

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



جامعة وهران 2 محمد بن أحمد
University of Oran 2 Mohamed Ben Ahmed

كلية العلوم الإقتصادية، التجارية و علوم التسيير

مبادئ في الإقتصاد الجزئي

- تمارين محلولة -

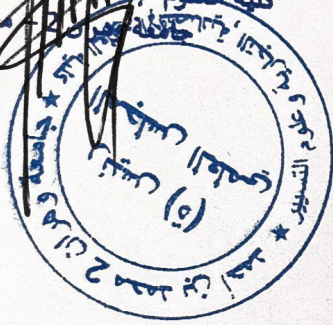
د. بوكلية حسن رياض جوال

أستاذ محاضر "أ"

قسم العلوم الاقتصادية

السنة : 2026

أ.د. رفيق - اسعد دريس
رئيس المجلس العلمي للكلية
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية و علوم التسيير
جامعة وهران 2 محمد بن أحمد



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



جامعة وهران 2 محمد بن أحمد
University of Oran 2 Mohamed Ben Ahmed

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير

مبادئ في الاقتصاد الجزئي

- تمارين محلولة -

د. بوكلية حسن رياض جوال

أستاذ محاضر "أ"

قسم العلوم الاقتصادية

السنة : 2026

المقدمة

يُعدّ الاقتصاد الجزئي فرعاً من فروع علم الاقتصاد يهتم بدراسة الظواهر والسلوكيات الاقتصادية على مستوى الوحدات الفردية، كالمستهلكين والأسر والمؤسسات. ويُعنى بتحليل كيفية اتخاذ هؤلاء الوكلاء الاقتصاديين لقراراتهم، ودراسة التفاعلات القائمة بين البائعين والمشتريين، وبين قوى العرض والطلب، وكيفية تحديد الأسعار في الأسواق المختلفة.

يركّز الاقتصاد الجزئي بصفة خاصة على كيفية اختيار الأفراد والمؤسسات لبدائلهم في ظل القيود التي يفرضها الدخل أو الموارد المتاحة، وفي ضوء المعلومات التي توفرها البيئة الاقتصادية، بما يؤدي إلى تشكّل سوق معيّن وتحديد خصائصه.

ويقوم الاقتصاد الجزئي على مبدأ عقلانية الوكلاء الاقتصاديين، الذي يفترض أن لكل وكيل أهدافاً محددة يسعى إلى تحقيقها، وأنه يختار الوسائل الأكثر ملاءمة لتحقيق تلك الأهداف. ولهذا الغرض، يعتمد الاقتصاد الجزئي على نماذج تحليلية ورياضية؛ حيث يُفترض أن المستهلك يسعى إلى تعظيم منفعته في ظل قيد الدخل، بينما تسعى المؤسسة إلى تعظيم أرباحها في إطار دالة إنتاج وتحت تأثير قيود التكاليف.

ويختلف الاقتصاد الجزئي عن الاقتصاد الكلي، الذي يهتم بدراسة الظواهر الاقتصادية على المستوى الإجمالي، سواء على مستوى الدولة أو على المستوى الدولي، من خلال الاعتماد على المؤشرات الاقتصادية الكلية المجمّعة.

ومن أجل توضيح هذه المفاهيم وترسيخها، أُعدّ هذا البوليكوب الذي يتضمن تطبيقات محلولة تغطي برنامج مقياس الاقتصاد الجزئي الموجّه لطلبة السنة الأولى ليسانس في ميدان العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير. وقد قُسم إلى خمسة فصول كما يلي:

- **الفصل الأول:** يتضمن تطبيقات حول سلوك المستهلك، ويهدف إلى تمكين الطالب من فهم كيفية اتخاذ المستهلك لقراراته لتحقيق أقصى منفعة ممكنة.
- **الفصلان الثاني والثالث:** يشتملان على تطبيقات محلولة حول العرض والطلب، والسوق، والمرونة بمختلف أنواعها، بما يساعد الطالب على فهم العلاقة بين السعر والكمية وكيفية تحقق التوازن في السوق.

- الفصل الرابع: يتناول تطبيقات حول سلوك المنتج ودوال التكاليف، لتمكين الطالب من استيعاب كيفية سعي المؤسسة إلى تحقيق أقصى ربح ممكن.

- الفصل الخامس: يخصص لدراسة شكلين من هياكل السوق، هما المنافسة الكاملة والاحتكار، مع تحليل آليات اشتغال كل منهما.

وفي الختام، يهدف هذا العمل إلى تمكين الطالب من اكتساب الأسس النظرية والمهارات التطبيقية في مجال الاقتصاد الجزئي، من خلال الجمع بين العرض المفاهيمي والتحليل الكمي والتطبيقات المحلولة. كما يسعى إلى تنمية القدرة على التفكير الاقتصادي المنطقي، وفهم آليات اشتغال الأسواق، وتحليل سلوك مختلف الوكلاء الاقتصاديين بطريقة علمية ومنهجية. ونأمل أن يشكل هذا البوليكوب أداةً بيداغوجية مساعدة تُسهم في ترسيخ المعارف الأساسية وتمهّد لمواصلة دراسة مقاييس الاقتصاد في المستويات المتقدمة.

و الله ولي التوفيق

المحتويات

2.....	مقدمة
5	الفصل الأول : سلوك المستهلك
11.....	حلول تمارين الفصل الأول.....
33.....	الفصل الثاني : الطلب , العرض و السوق
37.....	حلول تمارين الفصل الثاني
44.....	الفصل الثالث : المرونة
47.....	حلول تمارين الفصل الثالث
51.....	الفصل الرابع : سلوك المنتج
55.....	حلول تمارين سلوك المنتج
72.....	دالة التكاليف
74.....	حلول تمارين دالة التكاليف
85.....	الفصل الخامس : السوق و تعظيم الربح
90.....	حلول تمارين الفصل الخامس.....
106.....	المراجع

الفصل الأول

سلوك المستهلك

التمرين الأول:

لتكن دالة المنفعة التالية : $U = xy^2$

أسعار x و y على التوالي 2 و 4 وحدات نقدية. دخل المستهلك هو 60 وحدة نقدية.

1- حدد نقطة توازن المستهلك , حدد قيمة المنفعة U .

2- أكتب معادلة خط الميزانية.

3- إذا ارتفع سعر السلعة x ب 6 وحدات نقدية :

احسب نقطة التوازن الجديدة و المنفعة الجديدة.

التمرين الثاني:

نفترض ان مستهلكا يستهلك سلعتين فقط هما x و y حسب جدول الاستهلاك التالي :

I	H	G	F	E	D	C	B	A	P
36	18	12	9	6	4	3	2	1	X
1	2	3	4	6	9	12	18	36	y

1- مثل بيانيا معطيات الجدول. اشرح

2- أحسب المعدل الحدي للإحلال بين النقطتين A و B و النقطتين E و F. اشرح ماذا يحصل .

3- اذا كان سعر السلعة x هو 5 وحدات نقدية و سعر السلعة y هو 10 وحدات نقدية , ما هو انفاق المستهلك في كل

النقاط. حسب رأيك ما هي التركيبة التي سيختارها المستهلك , هل الاختيار فعلا ممكن ؟

التمرين الثالث :

لدينا المعطيات التالية :

12	10	8	6	4	3	2	1	X
1	1,2	1,5	2	3	4	6	12	Y

سعر السلعة X يساوي 6 وحدات نقدية, سعر السلعة Y يساوي 8 وحدات نقدية, و يقدر دخل المستهلك ب 48 وحدة نقدية.

1- حدد منفعة المستهلك.

2- إذا أصبح سعر السلعة X يساوي 3 وحدات نقدية. حدد مستوى المنفعة بالنسبة للمستهلك. فسر انتقال المستهلك من المستوى الأول الى المستوى الثاني.

التمرين الرابع :

بينت دراسة الاختيارات المثلي لمستهلك ما بأنه عندما يبقى سعر السلعتين X, Y مساويا ل 5 دينار , فان الطلب على السلعة X يتغير مع تغير الدخل النقدي لهذا المستهلك حسب ما يبينه الجدول التالي :

الكمية Q	4	3	2	1
الدخل R	30	40	50	60

1- اشرح ما تعرفه عن منحنى الاستهلاك/الدخل و ارسم هذا المنحنى انطلاقا من معطيات الجدول ؟

2- عرف منحنى انجل, و ارسم هذا المنحنى بالنسبة للسلعة X , و حدد طبيعة هذه السلعة.

التمرين الخامس :

لدينا دالة المنفعة:

$$U = 3x^{2/3}y^{1/3}$$

1- إذا كان لدينا:

$$\begin{cases} P_x = 5 \\ P_y = 5 \\ R = 350 \end{cases}$$

اوجد نقطة التوازن.

2- إذا ارتفع سعر السلعة X الى 10 ثم الى 15 وحدة نقدية مع بقاء سعر السلعة Y ودخل المستهلك ثابتين, احسب نقاط

التوازن المناسبة.

3- اوجد معادلة منحنى استهلاك السعر.

التمرين السادس :

بافتراض ان الدالة اشباع مستهلك ماهي على الشكل التالي: $U=2XY$

حيث ان: Y, X السلعتان المستهلكتان، U المنفعة الكلية.

- 1- اشرح باختصار ماذا تعني بالسلوك العقلاني للمستهلك؟
- 2- نفرض ان سعر السلعة X هو $P_x=2$ وسعر السلعة Y هو $P_y=1$ وان دخل المستهلك المتاح للإنفاق على السلعتين هو $R=10$ متى يكون هذا المستهلك في حالة اشباع كامل؟
- 3- نفرض الآن بان سعر السلعتين هما: $P_x=2$ ، $P_y=2$ كم سوف يكون عليه الدخل المنفق السلعتين من اجل الحصول على نفس الاشباع المحقق في الطلب الثاني؟

التمرين السابع:

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$U_t = 15X + 20Y - X^2 - Y^2$$

فاذا كان دخل المستهلك يعادل 200 وحدة نقدية وينفقه كله على السلعتين X, Y .

المطلوب:

- 1- إذا كانت أسعار السلعتين $P_y = 2, P_x = 6$ ماهي الكميات المثلى المستهلكة من السلعتين؟
- 2- كم سوف يكون استهلاك المستهلك للسلعة X إذا ما انخفض سعرها الى 1,5 بينما تبقى كل العوامل الأخرى ثابتة؟ (وكذلك السلعة Y).
- 3- هل ان الطلب على السلعة X مرن او غير مرن او ذو مرونة الوحدة ولماذا؟
- 4- تمثل نتائج الجواب الأول والثاني نقاط لمنحنى بالنسبة للسلعة X ماذا يطلق على هذا المنحنى؟
- 5- ما نوع السلعة X هل هي عادية ام دنيا ولماذا؟

التمرين الثامن :

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$TU = X^{1/2} Y^{1/4}$$

حيث ان: TU تمثل المنفعة الكلية التي يشتقها المستهلك من استهلاكه للسلعتين X,Y.

المطلوب:

- 1- احسب مقدار المنفعة التي يحصل عليها هذا المستهلك عند النقطة A إحداثياتها $X = 4, Y = 1$ ؟
- 2- احسب مقدار الزيادة في المنفعة عندما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بمقدار وحدة واحدة؟
- 3- اوجد المعدل الحدي للإحلال MRS_{xy} واحسب قيمته عند النقطة A ؟
- 4- بافتراض ان سعري السلعتين هما $P_x = 1, P_y = 2$ وان دخل المستهلك هو $R = 10$. متى يكون هذا المستهلك في حالة توازن؟
- 5- نفترض بان الدخل النقدي هذا المستهلك هو R، وان أسعار السلعتين هما P_x, P_y . اوجد دالتي الطلب على كل من السلعتين بدلالة الدخل النقدي واسعارهما، اشرح النتيجة؟ ما نوع السلعة؟

التمرين التاسع :

لتكن لدينا دالة اشباع مستهلك ما من السلعتين X,Y على الشكل التالي:

$$TU = Y\sqrt{X}$$

علما ان كميات السلعتين هما: $Y = X = 4$

- 1- اوجد أسعار السلعتين حتى يكون هذا المستهلك الذي يملك دخلا مقداره $R = 10$ في حالة توازن؟
- 2- اوجد دوال الطلب على كل من السلعتين بدلالة الأسعار والدخل؟

- 3- اوجد مرونة الطلب السعرية لكل من السلعتين؟
- 4- اوجد مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين و اشرح النتائج؟
- 5- اشرح باختصار المعنى الاقتصادي لمضاعف لاگرانج عند استخدامه في البحث في توازن المستهلك؟

التمرين العاشر :

لتكن لدينا دالة منفعة مستهلك ما على الشكل التالي:

$$U = XY$$

حيث ان: تمثل المنفعة التي يشتقها المستهلك من السلعتين X, Y .

بافتراض ان سعري السلعتين هما: $P_x = 80$ $P_y = 40$ وان الدخل النقدي لهذا المستهلك هو $R = 2400$ وينفقه جميعه على السلعتين.

- 1- احسب الكميات من السلعتين التي تحقق أعظم اشباع ممكن لهذا المستهلك؟
- 2- نفرض ان سعر السلعة Y تغير وأصبح $P_y = 10$ مع ثبات العوامل الأخرى. بين الأثر الإحلل والاثر الدخلي، و اشرح النتائج؟
- 3- اشرح كيف يعمل الأثر الاحلال والاثر الدخلي عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا مع ثبات باقي العوامل؟

التمرين الحادي عشر :

الجدول التالي يمثل الكميات التي يستهلكها شخص من سلعتين X و Y و المنافع الكلية التي يحصل عليها من استهلاك هاتين السلعتين:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U_{tx}	2	6	12	20	30	39	46	51	54	56
U_{ty}	8	10	24	35	44	51	57	61	64	65

1- إذا كان سعر السلعة X يساوي 5 وحدات نقدية وكان سعر السلعة Y يساوي 10 وحدات نقدية وكان دخل المستهلك

يقدر ب 65 وحدة نقدية، اوجد نقطة توازن هذا المستهلك؟

2- إذا افترضنا ان المستهلك أصبح دخله محدودا بحيث لا يتعدى 20 وحدة نقدية، كيف يتصرف؟

التمرين الثاني عشر:

لدينا دالة المنفعة التالية:

$$U = 3x^{1/3}y^{2/3}$$

1- حدد المنفعة الحدية لكل من السلعة X والسلعة Y.

2- اذكر شروط توازن المستهلك.

3- إذا كان سعر السلعة X هو 5 وحدات نقدية وسعر السلعة Y هو 10 وحدات نقدية، حدد علاقة التوازن.

4- احسب التوازن الفعلي للمستهلك إذا كان هذا الأخير يتمتع بدخل مقداره 400 وحدة نقدية. حدد مستوى المنفعة.

إذا تضاعف دخل المستهلك، ماهي الكميات الجديدة للتوازن. ما هو المستوى الجديد للمنفعة. ماذا تستنتج.

التمرين الثالث عشر:

مستهلك يتمتع بجالة المنفعة التالية:

$$U = X.Y$$

إذا كان التوازن يحدث عند $tms = -2$ وكان سعر السلعة X يساوي 4 وحدات نقدية وكان دخل المستهلك هو 96 وحدة نقدية.

1- حدد توازن المستهلك Y.

2- كيف يتصرف المستهلك إذا تضاعف سعر السلعة؟

حلول تمارين الفصل الأول

حل التمرين الأول

$$P_x = 2, P_y = 4, R = 60$$

نقطة التوازن :

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{array} \right\} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{y^2}{2xy} = \frac{2}{4} \\ 60 = 2x + 4y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4x = 4y \\ 60 = 2 + 4y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = y \\ 60 = 2y + 4y \end{array} \right\} \\ &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = y \\ y = 10 \end{array} \right\} \\ &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = y \\ y = 10 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

المنفعة U:

$$U = xy^2 = 10 \cdot (10)^2 = 1000$$

$$U = 1000$$

2- معادلة خط الميزانية:

$$R = xP_x + yP_y \rightarrow y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y} \Rightarrow y = -\frac{2}{4}x + \frac{60}{4}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 15$$

3- نقطة التوازن الجديدة عندما $P_x = 8$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = xP_x + yP_y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{y^2}{2xy} = \frac{8}{4} \\ 60 = 8x + 4y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4y = 16x \\ 60 = 8x + 4y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 4x \\ 60 = 8x + 4(4x) \end{array} \right\}$$

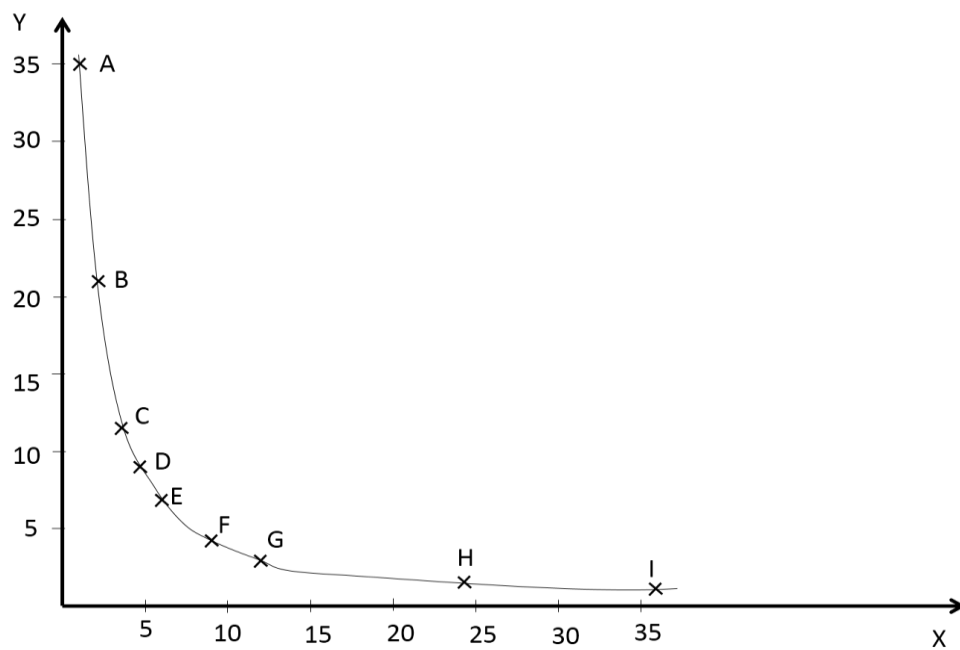
$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4x \\ 60 = 24x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2,5 \\ y = 10 \end{cases}$$

المنفعة الجديدة U :

$$U = xy^2 = 2,5 \cdot (10)^2 = 250$$

حل التمرين الثاني:



يمثل البيان منحنى السواء.

ان المستهلك يستهلك سلعتين X و Y للحصول على مستوى معين من المنفعة , هذا هو الهدف من الإستهلاك . و يكون هذا المستوى من المنفعة محدد بالكميات المستهلكة من السلعتين حسب التركيبات المختلفة كما هو مبين في الجدول و يكون مستوى المنفعة متساوي في كل نقاط المنحنى

2- حساب المعدل الحدي للإحلال : Tms

Taux Marginal de Substitution

$$Tms_{Y/X} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$1) \text{ A و B } Tms_1 = \frac{18-36}{2-1} = -18$$

$$2) \text{ E و F } Tms_2 = \frac{4-6}{9-6} = -\frac{2}{3} = -0,66$$

$$|Tms_1| > |Tms_2|$$

في الحالة 1 المستهلك لديه كمية قليلة من X و لذلك لكي يحصل على وحدة اضافية من X , يترك كمية كبيرة من Y الذي يتوفر بكمية كبيرة .

عندما يكون:

$|Tms|$ كبير تكون النقطة (x,y) من جهة Y كبرى

$|Tms|$ صغير تكون النقطة (x,y) من جهة X كبرى

$|Tms| = 1$ تكون النقطة (x,y) من جهة المبدأ

2- انفاق المستهلك :

$$D = P_x X + P_y Y$$

التركيبة التي سيختارها المستهلك هي النقطة F التي تمثل اصغر انفاق.

A : 365 / B : 190

C : 135 / D : 110

E : 90 / **F : 85**

G : 90 / H : 110

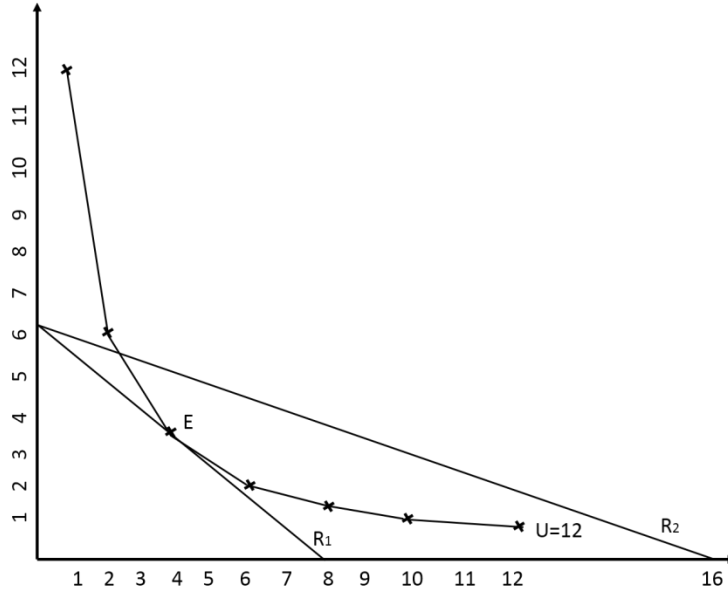
I : 190

هل الاختيار ممكن ؟

- حسب الدخل !! , إذا كان الدخل اصغر من F لا يمكنه.

لا يمكن للمستهلك أن يختار مستوى معين من المنفعة لأن محددات الاختيار غير كافية (لأننا لا نعرف هل الدخل سيكفي او لا)

حل التمرين الثالث :



خط الميزانية هو مستقيم $R = P_X X + P_Y Y$

$$6X + 8Y = 48$$

$$\begin{cases} Y = 0 \\ X = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 8 \\ Y = 6 \end{cases}$$

استهلاك التوازن : هو النقطة التي يكون فيها خط الميزانية مماس مع منحنى السواء.

و منه المستوى الذي سيبلغه المستهلك من المنفعة هو 12 و ذلك باستهلاك 4 وحدات من سلعة X و 3 وحدات من سلعة Y مع انفاق كل دخله الذي يقدر بـ 48 وحدة و تعبر هذه النقطة عن نقطة توازن المستهلك.

