاعتقاد الذي ذهب إليه أرسطو
 وانتقده " ابن تيمية" كما رأينا فاقترح المناطقة المعاصرون اضافة القضية (و) جزئية موجبة لتصبح (I) دالة
 جديدة:

$\{[(\text{و} \sim \text{ك}).(\text{و} \subset \text{م}).(\text{و} \subset \text{م})]\} \subset \{[(\text{و} \sim \text{ك}).(\text{و} \subset \text{م}).(\text{و} \subset \text{م})]\}$ وهي عينها دالة Darapti بعد التعديل إذا حلت (ك)
 محل (و).

الضرب Bocardo:

وصيغته الرمزية في نظرية المحمول: $\{[(\text{ج}) \subset (\text{ه} \sim \text{س}).(\text{ه} \subset \text{س} \sim \text{ط})]\} \subset \{[(\text{ج}) \subset (\text{ه} \sim \text{ط}).(\text{ه} \sim \text{ص})]\}$.
 وصيغته في نظرية القضايا: $\{[(\text{و} \sim \text{ك}).(\text{و} \subset \text{م})]\} \subset \{[(\text{و} \sim \text{ك}).(\text{و} \subset \text{م})]\}$ وهي صيغة صحيحة وقائمة صدقها:

و	ك	ك ~	م	و ~	و م	(و ~ ك). (و م)	م ~ ك	[(و ~ ك). (و م)]
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص

ويمكن أن نستدل على صحته استنباطيا برده إلى الصورة الرمزية لـ Darrii وذلك وفق الخطوات التالية: »

- استبدال (ك) بـ (~ك).

- ثم تحل (ك) محل (م) والعكس.

- تبادل مواضع المقدمتين. تبادل مواضع متغيرات المقدمة الثانية فتصبح لنا الصورة الرمزية للضرب

$$\text{Darrii } \{[(\text{ق} \sim \text{ك}). (\text{ق} \sim \text{م})]\} \subset (\text{م} \sim \text{ك})^1$$

الضرب Ferison:

وصورته الرمزية في نظرية حساب المحمول: $\{[(\text{ج} \sim \text{هـ} \sim \text{س}). (\text{ك} \sim \text{هـ} \sim \text{ط})]\} \subset [(\text{ج} \sim \text{هـ} \sim \text{ط}). (\text{هـ} \sim \text{ص})]$.

وصورته في نظرية حساب القضايا: $\{[(\text{ق} \sim \text{ك}). (\text{ق} \sim \text{م})]\} \subset (\text{م} \sim \text{ك})$ وهي صيغة صحيحة وقائمة صدقها:

ق	ك	م	ق ~ ك	ق . م	(ق ~ ك). (ق . م)	م ~ ك	(ق ~ ك). (ق . م) ⊂ (م ~ ك)
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ك	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص

الشكل الرابع:

ويأخذ فيه الحد الأوسط موضعا بعكس موضعه في الشكل الأول، وضروبه الصحيحة خمسة - من وجهة

المنطق الأرسطي - وهي Bramantip، camennes، Dimaris، Fesapo، Fresion فهل ما

زالت صحيحة من وجهة المنطق الرياضي. وفي حالة كذبها هل يمكن إجراء تعديل عليها، وهل يكون هذا التعديل

خارج ابطار المنطق التقليدي بتجاوزه أو ضمنه؟ إذ أنه لم يتجاوزه في الشكل الثالث؟

الضرب Bramantip:

¹ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 285.

وصورته الرمزية في منطق المحمولات: $\{[ج] (هـ س هـ ص) . [ك] (هـ ص هـ ط) \} \subset [ج] (هـ ط هـ س)$. وهي لغة حساب القضايا: $\{[و] (ك) . [و] (م) \} \subset [و] (م)$ وهي صيغة صحيحة وقائمة:

و	ك	م	و.ك	ك م	(و.ك). (ك م)	م. و	[و] (ك) . [و] (م) . [و] (م)
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك	ص
ك	ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص

الضرب Fesapo:

وصيغته الرمزية في منطق المحمولات:

$\{[ك] (هـ س هـ ص) . [ك] (هـ ص هـ ط) \} \subset [ج] (هـ ط هـ س)$. وهي لغة حساب القضايا: $\{[و] (ك) . [و] (م) \} \subset [و] (م)$.

» وثبتت قائمة الصدق أن هذه الصيغة ليست صحيحة، حيث ترد بعض قيم الصدق كاذبة تحت ثابت اللزوم الرئيسي¹. ويكون الإصلاح باتخاذ نفس الإجراءات المنطقية التي اتخذناها في تعديل الضروب الفاسدة السابقة فتصبح صيغته الجديدة التي تؤدي استدلال سليم هي:

$\{[و] (ك) . [و] (م) \} \subset [و] (م)$.

الضرب Fresion:

¹ . المرجع السابق، ص 291.

وصورته الرمزية في نظرية حساب المحمول: $\{[ك] (هـ س \sim هـ ص) . [ج] (هـ ص . هـ ط) \} \subset [ج] (هـ)$
 ط. هـ س). أما صورته في نظرية حساب القضايا فهي $\{[(و \sim ك) . (و م) . (و م \sim و)] \} \subset [(و م) \sim و]$ وهي صيغة صحيحة تظهر صحتها في قائمة الصدق التالية:

و	ك	ك ~ م	و ~ ك	و	م . و	[(و ~ ك) . (و م) ~ و]
ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص
ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص

ومن خلال استعراض ضروب الأشكال الأربعة أنه لا تناقض بين شقي المنطق الصوري التقليدي والحديث مما يعني أن الأول كان أساسا لثاني.

المبحث الثالث : نظرية حساب الفصول:

تعتبر نظرية حساب الفصول إحدى النظريات الهامة في المنطق الرياضي المعاصر¹ رغم أن بعض المناطقة الرياضيين لم يقدموا لنا نظرية الفصول على أنها نظرية ذات الفائدة المباشرة، زعما بأن دراسة الفصول في حد ذاتها تحدم الفلسفة أكثر من المنطق والرياضيات، لكن أصحاب الاتجاه الرياضي يركزون بصفة مباشرة على أهمية هذه النظرية. بل نجد أعمالهم تتناول المواضيع الأساسية في النظرية خاصة الرياضيات العليا¹. حيث اتضح للتفكير الفلسفي والرياضي والمنطقي المعاصر، لا سيما بعد ظهور نظرية الاحتمالات و تراجع المطلقية العلمية إثر نسبة أينشتاين، أن نظرية الفصول تؤدي إلى نتائج عملية علمية.

