


**جامـــــــعة وهـــران 2**

**كلية العلـوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير**

**أطروحـــــة**

**للحصول على شهـــــادة دكتوراه LMD**

**في العلوم التجارية تخصص مالية و تجارة دولية**

# إشكـالية تسعير الخيـارات المـالية في ظل التقلبات الثـابتة والعشوائيـة

## – دراسـة تطبيقية باستخدام بعض نمـاذج التسعير –

**مقدمة ومناقشة علنا من طرف**

**السيد: شوارفية محمد الأمين**

**أمام لجنـــــــة المناقشـــــــة**

| | | | |
|---|---|---|---|
| أ.د بن لحسن الهواري | أستاذ التعليم العالي | جامعة وهران 2 | رئيسا |
| أ.د زايري بلقاسم | أستاذ التعليم العالي | جامعة وهران 2 | مقررا |
| أ.د بن كاملة محمد عبد العزيز | أستاذ التعليم العالي | جامعة وهران 2 | مناقشا |
| أ.د بن سعيد محمد | أستاذ التعليم العالي | جامعة سيدي بلعباس | مناقشا |
| أ.د بن بوزيان محمد | أستاذ التعليم العالي | جامعة تلمسان | مناقشا |

**السنـــــة: 2024–2025**


بسم الله الرحمن الرحيم

# شكر وعرفان

الحمد لله رب العالمين، أحمده على ما يفعل ويصنع، وأشكره على ما يزوى ويدفع، وأتوكل عليه وأقنع، وأرضى بما يعطى ويمنع، سبحانه هو الله الكبير المتعال، والصلاة والسلام على محمد الذي بعثه الله للإنسانية معلما وهاديا وبعد:

قال الله تعالى:﴿**وَإِذْ تَأَذَّنَ رَبُّكُمْ لَئِنْ شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ وَلَئِنْ كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ** ﴾.

فالحمد الله والشكر والفضل أولا وأخيرا، الذي وفّقنا لإتمام هذا العمل المتواضع ثم الفضل والشكر والثناء إلى كل الأساتذة الذين كانوا سندا لي في إتمام انجاز هذا الموضوع واخص بالذكر من امتدت يديه فيما أنجزته توجيها ومراجعة منه وتمحيصا وإشرافا.

الأستاذ الدكتور "**زايري بلقاسم**"

وعلى ما أحاطني به من عطف الوالد ونصح المعلم، وما خصني به من علمه الجم وخلقه السمح، وحرصه على إتمام هذا العمل، وأسأل الله تبارك وتعالى أن يمد في عمره، ويديم عليه الصحة والعافية.

كما أتقدم أيضا بالشكر الجزيل إلى الأساتذة الموقرين أعضاء لجنة المناقشة على تفضلهم بقبول مناقشة هذا العمل وإثرائه، سائلا المولى جل وعلا لهم السداد والرشاد في الدنيا والآخرة. كما لا يفوتني أن أخص بالذكر الأستاذ البروفيسور "**بن سعيد لخضر**" الذين أفاض على من سعة صدره وسمح خلقه ودقة توجيهه ورقة إرشاده، ما كان له أكبر الأثر وأجل الفائدة وعظيم النفع فجازاه الله كل خير. وأتوجه بالشكر كذلك للأساتذة "**د. قطافي سليمة**"، "**د. أمزيان ماسينيسا**"، الأستاذ "**د. رقاب طارق**"، الأستاذة "**د. عطية حليمة**" والأستاذة "**د. رندي يمينة**" على ما بذلوه من جهد في إمدادي بالمراجع والتوجيهات كانت مثرية للبحث، وستظل موضع تقديري وامتناني.

كما أشكر كل من أعانني على إخراج هذا البحث، وقدّم لي المساعدة بالجهد والنصح والإرشاد.

-الفقير إلى الله-

محمد الأمين شوارفية

## المستخلص

هدفت هذه الدراسة بشكل رئيسي إلى تقييم ومقارنة أداء ثلاثة نماذج تسعير مختلفة للخيارات المالية، تمثل مدارس فكرية متنوعة: أنموذج (Black-Scholes) الكلاسيكي القائم على التقلب الثابت، أنموذج (Heston) المتقدم الذي يفترض التقلب العشوائي وأنموذج الشبكات العصبية كأحد أبرز تطبيقات الذكاء الاصطناعي الحديثة. ولتحقيق هذه الأهداف، تم الاعتماد على المنهج الوصفي التحليلي. تكوّنت عينة الدراسة من 160 خيار شراء أوروبي لأسهم 7 من كبرى شركات التكنولوجيا العالمية، حيث تم جمع بياناتها في يوم واحد محدد وهو 19 ديسمبر 2024، وبآجال استحقاق متعددة تصل إلى 279 يوماً. أما أداة التحليل الرئيسية فكانت برمجية بايثون (Python) التي استُخدمت في تطبيق النماذج الثلاثة وتوليد الأسعار النظرية لكل خيار. وقد كشفت نتائج التحليل التطبيقي عن وجود تباين واضح في أداء النماذج. حيث أظهر أنموذج الشبكة العصبية التفوق الأعلى من حيث الدقة وقدرته على ملاءمة الأسعار المرجعية، بفضل مرونته في التقاط العلاقات غير الخطية المعقدة، إلا أن طبيعته "صندوق أسود" تحد من قدرته التفسيرية. وجاء في المرتبة الثانية أنموذج Heston، الذي قدم توازناً ممتازاً بين الدقة المستمدة من نمذجته للتقلب العشوائي وبين الأساس النظري المالي الرصين والقابل للتفسير. أما (Black-Scholes)، فقد سجل الأداء الأقل دقة، مؤكداً بذلك قصور فرضياته المبسطة عن مواكبة ديناميكيات السوق الحقيقية، خاصة في قطاع متقلب كقطاع التكنولوجيا. وبناءً على هذه النتائج، خلصت الدراسة إلى مجموعة من التوصيات، أبرزها دعوة المستثمرين إلى عدم الاعتماد على أنموذج واحد، والتوجه نحو استخدام مقاربات هجينة تجمع بين دقة الشبكات العصبية والأساس النظري لنماذج مثل Heston. كما أوصت الدراسة بضرورة إعطاء الأولوية للنماذج القابلة للتفسير في تطبيقات إدارة المخاطر، واقترحت على الباحثين في المستقبل توسيع نطاق الدراسة لتشمل فترات زمنية وأصولاً مالية مختلفة، والتركيز على اختبار كفاءة التحوط للنماذج بدلاً من الاقتصار على دقة التسعير.


**الكلمات المفتاحية:** تسعير الخيارات، أنموذج (Black-Scholes)، أنموذج Heston، الشبكات العصبية، التقلب العشوائي، الذكاء الاصطناعي في التمويل، برمجية بايثون.

## Résumé

L'objectif principal de cette étude était d'évaluer et de comparer la performance de trois modèles de tarification d'options financières représentant différentes écoles de pensée : le modèle classique de Black-Scholes basé sur une volatilité constante, le modèle avancé de Heston qui suppose une volatilité stochastique, et les modèles de réseaux de neurones en tant qu'une des applications les plus marquantes de l'intelligence artificielle moderne. Pour atteindre ces objectifs, la méthode adoptée était descriptive et analytique. L'échantillon de l'étude était constitué de 160 options d'achat européennes portant sur les actions de sept des plus grandes entreprises technologiques mondiales. Les données ont été collectées à une date unique, le 19 décembre 2024, et les options analysées présentaient des échéances multiples allant jusqu'à 279 jours. L'outil principal d'analyse utilisé était le langage de programmation Python, qui a servi à implémenter les trois modèles et à générer les prix théoriques pour chaque option. Les résultats de l'analyse empirique ont révélé des différences notables dans la performance des modèles. Le modèle de réseau de neurones a démontré la précision la plus élevée et la meilleure capacité à ajuster les prix de référence, grâce à sa flexibilité à capturer des relations non linéaires complexes. Toutefois, sa nature de « boîte noire » limite ses capacités explicatives. En deuxième position vient le modèle de Heston, qui a offert un excellent compromis entre précision grâce à sa modélisation de la volatilité stochastique et fondements théoriques solides et interprétables. En revanche, le modèle de Black-Scholes a affiché la performance la moins précise, confirmant ainsi les limites de ses hypothèses simplificatrices à refléter les dynamiques réelles du marché, en particulier dans un secteur aussi volatil que celui de la technologie. Sur la base de ces résultats, l'étude a formulé plusieurs recommandations, dont la principale est d'inciter les investisseurs à ne pas se fier à un seul modèle, mais plutôt à adopter des approches hybrides combinant la précision des réseaux de neurones avec les fondements théoriques de modèles comme celui de Heston. L'étude a également recommandé de privilégier les modèles interprétables dans les applications de gestion des risques, et a suggéré aux chercheurs futurs d'élargir la portée de l'étude en incluant différentes périodes temporelles et classes d'actifs, tout en mettant l'accent sur l'évaluation de l'efficacité des modèles en matière de couverture, plutôt que de se limiter à la seule précision de tarification.


**Mots-clés:** Tarification Des Options, Modèle De Black-Scholes, modelé De Heston, Réseaux De Neurones, Volatilité Stochastique, Intelligence Artificielle En Finance, Langage Python.

**Abstract**

The primary objective of this study was to evaluate and compare the performance of three distinct option pricing models, each representing a different school of thought: the classical Black-Scholes model based on constant volatility, the advanced Heston model which assumes stochastic volatility, and neural network models as one of the most prominent applications of modern artificial intelligence. To achieve these objectives, the study adopted a descriptive-analytical methodology. The sample consisted of 160 European call options on the stocks of seven major global technology companies. The data was collected on a single specified date December 19, 2024 with varying maturities of up to 279 days. The main analytical tool used was the Python programming language, which was employed to implement the three models and generate the theoretical prices for each option. The results of the empirical analysis revealed a clear divergence in model performance. The neural network model demonstrated the highest level of accuracy and the strongest ability to fit benchmark prices, owing to its flexibility in capturing complex nonlinear relationships. However, its "black-box" nature limits its interpretability. The Heston model ranked second, offering an excellent balance between the accuracy provided by its stochastic volatility framework and its solid and interpretable financial theoretical foundation. In contrast, the Black-Scholes model yielded the least accurate performance, thereby highlighting the inadequacy of its simplified assumptions in capturing real market dynamics, especially in a volatile sector such as technology. Based on these findings, the study put forward several recommendations. Chief among them was the call for investors to avoid reliance on a single model and to instead adopt hybrid approaches that combine the accuracy of neural networks with the theoretical rigor of models like Heston. Additionally, the study emphasized the importance of prioritizing interpretable models in risk management applications and suggested that future researchers expand the scope of analysis to cover different time periods and financial assets, with a focus on testing the hedging efficiency of models rather than limiting evaluation to pricing accuracy alone.

**Keywords:** Option Pricing, Black-Scholes Model, Heston Model, Neural Networks, Stochastic Volatility, Artificial Intelligence In Finance, Python Programming Language.

# الفهرس

## فهرس المحتويات


| المحتويات | الصفحة |
|---|---|
| الآية الكريمة..... | |
| شكر وتقدير..... | |
| المستخلص..... | أ |
| المستخلص باللغة الفرنسية..... | ب |
| المستخلص باللغة الإنجليزية..... | ت |
| فهرس المحتويات..... | خ-د |
| قائمة الجداول..... | ذ-ز |
| قائمة الأشكال..... | س-ط |
| **المقـــدمة العـامة.....** | **[12-1]** |
| **1. الإطار النظري للدراسة.....** | **[195-13]** |
| تهميد الفصل الأول..... | 14 |
| 1.1 مقاربة مفاهيمية للخيارات المالية..... | 15 |
| 1.1.1 السمات العامة للخيارات المالية..... | 15 |
| 2.1.1 فلسفة تقييم الخيارات المالية..... | 27 |
| 3.1.1 استراتيجيات الخيارات المالية..... | 39 |
| 2.1 الخيار المالي كأداة للتقلب..... | 55 |
| 1.2.1 التقلب كأصل قابل للتداول..... | 55 |
| 2.2.1 من التقلب التاريخي إلى التقلب العشوائي..... | 80 |
| 3.2.1 مقاربات تسعير الخيارات المالية..... | 116 |
| 3.1 الدراسات السابقة..... | 162 |
| 1.3.1 استعراض الدراسات التي تناولت نماذج التقلب الثابت..... | 163 |
| 2.3.1 استعراض الدراسات التي تناولت نماذج التقلب العشوائي..... | 177 |
| 3.3.1 موقع الدراسة الحالية من الدراسات السابقة..... | 193 |
| خلاصة الفصل الأول..... | 195 |
| **2. الجانب التطبيقي للدراسة** | **[350-196]** |
| تهميد الفصل الثاني..... | 197 |
| 1.2 الطريقة والأدوات المستخدمة في الدراسة..... | 198 |
| 1.1.2 نطاق الدراسة Scope of the Study ..... | 198 |

# الفهرس


| | |
|---|---|
| 2.1.2 عينة الدراسة Sample Of The Study..... | 214 |
| 3.1.2 وصف نماذج تسعير الخيارات المالية المستخدمة..... | 216 |
| 2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوروبية الناتجة عن نماذج التسعير الثلاث ... | 240 |
| 1.2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوربية الناتجة عن أنموذج B&Sch..... | 240 |
| 2.2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوربية الناتجة عن أنموذج Heston..... | 271 |
| 3.2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوربية الناتجة عن أنموذج RNN..... | 309 |
| 3.2 التحليل المقارن للنماذج الثلاث..... | 337 |
| 1.3.2 تحليل الأداء على مستوى الشركات الفردية..... | 339 |
| 2.3.2 تحليل مقارن شامل للنماذج بناءً على متوسط الأداء..... | 347 |
| خلاصة الفصل الثاني..... | 349 |
| **الخاتمة العامة..... [357-351]** | |
| نتائج الدراسة..... | 351 |
| مقترحات الدراسة..... | 356 |
| آفاق الدراسة..... | 356 |
| **قائمة المراجع.....** | 358 |
| **الملاحق.....** | 388 |

## فهرس الجداول


| الرقم | عنوان الجدول | الصفحة |
|---|---|---|
| 1 | تصنيف الخيارات على أساس الربحية..... | 20 |
| 2 | أهم الفروقات بين الخيارات القياسية والخيارات الغريبة..... | 25 |
| 3 | طبيعة العلاقة بين العوامل المؤثرة في أسعار الخيار وسعر الخيار..... | 38 |
| 4 | المصطلحات والرموز..... | 40 |
| 5 | يوضح حالة الخيار حسب مؤشر الحساسية Delta..... | 106 |
| 6 | يوضح الخيارات المالية عينة الدراسة..... | 214 |
| 7 | يوضح القيم العشوائية للمعلمات الخمس وفق تقنية NLS..... | 227 |
| 8 | يوضح القيم العشوائية للمعلمات الخمس وفق تقنية MLE..... | 229 |
| 9 | يوضح مكونات هيكلية الشبكة العصبية عينة الدراسة..... | 239 |
| 10 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 1 يوم وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 242 |
| 11 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 8 أيام وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 245 |
| 12 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 16 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 246 |
| 13 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 22 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 249 |
| 14 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 30 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes) ..... | 251 |
| 15 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 31 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 253 |
| 16 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 94 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 256 |
| 17 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 95 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 257 |
| 18 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 121 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 259 |
| 19 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 185 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 262 |

| | | |
|---|---|---|
| 20 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 242 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 264 |
| 21 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 277 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 267 |
| 22 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 278 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 268 |
| 23 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 279 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)..... | 270 |
| 24 | يوضح القيم العشوائية للمعلمات الخمس للأنموذج باستخدام طريقتي MLE و NLS.. | 271 |
| 25 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 1 يوم وفق أنموذج (Heston)..... | 274 |
| 26 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 8 أيام وفق أنموذج (Heston)..... | 276 |
| 27 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 16 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 278 |
| 28 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 22 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 280 |
| 29 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 30 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 283 |
| 30 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 31 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 286 |
| 31 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 94 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 289 |
| 32 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 95 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 292 |
| 33 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 121 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 295 |
| 34 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 185 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 298 |
| 35 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 242 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 301 |

| | | |
|---|---|---|
| 36 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 277 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 305 |
| 37 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 278 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 306 |
| 38 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 279 يوما وفق أنموذج (Heston)..... | 308 |
| 39 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 1 يوم وفق أنموذج (LSTM).. | 311 |
| 40 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 8 يوم وفق أنموذج (LSTM).. | 313 |
| 41 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 16 يوم وفق أنموذج (LSTM). | 315 |
| 42 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 22 يوم وفق أنموذج (LSTM). | 317 |
| 43 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 30 يوم وفق أنموذج (LSTM). | 319 |
| 44 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 31 يوم وفق أنموذج (LSTM). | 321 |
| 45 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 94 يوم وفق أنموذج (LSTM). | 323 |
| 46 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 95 يوم وفق أنموذج (LSTM). | 325 |
| 47 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 121 يوم وفق أنموذج (LSTM) | 327 |
| 48 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 185 يوم وفق أنموذج (LSTM) | 329 |
| 49 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 242 يوم وفق أنموذج (LSTM) | 331 |
| 50 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 277 يوم وفق أنموذج (LSTM) | 333 |
| 51 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 278 يوم وفق أنموذج (LSTM) | 334 |
| 52 | أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 279 يوم وفق أنموذج (LSTM) | 336 |
| 53 | مقاييس الخطأ (MAE, MAPE, MSE, RMSE) لجميع النماذج والشركات..... | 338 |

## فهرس الرسوم البيانية والأشكال


| الرقم | عنوان الرسم البياني أو الشكل | الصفحة |
|---|---|---|
| 1 | أنواع عقود الخيارات | 26 |
| 2 | القيمة الجوهرية والقيمة الزمنية لخياري البيع و الشراء | 28 |
| 3 | أرباح و خسائر مراكز الخيارات | 31 |
| 4 | أثر سعر التنفيذ على قيمة خيار الشراء | 33 |
| 5 | أثر مدة العقد على سعر خيار الشراء | 35 |
| 6 | أثر تغير سعر الفائدة على سعر الشراء | 36 |
| 7 | أثر تقلب أسعار الأصل الضمني على قيمة الخيار | 38 |
| 8 | رسما بيانيا يبين الأرباح والخسائر من استراتيجية الخيار المغطى | 41 |
| 9 | يمثل رسما بيانيا يبين الأرباح والخسائر من استراتيجية الخيار الحمائي | 42 |
| 10 | رسما بيانيا لاستراتيجية هامش عمودي صعودي (Vertical Bull Spread) | 44 |
| 11 | رسما بيانيا لاستراتيجية هامش عمودي هبوطي (Vertical Bear Spread) | 45 |
| 12 | رسما بيانيا لاستراتيجية هامش الهوامش الأفقية | 45 |
| 13 | أرباح وخسائر استراتيجية هوامش الفراشة لخيار الشراء | 47 |
| 14 | أرباح وخسائر استراتيجية هامش الفراشة لخيار البيع | 48 |
| 15 | أرباح وخسائر استراتيجية المناورة الطويلة Long Straddle | 49 |
| 16 | أرباح وخسائر استراتيجية المناورة الطويلة Short Straddle | 50 |
| 17 | يمثل أرباح وخسائر استراتيجية المناورة الطويلة Long Strangle | 51 |
| 18 | أرباح وخسائر استراتيجية الطوق القصير Short Strangle | 52 |
| 19 | أرباح وخسائر استراتيجية النسر الطويل Long Condor | 53 |
| 20 | وضعية استراتيجية النسر القصير Short Condor | 54 |
| 21 | تقلب سوق الخيارات المالية سنة 2000-2024 | 59 |
| 22 | مؤشر التقلب CBOE لشهر أوت 2024 | 59 |
| 23 | المتوسط المتحرك البسيط للربح على مدى 6 أسابيع | 62 |
| 24 | الفرق بين المتوسط المتحرك الأسي (EMA) والمتوسط المتحرك البسيط (SMA) | 63 |
| 25 | تمثيل نموذجي لمؤشر التقلبات (VIX) على مدار 100 عام الماضية | 75 |
| 26 | التقلبات الضمنية لمؤشر S&P قبل سنة 1987 | 83 |
| 27 | التقلبات الضمنية لمؤشر S&P بعد سنة 1987 | 84 |
| 28 | يوضح كيفية استخدام ابتسامة التقلب | 85 |
| 29 | خاصية الإرتداد المتوسط | 88 |

| | | |
|---|---|---|
| 30 | سطح التقلب الضمني كدالة لوضعية الخيار(Moneyness) و تاريخ الاستحقاق ... | 92 |
| 31 | سطح التقلبات الضمنية التي تم ملاحظتها في جانفي 2007..... | 92 |
| 32 | التقلب التاريخي لمؤشر S&P 500 لـ 50 يوم..... | 96 |
| 33 | سطح التقلب المحلي لشركة Boeing Company..... | 100 |
| 34 | ثيتا Thêta خيار الشراء الأوربي كدالة لسعر الأصل وتاريخ الاستحقاق..... | 111 |
| 35 | فيغا Vega خيار الشراء الأوربي كدالة لسعر الأصل و تاريخ الاستحقاق..... | 113 |
| 36 | عملية وينر Wiener Process..... | 123 |
| 37 | الفرق بين التوزيع الطبيعي و اللوغاريتم الطبيعي..... | 128 |
| 38 | تغير سعر الأصل وفق أنموذج ثنائي الحد للفترة الواحدة..... | 135 |
| 39 | التغير في سعر خيار الشراء وفق أنموذج ثنائي الحد للفترة الواحدة..... | 135 |
| 40 | تغير سعر الأصل وفق أنموذج ثنائي الحد للفترتين..... | 137 |
| 41 | التغير في سعر خيار الشراء وفق أنموذج ثنائي الحد للفترتين..... | 137 |
| 42 | تأثير التغير في التباين الأولي $v_0$..... | 153 |
| 43 | تأثير التغير في معلمة الارتداد المتوسط $\kappa$..... | 154 |
| 44 | تأثير التغير في التباين طويل الأمد $\theta$..... | 155 |
| 45 | تأثير التغير في $\sigma$ على التفلطح في دالة الكثافة الاحتمالية..... | 156 |
| 46 | تأثير التغير في $\sigma$ على ابتسامة التقلب الضمني..... | 157 |
| 47 | تأثير التغير في $\rho$ على دالة الكثافة الاحتمالية..... | 158 |
| 48 | التأثير في سطح التقلب وفقاً للتغير في قيم $\rho$..... | 159 |
| 49 | البنية الهيكلية للشبكة العصبية البيولوجية..... | 230 |
| 50 | دالة التنشيط السينية و دالة الظل الزائدي..... | 231 |
| 51 | بنية عامة لشبكة ذات طبقة مخفية واحدة وشبكة عصبية عميقة ذات طبقات مخفية متعددة..... | 233 |
| 52 | معمارية و بنية الشبكة العصبية متعددة الطبقات محل الدراسة..... | 238 |
| 53 | رسم Heatmap للفروقات بين السعر السوقي والأنموذج حسب الشركة وسعر التنفيذ | 244 |
| 54 | المقارنة بين أسعار السوق وأسعار أنموذج (Black-Scholes)..... | 248 |
| 55 | الفرق بين الأسعار السوقية و النظرية لأنموذج (Black-Scholes)..... | 251 |
| 56 | الفرق بين الأسعار السوقية و النظرية لأنموذج (Black-Scholes)..... | 253 |
| 57 | مخطط فقاعي لعرض بيانات الخيارات المسعرة بأنموذج (Black-Scholes)..... | 255 |
| 58 | فرق التسعير لكل الخيارات المسعرة بأنموذج (Black-Scholes)..... | 259 |

# الفهرس


| | | |
|---|---|---|
| 59 | خريطة حرارية (Heatmap) للعلاقة بين أسعار السوق والأسعار النظرية للخيارات... | 261 |
| 60 | تحليل فجوة التسعير بين السوق و أنموذج (Black-Scholes)..... | 264 |
| 61 | مخطط (Dumbbell Plot) تحليل فجوة التسعير بين السوق و أنموذج (Black-Scholes)... | 266 |
| 62 | تحليل Waterfall لتحديد السعر النظري مع علاوة السوق لتشكيل سعر السوق النهائي ... | 268 |
| 63 | مخططًا شريطيًا مجمعًا للفجوات السعرية لسهم صندوق SPY..... | 270 |
| 64 | الفجوة السعرية بين سعر السوق وأسعار أنموذج (Heston)..... | 273 |
| 65 | مخطط (Dumbbell) لتوضيح الفرق بين سعر السوق وأسعار أنموذج (Heston)... | 276 |
| 66 | مخطط التشتت دقة تسعير نماذج Heston مقارنة بالسوق..... | 278 |
| 67 | الفروقات بين سعر السوق الفعلي وأسعار الأنموذجين النظرية (Heston)..... | 280 |
| 68 | منحنى انحراف التقلب لسهم مايكروسوفت (MSFT Volatility Skew)..... | 281 |
| 69 | أخطاء التسعير لكل خيار..... | 282 |
| 70 | مقارنة أسعار السوق بأسعار الأنموذج (Market Price vs. Heston Model Prices) .. | 283 |
| 71 | منحنى انحراف التقلبات (Implied Volatility Skew)..... | 284 |
| 72 | مقارنة أخطاء التسعير المطلقة (Comparison of Absolute Pricing Errors)..... | 285 |
| 73 | مقارنة أسعار النماذج بالسعر السوقي (Model Price vs. Market Price) ..... | 286 |
| 74 | انحراف التقلب حسب سعر التنفيذ (Implied Volatility Skew)..... | 287 |
| 75 | مقارنة الخطأ المطلق في التسعير (Absolute Pricing Error Comparison) ..... | 288 |
| 76 | مقارنة أسعار السوق والنماذج (Market Price vs. Model Prices)..... | 289 |
| 77 | تصور انحراف التقلب (Volatility Skew Visualization)..... | 290 |
| 78 | تحليل مقارن لأخطاء التسعير المطلقة (Comparison of Absolute Pricing Errors) .. | 291 |
| 79 | مقارنة أسعار الأنموذجين بالسعر السوقي (Market Price vs. Heston Model Prices)... | 292 |
| 80 | مخطط انحراف التقلب الضمني لخيارات MSFT..... | 293 |
| 81 | تحليل خطأ التسعير مقابل الملاءة (Moneyness)..... | 294 |
| 82 | مقارنة السعر النظري بالسعر السوقي..... | 295 |
| 83 | منحنى تقلّب سهم مايكروسوفت (Microsoft (MSFT) Implied Volatility Skew) .. | 296 |
| 84 | المخطط الكماني (Violin Plot) توزيع أخطاء التسعير حسب الأنموذج..... | 297 |
| 85 | مقارنة أسعار الأنموذج بالسعر السوقي (Heston Prices vs. Market Prices)..... | 298 |
| 86 | منحنى التقلب الضمني لسهم ميكروسوفت (MSFT)..... | 299 |
| 87 | مقارنة حجم الخطأ المطلق في التسعير..... | 300 |
| 88 | مقارنة أسعار النماذج بالسعر السوقي..... | 301 |
| 89 | مخطط ثلاثي الأبعاد يوضح العلاقة بين سعر التنفيذ والتقلب الضمني لكل شركة .. | 302 |

| | | |
|---|---|---|
| 90 | مخطط (Lollipop Plot) تحليل أخطاء التسعير لكل خيار (Pricing Error by Option) | 303 |
| 91 | خريطة حرارية للفروقات | 304 |
| 92 | المقارنة بين السعر السوقي ونتائج الأنموذجين MLE وNLS | 304 |
| 93 | سطح ثلاثي الأبعاد لأخطاء التسعير | 306 |
| 94 | منحنى يظهر انحراف التقلب باستخدام مخطط Hexbin | 307 |
| 95 | مخطط الفروقات (Polar Chart) | 308 |
| 96 | مقارنة ثلاثية الأبعاد D3 بين أسعار الأنموذجين و السعر السوقي | 308 |
| 97 | شبكات الذاكرة الطويلة قصيرة المدى (LSTM) | 309 |
| 98 | مقارنة سعر السوق مقابل سعر أنموذج (LSTM) | 310 |
| 99 | تحليل الفارق في التسعير | 312 |
| 100 | مخطط انحراف سعر الأنموذج عن سعر السوق | 315 |
| 101 | خريطة حرارية للخطأ في التسعير | 315 |
| 102 | الفارق السعري للخيارات (العلاوة التي يضيفها السوق) | 317 |
| 103 | خط الدقة المثالية (Perfect Accuracy Line) | 319 |
| 104 | العلاقة بين الخطأ و ملاءة الخيار (Moneyness) | 321 |
| 105 | مقارنة سعر السوق بسعر الأنموذج | 321 |
| 106 | الفروقات السعرية بين النموذج والسوق من الأعلى إلى الأقل | 323 |
| 107 | تحليل الخطأ متعدد الأبعاد | 325 |
| 108 | تصور الفجوة السعرية | 325 |
| 109 | تحليل فروقات الأسعار بين السوق و أنموذج (LSTM) | 327 |
| 110 | علاقة الفارق السعري بالتقلب الضمني | 329 |
| 111 | مقارنة سعر الأنموذج بسعر السوق (Market Price vs. Model Price) | 331 |
| 112 | التوزيع الثلاثي الأبعاد لخطأ التسعير | 333 |
| 113 | تحليل ثلاثي الأبعاد (سعر التنفيذ - التقلب - الفرق السعري) | 336 |
| 114 | تحليل الفروق والتقلب | 336 |
| 115 | أداء النماذج الأربعة لخيارات صندوق SPY | 339 |
| 116 | أداء النماذج الأربعة لخيارات صندوق QQQ | 341 |
| 117 | أداء النماذج الأربعة لخيارات NVDA | 342 |
| 118 | أداء النماذج الأربعة لخيارات MSFT | 343 |
| 119 | أداء النماذج الأربعة لخيارات GOOG | 344 |
| 120 | أداء النماذج الأربعة لخيارات AMZN | 345 |

| | | |
|---|---|---|
| 121 | أداء النماذج الأربعة لخيارات AAPL..... | 346 |
| 122 | أداء النماذج الأربعة لخيارات بناءً على متوسط الأداء..... | 348 |
| 123 | تطور دالة الخسارة أثناء التدريب..... | 348 |

# المقدمة العامة

## توطئة

في مشهد اقتصادي عالمي يتسم بغزارة وقوة تدفق رؤوس الأموال الدولية وبتقلبات كبيرة في أسعار الأصول والقيم المنقولة، عرفت المالية الدولية العديد من التحولات العميقة والتطورات في عالم المال والاستثمار، خاصة بعد زوال نظام بريتن وودز وتنامي الاهتمام بالأسواق المالية التي عرفت على المستوى الهيكلي عملية اندماج واسعة النطاق، لعب فيها التحرير المالي والثورة المزدوجة للمعلومات والاتصالات دورا بارزا، وقد ألقت هذه التغيرات الهائلة بظلالها على مجال الصناعة المالية، فأصبحت أسواق المال أو ما يعرف بأسواق الاستثمار المالي أحد أبرز معالم النظام المالي العالمي الحديث، كما أنها صارت أكثر ترابطا وسرعة في أداء المعاملات المالية وبمبالغ مالية ضخمة تفوق قيمتها مجموع أسواق السلع المنظورة وغير المنظورة، حيث تشير بعض التقارير الرسمية إلى أن حجم التجارة العالمية بلغ سنة 2022 حوالي 39,9 ترليون دولار أمريكي، في حين أن هذا الرقم لا يمثّل سوى بضع أيام تداول في فرع واحد في سوق العملات الأجنبية (الفوركس)، والذي يقدر حسب الخبراء والمحللون الماليون في المتوسط بحوالي 6,6 تريليون دولار يوميا، دون احتساب ما يتم تداوله في الأسواق النقدية والبورصات العالمية الأخرى على غرار بورصة وول ستريت، بورصة لندن و طوكيو.

وقد كان للتطورات الهائلة للأسواق المالية تأثيرات بالغة وبدرجات متباينة على اقتصاديات دول العالم خاصة بعد الانتقال من اقتصاد الاستدانة إلى اقتصاد السوق المالي، حيث كان البعض من هذه التأثيرات إيجابي والبعض الآخر سلبي، ويتمثل النوع الأول منها في ضمان نجاعة تخصيص الادخار والاستثمار، وهذا بعد موجة التحرير المالي التي عرفها الاقتصاد العالمي، الأمر الذي ساهم حسب النظرية النيو ليبرالية في دفع الديناميكية الاقتصادية على المستوى الدولي ممّا أثر إيجابا على النمو الاقتصادي العالمي. أما النّوع الثاني والأخير منها فيتمثل في حالة من عدم الاستقرار في الأسواق المالية العالمية، وتمثلت هذه الحالة أساسا في حالة عدم التأكد واليقين بازدياد تقلبات أسعار العملات العالمية الرئيسية وأسعار الفائدة على الأوراق المحرّرة بتلك العملات وأسعار السلع والبضائع، وإلى الأخطار النظامية والائتمانية المتعددة التي أصبحت صفة ملازمة للاقتصاديات المعاصرة. هذا التلازم بين النشاط الاقتصادي والأخطار جعل التخلص منها بشكل نهائي أمرا غير ممكن، الأمر الذي أثّر بطريقة مباشرة على نتائج أعمال الشركات وبطريقة أخرى غير مباشرة على أداء الأسواق المالية واستثماراتها، لكن ذلك لا يعني بالضرورة عدم إمكانية التعامل معها وفق مجموعة من الاستراتيجيات والسياسات التي تجعل آثارها ونتائجها متحكّما فيها إلى حد بعيد. وهنا كان من المهّم للغاية ادارة تلك الأخطار والبحث عن السبل الكفيلة في تحييدها وتقليلها.

واستجابة لمحاولة ادارة هذه الأخطار (Risk Management) ومعالجة مشاكل التمويل وتعظيم الأرباح، ولّدت الحاجة لذلك ابتكارات شديدة التعقيد في صورة أدوات وآليات مالية جديدة تفي باحتياجات المؤسسات بغرض التحوّط واتخاذ القرارات الاستثمارية أخذت مسمى الهندسة المالية. هذه الأخيرة ظهرت كردّ فعل لتزايد تعقيدات الأسواق المالية الأمر الذي أحدث ثورة في الفكر الاستراتيجي للمؤسسات المالية والمصرفية وساعد في إيجاد حل مبتكر للتعامل مع التحدّيات المالية وتحسين استراتيجيات الاستثمار وتحقيق أفضل العوائد عند مستويات منخفضة من المخاطرة. مما دعا المدراء الماليين إلى الاهتمام بهذا النوع من الاستثمارات (الاستثمار في الأوراق المالية) على القدر نفسه من الاهتمام بالاستثمارات الحقيقية.

وهنا ظهرت المشتقات المالية كإحدى هذه التقنيات المبتكرة التي قدّمتها الهندسة المالية، والتي عملت على تصميم وابتكار الكثير من الأدوات المالية وتطويرها، وهي عقود كمختلف أنواع العقود المتعارف عليها أي أنها ليست أصولا مالية (Financial assets) ولا أصولا حقيقية (Real assets) الا أنها تقوم عليها، بمعنى أنه ليس لها قيمة في ذاتها وإنما تستمدّها أو تشتقّها من أسعار تلك الأصول محل التعاقد.