2 عندما اصبح $X = 3$ فإن خط الميزانية الجديد هو :

$$3X + 8Y = 48 \quad \left\{ \begin{array}{l} X = 0 \\ Y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Y = 6 \\ X = 16 \end{array} \right\}$$

عندنا يتغير سعر السلعة X من 6 وحدات الى 3 وحدات فإن المستهلك سيزيد من استهلاك هذه السلعة التي انخفض سعرها , خط الميزانية الأول R1 سيصبح R2 كما هو مبين في المنحنى.

يمكن للمستهلك ان ينتقل على منحنى السواء من نقطة الى أخرى دون التغيير في مستوى المنفعة حيث يحدث التغيير على الكميات المستهلكة في السلعتين X و Y

عندما كان المستهلك عند النقطة A الواقعة على المنحنى $U=36$ كان يستهلك 1 وحدة من X و 36 من Y و عندما انتقل الى B فإنه استهلك 2 وحدة من X و 18 وحدة من Y و المنفعة في الحالتين هي 36 وحدة .

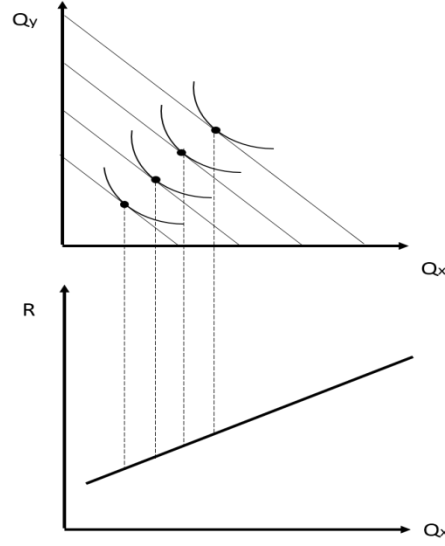
نلاحظ ان استهلاكه من السلعة X قد زاد و استهلاكه من السلعة Y قد انخفض , إذن لقد تخلى عن كمية من السلعة Y مقابل المزيد من السلعة X , فنقول ان المستهلك قام بعملية إحلال او استبدال كمية من سلعة بكمية من سلعة أخرى.

حل التمرين الرابع:

1- منحنى استهلاك الدخل هو المحل الهندسي لنقاط توازن المستهلك عندما يتغير الدخل النقدي للمستهلك دون غيره. لأجل رسم منحنى الاستهلاك الدخل ننطلق من تحديد خط الميزانية $R = 5X + 5Y$ و بالتالي فان الكميات المستهلكة من السلعتين امام المستويات المختلفة يوضحها الجدول ادناه :

الدخل R	30	40	50	60
الكمية X	4	5	6	7
الكمية Y	2	3	4	5

التمثيل البياني هو كالتالي :



2 - يوضح منحنى انجـل الكميات التي يشتريها المستهلك من سلعة ما في وحدة الزمن عند المستويات المختلفة من دخله ,
و بالتالي هو ذلك المنحنى الذي يعكس الكميات التي يتناوب المستهلك في شرائها عند المستويات المختلفة من دخله
النقدي .

هذه السلعة هي سلعة عادية ضرورية لان منحنى انجـل موجب الميل و يقطع محور الكميات.

حل التمرين الخامس :

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y} \rightarrow \frac{3x^{2/3-1}y^{1/3}}{3x^{2/3}\frac{1}{3}y^{1/3-1}} = \frac{5}{5} \rightarrow \frac{2x^{-1/3}y^{1/3}}{x^{2/3}y^{-2/3}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2Y^{2/3}y^{1/3}}{x^{2/3}X^{1/3}} = 1 \rightarrow \frac{2Y}{X} = 1 \Rightarrow X = 2Y$$

$$* P_x = 5$$

$$\begin{cases} X = 2Y \\ R = XP_X + YP_Y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = 2Y \\ 350 = 5X + 5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 2Y \\ 350 = 10Y + 5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 2Y \\ Y = 23,33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = 46,66 \\ Y = 23,33 \end{cases}$$

$$* P_x = 10$$

$$\begin{cases} \frac{2Y}{X} = 2 \\ R = XP_X + YP_Y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2X = 2Y \\ 350 = 10X + 5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = Y \\ 350 = 10Y + 5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = Y \\ Y = 23,33 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = 23,33 \\ Y = 23,33 \end{cases}$$

$$* P_x = 15$$

$$\begin{cases} \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ 350 = 15X + 5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2Y}{X} = \frac{15}{5} \\ 350 = 15X + 5Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2Y = 3X \\ 350 = 15X + 5Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y = \frac{3}{2}X \\ 350 = 15X + 5\left(\frac{3}{2}\right)X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{3}{2}X \\ 350 = 15X + \frac{15}{2}X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{3}{2}X \\ 350 = \frac{45}{2}X \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y = \frac{3}{2}X \\ 350 = \frac{45}{2}X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{3}{2}X \\ X = 15,55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 15,55 \\ Y = 23,33 \end{cases}$$

معادلة منحنى استهلاك السعر: هي معادلة التي تبين العلاقة بين الكمية المستهلكة ومختلف مستويات السعر.

$$X = f(P_X)$$

	A	B	C
X	46.66	23.33	15.55
P_X	5	10	15

دالة الطلب هي دالة خطية من الشكل

$$X = a P_X + b$$

تنشأ جملة معادلتين:

$$\begin{cases} 46,66 = a \cdot 5 + b \\ 15,55 = a \cdot 15 + b \end{cases}$$

حل الجملة يعطينا

$$a = -\frac{28}{9} = -3.11$$

$$b = \frac{560}{9} = 62,22$$

اذن دالة الطلب هي:

$$X = -\frac{28}{9} P_X + \frac{560}{9}$$

حل التمرين السادس:

- 1- السلوك العقلاني للمستهلك هو ذلك التصرف الذي ينعكس في الانفاق الرشيد للدخل على مختلف السلع والخدمات لتحقيق أعظم اشباع ممكن وبالتالي يمكن ان نقول بان:
- المستهلك يكون العقلاني، إذا عمل على تعظيم منفعته الكلية امام دخل معين.
- المستهلك يكون عقلانيا، إذا عمل على تخفيض انفاقه الى أدنى حد ممكن من اجل تحقيق منفعة معينة.
- 2- يكون المستهلك في حالة توازن او اشباع عند:

$$L=2XY+\lambda(10-2X-Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 2Y - 2\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 2X - \lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10 - 2\lambda = 0 \rightarrow 3$$

من 1 و 2 و 3 نجد ان الكميات التي تحقق توازن المستهلك من السلعتين هما:

$$X = 2,5, Y = 5$$

- 3- الدخل الضروري من اجل الحصول على المنفعة الكلية المحققة في المطلب الثاني.
- المنفعة المحققة في المطلب الثاني هي:

$$TU=2(2,5)(5) = 25$$

بالاستعمال دائما دالة لاغرانج نجد:

$$L=2X+2Y+\lambda(25-2XY)$$

$$\frac{dL}{dX} = 2 - \lambda(2Y) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{Y}$$

$$\frac{dL}{dY} = 2 - \lambda(2X) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{X}$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 25 - 2XY = 0$$

$$25 - 2Y^2 = 0 \Rightarrow Y^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow Y = \frac{5}{\sqrt{2}} \quad X = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

أدنى دخل لتحقيق منفعة مقدارها 25 و أمام أسعار $P_y = 2$; $P_x = 2$

$$R = 2 \frac{5}{\sqrt{2}} + 2 \frac{5}{\sqrt{2}} = 14,14 \quad \text{هو:}$$

حل التمرين السابع:

1- الكميات المستهلكة من السلعتين:

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج.

$$L = 15X + 20Y - X^2 - Y^2 - \lambda(6X + 2Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 15 - 2X - 6\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{15-2X}{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 20 - 2Y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{20-2Y}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 6X - 2Y = 0$$

يحل المعادلات الثلاث نجد الكميات المستهلكة من السلعتين وهي:

$$X = 27,75$$

$$Y = 16,75$$

2- الاستهلاك الجديد بعد انخفاض سعر السلعة X:

$$L = 15X + 20Y - X^2 - Y^2 - \lambda(1.5X + 2Y - 200)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 15 - 2X - 1.5\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{15-2X}{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 20 - 2Y - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{20-2Y}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 1.5X - 2Y = 0$$

يحل المعادلات الثلاث نجد الكميات الجديدة من السلعتين:

$$X = \frac{300}{6,25} = 48$$

$$Y = \frac{2(48)}{1,5} = 64$$

3- الطلب على السلعة X هو طلب غير مرن لان الكمية المطلوبة من السلعة الأخرى Y ارتفع بانخفاض سعر السلعة X.

4- نتائج الجواب الاول و الثاني تمثل نقاط لمنحنى يطلق عليه منحني الاستهلاك السعر

5- السلعة X هي سلعة عادية لان انخفاض سعرها أدى الى زيادة الطلب عليها.

حل التمرين الثامن

1- مقدار المنفعة الكلية عند النقطة A

$$TU_a = 4^{1/2} 1^{1/4} = 2u.u$$

2- مقدار الزيادة في المنفعة عندما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بوحدة واحدة.

عندما تزيد الكمية المستهلكة من السلعة X بوحدة واحدة ولتكن عند النقطة B فان إحداثياتها هي Y=1, X=5 فان

المنفعة الكلية هي:

$$TU_a = 5^{1/5} 1^{1/4} = \sqrt{5} = 2,236$$

$$\Delta TU = TU_b - TU_a = 2,236 - 2 = 0,236$$

3- المعدل الحدي للإحلال :

$$MRS(xy) = \frac{MU_x}{MU_y} = \left| \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right|$$

$$\frac{dTU}{dX} = \frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4}$$

$$\frac{dTU}{dX} = \frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4} \Rightarrow MRS(xy) = \frac{\frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4}}{\frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4}} = 2 \left(\frac{X}{Y} \right)$$

مقدار المعدل الحدي للإحلال عند النقطة A هو:

$$MRS(xy) = 2(1/4) = 0,5$$

4- تريد تعظيم دالة منفعة هذا المستهلك تحت قيد الدخل.

نشكل دالة لاغرانج فنجد:

$$L = X^{1/2} Y^{-1/4} + \lambda(10 - X + 2Y)$$

$$\frac{dL}{dX} = \frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4} - \lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = \frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4} - \lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 10 - X - 2Y = 0 \rightarrow 3$$

من 1 و 2 و 3 نجد أن: $X = 4Y$

$$Y = (5/3) = 1,66, \quad X = (20/3) = 6,66 \quad <==$$

5- إيجاد دوال الطلب على X, Y بدلالة R, P_y, P_x نستعمل كذلك دالة لاغرانج او مباشرة المعدل الحدي للإحلال عند

وضع التوازن فنجد:

$$MRS(xy) = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/4}}{\frac{1}{4} X^{1/2} Y^{-3/4}} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{P_x}{P_y} = 2 \left(\frac{Y}{X} \right)$$

$$\Rightarrow X = \frac{2Y P_y}{P_x}$$

نعوض في دالة الدخل لنجد دوال الطلب على كل من السلعتين:

$$R - P_X X - P_Y Y = 0$$

$$R - P_X \left(\frac{2Y P_Y}{P_X} \right) - P_Y Y = 0 \Rightarrow R - 2Y P_Y - Y P_Y = 0$$

$$Y = \frac{R}{3P_Y}$$

$$X = \frac{2R}{3P_X}$$

نلاحظ بان السلعتين منفصلتين عن بعضهما بعض. كما ان الطلب على السلعتين متزايد مع زيادة الدخل أي ان الكمية المطلوبة والدخل تربطهما علاقة طردية، بينما الكمية المطلوبة تتناقص بتزايد السعر، أي تجمعهما علاقة عكسية. منه هذه السلعة X و Y من السلع العادية.

حل التمرين التاسع :

1- إيجاد أسعار السلعتين:

نستخدم طريقة مضاعف لاغرانج:

$$L = Y\sqrt{X} - \lambda(R - P_X X - P_Y Y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{2} \frac{Y}{\sqrt{X}} - \lambda P_X = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = \sqrt{X} - \lambda P_Y = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_X X - P_Y Y = 0 \rightarrow 3$$

بحل المعادلات 1,2,3 نجد:

$$P_X = \frac{5}{6} = 0,83 \quad P_Y = \frac{10}{6} = 1,66$$

2- دوال الطلب على كل من السلعتين:

من المعادلتين 1,2 نجد:

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{Y}{P_X \sqrt{X}} \quad \lambda = \frac{\sqrt{X}}{P_X}$$

$$\frac{1}{2} \frac{Y}{P_X \sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{P_X} \Rightarrow Y = \frac{2P_X X}{P_Y}$$

$$R = P_X X + P_Y \left(\frac{2P_X X}{P_Y} \right) \Rightarrow R = 3P_X X$$

$$X = \frac{R}{3P_X} \quad Y = \frac{2R}{3P_Y}$$

وهي دوال الطلب على السلعتين Y,X

3- مرونة الطلب على السلعتين:

بالنسبة للسلعة X

$$E_{Dx} = \frac{\Delta X}{\Delta P_X} \frac{P_X}{X} \Rightarrow E_{Dx} = (-) \frac{-R}{3P_X^2} \frac{P_X}{X} = \frac{10}{3 \left(\frac{5}{6}\right)^2} \frac{\frac{5}{6}}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

بالنسبة للسلعة Y

$$E_{Dy} = -\frac{\Delta Y}{\Delta P_Y} \frac{P_Y}{Y} \Rightarrow E_{Dy} = (-) \frac{-2R}{3P_Y} \frac{P_Y}{Y} = \frac{2(10)}{3 \left(\frac{5}{3}\right)^2} \frac{\frac{5}{3}}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

4- مرونة الطلب الدخلية:

أ- بالنسبة للسلعة X:

$$E_{Rx} = \frac{\Delta X}{\Delta R} \frac{R}{X} \Rightarrow E_{Rx} = \frac{1}{3P_X} \frac{R}{X} = \frac{10}{3 \left(\frac{5}{6}\right) 4} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

السلعة هي سلعة عادية كمالية لان مرونة الطلب الدخلية أكبر من الواحد.

ب- بالنسبة للسلعة Y:

$$E_{Ry} = \frac{\Delta Y}{\Delta R} \frac{R}{Y} \Rightarrow E_{Ry} = \frac{2}{3P_Y} \frac{R}{Y} = \frac{2}{3 \left(\frac{5}{3}\right)} \frac{10}{4} = \frac{10}{10} = 1$$

نلاحظ بان السلعة Y هي سلعة عادية ضرورية لان مرونة الطلب الدخلية تعادل الواحد, فاذا ما ارتفع الدخل بواحد بالمائة فان

الطلب يرتفع عليها بنفس النسبة

5- المعنى الاقتصادي لمضاعف لاغرانج λ :

مضاعف لاغرانج هو عبارة عن المنفعة الحدية للدخل النقدي ويمكن ان يظهر ذلك من خلال اشتقاق دالة لاغرانج بالنسبة للدخل.

أي ان:

$$\lambda = \frac{\partial L}{\partial X}$$

حل التمرين العاشر :

لدينا قيد الدخل

$$40X + 80Y = 2400$$

1- حساب الكميات من السلعتين التي تعظم اشباع هذا المستهلك.

نستعمل مضاعف لاغرانج:

$$L = YX - \lambda(2400 - 40X - 80Y)$$

$$\frac{dL}{dX} = Y - 40\lambda = 0 \rightarrow 1$$

$$\frac{dL}{dY} = X - 80\lambda = 0 \rightarrow 2$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 2400 - 40X - 80Y = 0 \rightarrow 3$$

$$X=30; Y=15$$

وهي الكميات التي تعظم اشباع هذا المستهلك ومقدار هذا الاشباع هو:

$$U = 15(30) = 450$$

2- عندما يتغير سعر السلعة Y ويصبح معادلا ل 10 مع ثبات العوامل الأخرى فيظهر تغيرا في استهلاك المستهلك

نتيجة لأثرين اثنين هما:

أثر إحلال وأثر دخلي.

أولا: الأثر الاحلال، هنا المنفعة الكلية لا تتغير وبالتالي:

$$U = XY \rightarrow Y = U/X \rightarrow Y = 450/X$$

نشتق هذه الدالة الأخيرة فنجد:

$$Y = -450/X^2$$

نعادل هذه المساواة مع النسبة بين السعريين:

$$Y = -450/X^2 = -80/10 \Rightarrow X = 7.5, Y = 60$$

نستنتج بأنه عندما انخفض سعر السلعة Y ارتفعت الكمية المطلوبة من السلعة نفسها، بينما انخفضت الكمية المطلوبة من السلعة الثانية وهذا هو الأثر الاحلال.

ثانياً: الأثر الدخلي، عندما يبقى الدخل النقدي ثابتاً بينما سعر السلعة Y انخفض. يمكن التوصل الى توازن المستهلك سواء عن طريق مضاعف لاغرانج او يجعل الدلة كتابع لسلعة واحدة. سوف نستخدم هذه الطريقة الثانية لأنه توجد لدينا سلعتين فقط.

لدينا قيد الدخل:

$$2400 = 80X + 10Y$$

$$X = 30 - (1/8)Y$$

$$U = XY \rightarrow U = Y(30 - Y/8)$$

نشتق ونعده المشتق فنجد:

$$dU/dY = 30 - 2Y/8 = 0$$

$$Y = 120, X = 15$$

نستنتج بأنه عندما انخفض سعر السلعة Y فان أثر الاحلال عمل على زيادة الطلب على هذه السلعة الأخيرة، وكذلك يزداد الطلب على السلعة الأخرى. أي ان الاثرين- الدخلي والإحلالي يعملان في اتجاه واحد وبالتالي فان السلعة هي سلعة عادية.

عندما يرتفع سعر السلعة الدنيا فان الأثر الاحلال يعمل بذاته على تخفيض الكمية المطلوبة من هذه السلعة التي انخفض سعرها. بينما يعمل الأثر الدخلي على زيادة الطلب عليها لأنها سلعة دنيا. وحيث ان الأثر الدخلي يكون غالباً أكبر من الأثر الاحلال فان منحنى الطلب على هذه السلعة عادة ما يكون سالب الميل.

حل التمرين الحادي عشر

$$P_X = 5 \quad P_Y = 5 \quad R = 65 \text{ لدينا:}$$

Q	U_x	U_y	U'_x	U'_y
1	2	8	-	-
2	6	10	4	2
3	12	24	6	14
4	20	35	8	11
5	30	44	10	9
6	39	51	9	7
7	46	57	7	6
8	51	61	5	4
9	54	64	3	3
10	56	56	2	1

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow U'_y = 2U'_x$$

$$(U'_x, U'_y) = (7, 14) \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$(U'_x, U'_y) = (2, 4) \quad \begin{cases} x = 10 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$(U'_x, U'_y) = (3, 6) \quad \begin{cases} x = 9 \\ y = 7 \end{cases}$$

1- يجب ان نبحث عن النقطة التي تحقق معادلة خط الميزانية. نحسب الدخل اللازم لكل نقطة من النقاط التي

وجدناها:

$$R = XP_X + YP_Y$$

تحقق معادلة خط الميزانية: اذن نقطة التوازن

$$R = 7.5 + 3 \cdot 10 = 65$$

$$R = 10.5 + 8 \cdot 10 = 130$$

$$R = 9.5 + 7 \cdot 10 = 115$$

2- إذا انخفض دخل المستهلك الى 20, فان هذا الدخل ضعيف جدا ولن يتمكن المستهلك من بلوغ التوازن،

فيجب البحث عن دخل إضافي حتى يحقق معادلة التوازن (او الدعاء حتى تنخفض الاسعار).

حل التمرين الثاني عشر :

$$U = 3x^{1/3}y^{2/3}$$

1- المنفعة الحدية لكل من السلعتين :

$$\begin{cases} U'_x = 3 \cdot \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = x^{-2/3} y^{2/3} = \frac{y^{2/3}}{x^{2/3}} \\ U'_y = 3x^{1/3} \cdot \frac{2}{3} y^{2/3-1} = 2x^{1/3} \cdot y^{-1/3} = \frac{2x^{1/3}}{y^{1/3}} \end{cases}$$

2- شرط توازن المستهلك:

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

3- علاقة التوازن في حالة ما :

$$P_X = 5, P_Y = 10$$

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y} \rightarrow \frac{\frac{y^{2/3}}{x^{2/3}}}{\frac{2x^{1/3}}{y^{1/3}}} = \frac{5}{10} \rightarrow \frac{y^{2/3}}{x^{2/3}} \cdot \frac{y^{1/3}}{2x^{1/3}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{Y}{2X} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2X = 2Y \Rightarrow X = Y$$

-4 التوازن الفعلي للمستهلك في حالة :

$$\underline{R=400}$$

$$400 = XP_X = YP_Y$$

$$\begin{cases} X = Y \\ 400 = 5X + 10Y \end{cases} \quad \begin{cases} X = Y \\ 80 = X + 2X \end{cases} \quad \begin{cases} X = Y \\ 80 = 3X \end{cases} "$$

$$\begin{cases} X = Y \\ X = \frac{80}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} X = Y \\ X = 26,66 \end{cases} \quad \begin{cases} Y = 26,66 \\ X = 26,66 \end{cases}$$

$$U_1 = 3(26.66)^{1/3}(26.66)^{2/3}$$

$$U_1 = 78.99$$

-1 الكميات الجديدة للتوازن في حالة ما تضاعف دخل المستهلك:

$$\underline{R=800}$$

$$\begin{cases} X = Y \\ 800 = 5X + 10Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = Y \\ 160 = 3X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = Y \\ X = \frac{160}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 53.33 \\ X = 53.33 \end{cases}$$

$$U_2 = 3(53,33)^{1/3}(53,33)^{2/3}$$

$$U_2 = 159,99$$

حل التمرين الثالث عشر :

$$U = X.Y, Tms = -2, P_x = 4, R = 96$$

1- تحديد توازن المستهلك:

- حساب P_Y :

$$\frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{P_X}{P_Y} = 2 \Rightarrow 2P_Y = P_X \rightarrow P_Y = \frac{P_X}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$P_Y = 2$$

$$\begin{cases} \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y} \\ R = XP_X + YP_Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{X}{Y} = \frac{4}{2} = 2 \\ 96 = 4X + 2Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 2X \\ 48 = 2X + Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \frac{Y}{2} \\ Y = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 12 \\ Y = 24 \end{cases}$$

$$E(12; 24)$$

2- إذا تضاعف سعر P_Y ($P_Y=4$), سوف يتناقص استهلاك كمية من السلعة Y

البرهان:

$$\begin{cases} \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{P_X}{P_Y} \\ R = XP_X + YP_Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{X}{Y} = \frac{4}{4} = 1 \\ 96 = 4X + 4Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = X \\ 96 = 4X + 4X \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = Y \\ Y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 12 \\ Y = 12 \end{cases}$$

- نلاحظ انخفاض استهلاك السلعة Y من 24 وحدة الى 12 وحدة.