إن «أغلب الكتب التي تعرض للمنطق الرمزي، تجعل من الحساب التحليلي للقضايا بداية لعرض نسقي لموضوعات المنطق على أساس أن ما نقوله عن فئة ما، أو عن علاقة بين فئتين أو أكثر إن هو إلا إثبات لقضية

¹ . ماهر عبد القادر، المنطق الرياضي، ص 161.

ما¹ وإذا كانت نظرية حساب القضايا ترد بالدرجة الأولى إلى الرواقين، فإن نظرية حساب الفصول ترجع إلى أرسطو، الواضح الأول للمنطق، إذا ترتبط بصفة مباشرة بمبحث التصورات من جهة، وبالمفهوم والمصدق من جهة أخرى، كما ترتبط بنظرية أخرى وهي نظرية الأحكام. ومنه فهي ترتبط بكل ما ترتبط به هذه المباحث من استدلالات مباشرة أو غير مباشرة.

سمي الفصل* بالصنف أو الفئة: ونحن كثيرا ما نستخدم حد الفئة للتعبيرات على نحو "فئة المجاهدين" فئة العمال" إذا تعني الفئة أو الصنف إندراج مجموعة من الأفراد ضمن تصور معين، "إلا أننا في لغة الحديث الجاري، قد لا نجد أحيانا ضرورة في استخدام لفظ "فئة" ونكتفي بالألفاظ كلية مثل "موظف" و"عامل" و"طالب" لتعني بذلك فئة معينة من الأفراد. فهذه الألفاظ الكلية التي تكاد تمثل معظم كلمات اللغة، إنما تدل دائما على ما نسميه فئات². فئة "المجاهد" هي مجموعة المجاهدين، وفئة "عامل" هي مجموعة العمال.

"وتأسيسا على هذا فإنه على الرغم من أننا لا نجد من مباحث المنطق الصوري الأرسطي مبحثا مستقلا للنظرية الفصول وأهميتها إلا أننا نجد أرسطو يغلف بها نظريات المنطق بأسرها³. إذا أنه أدرك معنى الدور الذي يؤديه الفصل في النظرية المنطقية. إذ ميز بين الحد و التصور، المفهوم و المصدق، الحكم والقضية.

لقد حاول بوول كما رأينا إقامة منطق رمزي بالمعنى الدقيق للكلمة، "وإن كان قد اقتصر في جهده على إقامة مبادئ " حساب الأصناف" دون غيرها من نظريات ذلك المنطق⁴. فقد استخدم متغيرات رموزا للفصول، كما قدم بعض الرموز للثوابت، إلا أن رموزه كانت عبارة عن ثوابت رياضية، فلم يعط لها تفسيرا منطقيا. " ولعل أهم ما وصل إليه بوول في نظريته للأصناف تصورات الجمع المنطقي والضرب المنطقي، وإن كان قد صاغه في رموز جبرية⁵. لقد درس أصحاب البرنيكيا لبوول وما قدمته مدرسته، واستفادوا من مواقفهم كما درسوا لفريجه وبيانو، وأفادوا مما قدموا، وحاولوا التوفيق بين المدرستين، بل ذهبوا إلى تطوير نظرية الأصناف في حساب منطقي استنباطي، إذ استفادوا من فكرة إقامة نظرية الفصول (الأصناف) على أساس نظرية القضايا.

ذكر راسل في كتابه " مبادئ الرياضيات" أن نظرية الفصول لكي تقوم على أساس استنباطي، يجب أن تنطلق من ثلاثة أفكار أولية: " الصنف، وعضوية الفرد في الصنف membership of a class، وقد أخذ

1. عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص 28.

*. إذا نظرنا إلى الفصل من ناحية المفهوم تسمى الفئة هي المجموعة المدرجة تحت الفصل لكن راسل سيأخذ بالناحية المصادقية بعد مناقشته لوجهات نظر مختلفة.

2. مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 241.

3. ماهر عبد القادر، فلسف العلوم، ص 163.

4. زيدان محمود، المنطق الرمزي، ص 247.

5. المرجع نفسه، ص 248.

الأولى والثانية عن بيانو أضاف هو الثالثة¹. نلاحظ أن هذه الفكرة تعتبر تطويرية في تفكير راسل، إذ أنه سيكتشف أن هذه المبادئ ليست أولية إذ تترد إلى الأفكار الأولية لحساب القضايا وبالتالي يمكن تعريفها من خلالها، كما بين من جهة أخرى أن تعريف الصنف يفترض ارتباطه بدالة القضية إذا عرفناه من ناحية المصدق* .

« الصنف هو كل الأشياء التي تجعل قضية ما صادقة... ومن ثم تحدد كل دالة قضية صنفاً، بالرغم من أنه إذا كانت دالة القضية كاذبة دائماً، يصبح الصنف فارغاً نعي ألا يكون له أعضاء². هذا يعني أن دالة القضية هي التي تحد الصنف، بحيث تصدق إذا عوض متغيرها بأحد أعضاء الصنف، وتكذب إذا عوض بقيمة خارجة عن هذا الصنف، إذا فكل قيم الصنف التي تجعل الدالة صادقة تؤلف الصنف. فلو أخذنا دالة القضية «س إنسان، كانت جميع الكائنات التي يمكن أن توضح مكان "س" لكي تتحول هذه الدالة إلى قضية صادقة هي المقصودة بالفئة³ وعليه تحديد الفئة يشير إلى دالة قضية معينة، وهكذا يمكننا «تحديد الفئة على أنها جميع الموضوعات التي تحقق دالة قضية معينة⁴. وتكون تلك قيم "أعضاء الفئة". فالأفراد مثل: زكي، نجيب، أحمد هم أعضاء للفئة التي تحددها الدالة "س إنسان" و نستنتج من ذلك أن ما يحدد الصنف الفارغ هو تلك القيم التي تكون من أجلها دالات القضايا كاذبة «افتراض أنك عوضت عن المتغير بقيمة مثل: "الهرم الأكبر" أو "معبد دلفي" أو "جبل المقطم" فإن الدالة تكون كاذبة، ومن ثم لا تدل العبارات على ما يدخل في أعضاء الصنف الذي لدينا⁵.