وعلى مدى العقد الماضي، ووفقًا لبيانات بنك التسويات الدولية (BIS, 2023). شهدت مختلف أسواق المشتقات المالية نموا هائلا على مستوى العالم، ساهمت عوامل منها زيادة تقلبات السوق، واحتياجات التحوّط لإدارة المخاطر والأدوات غير المكلفة في البيئات ذات المعدلات المنخفضة على تحفيز الطلب على تطورها. ورغم الانكماش الحاد في البداية خلال الأزمة المالية العالمية عام 2008، الا أن القيمة الاسمية للمشتقات المالية المتداولة خارج البورصة انتعشت وبدأت في النّمو مرة أخرى من مستوى منخفض بلغ نحو 550 تريليون دولار في أواخر عام 2008. ليتسارع النمو بين عامي 2009 و2012 بسبب التدفق النقدي والمالي الأمر الذي عمل على استقرار الأسواق وزيادة الطلب على التحوّط من المخاطر. وفي الفترة ما بين 2013 إلى 2023 واصلت المشتقات المالية خارج البورصة الارتفاع بشكل مطرد إلى مستويات قياسية جديدة تجاوزت 600 تريليون دولار في عام 2014 لتصل إلى أكثر من 715 تريليون دولار في نهاية جوان عام 2023. وشملت الدوافع الرئيسية لهذا النمو السريع استمرار انخفاض أسعار الفائدة مما شجع على استخدام المشتقات المالية وأيضا الاحتياجات القوية لإدارة المخاطر، والمزيد من التداول في الأسواق الناشئة للعملات، وكذا زيادة المنتجات المهيكلة المعقدة. كما شهدت المشتقات المتداولة في البورصة مثل العقود الآجلة والخيارات أيضا نموا على مدى العقد السابق. على سبيل المثال، في السوق الأمريكية تضاعف حجم التداول لخيارات مؤشرات الأسهم الرئيسية والعقود الآجلة مثل S&P 500 تقريبًا من عام 2009 إلى عام 2019 بناءً على بيانات من بورصة شيكاغو للخيارات (CBOE) ومجموعة بورصة شيكاغو التجارية (CME).

ومن أكثر أنواع المشتقات المالية إبداعاً وابتكاراً الخيارات المالية، والتي تعد واحدة من أقوى وأفضل ما استطاع الفكر الاستثماري تصميمه وتقديمه. وهي أدوات مالية تستخدم للتحوط ضد المخاطر على اختلافها، حيث تعتبر غطاء للمستثمرين للانتفاع من توقعاتهم للأسعار المستقبلية للأسواق من جهة وتحويط استثماراتهم عن طريق تخفيض نسبة المخاطرة من جهة أخرى. لتسهّل بذلك عمليات التداول في الأصول المالية المتنوعة (أسهم، مؤشرات، العملات الأجنبية، والأوراق المالية ذات العوائد) لغرض الاستثمار، المضاربة والتحوط ضد تقلبات السوق. وبلغ اجمالي حجم عقود الخيارات المالية بناء على البيانات الإحصائية من موقع بنك التسوية الدولية (BIS, 2022) حوالي 1.3 مليار دولار يوميا في شهر أفريل 2022، وبالتالي فإن التقدير السنوي لحجم التداول بلغ حوالي 312 مليار دولار. وتعتبر هذه الإحصائيات في الأسواق المنظمة (OTC) فإذا تم إضافة التداول الخارجي غير المصرح به فإن حجم عقود الخيارات يكون ما بين 600-700 مليار دولار سنويا وفق البيانات المتاحة. مثلا في الولايات المتحدة التي تمثل أكبر سوق خيارات في جميع أنحاء العالم، زاد حجم التداول عبر الأسهم وصناديق الاستثمار المتداولة والمؤشرات أكثر من 2.5 مرة من حوالي 350 مليون عقد يوميًا في عام 2009 إلى أكثر من 900 مليون عقد يوميًا في عام 2019 بناءً على بيانات من بورصة شيكاغو للخيارات (CBOE).

ويجب هنا النظر إلى الخيارات المالية عند اتخاذ القرارات الاستثمارية المختلفة، حيث إن أحد أهم المتطلبات الرئيسة هو العمل على تحقيق المبادلة ما بين العائد والمخاطرة، وهنا تظهر أهمية تناول تقييم عقود الخيارات ونماذج تسعيرها، لما لهما من تطبيقات عديدة في مجالات التمويل والاستثمار. حيث يحتل موضوع التقييم أو التسعير بمختلف أنواعه في مجال التمويل مكانة مهمّة، وتزداد أهميته في بيئة عدم التأكد التي يتصف بها العالم، وقد عمل العديد من الباحثين على بناء نظرية للتسعير العقلاني للخيارات المالية، ولعل أبرزها أنموذج (Black-Scholes-Merton) كونه الأشهر في حقل تسعير الخيارات المالية والأكثر دقة في تحديد قيمة الخيارات، ولأهميته النظرية كونه أرسى دعائم نظرية تسعير الخيارات باستخداماتها المتعددة إلا أنه عرف الكثير من الانتقادات بسبب افتراضاته غير الواقعية كالتوزيع الطبيعي لعوائد الأصول الأساسية وثبات التقلب خلال مدة حياة الخيار، وهذا الأخير يعتبر العنصر الأهم والنافذ في عملية التسعير. ونتيجة لهذا ظهرت نماذج أخرى تحاول علاج القصور في أنموذج (Black-Scholes)، تناولت التقلب كدالة محددة للزمن وظهرت أيضا نماذج تدرس التقلب المحلي وأخرى تدرس الانتشار بالقفز، وأخيرا نماذج التقلب العشوائي مثل أنموذج GARCH، SABR ولعل أشهرها الأنموذج الذي صاغه الرياضي ستيفن هيستون (Heston, 1993).

**أولا: إشكالية الدراسة**

إن كون موضوع تسعير الخيارات بوصفه موضوعاً محورياً في الإدارة المالية، قد شكّل جدلاً فلسفياً واسعاً في الأدبيات المعاصرة حول اختيار النماذج الملائمة، وأدى تعدد هذه النماذج، بافتراضاتها ومعلماتها وتقنياتها المتباينة (خاصة في قياس التقلب)، إلى إنتاج قيم مختلفة للخيار الواحد، مما أثّر على اختيار المستثمر للأنموذج. وهذا هو الشق المعرفي لمشكلة الدراسة.

ويتمثل الشق التطبيقي في تأثير تعدد أسعار الخيار الواحد - الناجم عن تعدد النماذج المستخدمة لمقاييس التقلب - على سلوك المستثمر. فوجود أسعار متعددة يُربك قراراته بشأن مراكز الخيارات وفقاً لتوازن (العائد/المخاطرة) المفضل لديه، مما يعيق القرار المالي في هذه الأسواق.

بناءً على ما سبق، يمكننا بلورة الإشكالية السابقة في السؤال التالي:

**ما هو أثر تعدد نماذج تسعير الخيارات، وتباينها في قياس معلمة التقلب، على عملية اتخاذ القرار الاستثماري وسلوك المستثمرين في أسواق الخيارات المالية ؟**

وتبحث هذه الإشكالية الأبعاد المعرفية والتطبيقية لإشكالية تسعير الخيارات، و لتوضيح مضامينها نطرح الأسئلة الفرعية التالية:

1. ما هي أبرز الفروقات في الأسعار الناتجة عن تطبيق نماذج تسعير الخيارات المختلفة على نفس الخيار المالي؟
2. كيف يؤثر اختيار مقياس التقلب وتقنيات قياسه على التباين في قيم الخيارات بين النماذج المختلفة؟
3. هل يوجد أنموذج تسعير يُظهر تفوقاً على النماذج الأخرى في توقع الأسعار السوقية الفعلية للخيارات في سوق مالي معين، ممّا يجعله أكثر ملاءمة للمستثمرين في تلك السوق؟

**ثانيا: فرضيات الدراسة**

تماشيًا مع إشكالية الدراسة وعناصرها، تمحورت الأسئلة الفرعية كمداخل منهجية لاستقصاء أطروحة البحث. ولتحديد المسار التطبيقي تجلت الإجابات الأولية عن هذه الأسئلة في صياغة مجموعة من الفرضيات الرئيسية، مستندة إلى الإطار النظري ومخرجات الدراسات السابقة. وتتجلى هذه الفرضيات في:

1. توجد فروقات ذات دلالة إحصائية وجوهرية بين أسعار الخيارات المحسوبة باستخدام نماذج مختلفة.
2. نماذج التقلب العشوائي (Stochastic Volatility) تنتج نطاقات تسعير أوسع من النماذج الثابتة.
3. جميع نماذج تسعير الخيارات لها نفس القدرة التنبؤية للأسعار السوقية الفعلية، ولا يوجد أنموذج أفضل من غيره بشكل مستمر.

**ثالثا: مبررات اختيار الموضوع**

تعددت الأسباب و المبررات لاختيار هذا الموضوع، و يمكن حصرها في مبررات موضوعية وأخرى ذاتية:

* مبررات ذاتية: انبثق اختيار هذا الموضوع من ميولنا الأكاديمي إلى دراسة مجال نمذجة المشتقات المالية، وكذا بحكم تخصصنا في المالية الدولية. حيث لوحظ خلال بحثنا في شهادة الماستر التناقض الصارخ بين روعة النماذج الرياضية وتعقيدات تطبيقها في بيئات الأسواق الحقيقية. وقد ولّد هذا التناقض شغفًا عميقًا لدراسة الإشكالية من زوايا متكاملة: رياضية (مقارنة دقة النماذج)، وسلوكية (تأثير تعدد الأسعار على المستثمرين)، وتطبيقية (تصميم إطار معياري لاختيار الأنموذج). كما أن خلفيتنا العلمية في الأسواق المالية دفعتنا لاستكشاف هذه الجدلية الفلسفية بين بساطة النظريات وتعقيد الواقع، ساعين لتقديم حلول عملية تُسهّل اتخاذ القرار المالي في الأسواق العربية التي تفتقر لمثل هذه الدراسات، وهو ما يتوافق مع رؤيته لتعزيز جودة البحث العلمي المالي في المنطقة.

* مبررات موضوعية: تستند أهمية هذا البحث إلى تحديات جوهرية يواجهها قطاع التمويل، حيث يُعَد تعدد نماذج تسعير الخيارات (Black-Scholes، Heston، GARCH) مع اختلاف مقاييس التقلب فيها إشكاليةً نظرية وتطبيقية. فمن ناحية، تُظهر الأدبيات ثغرةً بحثية في غياب معايير موحدة لموازنة البساطة الرياضية (كسهولة تطبيق Black-Scholes) والدقة التطبيقية (كفاءة النماذج الديناميكية في الأسواق المتقلبة). ومن ناحية أخرى يؤثر هذا التعدد سلبا على كفاءة السوق، إذ يولّد أسعارا متباينة للخيار الواحد، مما يُربك المستثمرين ويُضعف شفافية التسعير، خاصة في الأسواق الناشئة ذات الحساسية العالية للمخاطر. كما أن تطور المشتقات المالية يتطلب نماذج قابلة للتطبيق العملي دون تعقيدات حسابية مفرطة، وهو ما يبرر الحاجة الملحة لهذه الدراسة لسد الفجوة بين التنظير المالي والممارسة العملية.

**رابعا: أهمية الدراسة**

تبرز أهمية البحث في موضوع تعدد نماذج تسعير الخيارات في المجالات التالية:

* سد ثغرة أكاديمية: معالجة الإشكالية الفلسفية حول اختيار الأنموذج الأمثل، والتي لم تحسمها الأدبيات المالية رغم تعدد الدراسات.

* تحسين كفاءة السوق: تقليل التباين في أسعار الخيار الواحد عبر تطوير معايير موحدة، مما يعزز شفافية السوق ويحد من تشتت المستثمرين.

* توفير أداة عملية للمؤسسات المالية: تصميم إطار هرمي قائم على موازنة مرجحة بين البساطة الرياضية والدقة التطبيقية، يسهل على البنوك وشركات الوساطة اختيار الأنموذج الأنسب.

• دمج البُعد السلوكي: دراسة تأثير تعدد النماذج على قرارات المستثمرين (خاصة غير المحترفين)، وهو جانب مهمل في النظريات الكلاسيكية.

• تطوير نماذج قابلة للتكيف: اقتراح تعديلات على النماذج الحالية أو استخدام نماذج البرمجة العصبية، وهذا لزيادة دقتها في الأسواق الناشئة ذات التقلبات الحادة.

• تحفيز الاستثمار في المشتقات: تقليل مخاطر ارتباك التسعير الذي يثني المستثمرين عن دخول أسواق الخيارات خاصة في الاقتصادات العربية.

• تعد هذه الدراسة مساهمة في تناول أحد المواضيع التي تعاني من ندرة نسبية في المكتبة العربية، ونقص واضح في الإطار النظري والتطبيقي بوصف الأبعاد الأساسية لعقود الخيار.

• توجيه البحث المستقبلي: وضع خارطة طريق للدراسات التجريبية حول نماذج التسعير الهجينة، مع التركيز على التوازن بين التعقيد الرياضي والجدوى الاقتصادية.

**خامسا: أهداف الدراسة**

• تحليل نقدي لنماذج التسعير الرئيسية مثل (Black-Scholes، Heston، أنموذج الشبكة العصبية) لتحديد مواطن القوة والضعف في التوازن بين البساطة الرياضية والدقة التطبيقية.

• تقديم أنموذج مقترح لتسعير الخيارات يعتمد على الشبكات العصبونية ويعمل على تحديد أسعار الخيارات بشكل أكثر دقة قياساً بالنماذج الأخرى، ويتجاوز مشكلة التقلب الثابت.

• قياس تأثير اختلاف مقاييس التقلب (التقلب الضمني) على تباين أسعار الخيار الواحد عبر النماذج المختلفة.

• مقارنة دقة النماذج في سياقات سوقية متباينة (أسواق ناشئة - متقدمة، فترات استقرار - تقلبات حادة) عبر مؤشرات إحصائية.

• تحليل كفاءة النماذج الرياضية من حيث الزمن الحسابي والموارد المطلوبة لتطبيقها في البنوك وشركات الوساطة.

• بناء أنموذج يرتكز على الشبكات العصبية يساعد المستثمرين في تحديد أسعار الخيارات وفق معطيات السوق وتفضيلاتهم الشخصية.

**سادسا: حدود الدراسة**

❋ الحدود الموضوعية: تتمثل الحدود الموضوعية للدراسة في اقتصارها على تحليل ومقارنة ثلاثة نماذج تسعير محددة فقط، وهي أنموذج Black-Scholes، أنموذج Heston، والشبكة العصبية. كما أنها تركز حصراً على نوعين من الأصول المالية وهو خيارات الأسهم وخيارات مؤشرات الأسهم، وتحديداً عينة تتكون من 160 خياراً، مما يعني أن نتائجها مرتبطة بهذه النماذج وهذا النوع من الأصول وهذه العينة، ولا يمكن بالضرورة تعميمها على نماذج أو أصول مالية أخرى.

❋ الحدود المكانية: فتتحدد بتركيز الدراسة على قطاع اقتصادي واحد وهو قطاع التكنولوجيا، من خلال تحليل خيارات أسهم لـ 7 شركات تكنولوجيا عالمية فقط. هذا التحديد يعني أن الاستنتاجات تعكس خصائص هذا القطاع بعينه، وقد لا تكون قابلة للتطبيق على الشركات العاملة في قطاعات أخرى كالصناعة أو المال، أو حتى على جميع الشركات داخل قطاع التكنولوجيا نفسه.

❋ الحدود الزمانية: تتضح في أن جميع بيانات الدراسة تم جمعها في يوم واحد وهو 19 ديسمبر 2024، مما يجعل النتائج مرتبطة بظروف السوق السائدة في تلك اللحظة الزمنية المحددة. بالإضافة إلى ذلك، فإن آجال استحقاق الخيارات المدروسة تمتد حتى 279 يوماً كحد أقصى، وبالتالي فإن الدراسة تغطي فقط الخيارات قصيرة ومتوسطة الأجل ولا تشمل الخيارات ذات الآجال الطويلة.

**سابعا: منهج وأدوات البحث:**

يمكن تفصيل منهجية وأدوات الدراسة على النحو التالي:

**a. منهجية الدراسة**

اعتمدت الدراسة على المنهج الوصفي التحليلي، وهو منهج متكامل وشائع في الدراسات المالية والكمية. يتم تطبيق هذا المنهج على مرحلتين:

1. المنهج الوصفي (Descriptive Approach): في هذه المرحلة يتم جمع ووصف البيانات المتعلقة بظاهرة تسعير الخيارات المالية. يشمل ذلك وصف عينة الدراسة وصفاً دقيقاً:

- وصف الخيارات: تحديد خصائص الـ 160 خيار أسهم (أسعار التنفيذ، تواريخ الاستحقاق).
- وصف الشركات: تقديم معلومات عن شركات التكنولوجيا السبع التي تتبع لها الأسهم.
- وصف بيانات السوق: جمع وتوصيف البيانات المالية اللازمة للنماذج كما كانت في 19 ديسمبر 2024، مثل سعر السهم، التقلب، سعر الفائدة الخالي من المخاطر، وتوزيعات الأرباح المتوقعة...

2. الجانب التحليلي (Analytical Approach): يتم في هذه المرحلة تجاوز مجرد الوصف إلى التحليل والاستنتاج. يتمثل الجانب التحليلي في:

- تطبيق النماذج: استخدام البيانات التي تم جمعها كمدخلات في نماذج التسعير (Black-Scholes، Heston).
- توليد النتائج: حساب الأسعار النظرية لكل خيار من الخيارات الـ 160 وفقاً لكل أنموذج.
- المقارنة والتحليل: مقارنة الأسعار الناتجة عن أنموذجي (Black-Scholes، Heston) وأنموذج الشبكة العصبية بالأسعار الفعلية. يهدف هذا التحليل إلى فهم الفروقات بين النماذج، وتحديد أي منهما قد يقدم تقييماً مختلفاً في ظل ظروف السوق المحددة، خاصة وأن أنموذج Heston يأخذ في الاعتبار التقلب العشوائي (Stochastic Volatility) على عكس أنموذج (Black-Scholes).

**b. أدوات الدراسة**

الأداة الرئيسية المستخدمة في الجانب التطبيقي والتحليلي لهذه الدراسة هي برمجية بايثون (Python). حيث يعتبر استخدام بايثون خيارا مثاليا لهذه الدراسة للأسباب التالية:

1. المكتبات المالية والرياضية: تتميز بايثون بوجود مكتبات برمجية قوية ومتخصصة تسهل الحسابات المالية والرياضية المعقدة. من أهم المكتبات:

- NumPy: لإجراء العمليات الحسابية والمصفوفات بكفاءة عالية، Pandas لتنظيم ومعالجة البيانات الخاصة بالخيارات وأسعار الأسهم في هياكل بيانات سهلة الاستخدام؛
- SciPy: تحتوي على دوال رياضية متقدمة يمكن استخدامها في حل المعادلات التفاضلية الجزئية التي يقوم عليها النموذجان؛
- Matplotlib / Seaborn: لإنشاء رسوم بيانية وتصورات بصرية لمقارنة الأسعار الناتجة عن النماذج بشكل واضح.

2. تنفيذ النماذج: تم استخدام برمجية بايثون لتنفيذ المهام التالية بشكل مباشر:

- بناء دوال التسعير: كتابة أكواد برمجية (Functions) تحتوي على الصيغ الرياضية الدقيقة لكل من أنموذج (Black-Scholes) وأنموذج Heston الأكثر تعقيداً، وكذا تدريب أنموذج الشبكة العصبية؛
- إتمام الحسابات: تطبيق هذه الدوال بشكل آلي على كامل عينة البيانات (160 خيار) لتوليد أسعارها النظرية بكفاءة وسرعة؛
- تحليل النتائج: استخدام قدرات بايثون لتحليل الفروقات بين مخرجات النماذج واستخلاص المؤشرات الإحصائية اللازمة للمقارنة.

**ثامنا: صعوبات الدراسة**

تنطوي هذه دراسة على العديد من الصعوبات المحتملة التي يمكن أن تواجه الباحث. يمكن تقسيم هذه الصعوبات إلى ثلاث مجالات رئيسية:

1. صعوبات متعلقة بالبيانات (Data Challenges): يعتبر جمع البيانات الدقيقة والمتزامنة هو التحدي الأولي والأكبر في أي دراسة تسعير كمية.

- جودة وتزامن البيانات: من الصعب ضمان الحصول على بيانات عالية الجودة ومتزامنة تماماً ليوم 19 ديسمبر 2024. يجب أن تكون أسعار الأسهم الأساسية، وأسعار الخيارات في السوق، وأحجام التداول كلها مسجلة في نفس اللحظة الزمنية للحصول على مقارنة دقيقة. أي تأخير بسيط في أحد مصادر البيانات قد يؤدي إلى نتائج غير دقيقة.
- تقدير التقلب (Volatility) بشقيه الضمني أو التاريخي: يعتبر التقلب أهم مدخل في نماذج تسعير الخيارات.
- تحديد سعر الفائدة الخالي من المخاطر: يجب إيجاد أسعار فائدة خالية من المخاطر تتوافق مع تواريخ الاستحقاق الـ 14 المختلفة للخيارات (منحنى العائد). لأن استخدام سعر فائدة واحد لكل الآجال هو تبسيط مفرط قد يؤثر على دقة النتائج.

2. صعوبات متعلقة بالنماذج والتطبيق (Modeling and Implementation Challenges):

لكل أنموذج من النماذج المستخدمة تحدياته وحدوده الخاصة في التطبيق والمعايرة (Calibration):

- افتراضات أنموذج (Black-Scholes): حيث تتجلى الصعوبة في تحليل مدى تأثير هذه الافتراضات المنتهكة على دقة السعر الناتج.
- تعقيد أنموذج Heston: أنموذج Heston أكثر واقعية، ولكنه أكثر تعقيداً رياضياً. خاصة التطبيق البرمجي و المعايرة.
- تحديات الشبكة العصبية:
  - قلة البيانات: الشبكات العصبية تحتاج لكميات هائلة من البيانات للتدرب بفعالية. عينة من 160 خياراً تعتبر صغيرة جداً وقد تؤدي إلى فرط التخصيص (Overfitting)، حيث يحفظ الأنموذج بيانات التدريب بدلاً من تعلم الأنماط العامة، مما يجعله غير قادر على تسعير خيارات جديدة بدقة.
  - هيكلية الأنموذج: اختيار الهيكل المناسب للشبكة (عدد الطبقات، عدد الخلايا العصبية في كل طبقة، دوال التنشيط) هو تحدٍ كبير ويتطلب الكثير من التجربة والخطأ.

- غموض الأنموذج (Black Box Problem): من أكبر صعوبات الشبكات العصبية أنها "صندوق أسود". حتى لو أعطت نتائج دقيقة، فمن الصعب جداً تفسير لماذا قامت بتسعير الخيار بقيمة معينة، على عكس النماذج الأخرى التي تمتلك متغيرات واضحة وقابلة للتفسير المالي.

3. صعوبات متعلقة بالتحليل والمقارنة (Analytical and Comparative Challenges)

بعد الحصول على النتائج، تظهر صعوبات في كيفية مقارنتها وتفسيرها.

- غياب السعر الحقيقي: لا يوجد سعر صحيح أو حقيقي مطلق للخيار يمكن استخدامه كمرجع مثالي. سعر السوق نفسه هو مجرد نقطة توازن بين العرض والطلب في لحظة معينة. هذا يجعل من الصعب الحكم بشكل قاطع على أن نموذجاً ما هو الأفضل، بل فقط الأقرب لسعر السوق في ذلك اليوم.
- اختيار مقاييس الأداء: وجود صعوبة في اختيار المقياس الأنسب لمقارنة دقة النماذج. هل يستخدم متوسط الخطأ التربيعي (MSE)، أم متوسط الخطأ المطلق (MAE)، أم نسبة الخطأ المئوية؟ كل مقياس له دلالاته وقد يعطي أفضلية لأنموذج مختلف.
- تفسير النتائج وتعميمها: الصعوبة الأكبر هي مقاومة إغراء تعميم النتائج. بما أن الدراسة أجريت على قطاع معين وفي يوم واحد، فإن أي استنتاج (مثلا: أنموذج Heston أدق من أنموذج (Black-Scholes)) هو استنتاج صالح فقط في هذا السياق المحدود. التحدي هو شرح وتأطير هذه النتائج ضمن حدود الدراسة بشكل صارم وعدم الادعاء بأنها تمثل حقيقة عامة للسوق بأكمله.

**تاسعا: هيكل الدراسة**

لبلوغ و تحقيق الأهداف البحثية للدراسة، ومعالجة الإشكالية والإجابة عليها بشكل منهجي، اعتمدت الدراسة هيكلًا ثنائي الفصول. حيث:

- تناول الفصل الأول الإطار النظري للدراسة والذي يهدف إلى إرساء الأساس المفاهيمي والنظري لتسعير الخيارات المالية. وقد احتوى هذا الفصل على ثلاثة مباحث، تطرق المبحث الأول إلى مقاربة مفاهيمية للخيارات المالية من خلال عرض سماتها العامة وفلسفة تقييمها، وصولاً إلى استعراض أهم استراتيجياتها. أما المبحث الثاني فقد تعمق في دور الخيار المالي كأداة للتعامل مع التقلب، حيث ناقش فكرة التقلب كأصل قابل للتداول، وتتبع تطوره من المفهوم التاريخي البسيط إلى المفهوم العشوائي الأكثر تعقيداً، واختتم بعرض مقاربات تسعير الخيارات المترتبة على ذلك. وأخيراً، خصص المبحث الثالث لاستعراض الدراسات السابقة، حيث تم تصنيفها إلى دراسات تناولت التقلب الثابت وأخرى تناولت التقلب العشوائي، مع تحديد موقع الدراسة الحالية من هذه الأدبيات العلمية والفجوة التي تسعى لملئها.

• أما الفصل الثاني فقد تناول الجانب التطبيقي للدراسة، وهدف إلى تطبيق النماذج وتحليل نتائجها بشكل عملي ومقارن. وقد قُسّم هذا الفصل أيضاً إلى ثلاثة مباحث، ركز المبحث الأول على التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوروبية الناتجة عن النماذج التقليدية، حيث تم فيه تحليل الأسعار المولّدة باستخدام أنموذج Black-Scholes المبني على التقلب الثابت، ثم تحليل الأسعار الناتجة عن أنموذج Heston الذي يأخذ في اعتباره التقلب العشوائي. بينما انتقل المبحث الثاني إلى التحليل المالي للأسعار الناتجة عن توظيف منهجيات الذكاء الاصطناعي، وتحديداً من خلال بناء وتدريب أنموذج الشبكات العصبية لتسعير نفس الخيارات. واختتم الفصل بـ المبحث الثالث الذي أجرى تحليلاً مقارناً شاملاً للنتائج المستخرجة من النماذج الثلاثة (Black-Scholes، Heston و RNN) بهدف تقييم أدائها وتحديد الفروقات الجوهرية في مخرجاتها.

# الفصل الأول: الإطار النظري للدراسة

## مقدمة الفصل

في سياق البحث عن حلول ناجعة للمخاطر الاستثمارية والاقتصادية، عرفت الصناعة المالية تطورات كبيرة تمثلت في ابتكار العديد من الأدوات والتقنيات المالية شديدة التعقيد. كانت استخداماتها دوما بمثابة سلاح ذو حدين. فاستعمالها للتغطية من المخاطر الاقتصادية في الوقت الذي كان يسمح بالتغلب بدرجة أو بأخرى على المخاطر، كان يتسبب أيضا في تولد أزمات مالية تتكرر بوتيرة متسارعة. وتعد الخيارات أحد أهم أنواع تلك الأدوات والتي تعطي المستثمر فيها فرصة مهمة لتقليل المخاطر التي يتعرض لها، وذلك عن طريق نقلها إلى أطراف أخرى لها قدرة أكبر على مواجهتها. الا أن السبب الرئيسي والأهم في انتشار التعامل بعقود الخيارات المالية يعود إلى الرفع المالي (الرافعة المالية)، والتي تجني أرباحا طائلة إذا تم استخدامها بشكل ملائم وصحيح، والعكس إذا ما تم استخدامها لأغراض المضاربة. وتتحدد أسعار الخيارات بشكل عام وفق مبادلة بين العائد والمخاطرة.

وسنحاول في هذا الفصل التطرق إلى الخلفية النظرية لتقييم الخيارات المالية من الإلمام بجميع جوانب عقود الخيارات المالية، من حيث تعريفها، تطورها والتصنيف الشامل لنماذج تسعير الخيارات المستخدمة على نطاق واسع، ودراساتها التجريبية التي تتبعها وتحليلها وهذا على أساس معلمة التقلب، ولقد مثلت جميع هذه النماذج تقدمًا كبيرًا في مجال نظرية تسعير الخيارات. علاوة على ذلك، سيتم التطرق إلى التقلب من حيث المفهوم، أنواعه وخصائصه. وعليه سيتم عرض الفصل الأول من خلال مباحث:

- **المبحث الأول: مقاربة مفاهيمية للخيارات المالية؛**
- **المبحث الثاني: الخيار كأداة للتقلب؛**
- **المبحث الثالث: الدراسات السابقة.**

## المبحث الأول

## مقاربة مفاهيمية للخيارات المالية

### 1.1.1 السمات العامة للخيارات المالية

تعتبر الخيارات المالية التي ظهرت في الأسواق المالية إحدى الثمرات التي قدمتها الهندسة المالية باعتبارها أفضل ما استطاع الفكر المالي الاستثماري تقديمه للآن، حيث حصلت هذه الأدوات على منزلة متميزة لما لها من دور كبير في تخفيض المخاطرة الناتجة عن تقلبات أسعار مختلف الاستثمارات، فضلا عن تقديم الأرباح الناتجة عنها، وخفض تكاليف مصادر التمويل والمساهمة في حفظ استقرار الأسواق المالية.

#### 1.1.1.1 مفهوم عقد الخيار The Concept Of Option

الخيار في اللغة اسم مشتق من الاختيار، والاختيار يعني الانتقاء والاصطفاء، وخيار الشيئين أحسنهما وأفضلهما، أما في الأدبيات المالية والاقتصادية فإن عقد الخيار يتواءم مع ما تناولته اللغة فقد عرّفه (الزحيلي، 2006، صفحة 502) على أنه "عقد بِعَوض على حق مجرد، يخول صاحبه بيع شيء محدد، أو شراءه بسعر معين طيلة (طّوال) مدة معينة (معلومة) أو في تاريخ محدد، إما مباشرة أو من خلال هيئة ضامنة لحقوق الطرفين". وعرّف (آل شبيب، 2009، صفحة 395) الخيار أنه "يعطي حامله حق شراء أو بيع الأصل عند سعر محدد ينفذ في أو قبل تاريخ محدد، وهو عقد بين طرفين المشتري والبائع أو محرر العقد وهي العقود التي تعطي للمشتري الحق بشراء ويسمى خيار شراء أو البيع ويسمى خيار البيع لكمية محددة من أصل في تاريخ محدد وبسعر محدد ويتم دفع عمولة تسمى بسعر الخيار تتراوح عادة بين 1-5% من قيمة العقد وقد تنفذ الخيارات وفق الطريقة الأمريكية وتسمى عقد خيار أمريكي أو وفق الطريقة الأوربية وتسمى عقد خيار أوربي". ويمكن النظر إلى الخيار على أنه "عقد بين طرفين أحدهما بائع والآخر مشتري حيث يمنح المشتري الحق وليس الالتزام، لشراء أو بيع شيء ما في تاريخ لاحق بسعر متفق عليه عند تحرير العقد" (Chance & Brooks, 2015, p. 04). وهناك وجهة نظر أخرى ترى أنه أداة تتيح لحاملها فرصة شراء أو بيع أصل محدد بسعر محدد في أو قبل تاريخ انتهاء الصلاحية المحدد، حيث إن عقود الخيارات المالية هي أكثر أنواع الأوراق المالية المشتقة شيوعًا (Zutter & Smart, 2019, p. 794). بينما عرّفه (Farid, 2015, p. 03) بأنه أداة مشتقة تمنح حاملها الحق في شراء أو بيع ورقة مالية أساسية في تاريخ مستقبلي بسعر متفق عليه. على عكس العقد الآجل أو المستقبلي، يمنح الخيار الحق في عدم التنفيذ إذا لم يكن سعر السوق في مصلحة حامله. وإذا تم ذلك، فإن خسارته تقتصر على المبلغ المدفوع.

فيما ذهب (Brosch, 2008, p. 08) إلى أنه "عقد يمنح صاحبه الحق وليس الالتزام بشراء أو بيع أصل مالي مثل الأسهم المتداولة في الأسواق المالية وهذا بموجب شروط محددة، حيث تحدد هذه الشروط الفترة الزمنية التي يمكن من خلالها ممارسة هذا الخيار مقابل سعر الممارسة". وفي نفس السياق عرّف (Chorafas, 2008, p. 39) الخيار على أنه اتفاق بين المشتري والبائع، عند ممارسته يعطي الأول الحق، ولكن ليس الالتزام في مطالبة كاتب الخيار (البائع) بأداء التزامات معينة ومحددة، حيث إن الخيار الذي يتم تركه دون ممارسة تنتهي صلاحيته باعتباره عديم القيمة. والسعر الذي يدفعه المشتري للبائع مقابل الخيار هو علاوة، ويقصد به تعويض البائع عن رغبته في منح الخيار. السعر الذي يمكن عنده ممارسة الخيار هو سعر التنفيذ. اليوم الأخير الذي يمكن فيه ممارسة الخيار هو تاريخ انتهاء الصلاحية. ووضع (هندي،2011، صفحة 05) تعريفا للخيار على أنه "عقد بين طرفين مشتري ومحرر ويعطى العقد للمشتري الحق في أن يشتري من أو أن يبيع المحرر عدد من الوحدات أصل حقيقي أو مالي بسعر يتفق عليه لحظة توقيع العقد على أن يتم التنفيذ في تاريخ لاحق، يطلق عليه تاريخ التنفيذ أو تاريخ تنفيذ الصلاحية. وللمشتري الحق في عدم تنفيذ العقد، إذا كان التنفيذ في غير صالحه، وذلك في مقابل تعويض يدفعه للمحرر يطلق عليه مكافأة، هذه المكافأة تدفع عند التعاقد، وغير قابلة للرد وليست جزء من قيمة الصفقة، بعبارة أخرى أنه مبلغ يدفعه المشتري في مقابل حق الخيار في تنفيذ أو عدم تنفيذ العقد، وحيث أن المشتري يحصل على هذا الحق منذ لحظة توقيع العقد، فإنه يخسر المكافأة في ذات اللحظة".

يتبين من التعريفات السابقة أنها تتفق جميعاً من حيث المضمون، وإن تباينت تباينا محدوداً في التفاصيل، وعليه فإن الخيار عقد قابل للإلغاء (غياب صفة الالزام). ويمكن أن نعرفه بأنه اتفاق تعاقدي خاص، أو أنه عقد بين طرفين أحدهما مشتري يطلق عليه صاحب المركز الطويل والآخر بائع أو محرر الخيار ويطلق عليه اسم صاحب المركز القصير، وبموجبه يُعطَى حامله (المشتري) الحق وليس الالتزام في شراء أو بيع عدد من وحدات أصل حقيقي أو مالي، بسعر محدد ومتفق عليه لحظة توقيع العقد، يسمى سعر التنفيذ أو الممارسة، على أن يتم التنفيذ في تاريخ لاحق هو تاريخ الاستحقاق أو تاريخ انتهاء الصلاحية. وللمشتري الحق في عدم إتمام العقد وتنفيذه إذا كان ذلك في غير صالحه خاصة في غياب صفة الإلزام للقيام بعملية البيع أو الشراء، وهذا مقابل عمولة يدفعها للمحرر تسمى بعلاوة الصفقة الشرطية أو ثمن عقد الخيار، وتعرف علاوة الصفقة الشرطية بأنها تعويض متفق عليه يدفع لبائع عقد الخيار من قبل المشتري مقابل تمتعه حق شراء (إن كان خيار شراء)، أو حق بيع (إن كان خيار بيع) محل التعاقد خلال فترة زمنية محددة، وهذا المبلغ غير مرجع سواء نفّذ المشتري حقه أو لم ينفذ (قندوز، 2016).