الفصل الثاني

العرض، الطلب والسوق

التمرين الأول :

إذا كانت دالة الطلب السوقي على السلعة X كالتالي:

$$Q=100 - 5P$$

1- أوجد سعر الطلب إذا كانت الكمية المطلوبة هي : 12,5 و 25 وحدة .

2- أوجد الكمية المطلوبة غذا كان السعر يساوي 7,5 و 12 دينار

التمرين الثاني:

1-نفترض أن الطلب تغير كالتالي:

7	6	5	4	3	2	1	P
86	88	90	92	94	96	98	Q _D

مثل على نفس الرسم البياني كل من العرض الموجود في التمرين السابق و الطلب الحالي. ماذا تستنتج.

2-نفترض في مرحلة ثانية أن العرض هو الذي يتغير مع ثبات الطلب الجديد. ليكن جدول العرض الجديد على النحو

التالي:

7	6	5	4	3	2	1	P
101	98	95	92	89	86	83	Q ₀

مثل على نفس الرسم البياني دائما الطلب الجديد و العرض الحالي. ماذا تلاحظ.

للتنبية: نستعمل نفس الرسم البياني في التمرين الأول و الثاني.

التمرين الثالث:

يوضح الجدول أدناه جدولي طلب فرد ما على سلعة ما، أولهما Q(1) و ثانيهما Q(2) الذي جاء نتيجة زيادة الدخل النقدي للفرد بينما بقيت كل العوامل ثابتة.

P	6	5	4	3	2	1
Q(1)	18	20	24	30	40	60
Q(2)	38	40	46	55	70	100

- 1- أرسم المنحنيين على نفس الإحداثيات.
- 2- ما الذي يحدث لو انخفض السعر من 5 الى 3 دينار قبل أن يزيد الدخل الفردي؟
- 3- ما الذي يحدث عند زيادة الدخل الفردي مع بقاء السعر عند 5 دينار؟
- 4- ما الذي يحدث إذا ما ارتفع الدخل النقدي و في نفس الوقت انخفض سعر السلعة من 5 الى 3 دينار؟
- 5- ما نوع السلعة؟ ولماذا؟

التمرين الرابع:

الأرقام الواردة في الجدول أدناه تبين التغير في الاستهلاك المنزلي من القهوة و الشاي عندما يرتفع سعر القهوة مع بقاء العوامل الأخرى على حالها.

	بعد	بعد	قبل	قبل
	الكمية	السعر	الكمية	السعر
القهوة	30	30	50	20
الشاي	50	10	40	10

ارسم الشكل الذي يوضح هذه التغيرات و اشرح هذا الشكل المرسوم.

التمرين الخامس :

مؤسسة إنتاجية تقوم بتسويق المنتج Q في السوق، و ان عدد الوحدات المعروضة من المنتج تتغير بدلالة السعر، و العلاقة الموجودة بين الكمية المعروضة و السعر معطاة حسب الجدول التالي :

السعر	1	2	3	4	5
الكمية	200	300	350	400	425

1- مثل بيانيا عرض هذه المؤسسة.

2- ماذا نلاحظ على شكل منحنى العرض ؟

التمرين السادس:

الجدول الموالي يمثل كل من الطلب الفردي و العرض الفردي:

P	1	2	3	4	5	6	7
QD	9	8,8	8,6	8,4	8,2	8,0	7,8
Q0	6	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	7,8

إذا كان لدينا 10 مستهلكين و 10 منتجين, حدد توازن السوق بيانيا.

التمرين السابع :

لدينا اقتصاد يتكون من 10 مستهلكين و من 5 منتجين . اذا كان الطلب الفردي يخضع للدالة التالية :

$$P = -0,50Q + 45$$

و كان العرض الفردي يتغير حسب الدالة:

$$P = \frac{Q - 70}{3}$$

حدد :

1- الطلب الكلي

2- العرض الكلي

3- توازن السوق

التمرين الثامن :

يتكون سوق السلعة X من 1000 مستهلك لهم نفس معادلة الطلب, و 1000 منتج لهم نفس معادلة العرض. إذا كانت

معادلة الطلب لكل مستهلك و معادلة العرض لكل منتج على النحو التالي:

$$Qd = 20 - 2P$$

$$Qs = 2P - 4$$

1- اوجد معادلة طلب السوق ؟

2- اوجد معادلة عرض السوق؟

3- احسب سعر التوازن و كمية التوازن ؟

4- احسب مرونة الطلب السعرية عند سعر 6؟

5- احسب مرونة العرض السعرية عند سعر 6 ؟

التمرين التاسع :

الجدول التالي يبين طلب السوق و عرض السوق للسلعة X.

الكمية المطلوبة	الكمية المعروضة	السعر
40	4	1
32	8	2
24	12	3
16	16	4
8	20	5
0	24	6

- 1- اوجد معادلة الطلب و معادلة العرض؟
- 2- حدد سعر التوازن و كمية التوازن؟
- 3- اذا فرضت الحكومة ضريبة مبيعات على المنتجين بقيمة 03 دج , حدد مقدار ما يتحمله كل من المنتج و المستهلك من هذه الضريبة ؟

حلول تمارين الفصل الثاني

حل التمرين الأول :

1- سعر الطلب عند الكمية 12,5 و 25 :

نعوض الكمية في دالة الطلب فنجد:

$$12,5 = 100 - 5P \rightarrow P = 17,5$$

$$25,5 = 100 - 5P \rightarrow P = 14,9$$

2- الكمية المطلوبة عند الأسعار 7,5 و 12

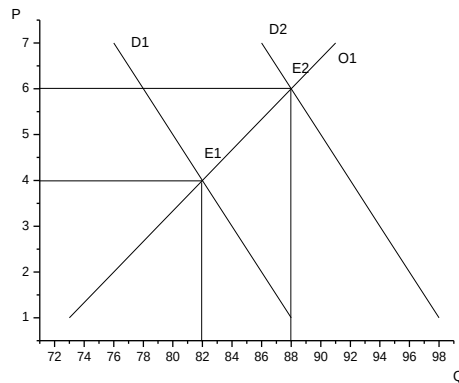
نعوض السعر في دالة الطلب نجد :

$$Q = 100 - 5(7,5) \rightarrow Q = 62,5$$

$$Q = 100 - 5(12) \rightarrow Q = 40$$

حل التمرين الثاني:

1- عندما يتغير جدول الطلب نحصل على الرسم البياني التالي:

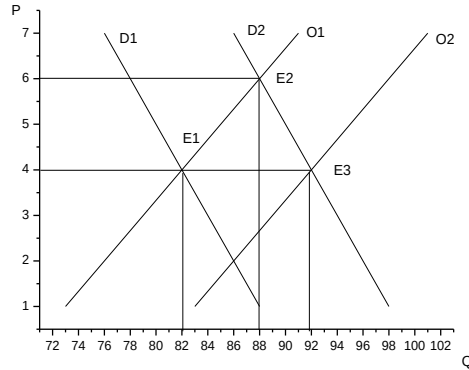


نلاحظ أن التوازن تحدد بالنقطة E_2 وأصبحت كمية التوازن هي 88 وحدة و سعر التوازن هو 6 وحدات نقدية. في هذه الحالة فإن الطلب تغير لسبب من الأسباب - لأن مداخيل المستهلكين قد ارتفعت أو لأن الأسعار انخفضت¹ مثلا - فلا بد إذا من حدوث توازن جديد بين الطلب الجديد و العرض الذي لم يتغير - لكي تغير المؤسسات من مستوى إنتاجها

¹ -ننبه إلى أن انخفاض الأسعار عبارة عن ارتفاع الدخل الحقيقي.

لا بد من استثمارات و لن يتسنى هذا إلا بعد فترة مثلاً – للملاحظة لا يمكن إذا بأي حال من الأحوال الرجوع إلى توازن التمرين الأول لأن دالة الطلب تغيرت.

2- إذا افترضنا أن العرض هو الذي يتغير مع ثبات الطلب في مستواه السابق فإننا نحصل على الرسم البياني الموالي:

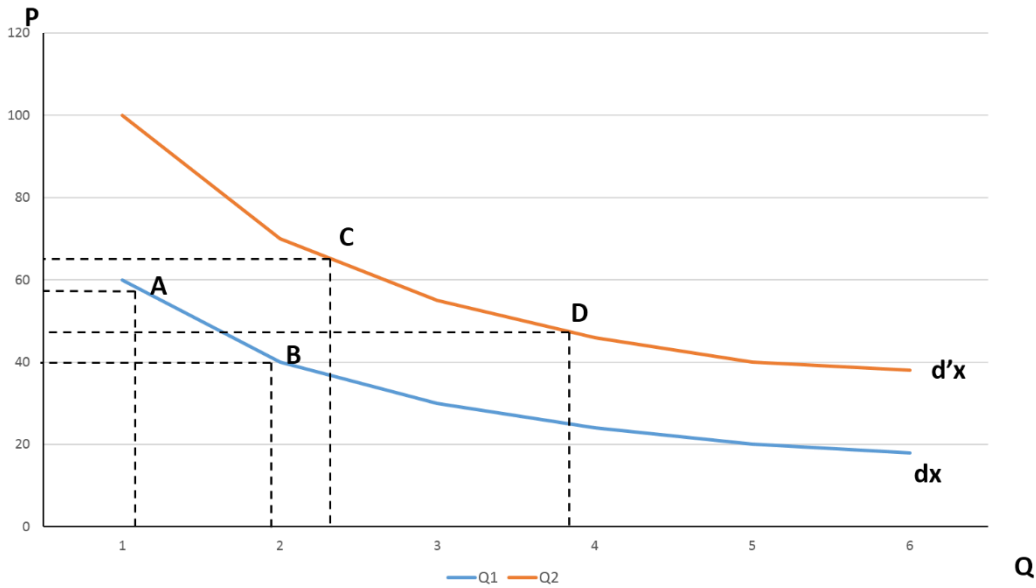


في هذه الحالة حصلنا على توازن هو $E_3(92,4)$ أي أن الكمية هي 92 وحدة و أن السعر هو 4 وحدات نقدية. نلاحظ أن سعر التوازن تراجع إلى مستوى 4 لأن العرض ارتفع.

الشيء الذي نستنتجه من التمرينين الأول والثاني هو أنه لا بد من الرجوع إلى التوازن الأصلي في حالة الانحراف عنه كأن يتغير السعر أو الكمية مع بقاء جدولي الطلب والعرض ثابتين؛ أما إذا تغير أحد الجدولين أو الاثنين معا فإننا ننتقل بالضرورة إلى توازن جديد لا علاقة له بالأول. يكون لدينا توازن متحرك على عكس التمرين الأول.

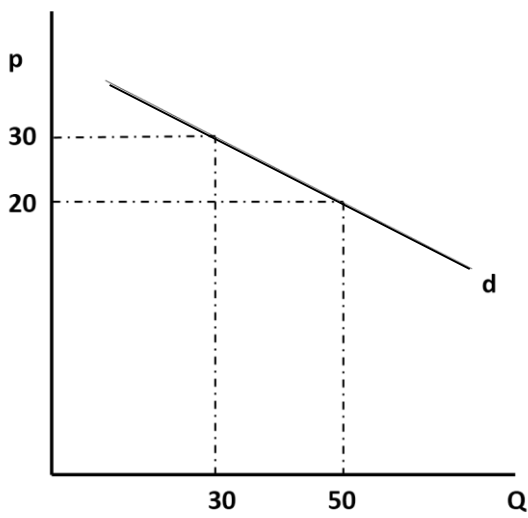
حل التمرين الثالث:

1- التمثيل البياني:

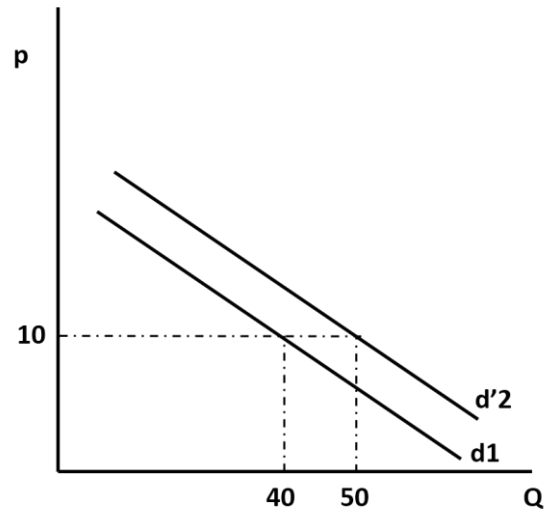


- 1- إذا انخفض سعر السلعة من 5 إلى 3 قبل ارتفاع دخل الفرد فإن الكمية المطلوبة تزيد من 20 إلى 30 .
- 2- عندما يزيد دخل الفرد فإن منحنى الطلب ينتقل إلى الأعلى و إلى اليمين من $d(1)$ إلى $d(2)$. يشتري الفرد الآن 40 وحدة من السلعة بدلا من 20 وحدة .
- 3- عندما يرتفع دخل الفرد مع انخفاض السعر من 5 إلى 3 فإن الفرد يشتري 35 وحدة إضافية .
- 4- إذا ما انتقل $d(1)$ إلى $d(2)$ عندما يزيد دخل الفرد فإن السلعة محل الدراسة تكون سلعة عادية بالنسبة لهذا الفرد.

حل التمرين الرابع:



القهوة

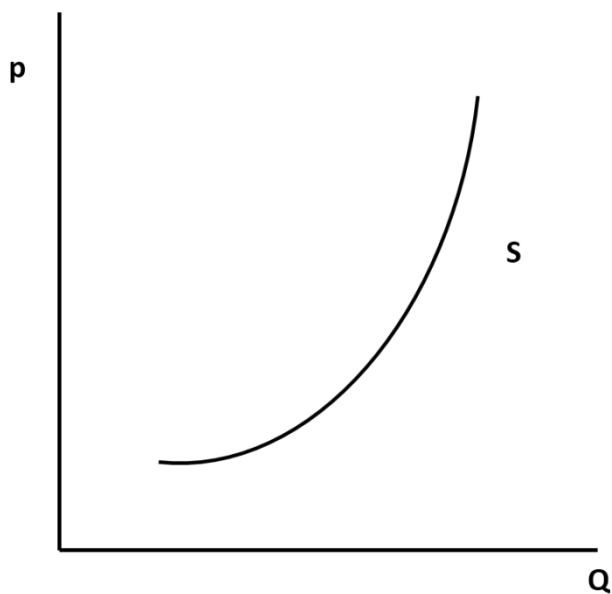


الشاي

نلاحظ انه عندما يرتفع سعر القهوة من 20 إلى 30 فإن الكمية المطلوبة تنخفض من 50 إلى 30 . و يصور هذا بالتحرك على منحنى الطلب على القهوة في الاتجاه إلى الأعلى. و لما كان الشاي بديل للقهوة , فإن ارتفاع سعر القهوة تسبب في انتقال المنحنى الفردي للطلب على الشاي إلى الأعلى $d(1)$ إلى $d(2)$ كما هو واضح من الشكل, معنى هذا اذا ثبت سعر الشاي عند 10 فإن الفرد يزيد استهلاكه من الشاي إلى 50.

حل التمرين الخامس:

1- التمثيل البياني :



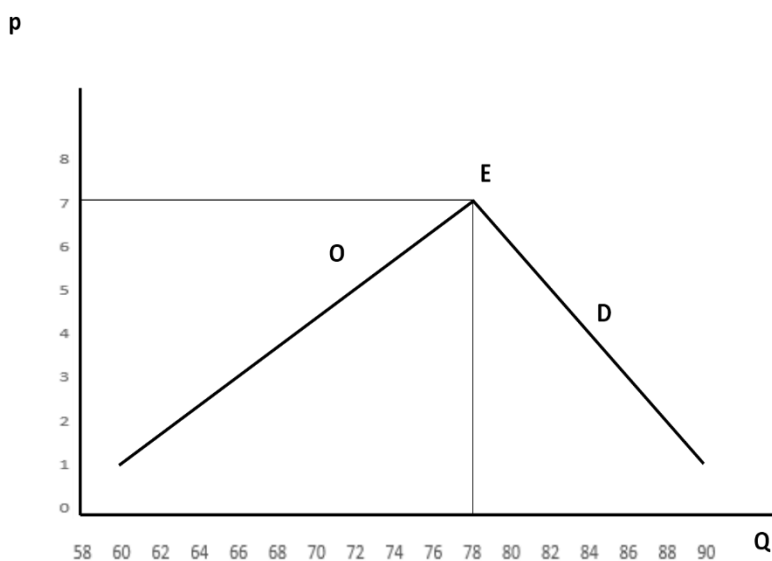
2- نلاحظ أن منحنى العرض متزايد من اليسار الى اليمين و بالتالي نقول بان العرض هو دالة متزايدة مع السعر

حل التمرين السادس :

يجب اولاً تحديد الطلب الكلي و العرض الكلي , و يتم هذا بضرب الطلب الفردي في عدد المستهلكين, و العرض الفردي في عدد المنتجين كما هو مبين في الجدول التالي :

7	6	5	4	3	2	1	P
78	80	82	84	86	88	90	QD
78	75	72	69	66	63	60	QO

و يكون التوازن عند تقاطع دالة الطلب الكلي مع دالة العرض الكلي:



حل التمرين السابع :

1- البحث عن الطلب الكلي :

لدينا دالة الطلب العكسية (المعبر عنها $(P = f(Q))$:

$$P = 0,50Q_D + 45$$

نستنتج منها دالة الطلب المباشرة (المعبر عنها $(Q = f(P))$ فنكتب الكمية المطلوبة بالنسبة للفرد الواحد:

$$Q_{DI} = \frac{-P + 45}{0,50}$$

و تكون الكمية المطلوبة من طرف المستهلكين البالغ عددهم 10 افراد هي :

$$Q_{DG} = 10Q_{DI} = \frac{10(-P + 45)}{0,50} = -20P + 900$$

2- البحث عن العرض الكلي :

نستنتج العرض الكلي بنفس الطريقة التي استنتجنا بها الطلب الكلي.

تكون الكمية التي يعرضها المنتج الواحد هي:

$$Q_0 = 3P + 70$$

و الكمية المعروضة من طرف المنتجين الخمسة هي :

$$Q_{0G} = 5Q_0 = 5 \times (3P + 70) = 15P + 350$$

3- التوازن الكلي للسوق يكون عندما يتساوى الطلب الكلي بالعرض الكلي : $-20P + 900 = 15P + 350$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 15,71 \\ Q = 585,65 \end{array} \right\} \text{ و منه:}$$

حل التمرين الثامن :

1- لإيجاد معادلة طلب السوق نضرب معادلة الطلب الفردي بعدد المستهلكين (1000 مستهلك) و عندها تكون المعادلة:

$$Q_d = 20000 - 20P$$

2- لإيجاد معادلة عرض السوق نضرب معادلة العرض الفردي بعدد المنتجين (1000 منتج) وعندها تكون المعادلة:

$$Q_s = 2000P - 4000$$

3- سعر التوازن هو السعر الذي تتساوى عنده المية المطلوبة مع الكمية المعروضة.

$$Q_s = Q_d$$

$$2000P - 4000 = 20000 - 2000P$$

$$P = 6, Q = 8000$$

4- لحساب مرونة الطلب السعرية عند سعر 6, نستخدم المعادلة التالية.

$$E_d = \frac{\partial Q_d}{\partial P} \frac{P}{Q_s}$$

$$E_d = -2000 \times \frac{6}{8000} = -1,5$$

و تشير قيمة معامل المرونة الى ان الطلب مرن

5- لحساب مرونة العرض السعرية عند سعر 6, نستخدم المعادلة التالية:

$$E_s = \frac{\partial Q_s}{\partial P} \frac{P}{Q_s}$$

$$E_s = 2000 \times \frac{6}{8000} = 1,5$$

و تشير قيمة معامل المرونة الى ان الطلب مرن.

حل التمرين التاسع :

1- من الجدول نجد ان معادلة الطلب هي : $Q_d = 48 - 8P$, ومعادلة العرض هي : $Q_s = 4P$

2- سعر التوازن هو السعر الذي تتساوى عنده الكمية المطلوبة مع الكمية المعروضة .

$$Q_s = Q_d$$

$$4P = 48 - 8P$$

$$P = 2, Q = 16$$

3- عندما تفرض الحكومة ضريبة بقيمة 3 دج على المنتج تصبح معادلة العرض : $Q_s = 4P - 3$

و عليه يصبح التوازن على النحو التالي :

$$Q_s = Q_d$$

$$48 - 8P = 4P - 3$$

$$\begin{cases} P = 4,25 \\ Q = 14 \end{cases}$$

و عليه يكون المستهلك قد تحمل 0,25 دينار , حيث ارتفع السعر من 4 الى 4,25 دج , و يكون المنتج قد تحمل باقي الضريبة و هي 2,75 دينار,

الفصل الثالث

المرونة

التمرين الأول :

إذا ارتفع سعر السلعة Y من 2 إلى 4 , و نتيجة لذلك انخفضت الكميات المطلوبة من السلعة X من 10 وحدات إلى 5 وحدات ,

احسب معامل مرونة الطلب التقاطعية .

التمرين الثاني :

إذا ارتفع سعر السلعة X من 2 وحدة نقدية إلى 4 وحدة نقدية , و نتيجة لذلك انخفضت الكمية المطلوبة من 10 وحدات إلى 5 وحدات , احسب معامل مرونة طلب السعرية .