ولو كان كل صنف يندرج ضمن الصنف الآخر مثال الأعضاء التي تحددها والتي القضيتين "س إنسان" و "س عاقل" بحيث لا توجد قيمة صدق تحقق الأولى ولا تحقق الثانية، كما لا توجد قيمة صدق تحقق الثانية ولا تحقق الأولى فتصبح هاهنا لدينا صنف واحد وليس صنفان.

اتفق راسل مع بول وبيرس وشرويد في نظرتهم الماصدية للصنف إلا أن راسل في كتابه مبادئ الرياضيات، كان قد نظر إليه نظرة واقعية أيضاً، إذ رأى أن الصنف يحدد بأعضاء ومع ذلك يبقى حد صنف يحمل تصوراً بحيث يختلف الصنف عن تصور الصنف إذ «يؤلف تصور الصنف مع تصورات الأعداد والعلاقات، والنقط... إلخ عالماً واقعياً موضوعياً مستقلاً لا نخلقه وإنما نكتشفه⁶»

1 . المرجع نفسه، ص 149.

* . اختلف الدارسون للمنطق الصوري في تعريف الصنف من ناحية المفهوم أو المصدق، إذ يرى راسل أنه يجب الاعتماد عليهما معاً.

2 . المرجع نفسه، ص ص 249، 250.

3 . مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 244.

4 . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

5 . زيدان محمود، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 250.

6 . المرجع نفسه، ص 251.

يبدو أن البرنيكييا يحوي تناقضا بين النظرة الماصدقية للصف والنظرة الواقعية لوجود الصف، والتي سيعمل راسل على تجاوزها من خلال نظريته الوصفية. ومع ذلك تبقى النظرة الماصدقية غير كافية، إذ لا يمكن التمييز الصف والصف ذا العضو الواحد، ويصعب فهم الصف الفارغ بهذا لجأ راسل إلى تعريف الصف من ناحية المفهوم بحيث يتماشى والصف من الناحية الماصدق. « يقوم التعريف المفهومي للصف على فكرة الصف كرمز، وقد وصل راسل إلى هذا الفكر مبكرا حين وصل إلى نظرية الأوصاف، وأثبتها أصحاب البرنيكييا في كتابهم المشترك¹. فالصف رمز ناقص فهو ليس إلا اصطلاح رمزي أو لغوي فهو ليس شيئا حقيقيا، وأعضاءه حقيقية إذا كانت أفرادا، أي ليس للصف وجود خارجي. ومنه لا يمكن أن يكون اسم علم وبالتالي ليس رمزا فهو لا يكتسب معنى إلا إذا تحدد بدالة قضية. وقد مكن الصف كرمز ناقص أصحاب البرنيكييا أن يحددوا تعريف " وجود الصف " إذ يقولون عن " صف ما أنه موجود حين يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون عضوا في هذا الصف، "الصف أ موجود" يتضمن أن " ه هو أ صادقة" وحيث أمكنهم إعطاء تعريف للصف الفارغ، بأنه ما ليس له أفراد، أو أنه صف غير موجود². وقد ذكر راسل بأنه يدين لبيانو بفكرة تعريف وجود الصف.

الجزء الأول: المصطلح الرمزي:

يستخدم الرموز كشوايت وكمتغيرات في نظرية حساب الفصول، إذ أن هناك رموزا خاصة بها وأخرى تمتد إلى نظرية حساب القضايا، وأخرى تمتد إلى حساب المحمول، وإن كانت الثوابت تحمل علاقات معينة إذ أنها إجراءات ثابتة لا تختلف ولا تتغير من منطلق إلى آخر، فليس الحال كذلك بالنسبة للمتغيرات إذ أن « المتغيرات ليست موضوع اتفاق تام بين المناطقة وإن كانت تؤدي نفس الدور لدى كل منهم³. فيما يلي نقدم رموز نظرية حساب الأصناف:

أعضاء الفئة:

نرمز بالحروف ه، و، ي لأعضاء الصف والتي تقابلها الحروف X،Y،Z، وهي تمثل نفس الحروف في نظرية دالة القضية بما يقابلها.

رموز الفئات:

¹ . المرجع نفسه، ص 251

² . المرجع السابق، ص 245.

³ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 301.

ليس هناك رموزا محددة للفئات إذ» تعددت تلك الرموز بتعدد الكتب الهامة في المنطق، فهناك من يستخدم الحروف اليونانية Φ ، Ψ ، K ، وهناك من يستخدم الحروف الحديثة F ، G ، H أو A ، B ، C ¹. أو يرمز لها بالحروف الأبجدية العربية أ، ب، ج تمييزا لها عن جد الدالة على السور الوجودي.

عضوية الفرد في الفئة:

أغلب المصطلحات مستعارة من بيانو، وعضوية الفرد في الصنف رمزها (\exists) وهو الحرف الخامس من حروف الهجاء اليونانية» اختصار للكلمة $(EOTi)$ وتعني الرابطة is^2 فإذا أردنا التعبير عن انتماء سقراط لفئة الناس أي سقراط عضو في هاته الفئة في صيغة منطقية صنفية رمزية قلنا " $h \in A : x \in A$ " ³ ونقرأ الحرف ϵ ، وهو معنى مشتق من الرياضيات، ومستخدم في نظرية المجموعات بشكل أكثر وضوحا، أما النفي الذي يتضمن سلب العضوية فنرمز له بالرمز \notin كأن نكتب $h \notin A$ ، أو $x \notin A$.

الفئة الشاملة:

وتعبر عن الفئة المحتوية على كل الفئات المندرجة تحتها، إذ أنها تحتوي على كل الموضوعات والأشياء الواقعة موضوع الحديث، وقد استعمل جورج بول الرمز (U) أو الواحد الصحيح [1] رمزا لها، ورمز لها أصحاب البرنيكيبيا بالرمز $[V]$.

الفئة الفارغة:

وهي الفئة الخالية، إذ أنه لا يمكن أن نجد لها فردا جزئيا في العالم الوجودي الخارجي مثل: الدائرة المكعب أو الحصان الطائر، ونرمز لها بالرمز \emptyset .