### 2.1.1.1 نشأة وتطور عقود الخيارات Development Of Options Contracts

عند تعقب جذور المنظومة الحالية لعقود الخيارات المالية فإنه يرجع الى السنوات الأولى من القرن الثامن عشر. عندما قدمت الطروحات (البيع) Puts والنداءات (الشراء) Calls. إلا أن أول ظهور فعلي لهذا النوع من العقود كان في نهاية القرن التاسع عشر بعد اتفاقية شجرة الدُلب، والتي بموجبها تم إنشاء بورصة نيويورك وقد كانت تسمى الخيارات بعقود الامتياز، بعدها قام "راسيل ساج" Russel Sage بإنشاء سوق التعامل على المنضدة للخيارات Over The Counter Market For Options (سوق غير نظامية)، وفي بداية العقد الأول من القرن العشرين، قامت مجموعة من شركات الاستثمار تسمى نفسها اتحاد وسطاء ومتداولي البيع والشراء Put And Call Brokers And Dealers Association بتأسيس سوق غير نظامي لعقود الخيارات (محمد داود و عز الدين، 2020)، بحيث كان هذا الاتحاد هو المسؤول عن تنظيم شؤون الأعضاء والتداول. وكان الهدف من هذا الارتباط هو توفير آلية للجمع بين المشترين والبائعين معًا. وهذا من خلال إعلان الوسيط أو السمسار (أحد أعضاء الاتحاد) في الصحف المتخصصة عن استعداده لإبرام الصفقات ومساعدة أطراف العقد على التفاوض للوصول في النهاية إلى اتفاق بشأن شروط العقد. هذا الأمر أكسب السوق غير النظامي إمكانية تفصيل العقد (Tailored) حسب احتياجات طرفيه مما جعله سوقا نشطا الا أنه واجه قصورا من عدة وجوه. أن تلك العقود كانت مصممة حتى استيفاء أجلها وبالتالي اما يتم تنفيذها أو ينتهي أجلها، مما جعل هذه العقود تمتلك القليل من السيولة. وهذا الأمر تسبب في جعل المستثمرين يدفعون ثمن ضعف سيولتها في صورة ارتفاع تكاليف المعاملات. وفي عام 1934 صدر قانون يرخص التعامل بعقود الخيارات إلا أن هذه السوق لم تجد إقبالا بسبب عدم نمطية هذه العقود وعدم قابليتها للتحويل وكذا افتقارها للضمان. ليتم سنة 1973 إنشاء أول سوق منظم للتعامل بها، تم تسميته بسوق شيكاغو أو بورصة شيكاغو لتداول الخيارات Chicago Board Options (CBOE) Exchange، أين بدأ فيها تداول الخيارات بشكلها النمطي، الأمر الذي ساعد في انتشارها والتعامل بها باعتبارها أدوات مالية. وفتحت هذه البورصة أبوابها للمتاجرة بعقود الشراء في 26 أفريل 1973 ولعقود البيع بعد جوان 1977، كما أنها أضافت بيوت المقاصة Cleaning House ومؤسسة تسوية عقود الخيارات Options Clearing Corporation مما جعل حجم التداول يرتفع والسوق أكثر كفاءة وأفضل سيولة، كما اشتهرت هذه البورصة بابتكار منتجات مالية جديدة وفريدة مثل مؤشر CBOE Volatility Index (VIX) المعروف باسم "مؤشر الركود" الذي يقيس تقلبات سوق الأسهم. كما خضعت CBOE للعديد من عمليات الاندماج، كان آخرها الاندماج مع Markets Bats Global في عام 2017.

### 3.1.1.1 أركان عقد الخيار وخصائصه

بناءً على التعاريف السابقة لعقود الخيارات المالية نستنبط أنها ترتكز على ستة أركان أساسية:

- مشتري الحق Buyer: هو الطرف الذي له حق الخيار سواء كان خيار بيع أو خيار شراء كما له الحق في ممارسة (تنفيذ) هذا الخيار من عدمه، وهذا الحق اكتسبه نظير مكافأة أو تعويض يدفعها للطرف الثاني، ويسمى صاحبه بالمركز الطويل Long Position؛
- محرر الحق أو بائع عقد الخيار Writer: هو الشخص الذي يقوم ببيع حق الخيار لصالح المشتري ويحصل نظير ذلك على مكافأة أو بتعويض من مشتري الحق ويجب عليه التنفيذ إذا رغب مشتري الحق في ذلك. ويسمى صاحبه بالمركز القصير Short Position؛
- سعر التنفيذ (الممارسة) Exercise Or Strike Price: يمثل السعر المحدد للورقة المالية أو الأصل الضمني محل التعاقد والذي يسمح بشراء الأصل (في حالة خيار الشراء) أو بيعه (في حالة خيار البيع) عند تنفيذ عقد الخيار، أي أنه السعر المبرم عند الاتفاق بين مشتري الخيار وبين محرره والذي على أساسه سوف تتم التسوية بينهما في تاريخ التنفيذ؛
- السعر السوقي للأصل محل التعاقد Spot Price: هو سعر الأصل الضمني محل التعاقد في تاريخ تنفيذ أو ممارسة الاتفاق أي عند إبرام الاتفاق بين الطرفين خلال فترة تحرير العقد ويسمى أيضا بالسعر الفوري للأصل؛
- تاريخ التنفيذ أو الاستحقاق، مدة الصلاحية أو عمر الخيار Expiration Date: يتجسد في المدة التي يقوم به مشتري ممارسة حق الخيار بتنفيذ الاتفاق، كما أنه يعتبر تاريخ انتهاء حق المشتري في الخيار، أي أنه لا يحق للمشتري ممارسة العقد إلا في هذا التاريخ وهو آخر يوم من الاتفاق بغض النظر عن أداء الأصل، وهو ما اصطلح على تسميته بعقد الخيار الأوروبي، كما يمكن له ممارسته في أي وقت خلال الفترة الممتدة من تاريخ الشراء أو التعاقد إلى تاريخ انتهاء الصلاحية، وهو ما عُرف على تسميته اصطلاحا بعقد الخيار الأمريكي؛
- المكافأة (ثمن الخيار أو العلاوة) Premium: وهو السعر المتفق عليه يدفعه مشتري الخيار لمحرره كتعويض عن حق المكتسب في التنفيذ أو عدم التنفيذ أي مقابل تمتعه بحق الخيار، والتزام المحرر بالتنفيذ، وهذا الثمن غير قابل للاسترداد في كل حال، سواء مارس المشتري حقه في الخيار أو لم يمارسه، وهي ذاتها قيمة الخيار التي تحاول العديد من النماذج كيفية تحديدها مسبقا.

وتتميز الخيارات المالية بمجموعة من الخصائص يمكن تلخيصها فيما يلي (بن الضب، 2020):

- عدم الالزام: تتميز عقود الخيار أنها غير ملزمة لصاحبها بشراء الأصل الضمني، وإنما تعطيه الحق في أن يختار بين ممارسة العقد أو عدم ممارسته، الا أن هذا الالتزام ينطوي على البائع الذي يتقيّد بالإذعان وممارسة العقد إذا ما أراد المشتري ذلك. ويتعيّن على صاحب العقد عند ممارسته لهذا الحق خلال مدة العقد أن يدفع مبلغا، يسمى هذا الثمن بالعلاوة أو المكافأة أي قيمة الخيار؛
- ثمن الخيار (مكافأة من المشتري إلى المحرر): يتضمن ثمن الخيار المكافأة التي يتوجّب على مشتري الخيار دفعها للطرف الذي حرّر عقد الخيار (محرر العقد) والتزم بتنفيذه عندما يرى صاحب الحق ممارسة ذلك، حيث يعكس هذا الثمن المخاطرة التي يتحملها البائع عندما يمارس المشتري هذا الحق مهما كانت الظروف السائدة في السوق؛
- تغير قيمة ثمن الخيار أو العلاوة: حيث إن قيمة العلاوة معرضة للزيادة أو النقصان، وتتوقف قيمة هذه العلاوة على عدة عوامل هي القيمة السوقية للأصل، سعر الممارسة، تاريخ الاستحقاق ومعدلات أسعار الفائدة السائدة؛
- الربح والخسارة: تتميز عقود الخيار بأنها معروفة الخسارة مسبقا، حيث يتم دفع مبلغ العقد كاملا عند ممارسة العقد بغض النظر عن ثمن الخيار، وفي حالة عدم ممارسة الحق فإن أقصى ما يخسره صاحب الحق هو الثمن الذي دفعه لممارسة حق الخيار (ثمن الخيار أو العلاوة فقط)؛
- الارتباط بالزمن Time Decay: عقود الخيار ترتبط بفترة زمنية محددة ومعيارية (3 أشهر، 6 أشهر...). ويقصد بالارتباط بالزمن انخفاض قيمة الخيار مع اقتراب تاريخ انتهاء الصلاحية عند ثبات العوامل الأخرى. حيث إن تاريخ الاستحقاق لعقود الخيار محدد وبالتالي كلما اقترب هذا التاريخ انخفضت القيمة الزمنية للخيار Time Value، كما أن المشتري يصبح أقل استعدادا لدفع علاوة أعلى مقابل نفس الحقوق، كون الوقت المتبقي لتحقيق الأرباح أصبح أقل؛
- قابلية التداول: خاصية قابلية التداول العالية أو السيولة العالية High Liquidity هي إحدى المميزات الرئيسية لعقود الخيارات المالية، حيث يمكن لمشتري عقد الخيار بيعه في أي وقت خلال فترة صلاحيته حتى تاريخ الاستحقاق. ويتوقف ثمن العقد على العرض والطلب وعلى قيمة الأصل؛
- سمة الرفع المالي: تتميز عقود الخيارات المالية بخاصية الاعتماد على هامش مالي صغير نسبياً مقابل الدخول في صفقات مالية كبيرة جداً.

### 4.1.1.1 تقسيمات عقود الخيارات المالية

تصنف عقود الخيارات حسب عدة معايير إلا أنه يمكن التمييز بين الخيارات القياسية والخيارات الغريبة. وتختلف الخيارات القياسية بدورها باختلاف زاوية النظر وأشملها:

أ) على أساس نوع الصفقة: باعتبار نوع الحق الذي يمنحه الخيار ثلاثة أنواع:

- خيار الشراء Call Option: يتيح هذا الخيار للمستثمر (مشتري حق الخيار) الحق في شراء أصل معين بسعر محدد وفي تاريخ معين نظير مكافأة يدفعها مشتري الخيار لمحرره مقابل ممارسته لهذا الحق؛
- خيار البيع Put Option: يتيح هذا الخيار للمستثمر (مشتري حق الخيار) الحق في بيع أصل معين بسعر محدد وفي تاريخ معين نظير مكافأة يدفعها مشتري الخيار لمحرره مقابل ممارسته لحقه؛
- الخيار المركب أو المزدوج: وهو عقد يشمل حق خيار البيع والشراء، وبمقتضاه يصبح لحامله الحق في أن يكون مشتريا للأوراق المالية محل التعاقد أو بائعا لها؛

ب) التصنيف على أساس تاريخ التنفيذ: وهناك نوعان:

- الخيار الأمريكي: هو عقد يسمح فيه لمشتري العقد بممارسة حقه في اختيار التنفيذ في أي وقت خلال سريان العقد، ابتداء من تاريخ إبرام العقد حتى تاريخ انتهاء مدة الخيار (يوم الاستحقاق)؛
- الخيار الأوربي: وهو عقد يعطى لحامله الحق في اختيار تنفيذ العقد في تاريخ انتهاء صلاحيته فقط أي يقتصر حقه في التنفيذ على التاريخ المحدد لانتهاء مدة الخيار يوم الاستحقاق؛
- الخيار الأسيوي: ويطلق عليه كذلك خيار متوسط السعر، فعند ممارسة حق الخيار الأسيوي لا ينظر إلى السعر أثناء مدة العقد كالخيار الأمريكي أو عند انقضاء العقد كالخيار الأوروبي، وإنما ينظر لمتوسط السعر طوال مدة، ويحتسب السعر على أساس المتوسط الحسابي؛

ت) التصنيف على أساس ملكية الأصل أو التغطية: حسب هذا التصنيف نجد:

- عقد خيار مغطى: وفيه يكون محرر العقد مالكا للأصول موضوع العقد؛
- عقد خيار غير مغطى: وهو عقد لا يمتلك فيه محرر العقد الأصل محل التعاقد، أي في حال تنفيذ العقد فانه ملزم بشراء الأصل من السوق؛

ث) التصنيف على أساس الربحية: يتم التصنيف على هذا الأساس بناء على المقارنة بين سعر التنفيذ والسعر السوقي للأصل محل التعاقد في وقت تنفيذ العقد، وحسب هذا التصنيف نجد الأنواع الظاهرة في الجدول التالي:

**جدول رقم (1):** تصنيف الخيارات المالية على أساس الربحية

| | خيار الشراء | خيار البيع |
|---|---|---|
| **سعر الممارسة = سعر السوق** | عقد خيار شراء متكافئ | عقد خيار بيع متكافئ |
| **سعر الممارسة < سعر السوق** | عقد خيار شراء مربح | عقد خيار بيع غير مربح |
| **سعر الممارسة > سعر السوق** | عقد خيار شراء غير مربح | عقد خيار بيع مربح |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Pirie & Kritzman, 2017, pp. 23–24)

فاستنادا إلى هذا الجدول يكون خيار الشراء مربحا In The Money (ITM) عندما يكون سعر التنفيذ أقل من سعر السوق ويكون العكس أي غير مربح Out Of The Money (OTM) إذا كان سعر التنفيذ أكبر من سعر السوق، حيث إنه لن يتم تنفيذ العقد في هذه الحالة، ويحدث العكس في حالة خيار البيع. فيما يخص عقد الخيار المتكافئ At The Money (ATM) فالوضعية تكون نفسها سواء لخيار البيع أو الشراء، فلابد أن يكون سعر التنفيذ مساويا لسعر السوق.

ج) التصنيف بحسب نوع الموجود الضمني: وفقا لهذا التقسيم يوجد عدة أنواع نذكر منها:

- خيارات الأسهم (Stock-Options): هي عقود غير ملزمة التنفيذ لحاملها، تعطيه الحق في شراء أو بيع عدد محدد من أسهم لشركة معينة، وبسعر متفق عليه، وخلال فترة زمنية محددة، وذلك مقابل علاوة مشتري الخيار للكاتب. ويكون لكل طرف من طرفي العقد توقعات معاكسة لتوقعات الطرف الآخر حول احتمالية تغيير الأسعار لهذه الأسهم. كما أن ممارسة هذا النوع من الخيارات يوفر للشركات الكثير من مزايا التمويل كالاستفادة من الربح الرأسمالي عن طريق خيارات شراء الأسهم، والتي تعتبر وسيلة جذب Sweetener للمستثمرين في السندات والأسهم التفضيلية مما يساهم في المشاركة في نمو وتطور هذه الشركات؛
- خيارات مؤشرات الأسهم (Indexes Stocks Options): يقصد بخيارات مؤشر الأسهم بأنها عقد خيار على مؤشر سوق الأسهم، ويمكن تعريفه بأنه الحق في شراء أو بيع مؤشر أسعار لعينة من الأسهم حيث إن هذا الخيار يقوم بقياس مؤشرات السوق على اعتبار أنها تعكس الاتجاهات المستقبلية للأسعار في هذه السوق، وبالتالي إمكانية التنبؤ باتجاهات هذه المؤشرات هبوطاً أو صعوداً. وتكون التسوية في هذا النوع من الخيارات بالضرورة تسوية نقدية أي أن المتعاملون لا

يستلمون أسهماً وإنما يستعملون النقد وهو ما يمثل الفارق في القيمة السوقية للمؤشر وسعر التنفيذ إذا كان خيار شراء، والعكس في حالة خيار البيع. وأشهر مؤشرات الخيارات شعبية في العالم هي تلك الخاصة بمؤشر ستاندرد بورد (Standard and Poors 500)، ومؤشر داون جونز الصناعي (Dow Jones)، ومؤشر ناسداك 100 (Nasdaq)، ومؤشر (Nikkei 225)؛

- خيارات العملة (Options Currency): تتداول معظم خيارات العملات حاليا في الأسواق غير النظامية Over-The-Counter Market، وتعطي هذه الخيارات لمشتريها أو بائعها الحق في شراء أو بيع مبلغ محدد من العملة بسعر محدد في أو قبل تاريخ الاستحقاق حسب نوع الخيار، أمريكيا كان أو أوروبيا. وتنتهي عادة المعاملات بهذا النوع من الخيارات بالتسوية النقدية المباشرة Cash Settlement باحتساب الفرق بين سعر التنفيذ والسعر الفوري للعملة السائد في السوق؛
- خيارات سعر الفائدة (Interest Rate Options): ويقصد بخيار سعر الفائدة بأنها عقد خيار الذي يكون فيه الأصل محل التعاقد هو سعر الفائدة، وتسمح هذه العقود للمستثمر باقتراض أو إقراض مبلغ معين بسعر فائدة معين ولأجل معين يتم تحديده سابقا، وبهذا فإن حامل الخيار يضمن عدم تغير أسعار الفائدة مستقبلا من خلال ما تم دفعه مقابل ذلك. وعليه فإن خيارات أسعار الفائدة تعتبر أداة تحوط تعطي تأمينا لطرف واحد ضد الخطر الذي يمثله تغير أسعار الفائدة على قيمة الأصل. حيث توجد خيارات على جميع الأوراق المالية ذات سعر الفائدة مثل السندات وشهادات الإيداع والودائع المصرفية وعلى عمليات الإقراض والاقتراض؛
- خيارات السلع Commodity Options: خيارات السلع هي عقود قانونية مشتقة تتيح لحامل العقد الحق وليس الالتزام لشراء أو بيع كميات محددة من السلع الأساسية تشمل المنتجات الزراعية (القمح، الذرة، البن، الصوف، الخشب، اللحوم، الحليب ومشتقاته)، المعادن والمعادن النفيسة (الذهب، الفضة، اليورانيوم، البلاتين)، الطاقة (النفط على اختلاف أنواعه) في تاريخ معين وبسعر محدد مسبقاً مقابل علاوة محددة. وهي تستخدم عادةً لحماية المنتجين والمستهلكين والمستثمرين من تقلبات أسعار السلع وتحقيق الأرباح منها. كون أقصى خسارة تكون محددة بقيمة العلاوة، زيادة على أن سوق الخيارات لا يتم فيه إجراء تسويات بشكل يومي بسبب تأثير تحركات السوق وهذا راجع إلى أن كلفة الخيار يتم دفعها كاملة مقدماً (الربيعي والفتلاوي، 2011).

وأما ما يُعرف بالخيارات الغريبة أو الخيارات غير القياسية فهي نوع متقدم ومعقد من التقنيات المالية التي تختلف عن الخيارات القياسية من عدة طرق، مثل طريقة التسوية، الدفع، وظروف الاستحقاق. وتستخدم بشكل أساسي في التحوط والمضاربة ولتلبية احتياجات معينة لا يمكن تحقيقها بالخيارات القياسية. ويتم تداولها في السوق خارج البورصة (OTC)، وهذه بعض الأنواع الشائعة لها:

- الخيارات العازلة (Barrier Options): هذه الخيارات تتأثر بمستوى سعر محدد (الحاجز)، أي يعتمد تنفيذها أو انتهاؤها على بلوغ سعر الأصل المالي مستوى محدداً يسمى "الحاجز". تنقسم خيارات الحاجز إلى نوعان رئيسيان:
  - ✦ الخيار العازل الخارج (Knock-out Barrier Option): يبدأ هذا الخيار كخيار نشط، ولكن إذا وصل سعر الأصل المالي إلى مستوى الحاجز المحدد ينتهي الخيار ويصبح بلا قيمة؛
  - ✦ الخيار العازل الداخل (Knock-in Barrier Option): يبدأ هذا الخيار كخيار غير نشط، ولكن عندما يصل سعر الأصل المالي إلى مستوى الحاجز المحدد يتحول الخيار إلى خيار نشط سواء كان خيار شراء أو خيار بيع؛

  كما يوجد أنواع أخرى لخيارات الحاجز مثل خيارات الارتداد "up and in و down and out".
- الخيارات المرجعية (Lookback Options): وتسمى أيضا خيارات الاسترداد المرجعية وتمكن المستثمر من "النظر إلى الوراء" على مدى فترة الخيار واختيار أفضل سعر للأصل لتحقيق الربح الأقصى. يمكن أن يكون هذا السعر هو الأعلى أو الأدنى الذي وصل إليه الأصل خلال فترة الخيار. هذه الخصوصية تجعلها مختلفة عن الخيارات القياسية التي لها سعر تنفيذ ثابت يتم تحديده عند شراء الخيار. وهناك نوعان رئيسيان من الخيارات المرجعية:
  - ✦ خيار المرجعية ذو الحد الأدنى (Lookback Put Option): يسمح لحامل الخيار ببيع الأصل الأساسي بأعلى سعر وصل إليه خلال فترة الخيار. هذا يعني أن الحامل يمكنه الاستفادة من أعلى سعر للأصل خلال الفترة المحددة؛
  - ✦ خيار المرجعية ذو الحد الأقصى (Lookback Call Option): يسمح لحامل الخيار بشراء الأصل الأساسي بأدنى سعر وصل إليه خلال فترة الخيار. هذا يعني أن الحامل يمكنه الاستفادة من أدنى سعر للأصل خلال الفترة المحددة.

- الخيارات الاختيارية (Chooser Options): هذا النوع من الخيارات توفر لحاملها فرصة تحديد ما إذا كان سيأخذ خيار شراء أو خيار بيع في نقطة معينة خلال فترة حياته. بشكل أساسي يعطي هذا الخيار المشتري مرونة لاختيار نوع الخيار الذي سيصبح عليه، بحيث يجب على الحامل اختيار ما إذا كان خيار الشراء أو خيار البيع قبل تاريخ "الاختيار" المحدد والمعين عند شراء الخيار؛
- الخيارات الثنائية أو الدفع الثابت (Binary Options): تسمى أيضا بالخيارات الرقمية أو خيارات الكل أو لا شيء. ويمكن اعتبارها اقتراحًا بنعم أو لا سواء وقعت الصفقة أو لم تقع (Nekritin, 2012, p. 03)، وسميت أيضا بـ"ثنائية" لأنه لا يوجد سوى نتيجتين محتملتين عند انتهاء الصلاحية ربحًا أو خسارة. أي إما أن يكون التوقع الموضوع صحيحًا أو خاطئًا. يمكن تداول الخيارات الثنائية على أصول مختلفة مثل العقود الآجلة لمؤشر الأسهم، والعقود الآجلة للسلع، والفوركس الفوري...
- خيارات الممر الثنائي (Binary Range Options): تُدفع هذه الخيارات إذا ظل سعر الأصل الأساسي داخل إطار سعري محدد أو خارجه خلال فترة معينة (Souza, n.d., p. 28). وهي مشابهة لخيار "In/Out" ولكن بفرق أن الحدود السعرية تكون محددة بشكل واضح بناءً على اختيار المتداول؛
- خيارات السلة (Basket Options): هي نوع من الخيارات المالية التي يكون فيها الأصل الضمني هو سلة أو مجموعة من المؤشرات، الأسهم، السلع أو العملات المختلفة بدلاً من أصل واحد. يتم تحديد قيمتها بناءً على الأداء الكلي لهذه المجموعة من الأصول، مما يجعلها مفيدة للتحوط ضد المخاطر في محفظة متنوعة؛
- خيارات الكمية (Quantity-Adjusting Options, Quanto Options): خيار مقوم بعملة أخرى غير العملة التي يتم تداول الأصل الأساسي بها. حيث تقوم هذه الخيارات بتحويل دفعاتها من عملة إلى أخرى بسعر صرف محدد مسبقًا، بمعنى أن الأصل الأساسي يكون مقومًا بعملة واحدة، ولكن التسوية تتم بعملة أخرى بسعر صرف محدد مسبقًا. هذا يفيد المستثمرين الذين يتعاملون مع أصول في أسواق مختلفة ويرغبون في التحوط ضد تقلبات العملة؛

- خيارات الصيحة (Shout Options): هو نوع متقدم وغير تقليدي من خيارات الشراء، حيث يمكن لحامل خيار الصيحة "الصياح" بتعديل شروط الخيار مرة واحدة فقط مثل تعديل السعر المستهدف أو تاريخ الاستحقاق عبر الصيحة في وقت محدد خلال مدة الخيار لتأمين القيمة الداخلية (أي الربح) المتراكم حتى ذلك الوقت. هذا يعني أن المستثمر يمكنه تأمين جزء من الأرباح دون الحاجة إلى ممارسة الخيار بالكامل؛
- الخيارات المركبة (Compound Options): هي خيار ينطوي على خيار (Option on Option) أي أن الخيار نفسه يصبح الأصل الأساسي. هناك أربعة أنواع رئيسية من الخيارات المركبة (Hull, 2018, p. 600)، خيار الشراء على خيار الشراء، خيار البيع على خيار الشراء، خيار البيع على خيار البيع وخيار الشراء على خيار البيع. الخيارات المركبة لها سعران للتنفيذ (Two Strike Prices) وتاريخان للاستحقاق (Two Expiration Dates) وعلاوتان واحدة تدفع قبلا والأخرى بعد ممارسة الخيار الأساسي (Underlying Option)؛

إن الخيارات غير القياسية تتطلب فهماً عميقاً للأسواق ونماذج التسعير. حيث يتم تسعيرها وتقييمها باستخدام نماذج رياضية معقدة، الفرق الرئيسي بين الخيارات القياسية والخيارات الغريبة (غير القياسية) يكمن في تعقيدها وخصائصها. وهذه نظرة عامة عن أهم الاختلافات الأساسية بينهما:

**جدول رقم (2):** أهم الفروقات بين الخيارات القياسية والخيارات الغريبة

| | الخيارات القياسية | الخيارات الغريبة |
|---|---|---|
| **القياسية** | لها شروط وأحكام موحدة | تتميز بالتعقيد ويمكن تخصيصها لتلبية احتياجات محددة |
| **التسعير** | استخدام نماذج تسعير معروفة ومقبولة على نطاق واسع | يتطلب تسعيرها نماذج رياضية متقدمة وفهمًا عميقًا للأسواق |
| **السيولة** | أكثر سيولة ويسهل تداولها في الأسواق المالية | غالبًا ما تكون أقل سيولة ويصعب تداولها بسبب تفردها |
| **الاستخدامات** | تستخدم بشكل رئيسي للتحوط أو المضاربة وتحقيق العوائد | تُستخدم في استراتيجيات تحوط معقدة أو لتلبية احتياجات استثمارية فريدة |
| **الوصول** | سهولة الوصول إليها من قبل معظم المستثمرين، بما في ذلك الأفراد | تكون متاحة للمستثمرين المؤسساتيين أو المحترفين نظرًا لتعقيدها |

**المصدر:** من إعداد الباحث

**شكل رقم (1)**: أنواع عقود الخيارات




**المصدر:** من اعداد الباحث بالاستناد إلى (Barone, 1992; Hull, 2018; P. G. Zhang, 1998)

### 2.1.1 فلسفة تقييم الخيارات المالية

يوفر تقييم الخيارات المالية إطارًا مهمًا لفهم كيفية تسعير الخيارات في الأسواق المالية، حيث إنه يلعب دورًا في تداول الخيارات وإدارة المخاطر، وقد ارتبط مفهوم تقييم الخيارات ارتباطا وثيقًا بالمفاهيم والمبادئ الأساسية المتعلقة بتسعير الخيارات المالية وهذا ما سنستعرضه في هذا المطلب.

#### 1.2.1.1 قيم عقود الخيارات المالية

تجدر الإشارة إلى أن قيمة الخيار تتكون من القيمة الذاتية (الجوهرية) والقيمة الزمنية، وحتى يتم فهم كيفية تحديد قيمة العلاوة فإن الأمر يتطلب التعرف على طبيعة هذين المكونين:

**أولا - القيمة الذاتية (Intrinsic Value):** ويمكن تسميتها أيضا بالقيمة الجوهرية أو القيمة الحقيقية، ويُعبر عن القيمة الجوهرية لعقد الخيار بالأرباح المكتسبة إذا ما قام حامله بتنفيذه فورا بحيث لا يوجد فرق زمني بين تاريخ سعر التنفيذ وتاريخ السعر السوقي، وبعبارة أخرى فالقيمة الجوهرية هي الفرق الموجب بين سعر الموجود الضمني محل التعاقد وسعر الممارسة أو التنفيذ. أي في تاريخ انتهاء استحقاق العقد إذا كان الخيار أوروبيا أو في الزمن الذي يرغب فيه مشترى عقد الخيار تنفيذ عقد الخيار الأمريكي.

- القيمة الجوهرية لخيارات الشراء: تُحسب القيمة الجوهرية لخيار الشراء بطرح سعر التنفيذ للخيار من سعر السوق الحالي للأصل الأساسي. فإذا كانت القيمة موجبة كان الخيار مربحا ومُدرّا للنقود (In The Money)، أما إذا تكافأ السعر السوقي للأصل مع سعر التنفيذ فنقول خيارا متكافئ (At The Money). وإذا كان سعر السوق للأصل أقل من سعر التنفيذ، تكون القيمة الجوهرية صفرًا ويكون الخيار غير مربح (Out Of The Money)، حيث لا يمكن أن يكون للخيارات قيمة جوهرية سلبية.

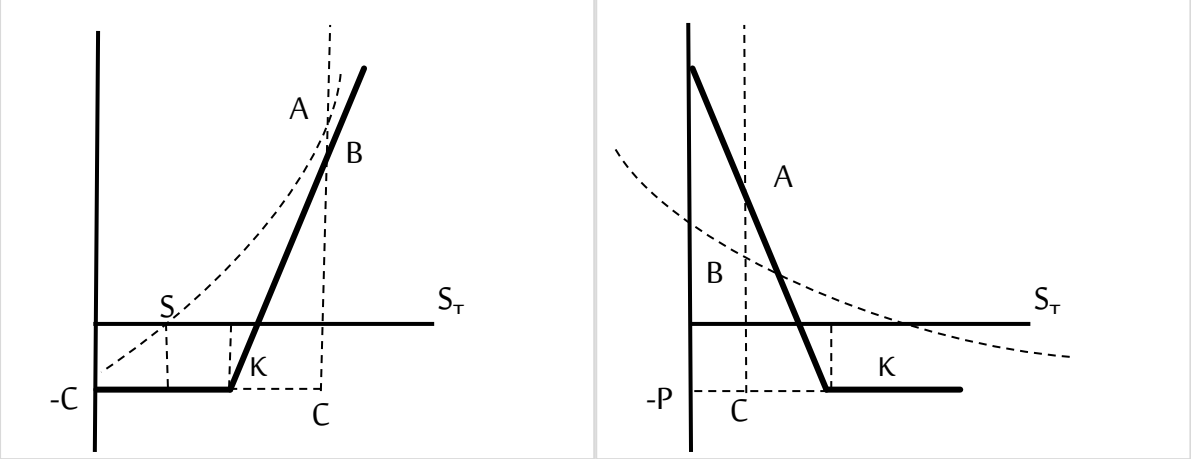
$$\text{Intrinsic Value (Call Option)} = \text{Max (Current Market Price} - \text{Strike Price, 0)}$$

- القيمة الجوهرية لخيارات البيع: في مقابل ذلك تُحسب القيمة الجوهرية لخيار البيع بطرح سعر السوق الحالي للأصل الأساسي من سعر التنفيذ. فيكون الخيار مربحا وذو قيمة جوهرية موجبة إذا كان سعر الممارسة أكبر من سعر الأصل السوقي، وتكون صفرية أي خيار البيع متكافئا إذا تساوى سعرا الممارسة والسوق، ولا يمكن أن تكون هذه القيمة سلبية إلا أن خيار البيع يكون غير مربح إذا تم تداوله بسعر سوقي أكبر من سعر التنفيذ.

$$\text{Intrinsic Value (Put Option)} = \text{Max (Strike Price} - \text{Current Market Price, 0)}$$

**ثانيا - القيمة الزمنية (Time value):** تسمى أيضا بالقيمة المتوقعة (Speculative Values) للخيار(محمد داود و عز الدين، 2020)، وتُعتبر المكوّن الثاني لقيمة الخيار، وهي عبارة عن مقدار المال الذي يدفعه المستثمر مقابل الانتظار حتى تاريخ الاستحقاق بدلاً من تنفيذ الصفقة الآن. وعليه فإن هذه القيمة لها علاقة بالزمن ومدة حياة الخيار، فكلما طالت هذه المدة ارتفعت القيمة الزمنية لعقد الخيار، وهذا ما يفسر أنه، حتى لو كان الخيار متكافئا أي أن القيمة الجوهرية له صفرية فإن لمحرر العقد إمكانية الحصول على العلاوة والممثلة في القيمة الزمنية. إلا أن أهم أحد العوامل المؤثرة في القيمة الزمنية هو درجة تقلب سعر الخيار، فالتغير في أسعار الأصل الضمني محل التعاقد يؤثر في القيمة الزمنية طول فترة حياة الخيار. حيث إن هذه التأثيرات تكون بالإيجاب كونها ستعود على حامل العقد بالأرباح حتى آخر يوم من حياة العقد. في حين أن هذه الأرباح ستكون أقل كلما كان تقلب و تذبذب سعر الأصل الضمني قليلا (Hubbard & O'Brien, 2018, p. 229). إن حساب القيمة الذاتية للخيار بسيط ومباشر، ولكنه يصبح أكثر صعوبة عندما نريد تحديد كيف تتأثر علاوة الخيار بالزمن حتى تاريخ الاستحقاق أو بالتقلب في سعر الأصل الأساسي، حيث إن هذا الأمر صعب ومعقد جداً بسبب حالة عدم التأكد التي تُميز تسعير الخيارات.

**شكل رقم (2):** القيمة الجوهرية والقيمة الزمنية لخياري البيع و الشراء




**المصدر:** (بن الضب، 2020، صفحة 109)

إن قيمة الخيار الظاهرة في الشكل (2) و المعبّر عنها بالقطعة المستقيمة (AC) تمثّل مجموع كل من القيمة الذاتية والمعبّر عنها هي الأخرى بالقطعة المستقيمة (BC) والقيمة الزمنية المعبّر عنها بالقطعة المستقيمة (AB) حيث:

قيمة الخيار (Option Premium) = القيمة الذاتية (Intrinsic Value) + القيمة الزمنية (Time value).

**2.2.1.1 مراكز خيارات البيع والشراء بين الربح والخسارة**

إن سعر الخيار يمثل جوهر التعامل في الأسواق المالية كونه يعكس تفاعل العناصر المشكلة لعقد الخيار من منظور المستثمرين في الخيارات المالية سواء كانوا مشترين أو بائعين لها. حيث إنه بالعودة إلى طبيعة الفرق بين قيمة إحدى هذه العناصر والمتمثلة في سعر الممارسة والسعر السوقي فإنه يتحدد الربح أو الخسارة التي يحققها حامل الخيار وهذا من خلال ربح العقد Payoff. وعليه نجد نوعين من المراكز، المركز الطويل (Long Position) وهذا في حالة الشراء، والمركز القصير (Short Position) في حالة البيع.

**أولا - مراكز خيار الشراء:** يوجد جانبان لعقد خيار الشراء، فالجانب الأول يتخذ فيه المستثمر المركز الطويل أو المغطى (الذي يقوم بشراء حق الخيار)، أما الجانب الثاني فيتخذ فيه المستثمر المركز القصير أو المكشوف (الذي يقوم ببيع حق الخيار).

- شراء خيار الشراء: في هذه الحالة مشتري خيار الشراء أمام احتمالين، فإذا كان السعر الحالي للأصل الأساسي أعلى من سعر التنفيذ، فإن مشتري الخيار يحقق ربحًا لأنه يستطيع شراء الأصل بسعر أقل ثم بيعه بالسعر السوقي الأعلى. أما الاحتمال الثاني فهو إذا كان السعر الحالي أقل من سعر التنفيذ، فلا يمارس الخيار ويكون الـ "payoff" هو قيمة الخيار المدفوعة مسبقًا (العلاوة) كخسارة.

ويمكن التعبير عن أرباح مركز شراء خيار الشراء بالصيغة الرياضية الآتية:

$$Payoff_{Long} = Max[0, Spot\ Price - Strike\ Price] - option\ premium \quad (1)$$

- بيع خيار الشراء: عند بيع خيار شراء يلتزم البائع ببيع الأصل الأساسي لحامل خيار الشراء (المشتري) بسعر التنفيذ إذا اختار المشتري ممارسة الخيار خلال فترة الخيار. ويقوم المستثمر ببيع خيار الشراء إذا كان يعتقد أن السعر الأساسي للأصل لن يرتفع فوق سعر التنفيذ أي أن خيار الشراء يصبح بدون قيمة (لا يتم ممارسته)، وبالتالي يمكنه الاحتفاظ بالعلاوة كربح. أما إذا ارتفع سعر الأصل الأساسي بشكل كبير فوق سعر التنفيذ، فقد يضطر البائع إلى بيع الأصل بسعر أقل من سعر السوق الحالي. مما يؤدي إلى فوات فرصة تحقيق عوائد أكبر أو حتى تحقيق خسائر.