التمرين الثالث :

إذا ارتفع دخل مستهلك من 100 إلى 120 وحدة نقدية , و نتيجة لذلك انخفضت الكمية المطلوبة من السلعة X من 20 وحدة إلى 15 وحدة , احسب مرونة الطلب الدخلية و حدد نوع السلعة ؟

التمرين الرابع :

لتكن لدينا دالة العرض التالية : $Q = 80 + 20P$

اوجد مرونة العرض السعرية عندما يكون السعر معادلا ل 4 ؟

التمرين الخامس :

يتكون سوق السلعة X من 1000 مستهلك لهم نفس معادلة الطلب و 1000 منتج لهم نفس معادلة العرض. إذا كانت

معادلة الطلب لكل مستهلك ومعادلة العرض لكل منتج على النحو التالي:

$$Q_d = 20 - 2P$$

$$Q_o = 2P - 4$$

- 1- اوجد معادلة طلب السوق؟
- 2- اوجد معادلة عرض السوق؟
- 3- احسب سعر التوازن وكمية التوازن؟
- 4- احسب مرونة الطلب السعرية عند سعر 6؟
- 5- احسب مرونة العرض السعرية عند سعر 6؟

التمرين السادس:

الجدول التالي يمثل زيادة الدخل مع زيادة الكميات المستهلكة من السلعتين A و B:

الاستهلاك		الدخل
10	A	1200
8	B	
12	A	1400
14	B	
12.5	A	1800
18	B	
12	A	2000
19	B	

المطلوب تبين طبيعة كل سلعة في المراحل المختلفة لتغيير الدخل.

التمرين السابع:

لدينا الجدول التالي:

Q_1	P_1	Q_0	P_0	
8	5	12	3	A
2	8	7	5	B
9	6	3	10	C

أحسب المرونة المتقاطعة لهذه السلع A و B ثم A و C وأخيرا B و C .

حلول تمارين الفصل الثالث

حل التمرين الأول:

$$E_{xy} = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_y}{P_y}} = \frac{\Delta Q_x P_y}{\Delta P_y Q_x} = \frac{5 - 10}{4 - 2} \cdot \frac{2}{5} = -1$$

و هنا نستنتج أن السلعة X و السلعة Y سلعتان مكملتان لبعضهما البعض.

حل التمرين الثاني :

$$E_{X/px} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{Q_x} = \frac{5 - 10}{4 - 2} \cdot \frac{2}{10} = -0,5$$

و بهذا يكون الطلب على هذه السلعة في نطاق الأسعار المعطاة غير مرن.

حل التمرين الثالث:

$$E_R = \frac{\Delta Q}{\Delta R} \cdot \frac{R_0}{Q_0} = \frac{15 - 20}{120 - 100} \cdot \frac{100}{20} = -1,25$$

و منه نستنتج ان هذه السلعة هي سلعة رديئة لأن معامل مرونة الطلب الداخلية سالبة.

حل التمرين الرابع :

عند السعر $P = 4$ فان الكمية المعروضة هي :

$$Q = 80 + 20(4) = 160$$

لدينا كذلك :

$$\frac{dQ}{dP} = 20$$

$$E = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} \Rightarrow \frac{20 \times 4}{160} = 0,5$$

يمكن ايجاد مرونة العرض كالتالي :

نلاحظ بأن العرض غير مرّن ذلك ان معامل المرونة اقل من الواحد.

حل التمرين الخامس:

1- لإيجاد معادلة طلب السوق نضرب معادلة الطلب الفردي بعدد المستهلكين (1000 مستهلك)

اذن تصبح معادلة الطلب:

$$Q_d = 1000(20 - 2P)$$

معادلة طلب السوق هي:

$$Q_d = 20000 - 2000P$$

2- لإيجاد معادلة عرض السوق نضرب معادلة العرض الفردي بعدد المنتجين (1000 منتج)

$$Q_o = 1000(2P - 4) \quad \text{اذن تصبح معادلة العرض}$$

$$Q_o = 2000P - 4000 \quad \text{معادلة عرض السوق هي:}$$

3- يكون السوق في حالة توازن إذا كانت الكمية المطلوبة تساوي الكمية المعروضة:

$$Q_d = Q_o$$

$$20000 - 2000p = 2000p - 4000$$

$$4000p = 24000$$

$$p = 6 \quad \text{سعر التوازن هو:}$$

لإيجاد كمية التوازن نعوض السعر في إحدى معادلتين العرض أو الطلب

$$Q = 2000(6) - 4000$$

$$Q = 8000 \quad \text{كمية التوازن هي:}$$

4- لحساب مرونة الطلب السعرية عند سعر 6 نستخدم المعادلة التالية:

$$E_d = \frac{\partial Q_d}{\partial p} \times \frac{p}{Q_d}$$

$$E_d = -2000 \cdot \frac{6}{8000} = -1.5$$

وتشير قيمة معادلة المرونة الى ان الطلب مرّن.

5- لحساب مرونة العرض السعرية عند سعر 6 نستخدم المعادلة التالية:

$$E_0 = \frac{\partial Q_0}{\partial p} \times \frac{p}{Q_0}$$

$$E_0 = 2000 \times \frac{6}{8000} = 1.5$$

وتشير قيمة معادلة المرونة ان العرض مرّن.

حل التمرين السادس:

بما أن الجدول يعبر عن علاقة الدخل باستهلاك السلعتين فإن السؤال عن طبيعة السلع يستنتج من حساب مرونة الدخل عند المستويات المختلفة. مرونة الدخل نعبر عنها بالعلاقة:

$$E_R = \frac{\Delta Q}{\Delta R} \frac{R}{Q}$$

و هو ما يعطينا بالنسبة للسلعة A المرونات التالية:

$$E_{R^{1400}/1200} = \frac{12-10}{1400-1200} \times \frac{1200}{10} = 1,2$$

$$E_{R^{1800}/1400} = \frac{12.5-12}{1800-1400} \times \frac{1400}{12} = 0,29$$

$$E_{R^{2000}/1800} = \frac{12-12.5}{2000-1800} \times \frac{1800}{12.5} = -0,36$$

و نلاحظ أن هذه السلعة في المرحلة الأولى كانت سلعة كمالية لأن الدخل كان ضعيفا نسبيا؛ ثم أصبحت سلعة ضرورية في المرحلة الثانية عندما ارتفع الدخل بعض الشيء. عندما ارتفع الدخل إلى مستوى 2000 وحدة نقدية أصبحت رديئة.

أما بالنسبة للسلعة B فنحصل على النتائج التالية:

$$E_{R^{1400}/1200} = \frac{14-8}{1400-1200} \times \frac{1200}{8} = 4,5$$

$$E_{R^{1800}/1400} = \frac{18-14}{1800-1400} \times \frac{1400}{14} = 2$$

$$E_{R^{2000}/1800} = \frac{19-18}{2000-1800} \times \frac{1800}{18} = 0,5$$

نلاحظ أن هذه السلعة كانت كمالية عندما كان الدخل يساوي 1200 وحدة نقدية و بقيت كذلك عندما ارتفع الدخل إلى 1800 وحدة نقدية؛ ثم أصبحت ضرورية عندما مستوى الدخل 2000 وحدة نقدية. و الهدف من التمرين هو ملاحظة أن السلع تتغير بالنسبة للمستهلك كلما تغير دخله. فالذي يكون كمالية في مرحلة قد يصبح ضروريا في مرحلة أخرى و رديئا في مرحلة لاحقة لأن المستهلك كلما ارتفع دخله كلما أصبح يطمح للاستهلاك سلعا أخرى و تتغير طبيعة استهلاكه وتظهر لديه متطلبات أخرى.

حل التمرين السابع:

لقد رأينا أن مرونة التقاطع تعبر عن تأثير سعر سلعة في كمية سلعة أخرى. إذا أردنا أن نحسب مرونة التقاطع بين السلعتين A و B نأخذ كميات السلعة A و سعر السلعة B. وتكون مرونة التقاطع هي:

$$E_{cA/B} = \frac{\Delta Q_A}{\Delta P_B} \frac{P_B}{Q_Q} = \frac{8-12}{8-5} \times \frac{5}{12} = -0,55$$

إذن السلعتين A و B سلعتان متكاملتان أو متممتان.

$$E_{cA/C} = \frac{\Delta Q_A}{\Delta P_B} \frac{P_B}{Q_A} = \frac{8-12}{6-10} \times \frac{10}{12} = 0,83$$

و تكون السلعة A و السلعة C سلعتان استبداليتان أو متنافيتان.

$$E_{cB/C} = \frac{\Delta Q_B}{\Delta P_C} \frac{P_C}{Q_B} = \frac{2-7}{6-10} \times \frac{10}{7} = 1,78$$

السلعتان B و C سلعتان استبداليتان أو متنافستان كذلك.

الفصل الرابع

سلوك المنتج

التمرين الأول :

لتكن الدالة الإنتاجية التالية:

$$f(L) = 20L^2 - 4L^3$$

حيث يمثل L عدد العمال المستعملين في عملية الإنتاج.

- 1- حدد كمية العمل التي تسمح بالحصول على أقصى انتاج كلي.
- 2- حدد كمية العمل التي تناسب بداية تزايد الإنتاج بمعدل متناقص.
- 3- حدد كمية العمل التي تسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة.

التمرين الثاني :

تتحصل مؤسسة على مستوى معين من الإنتاج حسب دالة الإنتاج التالية :

$$k = \frac{18}{L}$$

حيث L و K يمثلان عناصر الإنتاج العمل و رأس المال

- أسعار عناصر الإنتاج L و K على التوالي 2 و 4 وحدات نقدية.
- عبر بيانيا على هذه الدالة . على اي منحنى نتحصل ؟
- فسر ماذا يحدث عندما ينتقل المنتج من نقطة الى نقطة اخرى.
- ماهي احسن تركيبة (K,L) التي تمكن المنتج الحصول على هذا المستوى من الإنتاج ؟

التمرين الثالث :

تنتج مؤسسة السلعة X باستعمال عناصر الإنتاج L و K حسب دالة الإنتاج التالية : $Q = 2KL$

أسعار عناصر الإنتاج L و K على التوالي 2 و 4 وحدات نقدية .

إذا علمت أن المؤسسة تنتج كمية 100 وحدة من المنتج X .

- 1- ما هي الميزانية اللازمة التي تمكها من تحقيق هذا المستوى من الإنتاج ؟
- 2- إذا ارتفع سعر العمل L الى 4 وحدات نقدية مع ثبات كل العوامل الاخرى , ما هو مستوى الإنتاج الذي يمكن تحقيقه في هذه الحالة ؟
- 3- إذا أراد المنتج البقاء على نفس مستوى إنتاجه الأول ما هي الكلفة الإضافية اللازم تحملها لتحقيق هذا الهدف ؟

التمرين الرابع :

لدينا دالة الإنتاج التالية :

$$X = 2L\sqrt{K}$$

حيث K و L كميات عناصر الإنتاج العمل و رأس المال المستعملة.

إذا علمت ان كمية العمل تساوي 10 و أن سعر الوحدة الواحدة من العمل تساوي وحدة نقدية واحدة .

- 1- حدد الطلب على رأس المال كالتالي $K = f(P_X, P_K)$ حيث P_X و P_K يعبران عن سعر المنتج X و سعر رأس المال.
- 2- حلل العلاقة .

التمرين الخامس:

لتكن دالة انتاج مؤسسة على الشكل التالي :

$$X = K^2 - LK + 2L^2$$

أسعار عناصر الإنتاج L و K على التوالي : 2 و 4 وحدات نقدية,

- 1- باستعمال طريقة الدوال المتجانسة , حدد طبيعة غلة الحج لهذه الدالة .
- 2- حدد العلاقة التي تعبر على منحنى نمو المؤسسة كالتالي $K = f(L)$

التمرين السادس:

لتكن دالة الإنتاج التالية :

$$X = L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{4}}$$

حيث K و L يعبران عن العمل و رأس المال.

- 1- هل يمكن استنتاج طبيعة غلة الحجم لهذه الدالة مباشرة ؟ لماذا ؟
- 2- إذا علمت ان نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج هي 4% , استنتج نسبة الزيادة في الإنتاج.

التمرين السابع :

نفترض ان الإنتاج الكلي من القمح لأحد المزارعين يتغير بتغير عدد العمال , الجدول الآتي يوضح تغير الإنتاج الكلي للقمح عند زيادة وحدات العمل :

العمال L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الناتج الكلي PTL	0	3	24	54	74	84	93	101	101	98	93

- 1- أحسب الناتج الحدي و الناتج المتوسط للعمل .
- 2- أرسم كل منحنيات الإنتاج.
- 3- بين مختلف المراحل التي تمر بها كل من الإنتاجية الكلية الحدية و المتوسطة و وضح العلاقة الموجودة بينهم .

التمرين الثامن:

لدينا دالة الإنتاج:

$$Q = K.L$$

- 1- إذا كان سعر رأس المال هو 10 وحدات نقدية وكان سعر العمل هو 20 وحدة نقدية و كان المنتج يتمتع بميزانية قدرها 200 وحدة نقدية، أحسب الإنتاج الأعظم الذي سيحققه هذا المنتج.
- 2- إذا ارتفع سعر رأس المال إلى 20 وحدة نقدية ما هو مستوى الإنتاج الذي سيحققه المنتج في هذه الحالة.
- 3- إذا لم يرض المنتج بهذا الحل و أراد ألا يتراجع عن مستوى إنتاجه الأصلي، ما هي الكلفة اللازم تحملها من أجل تحقيق هذا الهدف، هل يبقى المنتج في نفس نقطة التوازن.
- 4- أحسب المعدل الحدي للإحلال التقني بين نقطتي التوازن التي تمكنا من المستوى الأصلي للإنتاج.
- 5- لنفترض أن سعري رأس المال والعمل هما دائما على التوالي 10 و 20 وحدة نقدية و أن المنتج يزيد من ميزانيته من 200 إلى 400 ثم إلى 600 وحدة نقدية. حدد مسار توسع المؤسسة.

التمرين التاسع:

$$Q = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}}$$

لدينا دالة الإنتاج التالية:

1- حدد الإنتاجية الحدية العينية لعنصري الإنتاج K و L

2- إذا كان سعري عنصري الإنتاج هما على التوالي $P_K = 1$ و $P_L = 2$ ، و كان لدى المنتج ميزانية تساوي 200 وحدة نقدية، ما هي الكميات التي سيستعملها من عناصر الإنتاج لضمان الإنتاج الأعظم.

4- إذا ارتفع سعر رأس المال إلى مستوى وحدتين نقديتين، أحسب الإنتاج الأعظم في هذه الحالة

التمرين العاشر:

لدينا مؤسسة إنتاجية تتمتع بدالة الإنتاج:

$$Q = 4K^{\frac{3}{4}} L^{\frac{1}{4}}$$

1- إذا كان $P_K = 3$ و $P_L = 1$ و كان توازن المنتج يحدث عندما يكون الإنتاج 400 وحدة إنتاجية. ما هي الكميات التي سيستعملها المنتج من عنصري الإنتاج، و ما هي الكلفة اللازمة.

2- برهن أن هذه الدالة متجانسة.

3- إذا تمت مضاعفة الكميات المستعملة من عنصري الإنتاج مع ثبات سعرهما، أحسب حجم الإنتاج الناجم عن هذه العملية؛ ثم أحسب الكلفة اللازمة.

4 - نفترض أن الكميات المستعملة من عنصري الإنتاج تتضاعف مرة أخرى و في نفس الظروف، احسب حجم الإنتاج الجديد. ما هي الكلفة اللازمة إذا.

5- انطلاقاً مما سلف هل يمكن تحديد مجال -أو مسار- توسع هذه المؤسسة.

حلول تمارين سلوك المنتج

حل التمرين الأول :

1- كمية العمل للحصول على أقصى إنتاج :

عند بلوغ المنتج أقصى إنتاج يبلغ منحنى الإنتاج ذروته و في تلك النقطة تكون الإنتاجية الحدية للإنتاج معدومة.

من الجانب الرياضي نكتب

$$f'(L) = 0$$

$$f'(L) = 0 \Rightarrow (20L^2 - 4L^3)' = 0$$

$$\Rightarrow 40L - 12L^2 = 0$$

$$\Rightarrow L(40 - 12L) = 0$$

$$\Rightarrow L = 0 \vee L = 3,33$$

إذن كمية اللازمة من العمل لبلوغ أقصى إنتاج هي $L = 3,33$

2- كمية العمل (L) التي تناسب بداية زيادة الإنتاج بمعدل متناقص :

النقطة التي تناسب بداية زيادة الإنتاج بمعدل متناقص هي النقطة التي تتغير فيها وتيرة زيادة الإنتاج الكلي , و من الجانب

الرياضي هي نقطة الانعطاف و نكتب :

$$f''(L) = 0$$

$$\text{إذن : } (40L - 12L^2)' = 0$$

$$\Rightarrow 40 - 24L = 0 \rightarrow L = 1,66$$

إذن كمية العمل التي تناسب بداية زيادة الإنتاج بمعدل متناقص هي $L = 1,66$

3- كمية العمل التي تسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة :

تتقاطع الإنتاجية المتوسطة مع الإنتاجية الحدية في أقصى نقطة للإنتاجية المتوسطة. إذن من الجانب الرياضي يكون لدينا :

$$Q_{ML} = Q_m L$$

و منه :

$$\frac{Q_{TL}}{L} = Q'L$$

$$\Rightarrow \frac{20L^2 - 4L^3}{L} = (20L^2 - 4L^3)'$$

$$\Rightarrow 20L - 4L^2 = 40L - 12L^2$$

$$\Rightarrow 20 - 4L = 40 - 12L$$

$$\Rightarrow 8L = 20$$

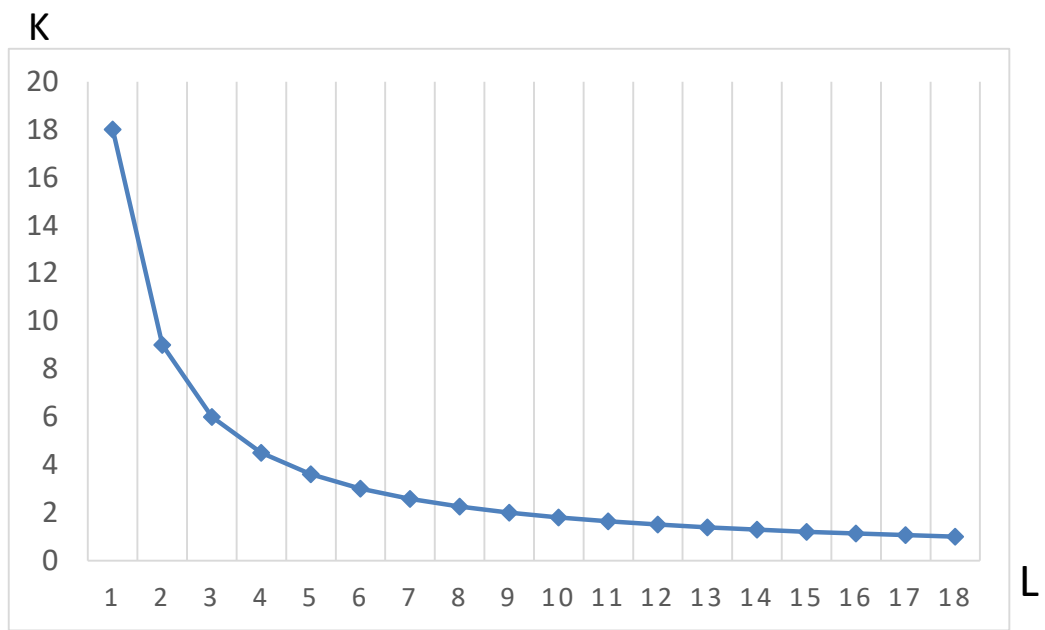
$$\Rightarrow L = 2,5$$

إذن العمل الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية متوسطة هي $L = 2,5$

حل التمرين الثاني :

1- الكميات اللازمة من عنصري الإنتاج L و K التي تحقق دالة الإنتاج $LK = 18$ أي التي تمكن المنتج لبلوغ إنتاج قدره 18 , يمكن ان نعبر عنها في الجدول التالي :

	L	K	LK
A	1	18	18
B	2	9	18
C	3	6	18
D	6	3	18
E	9	2	18
F	18	1	18



يمثل منحنى كل الإمكانيات أو التركيبات L و K التي تعطينا إنتاج ساوي 18 وحدة .

و بما أن الإنتاج لا يتغير على طول إذن , يسمى منحنى الناتج المتساوي.

2- عندما ينتقل المنتج على المنحنى من نقطة الى أخرى فإن الكمية المنتجة لا تتغير, لكن تركيبة عناصر الإنتاج L و K تتغير فيمكنه استعمال 3 وحدات من العمل و 6 وحدات من رأس المال مثلا , أو يستعمل 9 وحدات من العمل و وحدتين من رأس المال , يكون الإنتاج في الحالتين يساوي 18 وحدة
الشيء الذي قام به المنتج هو استبدال كمية من عنصر إنتاج بكمية من عنصر إنتاج آخر و تسمى هذه العملية بالإخلال التقني لعناصر الإنتاج.

3- لإختبار احسن تركيبة (K,L) التي تمكن المنتج الحصول على مستوى إنتاج مساوي ل 18 وحدة يجب اولا حساب تكاليف كل نقطة كما هو مبين في الجدول التالي :

$$C_T = Lp_L + kp_k \text{ نعلم أن}$$

	L	K	P_L	P_K	CT
A	1	18	2	4	74
B	2	9	2	4	40
C	3	6	2	4	30
D	6	3	2	4	24
E	9	2	2	4	26
F	18	1	2	4	40

إن الاختيار العقلاني للمنتج يكمن ف اختيار التركيبة الأقل كلفة إذن التركيبة التي سيختارها المنتج هي النقطة D التي يتم استعمال 6 وحدات من العمل L و 3 وحدات من رأس المال K .

حل التمرين الثالث :

1- لدينا حسب المعطيات أسعار K و L على التوالي 2 و 4 وحدات و الكمية المنتجة تساوي 100 وحدة :

$$Q = 2LK = 100$$

$$P_K = 2, P_L = 4$$

$$C_T = Lp_L + kp_k \text{ نعلم ان}$$

لحساب الميزانية اللازمة لتحقيق إنتاج مساوي ل 100 وحدة يجب أولاً تحديد الكميات اللازمة من L و K :

$$\frac{Q'_L}{Q_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{2K}{2L} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 2K$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2LK = 100 \\ L = 2K \end{array} \right\} \text{ نعلم أن:}$$

إذن بالتعويض نجد :

$$2(2K) = 100 \Rightarrow 4K^2 = 100 \Rightarrow K = 5$$

$$L = 10 \quad \text{و منه:}$$

إذن الكميات اللازمة لإنتاج 100 وحدة هي $(L, K) = (10, 5)$

و منه لتحديد الميزانية اللازمة لإنتاج مساوي ل 100 وحدة يكفي التعويض في معادلة الميزانية :

$$C_T = Lp_L + kp_k$$

$$C_T = 10.2 + 5.4 \quad \text{إذن}$$

$$C_T = 40 \quad \text{و منه:}$$

الميزانية اللازمة لإنتاج 100 وحدة هي $C_T = 40$

2- في هذه الوضعية ارتفع سعر العمل الى 4 وحدات نقدية ($P_L = 4$), مع بقاء سعر رأس المال ثابت ($P_K = 4$)

و الميزانية ثابتة ($C_T = 40$)

إذن يجب حساب كميات عناصر الإنتاج L و K الجديدة بعدما تغير سعر العمل :

نعلم أن :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Q'_L}{Q_K} = \frac{P_L}{P_K} \\ C_T = Lp_L + Kp_K \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2K}{2L} = \frac{4}{4} \\ 40 = 4L + 4K \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = K \\ 40 = 4K + 4K \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = K \\ K = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = 5 \\ K = 5 \end{array} \right\}$$

بالتعويض في معادلة الإنتاج نحصل على :

$$Q = 2.5.5 \Rightarrow Q = 50$$

إذن عند ارتفاع سعر العمل L الى 4 وحدات نقدية انخفضت الكمية الى المنتجة الى 50 وحدة

3- إذا أراد المنتج الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج الأول , أي 100 وحدة رغم ارتفاع سعر العمل يتحتم له أن يتحمل كلفة إضافية .