احتواء فئة في فئة:

إذا رمزنا إلى فئة الشمول بالرمز $[V]$ فإن فكرة الشمول ذاتها توحى باحتواء فئة كفئة أخرى، وهي تزيد عن عضوية الفرد في فئة كونها تشير إلى عضوية اعم بجميع الأفراد في فئة على فئة أشمل منها» يرمز له بالرمز \subset حسب الأسلوب الأوروبي في الكتابة، وينعكس وضع هذا الرمز عند كتابته في أسلوب عربي بحيث يصبح \supset ، فنعبر عن احتواء الفئة (أ) في الفئة (ب) بالصيغة $A \supset B$ ⁴

وجود الفئة:

تكون الفئة موجودة إذا احتوت على الأقل على عضو واحد فنرمز إلى وجودها بالرمز $\in A!$ أو $\exists A!$

¹ . المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

² . المرجع نفسه، ص 302.

³ . زيدان محمود، أصول المنطق الرياضي، ص 253.

⁴ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 303.

رمز السلب:

قد تشترك ثوابت حساب القضايا ونظرية حساب القضايا في عمليات منطقية بحيث تؤدي رموزها نفس الدور، كعضوية الفرد في فئة أما علاقة فئة بفئة أخرى فهي تحتاج إلى رموز خاصة بها، كرمز السلب الصرب المنطقي، والجمع المنطقي والمساواة: فأما السلب (-) فيشير إلى تنمة فئة أو إكمالها إلى فئة شاملة وسلب الفئة يجعل $(\text{ه} \in \text{أ})$ قضية كاذبة وسلبها يكتب $(\text{ه} \in \text{أ})$ أو $(\text{ه} \in \text{أ})$.

الضرب المنطقي:

ورمزنا له في حساب القضايا بالرمز (.) أما في حساب الفصول فنرمز له بالرمز (\cap) الذي يشير إلى الضرب المنطقي بين فئتين ونتاج هذا الضرب هو جميع الأعضاء التي تنتمي إلى الصنفين فالقول $\text{أ} \cap \text{ب}$ يعني أنه $(\text{ه} \in \text{أ})$ و $(\text{ه} \in \text{ب})$.

الجمع المنطقي:

ورمزنا له في حساب القضايا بالرمز (\cup) و « ترمز له نظرية حساب الفئات بالرمز \cup . والجمع المنطقي بين فئتين هو فئة من هم أعضاء في فئة (أ) أو فئة أخرى (ب) أو فيهما معا، ونعبر عن ذلك بالصيغة $(\text{أ} \cup \text{ب})$ ¹ وهي تشير إلى أن $(\text{ه} \in \text{أ}) \vee (\text{ه} \in \text{ب})$.

المساواة:

نرمز للمساواة بالرمز (=) وهي شبيهة بعلاقة التكافؤ في حساب القضايا « إلا أن التساوي ينشأ كعلاقة بين الفئات، بينما ينشأ التكافؤ بين أعضاء في فئات، وهناك أيضا علامة \neq كمقابل لعلاقة المساواة² فعلاقة المساواة تربط بين فئتين لهما نفس الأعضاء، وبالتالي فهما يشكلان صنفا واحدا كما قلنا سابقا

الجزء الثاني: العمليات المنطقية لحساب الفئات:

« لا يستخدم حساب الأصناف - عند أصحاب البرنيكيا - أفكار أولية غير فكرة دالة القضية (وكانت هذه الفكرة موضوع تعريف في حساب دالات القضايا)، كما قلنا لكن نجد في هذا الحساب تعريفات لأفكار السلب، والفصل والتضمن، والربط والتكافؤ³. وبالرغم من أن لكل من حساب القضايا وحساب الفئات ثوابته الخاصة به. إلا أن للثوابت المشتركة بينهما، والتي تستخدم كإجراءات منطقية أساسية كثابت السلب والجمع المنطقي (الفصل)، والضرب المنطقي (الوصل)، واللزوم المنطقي نفس الدلالة المنطقية وهذه نماذج منها:

¹ المرجع السابق، ص 304.

² المرجع نفسه، الصفحة نفسها.

³ زيدان محمود، أصول المنطق الرياضي، ص ص 254، 255.

السلب: يمكن أن يستخدم السلب في تعريف التمام (-أ) للفئة (أ) أو الفئة السالبة، بمعنى أن سلب الفئة (أ) يتألف من مجموعة حدود ولتكن (هـ) بحيث يمكن تكذيب الصيغة (هـ ∈ أ)¹. كما توجد حدود لا تغير الصيغة السابقة صادقة، ولا كاذبة من أجلها، بل تصبح ليس لها معنى، ومنه فهي لا تنتمي أيضا إلى سلب الفئة (أ) ومنه فإن سلب الفئة هي الفئة الفارغة الخالية التي لا أعضاء لها، ويمكن أن نعرفه على النحو التالي: »
(هـ ∈ ~ أ) = ~ (هـ ∈ أ)². وهذا يعني أننا إذا قلنا أن هـ ليس عضوا في أ، يعني أن هـ عضوا في ليس (أ). وكذا إذا قلنا أن هـ ليس عضوا في أ، فهذا يعني كذب القول هـ عضوا في أ.

الجمع المنطقي:

إن ثابت السلب كما رأينا من الروابط الأحادية في حين ثابت الجمع المنطقي من الروابط الثنائية إذ يعبر عن ارتباط قضية بأخرى أو فئة بأخرى. و « أ U ب = ك (هـ ∈ أ) (هـ ∈ ب) »، إن الجمع المنطقي بين الصنفين أ و ب هو كل الحدود التي تكون أعضاء في الصنف أ و في الصنف ب أو فيهما معا، ومن ثم نصل إلى الصيغة،
(هـ ∈ أ U ب) ≡ (هـ ∈ أ) ∨ (هـ ∈ ب)³.