ويمكن التعبير عن أرباح مركز بيع خيار الشراء بالصيغة الرياضية الآتية:

$$Payoff_{Short} = Min[0, Strike\ Price - Spot\ Price] + option\ premium \quad (2)$$

**ثانيا - مراكز خيار البيع:** يعطي عقد خيار البيع الحق في بيع كمية معلومة من أصل ضمني بسعر محدد مسبقا وفترة محددة مقابل مكافأة من مشتري الحق، ويلجأ المستثمرون في الأسواق المالية للتعامل بخيارات البيع لتوقعهم انخفاض أسعار الأصول محل التعاقد. ويستخدمه آخرون كبديل لعمليات البيع على المكشوف Short Sale كون المستثمر الذي يتوقع هبوط أسعار الأصول يجد نفسه بين استخدام تقنية البيع على المكشوف أو شراء خيار البيع، إلا أن التفضيل يكون على التقنية الثانية باعتبار الخسائر تكون محصورة فيها على قيمة العلاوة، في حين أن خسائر صفقة البيع على المكشوف فإنها تزداد بزيادة سعر الأصل (هندي، 2011، صفحة 21). تماما مثل خيار الشراء يوجد مركزين لخيار البيع شراء هما:

- شراء خيار البيع: ويسمى أيضا بالوضعية أو المركز الطويل لخيار البيع، وعند شراء خيار بيع يحصل المشتري على الحق، ولكن ليس الالتزام، ببيع الموجود الأساسي بسعر محدد هو سعر التنفيذ أو الممارسة قبل أو عند تاريخ انتهاء صلاحية العقد. ويلجأ المشتري إلى هذه الاستراتيجية عادةً للتحقيق العوائد في حال انخفض سعر الأصل دون سعر الممارسة في تاريخ الاستحقاق، لأنه يستطيع بيع الأصل بسعر أعلى من سعر السوق. وإذا كان السعر الحالي أعلى من سعر التنفيذ، فلا يمارس الخيار ويكون الـ "payoff" هو قيمة الخيار (العلاوة) المدفوعة مسبقًا كخسارة. والتي يدفعها المشتري للبائع مقابل ممارسة هذا الحق.

ويمكن التعبير عن أرباح مركز شراء خيار البيع بالصيغة الرياضية الآتية:

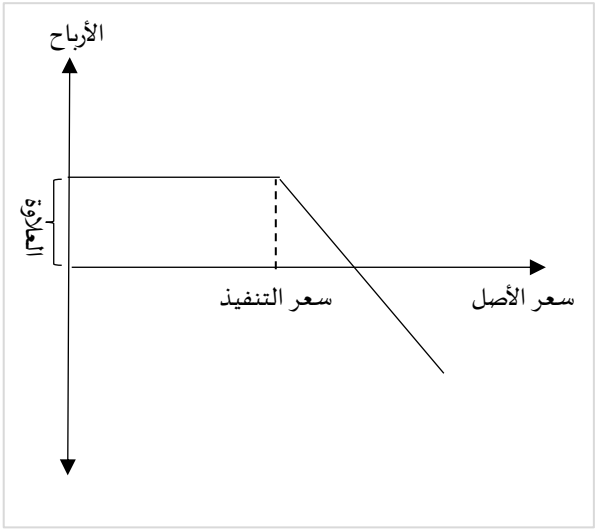
$$Payoff_{Long} = Max[0, Strike\ Price - Spot\ Price] - option\ premium \quad (3)$$

- بيع خيار البيع: ويعتبر الجانب الآخر لعقد خيار البيع ويأخذ الوضع أو المركز القصير، حيث يلتزم بموجبه البائع بشراء الأصل الأساسي بسعر التنفيذ المحدد إذا اختار المشتري ممارسة الخيار. ويحقق البائع ربحاً إذا كان السعر الحالي للأصل أعلى من سعر الممارسة أو قريباً منه، لأن المشتري لن يمارس الخيار في حين يحتفظ البائع بالعلاوة كربح. يستخدم البائعون هذا السيناريو عادة للحصول على علاوة كمصدر دخل، معتقدين أن سعر الأصل الأساسي لن ينخفض إلى مستوى يجعل المشتري يمارس خيار البيع. أما إذا انخفض سعر الأصل دون سعر التنفيذ فقد يضطر البائع إلى شراء الأصل بسعر أعلى من سعر السوق مما يعرضه لخسائر كبيرة.

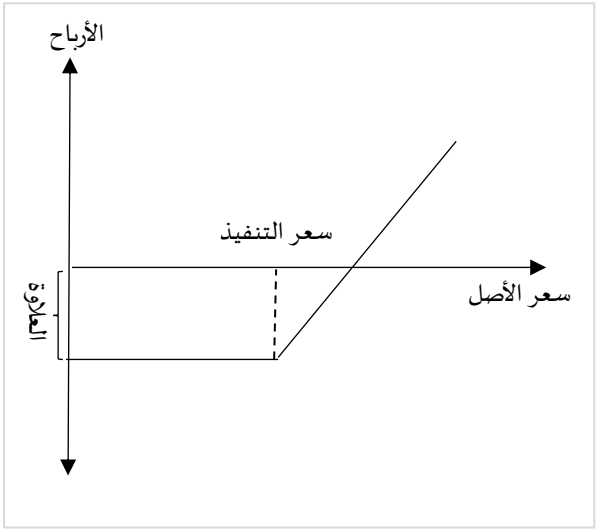
ويمكن التعبير عن أرباح مركز بيع خيار البيع بالصيغة الرياضية الآتية:

$$Payoff_{Short} = Min[0, Spot\ Price - Strike\ Price] + option\ premium \quad (4)$$

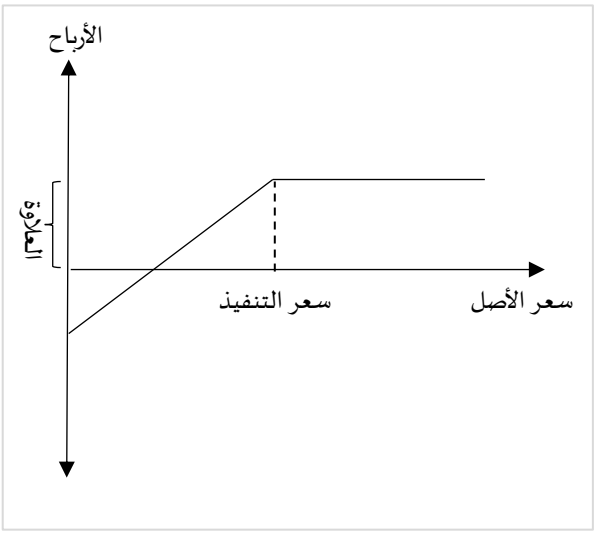
**شكل رقم (3):** أرباح و خسائر مراكز الخيارات



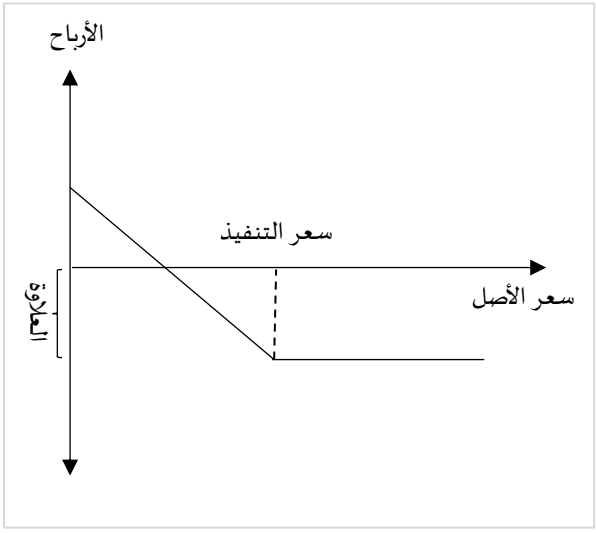

بيع خيار الشراء Short Call




شراء خيار الشراء Long Call




بيع خيار البيع Short Put




شراء خيار البيع Long Put

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Akansu & Torun, 2015, p. 15)

وقد نشأت مشكلة تسعير الخيارات المالية بسبب الحاجة إلى قياس وتحديد القيمة الذاتية لهذه الأدوات في السوق المالية. الأمر الذي دفع بالمتخصصين في مجال المالية الكمية إلى إجراء دراسات وبحوث تطبيقية في هذا الموضوع، إلا أن أشهر عمل ما قام به (Black & Scholes, 1973) في مقال أكاديمي نُشر في جامعة شيكاغو. واللذين قدما لنا أنموذج لتسعير الخيارات المالية باستخدام الرياضيات المتقدمة والمعقدة، كما استخدمت النمذجة المالية والرياضية لصيغة هذا الأنموذج الذي أُعتبر الأمثل لتسعير الخيارات المالية.

### 3.2.1.1 محددات تسعير الخيارات المالية Determinants of financial options pricing

من المتعارف عليه في الأدبيات الاقتصادية والتجارية أن أي سعر يتحدد أو يخضع لقانون العرض والطلب، مثله مثل سعر الخيار والذي أيضا يتحدد بتوازن قوى العرض والطلب (الدوري و عقل، 2012). إلا أنه إضافة إلى ما تم ذكره يتأثر تسعير الخيار بعوامل ومحددات مختلفة أخرى، وتشمل هذه العوامل السعر الحالي للموجود محل التعاقد، أسعار التنفيذ، توزيعات الأرباح (الكوبون)، الزمن حتى الاستحقاق، معدلات الفائدة، درجة تقلب سعر الأصل، والعرض والطلب والتي سنتطرق إليها بالتفصيل أدناه: (العبادي، 2008، الصفحات 189–197)، (Hull, 2018, pp. 247–251)، (Boffetti, 2016, pp. 9–14)، (Cuthbertson et al., 2020, pp. 291–294)، (حنفي، 2001)، (Quail & Overdahl, 2009)

أ) السعر الفوري (الآني) للأصل محل التعاقد Current Underlying Asset Price:

يُعتبر هذا العنصر أهم محدد لقيمة الخيار، وهذا بسبب تأثيره المباشر على القيمة الذاتية للخيار وبالتالي على سعره. ففي حالة خيار الشراء إذا ما ارتفع سعر الأصل في السوق فإن سعر عقد خيار الشراء سيزداد، كون مشتري خيار الشراء يحقق أرباحاً في حالة تجاوز السعر السوقي للأصل سعر التنفيذ مقابل زيادة المخاطرة لمحرر الخيار، بينما يحقق مشتري خيار البيع الأرباح في حالة انخفاض القيمة السوقية للأصل المتعاقد عليه إلى أقل من سعر تنفيذ العقد مقابل زيادة المخاطرة لمشتري الخيار. إضافة إلى أن العلاوة التي يتحصل عليه بائع الخيار عند إبرام العقد تتأثر هي الأخرى بالقيمة السوقية للأصل في السوق الفوري، فمن المؤكد أن محرر العقد سيطلب مكافأة مرتفعة في حال ارتفاع السعر السوقي للأصل مقارنة بسعر الممارسة (خيار الشراء)، وهذا لأن مخاطر تحرير خيار شراء على أصل قيمته في السوق الحاضر مرتفعة تفوق تلك التي تصاحب تحرير خيار شراء على أصل قيمته في السوق منخفضة، أما مشترى خيار الشراء فإنه يكون على استعداد لدفع مكافأة أكبر للحصول على خيار شراء أصل يتصف بارتفاع سعره السوقي، وذلك لزيادة احتمالية أن تنفيذ الخيار يحقق عوائد أكبر. وهذا مع ثبات العوامل الأخرى المؤثرة على سعر الخيار.

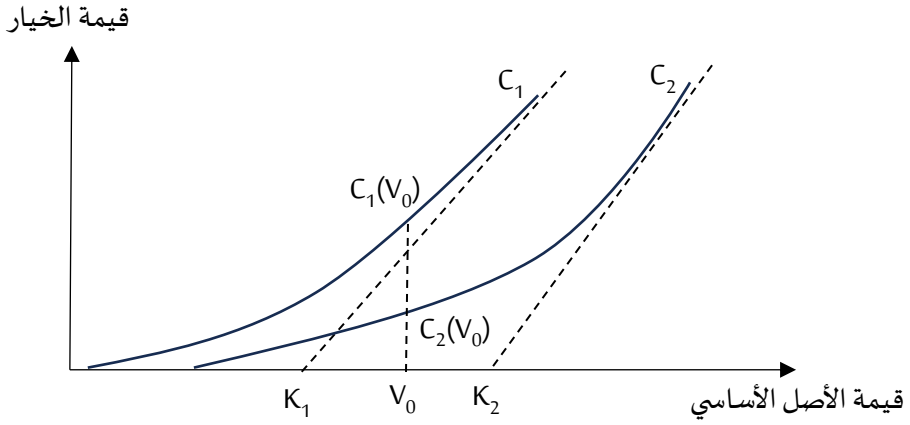
ومن جهة أخرى تجدر الإشارة إلى أن انخفاض السعر السوقي للأصل عن سعر الممارسة في حالة خيار الشراء، أو ارتفاعه في خيار البيع، لن يعود على المحرر سوى بقيمة العلاوة مهما كانت درجة الانخفاض (حالة خيار الشراء) أو الارتفاع (حالة خيار البيع) في القيمة السوقية للأصل.

ب) سعر التنفيذ (الممارسة) Exercise Or Striking Price:

ويطلق عليه أيضا سعر الصفقة، وهو السعر الذي سيتم به تنفيذ الخيار حيث يتم تحديده والاتفاق عليه عند إبرام العقد، وكما للسعر السوقي تأثير على قيمة العلاوة فإن لسعر التنفيذ أيضا تأثير عليها. حيث يوجد علاقة عكسية بين سعر التنفيذ وسعر الخيار الشراء، حيث إنه كلما ارتفع سعر التنفيذ بالمقارنة مع السعر الفوري أو السوقي فإن قيمة العلاوة تنخفض وبالتالي تقليص احتمال تحقيق الأرباح، ومنه فإن مشتري الخيار لن يكون لديه الرغبة في الاستثمار في هذا النوع من الخيارات بأسعار مرتفعة، والعكس صحيح.

ويبرز الشكل (4) أدناه العلاقة العكسية بين سعر التنفيذ وسعر خيار الشراء، حيث إن سعر ممارسة $K_1$ لخيار الشراء $C_1$ أقل سعر ممارسة $K_2$ للخيار $C_2$، في حين أن قيمة خيار الشراء الأول $C_1$ أكبر من قيمة الخيار الثاني $C_2$، وأيضا عند سعر التنفيذ $K_2$ قيمة الخيار الأول $C_1$ أكبر من قيمة الخيار الثاني $C_2$ مما يثبت العلاقة العكسية بين سعر التنفيذ وقيمة خيار الشراء.

**شكل رقم (4):** أثر سعر التنفيذ على قيمة خيار الشراء




**المصدر:** من اعداد الباحث بالاستناد إلى (Vernimmen et al., 2018, p. 411)

وفي حالة خيار البيع Put Option تكون الصورة السابقة عكسية، حيث إن العلاقة طردية بين سعر التنفيذ وقيمة الخيار فكلما زاد سعر التنفيذ زادت قيمة خيار البيع والعكس يكون صحيحا. وعليه من الواضح أنه إذا ارتفع سعر التنفيذ مقارنة بالسعر السوقي للأصل فإن البائع سيطالب بمكافأة أكبر والعكس أيضا صحيح وهذا بتحييد أو تعقيم جميع العوامل المؤثرة الأخرى.

ت) توزيعات[1] الأرباح أو كوبونات Dividends Or Coupons:

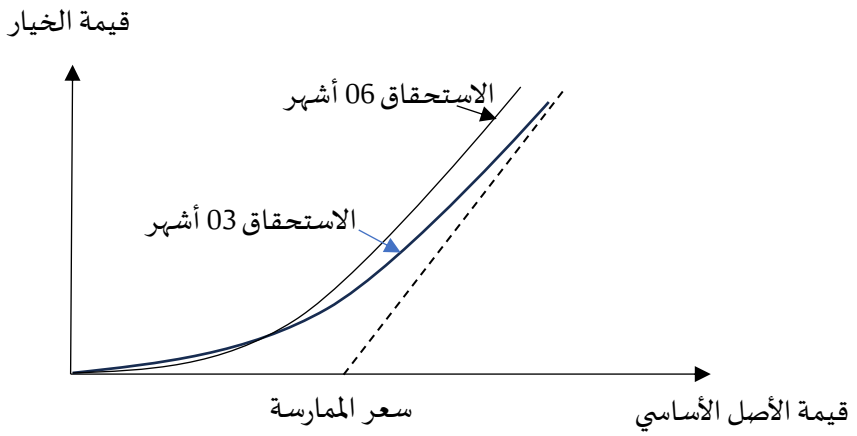
من المتعارف عليه أنه إذا كان الموجود الضمني عبارة عن سهم أو سند، فإن إجراء المقسوم النقدي أو التوزيع النقدي يقلل من قيمته بسبب الفرق بين سعر التنفيذ وسعر الأصل بمقدار التوزيعات بعد دفعها، وبالتالي فإن انخفاض سعر خيار الشراء Call Option ناتج عن انخفاض احتمال ممارسة عقد خيار الشراء، والذي سببه عزوف حامل الخيار عن ممارسة حقه في شراء الأصل لتقليل المخاطر. وعلى النقيض من ذلك فإن انخفاض سعر الأصل إلى مستوى أقل من سعر الممارسة من شأنه أن يعود بالنفع على حاملي خيارات البيع وتحقيق بعض الأرباح، حيث إن شراء الأصل من السوق بسعر منخفض وبيعه بسعر التنفيذ الذي يكون عادة مساويا لقيمة الأصل السوقية قبل اجراء التوزيع النقدي وفي ظل ارتفاع المخاطرة يزيد من قيمة العلاوة. وهذا طبعا بافتراض تحييد العوامل الأخرى.

ث) الزمن حتى تاريخ الاستحقاق Time to Expiration:

استنادا إلى النظرية المالية فإن للنقود قيمة زمنية، وكما تطرقنا إليه من قبل في المطلب الأول من هذا المبحث، فكلما اقترب تاريخ الصلاحية انخفضت القيمة الزمنية للخيار Time Value حتى تصبح مساوية للصفر في اليوم الأخير من تاريخ الاستحقاق، وتكون في المقابل القيمة الذاتية Intrinsic Value مساوية تماما لقيمة الخيارMarket Value. وعليه فإن امتداد تاريخ ممارسة العقد لمدة أطول يزيد من احتمال تذبذب سعر الأصل محل التعاقد، ولهذا فإن احتمالية الربح أو الخسارة ترتفع لكل من طرفي العقد وبالتالي تزداد الأخطار. ولأجل هذا السبب يرتفع سعر الخيار سواء كان خيار بيع أو خيار شراء للتعويض بعضا عن المخاطرة المرتفعة والناتجة عن طول مدة العقد. وتقاس حساسية العقد وفقا للمدة الزمنية إلى تاريخ التنفيذ بواسطة معامل الثيتا Theta. لهذا يكسب محررو الخيارات على الخيارات ذات أجل (6) أشهر مكافأة أكبر بمقدار 20%. أكثر مما لو حرر خيارات ذات أجل أقصر (3) شهور والتي تكون علاوتها بمقدار 10% على نفس الأصل محل التعاقد (وهذا مع تحييد جميع العوامل الأخرى). وهنا يظهر أن هناك علاقة طردية بين سعر الخيار وزمن الخيار حتى الاستحقاق لكل من خيار الشراء والبيع. والشكل التالي يبرز هذه العلاقة.

[1] تجدر الإشارة إلى أن عامل التوزيعات النقدية قد أُخذ كعامل مؤثر في سعر الخيار بصفة مطلقة كون بعض المراجع العلمية لا تذكره كمحدد لسعر الخيار باعتبارها تتناول هذا الموضوع وفقا لنموذج (Black & Scholes, 1973). وهذا الأخير يفترض أن الأصول لا توزع أرباحا نقدية طيلة فترة حياة الخيار.

**شكل رقم (5):** أثر مدة العقد على سعر خيار الشراء

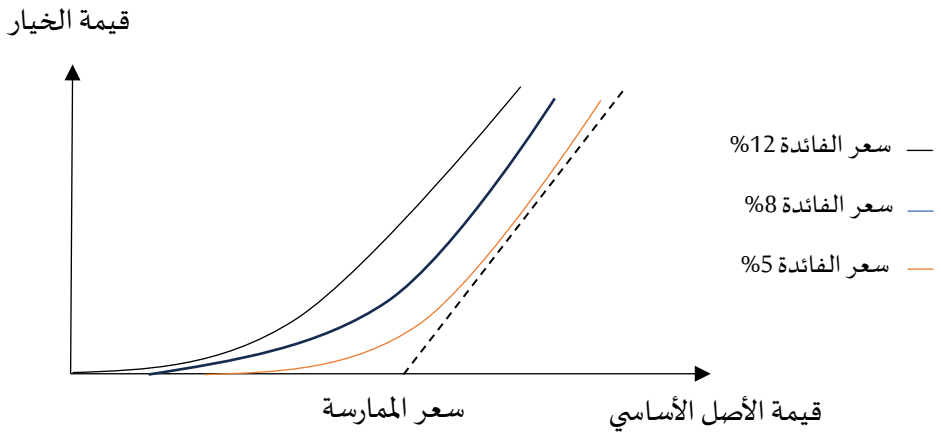



**المصدر:** من اعداد الباحث بالاستناد إلى (Vernimmen et al., 2018, p. 412)

ج) معدل الفائدة The Interest Rate:

عند ارتفاع معدلات أسعار الفائدة فإن المستثمرين يلجؤون عادة إلى تحرير عقود الخيار والاستثمار فيها بدل من الاستثمار في الأصول الأساسية نفسها. وهذا بسبب أن ارتفاع معدل سعر الفائدة يؤدي إلى ارتفاع تكلفة شراء الأصل، وهذا ما يعني الحصول على علاوة مرتفعة بسبب ارتفاع نسبة المخاطرة، وفي حال عدم حصول هؤلاء المستثمرين على مكافأة كبيرة فإنهم يفضلون الاستثمار في الأصول بدل من اصدار عقود خيار عليها. ويحدث هذا أي ارتفاع قيمة العلاوة بسبب الإقدام الكبير من طرف المستثمرين على شراء الخيار حتى يتم تفادي تكلفة الاقتراض الكبيرة، والتي يستلزم دفعها من قبلهم للحصول على الأموال الواجبة لشراء الأصل. وهنا نشير إلى أن ارتفاع معدل أسعار الفائدة يزيد في رغبة المستثمر في الانتفاع من أداة الرفع المالي، وهذا عن طريق دفع نسبة معينة من المكافأة تكون أقل مقارنة بالسعر السوقي للأصل الضمني، وبهذا يتم توفير بديل عن شراء عقد الخيار نقداً مع استثمار باقي المبلغ في مجالات أخرى أقل خطرا مع احتمالية جلب أرباح مالية أكبر، مما يؤدي الى ارتفاع الطلب على خيارات الشراء، وهكذا يرتفع سعرها في السوق، في حين أن خيارات البيع تمثل الصورة الأخرى من العملية، فكلما ارتفعت معدلات أسعار الفائدة توجه المستثمر الى بيع الأصل الضمني بالنقد أو استثمار الأموال الناتجة عن عملية بيع الخيارات في صفقات أخرى تحقق له أرباحا أعلى بدلاً من شراء خيار البيع، مما يتسبب في انخفاض الطلب على خيار البيع وبالتالي انخفاض سعره (العبادي، 2008). والشكل التالي يبرز هذه العلاقة:

**شكل رقم (6):** أثر تغير سعر الفائدة على سعر الشراء




**المصدر:** من اعداد الباحث بالاستناد إلى (Buchalet & Chanut, 1991, p. 36)

ح) العرض والطلب Supply and Demand:

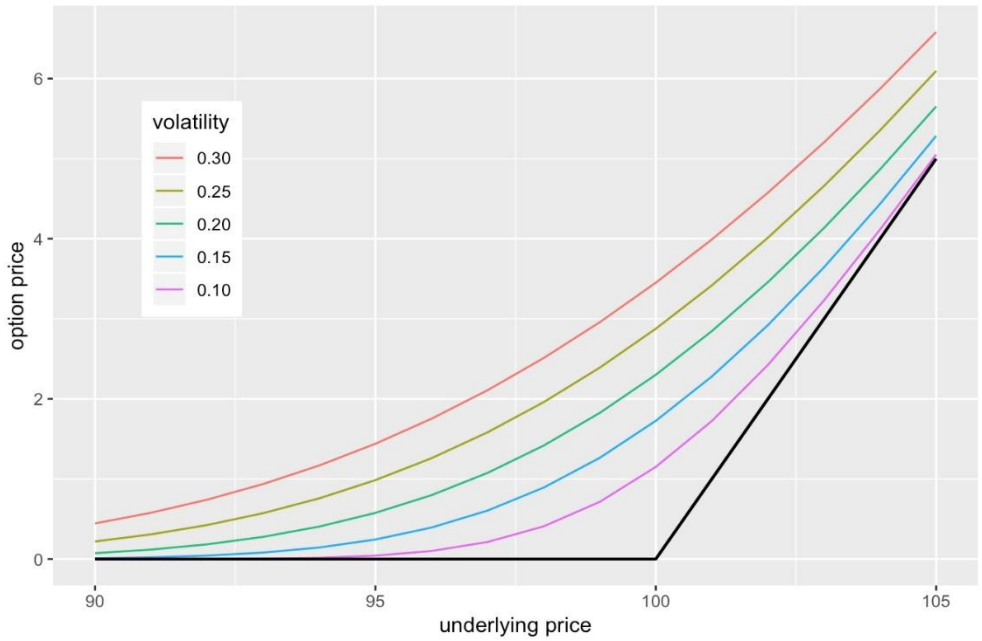
يعد قانون العرض والطلب من أهم النظريات الاقتصادية، حيث يشرح هذا القانون كيف يتم تحديد أسعار السلع والخدمات من خلال ندرتها أو وفرتها في السوق. يتم تطبيق هذا القانون من قبل الاقتصاديين والمختصين والمستهلكين لفهم ديناميكيات السوق، مثل أفضل وقت للشراء أو البيع أو الاحتفاظ. حيث يشير العرض إلى كمية السلع المتاحة للشراء من قبل المستهلكين في السوق في أي وقت. في حين يشير الطلب إلى كمية السلعة أو الخدمة التي يكون المستهلكون راغبين وقادرين على شرائها بسعر محدد. كما أن العلاقة بين العرض والطلب غير مباشرة، بمعنى أنه عندما يزيد العرض تنخفض الأسعار ويزداد الطلب. وعندما يقل العرض ترتفع الأسعار وينخفض الطلب. العلاقة بين هذين المفهومين تشكل لنا بما يعرف بقانون العرض والطلب والذي يعتبر العامل الحاسم لفهم كيفية عمل السوق السعرية. ومن حيث إن الخيار مثله مثل الأصل المشتق منه كونه سلعة يتم تداولها. فإن تأثير العرض والطلب على تسعير الخيارات يعتبر عامل مهم جدا، ويظهر هذا التأثير من خلال تفاعل عوامل مختلفة أبرزها اليونانيات (Delta، Gamma، Theta، Vega، وRho)، حيث تقيس هذه جوانب مختلفة من حساسية خيار للمتغيرات السوقية. وعليه يلاحظ العلاقة الطردية بين سعر الخيار ومستوى الطلب والعكس بين سعر الخيار وكمية المعروض منه، فكلما ازداد الطلب على عقد الخيار سواء كان خيار شراء أو بيع ازداد سعر الخيار، وإذا ما ارتفع العرض من عقود الخيار فإنه يؤدي هذا الى انخفاض سعر الخيار.

خ) التقلب في سعر الأصل Volatility In The Value Of The Underlying Asset:

يُعد التقلب العنصر المحدد النافذ في عملية تسعير الخيارات المالية وحتى الأصول المالية، وله أهمية بالغة لدى المستثمرين، حيث تظهر أهميته أكثر كونه يمثل مقياسا للتعرض للمخاطر في استثماراتهم، أي يُنظر إليه على أنه مقياس للمخاطرة وتقلب الأصل كما يمكن قياسه بالانحراف المعياري. ويُشار إلى التقلب على أنه حساسية التغير في أسعار الأصول الأساسية مع بقاء الظروف كما هي، فإذا ارتفعت درجة حساسية سعر الأصل للتغير أي ارتفاع مستويات درجة تذبذب الأصل فإن أسعار عقد الخيار تتجه نحو الارتفاع (أي أن يكون له قيمة جوهرية). حيث إن تعرض أسعار الأصل الضمني للتقلب يجعل مشتري الخيار معرضا لمخاطر متوقعة خلال مدة حياته، ومن الرغم من ذلك فالمشتري مستعد لدفع سعر أكبر للخيار (حنفى، 2001). باعتبار أن مستويات التقلب العالية في سعر الأصل تعطي فرص أفضل للمشتري لممارسة الخيار وتحقيق عوائد على حساب المحرر. مما يترتب عنه مطالبة البائع (المحرر) بعلاوة أكبر على الخيار على مثل هذا الأصل، وذلك بهدف تعويضه عن الأخطار (الخسارة) الناجمة عن وجود فرص ممتازة لممارسة الخيار. وهذا الأمر سيان في خيار الشراء وخيار البيع معا.

لقد كان التقلب موضع اهتمام كبير من قبل محللي نظرية الأسعار، حيث إنه العنصر الوحيد الذي يُعد غير قابل للتحكم والسيطرة في معادلة نظرية التسعير العادلة. وحيث أن عوائد الخيار ليست متماثلة Asymmetric بمعنى أن عوائد الخيار لاتتطابق دائماً مع المكافأة المدفوعة كونهما غير متساويتين، فإنه كلما ارتفع مستوى التقلب كلما كان من المرجح أن يؤدي التغير الكبير في سعر الموجود الأساسي الى أرباح أكبر، وبالتالي يصبح الخيار أكثر كلفة، وهو ما يعني أن العلاوة التي سيدفعها مشتري الخيار سواء كان عقد خيار شراء أم بيع أكبر، لأن الخيار سيكون له فرصة أكبر لتحقيق الربح في تاريخ الاستحقاق. نتيجة لذلك كلما ارتفعت مستويات التقلب زادت العلاوة وفي نفس الوقت احتمالية تحقيق القيمة الذاتية الموجبة للخيار تزداد (كفاء، 2018، صفحة 26). ويوصي خبراء التمويل باستخدام درجات التذبذب أو التقلب التاريخي Historic Volatility كمؤشر ومرجع وذلك عن طريق التجربة والخطأ حتى نصل إلى تقدير لتقلب سعر الأصل في المستقبل (التقلب الضمني Implied Volatility). أما المستثمرون والمضاربون فإنه لا يهمهم تقدير التقلب باعتبارهم لا يقومون بعملية التسعير أصلاً، في حين أن المصارف الكبرى وصناع السوق مجبرون على ملاحظتها لاستخدامها في معادلات التسعير والاستفادة منها في معاملاتهم.

**شكل رقم (7):** أثر تقلب أسعار الأصل الضمني على قيمة الخيار




**المصدر:** (Pritam, n.d.)

والجدول التالي يوضح تأثير سعر كل من خيار الشراء وخيار البيع على موجود معين عند حدوث زيادة في متغير محدد، مع تحييد تأثير المتغيرات الأخرى.

**جدول رقم (3):** طبيعة العلاقة بين العوامل المؤثرة في أسعار الخيار وسعر الخيار

| العوامل المؤثرة | التأثير على سعر خيار الشراء | التأثير على سعر خيار البيع |
|---|---|---|
| السعر الفوري للأصل الضمني | + | - |
| سعر الممارسة أو التنفيذ | - | + |
| توزيعات الأرباح | - | + |
| الزمن حتى تاريخ الاستحقاق | + | + |
| معدل الفائدة | + | - |
| الطلب والعرض | + | + |
| التقلب في سعر الأصل | + | + |

**المصدر:** من اعداد الباحث بالاستناد إلى (Falloul & Louahi, 2014, p. 29)

### 3.1.1 استراتيجيات الخيارات المالية Financial Options Strategies

تعد الاستراتيجيات من أكثر الأساليب تعقيدًا في عالم التداول والاستثمار في الخيارات المالية، حيث تتطلب فهماً عميقاً للأسواق المالية والتقنيات المالية المتقدمة (Advanced Financial Techniques). كما لم تستحدث استراتيجيات الخيارات المالية بغرض إتاحة الفرصة للمستثمرين (والمضاربين) لتحقيق أرباح فقط، ولكن أيضا لسبب أكثر أهمية، بل هو أصل ابتكار الخيارات وهو التحوُّط ضد المخاطر (Hedging). هناك في الواقع العديد من الاستراتيجيات التي يمكن من خلالها استخدام عقود الخيارات المالية في التحوُّط ضد المخاطر. من بين تلك الاستراتيجيات ما يهدف للحدّ من المخاطر ومنها ما يهدف بالإضافة للحد من المخاطر إلى تحقيق نجاح في تداول الخيارات المالية، زيادة عوائد المستثمر وأيضا تحقيق أرباح ملموسة. وعطفا لما سبق، فإن بعض الاستراتيجيات تهدف إلى تعظيم العوائد في حين تسعى أخرى لتقليل المخاطر وأخرى تجمع بين الأمرين، كما نجد استراتيجيات متنوعة تتوافق والتوقعات المختلفة لحركة الأسعار. فهناك استراتيجيات تتناسب مع توقعات قوية لارتفاع الأسعار، أو تلك التي تكون معتدلة بشأن هذا الارتفاع. كما توجد استراتيجيات تُستخدم عند التوقعات القوية بانخفاض الأسعار، وأخرى تناسب الانخفاضات المعتدلة. وهناك استراتيجيات يمكن تطبيقها عندما يكون المستثمر محايدًا بشأن توقعاته لحركة السعر، واستراتيجيات أخرى ملائمة للتوقع بتحركات كبيرة في السعر، سواء بالارتفاع أو الانخفاض. ومن المهم الإشارة إلى أن التحوط، وفقًا لتعريفه يعني نقل المخاطرة مع التضحية بجزء من إمكانية الربح. لذا، عندما يُستخدم التحوط ضمن الاستراتيجيات المالية، غالبًا ما تنخفض الأرباح المحققة مقابل الحصول على أخطار أقل، مما يُعد تأكيدًا للعلاقة الطردية بين العائد والمخاطرة (قندوز، 2017).

ويُعنى باستراتيجيات الخيارات البحث عن تشكيلات أو توليفات متنوعة ومعينة باستخدام المراكز الأربعة للخيارات[1] لتداولها بأسعار تنفيذ وتواريخ استحقاق قد تكون مختلفة. قد تكون هذه الاستراتيجيات بسيطة تتضمن عددًا قليلاً من الصفقات والتداولات، أو مركبة ومعقدة من خلال دمج ومزج توليفة من الاستراتيجيات في استراتيجية واحدة. حيث يكون الهدف الأساسي من إنشاء هذه الاستراتيجيات هو تصميم منتجات مالية ذات أخطار مدروسة وعوائد مضمونة إلى حد كبير. ويعد هذا التقسيم الأشهر في حقل تداول الخيارات المالية. وسنتعرض في هذا المطلب إلى هذا التقسيم أي إلى الاسترايجيات البسيطة والمتقدمة وما يحتويه كل قسم من استراتيجات فرعية.

[1] شراء خيار شراء، شراء خيار بيع، بيع خيار شراء وبيع خيار بيع.