إذن نعلم أن :

$$\begin{cases} Q = 2KL = 100 \\ P_L = 4 \\ P_K = 4 \end{cases}$$

و منه :

$$\begin{cases} \frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} \\ Q = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2K}{2L} = \frac{4}{4} \\ 2KL = 100 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{بالتعويض}} \left\{ \begin{array}{l} L = K \\ 2KK = 100 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = K \\ K = 7,07 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = 7,07 \\ K = 7,07 \end{array} \right\}$$

إذن :

$$C_{T2} = 7,07.4 + 7,07.4$$

$$\Rightarrow C_{T2} = 56,56$$

إذن اذا أراد المنتج البقاء في نفس مستوى الإنتاج الأول اي 100 وحدة رغم ارتفاع سعر العمل الى 4 وحدات نقدية فيجب تحمل كلفة إضافية قدرها 16,56 وحدة نقدية.

$$C_{T3} = C_{T2} - C_T$$

$$\Rightarrow C_{T3} = 56,56 - 40$$

$$\Rightarrow C_{T3} = 16,56$$

حل التمرين الرابع:

$$P_{Lu} = 1 \Rightarrow P_L = 10.1 = 10 \quad \text{لدينا :}$$

نعلم أن :

$$\Pi = RT - CT$$

$$\Pi = XP_x - LP_L - KP_k \Rightarrow \Pi = (2L\sqrt{K})P_x - 10.10 - KP_k$$

$$\Rightarrow \Pi = 20\sqrt{k}P_x - KP_K - 100$$

نقوم بتعظيم الربح :

$$\text{Max } \Pi = \left\{ \begin{array}{l} \Pi'_k = 0 \\ \Pi''_k < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{20P_x}{2\sqrt{K}} - P_K = 0$$

$$\Pi'_k = 0 \Rightarrow \frac{20P_x}{2\sqrt{K}} - P_K = 0 \Rightarrow \frac{10P_x}{\sqrt{K}} = P_K$$

$$\sqrt{K} = \frac{10P_x}{P_K} \Rightarrow K = 100 \frac{P_x^2}{P_K^2} \quad \text{دالة طلب على } K$$

نتحقق من الشرط $\Pi''_k < 0$

$$\Pi''_k = \left(\frac{10P_x}{\sqrt{K}} - P_K \right)' = 10P_x \left(-\frac{1}{2\sqrt{K}} \right)$$

$$= -\frac{10P_x}{2\sqrt{K}} \quad (\text{هذه العلاقة دائما سالبة, إذن الشرط محقق})$$

$$k = \frac{100P_x^2}{P_x^2} \quad \bullet \quad \text{إذن دالة الطلب على رأس المال هي}$$

حل التمرين الخامس :

1- نقول أن دالة متجانسة إذا تحقق الشرط التالي :

$$f(tk, tL) = t^k f(K, L)$$

حيث :

- t عدد موجب , و هو مقدار مضاعفة عنصري إنتاج العمل (L) ورأس المال (K)
 - t^k مقدار مضاعفة الإنتاج الكلي
 - k درجة تجانس الدالة
- هذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج L و K بمقدار العدد (t) سوف يؤدي الى مضاعفة الإنتاج الكلي بالمقدار t^k
- إذن :

$$f(tk, tL) = (tk)^2 - tLtK + 2(tL)^2$$

$$= t^2K^2 - tLtK + 2t^2L^2$$

$$= t^2(K^2 - LK + 2L^2)$$

$$= t^2 f(K, L)$$

الشرط محقق إذن الدالة متجانسة من الدرجة الثانية , وهذا يعني أن مضاعفة عنصري الإنتاج L و K بمقدار العدد (t) سوف يؤدي الى مضاعفة الإنتاج الكلي بمقدار t^2 .

بما أن $k > 1$ فإن نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي أكبر من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج و بالتالي غلة الحجم متزايدة.

2- مسار توسع المؤسسة هو الخط المستقيم الذي يربط بين نقاط التوازن المختلفة عندما تتغير ميزانية المنتج مع ثبات العوامل الأخرى فهو يعبر عن مسار التوسع في الإنتاج , ويستخرج من الشرط الأول من تعظيم الإنتاج ,

إذن :

$$\frac{X'_L}{X'_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{-K + 4L}{2K - L} = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-K + 4L}{2K - L} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2K - L = -2K + 8L$$

$$\Rightarrow 4K = 9L$$

$$\Rightarrow K = \frac{9}{4}L$$

إذن معادلة منحنى مسار توسع المؤسسة هي $K = \frac{9}{4}L$

الحل التمرين السادس:

1- نعم يمكن استنتاج طبيعة غلة الحجم مباشرة لأن هذه الدالة من الشكل $X = AL^\alpha K^\beta$ وتسمى دالة كوب دوقلاس (cobb-Douglass) حيث يمثل :

- X : الناتج الكلي.
- A : التطور التكنولوجي ($A > 0$)
- L و K : الكميات المستعملة من عناصر الإنتاج العمل ورأس المال،
- α و β : مرونة الإنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال ($\alpha > 0, \beta > 0$)

درجة تجانس الدالة كوب دوقلاس هي $(\alpha + \beta)$, فنوع غلة الحجم في دوال كوب دوقلاس يعتمد على مجموع مرونتي الإنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال

إذن درجة تجانس الدالة هي :

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

درجة تجانس الدالة $\alpha + \beta < 1$ يعني ان غلة الحجم متناقصة اي نسبة الزيادة ف الإنتاج الكلي أقل من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج .

2- نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج L و K هي 4 %

إذن العمل L يصبح :

$$L_1 = L_0 + L_0 \cdot 0,04$$

$$L_1 = L_0(1 + 0,04)$$

$$L_1 = 1,04L_0$$

نفس الشيء بالنسبة لرأس المال K :

$$k_1 = 1,04k_0$$

$$t = 1,04 \quad \text{يعني}$$

نعلم أن في حالة دالة إنتاج كوب-دوقلاس مقدار الزيادة في حجم الإنتاج هو $t^{\alpha+\beta}$

إذن :

$$t^{\alpha+\beta} = (1,04)^{\frac{3}{4}} = 1,03$$

نستنتج أن عندما تزيد عناصر الإنتاج L و K بنسبة 4 % فإن نسبة الزيادة في حجم الإنتاج هي 3 %

و هذا يؤكد ما قلناه في السؤال الأول أن نسبة الزيادة في الإنتاج الكلي أقل من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج لأن $\alpha + \beta < 1$

الحل التمرين السابع:

1- الإنتاجية الحدية و المتوسطة :

الإنتاجية الحدية : أو الناتج الحدي ($P_m L$) هي عبارة عن مقدار التغير في الناتج الكلي نتيجة زيادة عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير بوحدة واحدة و نحصل عليه كالآتي :

$$\frac{\text{التغير في الناتج الكلي}}{\text{التغير في عدد العمال}} = \text{الناتج الحدي لعنصر العمل}$$

$$P_m L = \frac{\Delta P T_L}{\Delta L}$$

الإنتاجية المتوسطة : أو الناتج المتوسط (PML) هي عبارة عن نصيب العامل الواحد من الإنتاجية الكلية و نحصل عليها كالآتي :

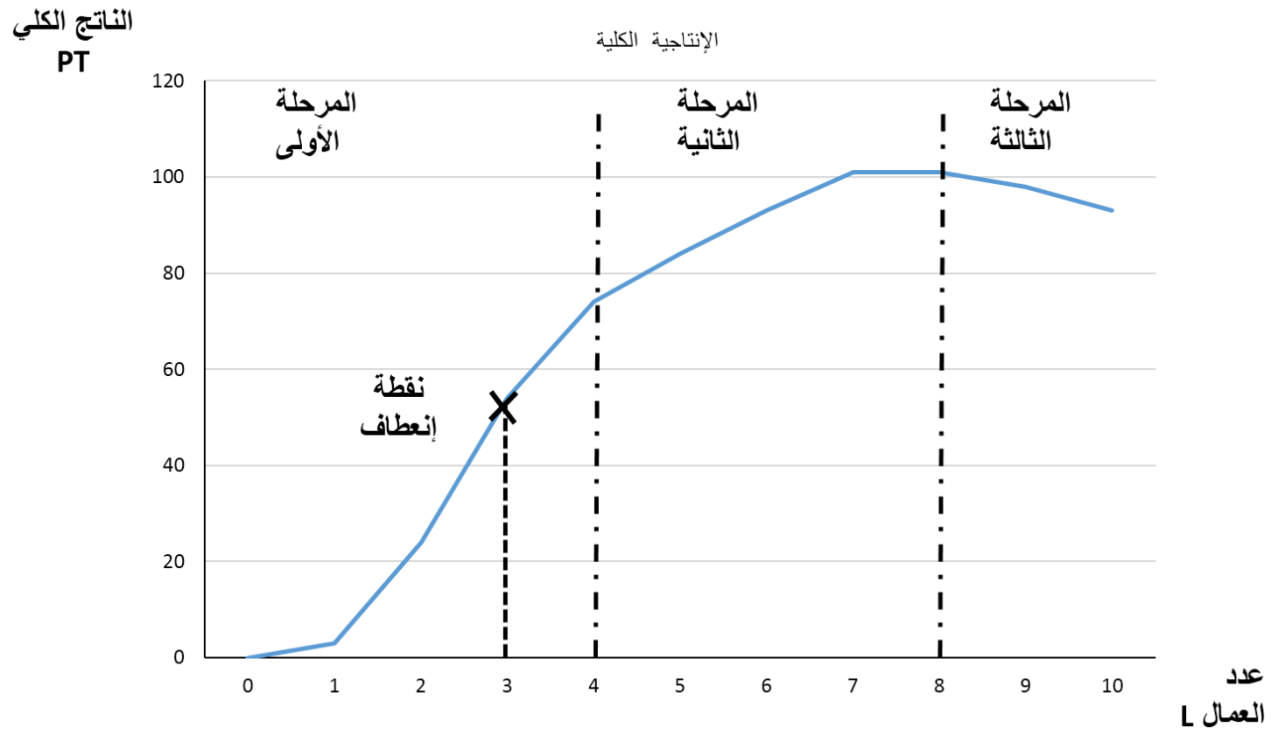
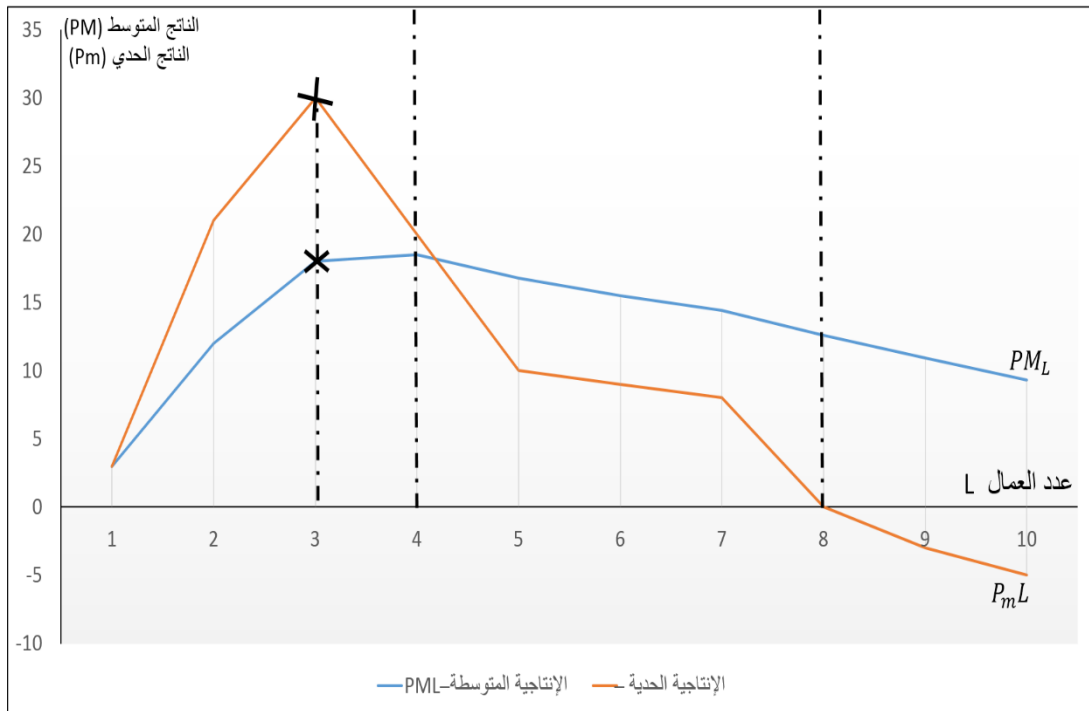
$$\frac{\text{الإنتاجية الكلية}}{\text{عدد العمال}} = \text{الإنتاجية المتوسطة لعنصر العمل}$$

$$PML = \frac{P T_L}{L}$$

و منه نحصل على الجدول التالي:

العمال L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإنتاجية الكلية $P T_L$	0	3	24	54	74	84	93	101	101	98	93
الإنتاجية المتوسطة PML	—	3	12	18	18,5	16,8	15,5	14,4	12,6	10,9	9,3
الإنتاجية الحدية $P_m L$	—	3	21	30	20	10	9	8	0	-3	-5

2- من خلال الجدول السابق يمكن أن نرسم منحنيات الإنتاج في الشكل البياني التالي:



3- نلاحظ أن الإنتاج الكلي يمر ب3 مراحل، يزداد هذا الإنتاج بزيادة متزايدة في المرحلة الأولى ثم بزيادة متناقصة في المرحلة الثانية إلى أن يصل إلى حده الأقصى ثم يبدأ بالتناقص كلما يزيد عنصر العمل (L)، و من خلال العلاقة بين الإنتاجية الكلية و الحدية و المتوسطة يمكن تحديد مراحل الإنتاج الثلاثة :

المرحلة الأولى: تبدأ من النقطة 0 و تنتهي عند النقطة العظمى لمنحنى الناتج المتوسط لعنصر العمل و هي النقطة التي يقطع فيها منحنى الناتج الحدي منحنى الناتج المتوسط ، و في هذه المرحلة يكون تزايد الناتج الحدي أسرع من تزايد الناتج المتوسط ، و من مصلحة المنتج في هذه المرحلة الإستمرار في زيادة وحدات إضافية من عنصر العمل لأنها تؤدي تؤدي في زيادة الإنتاج و من ثم زيادة الإيرادات التي تساهم في تخفيض التكاليف في نفس الوقت بسبب تزايد الناتج المتوسط لعنصر العمل و بالتالي الزيادة في الربح ،

المرحلة الثانية: تبدأ من النقطة العظمى لمنحنى الناتج المتوسط لعنصر العمل و تنتهي في النقطة العظمى لمنحنى الناتج الكلي (النقطة التي يكون فيها الناتج الحدي لعنصر العمل يساوي الصفر) ، و خلال هذه المرحلة يتزايد الناتج الكلي (بمعدل متناقص) ليصل إلى أقصاه، كما يتناقص كل من الناتج المتوسط و الناتج الحدي، إلا أن الناتج الحدي يتناقص بدرجة أسرع تناقص الناتج المتوسط ، تمثل هذه المرحلة مرحلة الإنتاج الأمثل لأنه يتحقق من خلالها أفضل توليفة بين عنصر الإنتاج المتغير و عنصر الإنتاج الثابت للحصول على أعظم إنتاج ، و منه المنتج يتوقف عن استخدام وحدات إضافية من عنصر العمل عندما يصل الناتج الكلي للقيمة العظمى،

المرحلة الثالثة: يكون في هذه المرحلة الناتج الكلي متناقص و الناتج الحدي لعنصر العمل سالب ، و يعد الإستمرار في إضافة وحدات العمل خلال هذه المرحلة غير عقلاني ، حيث يمكن للمنتج زيادة الإنتاج و الأرباح بخفض عنصر إنتاج العمل،

العلاقة بين الإنتاجية الحدية و المتوسطة للعمل (P_mL و PML):

يتبين من الشكل أن ميل منحنى الإنتاجية المتوسطة يكون موجب في المرحلة الأولى ، حيث يزيد الناتج المتوسط مع زيادة العمل، و يستمر الناتج المتوسط في الزيادة طالما كان منحنى الناتج الحدي يقع أعلى منحنى الناتج المتوسط سواء كان الناتج الحدي موجب الميل (متزايد) أو سالب الميل (متناقص)، و يكون منحنى الناتج المتوسط في المرحلة الثانية متناقص (سالب الميل) ، و الحد الفاصل بين المرحلة الأولى (تزايد الغلة) و المرحلة الثانية (تناقص الغلة) تتمثل في النقطة العظمى لمنحنى الناتج المتوسط و هي نقطة تقاطع منحنى الإنتاجية الحدية و الإنتاجية المتوسطة،

و منه :

- $P_mL > PML$ المرحلة الأولى (تزايد الغلة)
- $P_mL < PML$ المرحلة الثانية (تناقص الغلة)
- $P_mL = PML$ النقطة العظمى للإنتاجية المتوسطة

العلاقة بين الإنتاجية الحدية و الإنتاجية الكلية : ($P_m L$ و PT_L)

- الإنتاجية الحدية متزايدة $L_m \uparrow \Leftrightarrow$ تزايد الإنتاجية الكلية بمعدل متزايد $L \uparrow$
- الإنتاجية الحدية متناقصة $P_m L \downarrow \Leftrightarrow$ تزايد الإنتاجية الكلية بمعدل متناقص $PT_L \uparrow$
- الإنتاجية الحدية معدومة $P_m L = 0 \Leftrightarrow$ وصول الإنتاجية الكلية ببنقطة العظمى ($\max PT_L$)
- الإنتاجية الحدية سالبة : $P_m L < 0 \Leftrightarrow$ تناقص الإنتاجية الكلية $PT_L \downarrow$

العلاقة بين الإنتاجية المتوسطة و الكلية للعمل (PML و : PT_L)

- الإنتاجية المتوسطة متزايدة $PML \uparrow \Leftrightarrow$ تزايد الإنتاجية الكلية أسرع من تزايد عنصر العمل
 $PT_L \uparrow$ أسرع $L \uparrow$
- الإنتاجية المتوسطة متناقصة $PML \downarrow \Leftrightarrow$ تزايد الإنتاجية الكلية أقل من تزايد عنصر العمل :
 $PT_L \uparrow$ أقل $L \uparrow$

الحل التمرين الثامن:

1- يحقق المنتج أعظم إنتاج إذا تساوت نسب الإنتاجيات الحدية مع نسب الأسعار، أي:

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{20}{10} = 2$$

$$L = \frac{1}{2} K$$

ومنه:

نعوض هذه القيمة في معادلة التكاليف نجد:

$$200 = 10K + 20L = 20K \Rightarrow \begin{cases} K = 10 \\ L = 5 \end{cases}$$

و يكون الإنتاج الأعظم يساوي 50 وحدة.

2- عندما يتغير سعر رأس المال و يصبح يساوي 20 وحدة نقدية، يتغير شرط التعظيم و يصبح لدينا:

$$L = K$$

و بالتعويض في خط التكاليف نجد:

$$\begin{cases} K = 5 \\ L = 5 \end{cases}$$

الإنتاج الذي يتمكن المنتج من تحقيقه هو 25 وحدة فقط نظرا لارتفاع سعر رأس المال الشيء الذي يحد من استعمال هذا العنصر و يؤثر سلبا على الإنتاج.

3- إذا لم يرض المنتج بهذا الانخفاض في الإنتاج و أراد أن يبقى في مستوى إنتاجه الأول و الذي يساوي 50 وحدة لابد عليه من زيادة استعمال عناصر الإنتاج رغم ارتفاع سعر رأس المال مثلا.

رياضيا يجب عليه أن يحقق كمية تساوي 50 وحدة تحت قيد الأسعار الجديدة لعناصر الإنتاج وهي 20 وحدة نقدية لكل من العمل و رأس المال. يحصل هذا بتقاطع منحني السواء $Q = 50$ مع خط تكاليف موازي لخط التكاليف:

$$200 = 20K + 20L$$

$$\frac{K}{L} = 1$$

و خطوط التكاليف الموازية يكون ميلها يساوي:

و يتعين إذا حل النموذج:

$$\begin{cases} Q = K.L = 50 \\ K = L \end{cases}$$

و هو ما يعطينا:

$$K = L = 5\sqrt{2} \approx 7$$

فيكون الإنتاج هو :

$$Q = 7 \times 7 \approx 50$$

و يجب على المنتج أن يحصل على ميزانية تقارب 280 وحدة نقدية حتى يغطي تكاليف هذه الكمية من الإنتاج بالأسعار المعمول بها لعناصر الإنتاج، أي:

$$(7 \times 20) + (7 \times 20) = 280$$

4- لحساب المعدل الحدي للإحلال التقني نحسب:

$$tms_{K/L} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = \frac{7 - 10}{7 - 5} = -\frac{3}{2}$$

عندما ارتفع سعر رأس المال من 10 إلى 20 وحدة نقدية كان لزاما على المنتج الذي كان يستعمل 10 وحدات من رأس المال ألا يستعمل إلا 7 وحدات. فإذا أراد تعويض هذه الكمية التي تحتّم عليه التخلي عنها من رأس المال من جراء زيادة السعر يجب أن يستعمل بدلها وحدتين من العمل؛ أي أن يعوض 1,5 وحدة من رأس المال بوحدة من العمل و هذا ما يدل عليه المعدل الحدي للإحلال التقني.