إن هذه الصيغة تعبر عن تعريف لعملية الجمع المنطقي للفئات مرتبطا بحساب القضايا، ونلاحظ هنا استخدام شكلين من الرموز يعبر كلاهما عن جمع منطقي. لكن يعبر U عن الجمع المنطقي بين فئتين في حين يعبر ∨ عن الجمع بين أعضاء الفصلين. إن للجمع المنطقي للفئات قوانين خاصة به فهو تبادلي بحيث أن أ U ب = ب U أ وتجميعي بحيث (أ U ب) U و = أ U (ب U و). كما أن الجمع المنطقي بين الفئة الشاملة والفئة الفارغة يساوي الفئة الشاملة، وجمع أي فئة مع الفئة الفارغة يساوي تلك الفئة، وجمعها مع الفئة الشاملة يساوي الفئة الشاملة.

الضرب المنطقي:

» ناتج الضرب المنطقي logical product بين فئتين أ و ب يتمثل في الفئة المشتركة common class بينهما، إنما فئة تتألف من الحدود الأعضاء في الفئتين في نفس الوقت، ونرمز لذلك بالصيغة (أ ∩ ب)⁴ بهذا فقد يعرف حاصل الضرب المنطقي أنه « ١. الفئة المتضمنة في الفئتين أو مندرجة ومحتواة فيهما

¹ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرياضي، 304.

² . زيدان محمود، المرجع نفسه، ص 255.

³ . المرجع السابق، 255.

⁴ . قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرمزي، ص 307.

معا. ٢. وتكون متضمنة أو مشتملة لكل فئة، مندرجة أو محتواة في كل منهما¹ ويمكن أن نحصل من هذا التعريف على علاقة التكافؤ التالية:

$$h \in (a \cap b) \equiv (h \in a) \cdot (h \in b)$$

ما يمكن استنتاجه أن عدد الأفراد الفئة ($a \cap b$) أقل من عدد أفراد كل من الفئة (a) والفئة (b) أو تساوي إحدهما إذا تساوت بها ولكن لا يمكن أبدا أن تكون أكبر منها. كما هناك بعض القوانين التي تنص أن ضرب فئة في نفسها حاصلها الفئة ذاتها، وضرب أي فئة في الفئة الفارغة يعطي فئة فارغة، وحاصل ضرب الفئة الشامل في الفئة الفارغة هو فئة فارغة، وحاصل ضرب الفئة الشاملة في أي فئة هو تلك الفئة، كما أن الضرب المنطقي تبادلي بحيث $a \cap b = b \cap a$. وهو توزيعي وتجميعي.

الجزء الثالث: القياس الأرسطي في ضوء حساب الفصول: «تمثيل حساب من الناحية التاريخية، وإن جذوره ضاربة في القدم. لكن إن حاولنا تناول نظرية القياس بصورتها التقليدية في إطار المصطلح الرمزي لحساب الفئات فستكشف لنا وجود للاختلاف مثل عرضنا لها في نظرية حساب الدالات القضايا²»

يتكون القياس من ثلاثة قضايا مقدمتين ونتيجة يحوي كل منها حدين: الموضوع، والمحمول - حدي النتيجة لمثيلان الحد الأكبر رمز(ك)، الحد الأصغر ورمزه(ص) أما الحد الذي يربطهما ولا يظهر في النتيجة فهو الحد الأوسط، ويشير كل منهما إلى الفئة، وتنشأ العلاقات من الفئات الثلاث وهي ثلاث علاقات. وقضاياه الأربعة: الكلية الموجبة، الكلية السالبة، الجزئية الموجبة، الجزئية السالبة، ورأينا في نظرية حساب دالات والقضايا أن الضروب المنتجة تسعة عشرة ضربا في المنطق بشكلية - الأرسطي والمعاصر - «وكما أشرنا في نظرية حساب دالات القضايا فإن مثل هذه الاستدلالات ليست سليمة من وجهة المنطق الرمزي الحديث ذلك لأن المقدمات الكلية لا تنطوي علي تقرير وجودي ينتج لنا الاستدلالات على نتائج تنطوي هذا الوجود، بمعنى انه لا يمكن إقامة استدلالات تنتقل فيها من قضايا كلية سورها "كل" إلى قضايا جزئية سورها "بعض"، إلا إذا أضفنا ما يوضح أن القضية الكلية لا تحتوي فئة فارغة³ وفيها يلي نظر إلى ضربين: الضرب Barbara من الشكل الأول، والضرب Darapti من الشكل الثالث.

الضرب Barbara: لنأخذ المثال التالي: كل إنسان فان

كل كاتب إنسان

كل كاتب فان

¹ . عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص 34.

² . قاسم محمد محمد، نظريات الرمزي، ص 316.

³ . المرجع السابق، ص 320.

وبالتعبير عن هذا الضرب في لغته الرمزية بحيث ستر الحدود (ك، ص، و) إلى (الحد الأكبر، الأصغر، والأوسط) على التوالي وتشير (ه) إلى عضوية الفرد في الفئة نكتب [ك] (ه ص و) و [ك] (ه ص و) بحيث نلاحظ أن هذه الصورة تعبير عن صورة إستدلالات لخاصية اللزوم وهي باستخدام الاحتواء نكتب (و ك). (ص و) (ص و ك) وهي تعبر عن خاصية التعدي لفكرة الاحتواء.

الضرب Darapti:

ولقد رأينا بأنه ضربا فاسدا في نظرية حساب دالات القضايا وهو إستدلال فاسدا أيضا في نظرية حساب الفئات بحيث لا تصبح النتيجة لازمة عن المقدمتين إلا بإضافة مقدمة ثالثة تقود وجود الأفراد وهي [(ه و)] بحيث تتحول صورة الضرب من [ك] (ه و ك). [ك] (ه و ك) إلى [ك] (ه و ك) و [ك] (ه و ك) إلى الصورة: { [ك] (ه و ك). [ك] (ه و ك) } [ك] (ه و ك) والتي من أجلها يصبح الاستدلال صحيح.

ويمكن تقسيم الضروب المنتجة بحسب طبيعة علاقة المقدمات بالنتيجة إلى ثلاثة مجموعات:

1. المجموعة الأولى تحتوي على الضروب التي مقدماتها كلية (سالبة أو موجبة) ونتائجها كلية أيضا
2. المجموعة الثانية وتحتوي على الضروب التي مقدماتها جزئية - لأنه لا إنتاج من جزئيين - و بالتالي نتائجها جزئية.