### 1.3.1.1 استراتيجيات الخيارات البسيطة Basic Options Strategies

تأخذ هذه الاستراتيجات شكلين رئيسيين (قندوز، 2017، صفحة 230) إضافة إلى المراكز الأربع المتقدم ذكرها في المطلب السابق شراء خيار شراء، شراء خيار بيع، بيع خيار شراء وبيع خيار بيع. ولتوضيح هذه الاستراتيجيات سيتم استخدام معادلات لحساب الأرباح الناتجة عن استراتيجية المعينة، واستخدام المصطلحات والرموز الآتية كما في **الجدول رقم (4):**

| | | | |
|---|---|---|---|
| C | سعر خيار الشراء الحالي Current Call Price | $S_T$ | سعر الأصل عند موعد الاستحقاق أو التنفيذ |
| P | سعر خيار البيع الحالي Current Put Price | $\Pi$ | الربح من الاستراتيجية Profit From The Strategy |
| $S_0$ | سعر الأصل الحالي Current Asset Price | X | سعر التنفيذ Exercise Price |
| T | الوقت المتبقي حتى الاستحقاق أو التنفيذ | N | عدد الخيارات بيع $N_P$ أو شراء $N_C$، عدد الأسهم $N_S$ |

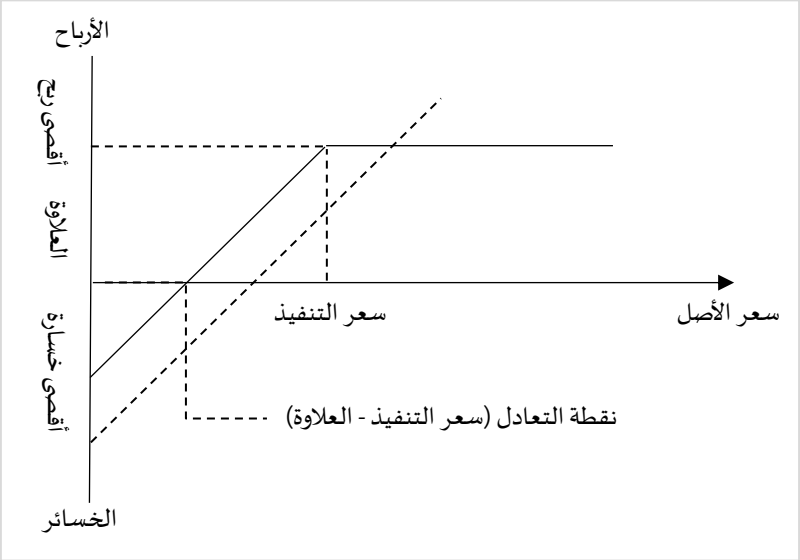
**أ) إستراتيجية خيارات الشراء المغطاة Covered Call Options:**

المقصود بإستراتيجية خيار الشراء المغطى بأنها دخول المستثمر في عملية شراء للأصول (أسهم، عملات...)، مع إصدار أو تحرير خيارات شراء على ذات الأصول، أي أن المستثمر سيأخذ مركز طويل في الأصل ومركز قصير في خيار الشراء (بيع خيار الشراء على موجود معين يمتلكه فعلا)، حيث يكون حجم الأصول المشتراة أو المملوكة (عدد الحصص) مساويا لعدد خيارات الشراء المحررة. ويلجأ المستثمرون إلى هذه الاستراتيجية من أجل تكوين تحوّط منخفض المخاطرة، ويتطلعون إلى تحقيق أرباح من خلال العلاوة التي يحصلونها، أو للحماية ضد الانخفاض المحتمل لقيمة الأصول محل التعاقد. بحيث إذا كانت حركة أسعار الأصل السوقية تتجه إلى الارتفاع فسيقوم محرر الخيار ببيع الأصل الذي يمتلكه من أجل تحقيق الأرباح، أما إذا كانت أسعار السوق تتجه الانخفاض فلن يتم تنفيذ عقد الخيار وسيتم تخفيض الخسارة من خلال العلاوة التي تم الحصول عليها عند تحرير العقد. ويمكن ملاحظة أن الخطر يكون محدوداً في حالة خيار الشراء المغطى بينما يكون الخطر غير محدود في حالة الخيار غير المغطى خاصة في حالة ارتفاع سعر الأصل السوقي عن سعر التنفيذ.

لتحديد الأرباح من خيار الشراء المغطى، نحتاج فقط لجمع معادلات الربح من هاتين الاستراتيجيتين: استراتيجيات شراء الأصل وإصدار خيارات الشراء، وتكون وفق الصيغة الآتية:

$$\Pi = Ns\ (S_T - S_0) + N_C\ [Max(0, S_T - X) - C] \quad (5)$$
$$Given\ N_s > 0, N_c < 0, And\ N_S = -N_C$$

**الشكل رقم (8):** يمثل رسما بيانيا يبين الأرباح والخسائر من استراتيجة الخيار المغطى.




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (McMillan, 2002, p. 42)

| إستراتيجية خيارات الشراء المغطاة Covered Call Options | | |
|---|---|---|
| التركيب | مركز طويل في الأسهم، مركز قصير في خيار الشراء بسعر التنفيذ | |
| نقطة الدخول | السعر السوقي للأصل قريب من سعر التنفيذ، لكن يمكن أن يتغير | |
| نقطة التعادل | سعر الأصل عند تحرير الخيار (بيعه) منقوصا منه قيمة العلاوة المحصلة | |
| الأرباح | العلاوة المحصلة من تحرير الخيار | |
| الخسائر | الخسائر غير محدودة | |
| استخدامها | نظرة المستثمر لحالة السوق | حيادي |
| | نظرة المستثمر للتذبذب في سعر الأصل | ما بين الثبات والنزول |
| | عندما يتوقع المستثمر أن أسعار الأصل محل التعاقد ثابتة نسبيا، فإن هذه الإستراتجية تحقق أرباحا، كما يمكنها توفير الحماية ضد المخاطر غير المتوقعة نتيجة انهيار في السوق. | |
| الاستراتيجية الشبيهة | مركز قصير في خيار البيع بسعر التنفيذ | |

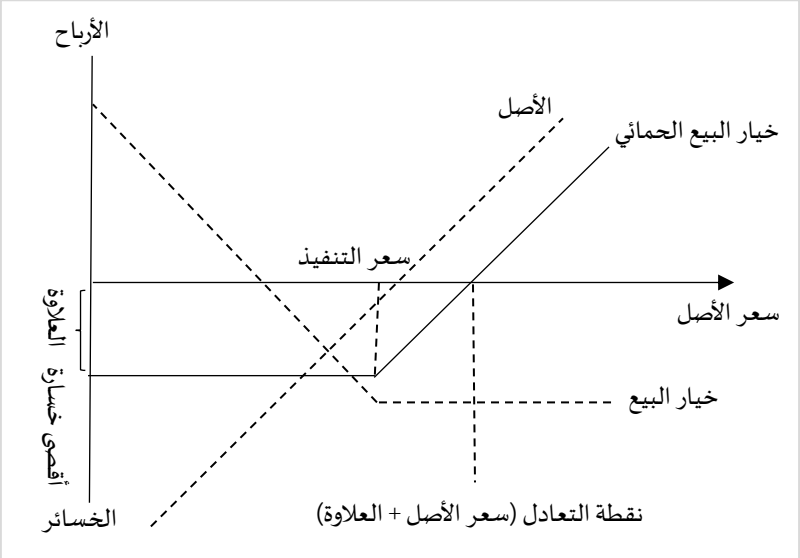
**المصدر:** (قندوز، 2017، صفحة 231)

**ب) استراتيجية خيارات البيع الحمائية Protective Puts**

تعرف أيضًا باسم استراتيجية خيارات البيع المقترنة، ويستخدم المستثمرون هذه الاستراتيجية لإدارة المخاطر والحماية من هبوط أسعار الأصول أو خسارة امتلاكها. تتضمن استراتيجية التحوط قيام المستثمر بشراء الأصول بالإضافة إلى شراء خيار البيع لنفس عدد الأصول، بمعنى آخر أن المستثمر يجمع بين المركز الطويل للأصل والمركز الطويل لحق خيار البيع على نفس الأصل محل التعاقد (شراء خيار بيع). ويلجأ المستثمر إلى هذه الإستراتيجية عندما يتوقع ارتفاع سعر الأصل محل التعاقد حيث يعطي ربحا معادلا للربح الناجم عن خيار الشراء في المركز الطويل، ولذلك يسمى خيار الشراء الطويل التركيبي أو الاصطناعي Synthetic Long Call (بن الضب، 2020). كما يتطلع المستثمر أيضا إلى حماية نفسه من الخسائر المحتملة على المدى القصير ضد السوق الهبوطي، حيث يعمل خيار البيع في هذه الإستراتيجية كبوليصة ضمان ضد انخفاض أسعار الأصل محل التعاقد، ولهذا تعتبر هذه الإستراتيجية كسياسة تأمين فعّالة كونها تضع حاجزا للانهيار السريع لسعر الأصل. إضافة إلى أن المستثمر يضمن من خلال هذه الإستراتيجية سعرا أدنى لبيع الأصل، ما يجعل الخسائر محدودة والأرباح الممكنة غير محدودة. وتعطى معادلة الربح من الخيار الحمائي وفق الصيغة التالية:

$$\Pi = Ns\ (S_T - S_0) + N_P\ [Max(0, X - S_T) - P] \quad (6)$$
$$Given\ N_s > 0, N_c < 0, And\ N_S = N_P$$

**الشكل رقم(9):** يمثل رسما بيانيا يبين الأرباح والخسائر من استراتيجة الخيار الحمائي




**المصدر:** من إعداد الباحث

### 2.3.1.1 استراتيجيات الخيارات المتقدمة أو المركبة Advanced Options Strategies

الاستراتيجيات المتقدمة أو المركبة للخيارات المالية هي تقنيات تستخدم توليفات معينة من خيارات الشراء (Calls) وخيارات البيع (Puts) والمشتقات الأخرى لإدارة المخاطر أو المضاربة أو التحوّط لإنشاء أساليب تداول وتحقيق أهداف استثمارية محددة. هذه الاستراتيجيات يمكن أن تكون معقّدة حيث إنها تهدف إلى تحقيق الربح من تحركات الأسعار المختلفة أو للتحوّط ضد التقلبات في الأسواق المالية.

**أ) استراتيجيات الهوامش[1] Spreads Strategies**

يُقصد بالهامش في مفهوم التداول في أسواق الخيارات المالية بأنه الفرق أو المدى (Spread) بين مقدار العلاوة التي يتم تحصيلها من بيع خيار معين ومقدار العلاوة المدفوعة لشراء خيار آخر، أما استراتيجية الهامش فهي استراتيجية تتضمن مزيجا من مراكز الخيار الطويلة والقصيرة، كما يمكن تعريفها على أنها حق خيار مزدوج أي خليط بين عقد خيار شراء وعقد خيار بيع، على أنه يمكن أن يكون هناك اختلاف في تاريخ صلاحيته وسعر تنفيذه أو حتى كليهما. ويسعى المستثمر من خلال هذه الاستراتيجية إلى اتخاذ وضعية طويلة (Long Spreads) إذا كان يتوقع أن أسعار الأصل محل التعاقد تؤول إلى تحركات كبيرة. كما للمستثمر إمكانية الدخول في وضعية قصيرة (Short Spreads) في إستراتيجية الهوامش أي تحرير خياري بيع وشراء معا وهذا في حالة توقع تغير غير كبير لأسعار الأصل محل التعاقد. في هذه الحالة يجب على المستثمر تحرير خيار بيع بسعر تنفيذ أقل من مقدار الزيادة في سعر الأصل الذي سيحقق من خلاله المستثمر ربحا باستخدام خيار الشراء (قندوز، 2017)7). والغرض من تبني هذه الاستراتيجية هو تقليل تكلفة العلاوة، أو تعزيز الربحية مع العمل على تقييد المخاطرة (Kraus, 2009, p. 113). فإذا كان شراء الخيار يتضمن سعر تنفيذ منخفض يسمى هامش صعودي (Bull Spread)، أما إذا كانت التغطية بشراء خيار ذي سعر تنفيذ مرتفع يسمى هامش هبوطي (Bear Spread). وتشمل استراتيجيات الهوامش أربعة أصناف أساسية:

- ✓ استراتيجيات الهوامش العمودية (Vertical Spreads)؛
- ✓ استراتيجيات الهوامش الأفقية (Horizontal Calendar Spreads)؛
- ✓ استراتيجيات الهوامش القطرية (Diagonal Spreads)؛
- ✓ استراتيجيات هوامش الفراشة (Butterfly Spreads).

[1] يطلق عليها البعض في مراجع أخرى تسمية استراتيجية الانتشار.

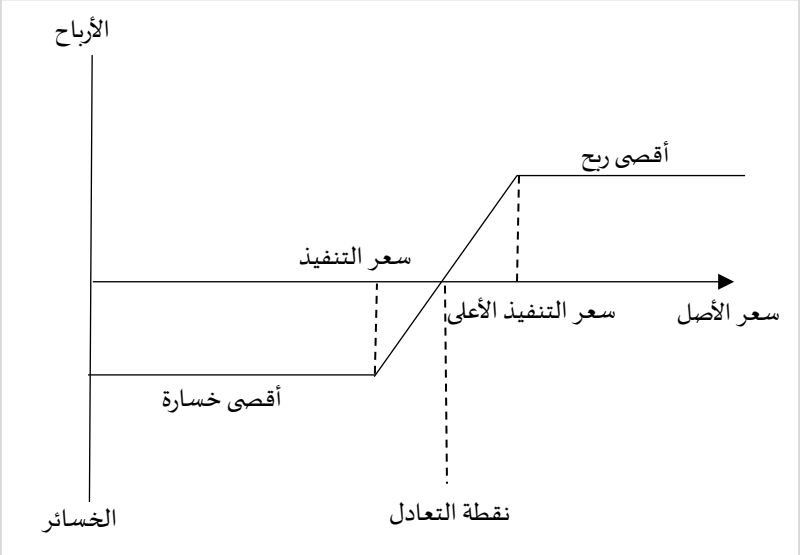
- **استراتيجيات الهوامش العمودية Vertical Spreads:** ويطلق عليها أيضا استراتيجية الهامش النقدي (Money Spread) أو هامش سعر التنفيذ (Price or Strike Spread). وتقوم هذه الاستراتيجية على شراء خيار بسعر تنفيذ محدد على أن يقوم بشكل متزامن ببيع خيار آخر لنفس الأصل محل التعاقد ونفس تاريخ الاستحقاق لكن بسعر أعلى. أو هي استراتيجية خيارات تتضمن شراء (بيع) خيار وبيع (شراء) خيار آخر على نفس الموجود الضمني وفي نفس الوقت بأسعار تنفيذ مختلفة، وتواريخ صلاحية متماثلة. وهناك نوعين هامش عمودي صعودي (Vertical Bull Spread) وهامش عمودي هبوطي (Vertical Bear Spread).

ولحساب معادلة الأرباح و الخسائر نفترض أنه هناك خيارا شراء يختلفان فقط في سعر التنفيذ $X_2$ و $X_1$ حيث إن: $X_2 > X_1$. وعلاوة كل منهما هي: $C_2$ و $C_1$ مع العلم أن $C_1 > C_2$. والهامش الصعودي يتكون من شراء خيار ذي سعر تنفيذ أقل، وبيع خيار ذي سعر تنفيذ أعلى، وبافتراض وجود خيار واحد من كل نوع $N_1 = 1$ و $N_2 = -1$.

وعليه فإن معادلات الربح في استراتيجية هامش عمودي صعودي (Vertical Bull Spread) تكون حسب الصيغة الآتية (Mondello, 2023, p. 558):

$$\Pi = Max(S_T - X_1) - C_1 - Max(0, S_T - X_2) - C_2$$
$$X_2 > X_1, C_1 < C_2, And\ N_2 = -1, N_1 = 1 \quad (7)$$

ويمثل **شكل رقم (10):** رسما بيانيا لاستراتيجية هامش عمودي صعودي (Vertical Bull Spread).

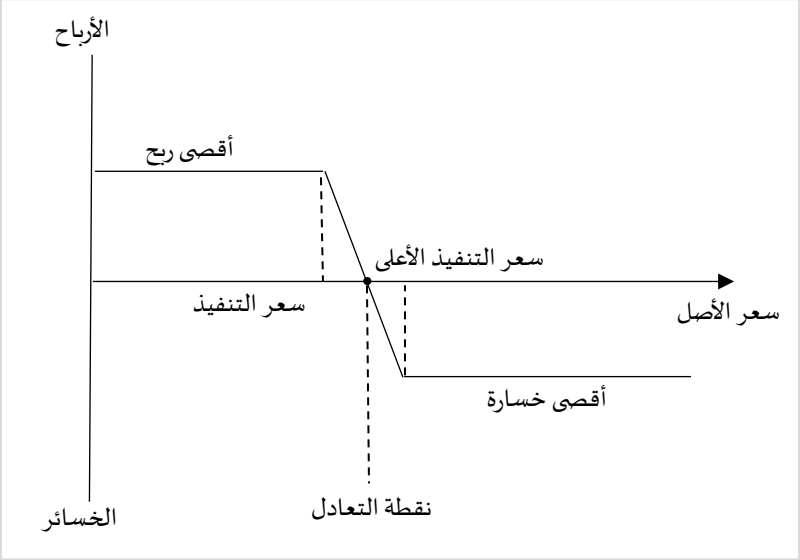



**المصدر:** من إعداد الباحث

معادلات الربح في استراتيجية هامش عمودي هبوطي (Vertical Bear Spread) تكون حسب الصيغة الآتية:

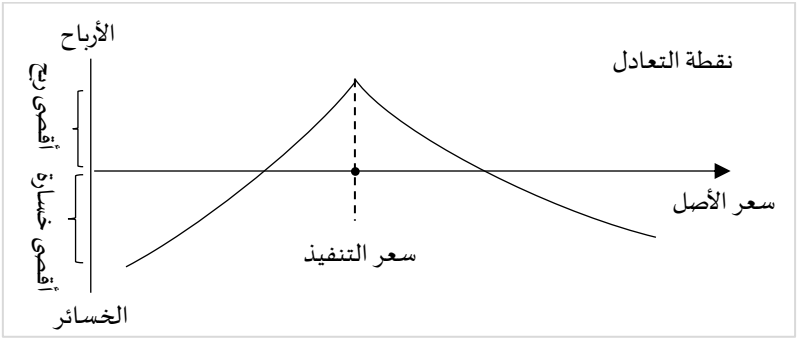
$$\Pi = -Max(X_1 - S_T) + P_1 + Max(0, X_2 - S_T) - P_2 \qquad (8)$$
$$X_2 > X_1, C_1 < C_2, And\ N_2 = +1, N_1 = -1$$

فيما يمثل **شكل رقم (11):** رسما بيانيا لاستراتيجية هامش عمودي هبوطي (Vertical Bear Spread)




**المصدر:** من إعداد الباحث

✦ **استراتيجيات الهوامش الأفقية Horizontal Calendar Spreads:** تعرف هذه الاستراتيجية باسم انتشار التقويم أو انتشار الوقت (Time or Calendar Spread). حيث إنه على عكس استراتيجية الهامش العمودي التي نتعامل فيها بعقدين لهما سعر تنفيذ مختلف. فإن في هذا النوع من الاستراتيجات تقوم على التعامل بعقدين على نفس الأصل، وبنفس سعر التنفيذ، لكن بتواريخ تنفيذ مختلفة (هندي، 2011، صفحة 290)، أي أن الاختلاف فقط في مدة سريات العقد. ويمثل **شكل رقم (12):** رسما بيانيا لاستراتيجية هامش الهوامش الأفقية




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Inglis-Taylor, 1995, p. 19)

- **استراتيجيات الهوامش القطرية Diagonal Spreads:** هذه الهوامش هي مزيج من الهوامش العمودية والأفقية. سيكون للخيارات في الهامش القطري نفس الأصل الأساسي، ولكن أسعار التنفيذ وتواريخ انتهاء الصلاحية مختلفة (Kraus, 2009, p. 115). يشير المصطلح (قطري) في فروق الأسعار القطرية إلى أن الخيارات المعنية لها أسعار تنفيذ وتواريخ انتهاء صلاحية مختلفة، مما يؤدي إلى إنشاء نمط قطري عند رسمه على الرسم البياني. ويمكن أن تميل هذه الإستراتيجية إلى الاتجاه الصعودي أو الهبوطي، اعتمادًا على الهيكل والخيارات المستخدمة.

وتتضمن استراتيجية الهوامش القطرية 04 أنواع (*What Is Diagonal Spread: Definition and How It Works?*, 2022):

- الهامش القطري لخيار الشراء الصعودي: في هذه الإستراتيجية يتوقع المستثمر أن يرتفع سعر الأصل محل التعاقد بشكل معتدل. وهو ينطوي على شراء خيار شراء طويل الأجل بسعر تنفيذ أقل مع بيع خيار شراء قصير الأجل في نفس الوقت بسعر تنفيذ أعلى.
- الهامش القطري لخيار الشراء الهبوطي: يتم استخدام هذه الإستراتيجية عندما يتوقع المستثمر أن ينخفض سعر الأصل الأساسي محل التعاقد بشكل معتدل. وهو ينطوي على شراء خيار الشراء على المدى الطويل بسعر تنفيذ أعلى وتاريخ انتهاء صلاحية أطول (مركز طويل)، وبيع خيار الشراء على المدى القصير بسعر تنفيذ أقل(مركز قصير).
- الهامش القطري لخيار البيع الصعودي: في هذا النوع، يشتري المستثمر خيار بيع بتاريخ انتهاء صلاحية بعيد وسعر تنفيذ أعلى ويبيع خيار البيع بتاريخ انتهاء صلاحية أقرب، ولكن بسعر تنفيذ أقل. يتم استخدام هذه الإستراتيجية عندما يكون المستثمر صعوديًا بشكل معتدل على الأصل. تساعد العلاوة المستلمة من بيع البيع على تقليل التكلفة الإجمالية للصفقة.
- الهامش القطري الطويل: يشتري المستثمر خيار البيع طويل الأجل بسعر تنفيذ أقل ويبيع خيار البيع قصير، ولكن بسعر تنفيذ أعلى. يتم تنفيذ هذه الإستراتيجية عندما يكون المستثمر هبوطيًا بشكل معتدل على الأصل. مع وضع المركز الطويل للاستفادة من مثل هذه الخطوة في حين أن المركز القصير يعوض التكلفة.

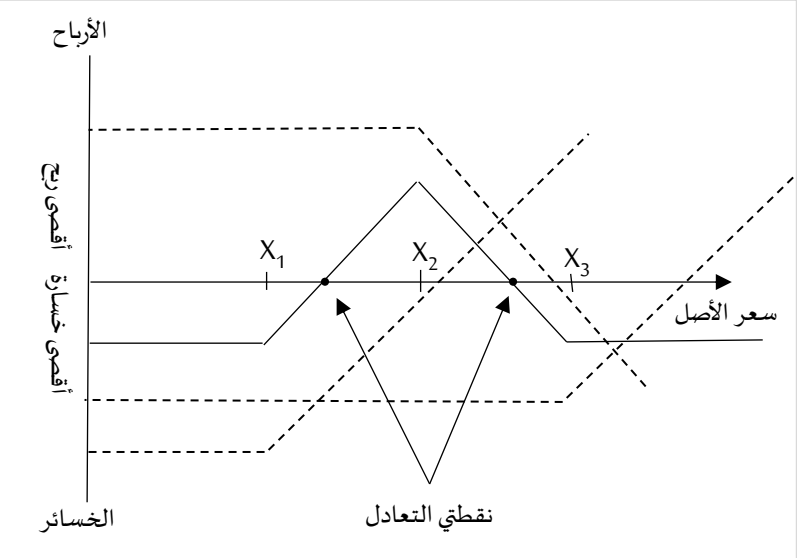
✦ **استراتيجيات هوامش الفراشة Butterfly Spreads:** تسمى أيضا هامش الشطيرة ( Sandwich Spread)، حيث تتبنى هذا الاستراتيجية فرضية اختلاف مدة حياة العقد مع اختلاف تجانس سعر التنفيذ وهذا لثلاث عقود خيارات، أو المزج بين هامش صعودي (Bull Spread) وهامش هبوطي (Bear Spread). ولحساب معادلة الأرباح سنفترض صفقة تشتمل على 03 أسعار تنفيذ هي: $X_1$،$X_2$ و$X_3$، حيث إن $X_2$ تكون واقعة في منتصف المسافة ما بين $X_1$ و $X_3$. ونقوم أيضا ببناء هامش خيار شراء صعودي ذي سعر التنفيذ المنخفض $X_1$، وإصدار خيار الشراء ذي سعر التنفيذ المتوسط $X_2$، وبعد ذلك نقوم ببناء هامش خيار شراء هبوطي ذي سعر التنفيذ المرتفع $X_3$،و $N_1 = 1$، $N_2 =$ 2- و $N_3 = 1$ فإن معادلة الربح تكون (محمد داود و عز الدين، 2020، صفحة 341):

$$\Pi = Max(S_T - X_1) - C_1 - 2Max(0, S_T - X_2) + 2C_2 + Max(S_T - X_3) - C_3 \quad (9)$$

وتشمل هذه الاستراتيجية نوعين :

- استراتيجية هوامش الفراشة لخيار الشراء Butterfly Call Spread: تعمل هذه الاستراتيجية على مزج خيار الشراء الطويل بسعر تنفيذ منخفض وخياري شراء بمركز قصير بسعر تنفيذ متوسط وخيار شراء طويل مع سعر تنفيذ مرتفع. وبالتالي تجمع هذه الاستراتيجية بين استراتيجيتي الهامش العمودي الصعودي طويلة بأسعار التنفيذ منخفضة ومتوسطة والهامش العمودي الهبوطي قصير بأسعار تنفيذ متوسطة وعالية.

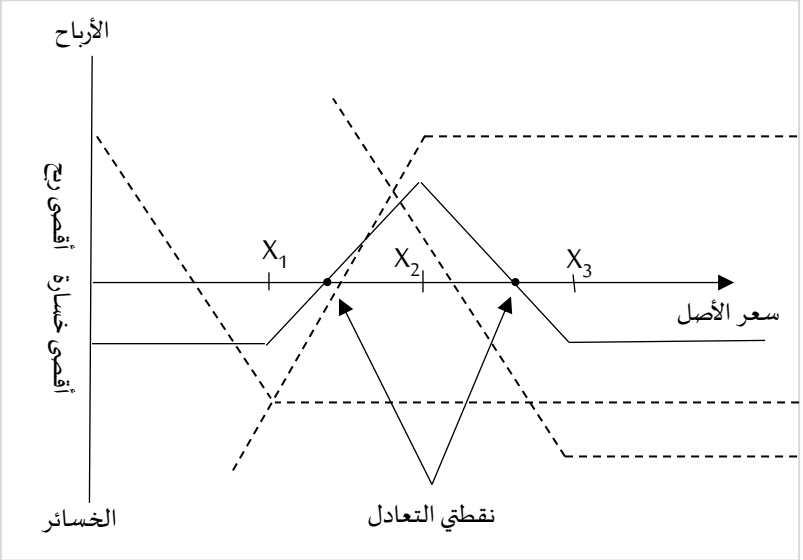
و **الشكل رقم (13):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية هوامش الفراشة لخيار الشراء




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Hull, 2022, p. 276)

- استراتيجية هوامش الفراشة لخيار البيع Butterfly Put Spread: ترتكز هذه الاستراتيجية على مزج خيار البيع الطويل بسعر تنفيذ منخفض وخياري بيع بمركز قصير بسعري تنفيذ متوسطين وخيار بيع طويل مع سعر تنفيذ مرتفع. وبالتالي تجمع هذه الاستراتيجية بين استراتيجيتي الهامش العمودي الصعودي طويلة بأسعار تنفيذ منخفضة ومتوسطة والهامش العمودي الهبوطي قصير بأسعار تنفيذ متوسطة ومرتفعة.

**والشكل رقم (14):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية هامش الفراشة لخيار البيع




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Hull, 2022, p. 278)

**ب) استراتيجيات المناورة Straddles Strategies:** مثلها مثل استراتيجية الهامش فإن هذه الاستراتيجية تتضمن مراكز مركبة وتوليفة من خيارات البيع والشراء. وتقوم استراتيجية المناورة على المزج بين خيار الشراء وخيار البيع وعلى نفس الأصل محل التعاقد بنفس سعر التنفيذ ولنفس مدة الصلاحية (Ianieri, 2009, p. 261). وتستخدم هذه الاستراتيجية لمواجهة التقلب الحاصل في السعر، كونها ترتكز على التوقع الحاصل في معامل التقلب ارتفاعاً أو انخفاضاً. حيث يعتقد المستثمر أن سعر الأصل سيتحرك بدرجة كبيرة، ولكنه غير متيقن بشأن إتجاه التحرك في المستقبل إذا ما كان يؤول للارتفاع أو الانخفاض. وعليه فإن المستثمر يريد أن يستفيد من حركة السوق في كلا الاتجاهين فيقوم بتنفيذ شراء الخيار إذا ارتفعت الأسعار وتنفيذ خيار البيع في انخفاضها، هذه المناورة تسمى اصطلاحاً بإستراتيجية Straddles (الدوري و عقل، 2012، صفحة 192). وإذا تساوى سعر السوق وسعر التنفيذ فإنه لن يتم تنفيذ أيا من العقدين.

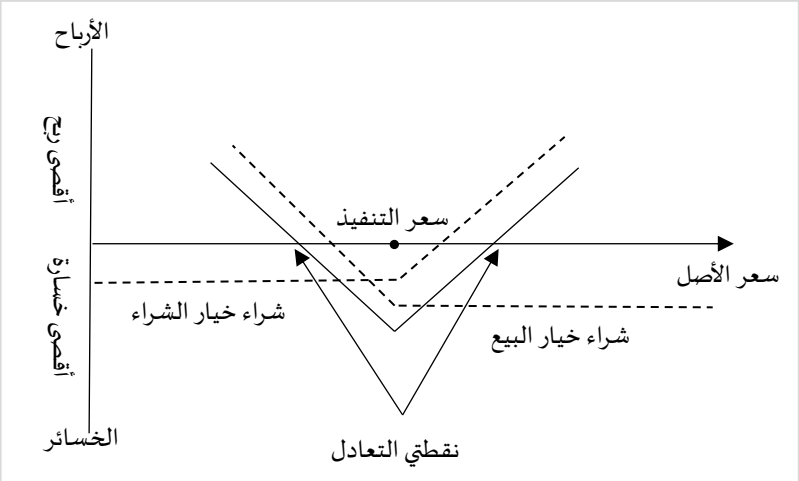
ولحساب معادلة أرباح استراتيجية المناورة فإننا نقوم بافتراض شراء خيار مناورة مع خيار شراء وخيار بيع لهما نفس سعر تنفيذ X وتاريخ التنفيذ T. مع العلم $N_C$ =1 و $N_P$ =1 والربح يكون حسب المعادلة التالية:

$$\Pi = Max(0, S_T - X) - C + Max(0, X - S_T) - P \qquad (10)$$

وهنا يبرز نوعين أساسيين من استراتيجية المناورة Straddle:

- استراتيجية المناورة الطويلة Long Straddle: هي استراتيجية يقوم فيها المستثمر في وقت واحد بشراء خيار الشراء وخيار البيع على نفس الموجود الضمني (أخذ مركز طويل لخيار الشراء وخيار البيع)، بنفس سعر التنفيذ وتاريخ انتهاء الصلاحية (Cohen, 2009). يتم استخدام هذه الإستراتيجية عندما يتوقع المستثمر حركة سعرية كبيرة في الموجود الضمني، ولكنه غير متأكد من اتجاه الحركة. وأقصى خسارة للمستثمر هي مجموع قيمة علاوة خيار الشراء وعلاوة خيار البيع).

**والشكل رقم (15):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية المناورة الطويلة Long Straddle



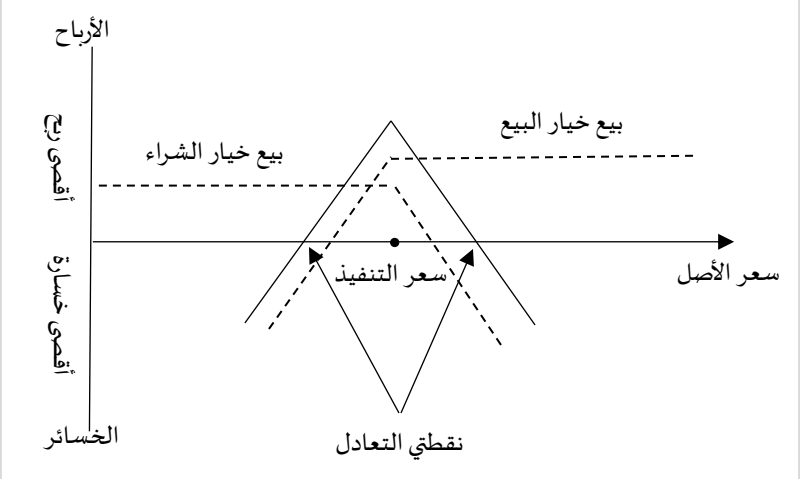

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاعتماد إلى (Inglis-Taylor, 1995, p. 112)

| إستراتيجية شراء خيارات المناورة (Long Straddle) | |
|---|---|
| التركيب | مركز طويل في خيار الشراء بسعر تنفيذ X، مركز طويل في خيار البيع بسعر تنفيذ X. |
| نقطة الدخول | السعر السوقي للأصل قريب من سعر التنفيذ X. |
| نقطة التعادل | سعر التنفيذ زائدا صافي العلاوة المدفوعة أو سعر التنفيذ ناقصا صافي العلاوة المدفوعة. |
| الأرباح | غير محدودة. |
| الخسائر | محدودة بقيمة العلاوة المدفوعة (المحصلة). |
| استخدامها | نظرة المستثمر لحالة السوق: غير متأكد منها. نظرة المستثمر للتذبذب في سعر الأصل: الارتفاع عندما يتوقع المستثمر تحركا كبيرا في سعر الأصل، لكنه ليست متأكدا من اتجاه الحركة. |

**المصدر:** (قندوز، 2017، صفحة 243)

- استراتيجية المناورة القصيرة Short Straddle: على عكس استراتيجية المناورة الطويلة فإن استراتيجية المناورة القصيرة تنطوي على البيع المتزامن لكل من خيار الشراء وخيار البيع أي أن المستثمر سيأخذ مركز قصير لكل من خيار الشراء وخيار البيع. ويتبنى المحرر أو البائع هذه الاستراتيجية إذا كان لا يتوقع حدوث أي تحرك في سعر الموجود الضمني عن سعر التنفيذ. ويتم تحقيق الربح إذا تعادل سعر التنفيذ مع سعر الموجود الضمني أو انخفض تقلب الأسعار (Mondello, 2023, p. 571).