5- عندما ينتقل المنتج من إنفاق ميزانية يساوي 200 وحدة نقدية إلى ميزانية تساوي 400 وحدة نقدية ثم 600 فإنه يزيد من استعمال عناصر الإنتاج و من الإنتاج. إنه يوسع من حجم المؤسسة. و نقاط التوازن المختلفة تعبر عن مسار توسع المؤسسة. و بما أن منحنى مسار توسع المؤسسة يمر بنقاط التوازن المختلفة فإنه يحقق دائما شرط التوازن و هو نسبة رأس المال إلى العمل -سعر العمل هو 20 وحدات نقدية و أن سعر رأس المال هو 10 وحدة نقدية كما جاء في الوضعية الأصلية للمؤسسة - و لقد رأينا أن هذه النسبة في النقاط المختلفة هي:

$$K = 2L$$

و هذه المعادلة هي معادلة مسار توسع المؤسسة.

الحل التمرين التاسع:

1- نرسم للإنتاجية العينية للعمل بـ Q'_L و للإنتاجية الحدية الغينية لرأس المال بـ Q'_K ، و منه:

$$Q'_L = \frac{3}{4} K^{\frac{1}{4}} L^{-\frac{1}{4}}$$

$$Q'_K = \frac{1}{4} K^{-\frac{3}{4}} L^{\frac{3}{4}}$$

2- للبحث عن الكميات التي سيستعملها المنتج لضمان الإنتاج الأعظم يجب تعظيم الإنتاج؛ و يكون الإنتاج أعظم

إذا تحقق شرط:

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} K^{\frac{1}{4}} L^{-\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4} K^{-\frac{3}{4}} L^{\frac{3}{4}}} = \frac{2}{1}$$

و منه:

$$L = \frac{3}{2} K$$

نعوض في خط ميزانية المنتج (الذي هو في نفس الوقت خط التكاليف) فنكتب:

$$200 = K + 2L = K + 2 \times \frac{3}{2} K = 4K$$

و نجد:

$$\begin{cases} K = 50 \\ L = 75 \end{cases}$$

3- عندما يرتفع سعر رأس المال إلى وحدتين نقديتين فإن شرط تعظيم الناتج يصبح: $L = 3K$

و عندما نعوض في معادلة خط التكاليف يكون لدينا:

$$200 = 8K \Rightarrow \begin{cases} K = 25 \\ L = 75 \end{cases}$$

و يكون الإنتاج الأعظم يساوي:

$$Q = 25^{\frac{1}{4}} \times 75^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{3}{4}} \times 25 = 32,90$$

الحل التمرين العاشر:

1- شرط التوازن يكون دائما عندما تتحقق المعادلة:

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{4 \times \frac{1}{4} K^{\frac{3}{4}} L^{-\frac{3}{4}}}{4 \times \frac{3}{4} K^{-\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3}$$

و منه:

$$K = L$$

بما أن التوازن يحصل عند تحقيق إنتاج يساوي 400 وحدة، يجب أن نجد الحل للنموذج:

$$\begin{cases} Q = 4K^{\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{4}} = 400 \\ K = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 100 \\ L = 100 \end{cases}$$

و تكون الكلفة هي:

$$CT = 3K + L = 4K = 4L = 400$$

2- لنبرهن أن الدالة $Q = f(K, L)$ متجانسة يجب أن نبرهن على العلاقة التالية:

$$f(tK, tL) = t^k \cdot f(K, L)$$

أي أن:

$$4 \times (tK)^{\frac{3}{4}} \cdot (tL)^{\frac{1}{4}} = 4 \times t^{\frac{3}{4}} \times K^{\frac{3}{4}} \times t^{\frac{1}{4}} \times L^{\frac{1}{4}} = 4 \cdot t \cdot K^{\frac{3}{4}} \cdot L^{\frac{1}{4}}$$

إن الدالة إذن متجانسة من الدرجة الأولى،

3- إذا تمت مضاعفة عناصر الإنتاج فإن حجم الإنتاج يصبح كالتالي:

$$4 \times (2 \times K)^{\frac{3}{4}} \cdot (2 \cdot L)^{\frac{1}{4}} = 2 \times 4K^{\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{4}}$$

حجم الإنتاج الذي كان 400 وحدة عند $K = L = 100$ سيتضاعف كذلك ليصبح 800 وحدة، و تكون الكلفة هي:

$$CT = (2 \times 100 \times 3) + (2 \times 100 \times 1) = 800$$

4- إذا تمت مضاعفة عناصر الإنتاج مرة أخرى - أو بالرجوع إلى البداية ضرب كمية عناصر الإنتاج في 4 أي ضعف الضعف- فبنفس الطريقة نجد أن الإنتاج يصبح ضعف الإنتاج السابق و كذلك التكاليف، أي $Q = 1600$ و

$$CT = 1600$$

5- مسار توسع المؤسسة هو المنحنى الذي يربط نقاط التوازن المختلفة. عندما كنا ننتقل من نقطة لأخرى بزيادة عناصر الإنتاج فإن أول نقطة انطلقنا منها كانت نقطة توازن، و النقاط التي كنا نحصل عليها كلها نقاط توازن. هذه النقاط هي:

$$\begin{cases} E_1(100,100) \Rightarrow Q_1 = 400 \\ E_2(200,200) \Rightarrow Q_2 = 800 \\ E_3(400,400) \Rightarrow Q_3 = 1600 \end{cases}$$

مسار أو مجال توسع المؤسسة يعبر عن المنحنى الذي يمر بهذه النقاط. إذا كان تباعد منحنيات الناتج المتساوي ثابتا كان مردود الحجم ثابتا، أما إذا كان تباعد منحنيات الناتج المتساوي متزايدا أو متناقصا كان مردود الحجم كذلك متزايدا أو متناقصا.

دالة التكاليف

التمرين الأول :

الجدول الآتي يبين التكاليف المتغيرة حسب الكمية المنتجة :

6	5	4	3	2	1	0	Q
21	14	11	9	8	6	0	CV

إذا كان لدينا التكاليف ثابتة تقدر ب6 وحدات نقدية.

- 1- أرسم التكاليف الكلية.
- 2- أرسم بيانيا التكاليف المتغيرة, الثابتة و الكلية.
- 3- أحسب كلا من التكاليف المتوسطة المتغيرة, التكاليف المتوسطة الثابتة و التكاليف المتوسطة الكلية ثم التكاليف الحدية,
- 4- أرسم بيانيا كل هذه التكاليف .حلل وضعية المؤسسة استنادا لهذه التكاليف,

التمرين الثاني :

لدينا دالة التكاليف التالية :

$$CT = 5x^2 + 12x + 20$$

- 1- حدد الكلفة الحدية, الكلفة المتوسطة الكلية, الكلفة المتوسطة المتغيرة, و الكلفة المتوسطة الثابتة,
- 2- أرسم بيانيا هذه التكاليف , مع الشرح.

التمرين الثالث :

تنتج منشأة المنتج X طبقا لدالة التكاليف التالية:

$$CT = 2x^2 + 6x + 72$$

- 1- حدد عتبة المردودية .
- 2- حدد عتبة الغلق.
- 3- حلل النتائج المتحصل عليها,

التمرين الرابع:

الجدول التالي يبين التكاليف قصيرة المدى لخمسة مستويات من الإنتاج بحيث يعبر كل مستوى عن فترة،

المستوى الأول		المستوى الثاني		المستوى الثالث		المستوى الرابع		المستوى الخامس	
CMTC	Q	CMTC	Q	CMTC	Q	CMTC	Q	CMTC	Q
15,50	1	15,50	2	10,00	5	10,00	8	12,00	9
13,00	2	12,00	3	8,50	6	9,50	9	11,00	10
12,00	3	11,00	4	8,00	7	10,50	10	11,50	11
11,75	4	9,50	5	8,50	8	12,00	11	13,00	12
13,00	5	11,00	6	10,00	9	15,00	12	16,00	13

- 1- مثل بيانيا التكاليف المتوسطة الكلية في المدى القصير للمستويات الخمسة.
- 2- استنتج تكاليف المدى الطويل، الكلي و المتوسط، و الحدي منها.
- 3- مثل التكاليف المتوسطة الكلية و التكاليف الحدية في المدى الطويل و بين عتبة المردودية في المدى الطويل.

التمرين الخامس :

لدينا دالة الإنتاج التالية $Q = KL$

إذا كان سعر العمل هو وحدة نقدية .

- 1- حدد شروط توازن المنتج
- 2- حدد التكاليف الكلية للإنتاج في المدى الطويل.
- 3- حدد عتبة مردودية المؤسسة.

التمرين السادس :

تنتج وحدة واحدة من المنتج x حسب دالة الإنتاج التالية :

$$QT = -L^2 + 9L$$

- حدد حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاجية كلية

حلول تمارين دالة التكاليف

حل التمرين الأول :

للإجابة على أسئلة هذ التمرين سوف نتبع الخطوات كالتالي :

نقوم بحساب جميع التكاليف المطلوبة ونجمعها في نفس الجدول ثم نقوم برسم مختلف المنحنيات مع التحليل .

-نقوم بتذكير القوانين اللازمة لحساب مختلف التكاليف :

- التكاليف الكلية = التكاليف المتغيرة + التكاليف الثابتة $CT = CV + CF$

- التكاليف المتوسطة المتغيرة: $CMV = \frac{CV}{Q}$

- التكاليف المتوسطة الثابتة: $CMF = \frac{CF}{Q}$

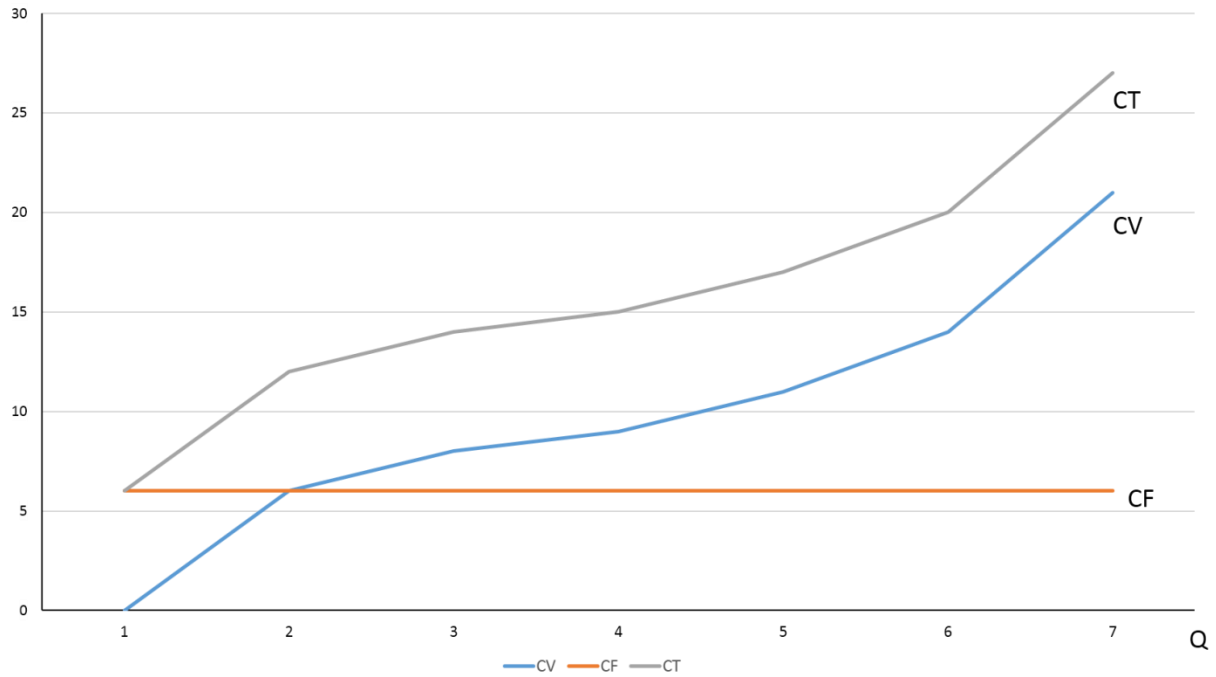
- التكاليف المتوسطة الكلية: $CMT = CMV + CMF$

- التكاليف الحدية: $C_m = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$

و بالتالي نتحصل على قيم مختلفة للتكاليف ملخصة في الجدول التالي :

Q	CV	CF	CT	CMV	CMF	CMT	C_m
0	0	6	6	-	-	-	-
1	6	6	12	6	6	12	6
2	8	6	14	4	3	7	1
3	9	6	15	3	2	5	1
4	11	6	17	2,75	1,5	4,25	2
5	14	6	20	2,8	1,2	4	3
6	21	6	27	3,5	1	4,5	7

نقوم برسم منحنيات التكاليف المتغيرة , الثابتة و الكلية :



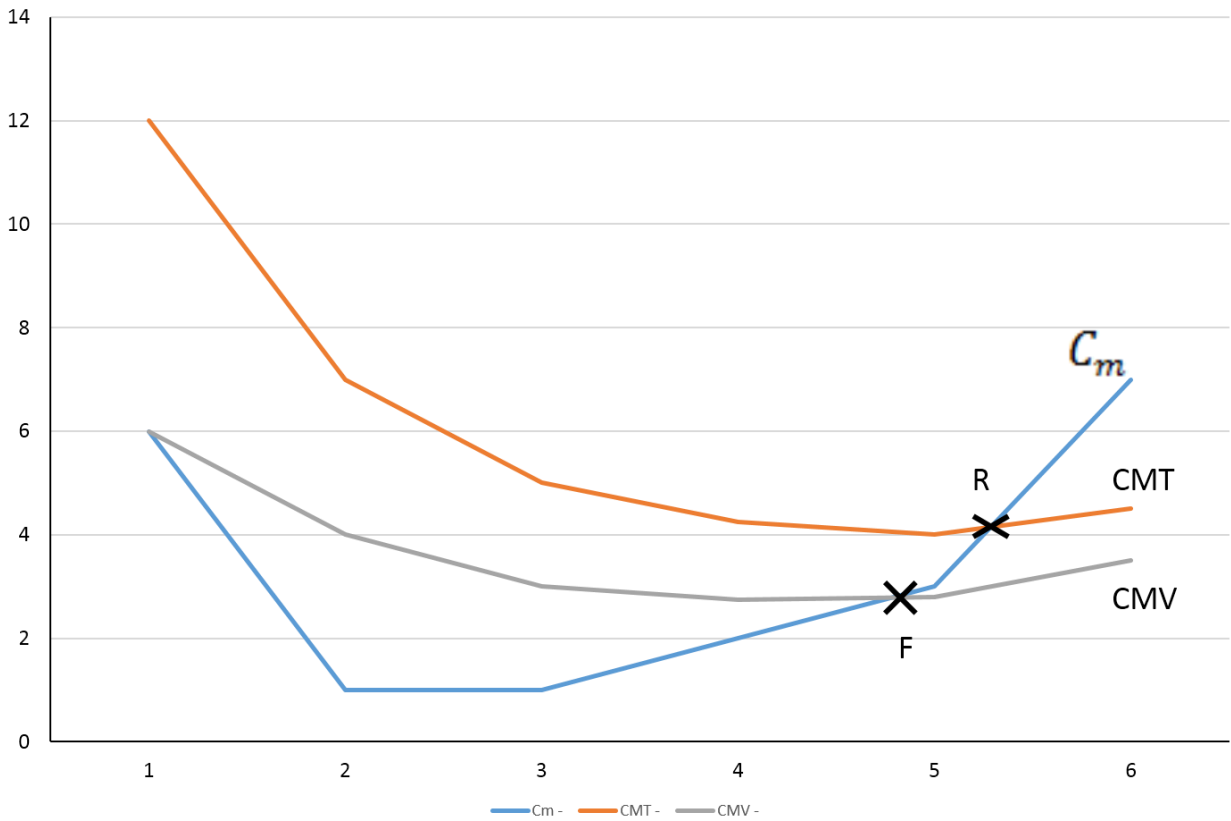
نلاحظ أن دالة التكاليف تمر بمرحلتين تفصل بينهما نقطة انعطاف و هذا راجع الى قانون تناقص مردود الحجم عند دراسة دالة الإنتاج .

في المرحلة الأولى تكون دالة التكاليف متزايدة لكن بوتيرة بطيئة و هي تتطابق مع مرحلة مردود الحجم المتزايد في منحنى دالة الإنتاج.

أما المرحلة الثانية فإن التكاليف تزايد بوتيرة كبيرة و تتطابق هذه المرحلة مع مرحلة مردود الحجم المتناقص في منحنى دالة الإنتاج

يكون منحنى الكلفة الكلية موازي لمنحنى الكلفة المتغيرة و الفرق بينهما هو التكاليف الثابتة.

نقول برسم منحنيات الكلفة المتوسطة الكلية و المتغيرة و الكلفة الحدية:



نلاحظ أن الكلفة الحدية (C_m) تقطع الكلفة المتوسطة الكلية (CMT) في النقطة R. نعتبر لنقطة R عن عتبة المردودية (Seuil de rentabilité) وفي هذه النقطة المؤسسة لا تحقق أي ربح وتكون المداخل تساوي التكاليف الكلية. تبدأ المؤسسة تحقق الربح عندما ترتفع عن هذه النقطة، تكون في هذه النقطة الكلفة المتوسطة الكلية تساوي الكلفة الحدية

$$(C_m = CMT)$$

من جهة أخرى تقطع الكلفة الحدية (C_m) الكلفة المتوسطة المتغيرة في النقطة F. نعتبر النقطة F عن عتبة الغلق (Seuil de fermeture)

عندما تكون المؤسسة م بين عتبة المردودية و عتبة الغلق أي بين النقطة R و F فإن المؤسسة في خسارة لكنها لا تغلق لأن بإمكانها تغطية جزء من التكاليف وتعمل لتحسين وضعيتها،

أما إذا نزلت تحت عتبة الغلق (النقطة F) فإن المؤسسة تتوقف عن العمل لأنها لا تستطيع تغطية التكاليف المتغيرة و الثابتة (Ex : Frais financier)

حل التمرين الثاني :

- الكلفة الحدية (C_m)

$$C_m = (CT)'$$

نعلم ان

إذن :

$$C_m = 5x^2 + 12x + 20$$

$$C_m = 10x + 12$$

- الكلفة المتوسطة الكلية (CMT) :

$$CMT = \frac{CT}{Q}$$

نعلم أن :

إذن :

$$CMT = \frac{CT}{X}$$

$$CMT = \frac{5x^2 + 12x + 20}{x}$$

- الكلفة المتوسطة المتغيرة (CMV) :

$$CMV = \frac{CV}{Q} \Rightarrow CMV = \frac{5x^2 + 12x}{x}$$

$$CMV = 5x + 12$$

- الكلفة المتوسطة الثابتة (CMF) :

$$CMF = \frac{CF}{Q} \Rightarrow CMF = \frac{20}{x}$$

لرسم مختلف المنحنيات نستعين بقيم مساعدة :

الكلفة الحدية C_m

X	0	1	2	3	4	5	6
Cm	12	22	32	42	52	62	72

الكلفة المتوسطة المتغيرة CMV :

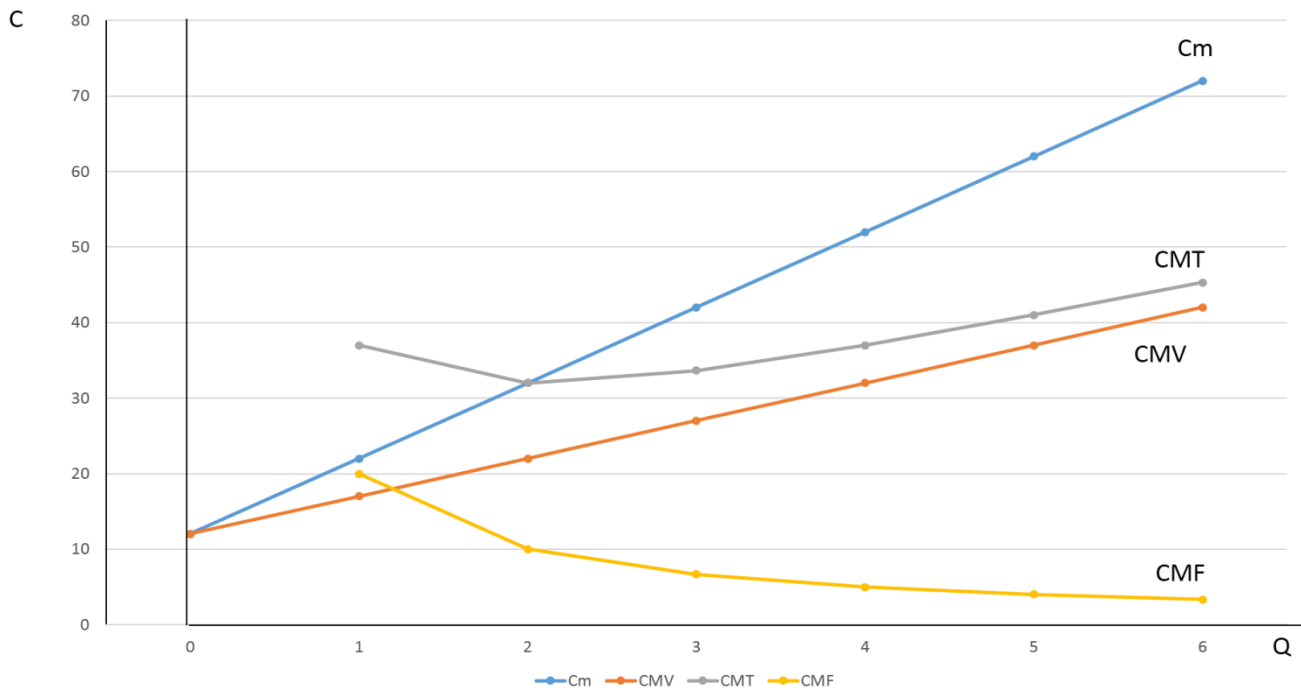
X	0	1	2	3	4	5	6
CMV	12	17	22	27	32	37	42

الكلفة المتوسطة الكلية CMT :

X	1	2	3	4	5	6
CMT	37	32	33,66	37	41	45,3

الكلفة المتوسطة الثابتة CMF :

X	1	2	3	4	5	6
CMF	20	10	6,66	5	4	3,33



• نفس شرح التمرين الأول (السؤال الرابع)

حل التمرين الثالث :