3. المجموعة الثالثة وهي التي لا تحتوي على مقدمات جزئية لكن نتائجها جزئية. وبالتالي:

الشكل الأول	الشكل الثاني	الشكل الثالث	الشكل الرابع
-------------	--------------	--------------	--------------

Camenes		Camestres cesare	Barbara Celarent	المجموعة الأولى
Dimaris Fresison	Fersion Dotisi Bocardo Disamis	Baroco Festino	Darii ferio	المجموعة الثانية
Bramantip Fesapo	Darapti Felapton			المجموعة الثالثة

الخاتمة:

- بالرغم من أن المناطقة و الرياضيين لا يؤمنون بصدق نتائج استدلالات المنطق التقليدي عامة والمنطق الأرسطي خاصة، مما أدى إلى رفضه. و لعل هذا يعود إلى اهتمام أرسطو بالقضية الكلية التي لا تقرر وجود واقعي للأشياء- باعتباره منطق التصورات الكلية - في حين اهتم هؤلاء بالقضية الجزئية التي تشير إليه، غير أننا من خلال هذه المذكرة أردنا تجاوز هذه النظرة إذ أفضت هذه الدراسة إلى الكشف عن احتواء المنطق التقليدي على أهم خاصيتين للمنطق المعاصر هي : الرمزية ، وكونه نسقا استنباطيا. ويتبين هذا من النقاط التالية:
- استخدام أرسطو الرمز للتعبير عن المتغيرات الحدية كقوله "أ محمول على كل ب" أو "ب ينتمي إلى كل أ". كما استخدم الرواقيون رموز المتغيرات القضائية مستعينا بالأرقام الترتيبية كقولهم "إذا كان الأول لأن الثاني، لكن ليس الثاني، إذن ليس الأول". و إذا كان أرسطو قد عرف الثوابت ولم يعط لها رموزا فقد فعل الرواقيون ذلك، إذ أعطوا رموزا لثابت الفصل والوصل، وثابت التضمن. وكانوا السباقين للوصول إلى قائمة الصدق.
 - لقد اهتم الرواقيون بوضع استدلالاتهم في هيئة نسق استنباطي واضح المبادئ. وهذا ما لاحظناه من خلال إبرازنا للنسق الاستنباطي عند كريسيبوس حيث حدد الأفكار الأولية للنسق. وقواعد الاستنباط فيه. كما أن رد الأقيسة الناقصة إلى الأضرب الكاملة خاصة الضرب **BARBARA** والضرب **CELARENT** اللذين اعتبرهما لوكاشفتش مسلمتي النسق ووضع قواعد للرد.
 - إذا كان المنطق الرياضي لا يسلم بصدق نتائج المنطق الأرسطي لاهتمامه بالقضية الكلية، فقد اهتم المنطق الإسلامي بذلك إذ ميز ابن تيمية بين الوجود الذهني الذي يقابل التصور الكلي الأرسطي ، والوجود العيني الذي أشار إليه المناطقة الرياضيين المعاصرين، ويكون بذلك ابن تيمية قد سد الثغرة التي أشاروا إليها.
 - من خلال تتبعنا لمراحل تطور المنطق الرياضي ،لاحظنا أنها لم تكن ثورة على المنطق التقليدي بل امتداد له لاسيما في جانبه الصوري إذ بدا لديهم الاهتمام باللغة الرمزية، وتحديد الأفكار الأولية ووضع قواعد الاستدلال الاستنباطي - كما فعل المناطقة التقليديين- ابتداء من لينتزر إلى بيانو و فريجه وصولا إلى أصحاب البرنيكيا راسل وهو ايتهد.
 - إن تحليل لوكاشفتش لنظرية القياس الأرسطية، بالمنظور المعاصر يكشف أنه لا يمكن الفصل بين منطق أرسطو والمنطق المعاصر إلا بعض خطوات وقد بينا ذلك من خلال النسق الاستنباطي لنظرية القياس عند لوكاشفتش.
 - إن النقد الذي وجه إلى المنطق التقليدي عامة والمنطق الأرسطي خاصة من جهة، وتوسع المنطق الرياضي من جهة أخرى لا يفصل تماما بين النسقين المنطقيين، بل جعل نظرية القياس الأرسطية لا ترد إليها جميع الاستدلالات بل أصبحت واحدة من الأنساق المنطقية.

ولكن بالرغم من محاولتنا لإبراز المفاهيم الصورية للمنطق الأرسطي إلا أن هناك بعض النقاط التي قد تؤثر على نقاء هاته الصورة و تتمثل في:

أ- أن المنطق الأرسطي قد نشأ في أحضان الميتافيزيقا ، مما قد يجعل فكرة إقامة علم صوري يتم بناء قضاياه على شكل نسق استنباطي لم تكن حاضرة في ذهن أرسطو.

ب- لقد بقيت الصورية ممتزجة بالمتطلبات الميتافيزيقية، وبمعرفة العالم الخارجي الذي نتصل به عن طريق الإدراك الحسي.

ج- إن حديث أرسطو عن مضمون مقدمات القياس وتقسيمه للمقدمات إلى ممكنة ومطلقة، يدل على أنه لا يهتم فقط بالناحية الصورية للقياس، أي بالعلاقة الضرورية بين المقدمات، وإنما يهتم أيضا بمادة الأقيسة مما يدل على أن نظرية القياس لم تكن نظرية صورية فحسب، بل نظرية مادية أيضا، أي تهتم بمادة الأقيسة بالإضافة إلى اهتمامها بصورتها.

د- إن اللزوم في نظرية القياس لزوما صوريا، إذ يهتم بصورة القياس لا بصدق قضاياه، فهو يقوم على انطباق الفكر مع ذاته - مع أنه ترك النوافذ مفتوحة على العالم الخارجي - أي توافق النتائج مع المقدمات. ولقد رأينا أن الحد الأوسط هو الذي يحقق هذا التوافق ، في حين يهتم المنطق المعاصر باللزوم المادي، إذ يهتم بقيمة صدق القضايا المكونة للنسق.