**والشكل رقم (16):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية المناورة الطويلة Short Straddle




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Ianieri, 2009, p. 270)

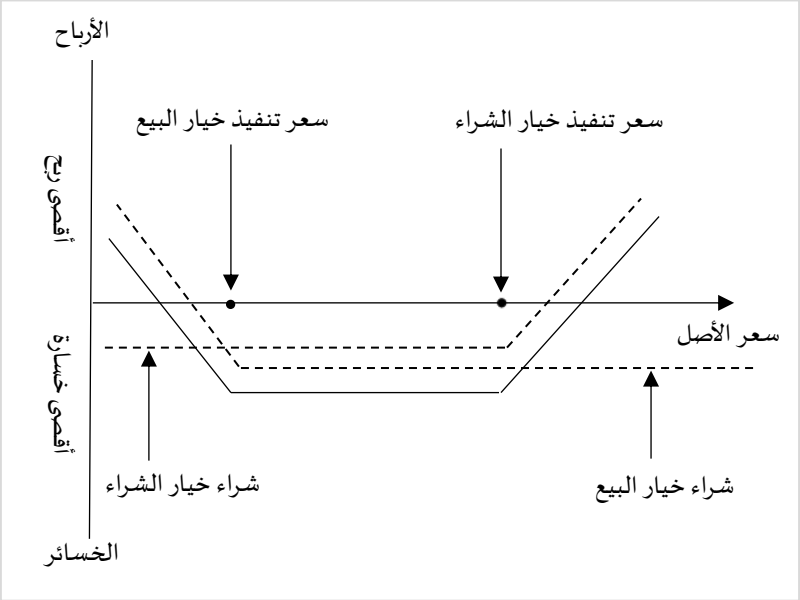
| إستراتيجية بيع خيارات المناورة (Short Straddle) | |
|---|---|
| التركيب | مركز قصير في خيار البيع بسعر تنفيذ X، مركز قصير في خيار البيع بسعر تنفيذ X. |
| نقطة الدخول | السعر السوقي للأصل قريب من سعر التنفيذ X. |
| نقطة التعادل | سعر التنفيذ زائدا صافي العلاوة المدفوعة أو سعر التنفيذ ناقصا صافي العلاوة المدفوعة. |
| الأرباح | محدودة بقيمة العلاوة المدفوعة (المحصلة). |
| الخسائر | غير محدودة. |
| استخدامها | نظرة المستثمر لحالة السوق: حيادي بشكل كبير. نظرة المستثمر للتذبذب في سعر الأصل: الانخفاض عندما يسود لدى المستثمر اعتقاد بركود أسعار الأصل، لكنه ليست متأكدا من اتجاه الحركة. |
| الاستراتيجية الشبيهة | مركز طويل في الأصل محل العقد، مركز قصير في خياري شراء. |

**المصدر:** (قندوز، 2017، صفحة 244)

**ت) استراتيجيات الطوق Strangle Strategies:** مثل استراتيجية المناورة فإن استراتيجية الطوق تتكون من عقدي خيار يكونان في وضع خسارة (OTM)، تتضمن هذه الاستراتيجية مزيجا من خيار الشراء وخيار البيع على نفس الموجود الضمني محل التعاقد، وبنفس تاريخ الاستحقاق، ولكن بأسعار مختلفة (Cohen, 2009, p. 96)، يستخدم المستثمر هذه الإستراتيجية عندما يعتقد أن سعر الأصل محل التعاقد سيعرف حركة سعرية كبيرة، لكنه غير متأكد من اتجاه الحركة صعودا أم هبوطا. أما إذا ظل سعر الأصل مستقرا نسبيا أو تحرك بشكل طفيف فإن الخسائر في هذه الإستراتيجية محدودة بعلاوتي الخيارين. ويوجد نوعين من استراتيجية الطوق واحدة طويلة Long Strangle والأخرى قصيرة Short Strangle (بن الضب، 2020، صفحة 121).

- استراتيجية الطوق الطويلة Long Strangle: وتعتبر الإستراتيجية الأكثر شيوعًا حيث يشتري المستثمر في نفس الوقت خيار الشراء وخيار البيع في وضع خسارة (OTM). على أن يكون سعر التنفيذ لخيار الشراء أعلى من السعر الحالي للأصل محل التعاقد، في حين أن سعر التنفيذ لخيار البيع يكون أقل من السعر الحالي للأصل (Sinclair, 2010, p. 109).

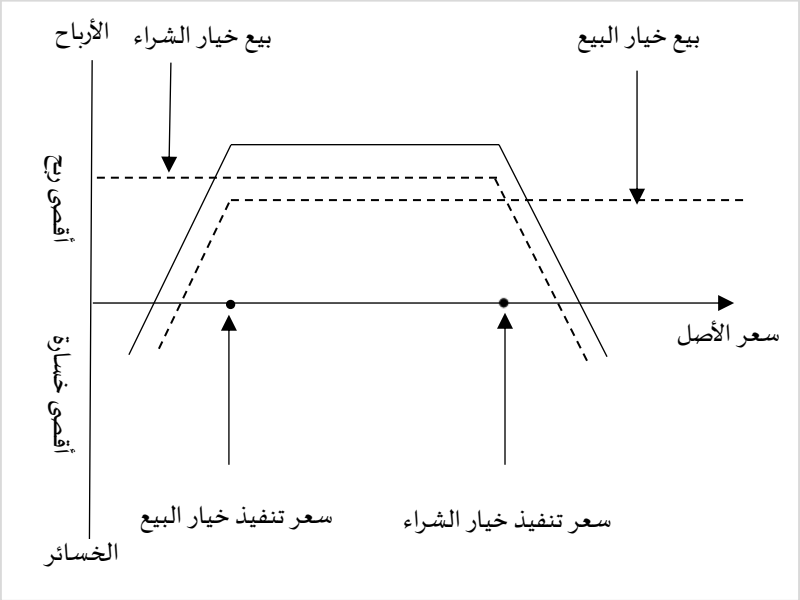
والشكل رقم **(17):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية المناورة الطويلةLong Strangle




**المصدر:** من إعداد الباحث استنادا إلى (Hull, 2022, p. 283)

- استراتيجية الطوق القصير Short Strangle: يقوم المستثمر في النوع الثاني من استراتيجية الطوق بتحرير أي بيع عقدين أحدهما لخيار شراء والآخر لخيار بيع، وذلك على نفس النهج السابق أي يكونان في وضع خسارة (OTM) (Kraus, 2009, p. 183). وعلى عكس استراتيجية الشراء التي تتطلب تقلبات سعرية كبيرة، تتطلب استراتيجية الطوق القصيرة تقلبات سعرية محدودة. وهي أقل خطورة من استراتيجية المناورة القصيرة.

**والشكل رقم (18):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية الطوق القصير Short Strangle




**المصدر:** من إعداد الباحث استنادا إلى (zerodha, n.d)

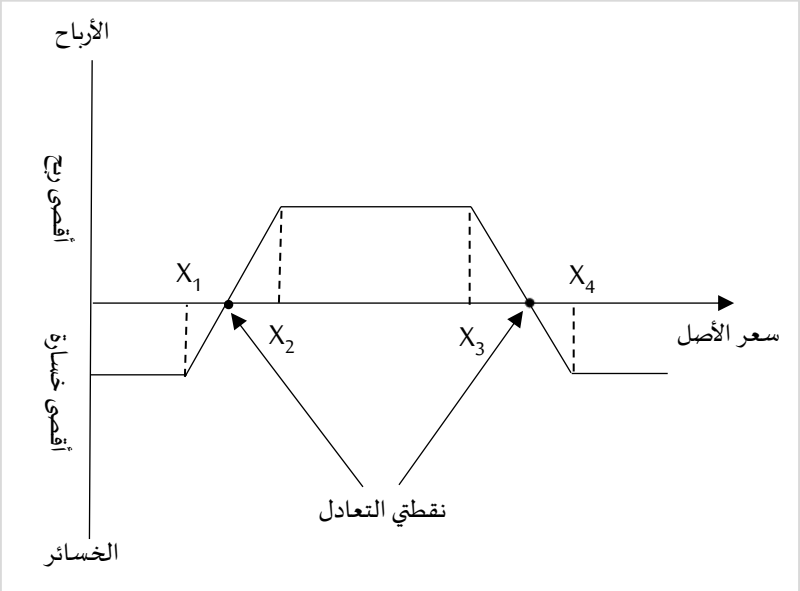
| إستراتيجية بيع خيارات الطوق (Short Strangle) | | |
|---|---|---|
| التركيب | مركز قصير في خيار الشراء بسعر تنفيذ، مركز قصير في خيار بيع بسعر تنفيذ مختلف. | |
| نقطة الدخول | السعر السوقي للأصل قريب من سعري التنفيذ. | |
| نقطة التعادل | سعر التنفيذ زائدا صافي العلاوة المدفوعة أو سعر التنفيذ ناقصا صافي العلاوة المحصلة. | |
| الأرباح | محدودة بقيمة العلاوة المدفوعة. | |
| الخسائر | غير محدودة. | |
| استخدامها | نظرة المستثمر لحالة السوق | غير متأكد |
| | نظرة المستثمر للتذبذب في سعر الأصل | انخفاض |
| | في حالة توقع حركات كبيرة في سعر الأصل في أي اتجاه كان. | |
| الاستراتيجية الشبيهة | مركز طويل في الأصل محل العقد، مركز قصير في خياري شراء. | |

**المصدر:** (قندوز، 2017، صفحة 246)

**ث) استراتيجيات النسر Condor Strategies:** هي استراتيجية تداول خيارات مشابهة ومماثلة لاستراتيجية الفراشة Butterfly إلا أنها محدودة المخاطر وغير معينة الاتجاه. ويتبناها المستثمر الذي يتوقع تقلبا طفيفا في الأسعار. تتضمن استراتيجية كوندور الشراء والبيع المتزامن لأربعة عقود خيار مختلفة لها نفس تاريخ الاستحقاق، ولكن بأسعار تنفيذ مختلفة. وتشمل نوعين من استراتيجية النسر الطويل و استراتيجية النسر القصير.

- استراتيجية النسر الطويل Long Condor: هي استراتيجية تقوم على شراء خيار شراء بسعر تنفيذ منخفض $X_1$، وتحرير أي بيع خيار شراء بسعر تنفيذ أعلى $X_2$، وتحرير خيار آخر بسعر تنفيذ أعلى من سابقه $X_3$، وشراء خيار شراء بسعر تنفيذ $X_4$ أعلى من الجميع. (هندي، 2011، صفحة 325). يؤدي هذا إلى إنشاء شكل "جناح" أي العقدين المحررين محصورين بين عقدي شراء، والذي يشبه أجنحة النسر ومن هنا جاء الاسم. الهدف من استراتيجية النسر طويل هو الاستفادة من نطاق سعري محدد من المتوقع أن يتم تداول الأصل محل التعاقد ضمنه. يتم تحقيق الحد الأقصى للربح إذا ظل سعر الأصل الأساسي ضمن نطاق أسعار التنفيذ للخيارات المتضمنة في الفارق عند تاريخ الاستحقاق.

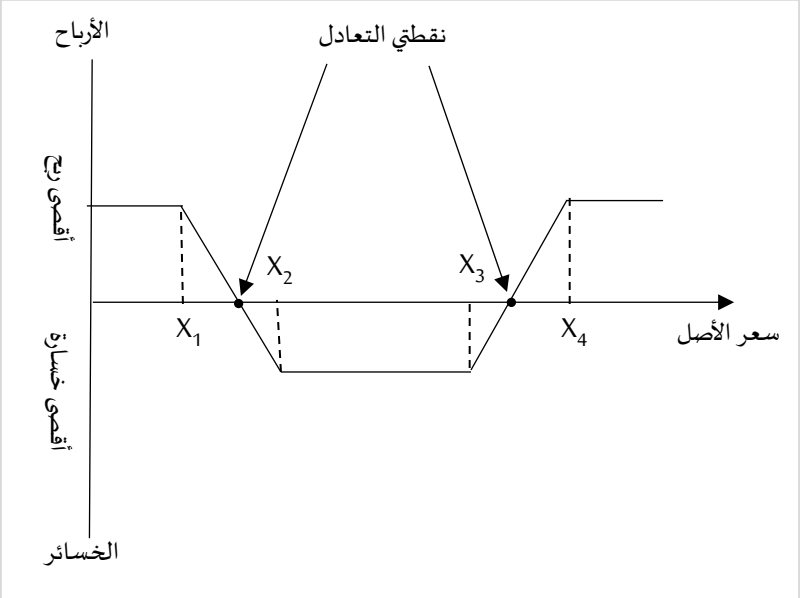
**الشكل رقم (19):** يمثل أرباح وخسائر استراتيجية النسر الطويل Long Condor




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Natenberg, 2014, p. 177)

- استراتيجية النسر القصير Short Condor: تقوم هذه الاستراتيجية على مزج توليفة من خيار البيع ذو المركز الطويل بسعر ممارسة منخفض، وخياري البيع ذوي وضع قصير ومدة استحقاق مختلفة وكذلك سعر الممارسة مختلف. وبمعنى أوسع في استراتيجية النسر القصير في خيار الشراء، يقوم المستثمر ببيع خيار الشراء واحد بسعر تنفيذ أقل، وشراء خيار الشراء واحد بسعر تنفيذأعلى، وشراء خيار الشراء أخر بسعر تنفيذ أعلى وبيع خيار الشراء آخر بسعر تنفيذ أعلى حتى ارتفاع سعر التنفيذ (Cohen, 2009, p. 304). والعكس مع خيار البيع.

**الشكل رقم (20):** يوضح وضعية استراتجية النسر القصير Short Condor




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Natenberg, 2014, p. 177)

## المبحث الثاني
## الخيار المالي كأداة للتقلب

### 1.2.1 التقلب كأصل قابل للتداول Volatility as a Tradable Asset

يُعد التقلب المعلمة الأكثر أهمية في نموذج الحركة البراونية الهندسية لحركة أسعار الأصول في تسعير الخيارات المالية. ولقد اعتبرت الأدبيات العلمية الحديثة التقلب كمدخل رئيسي للتسعير والتحوّط، وسنسعى في هذا المبحث إلى التعرض للتقلب كمفهوم و إلى أنواعه وخصائصه.

#### 1.1.2.1 التقلب في ظل الحركة البراونية Volatility under Brownian motion

التقلب أو التباين (Volatility) مشتق من الكلمة اللاتينية Volatilis أي من (Volare وهو الطيران) (B. Lee & Rosamond, 2023)، في اللغة الإنجليزية في العصور الوسطى كانت كلمة Volatiles تشير إلى الكائنات المجنحة مثل الفراشات والطيور. ومنذ 164 عاما أصبح مصطلح "متقلب" يعني التغيير السريع. ويستخدم التقلب لوصف التغيرات في شدة أي شيء بدءًا من الطقس وحتى الحالة المزاجية والتصرفات، وتنطبق هذه التغيرات على فئتين عريضتين من تلك الظواهر كتلك التي يمكن قياسها مثل الطقس أو أسعار الأصول المالية مثل الأسهم والمؤشرات... أو تلك التي لا يمكن قياسها مثل التأثيرات والعواطف. وقد تم تطوير دراسات متخصصة حول التقلبات في مجموعة واسعة من المجالات في الكيمياء، الرياضيات والفيزياء. وفي القرن العشرين كانت الابتكارات الرئيسية في الأسواق المالية تتوقف على اكتشاف التقلبات وتسعيرها. حيث يصنف التقلب من بين أكثر مجالات البحث نشاطا ونجاحا في الاقتصاد القياسي وتمويل تسعير الأصول التجريبية على مدار العقود الثلاثة الماضية.

وفي الأدبيات المالية والمصرفية يعد التقلب أحد أهم المفاهيم الأساسية في تسعير الأصول والتحليلات الفنية، وقد اعتبرت الأبحاث الحديثة والممارسات المالية التقلبات كمدخل رئيسي للتسعير والتحوط. ولم يمض وقت طويل حتى بدأ السوق في التفكير في التقلبات كفئة أصول خاصة به وصمم منتجات لجعلها قابلة للتداول مباشرة (Hilpisch, 2017, p. 07). وقد خلصت دراسة قام بها (Markowitz, 1959) في بعض أبحاثه إلى أن التقلب هو كلمة خيالية تستخدم لوصف مدى تغير شيء ما أو تقلبه مع مرور الوقت، وضرب مثالا بالسيارة التي تسير بسرعة كبيرة أحيانا وببطء شديد أحيان أخرى، هذا هو التقلب - يعني أن سرعة السيارة تتغير دائمًا. كما كان مهتمًا بدراسة كيفية تغير قيمة الأصول مثل الأسهم أو الاستثمارات التي ترتفع قيمتها وتنخفض أراد أن يفهم مدى تغيرها أو تقلبها على مدى فترة من الزمن.

من خلال دراسة التقلبات تمكن "ماركويتز" من التوصل إلى بعض الأفكار المهمة حول كيفية بناء محفظة استثمارية جيدة، حيث وجد أنه من الجيد أن يكون لدى المستثمر مزيج من الاستثمارات التي لا تتغير جميعها بنفس الطريقة مما يساعد على تقليل أخطار خسارة الأموال لأنه إذا انخفض أحد الاستثمارات فقد يرتفع استثمار آخر. لذا درس "ماركويتز" التقلبات واستنتج أنه يعكس مدى تغير شيء ما بمرور الوقت، ووجد أنه من الذكاء أن يكون لدى أي مستثمر محفظة استثمارية متنوعة لإدارة المخاطر.

وعرّفه (Dorn, 1989) على أنه معدل تغير سعر الأمان صعوداً أو هبوطاً لمجموعة محددة من العوائد، حيث يشير إلى مستوى المخاطر كما يعد عاملاً أساسياً في تسعير الخيارات والمشتقات الأخرى. وفي تعريف آخر لـ (Campbell et al., 1997) أظهروا من خلاله إلى أن التقلب يشير إلى حجم تقلبات أسعار الأصول، ويتم قياسه عادة بالانحراف المعياري للعائدات ويعكس درجة عدم اليقين أو المخاطر في الأسواق المالية. وذهب (Hull, 2022, p. 342) إلى أن التقلب هو مقياس لعدم اليقين أو المخاطر المرتبطة بحجم التغيرات في قيمة الورقة المالية وفي الأسواق المالية، يتم قياسه عادة بالانحراف المعياري للعوائد اللوغاريتمية للورقة المالية خلال فترة محددة من الوقت. وفي نفس السياق عرّف (Jurczenko, 2017, p. 365) التقلب بأنه مقياس للتغير في سعر الأصل بمرور الوقت، حيث يرتبط التقلب العالي بإمكانية أكبر لتحقيق خسائر أكبر، وقد ساهمت الأسواق المالية في إدارة التقلب وتوزيع عوائد الأصول من خلال منتجات استثمارية يمكنها تسعير هذا الخطر باستخدام مقاييس مستقبلية للتقلب - والتي تُعرف عادةً بالتقلب الضمني. أما (Kissell, 2013) فقدم لنا تعريفا كميا للتقلب حيث فسّره على أنه عدم اليقين المحيط بحركة الأسعار المحتملة، ويتم حسابه على أنه الانحراف المعياري لعوائد الأسعار، وهو مقياس للتغير المحتمل في اتجاه السعر وليس مقياسا لاتجاه السعر الفعلي. ويرمز للتقلب بالرمز $\sigma$ ويعطى بالمعادلة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(R_i - \bar{R})^2} \qquad (11)$$

حيث:

- $\sigma$ هي التقلب أو الانحراف المعياري؛
- $N$ هو عدد الفترات الزمنية؛
- $R_i$ هو العائد في الفترة الزمنية $i$؛
- $\bar{R}$ هو متوسط العائد على مدى الفترات الزمنية.

ومما سبق في المعادلة (11)، حيث إن $\bar{R}$ متوسط العائد، في حين تمثل إحصائية الانحراف المعياري للعينة معلمة غير مرتبطة بالتوزيع، أي أن الانحراف المعياري للعينة لا يفترض وجود توزيع احتمالي محدد للبيانات يمكن حسابه لأي عينة بغض النظر عن شكل التوزيع الذي تم أخذ العينة منه. وهذا يجعله مقياسًا غير معلمي للتشتت، على عكس بعض المقاييس الإحصائية الأخرى التي قد تفترض وجود توزيع طبيعي أو توزيعات محددة أخرى. كما أنها تعتبر اللحظة الثانية المميزة للعينة (اللحظة الأولى هي المتوسط الذي يوفر مقياسًا للنزعة المركزية في حين أن اللحظة الثانية التي تركز حول المتوسط هي التباين)، وهذا فقط عندما يتم إرتباط $\sigma$ بتوزيع قياسي مثل التوزيع الطبيعي أو توزيع t (Student's t-distribution). يمكن اشتقاق دالة الكثافة الاحتمالية Probability Density Function (PDF) ودالة الكثافة الاحتمالية التراكمية Cumulative Distribution Function (CDF) بشكل تحليلي. وهذا يعني أنه توجد صيغ رياضية محددة لحساب الاحتمالات وسلوك التوزيع، لكن في الحقيقة يمكن حساب $\sigma$ من أي توزيع غير منتظم الشكل عن طريق اشتقاق كثافة الاحتمال بشكل تجريبي مما يعني الاعتماد على البيانات المرصودة بدلاً من صيغة محددة مسبقًا، أي الاستخلاص التجريبي يتضمن استخدام البيانات التاريخية لتقدير خصائص التوزيع والتي قد لا تتبع شكلًا تحليليًا قياسيًا. في زمن الوقت المستمر يعمل $\sigma$ كمعامل مقياس يؤثر على حجم التقلبات في عملية Wiener القياسية (المعروفة أيضًا بالحركة البراونية) سواء بالزيادة أو التقليل. حيث إن عملية Wiener هي نموذج رياضي يستخدم لوصف الحركة العشوائية، و $\sigma$ يقوم بتغيير حجم هذه التقلبات العشوائية. بناءً على ديناميكيات العملية العشوائية الأساسية وما إذا كانت المعلمات تتغير مع مرور الوقت، يمكن أن تأخذ التوزيعات الناتجة للعوائد أشكالًا مختلفة. على سبيل المثال، قد لا تتبع العوائد دائمًا التوزيع الطبيعي؛ يمكن أن تكون منحرفة أو ذات ذيول سمينة (توزيع ذي قمة عالية). هذا التباين يجعل من الضروري ربط $\sigma$ بتوزيع محدد أو ديناميكيات تسعير محددة لجعل التفسيرات ذات مغزى. إن استخدام $\sigma$ كمقياس للمخاطر بدون تحديد التوزيع المرتبط به أو ديناميكيات التسعير هو أمر لا معنى لهن حيث يعتمد تفسير $\sigma$ بشكل كبير على السياق الذي يستخدم فيه، أي أنه في الممارسة العملية عندما يستخدم $\sigma$ لقياس عدم اليقين، يُفترض غالبًا بشكل ضمني أنه مرتبط بتوزيع طبيعي للعوائد. هذا الافتراض يبسط التحليل والتفسير، على الرغم من أن العوائد في العالم الحقيقي قد لا تتبع التوزيع الطبيعي بشكل كامل (Poon & Granger, 2003).

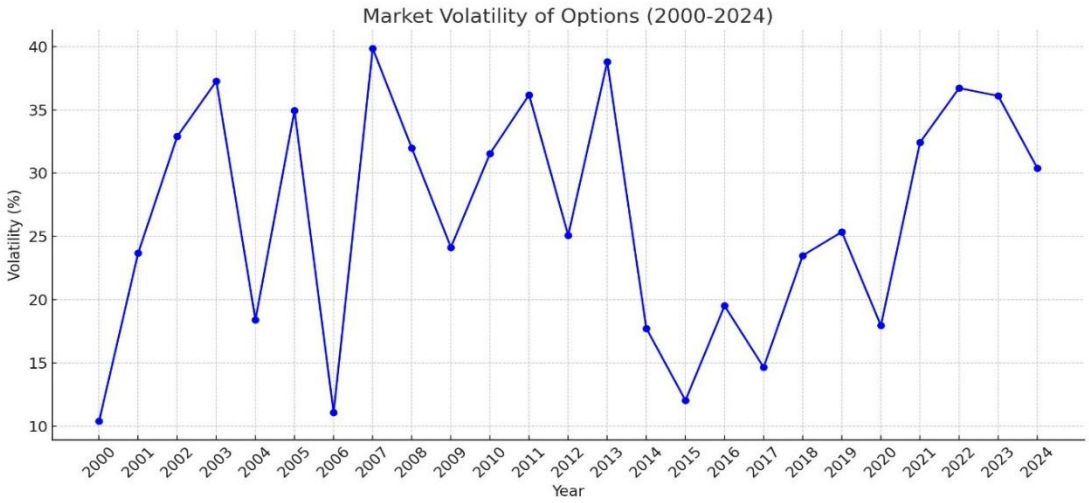
باختصار، $\sigma$ هو معامل متعدد الاستخدامات يستخدم لوصف التقلب والمخاطر في سياقات مختلفة. ومع ذلك، فإن تفسيره بشكل هادف يعتمد على التوزيع المحدد أو العملية العشوائية التي يرتبط بها. حيث إن فهم هذا السياق ضروري لتقييم المخاطر بشكل دقيق والنمذجة المالية.

إن التقلبات في الأسواق المالية تعد من الأدوات التي يتم تداولها من وجهة النظر المتعاملين فيها، حيث إن المستثمر الذي يحوز خيار شراء على أصل مالي ما قد يشعر أن الحركة الصعودية المستمرة في سعر هذا الموجود يعد أمراً جيداً بالنسبة له. مما يجعله يتخذ وضعا طويلا على نفس خيار الشراء الأمر الذي يجعله أيضا يفضل أن يتذبذب سعر الأصل المالي الى أقصى حد ممكن كلما كان ذلك ممكنا، والعكس في حالة خيار البيع. حيث إن التقلب الخشن بشكل متكرر يؤدي إلى تحقيق عوائد أكبر فيما يخص المراكز الطويلة على الخيار، تجدر الإشارة الى أن أسعار الخيارات ستنخفض إذا كان التقلب المحقق لسعر الأصل المالي يتجاوز التقلبات الضمنية التي ينطوي عليها سعر الخيار في يوم محدد (كفاء، 2018، صفحة 28). ومنه يتضح لنا بعض الميكانيزمات الخاصة بالخيارات أولها: أن صناع السوق الذين يتداولون الخيارات المالية مثلا، يتداولونها كما لو كانت أشياء متماثلة ومتطابقة أي ليس هناك فرق بين شراء خيار الشراء أو شراء خيار البيع. كلتا المعاملتين في النهاية تؤديان إلى نفس المردود. ولكن المشكل ما إذا كان سيتم شراؤها أم لا. والثانية: وهي مرتبطة بالنقطة الأولى، حيث يُلاحظ أن المستثمرين في السوق يهتمون بتقلبات أسعار الأصول المالية وليس باتجاه تلك الأسعار، ويهتم محترفو السوق بالفروقات بين التقلبات اليومية المحققة لأسعار الأصول والتقلبات الضمنية في أسعار الخيارات (Kosowski & Neftci, 2015, p. 270).

يُشكل التقلب فعلاً جانباً محورياً في الرياضيات المالية كونه يشكل مساحة مهمة فيها، ويؤثر على مختلف جوانب هذا المجال من خلال فهم ديناميكيات الأسعار مثلاً، حيث يُعتبر التقلب متغيراً مهماً في المعادلات التفاضلية العشوائية التي تحكم أسعار الأصول. فهو يساعد في فهم التذبذبات وحالة عدم اليقين المرتبطة بأسعار الأصول على مر الزمن. كما أن تسعير الخيارات في نموذج تسعير الخيارات لبلاك-شولز، يعتبر التقلب هو المتغير الوحيد غير القابل للملاحظة. لذا فإن النمذجة الدقيقة للتقلب ضرورية لتحديد القيمة العادلة للخيار. كما يلعب التقلب دوراً مهماً في مجالات بحثية أخرى. على سبيل المثال: تأثيرات العدوى، وهذا ما أشارت إليه دراسة (Baur, 2003) والتي توصلت إلى أن التقلب يمكن أن ينتقل من بلد إلى آخر، مما يُظهر كيفية تأثير عدم الاستقرار المالي في منطقة ما على الأسواق العالمية. كما أن للأحداث المتطرفة كالأزمات المالية أن تفسر هذا. حيث توصل (Blake, 1999) إلى أن التغيرات في التقلب قد تكون ساهمت في انهيار السوق في أكتوبر 1987، مما يبرز دوره في فهم وتوقع الأزمات السوقية.

ويُظهر الشكل التالي الرسم البياني لنطاق التقلب حيث تتراوح قيم تقلب السوق من 10% إلى 40% من سنة 2000 إلى سنة 2024.

**الشكل رقم (21):** يوضح تقلب سوق الخيارات المالية سنة 2000-2024




**المصدر:** من إعداد الباحث

ويظهر الشكل مؤشر التقلب لشهر أوت 2024 أين تدهورت الأسواق العالمية بسبب ارتفاع غير متوقع في أسعار الفائدة في اليابان وظهور مصطلح "carry trade" بين الين والدولار، والذي هو عملية اقتراض الين بسعر فائدة منخفض، بالمقابل شراء أسهم أمريكية لاستغلال انخفاض أسعار الفائدة لتحقيق عوائد من الأسهم الأمريكية المرتفعة. هذه الأسباب أدت إلى انخفاض حاد في المؤشرات الرئيسية مثل مؤشر نيكاي الياباني الذي فقد أكثر من 12% من قيمته في يوم واحد، ومؤشر كوسبي الكوري الذي تراجع بنسبة 9%.

**الشكل رقم (22):** يوضح مؤشر التقلب CBOE لشهر أوت 2024




**المصدر:** (*VIX Index*, 2024)

### 2.1.2.1 تقدير التقلب Volatility Estimation

سنركز هذا الفرع بشكل أساسي على قياس المعلمة الإحصائية التي أطلق عليها (Bachelier, 1900) اسم "الاضطراب" (معامل الاضطراب) لسعر السوق والتي يشار إليها في الوقت الحاضر بالتباين أو التقلب في سيّاق التطبيقات المالية. كما تم الإشارة إليه سابقاً، فإن مفهوم التقلب يشير إلى أي ظاهرة تُظهر سمات عدم الاستقرار، أو عدم القدرة على التنبؤ واحتمال التغيير بشكل متكرر في كثير من الأحيان دون سبب واضح أو مقنع، وهي ظاهرة تظهر اختلافات عشوائية (Mancino et al., 2017). و يشير مصطلح "تقدير التقلب Volatility Estimation" إلى عملية التنبؤ بالتغيرات في الأسعار أو المؤشرات مثل مؤشرات سوق الأوراق المالية، من خلال تحليل بيانات الأسعار التاريخية حيث يتم استخدام بيانات الأسعار السابقة للتنبؤ بالتقلبات المستقبلية. ويعرف هذا أيضًا بتقييم التقلبات.

يدور تقدير التقلب حول معرفة مدى تغير أسعار الأصول المالية، مثل الأسهم أو السندات بمرور الوقت. حيث إنه يعتبر أمرا مهماً كونه يساعد المتداولين والمستثمرين على فهم المخاطر التي تنطوي عليها استثماراتهم. على سبيل المثال قد يتغير سعر الأصل الذي يتميز بتقلبات عالية كثيرًا مما يعني أنه قد يدر على المستثمرين الكثير من المال، ولكنه قد يؤدي أيضًا إلى خسائر كبيرة أيضا.

وتكمن أهمية تقدير التقلب في أنه يلعب دورًا حاسمًا في جوانب مختلفة من التمويل. ففي إدارة المخاطر مثلا من خلال فهم التقلب يمكن للمستثمرين تقييم المخاطر المرتبطة بأي أصل أو محفظة، حيث يشير التقلب الأعلى إلى أخطار أعلى مما يستلزم استراتيجيات إدارة المخاطر المناسبة. أما في مجال تسعير الخيارات فإن التقلب يعتبر أحد المدخلات الرئيسية في نماذج تسعير الخيارات. حيث يؤدي التقلب الأعلى عمومًا إلى تحقيق عوائد خيار أكبر، مما يعكس عدم اليقين الأكبر وإمكانية حدوث تحركات سعرية كبيرة. أما على مستوى قرارات الاستثمار فيساعد تقدير التقلب المستثمرين على اتخاذ قرارات مستنيرة من خلال تقديم رؤى حول تقلبات الأسعار المحتملة. كما يساعد أيضا في تحديد نقاط الدخول والخروج المناسبة للتداولات. وفي تحركات السوق فتعمل التقلبات الضمنية على وجه الخصوص كمؤشر لمعرفة تحركات واتجاهات السوق. غالبًا ما يشير ارتفاع التقلبات الضمنية إلى زيادة عدم اليقين والخوف بين المستثمرين. بحثت الأبحاث الحديثة في طرق مختلفة لتحسين كيفية تقديرنا لهذا التقلب، بهدف جعل التنبؤات أكثر دقة. ومن خلال إيجاد طرق أفضل لقياس تغيرات الأسعار، يمكن للمستثمرين اتخاذ قرارات أكثر ذكاءً بشأن شراء الأصول أو بيعها. وبشكل عام، فإن فهم التقلبات يساعد الجميع، بدءًا من المستثمرين العاديين إلى الشركات المالية الكبرى، على التنقل بين صعود وهبوط السوق بشكل أكثر فعالية.

وقد عمل الكثير من خبراء النمذجة المالية على ايجاد طرق رياضية لاستخدامها في كيفية حساب و تقدير التقلب، وكل منها تعتمد على منهجيات مختلفة وتناسب ظروفًا محددة. فيما يلي بعض الطرق الأكثر شيوعًا لتقدير التقلب في الأسواق المالية (Francq & Zakoian, 2019)، (T. G. Andersen et al., 2005)، (Stock & Watson, 2020)، (Kienitz & Wetterau, 2013)، (Wilmott, 1998)، (Shumway & Stoffer, 2017):

- التقلب التاريخي (Historical Volatility): يتم حسابه باستخدام بيانات الأسعار السابقة. الطريقة الأكثر شيوعاً هي حساب الانحراف المعياري للعوائد اللوغاريتمية على فترة زمنية محددة. هذه الطريقة تفترض أن الحركات السعرية الماضية تقدم تقديراً معقولاً للتقلب المستقبلي، على الرغم من أنها قد لا تأخذ في الاعتبار التغيرات الهيكلية أو التحولات في ظروف السوق.

  العيوب: يعتمد بشكل كامل على بيانات الأسعار السابقة، وعليه قد يفشل في التقاط التغيرات المستقبلية أو التقلبات غير المتوقعة. كما أن من ميزاته أنه لا يلتقط تجمعات التقلب التي تُلاحظ في الأسواق المالية.

- التقلب الضمني (Implied Volatility): يتم اشتقاق التقلب الضمني من أسعار الخيارات، وهو يعبر عن التقلب الذي يُستنتج من سعر الخيار بناءً على نموذج تسعير مثل نموذج بلاك-شولز. يُعتبر التقلب الضمني موجهًا للمستقبل، لأنه يعكس توقعات السوق للتقلبات المستقبلية بدلاً من الاعتماد على البيانات التاريخية. ويتغير التقلب الضمني بشكل ديناميكي استنادًا إلى مشاعر السوق والأحداث، وغالباً ما يتم ملاحظة "ابتسامة التقلب" أو "الانحراف" في أسواق الخيارات، مما يعكس الفروقات في التقلب الضمني للخيارات ذات أسعار التنفيذ المختلفة، وهو ما يشير إلى عدم واقعية فرضية التقلب الثابت في نماذج مثل بلاك-شولز.

  المزايا: يأخذ بعين الاعتبار التوقعات المستقبلية.

  العيوب: يمكن أن يكون متحيزًا لأن الأسعار في السوق تتأثر بعوامل خارجية غير مرتبطة مباشرة بتقلبات الأصل.

- نموذج المتوسط المتحرك البسيط (Simple Moving Average - SMA): ببساطة هو متوسط السعر خلال الفترة المحددة. يُسمى المتوسط المتحرك لأنه يتم رسمه على شريط الرسم البياني تلو الآخر، مما يشكل خطًا يتحرك على طول الرسم البياني مع تغير القيمة المتوسطة. غالبًا ما يتم استخدام المتوسطات المتحركة البسيطة (SMA) لتحديد اتجاه الاتجاه.

  العيوب: قد يفشل في الاستجابة للتغيرات السريعة أو الأحداث الفجائية في السوق.

ولحساب نموذج المتوسط المتحرك البسيط (SMA) يتم جمع أسعار الإغلاق لعدد معين من الفترات الزمنية وتقسيم المجموع على عدد تلك الفترات حيث تعطى صيغة حسابه كما يلي:

$$SMA = \frac{P_1 + P_2 + \cdots + P_n}{n} \quad (12)$$

حيث:

- $P_1 + P_2 + \cdots + P_n$ تمثل أسعار الإغلاق لكل فترة؛
- $n$ هو عدد الفترات الزمنية المستخدمة في الحساب.