1- نعلم أن عتبة المردودية هي نقطة تقاطع منحنى الكلفة الحدية و منحنى الكلفة المتوسطة الكلية اي رياضيا

$$Cm = CMT$$

$$\Rightarrow 4x + 6 = \frac{2x^2 + 6x + 72}{x}$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 6x + 72 \Rightarrow 2x^2 - 72 = 0$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ عتبة المردودية}$$

2- عتبة الغلق هي نقطة تقاطع منحنى الكلفة الحدية مع منحنى الكلفة المتوسطة المتغيرة و تكتب رياضيا $Cm=CMV$

$$\Rightarrow 4x + 6 = \frac{2x^2 + 6}{x} \Rightarrow 4x^2 + 6x \Rightarrow 2x^2 = 0$$

$$X=0 \text{ عتبة الغلق}$$

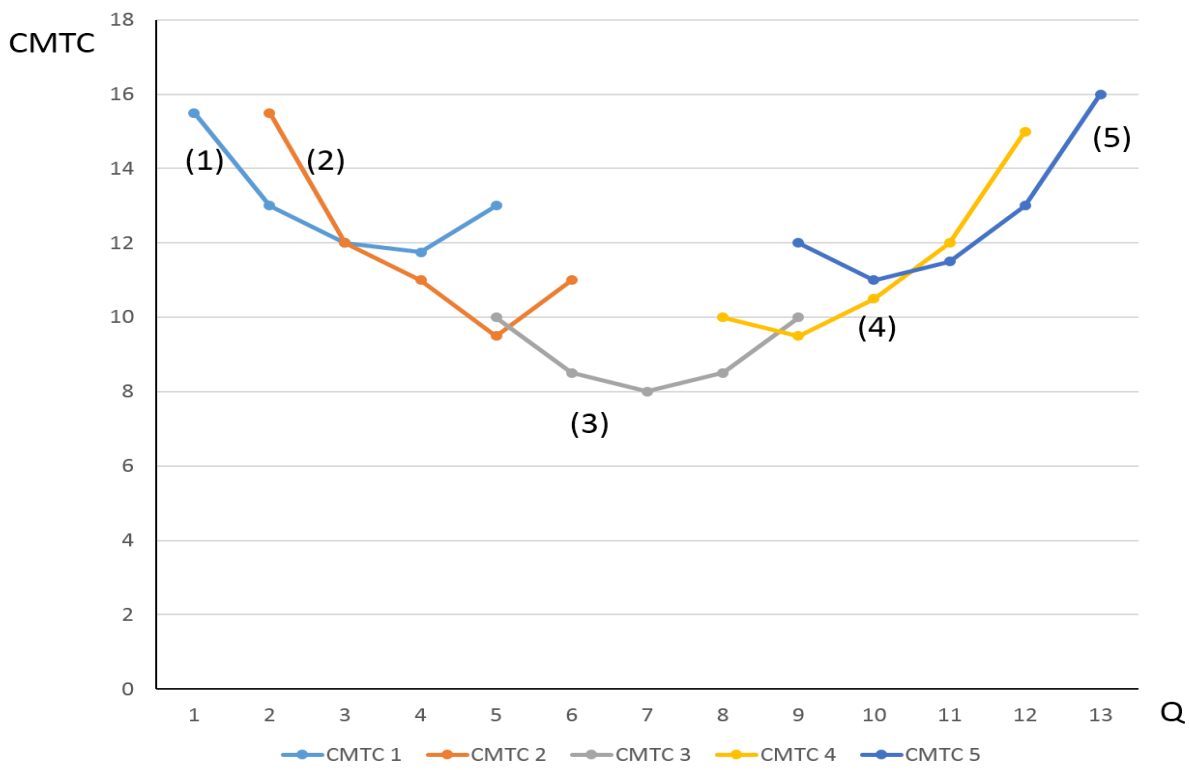
3- المؤسسة لا تبدأ في الربح الا بعد أن تصل الكمية المنتجة 6 وحدات.

عندما يكون انتاج المؤسسة ف المجال $[0, 6]$ فإن المؤسسة في حالة خسارة لكنها لا تغلق لان بإمكانها تغطية جزء من تكاليف (CV)

عندما المؤسسة لا تنتج أي ($x=0$) فإنها تغلق لأنها لا تستطيع تغطية التكاليف (CF و CV)

حل التمرين الرابع:

-1



نعلم أن تكاليف المتوسط الكلية في المدى الطويل هي عبارة عن أصغر نقطة للتكاليف المتوسطة الكلية في المدى القصير

$CMTL = \sum \min CMTL$ نقارن الكميات المنتجة في المراحل المختلفة ثم نأخذ أقل كلفة متوسطة في المدى القصير.

مثال :

إذا أراد المنتج إنتاج كمية تساوي 5 فيجب أن ينتجها بكلفة متوسطة كلية في المدى القصير تساوي 13 وحدة نقدية في المستوى الأول أو انتاجها ب 9,5 وحدة في المستوى الثاني أو ب 10 وحدات نقدية في المستوى الثالث , ذن سيختار أن ينتجها بأقل كلفة وهي 9,5 وحدات نقدية في المستوى الثاني وهكذا بالنسبة لجميع الكميات التي يريد إنتاجها , فنتحصل على الجدول التالي :

Q	CMTL	CTL	CmL
1	15,5	15,5	-
2	13	26	10,5
3	12	36	10
4	11	44	8
5	9,5	47,5	3,5
6	8,5	51	3,5
7	8	56	5
8	8,5	68	12
9	9,5	85,5	17,5
10	10,5	105	19,5
11	11,5	126,5	21,5
12	13	156	29,5
13	16	208	52

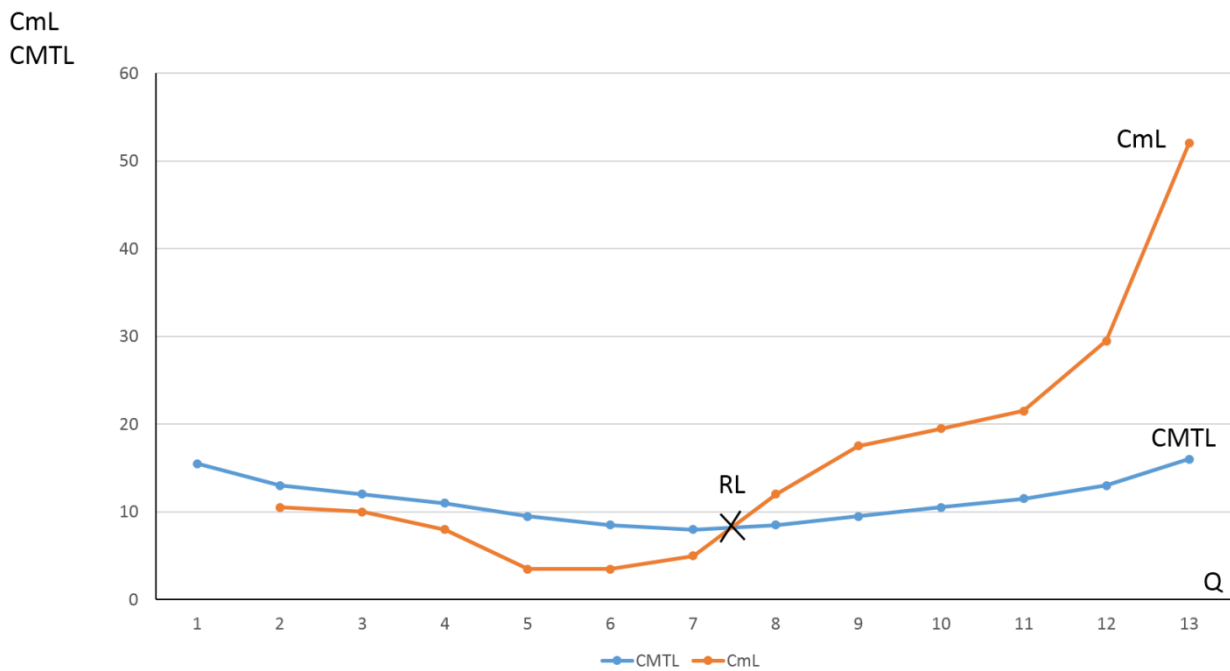
حساب CTL

$$CMTL = \frac{CTL}{Q} \text{ نعلم أن:}$$

إذن: CTL = CMTL.Q

حساب CmL :

$$C_mL = \frac{\Delta CTL}{\Delta Q}$$



النقطة RL تعبر عن عتبة المردودية في المدى الطويل حيث يتقاطع منحنى الكلفة الحدية في المدى الطويل (CmL) مع منحنى الكلفة المتوسطة الكلية في المدى الطويل .

حل التمرين الخامس :

/1

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{1}{4}$$

2/ المطلوب في هذا السؤال حساب التكاليف الكلية للإنتاج في المدى الطويل أي $CT=CT(Q)$

نعلم أن :

$$CT = KP_K + LP_L$$

إذن لدينا :

$$\begin{cases} CT = 4K + L \\ L = 4K \end{cases}$$

بالتعويض نتحصل على :

$$CT = 8K \dots \dots \dots (1)$$

ولدينا :

$$\begin{cases} Q = KL \\ L = 4K \end{cases}$$

بالتعويض نتحصل على :

$$4K^2 = Q$$

$$\Rightarrow K^2 = \frac{Q}{4} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{Q}{4}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{2} \dots\dots\dots(2)$$

من المعادلتين (1) و (2) لدينا :

$$\begin{cases} CT = 8K \\ K = \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{2} \end{cases}$$

بالتعويض نتحصل على :

$$CT = 8 \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow CT = 4Q^{\frac{1}{2}}$$

3/ عتبة المردودية هي نقطة تقاطع بين منحنى الكلفة المتوسطة الكلية و الكلفة الحدية بيانها أي حسابيا : $CMT = C_m$

$$CMT = \frac{CT}{Q} \Rightarrow CMT = \frac{4Q^{\frac{1}{2}}}{Q}$$

$$C_m = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\delta CT}{\delta Q} \Rightarrow C_m = \left(4Q^{\frac{1}{2}}\right)' = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot Q^{-\frac{1}{2}}$$

$$C_m = 2Q^{-\frac{1}{2}}$$

و منه نستنتج :

$$\frac{4Q^{\frac{1}{2}}}{Q} = 2Q^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow 4Q^{\frac{1}{2}} = 2Q^{-\frac{1}{2}} \cdot Q$$

$$\Rightarrow 4Q^{\frac{1}{2}} = 2Q^{\frac{1}{2}}$$

$$2 Q^{\frac{1}{2}} = Q^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow Q = 0$$

إذن هذه المؤسسة تدخل ف الربح مباشرة عندما تبدأ في الإنتاج.

حل التمرين السادس:

نعلم أن عند أقصى إنتاج كلي تكون الإنتاجية الحدية معدومة , رياضيا نكتب : $Q'T = 0$

$$\text{و منه } (-L^2 + 9L)' = 0$$

$$-2L + 9 = 0$$

$$L = 4,5$$

إذن حجم اليد العاملة الذي يسمح بالحصول على أقصى إنتاج هو $L = 4,5$

الفصل الخامس

السوق وتعظيم الربح

التمرين الأول

I. لدينا 1000 مستهلك و1000 منتج يتمتعون بدوال الطلب والعرض الفردية التالية:

$$P = -2Q + 15$$

$$P = Q + 10$$

1- حدد كل الطلب الكلي والعرض الكلي.

2- حدد توازن السوق.

II. يريد منتجان أن يدخلان السوق ولديهما دالتي التكاليف الكلية التالية:

$$CT_A = Q_A^2 + Q_A + 25$$

$$CT_B = Q_B^2 + 4Q_B + 25$$

1- حدد شروط دخول كل منتج السوق.

2- حدد عتبة مردودية كل منتج.

3- حدد ربح كل منتج.

4- نفترض أنه تحت ظرف من الظروف (انخفاض الدخل مثلا) انخفض الطلب قبل أن يتخذ المنتج

الأول قراره دخول السوق. إذا كان الطلب الجديد يساوي: $Q = -500P + 5000$

هل تنصح المنتج دخول السوق. ولماذا.

التمرين الثاني :

لدينا اقتصاد يتكون من نوعين من المؤسسات: A و B تنتج هذه المؤسسات نفس المنتج حسب التكاليف الفردية التالية:

$$CT_A = Q_A^2 - 10Q_A + 25$$

$$CT_B = 3Q_B^2 - 5Q_B + 27$$

- 1- حدد عتبة مردودية مؤسسة من كل نوع.
- 2- حدد دالة عرض مؤسسة من كل نوع.
- 3- حدد العرض الإجمالي للنوعين معا بافتراض انهما يدخلان السوق معا وان عدد المؤسسات من النوع الأول هو 25 مؤسسة وان عدد مؤسسات النوع الثاني يساوي 18 مؤسسة فقط (لنفترض شروط المنافسة الحرة).
- 4- إذا كان الطلب الإجمالي في السوق هو:

$$Q = -30P + 340$$

حدد سعر وكمية التوازن. بما تنصح كل نوع من المؤسسات. ما هو عدد المؤسسات التي تدخل السوق من كل نوع. علل اجابتك.

التمرين الثالث :

تنتج مؤسسة سلعة X في سوق تنافسي حر حسب دالة التكاليف التالية:

$$CT = 2Q^2 + 6Q + 13$$

وكان سعر السوق 46 وحدة نقدية.

- 1- ما هو حجم الإنتاج الأمثل؟
- 2- ما هي قيمة الأرباح؟

التمرين الرابع:

لدينا عدد من المؤسسات المتشابهة في السوق. تنتج هذه المؤسسات نفس المنتج حسب دالة التكاليف الفردية التالية:

$$CT=5Q^2 + 2Q + 180$$

- 1- حدد عتبة المردودية بالنسبة لهذه المؤسسات.
- 2- إذا تبين في السوق أن سعر التوازن هو 70 وحدة نقدية وأن كمية التوازن هي 7000 وحدة. ما هو عدد المؤسسات اللازم لتغطية الطلب، وما هو ربح كل مؤسسة.
- 3- إذا بقيت كل الأشياء على حالها وقررت الحكومة فرض ضريبة ثابتة على كل المؤسسات العاملة في السوق، ما هو أثر هذه الضريبة على المؤسسات وعلى السوق. ما هو مستوى هذه الضريبة الذي يجعل الربح يساوي 0.

التمرين الخامس:

تقوم منشأة احتكارية ببيع السلعة التي تنتجها في سوقين منفصلين. إذا كانت دالة التكاليف لهذه المنشأة على النحو التالي :

$$TC = 50000 - 20Q$$

و كانت معادلة الطلب التي تواجهها هذه المنشأة في السوق الأول على النحو التالي:

$$P1 = 500 - Q1$$

و كانت معادلة الطلب في السوق الثاني على النحو التالي :

$$P2 = 360 - 1,5Q2$$

أحسب حجم الإنتاج الأمثل و مستوى الأسعار و حجم الأرباح في السوق الأول و السوق الثاني.

التمرين السادس:

تقوم منشأة احتكارية بإنتاج سلعة X. إذا كانت معادلة الطلب على هذه السلعة ودالة التكاليف لهذه المنشأة على النحو التالي:

$$P = 246 - 2Q$$

$$CT = 2Q^2 + 6Q + 72$$

احسب ما يلي:

- 1- دالة الإيراد الكلي والحددي.
- 2- دالة التكلفة الحدية.
- 3- كمية الإنتاج التي تعظم الربح.
- 4- حجم أقصى أرباح يمكن الحصول عليها.

التمرين السابع :

تحتكر شركة XYZ إنتاج سلعة ما , و تقوم ببيع هذه السلعة في سوقين مختلفين , اذا كانت تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من السلعة ثابتة و تساوي 10 ون , و كانت دالة الطلب في السوق الثاني كما يلي على التوالي :

$$Qd_1 = 110 - P_1$$

$$Qd_2 = 140 - 2P_2$$

1. اوجد دالة الإيراد الكلي في السوق الأول و السوق الثاني .
2. ما هي الكمية التي تعظم الأرباح في السوق الأول و السوق الثاني.
3. هل يختلف سعر السلعة في السوقين ؟ ولماذا ؟

التمرين الثامن :

الجدول التالي يبين الإيراد الكلي (RT) والتكاليف لمحتكر يقوم بإنتاج سلعة ما:

الكمية (Q)	السعر (P)	التكاليف الثابتة (CF)	التكاليف المتغيرة (CV)
0	100	50	0
1	90	50	44
2	80	50	64
3	70	50	87
4	60	50	120
5	50	50	150

210	50	40	6
-----	----	----	---

- أكمل الجدول بحساب كل من التكاليف الكلية، التكاليف الحدية، الإيراد الكلي والأرباح.

ما هو الإنتاج الأمثل لهذا المحتكر.

التمرين التاسع :

يقوم محتكرا بإنتاج سلعة ما حسب دالة التكاليف التالية:

$$CT = Q^2 + 12Q + 14$$

ويوجد هذا المحتكر دالة الطلب التالية:

$$P = 60 - 2Q$$

احسب الحجم الأمثل من الإنتاج وقيمة الأرباح.

التمرين العاشر :

شركة احتكارية تنتج حسب دالة التكاليف المتوسطة الكلية التالية:

$$CMT = 3Q + 10 + \frac{81}{Q}$$

قامت هذه الشركة بدراسة السوق و تبين أن الطلب على منتوجها يتبع الدالة:

$$Q = \frac{-P + 16}{2}$$

1- حدد شرط تعظيم ربح هذه المؤسسة.

2- حدد ربحها الكلي حسابيا و بيانيا.

3- بين المجال الذي يمكنها فيه تحديد السعر. ماذا تلاحظ. لماذا حقق هذا المحتكر ربحا ساليا.

التمرين الحادي عشر:

لدينا محتكر يواجه دالة الطلب الكلي التالية: $P = -2Q + 10$. حسب مرونة الطلب السعرية و وجدها $E_d = -1,5$.

1- حدد السعر و الكمية المناسبين لهذه المرونة. تأكد من أن هذا السعر ينتمي إلى المجال المقبول.

2- إذا كانت دالة التكاليف الكلية لهذا المحتكر هي: $CT = 3Q^2 - 10Q + 2$ ، ما هي الكمية التي تعظم الربح. أحسب الربح.

حلول تمارين الفصل الخامس

حل التمرين الأول :

1- الطلب الكلي والعرض الكلي:

لتحديد الطلب الكلي والعرض الكلي يجب أولاً تحديد الطلب الفردي والعرض الفردي ثم نضرب كل منهما في عدد المنتجين والمستهلكين.

- بالنسبة للطلب لدينا:

$$P = -2Q + 15 \rightarrow Q = \frac{-P + 15}{2}$$

$$Q_{DG} = \left(\frac{-P + 15}{2} \right) \cdot 1000$$

$$\Rightarrow Q_{DG} = -500P + 7500$$

- بالنسبة للعرض لدينا:

$$P = Q + 10 \rightarrow Q = P - 10$$

ومنه:

$$Q_{OG} = (P - 10)1000$$

$$\Rightarrow Q_{OG} = -1000P - 10000$$

2- توازن السوق:

يكون السوق في توازن عندما يكون الطلب = العرض.

$$Q_{DG} = Q_{OG}$$

$$-500P + 7500 = 1000P - 10000$$

$$\rightarrow 17500 = 1500P \rightarrow P = 11.66$$

نعوض في إحدى معادلتين العرض أو الطلب لإيجاد الكمية:

$$Q = -500(11,66) + 7500 = 1670$$

يتوازن السوق عندما يكون:

$$\begin{cases} P = 11,66 \\ Q = 1670 \end{cases}$$

II

1- شروط دخول كل منتج في السوق:

$$CT_A = Q_A^2 + Q_A + 25$$

$$CT_B = Q_B^2 + Q_B + 25$$

- بالنسبة للمنتج A:

$$C_{mA} = P \Rightarrow 2Q_A + 1 = 11.66$$

$$\rightarrow Q_A = 5.33$$

- بالنسبة للمنتج B:

$$C_{mB} = P \Rightarrow 2Q_B + 4 = 11.66$$

$$\rightarrow Q_B = 3.83$$

اذن يجب على المنتج A أن يدخل السوق بالكمية ($Q_A = 5.33$) وعلى المنتج B أن يدخل السوق بالكمية ($Q_B = 3.83$)

2- عتبة مردودية كل منتج:

المنتج A:

$$C_{mA} = CMT_A$$

$$\Rightarrow 2Q_A + 1 = \frac{Q_A^2 + Q_A + 25}{Q_A}$$

$$\Rightarrow (2Q_A + 1)Q_A = Q_A^2 + Q_A + 25 \quad Q_A = 5$$

المنتج B:

$$C_{mB} = CMT_B$$

$$2Q_B + 4 = \frac{Q_B^2 + 4Q_B + 25}{Q_A}$$

$$(2Q_B + 4)Q_B = Q_B^2 + 4Q_B + 25 \Rightarrow Q_B = 5$$

- نلاحظ ان المنتجين لهما نفس عتبة المردودية.

3- ربح كل منتج:

بالنسبة للمنتج B فانه لن يحقق ربح لان الكمية التي سيدخل بها الى السوق اقل من عتبة المردودية.

- للتذكير: تعبر عتبة المردودية النقطة التي منها تبدأ المؤسسة في الربح.

بالنسبة للمنتج A:

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = P \cdot Q - CT$$

$$\pi = P \cdot Q - [Q_A^2 + Q_A + 25]$$

$$\pi = 11.66 * 5.33 - [5.33^2 + 5.33 + 25]$$

$$\Rightarrow \pi = 3.42$$

-4

- الطلب الجديد: $Q = -500P + 5000$

عندما يتغير الطلب فان توازن السوق يتغير كذلك وسيصبح لدينا:

$$-500P + 5000 = 1000P - 10000$$

$$\rightarrow P = 10$$

كذلك الكمية التي يدخل بها المنتج السوق سوف تتغير وتصبح:

$$C_{mA} = P \Rightarrow 2Q_A + 1 = 10 \Rightarrow Q_A = 4.5$$

- نلاحظ ان كمية المنتج A هي $Q = 4.5$ اقل من عتبة المردودية التي تساوي $Q = 5$. اذن المنتج A في هذه الحالة لا

يحقق ربح اذن لا ننصحه بالدخول الى السوق.