هـ كما أن المنطق الأرسطي قد هدف أولا إلى الكشف عن المغالطات السفسطائية، ودحض الخصم، ولهذا كان لتنظيم الأفكار والقواعد المنطقية غاية عملية. أما غاية المنطق الأرسطي الثانية فتجلت في اهتمامه بالقياس البرهاني الذي تكون نتائجه يقينية، وليست افتراضية، وهي غاية أساسية إذ يقول « فهو الشيء الذي عنه فحصنا والغرض الذي إليه مقصدنا »³⁹³

قائمة المصطلحات

رمزه	باللغة الأجنبية	المصطلح
	Jugement	الأحكام
\supset	Inclusion	الاحتواء
\ni	Affiliation	الانتماء
	Fonction propositionnelle	دالة القضية
\cdot أو \wedge	Conjonction	الوصل
	Extension	المصدق
	Intention	المفهوم
	Prédictat	المحمول
	Objet	الموضوع
\sim	Négation	السلب
\exists	Existentiel quantifier	السور الجزئي
\forall	Universel quantifier	السور الكلي
\vee	Disjonction	الفصل
\emptyset	Classe vide	الفئة الفارغة
[1]	Classe complète	الفئة الشاملة
A	Proposition universelle Affirmative	القضية الكية الموجبة
E	Proposition universelle Négative	القضية الكلية السالبة
I	Proposition méloculaire affirmative	القضية الجزئية الموجبة
O	Proposition méloculaire Négative	القضية الجزئية السالبة
\hookrightarrow أو \supset	Implication	التضمن
\Leftrightarrow أو \equiv	Equivalence	التكافؤ
	Mode	الضرب
		ضروب الشكل الأول

Barbara	الضرب الأول
Celarent	الضرب الثاني
Darii	الضرب الثالث
Ferio	الضرب الرابع
ضروب الشكل الثاني	
Cesare	الضرب الأول
Camestres	الضرب الثاني
Festino	الضرب الثالث
Baroco	الضرب الرابع
ضروب الشكل الثالث	
Darapti	الضرب الأول
Disamis	الضرب الثاني
Datisis	الضرب الثالث
Felapton	الضرب الرابع
Bocardo	الضرب خامس
Ferison	الضرب السادس
ضروب الشكل الرابع	
Bramantip	الضرب الأول
Camenes	الضرب الثاني
Dimaris	الضرب الثالث
Fesapo	الضرب الرابع
Fresion	الضرب الخامس

قائمة المصادر والمراجع

أولاً: باللغة العربية

أ- المصادر :

أرسطو:

- 01- النص الكامل لمنطق أرسطو، تر. فريد جبر، دار الفكر، ط1، مج1، بيروت، 1999.
- 02- منطق أرسطو، تر، عبدا لرحمن بدوي، دارالقلم، ط1، مج1، بيروت، 1980.
- 03- منطق ابن زرعة، ابن زرعة، تح ، جيار جيهامي، رفيق العجم، دار الفكر ط1
- 04- تلخيص منطق أرسطو، ابن رشد تح، جيار جيهامي، مج5، ط1، دار الفكر اللبناني، بيروت، 1994.

ب- المراجع

- 01- ابن سينا، النجاة، تق. ماجد فخري، دار الأفاق الجديدة، ط1، بيروت، 1985.
- 02- ابن تيمية، الرد على المنطقيين، تق. سليمان الندوي، دار المعرفة، د.ط، د.س، بيروت.
- 03- إمام زكريا بشير، أساسيات علم المنطق، ط1، عمان، الأردن، 2001.
- 04- إسلام عزمي، أسس المنطق الرمزي، مكتبة أنجلوالمصرية، د.ط، مصر، 1980.
- 05- بدوي عبدا لرحمن، المنطق الصوري و الرياضي، مكتبة النهضة المصرية، ط3، القاهرة، 1968.
- 06- بيسون، أه، أوكونر.د.ج، مقدمة في المنطق الرمزي، تر. عبدالفتاح الديدي، دار المعارف، د.ط، د.س، مصر

07- بلانشي روبير:

- الاستدلال، تر، محمود يعقوبي، د.ط. الجزائر ، 2003
- مدخل إلى المنطق المعاصر، تر، محمود يعقوبي، د.ط، د.س، الجزائر .
- المنطق و تاريخه، تر، خليل أحمد خليل، دار الأفاق الجديدة، ط1، بيروت، 1985.
- المصادريات، تر، محمود يعقوبي، د.ط. الجزائر ، 2004
- أرسطو، منطق أرسطو، تر، عبدالرحمن بدوي، دار القلم، ط1، مج1، بيروت، 1980.
- 08- بشته عبدالقادر، الإستمولوجيا، ط1، بيروت، 1995.
- 09- الجابر محمد عابد، تطور الفكر الرياضي و العقلانية المعاصرة، ج1، ط2، بيروت، 1982.
- 10- ديوي جون، المنطق، تر، زكي نجيب محمود، ط2، القاهرة، 1969.
- 11- هادي فضل الله، مدخل إلى المنطق الرياضي، دار الهادي، ط2، بيروت، 2003.
- 12- زيدان محمود ، المنطق الرمزي، مؤسسة شباب الجامعة، ط3، الإسكندرية، 1979.
- 13- زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، ج1، ط3، القاهرة، 1961.