وتكتب أيضا كما يلي:

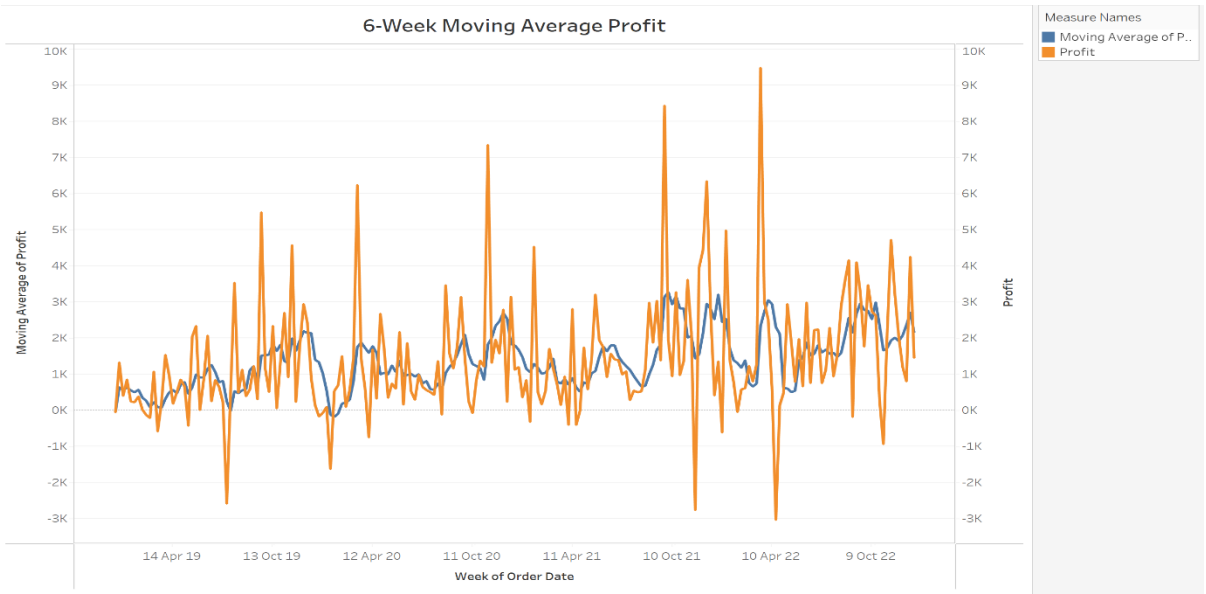
$$SMA_t = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} P_{t-i}}{n} \quad (13)$$

حيث:

- $t$ هي الفترة الزمنية الحالية؛
- $n$ هو عدد الفترات الزمنية.

والشكل التالي يوضح متوسط متحرك للربح مع مرور الوقت (باللون الأزرق) - يظهر أدناه الربح (اللون البني) مع مرور الوقت إلى جانب المتوسط المتحرك للربح على مدى 6 أسابيع:

**الشكل رقم (23):** يوضح المتوسط المتحرك البسيط للربح على مدى 6 أسابيع




**المصدر:** (*The Data School - Simple Moving Averages Explained!*, 2024)

❋ نموذج المتوسط المتحرك الأسي (Exponential Moving Average - EMA): هو مؤشر فني يستخدم في ممارسات التداول يوضح كيف يتغير سعر الأصل أو الورقة المالية خلال فترة زمنية معينة. يختلف المتوسط المتحرك الأسي (EMA) عن المتوسط المتحرك البسيط من حيث إنه يضع وزنًا أكبر على نقاط البيانات الحديثة (أي الأسعار الأخيرة والحديثة). حيث إن الهدف من جميع المتوسطات المتحركة هو تحديد الاتجاه الذي يتحرك فيه سعر الورقة المالية بناءً على الأسعار السابقة. ولذلك فإن المتوسطات المتحركة الأسية هي مؤشرات متأخرة. فهي لا تتنبأ بالأسعار المستقبلية، إنها ببساطة تسلط الضوء على الاتجاه الذي يتبعه سعر الأصل.

المزايا: يستجيب بشكل أسرع للتغيرات.

العيوب: قد يكون حساسًا جدًا للتحركات القصيرة الأجل.

وتعطى معادلة حساب المتوسط المتحرك الأسي (EMA) حسب الصيغة التالية:

$$EMA_t = \left(Price_{current} \times \frac{2}{N+1}\right) + EMA_{previous} \times \left(1 - \frac{2}{N+1}\right) \quad (14)$$

$$EMA_t = (P_t \times K) + (EMA_{t-1} \times (1 - K))$$

حيث:

- $P_t$ يمثل السعر عند الزمن t؛
- $K$ يمثل الثابت التمهيدي (The Smoothing Constant)، ويحسب كالتالي $\frac{2}{N+1}$ ، حيث $N$ هو طول الفترة الزمنية للمتوسط المتحرك الأسي قد تكون 10 أيام، 30 يوما...

**الشكل رقم (24):** يوضح الفرق بين المتوسط المتحرك الأسي (EMA) والمتوسط المتحرك البسيط (SMA)




**المصدر:** (Exponential Moving Average (EMA)، n.d.)

❋ نماذج الانحدار ذات التباين الشرطي غير المتجانس المعممة (GARCH): هي تقنية نمذجة إحصائية تستخدم للمساعدة في التنبؤ بتقلب عوائد الأصول المالية، خاصة على التقاط تجمعات التقلب. وتستخدمه المؤسسات المالية عادة لتقدير تقلب عوائد الأسهم والسندات ومؤشرات السوق. ويستخدمون المعلومات الناتجة للمساعدة في تحديد الأسعار والحكم على الأصول التي من المحتمل أن توفر عوائد أعلى، وكذلك للتنبؤ بعوائد الاستثمارات الحالية للمساعدة في تخصيص أصولهم والتحوط وإدارة المخاطر، وقرارات تحسين المحفظة. ويُعد GARCH مناسبًا لتحليل بيانات السلاسل الزمنية حيث يكون تباين مصطلح الخطأ مرتبطًا تلقائيًا بشكل تسلسلي بعد عملية المتوسط المتحرك الانحداري الذاتي. تعتمد فكرة GARCH على أن التباين الشرطي في الوقت الحالي يتأثر بقيم التباين والاضطرابات في الفترات الزمنية السابقة. بعبارة أخرى، فإن التقلب الحالي مرتبط بالتقلب السابق وبحجم الصدمات التي حدثت في الماضي. وتعطى صيغة المعادلة العامة GARCH (p,q) كما يلي (Tsay, 2014, p. 199):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (15)$$

حيث:

- $\sigma_t^2$ يمثل التباين الشرطي للعوائد في الزمن t أو التقلب المتوقع في الزمن t؛
- $\alpha_0$ ثابت موجب يمثل التباين الأساسي أو التباين غير الشرطي. ويكون موجبًا لضمان أن التباين الشرطي دائمًا غير سالب. يعبر عن مستوى التقلب عندما تكون جميع القيم الأخرى معدومة؛
- $\alpha_i$ تمثل معاملات (ARCH)، وتُظهر مدى تأثير الصدمات القديمة على التقلبات الحالية أي تأثير الصدمات السابقة أو المربعات السابقة للأخطاء $\varepsilon_{t-i}^2$ على التباين الشرطي الحالي $\sigma_t^2$.
- $\varepsilon_{t-i}^2$ مربعات الأخطاء (Squared Error Terms)، تمثل الصدمة أو المربعات السابقة للأخطاء في الزمن $t-i$ كلما كانت الصدمات قوية في الزمن $t-i$، زادت تأثيرها على التباين الشرطي الحالي $\sigma_t^2$؛
- $\beta_j$ تمثل معاملات GARCH، أي تأثير التباينات السابقة $\sigma_{t-j}^2$ على التباين الشرطي الحالي $\sigma_t^2$؛
- $\sigma_{t-j}^2$ يمثل التباينات الشرطية في الأزمنة السابقة $t-j$ مستوى التقلبات؛
- $p$ يمثل عدد التأخيرات (الفترات) في التباين الشرطي أي عدد مصطلحات (GARCH)؛
- $q$ يمثل عدد التأخيرات (الفترات) في مربعات الأخطاء أي عدد مصطلحات (ARCH).

- محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo Simulation): هي تقنية إحصائية تتنبأ بالنتائج بناءً على تقديرات الاحتمالات وقيم المدخلات المحددة الأخرى. غالبًا ما يُفترض أن قيم الإدخال هذه لها توزيع معين أو يمكن أن تأخذ مجموعة محددة من القيم (Kissell, 2020, p. 210). وتسمح محاكاة مونت كارلو لمدير المخاطر باستخدام التوزيعات التاريخية الفعلية لعوائد عوامل الخطر بدلا من الاضطرار إلى افتراض عوائد عادية. يتم تشغيل عدد كبير من عمليات المحاكاة التي يتم إنشاؤها عشوائيًا في الوقت المناسب باستخدام تقديرات التقلب والارتباط التي يختارها مدير المخاطر. ستكون كل محاكاة مختلفة، ولكن في المجمل سيتم تجميع عمليات المحاكاة مع المعلمات الإحصائية المختارة (أي التوزيعات التاريخية وتقديرات التقلب والارتباط). تعتبر هذه الطريقة أكثر واقعية (Choudhry, 2001, p. 626)، وفي سياق التمويل فإنها تستخدم لتقدير التقلبات، حيث إنها تعتبر مقياس لتشتت العائدات لمؤشر مالي أو سوق معين، كما تستخدم عادةً لنمذجة سلوك الأنظمة المعقدة مثل أسعار الأسهم حيث يصعب التنبؤ بالمتغيرات الأساسية. خصوصًا تسعير الخيارات والتنبؤ بسلوك السوق. تعتمد هذه الطريقة على محاكاة مجموعة من النتائج المحتملة للأصل المالي بناءً على مدخلات عشوائية، مما يسمح للمحللين بتقدير التقلبات المحتملة للأصل في المستقبل.

لإنشاء نموذج Monte Carlo Simulation، يجب اتباع خطوات منهجية بناءً على مدخلات عشوائية:

- تحديد النظام المراد نمذجته: في السياق المالي قد يكون تقدير قيمة أصل مالي أو تسعير أداة مشتقة؛
- تحديد المدخلات والمعلمات الأساسية التي ستؤثر على النموذج: وتشمل هذه المدخلات عادةً سعر السهم الحالي أو القيمة الأساسية للأصل. ومعدل الفائدة الذي يعكس العائد المتوقع للاستثمار الخالي من المخاطر. أو تقلب سعر الأصل. وكذا الفترة الزمنية التي ترغب في محاكاتها (يوم، شهر..)؛
- تحديد النموذج الرياضي الذي يعبر عن النظام: استخدام نموذج رياضي يعبر عن كيفية تغير المتغيرات. في التمويل يمكن استخدام الحركة البراونية الهندسية للتعبير عن أسعار الأصول؛
- توليد أرقام عشوائية: استخدام مولد أرقام عشوائية لإنشاء قيم متغيرات عشوائية من توزيع طبيعي. تمثل هذه المتغيرات العشوائية الصدمات العشوائية التي تؤثر على المتغيرات؛
- إجراء المحاكاة: القيام بتكرار الحسابات عدة مرات (آلاف أو ملايين المرات) باستخدام الأرقام العشوائية لتوليد نتائج مختلفة. كل مرة تمثل مسارًا محتملاً للسعر أو القيمة في المستقبل؛
- تحليل النتائج واتخاذ القرارات: تحليل هذه النتائج واستنادًا إلى نتائج المحاكاة يتم اتخاذ القرار، مثل التقلب: حساب الانحراف المعياري لتوزيع النتائج وهو يمثل التقلب المستقبلي.

ويوجد نماذج أخرى أكثر تعقيدا اهتمت بقياس التقلب تعرف بالنماذج المتقدمة لتقدير التقلب نذكر منها:

- تقدير Parkinson Volatility Estimator: هو أداة لقياس مدى ارتفاع وانخفاض سعر أصل ما كالأسهم ومؤشرات الأسهم وهذا بمرور الوقت. تم إنشاؤه بواسطة فيزيائي يُدعى مايكل باركنسون في عام 1980. يهدف هذا النموذج أو الرقم إلى تقدير تقلب العوائد لمسير عشوائي باستخدام الارتفاع والانخفاض في أي فترة معينة، حيث يعمل تقلب باركنسون على توسيع حساب التقلب المنتظم من خلال دمج السعر الأدنى والسعر الأعلى للأوراق المالية خلال اليوم. لذا فهو أقل حساسية للاختلافات في ساعات التداول. فلو أن زمن الإغلاق في الاتحاد الأوروبي والولايات المتحدة يفصل بينهما ما يقرب من نصف يوم تداول، فيمكنهما تقديم عوائد مختلفة تمامًا. وعليه فإن استخدام أعلى وأدنى سعر يعني فحص التداول على مدار اليوم بأكمله. ونظرًا لأن هذا الرقم لا يتعامل مع القفزات فإنه في المتوسط يقلل من تقدير التقلبات لأنه لا يأخذ في الاعتبار الارتفاعات والانخفاضات عندما لا يحدث التداول (عطلات نهاية الأسبوع، بين الإغلاق والفتح). وقد أظهرت بعض الدراسات أن هذا التقدير هو الأكثر دقة عند تطبيقه على البيانات التجريبية الحقيقية والفعلية (Bennett, 2014, p. 238). يعتبر تقدير باركنسون أكثر كفاءة بخمس مرات من تقدير (the close-to-close Volatility) لأنه سيحتاج إلى فترات زمنية أقل للتقارب مع التقلب الحقيقي، كونه يستخدم سعرين من كل فترة بدلاً من سعر واحد فقط كما هو الحال مع تقدير (the close-to-close Volatility)، وتوجد إصدارات مختلفة قليلاً من المقدر في الأدبيات، لكن تم إعطاء صيغة عامة لتقدير باركنسون على النحو التالي (Parkinson, 1980):

$$\sigma_{\text{Parkinson}} = \sqrt{\frac{1}{4\ln(2) \cdot N} \sum_{i=1}^{N} \left(\ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right)\right)^2} \qquad (16)$$

حيث:

- $H_i$ هو السعر المرتفع في فترة التداول؛
- $L_i$ هو السعر المنخفض.

يساعد تقدير باركنسون المستثمرين على فهم أخطار الاستثمار في الأصول. فإذا كانت هذه الأصول متقلبة للغاية فهذا يعني تحقيق مكاسب كبيرة أو خسائر كبيرة. ويرغب المستثمرون في معرفة ذلك لاتخاذ قرارات مستنيرة بشأن استثماراتهم من خلال فهم سلوك الأصول خلال تلك الفترة.

❋ تقدير Garman - Klass Estimator: اقترح جارمان وكلاس في عام 1980 مقدِّرًا للتقلبات يهدف إلى توسيع نطاق تقلب باركنسون ليس فقط باستخدام الارتفاعات والانخفاضات، بل أيضًا باستخدام أسعار الافتتاح والإغلاق. ومن خلال بحثهما أدرك جارمان وكلاس أن الأسواق تكون أكثر نشاطًا أثناء افتتاح وإغلاق جلسة التداول. يُعتبر هذا المقدّر جزءًا من فئة أوسع من مقدّرات التقلب المستندة إلى نطاق الأسعار، والتي تُعرف بأنها أكثر دقة من تلك التي تستخدم أسعار الإغلاق فقط. وقد افترضوا أن عملية تغير الأسعار هي حركة براونية هندسية مع انتشار مستمر وأنه لا تحدث قفزات أو تحركات فجائية (Sinclair, 2008). على عكس المقدّر التقليدي للتقلب الذي يعتمد فقط على أسعار الإغلاق، يقوم رقم جارمان-كلاس بتضمين نطاق السعر الكامل خلال فترة التداول (الافتتاح، الارتفاع، الانخفاض، الإغلاق). والمبتغى وراء هذا هو أن نطاق الأسعار اليومي (الفرق بين أعلى وأدنى سعر) يعكس تحقيق أقصى استفادة المعلومات حول التقلب مقارنةً بتغير السعر من (close-to-close)، وبالتالي فهو أكثر كفاءة بثماني مرات منه.

وتم صياغة معادلة Garman-Klass بين مقاييس مختلفة للتغير خلال يوم التداول كما يلي:

- نطاق السعر (الارتفاع-الانخفاض): الفرق بين أعلى وأدنى سعر خلال فترة التداول يعكس مدى تحرك السعر؛
- الفجوات الافتتاحية: الفرق بين سعر الافتتاح وسعر الإغلاق يُدخل عنصرًا متعلقًا بالقفزات السعرية.

وفي ضوء هذه الافتراضات، يتم تعريف مقدر (Garman & Klass, 1980) على النحو التالي :

$$\sigma_{GK} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right)\right)^2 - (2\ln 2 - 1)\left(\ln\left(\frac{C_i}{O_i}\right)\right)^2\right]} \quad (17)$$

حيث:

- $\sigma_{GK}$ تقدير التقلب (التباين)؛
- $N$ عدد الفترات الزمنية (عدد أيام التداول)؛
- $H_i$ أعلى سعر خلال الفترة $i$؛
- $L_i$ أدنى سعر خلال الفترة $i$؛
- $C_i$ سعر الإغلاق خلال الفترة $i$؛
- $O_i$ سعر الافتتاح خلال الفترة $i$.

❋ تقدير Rogers - Satchell Estimator: افترض كل من مقدرين Parkinson و Garman-Klass أن تحركات أسعار الأصول تتبع نمطًا يسمى الحركة الهندسية البراونية. وهذه طريقة تقول بأن الأسعار تتغير بطريقة عشوائية باتجاه ثابت بمرور الوقت مع انحراف صفري، أي أنه في المتوسط لا يرتفع السعر أو ينخفض بمرور الوقت، بل يتقلب فقط حول متوسط مستقر (Benčík, 2014). لكن في الحياة الواقعية، لا تتصرف الأسواق دائمًا بهذه الطريقة. فقد تتجه الأسعار بقوة في اتجاه واحد إما صعودًا أو هبوطًا. حيث إن هؤلاء المقدرين يبالغون في تقدير التقلبات. وعلى ضوء هذه الملاحظات لاحظ الباحثان "روجرز وساتشيل" هذه المشكلة. واقترحا طريقة جديدة لتقدير التقلب تسمح بالانحراف غير الصفري. وهذا يعني أن طريقتهما يمكن أن تأخذ في الاعتبار أن الأسعار قد تتجه إلى الارتفاع أو الانخفاض بمرور الوقت، بدلاً من مجرد التقلب حول متوسط مستقر. وهذا ما يجعل مقدرهما أكثر دقة في ظروف السوق الحقيقي. وعليه صاغ الباحثان مقدرًا جديدًا يسمح بالانجراف غير الصفري (Rogers & Satchell, 1991). حيث إن الميزة الرئيسية لمقدر روجرز-ساتشيل هي أنه يوفر تقديرات أفضل للتقلبات خلال الفترات التي تتجه فيها الأصول بقوة. والقيد الرئيسي لهذا المقدر هو أخذ العينات المنفصلة التي لا تسمح بأخذ القفزات الافتتاحية في السعر بعين الاعتبار. وقد تمت صياغة المقدر حسب المعادلة التالية (C. F. Lee et al., 2010, p. 1275):

$$\sigma_{RS} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\ln\frac{H_i}{C_i}\right)\left(\ln\frac{H_i}{O_i}\right) + \left(\ln\frac{L_i}{C_i}\right)\left(\ln\frac{L_i}{O_i}\right)} \qquad (18)$$

حيث :

- $\sigma_{RS}$ تقدير التقلب (التباين)؛
- $N$ عدد الفترات الزمنية (عدد أيام التداول)؛
- $H_i$ أعلى سعر خلال الفترة $i$؛
- $L_i$ أدنى سعر خلال الفترة $i$؛
- $C_i$ سعر الإغلاق خلال الفترة $i$؛
- $O_i$ سعر الإفتتاح خلال الفترة $i$.

ومن عيوب هذا المقدر كما ذكرنا أنه لا يتعامل مع القفزات الافتتاحية (الفجوات Jumps)، كما يفترض عدم وجود قفزة افتتاحية، وبالتالي فهو يقلل من التقلبات (Bennett, 2014).

❋ تقدير Yang - Zhang Estimator: تم تطويره بواسطة Zhaodong Zhang و Dennis Yang في عام 2000، وقد تولّد نموذج تقدير التقلب (Yang & Zhang, 2000) بعد التوسع في العديد من النماذج الأخرى، حيث يعتبر تمديدا لنماذج كل من (Rogers & Satchell, 1991)، ونموذج (Garman & Klass, 1980)، وهذه الأخيرة تعتبر أيضا تمديدا لنماذج تقدير تقليدية أخرى مثل تقدير (Parkinson, 1980) ونموذج مقدر التقلب غير المتحيز(Vinţe et al., 2021). هذا ما جعل تقدير Yang-Zhang مقياسًا أكثر دقة للتقلبات مقارنة بالمقدرين الآخرين، حيث يسمح نموذج تقدير التقلبات Yang - Zhang بفتح القفزات والانجرافات. ويعالج النموذج ويقيس تحركات الأسعار خلال اليوم مثل القفزات الشديدة والتقلبات العالية والتي توجد عادة في سوق الأسهم. علاوة على ذلك فإنه يجمع بين مزايا استخدام مدى الأسعار وبين عوائد الفتح والإغلاق. ويتبع تقدير النموذج ثلاث خطوات؛ أولاً: يقوم بتقدير مجموع التقلبات (Open-To-Close) أي التقلبات الليلية؛ ثانياً: يقوم بتقييم التقلبات بين الفتح والإغلاق؛ وثالثًا: يقوم بحساب المتوسط المرجح لنموذج التقلب Rogers - Satchell. وتعطى معادلة النموذج كما يلي (Ang, 2021, p. 133):

$$\sigma_{Yang-Zhang} = \sqrt{\sigma_O^2 + k\sigma_C^2 + (1-k)\sigma_{RS}^2} \tag{19}$$

حيث:

$$\sigma_O^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left( ln\left(\frac{O_i}{C_{i-1}}\right) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} ln\left(\frac{O_i}{C_{i-1}}\right) \right)^2 \tag{20}$$

و

$$\sigma_C^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left( ln\left(\frac{C_i}{O_i}\right) - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} ln\left(\frac{C_i}{O_i}\right) \right)^2 \tag{21}$$

وتشير الأبحاث التجريبية التي أجراها (Yang & Zhang, 2000) إلى أن أفضل قيمة $k$ تُعطى على النحو (Souto & Moradi, 2024, p. 02):

$$k = \frac{0.34}{1.34 + \frac{N+1}{N-1}} \tag{22}$$

### 3.1.2.1 مؤشر التقلب The VIX

في عالم الاستثمار، يُعَد التقلب مقياسًا لمدى التغير في أسعار الأسهم أو مؤشرات القطاعات أو السوق ككل، وهو يعكس حجم المخاطر المرتبطة بقطاع معين أو بالسوق بشكل عام. كما يُعتبر مؤشراً على المخاطر ومستوى الخوف. و لمقارنة التقلبات المحتملة عبر مختلف قطاعات الأوراق المالية والأسواق يتم استخدام مقياس موحد للتقلب. وتعد المؤشرات احدى تلك المقاييس أو الأدوات التي تستخدم لقياس توقعات السوق. و سنتطرق في هذا الفرع إلى تعريف المؤشرات وأنواعها ثم إلى مفهوم مؤشر The VIX.

- المؤشر أنموذجاً لحركة السوق: يمكن تعريف المؤشر بأنه أداة تحليلية تُستخدم لرصد وتحليل حركة السوق المالي، حيث يساعد في تقديم صورة واضحة عن أداء السوق أو قطاع معين. يُستخدم المؤشر أيضاً لقياس التغيرات في أسعار الأصول المالية، وبالتالي يساهم في تحديد الاتجاهات المستقبلية ومحاولة التنبؤ بها. يتم ذلك من خلال دمج مجموعة متنوعة من المؤشرات الفنية والإحصائية التي توفر بيانات دقيقة حول تقلبات الأسعار واتجاهات العرض والطلب. وعرفته جمعية صناعة المؤشرات بأنه "رقم يتم حسابه بالرجوع إلى مجموعة نظرية من الأصول، أو مؤشرات السوق ،أو الأوراق المالية ،أو المشتقات التي يرتبط مستواها المطلق أو فرقها الدوري بأداء المجموعة النظرية خلال تلك الفترة" (The Index Industry Association (IIA), n.d). ويستخدم الاقتصاديون مؤشرات السوق المالي كأداة لتحليل الحالة الاقتصادية للدولة، حيث يمثل مؤشر السوق مقياساً شاملاً يقدم نظرة عامة عن تطور السوق المالي، إذ يُعبر بدقة عن جميع مكونات السوق. كما يعكس المؤشر الاتجاه العام لتحركات أسعار الأوراق المالية، مما يتيح تتبع التغيرات في السوق وتحديد الأنماط الاقتصادية. ويتم إنشاء المؤشر عن طريق تحديد قيمته السعرية عند نقطة البداية والتي تعتبر القيمة الأصلية، ثم تتم مقارنتها مع قيم أخرى له في نقاط زمنية في المستقبل، بمعنى أن المؤشر كرقم قياسي يعبر عن معدل أو نسبة معينة مشتقة من متوسطات مجمعة لعدد من الأوراق المالية المختلفة. يتم تحديد "سنة الأساس" في هذه السلسلة الزمنية كفترة مرجعية، تُحسب منها القيمة الأصلية للرقم القياسي. هذه القيمة تُستخدم كنقطة مقارنة لتقدير التغيرات المستقبلية في السوق. بناءً على هذه السلسلة من الأرقام القياسية، يمكن تتبع تحركات السوق بمرور الوقت والتنبؤ باتجاهاته المستقبلية. هذا النهج يوفر فهماً أكثر عمقاً للاتجاهات الاقتصادية ويعزز القدرة على التحليل الدقيق للسوق المالي (حليمة وآخرون, 2022).

وقد تباينت التعاريف التي تناولت المؤشرات حسب كيفية استخدامها والتعامل معها (ريحانة، 2023):

- المؤشر كأداة لقياس الأداء: المؤشر هو أداة تُعطي نتيجة رقمية تعكس تطور الأسعار والكميات عبر الزمن لتقييم أداء سوق الأوراق المالية أو قطاع اقتصادي معين، مع إمكانية المقارنة مع مؤشرات أخرى في نفس السوق أو أسواق مختلفة.
- المؤشرات كمقياس لسلوك السوق: تُستخدم المؤشرات لتحليل سلوك السوق بدقة، فهي وسيلة لقياس التغيرات في الأسعار ومحاولة التنبؤ بها استنادًا إلى البيانات المتاحة.
- المؤشر كقيمة رقمية: المؤشر هو قيمة عددية تُظهر التغيرات في السوق، حيث يتم تحديد قيمته عند البداية، ثم مقارنة حركته في أي وقت لاحق لمعرفة اتجاه السوق سواء بالصعود أو الهبوط.
- دور المؤشرات الاقتصادية: المؤشرات الاقتصادية هي أدوات يعتمد عليها الاقتصاديون لفهم الحالة الاقتصادية للدولة وتحليل الأسواق المالية بسرعة من خلال تقديم متوسطات وأرقام قياسية توضح حالة السوق.
- استخدام الأرقام القياسية: المؤشر يعتمد على متوسطات الأوراق المالية ليتيح مقارنة صالحة عبر الزمن. يبدأ بحساب الأرقام القياسية استنادًا إلى فترة مرجعية تُعرف بسنة الأساس ثم يستخدم لتقييم الفترات اللاحقة.
- المؤشر كأداة للتحليل المالي: المؤشر يُستخدم لتحديد توجهات السوق المالية بدقة من خلال قياس التغيرات السعرية ومحاولة التنبؤ بها. يعكس المؤشر أداء الأسهم والسندات ويُعتبر معدلًا موزونًا للأداء المالي في السوق.
- مؤشر السوق كمقياس للأداء العام: المؤشر هو أداة تقنية تُعطي نتيجة رقمية تعكس تطور الأسعار والكميات على مدى الزمن، لتقييم أداء الأسواق أو المحافظ المالية، مع إمكانية مقارنة أدائها مع أسواق أخرى.
- تحليل السوق القطاعي والإقليمي: يستخدم المؤشر لتقييم حالة السوق بشكل عام أو ضمن قطاع محدد، أو في منطقة جغرافية معينة أو مجموعة من الدول.
- قياس تحركات السوق: المؤشر يقيس تحركات أسعار الأوراق المالية سواء بالصعود أو الهبوط، ويُعتبر مرجعًا مهمًا للمستثمرين في اتخاذ القرارات الاستثمارية بناءً على هذه التحركات.
- مؤشرات الأسهم القطاعية: مؤشر سوق الأوراق المالية يقيس مستوى الأسعار بناءً على عينة من الأسهم، مع مؤشرات عامة للسوق أو قطاعية لتحليل حالة صناعات أو أسواق معينة.

فيما يلي أهم أنواع المؤشرات المالية (Mishkin & Eakins, 2023)، (R. A. Ferri, 2007)، (Bogle, 2017)، (R. Ferri, 2010)، (Novotný & Jaklová, 2021)، (Andreu Corbatón, 2009):

❖ مؤشرات أسواق الأسهم: تقيس أداء مجموعة محددة من الأسهم المدرجة في سوق أو بورصة معينة. تُستخدم كمقياس رئيسي لأداء سوق الأسهم أو جزء منه. ومن أمثلة هذه المؤشرات:

- مؤشر S&P 500: يقيس أداء 500 شركة كبيرة مدرجة في البورصات الأمريكية، ويُعتبر مؤشرًا على صحة السوق الأمريكي ككل.

- مؤشر داو جونز الصناعي (DJIA): يتتبع أداء 30 من أكبر الشركات الأمريكية وأكثرها شهرة.

- مؤشر ناسداك المركب: يضم أكثر من 3000 سهم مدرج في بورصة ناسداك، مع تركيز على شركات التكنولوجيا.

- مؤشر FTSE 100: يتتبع أداء أكبر 100 شركة مدرجة في بورصة لندن.

❖ مؤشرات أسواق السندات: تقيس أداء مجموعة معينة من السندات، مثل السندات الحكومية أو سندات الشركات.

- مؤشر Bloomberg Barclays لسندات الولايات المتحدة الشاملة**: يتتبع أداء السندات ذات التصنيف الاستثماري في السوق الأمريكية.

- مؤشر iBoxx لسندات الشركات ذات العائد المرتفع: يراقب أداء السندات التي تصدرها الشركات ذات الجدارة الائتمانية المنخفضة، ولكن بعائدات مرتفعة.

- مؤشر JPMorgan EMBI: يقيس أداء السندات الصادرة عن الأسواق الناشئة.

❖ مؤشرات السلع: تقيس أداء السلع مثل النفط، الذهب، المنتجات الزراعية، والمعادن.

- مؤشر S&P GSCI: يشمل مجموعة واسعة من السلع من مختلف القطاعات مثل الطاقة والمعادن والزراعة.

- مؤشر Bloomberg للسلع (BCOM): يغطي سلعًا متنوعة مثل الطاقة، المعادن، والمنتجات الزراعية.

❖ مؤشرات العقارات: تقيس أداء الاستثمارات العقارية مثل صناديق الاستثمار العقارية (REITs) أو أسعار المنازل.

- مؤشر FTSE NAREIT لجميع صناديق الاستثمار العقارية: يتتبع أداء صناديق الاستثمار العقاري المتداولة في الأسواق المالية.

- مؤشر S&P/Case-Shiller لأسعار المنازل: يقيس حركة أسعار العقارات السكنية في الولايات المتحدة.

❖ مؤشرات العملات: تقيس أداء عملة معينة مقابل سلة من العملات الأخرى.

- مؤشر الدولار الأمريكي (DXY): يقيس أداء الدولار الأمريكي مقابل ست عملات رئيسية مثل اليورو، الين، والجنيه الإسترليني.

- مؤشر اليورو: يتتبع أداء اليورو مقابل مجموعة من العملات العالمية.

❖ مؤشرات التقلبات: تقيس التوقعات المتعلقة بتقلبات السوق، وتستخدم كمؤشر على مدى تقلب أو استقرار السوق.

- مؤشر التقلبات CBOE (VIX): يعرف بمؤشر "الخوف"، يقيس التقلبات الضمنية للأسهم المدرجة في مؤشر S&P 500 من خلال أسعار خياراتها.

- مؤشر VSTOXX: يقيس تقلبات السوق الأوروبية من خلال مؤشر Euro Stoxx 50.

❖ مؤشرات القطاعات: تركز على أداء قطاع معين من السوق مثل التكنولوجيا، الطاقة، أو الخدمات المالية.

- مؤشر S&P 500 للقطاع المالي: يتتبع أداء الشركات المالية المدرجة في مؤشر S&P 500.

- مؤشر MSCI العالمي للطاقة: يقيس أداء الشركات العاملة في قطاع الطاقة على مستوى العالم.

❖ المؤشرات المخصصة أو الموضوعية: تركز على مواضيع أو استراتيجيات استثمار محددة مثل التكنولوجيا، الاستدامة البيئية، أو الابتكار.

- مؤشر MSCI للقادة في الاستدامة البيئية والاجتماعية وحوكمة الشركات (ESG): يركز على الشركات التي تمتاز بنشاطها القوي في مجالات البيئة، المجتمع والحكومة ويعتمد على 1500 مؤشر.

- مؤشر الابتكار ARK: يتتبع الشركات التي تركز على الابتكار في القطاعات التكنولوجية والبحثية.

هذه المؤشرات تلعب دورًا حيويًا في تقديم رؤى حول الاتجاهات السوقية، وتستخدم من قبل المستثمرين لتقييم صحة الأسواق واتخاذ قرارات استثمارية مستنيرة. كما تعد مؤشرات سوق الأوراق المالية أداة مهمة للمستثمرين لتقييم أداء محافظهم، حيث تتيح مقارنة العائد السوقي مع عائد المحفظة بسهولة. كما تساعد في تقييم أداء المديرين المحترفين من خلال تحليل قدرتهم على تحقيق عوائد أعلى من السوق. بالإضافة إلى ذلك، تُستخدم المؤشرات للتنبؤ بحركة السوق وتقدير المخاطر النظامية للمحفظة. كما تتيح للمستثمرين مقارنة أداء الأسواق المحلية والدولية، مما يعزز اتخاذ قرارات استثمارية مدروسة ويشجع على زيادة الاستثمارات الأجنبية (ريحانة، 2023).

♣ مؤشر التقلب The VIX لقياس معنويات السوق

VIX هو مؤشر مثل أي من المؤشرات الأخرى كمؤشر داو جونز الصناعي (DIA) مثلا، يُطلق عليه (مقياس الخوف) ويُعد أول مؤشر مرجعي قدمته CBOE لقياس توقعات السوق المضاربة بشأن التقلبات المستقبلية، حيث يعتبر من بنات فكر البروفيسور Robert E. Whaley من جامعة Duke University الذي كشفه خلال عرض تقديمي إلى مجلس بورصة شيكاغو (CBOE) (Warner, 2009). وأيضا من خلال ورقته البحثية المعنونة بـ "Derivatives on Market Volatility: Hedging Tools Long Overdue" والتي نشرها أيضا في مجلة "Journal of Derivatives" (Whaley, 1993). حيث إن هذه الورقة وضعت الأساس للمؤشر الذي كان يستخدم 8 عقود خيار. وقد كانت خيارات أوكس (OEX Options) في ذلك الوقت هي سلسلة خيارات المؤشر الأكثر تداولا وكانت تعكس أداء سوق الأسهم في الولايات المتحدة. في حين كان مؤشر التقلب OEX هذا يعتمد على عدد محدود من الخيارات وكان منفصلاً قليلاً عن سوق الأسهم الإجمالية بسبب التركيز الضيق لمؤشر S&P 100 مقابل مؤشر S&P 500. وفي عام 2003، ظهرت منهجية جديدة لحساب مؤشر التقلبات VIX تم تطويرها من خلال العمل الذي قامت به بورصة CBOE و Goldman Sachs. وعلى الرغم من تغيير الحساب إلا أن الجانب الأكثر أهمية لهذا التغيير بالنسبة للأفراد هو تغير تداول الخيارات من خيارات OEX إلى تداول الخيارات على مؤشر S&P 500. في حين أنه كان هناك تغير لا يقل أهمية عن الأول وهو زيادة عدد الخيارات المستخدمة في حساب المؤشر. حيث من خلال عدد أكبر من أسعار عقود الخيارات التي تغذي حساب مؤشر التقلبات (VIX)، فإنه يتم تحقيق مستوى تقلب ضمني حقيقي لمدة 30 يومًا يتم توقعه على S&P 500 من قبل سوق الخيارات (Rhoads, 2011b, pp. 15–16).