حل التمرين الثاني :

لدينا:

$$CT_A = Q_A^2 - 10Q_A + 25$$

$$CT_B = 3Q_B^2 - 5Q_B + 27$$

1- عتبة مردودية مؤسسة من كل نوع:

نعلم ان عتبة المردودية هي النقطة التي تتقاطع فيها الكلفة الحدية مع الكلفة المتوسطة الكلية أي

$$C_m = CMT:$$

$$\bullet \quad C_{m A} = CMT_A \Rightarrow 2Q_A - 10 = \frac{Q_A^2 - 10Q_A + 25}{Q_A}$$

$$\Rightarrow Q_A (2Q_A - 10) = Q_A^2 - 10Q_A + 25$$

$$\Rightarrow Q_A = 5$$

$$\bullet \quad C_{m B} = CMT_B \quad 6Q_B - 5 = \frac{3Q_B^2 - 5Q_B + 27}{Q_B}$$

$$\Rightarrow Q_B (6Q_B - 5) = 3Q_B^2 - 5Q_B + 27$$

$$\Rightarrow Q_B = 3$$

2- دالة عرض كل نوع من مؤسسة:

دالة العرض هي الجزء المتصاعد من الكلفة الحدية. نبحث عن المشتقة الأولى حتى نحدد النقطة الدنيا التي هي بداية

دالة العرض.

نلاحظ ان المشتقة الأولى في الحالتين لا تساوي الصفر اذن دالة العرض للمؤسسة من كل نوع هي الكلفة الحدية كلها.

ونكتب

$$P = C_{m A} \Rightarrow P = 2Q_A - 10 \Rightarrow Q_A = \frac{P+10}{2}$$

$$P = C_{m B} \Rightarrow P = 6Q_B - 5 \Rightarrow Q_B = \frac{P+5}{6}$$

3- العرض الكلي لكل نوع من المؤسسات:

يساوي الكمية المعروضة من طرف المؤسسة الواحدة، مضروب في عدد المؤسسات من كل نوع. ونكتب:

$$Q_{GA} = \left(\frac{P+10}{2} \right) \cdot 25 \Rightarrow Q_{GA} = 12.5P + 125$$

$$Q_{GB} = \left(\frac{P+5}{6} \right) \cdot 18 \Rightarrow Q_{GB} = 3P + 15$$

ويكون العرض الكلي للسوق يساوي عرض النوعين معا وهو:

$$Q_0 = 15.5P + 140$$

4- سعر وكمية التوازن:

يحدث التوازن عندما يكن العرض يساوي الطلب: $Q_D = Q_0$

اذن:

$$-30p + 340 = 15.5p + 140$$

$$\rightarrow P = \frac{200}{45.5} = 4.39$$

وبالتعويض في احدى المعادلتين نجد:

$$Q = -30(4.39) + 340 = 208.3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 4.39 \\ Q = 208.3 \end{array} \right\}$$

التحليل:

تدخل المؤسسات السوق الا بشرط تساوي الكلفة الحدية مع سعر السوق:

$$C_{m A} = p \rightarrow 2Q_A - 10 = 4.39 \Rightarrow Q_A = 7.19$$

$$C_{m B} = p \rightarrow 6Q_B - 5 = 4.39 \Rightarrow Q_B = 1.56$$

بمقارنة الكميات التي تدخل بها كل نوع من المؤسسات مع عتبات المردودية لكل نوع نلاحظ ان:

المؤسسات من النوع A تدخل بكمية أكبر من كمية عتبة المردودية فهذه المؤسسات ستحقق ربح.

المؤسسات من النوع B تدخل بكمية اقل من كمية عتبة المردودية وبالتالي لن تحقق ربح.

- اذن ننصح المؤسسات من النوع B بعدم الدخول الى السوق.
- من ناحية أخرى نلاحظ ان إذا قسمنا الكمية اللازمة لتوازن السوق على الكمية التي تدخل بها كل مؤسسة من النوع A فإننا نحتاج الى 28 مؤسسة لتغطية السوق ونحن لدينا سوى 25 مؤسسة، اذن يمكن دخول السوق لمؤسسات أخرى.

حل التمرين الثالث :

1- في ظل المنافسة الحرة عند تعظيم الربح لدينا:

$$P = C_m$$

$$\rightarrow C_m = p \rightarrow \frac{\partial CT}{\partial Q} = p$$

$$\rightarrow 4Q + 6 = 46$$

$$\rightarrow 4Q = 40$$

$$\rightarrow Q = 10$$

اذن حجم الإنتاج الأمثل لهذه المؤسسة هو $Q = 10$

2- لحساب الربح لدينا دالة الربح: $\pi = RT - CT$

$$\pi = P.Q - (2Q^2 + 6Q + 13)$$

$$\pi = 46.10 - 2(10)^2 - 6(10) - 13$$

$$\pi = 187$$

عند انتاج كمية $Q=10$ من السلعة X يكون ربح المؤسسة مساوي ل 187 وحدة نقدية.

حل التمرين الرابع:

1- عتبة مردودية:

$$C_m = CMT$$

$$\rightarrow 10Q+2 = \frac{5Q^2+2Q+180}{Q}$$

$$\rightarrow Q(10Q + 2) = 5Q^2 + 2Q + 180$$

$$\Rightarrow Q = 6$$

2- عدد المؤسسات اللازمة:

كل مؤسسة لن تدخل السوق الا بتعظيم الربح ويكون كالتالي:

$$P=C_m \Rightarrow 10Q + 2 = 70$$

$$\rightarrow Q=6.8$$

اذن على مؤسسة ستدخل بكمية تقدر ب 6.8 ولدينا كمية التوازن تساوي 7000 وحدة. اذن عدد المؤسسات اللازمة ستكون:

$$Nbre = \frac{7000}{6.8} \approx 1029$$

$$Nbre \approx 1029$$

- اما بالنسبة للربح:

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = P \cdot Q - CT$$

$$\pi = 70Q - [5Q^2 + 2Q + 180]$$

$$\pi = 70(6,8) - [5(6,8)^2 + 2(6,8) + 180]$$

$$\Rightarrow \pi = 51,3$$

3- أثر فرض ضريبة على المؤسسات والسوق.

يمثل الحرف I الضريبة الثابتة.

تضاف الضريبة الثابتة الى التكاليف الثابتة، فتصبح التكاليف الكلية كالتالي:

$$CT=5Q^2 + 2Q + (180 + I)$$

هذه الضريبة سترفع مستوى عتبة المردودية التي ستصبح:

$$C_m = CMT \rightarrow 10Q+2=\frac{5Q^2+2Q+180+I}{Q}$$

$$\Rightarrow Q(10Q + 2) = 5Q^2 + 2Q + 180 + I$$

$$Q = \sqrt{\frac{180 + I}{5}}$$

وبما ان السعر لم يتغير فان هامش الربح في السوق سيتقلص وكذلك ربح المؤسسة.

- لتحديد مستوى الضريبة الذي يجعل ربح المؤسسة يساوي 0 يجب ان تساوي بين الكمية التي تطابق عتبة

المردودية مع الكمية التي تمكن من تعظيم الربح أي:

$$\sqrt{\frac{180+I}{5}}=6.8$$

$$\rightarrow I=51.2$$

حل التمرين الخامس:

للوصول الى اجابة سليمة نتبع الخطوات التالية :

1- نقوم بإيجاد دالة الايراد الكلي RT1 و دالة الايراد الحدي Rm1 في السوق الأول :

$$RT_1 = P_1 \times Q_1$$

$$RT_1 = 500Q_1 - Q_1^2$$

$$Rm_1 = \frac{\partial RT_1}{\partial Q_1} = 500 - 2Q$$

2- نقوم بإيجاد دالة التكلفة الحدي Cm :

$$Cm = \frac{\partial CT}{\partial Q} = 20$$

3- نقوم بتطبيق شرط تعظيم الأرباح في السوق الأول , و هو عندما يتساوى الإيراد الحدي في السوق الأول مع التكلفة الحدية , و بعدها نقوم بتحديد الإنتاج:

$$Rm_1 = Cm_1$$

$$500 - 2Q_1 = 20 \Rightarrow Q_1 = 240$$

4- بعد معرفة كمية الإنتاج التي تعظم الأرباح في الخطوة السابقة, نقوم بتحديد السعر في السوق الأول من خلال تعويض هذه الكمية في معادلة الطلب في السوق الأول:

$$P_1 = 500 - Q_1$$

$$P_1 = 500 - 240 = 260$$

و هنا نستنتج أن على المنشأة الاحتكارية أن تبيع السلعة بهذا السوق بسعر 260 ون حتى تعظم أرباحها .

و للوصول الى السعر في السوق الثاني نقوم بتكرار الخطوات السابقة تماما بالنسبة للسوق لثاني , و عندها تكون دالة الإيراد ال كلي RT2 و الإيراد الحدي Rm2 على النحو التالي :

$$RT_2 = P_2 \times Q_2$$

$$RT_2 = 360Q_2 - 1,5Q_2^2$$

$$Rm_2 = \frac{\partial RT_2}{\partial Q_2} = 360 - 3Q_2$$

و بتطبيق شرط تعظيم الأرباح نصل الى الحجم الأمثل من الإنتاج و مستوى الأسعار في السوق الثاني و ذلك على النحو التالي

$$Rm_2 = Cm_2$$

$$360 - 3Q_2 = 20 \rightarrow Q_2 = \frac{340}{3}$$

اما السعر في السوق الثاني فقد تم احتسابه كما يلي :

$$P_2 = 360 - 1,5 \times \frac{340}{3} = 190$$

وهنا نستنتج ان على المنشأة الاحتكارية ان تبيع السلعة في السوق الثاني بسعر 190 ون تعظم ارباحها , ونلاحظ ان السعر في السوق الثاني اقل منه في السوق الاول , وهذا دليل على ارتفاع مرونة الطلب في السوق الثاني مقارنة بالسوق الأول.

حل التمرين السادس:

- 1- دالة الإيراد الكلي هي الدالة التي تبين العلاقة بين الكمية المباعة وحجم الإيراد الكلي، وتحسب من خلال حاصل ضرب الكمية المباعة بالسعر.

$$RT = P.Q$$

$$RT = (246 - 2Q) Q = 246Q - 2Q^2$$

دالة الإيراد الحدي تحسب من خلال اشتقاق دالة الإيراد الكلي بالنسبة للكمية المنتجة Q.

$$R_m = \frac{\partial RT}{\partial Q} \text{ أو } (RT)'$$

$$(R_m)' = (246Q - 2Q^2)' = 246 - 4Q$$

- 2- دالة التكلفة الحدية تحسب من خلال اشتقاق دالة التكلفة الكلية بالنسبة للكمية Q.

$$C_m = \frac{\partial CT}{\partial Q} \text{ أو } (CT)'$$

$$C_m = (2Q^2 + 6Q + 72)'$$

$$C_m = 4Q + 6$$

- 3- كمية الإنتاج التي تعظم الربح هي الكمية التي يتساوى عندها الإيراد الحدي R_m مع التكلفة الحدية C_m .

$$R_m = C_m$$

$$\rightarrow 246 - 4Q = 4Q + 6$$

$$\rightarrow Q = 30$$

- 4- حجم أقصى أرباح:

$$\pi = RT - CT$$

الأرباح = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية.

$$\pi = 246Q - 2Q^2 - [2Q^2 + 6Q + 72]$$

$$\pi = 246Q - 2Q^2 - 2Q^2 - 6Q - 72$$

$$\pi = 246(30) - 2(30)^2 - 2(30)^2 - 6(30) - 72$$

$$\pi = 7128$$

حل التمرين السابع :

1- و تحسب دالة الايراد الكلي من خلال حاصل ضرب الكمية المباعة بالسعر , و عليه فان دالة الايراد الكلي في السوق الاول و السوق الثاني :

$$RT_1 = P.Q = 110Q_1 - Q_1^2$$

$$RT_2 = P.Q = 70Q_2 - 0,5Q_2^2$$

2- لإيجاد الكمية التي تعظم الارباح لابد من ايجاد دالة الايراد الحدي في السوقين و مساواتها بالتكلفة الحدية, السوق الاول :

$$Rm_1 = Cm$$

$$110 - 2Q_1 = 10$$

$$Q_1 = 50$$

السوق الثاني :

$$Rm_2 = Cm$$

$$70 - Q_2 = 10$$

$$Q_2 = 60$$

3- لإيجاد السعر الذي تباع به السلعة في كل من السوقين , نقوم بتعويض الكميات التي تعظم الارباح في معادلة السعر في السوق الذي تباع فيه .

السعر في السوق الاول :

$$P_1 = 110 - Q_1 = 110 - 50 = 60$$

السعر في السوق الثاني :

$$P_2 = 70 - 0,5Q_2 = 70 - 0,5(60) = 40$$

و يمكن تفسير اختلاف السعر نتيجة لاختلاف معادلة الطلب و سلوك المستهلكين في السوقين, و الذي يترتب عليه اختلاف مرونة الطلب السعرية , بحيث يكون السعر الأعلى في السوق الذي تكون فيه مرونة الطلب أقل, والعكس صحيح.

حل التمرين الثامن:

- الإيراد الكلي (RT): هو حاصل ضرب الكمية بالسعر $RT = P \cdot Q$
- التكاليف الكلية (CT): هي مجموع التكاليف المتغيرة (CV) والتكاليف الثابتة (CF)

$$CT = CV + CF$$

$$C_m = \frac{\Delta}{\Delta Q} \quad \text{التكاليف الحدية:}$$

- الأرباح: هو الفرق بين الإيراد الكلي (RT) والتكاليف الكلية (CT)

$$\pi = RT - CT$$

فنتحصل على الجدول التالي:

الكمية (Q)	السعر (P)	الإيراد الكلي (RT)	التكاليف الثابتة (CF)	التكاليف المتغيرة (CV)	التكاليف الكلية (CT)	التكاليف الحدية (C _m)	الأرباح (π)
0	100	0	50	0	50	-	-50
1	90	90	50	44	94	44	-4
2	80	160	50	64	114	20	46
3	70	210	50	87	137	23	73
4	60	240	50	120	170	33	70
5	50	250	50	150	200	30	50
6	40	240	50	210	260	60	-20

*يتبين من الجدول ان حجم الإنتاج الأمثل لهذا المحتكر هو $Q=3$ فقط وعندها تكون الأرباح في اعلى مستوى (73 وحدة نقدية).

حل التمرين التاسع :

لإيجاد الحجم الأمثل من الإنتاج وقيمة الأرباح نتبع الخطوات التالية:

- إيجاد دالة الإيراد الكلي:

$$RT = P \cdot Q = (60 - 2Q) \cdot Q$$

$$\rightarrow RT = 60Q - 2Q^2$$

- إيجاد دالة الربح:

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = 60Q - 2Q^2 - (Q^2 + 12Q + 14)$$

$$\pi = 60Q - 2Q^2 - Q^2 - 12Q - 14$$

$$\pi = -3Q^2 + 48Q - 14$$

- نشتق دالة الأرباح بالنسبة للكمية ونساويها بالصفر ونقوم بحلها لإيجاد حجم الإنتاج الأمثل الذي يعظم الربح.

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 0 \rightarrow [-3Q^2 + 48Q - 14]' = 0$$

$$\rightarrow -6Q + 48 = 0$$

$$\rightarrow Q = 8$$

- نعوض الكمية في (Q=8) دالة الربح:

$$\pi = -3(8)^2 + 48(8) - 14$$

$$\pi = 178$$

*ملاحظة:

يمكننا حساب حجم الإنتاج الأمثل والربح من خلال استخدام الطريقة الحدية التي تشير ان الحجم الأمثل من الإنتاج

هو المستوى الذي يتساوى عنده الايراد الحدي (R_m) مع التكلفة الحدية (C_m): أي: ($R_m = C_m$)

اذن:

$$R_m = \frac{\partial RT}{\partial Q} = [60Q - 2Q^2]'$$

$$R_m = -4Q + 60$$

$$C_m = \frac{\partial CT}{\partial Q} = [Q^2 + 12Q + 14]'$$

$$C_m = 2Q + 12$$

$$\rightarrow R_m = C_m$$

$$\rightarrow -4Q + 60 = 2Q + 12$$

$$\rightarrow Q = 8$$

- نعوض الانتاج الأمثل في دالة الربح:

$$\pi = RT - CT$$

$$\pi = -3(8)^2 + 48(8) - 14$$

$$\pi = 178$$

حل التمرين العاشر:

- نحسب أولا التكاليف الكلية:

$$CT = CMT \times Q \Rightarrow CT = 3Q^2 + 10Q + 81$$

شرط تعظيم الربح في حالة الاحتكار هو $R_m = C_m$. نحسب RT ثم R_m و C_m .

$$RT = PQ \Rightarrow RT = -2Q^2 + 16Q$$

$$R_m = -4Q + 16$$

$$C_m = 6Q + 10$$

$$R_m = C_m \Rightarrow -4Q + 16 = 6Q + 10$$

$$Q = 0,6$$

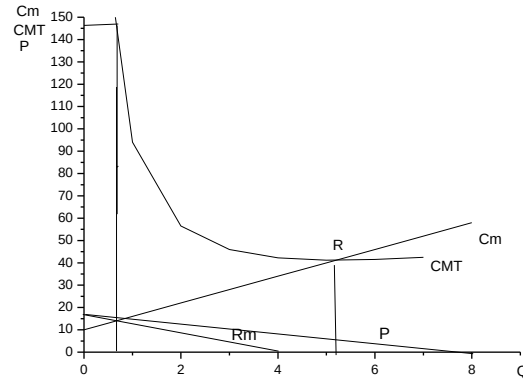
$$P = 14,8$$

2- الربح حسابيا:

$$\Pi = RT - CT$$

$$\begin{cases} \Pi = PQ - 3Q^2 - 10Q - 81 = -79,2 \\ P = 14,8 \\ Q = 0,6 \end{cases}$$

الربح بيانيا:



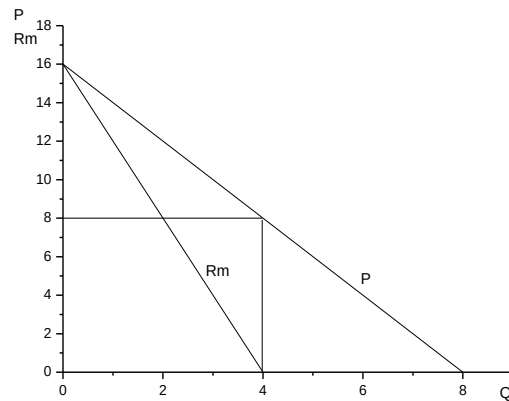
نلاحظ أن الكمية التي يشترط أنها تعظم الربح أقل من الكمية التي تناسب عتبة المردودية مما يدل على أن المؤسسة في حالة خسارة وليس في حالة ربح كما نلاحظ أنه عند الكمية التي يشترط أنها تعظم الربح أي $Q = 0,6$ الكلفة تساوي ما يقارب 146,8 (نقرأها على منحنى CMT) و أن سعر البيع يساوي 14,8 (نقرأه على المستقيم P عندما يكون $Cm = Rm$) وتكون الخسارة على الوحدة هي الفرق بين سعر البيع والكلفة أي:

$$14,8 - 146,8 = -132$$

و نعمم الخسارة الوحدوية على باقي الوحدات فتكون الخسارة هي:

$$-132 \times 0,6 = -79,2$$

3-المجال الذي يمكن فيه تحديد السعر نبينه على الرسم التالي:



المجال الذي يمكن فيه تحديد السعر هو من 8 وحدات نقدية (كحد أدنى و يحقق المنتج إيرادا حديا يساوي 0) إلى 16 وحدة نقدية (كحد أقصى وبيع المنتج كمية تساوي 0). نلاحظ أن السعر الذي حدده المحتكر ب 14,8 ينتمي إلى المجال المقبول لكن يجب على المنتج أن يتأكد من أن سعر البيع أكبر من الكلفة المتوسطة الكلية. يجب أن يراعي الشرطين معا.

حل التمرين الحادي عشر:

1- نكتب دالة الطلب المباشرة:

$$P = -2Q + 10 \Rightarrow Q = -0,5P + 5$$

و لدينا المرونة:

$$E_d = \frac{dQ}{dP} \times \frac{P}{Q} = -1,5$$

أي:

$$E_d = -0,5 \times \frac{P}{Q} = -1,5$$

و نجد:

$$P = 3Q$$

نشكل جملة معادلتين و نجد:

$$\begin{cases} P = -2Q + 10 \\ P = 3Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = 2 \\ P = 6 \end{cases}$$

المجال المقبول لتحديد السعر لدى المحتكر، في هذه الحالة، يكون كالتالي: $5 < P < 10$ و قيمة السعر التي وجدناها تنتمي لهذا المجال و المنتج سيحقق الربح (شريطة مراعاة عتبة المردودية).

2- شرط تعظيم الربح هو تساوي الكلفة الحدية مع الإيراد الحدي لأننا في حالة احتكار.

نبحث عن الإيراد الحدي:

$$RT = (-2Q + 10)Q \Rightarrow Rm = -4Q + 10$$

نبحث عن الكلفة الحدية:

$$CT = 3Q^2 - 10Q + 2 \Rightarrow Cm = 6Q - 10$$

و منه:

$$Rm = Cm \Rightarrow -4Q + 10 = 6Q - 10$$

و نجد:

$$\begin{cases} Q = 2 \\ P = 6 \end{cases}$$

و يكون الربح:

$$\Pi = (6 \times 2) - [(3 \times 2^2) - (10 \times 2) + 2] = 18$$

المراجع

- عبد الناصر رويسات : مبادئ الإقتصاد الجزئي . ديوان المطبوعات الجامعية 2006 , ISBN : 9947-01511-1
- عمار عماري : تطبيقات محلولة في الإقتصاد الجزئي . دار المناهج للنشر و التوزيع 2002.
- المجمع العربي للمحاسبين القانونيون : الإقتصاد و التمويل . 2013 . ISBN : 978-9957-418-16-8
- دكتور حسين عمر: مبادئ علم الاقتصاد تحليل جزئي و كلي دار الفكر العربي 1991 -
- دكتور دومينيك سلفاتور نظرية اقتصاديات الوحدة سلسلة شوم القاهرة 1983.
- DUBOIS.Ph, Introduction à la microéconomie, Ellipses 1997.
- GLAIS.M (sous la direction de) Microéconomie –Annales corrigés- Dunod 1994.
- LECAILLON.J, Analyse microéconomique, Cujas 1967.
- POULON Frédéric, Economie générale, Duno , Paris, 1992 (4^{ème} edition) ISBN : 210-003916-4
- WALTER Nicholson , Micro economic theory “ basic principles and extensions” sixth edition . ISBN : 0-03-007554-8