- 14- اليعقوبي محمود ، دروس المنطق الصوري، ط2، الجزائر، 1996.
- 15- طه عبدالرحمن، المنطق و النحو الصوري.ط1، بيروت، 1961.
- 16- كواين ويلارد، بسيط المنطق الحديث، تر، أبويعرب المرزوقي، دار الطليعة، ط1، بيروت، 1996، 17-
- لوكاشفتش يان، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، دار المعارف، د.ط، الإسكندرية، 1961
- 18- ماهر عبدالقادر:
- منطق و مناهج البحث، دار المعرفة الجامعية، د.ط مصر، 1996.
- المنطق الرياضي، د.ط.د.س، الإسكندرية.
- فلسفة العلوم، دار النهضة العربية، ج3، د.ط، بيروت، 1985.
- 19- ماكوفلسكي ألكسندر، تاريخ علم المنطق، تر. نديم علاءالدين، إبراهيم فتحي، دار الفارابي، ط1، بيروت، 1987.
- 20- مهران محمد، مقدمة في المنطق الرمزي ، دار الثقافة، د.ط. القاهرة، 1988.
- 21- مرسلبي محمد:
- دور المنطق العربي في تطوير المنطق المعاصر، دار توبقال، ط1، المغرب، 2004
- منطق المحمولات، ط1، المغرب، 2004
- 22- النشار علي سامي، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، دار المعارف، ط5، 2000
- 23- نظمي محمد عزيز سالم:
- المنطق الحديث و فلسفة العلوم و المناهج، ط1، الإسكندرية، 1996.
- المنطق و أشكاله، د.ط، د.س، الإسكندرية
- 24- الفندي محمد ثابت:
- أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، د.ط، بيروت، 1976
- فلسفة الرياضة، ط1، بيروت، 1969.
- 25- فراج عبده ، المنطق الواقعي و الهوموقراطية، د.ط، د.س، القاهرة.
- 26- فرنان دوبي، مدخل إلى فلسفة المنطق، تر، محمود اليعقوبي، د.ط، د.س، الجزائر.
- 27- فتحششتين، رسالة منطقية فلسفية، تود برتراند راسل، ترعزمي إسلام، تق، زكي نجيب محمود، د.ط القاهرة، 1968
- 28- قاسم محمد محمد، نظريات المنطق الرياضي.
- 29- رايشنباخ هانز، نشأة الفلسفة العلمية، تر، فؤاد زكريا، د.ط ، القاهرة، 1968.
- 30- شطوطي محمد، اللغة المنطقية عند برتراند راسل، د.ط.د.س الجزائر.

31- تريكو حول: المنطق الصوري، تر، محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، د.ط.د، الجزائر

32- خليل ياسين:

- محاضرات في المنطق الرياضي، دار الوفاء، الإسكندرية، ط1، 2007

- نظرية أرسطو المنطقية، دار الوفاء، ط1، الإسكندرية، 2006.

ثانيا: باللغة الأجنبية:

1- Blanchee. Robert, introduction à la logique contemporaine, 2^{ème} éd, Paris, 1968.

2- Bouchvicg Léon, Les étapes de la philosophie mathématique, 03^{ème} éd, Paris, 1929.

3- Chauniveau. Jean, La logique moderne, 03^{ème} éd, Paris, 1962.

4- Daniel. Lascar, Cari. Renie, Logique mathématique, pré. Jean Louis, Kirivine, S. éd Paris, 2003.

5- Espinoza. Miguel, La science des mathématiques, l'expérience, la logique, S.éd, Paris, 1996.

6- Laland. André, Vocabulaire de la philosophie, Presse universitaire, 09^{ème} édition, Paris, 1962.

7- Roure. Marie Louise, élément de la logique contemporaine, 01^{ère} éd France, 1967.

8- Tarski Alfred. Introduction à la logique ; T.j. Tremblay, 03^{ème} éd. Paris, 1971.

المعاجم و الموسوعات:

01- روزنتال، ب، يودين، الموسوعة الفلسفية، تر. سميركرم، دار الطليعة، ط6، بيروت، 1987

طالبي عمار، اصطلاحات الفلاسفة، المؤسسة الوطنية للكتاب، د.ط، الجزائر، 1983

فهرس الموضوعات

مقدمة أ

الفصل الأول : المفاهيم الصورية والمنطق التقليدي

06	المبحث الأول : المنطق الصوري
06	الجزء الأول: الثوابت و المتغيرات و الروابط المنطقية
13	الجزء الثاني: التمييز بين اسم العلم والمحمول و القضية الشخصية والقضية الحملية
17	الجزء الثالث : الأسوار و الروابط المنطقية
18	الجزء الرابع : نظرية تقابل القضايا
21	المبحث الثاني : المنطق الميغاري و الرواقي
21	الجزء الأول: المنطق الميغاري
23	الجزء الثاني: المنطق الرواقي
26	المبحث الثالث : النسق الاستنباطي التقليدي
26	الجزء الأول : النسق المنطقي الأرسطي
30	الجزء الثاني: كريسيبوس والنسق الاستنباطي
34	الجزء الثالث : رد الأقيسة

الفصل الثاني : الأسس الصورية لنشأة المنطق الرياضي

40	المبحث الأول: الأساس المنطقي للرياضيات
41	الجزء الأول : النسق في الرياضيات
42	الجزء الثاني : أرسطو والنسق الاستنباطي الرياضي
43	الجزء الثالث: الرمزية و الصورية
50	المبحث الثاني: تجليات المفاهيم الصورية في المنطق الرياضي
51	الجزء الأول: ليبنتز (1646-1716)
53	الجزء الثاني: جورج بول (1815-1864)
58	الجزء الثالث: جيوسيب بيانو (1858-1932)
61	الجزء الرابع: غوتلوب فريجه (1848-1925)
54	الجزء الخامس : برتراند راسل (1872-1970)

67	المبحث الثالث: النسق الرمزي لنظرية القياس عند لوكاشفتش
68	الجزء الأول:المقررات وقواعد الاستنتاج
68	الجزء الثاني:منطق الحدود ومنطق القضايا
70	الجزء الثالث: البراهين المنطقية والضرورة القياسية
73	الجزء الرابع:المصطلحات المنطقية والرموز
74	الجزء الخامس: نظرية الاستنباط

الفصل الثالث : نظريات المنطق الرياضي

78	المبحث الأول: نظرية حساب القضايا
78	الجزء الأول: حساب القضايا بداية الحساب المنطقي المعاصر
80	الجزء الثاني: الأفكار الأولية و تعريفات النظرية
83	الجزء الثالث:القضايا الابتدائية وهيكله القضايا
84	الجزء الرابع: قضايا النسق اللامعرفة
86	الجزء الخامس: قواعد الاستدلال
86	المبحث الثاني: نظرية حساب المحمول
87	الجزء الأول:التحليل الحديث للقضية العملية
89	الجزء الثاني: المصطلح الرمزي للنظرية
91	الجزء الثالث: تعريفات النظرية
93	الجزء الرابع: القياس الحملية في ضوء نظرية المحمول
109	المبحث الثالث: نظرية حساب الفصول
112	الجزء الأول: المصطلح الرمزي
114	الجزء الثاني: العمليات المنطقية لحساب الفئات
116	الجزء الثالث: القياس الأرسطي في ضوء حساب الفصول
119	الخاتمة
121	فهرس المصطلحات
123	قائمة المصادر و المراجع
126	فهرس الموضوعات