حين تم تقديم VIX في عام 1993 كان لوجود غرضين أساسيين. أولاً: توفير معيار لتقلبات السوق المتوقعة على المدى القصير، وهذا لتسهيل إجراء مقارنات بين مستوى VIX الحالي مع المستويات التاريخية، حيث تم حساب القيم دقيقة بدقيقة باستخدام أسعار خيارات المؤشر التي يعود تاريخها إلى بداية يناير 1986. وكان هذا مهمًا بشكل خاص منذ توثيق مستوى عدم استقرار السوق أثناء أسوأ انهيار لسوق الأوراق المالية منذ الكساد الأعظم (انهيار أكتوبر 1987)، حيث استطاع VIX أن يوفر معلومات مرجعية مفيدة في تقييم درجة اضطراب السوق التي شهدتها بعد ذلك. ثانياً: كان الغرض من VIX هو توفير مؤشر يمكن من خلاله كتابة العقود الآجلة وعقود الخيارات المتعلقة بالتقلبات. حيث تم الاعتراف بالفوائد الاجتماعية لتقلبات التداول منذ فترة طويلة، لتقوم بورصة شيكاغو للخيارات (CBOE) بإطلاق تداول العقود الآجلة VIX في مايو 2004 وعقود الخيارات VIX في فبراير 2006 (Whaley, 2009, p. 1).

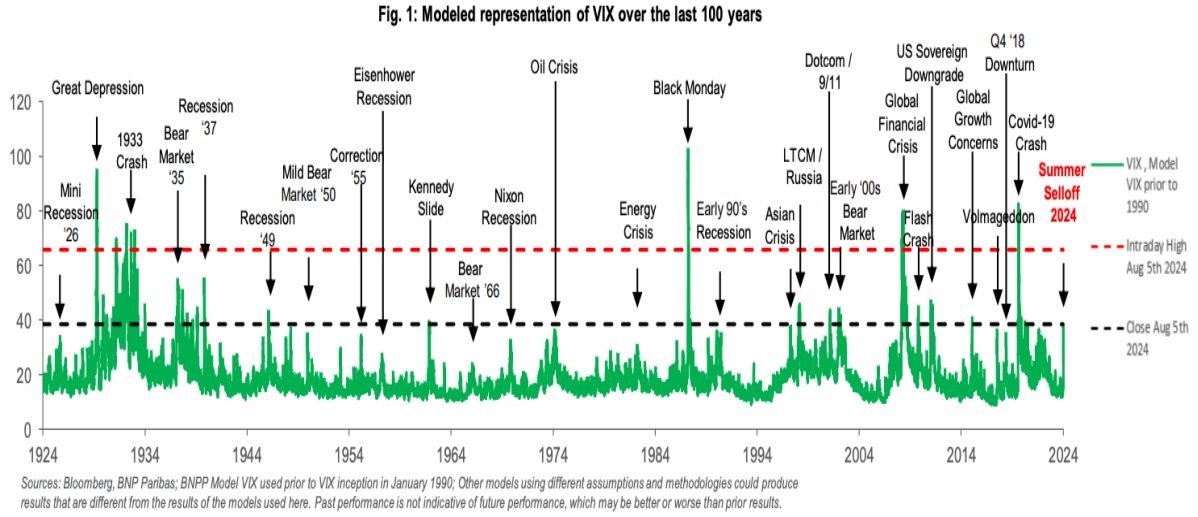
في محاولة أخرى لفهم مؤشر التقلبات، فإنه من المهم التأكيد أولا على أنه مؤشر يتطلع إلى المستقبل، ويقيس التقلبات التي يتوقع المستثمرون رؤيتها. أي أنه ليس مؤشراً يتطلع إلى الماضي ويقيس التقلبات التي تم إدراكها مؤخراً كما يقترح بعض المهتمين بالشؤون المالية والبورصات في بعض الأحيان. أما من الناحية النظرية فإن مؤشر التقلبات يشبه العائد على السندات حتى تاريخ الاستحقاق. والعائد على تاريخ الاستحقاق هو سعر الخصم الذي يتم خصمه من العائد على السندات حتى تاريخ الاستحقاق. حيث يُقاس عائد السند بسعره الحالي. ويمثل العائد المتوقع للسند على مدى عمره الافتراضي. وعلى نفس الطريقة، يُقاس مؤشر التقلبات VIX بأسعار مؤشر S&P 500 (SPX) الحالية. ويمثل التقلبات المتوقعة في السوق على مدى الثلاثين (30) يومًا التقويمية القادمة.

لمدة عشر سنوات تقريبًا، كان مؤشر VIX بمثابة أداة قياس فعلية للتقلبات. حيث استند VIX الأصلي في حساباته إلى المتوسط المرجح للتقلبات الضمنية لثمانية (08) مكالمات قريبة من المال ووضع خيارات في OEX. لماذا فقط ثمانية (08)؟ كما أقر بذلك البروفيسور Whaley:

"من بين سلسلة الخيارات المتاحة في ذلك الوقت، كانت الخيارات المتكافئة At-The-Money Options (ATM) هي الأكثر تداولا إلى حد بعيد. أما الخيارات التي كانت أسعارها بعيدة عن مستوى مؤشر الأسهم الحالي فكانت أقل تداولا، وكثيرا ما كانت لها أسعار قديمة وفروق أسعار العرض والطلب واسعة نسبيا. إن تضمين مثل هذه الاقتباسات في الحساب الفعلي لمؤشر VIX من شأنه أن يقلل من صلاحيته ودقته".

الشكل التالي يوضح تطور مؤشر التقلب ما بين 1924-2024.

**الشكل رقم (25):** تمثيل نموذجي لمؤشر التقلبات (VIX) على مدار 100 عام الماضية




**المصدر:** (George & Louis, 2024)

♣ بنية وتاريخ مؤشر التقلب VIX

في ورقة بحثية نشرها Robert E. Whaley سنة 2000 بعنوان "The Investor Fear Gauge" شرح فيها كيف تطور مؤشر التقلب VIX وعلاقته بالتقلبات الضمنية. حيث إنه في أدبيات ومصطلحات صناعة الأوراق المالية مؤشر VIX هو مؤشر للتقلب الضمني. ويتشابه في هذا المفهوم إلى حد كبير لعائد السند حتى تاريخ الاستحقاق (Bond's Yield To Maturity). ولحساب عائد السند حتى تاريخ الاستحقاق (YTM) نبحث حسابياً عن معدل الخصم الذي يعادل القيمة الحالية للمدفوعات المستقبلية الموعودة من قسيمة السند وسداد أصل الدين مع سعره الحالي. ما يسمح بإجراء هذا الحساب هو أن نموذج تقييم السند يتضمن عددًا من المتغيرات أو المعلمات، ولكن يوجد متغير واحد فقط غير معروف وهو العائد حتى الاستحقاق (YTM). في حين أن مقدار وتوقيت مدفوعات القسيمة وسداد أصل الدين معروفان. وبالتالي فإن مساواة السعر السوقي للسند بقيمته في النموذج وحل المعادلة للعائد يعني أن العائد المحسوب حتى الاستحقاق (YTM) هو العائد الضمني (المُستنتَج من سعر السند). ويُعد هذا العائد الضمني أفضل تقدير وتقييم للسوق لمعدل العائد المتوقع خلال الفترة المتبقية من حياة السند.

وكما هو الحال في السندات، يمتلك خيار مؤشر الأسهم أيضًا نموذج تقييم. حيث إن نموذج تقييم خيار مؤشر الأسهم يتضمن عدداً من المعلمات، جميعها معروفة أو يمكن تقديرها بدقة عالية باستثناء واحدة وهي التقلب المتوقع للمؤشر. ومن خلال معادلة السعر السوقي لخيار المؤشر مع قيمته النموذجية وحل معادلة التقلب فإنه يمكننا تحديد التقلب الضمني (المُستنتَج من سعر الخيار). هذا التقلب الضمني هو أفضل تقدير للسوق للتقلب المتوقع للمؤشر الأساسي خلال الفترة المتبقية من حياة الخيار. ونظرًا لأن مؤشر VIX يعتمد على أسعار خيارات مؤشر S&P 100 (أو باستخدام رمزها "OEX")، فإن مؤشر VIX يمثل وجهة نظر السوق حول التقلبات المتوقعة لمؤشر S&P 100.

للتوضيح بشكل أدق، عند عرض مؤشر VIX أول مرة كان الحساب يتم على أساس دقيقة بدقيقة من التقلبات الضمنية لـ (08) ثماني سلاسل خيارات OEX (مؤشر S&P 100) الأقرب إلى سعر التنفيذ (Near-The-Money) والأقرب إلى تاريخ الاستحقاق (Nearby) وتاريخ الاستحقاق الثاني الأقرب (Second Nearby). يتم بعد ذلك ترجيح هذه التقلبات الضمنية بطريقة تجعل مؤشر VIX يمثل التقلب الضمني لخيار OEX مدته 30 يومًا تقويميًا (22 يوم تداول) عند سعر التنفيذ (Whaley, 2000, pp. 1–2).

يتم شرح عملية حساب وتحديد مستوى مؤشر VIX بمزيد من التفاصيل في الفرع التالي.

♣ حساب مؤشر التقلب VIX

يتم حساب VIX على أساس الوقت الحقيقي طوال كل يوم تداول. والفرق الوحيد بينه و بين المؤشرات الأخرى هو أنه يقيس التقلبات وليس السعر. يعتمد هذا المؤشر على التقلبات الضمنية لخيارات مؤشر S&P 500 (SPX)، ويمثل توقعات السوق للتقلبات خلال (30) الثلاثين يومًا القادمة لمؤشر S&P 500 الذي يعد المؤشر الرئيسي في الولايات المتحدة. يتم حساب قيم مؤشر VIX باستخدام خيارات SPX القياسية التي تنتهي في ثالث جمعة من كل شهر، بالإضافة إلى خيارات SPX الأسبوعية التي تنتهي في جميع أيام الجمعة الأخرى. يجب أن يكون للخيار تاريخ انقضاء ما بين 23 و37 يومًا لكي يتم اعتباره بمؤشر VIX. ويعكس هذا المؤشر التوقعات المستقبلية للتقلبات من خلال جمع الأسعار المرجحة لعقود البيع والشراء الخاصة بـ SPX عبر مجموعة واسعة من الأسعار. وتعطى الصيغة العامة لحساب مؤشر VIX كما يلي:

$$\sigma^2 = \frac{2}{T}\sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T}\left(\frac{F}{K_0} - 1\right)^2 \qquad (23)$$

مع العلم أن: $\sigma = \frac{VIX}{100} \Rightarrow VIX = \sigma \times 100$

يصبح لدينا:

$$VIX = 100 \times \sqrt{\frac{2}{T}\sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T}\left(\frac{F}{K_0} - 1\right)^2} \qquad (24)$$

حيث:

- $T$ الزمن المتبقي حتى تاريخ انتهاء صلاحية الخيارات (معبراً عنه بالسنوات)؛
- $K_i$ سعر التنفيذ للخيار رقم $i$؛
- $\Delta K_i$ الفاصل بين أسعار التنفيذ، حيث $\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$؛
- $Q(K_i)$ متوسط سعر العرض والطلب للخيار بسعر التنفيذ $K_i$؛
- $R$ معدل الفائدة الخالي من المخاطر (عادةً باستخدام معدلات سندات الخزانة)؛
- $F$ السعر الآجل لمؤشر S&P 500؛
- $K_0$ أول سعر تنفيذ أقل من السعر الآجل $F$؛
- $e^{RT}$ العامل الأسي لتعديل القيمة الزمنية للنقود.

هذه الصيغة حسب ما هو متداول في موقع بورصة Cboe (انظر (Cboe, 2024).

كما رأينا سابقا فإن مؤشر VIX يقيس التقلبات المتوقعة لمؤشر S&P 500 على مدار 30 يومًا. تستند عملية الحساب إلى أسعار السوق لخيارات SPX وخيارات SPXW بالإضافة إلى معدلات العائد على سندات الخزانة الأمريكية. ويمكن الحصول على قيمة مؤشر VIX باتباع الخطوات الأربع التالية (CBOE, 2022):

1) تحديد العقود القريبة والتالية (Select the Near- and Next-Term)

تبدأ العملية باختيار العقود القريبة (Near-Term) والعقود التالية (Next-Term) لمؤشر S&P 500التي تنتهي صلاحيتها خلال فترة 30 يومًا، وهي الفترة الزمنية التي يعتمد عليها المؤشر لتقدير التقلبات المستقبلية. وتشمل هذه العقود عقود الخيارات المسوّاة في الصباح (AM-settled SPX) والعقود المسوّاة في المساء (PM-settled SPXW) التي تنتهي في نهاية الأسبوع. يتم استبعاد العقود التي تنتهي في نفس التاريخ لتجنب التداخل بين التسويات المختلفة. يستخدم حساب VIX مدة ثابتة تبلغ 30 يومًا، ولذلك يتم اختيار العقود وفقًا لطريقة الأقواس (Bracket Method)، وهي تقنية رياضية محددة في وثيقة منهجية Cboe، والتي تضمن اختيار العقود المناسبة لتغطية هذه المدة. وعليه يتم تقدير التقلبات المتوقعة للسوق بناءً على أسعار هذه الخيارات مع ضمان أن تكون الفترة الزمنية المحددة دائمًا ثابتة ومستقرة عند 30 يومًا.

2) حساب أسعار الفائدة (Calculate The Interest Rates)

تُستخدم أسعار الفائدة الخالية من المخاطر (The Risk-Free Interest Rates) (R1 و R2) المستمدة من معدلات العائد على سندات الخزانة الأمريكية المعروفة عادةً باسم "معدلات سندات الخزانة ذات الاستحقاق الثابت" (U.S. Treasury Yield Curve Rates Or CMTs). حيث يتم تطبيق منحنى تكعيبي (Cubic Spline) مقيّد لتقدير العائدات بناءً على تواريخ انتهاء صلاحية خيارات SPX. هذا المنحنى يُمكّن من تقديم تقديرات دقيقة للعائدات على الخيارات في تواريخ استحقاق مختلفة بدلاً من الاعتماد على معدلات فائدة ثابتة. تختلف هذه الأسعار بناءً على المدة الزمنية للخيارات، حيث تُستخدم أسعار فائدة مختلفة للخيارات القريبة المدى مقارنة بالخيارات البعيدة المدى. منهجية الاستيفاء التكعيبي المقيّد تُعد أداة رياضية تُستخدم لضمان حساب دقيق لهذه الأسعار عبر فترة الخيارات المختلفة. هذه الطريقة تتيح التكيف مع اختلاف تواريخ الاستحقاق وضمان دقة أكبر في حساب مؤشر VIX الذي يقيس تقلبات السوق.

3) حساب التباينات القريبة و اللاحقة (Calculate the Near- and Next-Term Variances)

نقوم في هذه المرحلة بعملية حساب التباينات $\sigma^2$ (Variances) لفترتين زمنيتين مختلفتين، وهما الفترة القريبة والفترة اللاحقة، باستخدام بيانات من سوق الخيارات (Options Market). هذه البيانات تشمل سعر العرض (Bid) وسعر الطلب (Ask)، حيث يمثل العرض أعلى سعر يرغب المتداول في دفعه لشراء الخيار، والطلب يمثل أقل سعر يرغب البائع في قبوله. لحساب السعر العادل للخيار يتم استخدام متوسط بين العرض والطلب. بالإضافة إلى ذلك، يتم استخدام أسعار الفائدة الخالية من المخاطر، مثل سعر الفائدة على سندات الخزانة، لأنها تؤثر على القيمة الزمنية للأموال وتدخل في حسابات الخيارات.

4) حساب مؤشر VIX (Calculate the VIX Index)

لحساب مؤشر VIX الذي يعكس توقعات السوق للتقلبات المستقبلية على مدى الثلاثين يومًا القادمة، يتم استخدام صيغة رياضية تعتمد على عدد من المتغيرات المستمدة من خيارات البيع والشراء المرتبطة بمؤشر S&P 500. تبدأ عملية الحساب بتحديد تواريخ انتهاء الصلاحية الأقرب (عادةً بين 23 إلى 37 يومًا) والتي تليها مباشرة. يتم اختيار هذين التاريخين لتحسين دقة التوقعات. بعد ذلك يتم حساب التباين $\sigma^2$ لكل مدة من خلال استخدام أسعار التنفيذ لخيارات البيع والشراء وأسعار هذه الخيارات نفسها، بالإضافة إلى الأوقات المتبقية حتى انتهاء الصلاحية. التباين هنا يقيس مدى تشتت الأسعار المتوقع خلال هذه الفترة الزمنية. لحساب المؤشر بدقة يتم استخدام مفهوم الاستحقاق الثابت لمدة 30 يومًا، حيث يُعتمد على التدخل الخطي لحساب تباين موحد لهذه المدة. التدخل الخطي هو تقنية رياضية تُستخدم للتوسط بين الفترتين الزمنيتين المتاحتين (تاريخي انتهاء الصلاحية الأقرب والمستقبلي) لتقدير التباين المتوقع لفترة 30 يومًا. بعد حساب التباين، يتم أخذ الجذر التربيعي له وضرب النتيجة في 100 لتحويله إلى نسبة مئوية. هذا يعطينا النتيجة النهائية التي تمثل مؤشر VIX. الهدف من استخدام الاستحقاق الثابت هو تجنب التغيرات الكبيرة التي قد تحدث بسبب الفترات الزمنية المتغيرة لانتهاء صلاحية الخيارات، وبالتالي توحيد الحساب لتوقعات ثابتة لمدة 30 يومًا. يساعد هذا على توفير مقياس دقيق لتوقعات التقلبات المستقبلية، مما يتيح للمستثمرين فهم كيفية تغير توقعات السوق بمرور الوقت بدون أن تتأثر هذه التوقعات بتغيرات الفترات الزمنية المتاحة.

### 2.2.1 من التقلب التاريخي إلى التقلب العشوائي From Historical Volatility To Stochastic Volatility

يشير التقلب إلى درجة التباين في سعر أي أصل مالي أو مؤشر سوقي بمرور الوقت. وغالبًا ما يرتبط بمستوى المخاطرة أو عدم اليقين في حركة الأسعار. هناك عدة أنواع من التقلب ولكل منها استخدامات وتفسيرات مختلفة في التمويل. وسنتطرق في هذا المطلب إلى أنواع التقلبات الرئيسية الموجودة في السوق. لكن قبله سنتطرق إلى خصائص التقلب للإلمام بجميع جوانبه ثم التطرق إلى اليونانيات لما لها من تأثير على قياس المخاطرة و بالتالي على التقلب، و نتعرض في الأخير إلى الأنواع الرئيسية له.

#### 1.2.2.1 خصائص التقلب Volatility Properties

إن فهم خصائص التقلبات أمر بالغ الأهمية بالنسبة للمستثمرين والمتداولين على حد سواء. فهو لا يساعد فقط في تقييم المخاطر واتخاذ قرارات استثمارية مستنيرة، ولكنه يلعب أيضًا دورًا حيويًا في تسعير الخيارات وتحليل معنويات السوق. من خلال فهم الفروق الدقيقة في التقلبات يمكن للمشاركين في السوق التنقل بشكل أفضل بين تعقيدات الأسواق المالية ومواءمة استراتيجياتهم مع أهدافهم الاستثمارية وتحمل المخاطر. إن حقيقة أن جميع المشاركين في السوق يتأثرون بطريقة مباشرة أو غير مباشرة بمستويات التقلب وحركته، يجعل منه المعلمة الأكثر أهمية، مما يستلزم اخضاعه الى المراقبة والسيطرة عليه، وهذا بسبب استخدامه كأداة للمعلومات للتحكم في السوق. وعليه يمكن جمع خصائص التقلب كما يلي:

- **عنقدة التقلب أو تكتل التقلب Volatility Clustering**

لقد كان هناك تقليد شائع بين خبراء الاقتصاد منذ فترة طويلة، والذي يرى أن الأسعار في أسواق المضاربة مثل أسواق الحبوب والأوراق المالية، تسلك سلوكاً يشبه إلى حد كبير السير العشوائي. حيث تعتمد هذه النظرية والتي عُرفت بنظرية المشي العشوائي على افتراضين: الأول أن تغيرات الأسعار هي متغيرات عشوائية مستقلة أي أنه لا يمكن التنبؤ بالأسعار المستقبلية بناءً على الأسعار السابقة، والثاني أن هذه التغيرات تتوافق مع بعض التوزيعات الاحتمالية، أي أن التقلبات السعرية تخضع لقواعد رياضية أو توزيعات معينة حتى وإن بدت عشوائية (Fama, 1963, p. 420). وقد كان شائعا في الأدبيات المالية أن تغيّرات الأسعار في الأسواق المضاربية (مثل أسواق الأسهم أو السلع) تتبع التوزيع الطبيعي (Gaussian distribution). حيث يتم استخدام التوزيع الطبيعي بشكل دارج لأنه يفترض أن التغيرات الصغيرة في الأسعار شائعة، بينما التغيرات الكبيرة (مثل الانهيارات أو الارتفاعات الكبيرة) نادرة جدًا. لكن هذه الافتراضات لا تتناسب مع الواقع أي في الأسواق الحقيقة.

وهنا جادل (Mandelbrot, 1963) هذه الافتراضات حيث خلص في ورقته العلمية التي نشرها و المعنونة بـ"The Variation of Certain Speculative Prices" أن هذه الافتراضات لا تتناسب مع البيانات المالية في الواقع. فقد أظهر أن التغيرات السعرية الحادة مثل الانهيارات أو الارتفاعات الكبيرة تحدث بشكل متكرر أكثر مما يتنبأ به التوزيع الطبيعي. لذلك قدّم أنواعًا جديدة من التوزيعات لتفسير تغيّرات الأسعار بدقة أكبر. ومن بين ما اقترحه ماندلبروت استخدام توزيعات باريتو المستقرة (Distribution $\alpha$ - Stable) بدلاً من التوزيع الطبيعي لنمذجة تغيّرات الأسعار. وهو جزء من التوزيعات الاحتمالية التي تتميز بذيل أطول وسميك (Heavy-Tailed). هذا يعني هذه التوزيعات أكثر مرونة لأنها تستطيع تمثيل كل من التغيرات الصغيرة في الأسعار والتغيرات الكبيرة النادرة التي تُميز الأسواق الواقعية أكثر مما تتوقعه تلك النماذج التقليدية مثل التوزيع الطبيعي الذي يفترض أن الأحداث المتطرفة نادرة جدًا، وهذا ما يجعل نموذج ماندلبروت أكثر ملاءمة لتمثيل سلوك الأسواق المالية الواقعي. ساعدت النتائج التي توصل إليها ماندلبروت في تمهيد الطريق لتطوير نماذج أكثر تفسيرا لسلوك الأسواق، ومنها نماذج تكتل التقلبات (volatility clustering)، هذه الأخيرة التي تعتبر أهم خاصية لظاهرة التقلب.

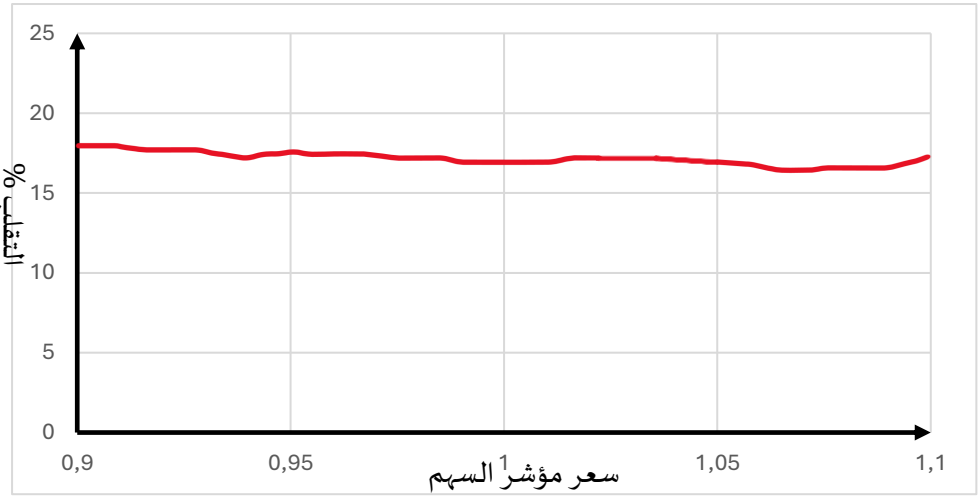
تكتل التقلب أو تجمع التقلبات هو ظاهرة ملحوظة في الأسواق المالية حيث تتبع فترات التقلبات العالية تقلبات عالية وفترات التقلبات المنخفضة تليها تقلبات منخفضة. ويشير هذا المفهوم إلى أن التقلبات لا تتوزع بشكل عشوائي مع مرور الوقت، بل تميل إلى التجمع مما يشير إلى أن مستوى عدم اليقين في السوق يمكن أن يستمر لفترات طويلة. يعد فهم هذا السلوك أمرًا مهماً للمتداولين والمحللين الماليين لأنه يؤثر على إدارة المخاطر وتسعير الأدوات المالية (Segovia et al., 2019). والفكرة في هذا المفهوم أن تكتل التقلبات يشير إلى سمة رئيسية في بيانات السلاسل الزمنية المالية، حيث تميل التغيرات الكبيرة في أسعار الأصول إلى أن تتبعها تغيرات كبيرة أخرى (سواء كانت إيجابية أو سلبية)، وتميل التغيرات الصغيرة إلى أن تتبعها تغيرات صغيرة أخرى. وهذا يعني أن فترات التقلب المنخفض (التقلبات السعرية الصغيرة) تكون متبوعة بفترات مماثلة، وفترات التقلب العالي (التقلبات السعرية الكبيرة) تكون أيضا متجمعة معًا (Gaunersdorfer & Hommes, 2007). ويشير تأثير التجمع هذا إلى أن مستويات التقلب السابقة مرتبطة بمستويات التقلب المستقبلية. وعليه حين يكون اتجاه تغيرات الأسعار غير قابل للتنبؤ فإن حجم أو مدى هذه التغيرات يظهر نمطًا يمكن التنبؤ به. وقد تم ملاحظة هذا السلوك لأول مرة من طرف (Mandelbrot, 1963).

وقد تم توثيق هذا السلوك لاحقًا بدراسة (Engle, 1982) التي تناولت نماذج الانحدار الذاتي ذات التباين الشرطي غير المتجانس (ARCH) والتي كانت بمثابة إسهام كبير في مجال الاقتصاد القياسي، خصوصًا في نمذجة بيانات السلاسل الزمنية. حيث إنه قبل عام 1982 كانت النماذج التقليدية للسلاسل الزمنية في الاقتصاد القياسي تعتمد بشكل أساسي على نمذجة السلوك المتوسط للمتغيرات، كما أنها كانت تفترض أن التباين ثابت مع مرور الوقت. في حين أظهرت الأدلة التجريبية أن البيانات المالية غالبًا ما تُظهر فترات من التقلبات العالية تتبعها فترات أخرى عالية، وفترات من التقلبات المنخفضة تتبعها فترات هادئة. هذه الظاهرة هي ما عُرف باسم عنقدة التقلبات والتي لم تستطع النماذج الخطية التقليدية التعامل معها. في حين تمكن نموذج (Engle, 1982) من التقاطها، حيث تعتبر هذه السمة شائعة في السلاسل الزمنية المالية مثل عوائد الأسهم وأسعار الصرف. وقد أوضح نموذج (ARCH) أن الصدمات الكبيرة في البيانات يمكن أن تؤدي إلى استمرار فترات من التقلبات العالية. حيث تزداد التقلبات وتستمر لفترات طويلة خلال الأزمات الاقتصادية أو اضطراب الأسواق المالية. بعد عمل Robert F. Engle تم تطوير العديد من امتدادات لنموذج (ARCH) للتعامل مع تعقيدات أكثر في العالم الحقيقي. ويعتبر (GARCH) (نموذج الانحدار الذاتي ذات التباين الشرطي غير المتجانس المعمم) الذي قدمه (Bollerslev, 1986) من بين أكثر هذه الامتدادات شهرة. ويعد هذا الأنموذج الآن أحد أكثر الأدوات استخدامًا لنمذجة التقلبات المتغيرة بمرور الوقت خصوصًا عنقدة التقلبات. وقد قام هذا الأنموذج بتحسين عمل أنموذج (ARCH) حيث على الرغم من أنه كان قادرًا على التقاط تكتل التقلبات، إلا أنه كان يتطلب عددًا كبيرًا من المعلمات لنمذجة تأثير الذاكرة الطويلة في التقلبات مما جعله أكثر تعقيدا في العمليات التطبيقية مما يصعب تقديره (Lobato & Velasco, 2000). كما أن التقلبات المشروطة في أنموذج (ARCH) تتغير بشكل مفاجئ و غير سلس من فترة إلى أخرى. فقام أنموذج (GARCH) بمعالجة هذه المشكلة عبر دمج التغاير الذاتي للتقلبات الأمر الذي يسمح للنموذج بتوقع أن تكون التقلبات المستقبلية مرتبطة بسلاسة أكبر مع التقلبات السابقة. كما أنه يأخذ بعين الاعتبار تأثيرات التقلبات السابقة وكذلك الأخطاء السابقة في السلاسل الزمنية مما يتيح تمثيلًا أدق للتقلبات على المدى القصير والطويل. ويولد توزيعات غير مشروطة ذات ذيول أثقل من التوزيع الطبيعي وهو ما يُلاحظ غالبًا في العوائد المالية. وعليه فإن نموذج (GARCH) يعالج هذه الظاهرة بشكل أكثر فعالية ودقة من نموذج (ARCH) (T. G. Andersen & Bollerslev, 2018).

❋ **ابتسامة التقلب Volatility Smile**

لقد افترض أنموذج (Black & Scholes, 1973) فرضيات عدة، من بينها أن تقلب العائد المستقبلي للسهم ثابت على مدار الزمن ومستقل عن سعر التنفيذ أو تاريخ انتهاء الخيار. و وفقًا لهذا الأنموذج فإن التقلبات الضمنية يجب أن تكون متساوية لجميع الخيارات على نفس الأصل ولها نفس تاريخ انتهاء الصلاحية، حيث يتم استنباط هذه التقلبات الضمنية من سعر السوق للخيارات، وهذا السيناريو لا يكون الا في الحالة المثالية، بحيث إذا قمنا برسم تقلبات ضمنية مقابل أسعار التنفيذ للخيارات التي تنتهي في نفس التاريخ ستكون النتيجة خطًا مستقيمًا (Boyle & McDougall, 2019). والشكل (26) يظهر كيف تبدو التقلبات الضمنية لمؤشر الأسهم لمدة 03 أشهر قبل إنهيار سوق الأسهم في يوم الاثنين سنة 1987.

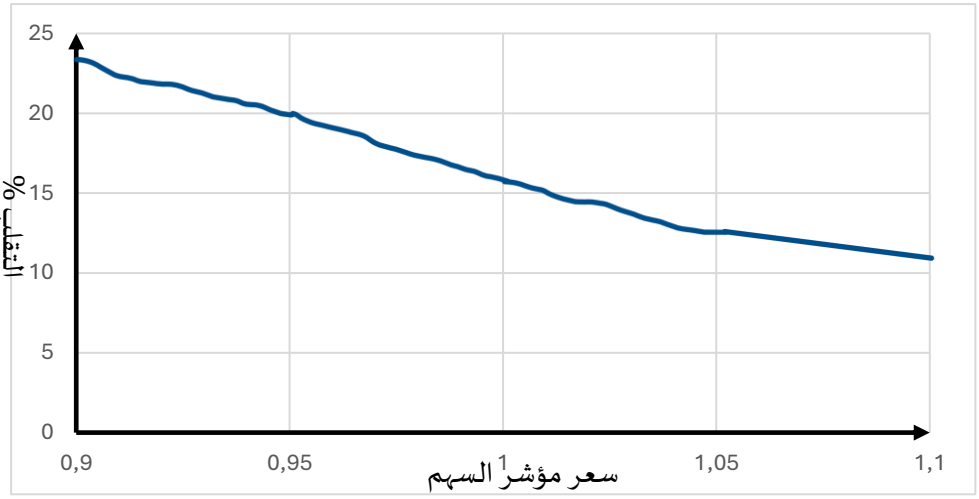
**الشكل رقم (26):** يمثل التقلبات الضمنية لمؤشر S&P قبل سنة 1987




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Derman et al., 2016, p. 04)

قبل انهيار سوق الأسهم في يوم الإثنين الأسود سنة 1987، كان أنموذج (Black & Scholes, 1973) يبدو وكأنه يصف سلوك سوق الخيارات بشكل جيد، خاصة فيما يتعلق منها بالتباين في أسعار التنفيذ، و إن كان مع وجود تقلبات ضمنية قليلة التفاوت بين أسعار التنفيذ، كما يتضح من التقلبات الضمنية لمؤشر الأسهم لثلاثة أشهر في ذلك الوقت. ولكن بعد الانهيار تغير سلوك السوق بشكل كبير حيث بدأت التقلبات الضمنية عبر أسعار التنفيذ المختلفة في التفاوت حتى للخيارات على نفس الأصل الأساسي ونفس تاريخ الصلاحية (Hull, 2022, p. 456). وهو ما يظهره الشكل (27).

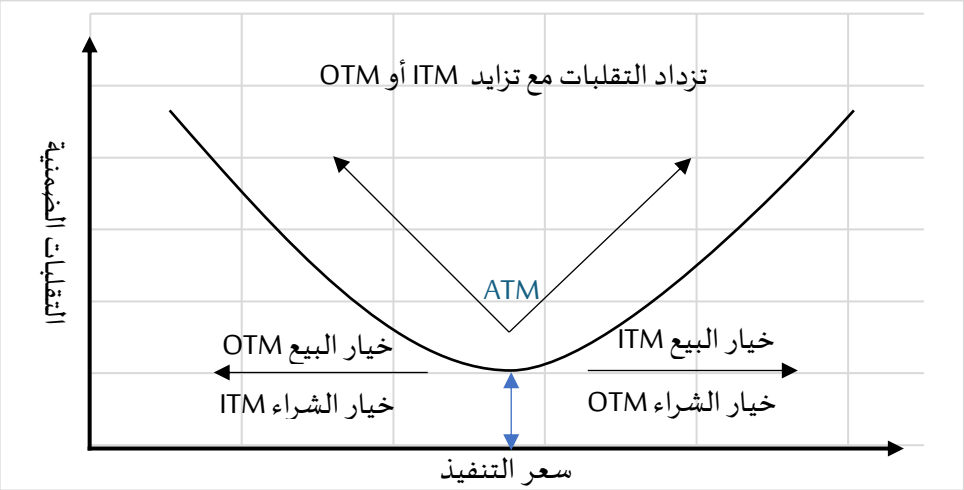
**الشكل رقم (27):** يمثل التقلبات الضمنية لمؤشر S&P بعد سنة 1987




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Derman et al., 2016, p. 05)

نلاحظ من الشكل (27) أن هناك انحراف كبير في القلبات الضمنية بعد انهيار سوق الأسهم 1987، حيث إنه انخفض السوق فجأة بأكثر من 20% الأمر الذي شكّل لنا ابتسامة تقلب، والتي انتشرت بدورها في سوق الأصول الأخرى مثل العملات والسلع. وقد اتخذت في كل سوق شكلا مميزا. إلا أنها تتوحد في نوع الشكل و الذي كان ﺴ. وعليه فمن الحقائق المقبولة الآن أن التقلبات الضمنية في سوق الخيارات تختلف تبعا لسعر التنفيذ. في بعض أسواق الخيارات (مثلا سوق الأسهم) لوحظ أنه بالنسبة للخيارات يتناقص التقلب الضمني مع سعر تنفيذ الخيار. ويشار إلى هذه العلاقة باسم انحراف التقلب. وفي أسواق خيارات مؤشر الأسهم وخيارات العملات، لوحظ أن خيارات ATM تميل إلى أن تكون لها تقلبات ضمنية أقل من خيارات OTM و ITM. وبما أن هذه العلاقة بيانيا ستظهر أن التقلبات الضمنية تتناقص مع انتقال الخيارات من خيارات OTM إلى خيارات ATM ثم تزيد بعدها من خيارات ATM إلى خيارات ITM، إن هذه العلاقة بين سعر التنفيذ والتقلب الضمني تسمى بابتسامة التقلب. وهنا يتضح أن كلا من من انحراف التقلب و ابتسامة التقلب لا تتفق مع افتراض التقلب المستمر (Rachev et al., 2011, p. 04). فيما ذهب مهندسون ماليون آخرون إلى أن شكل ابتسامة التقلب يعتمد على تاريخ استحقاق الخيار، و بالتالي فإن الابتسامة تميل إلى أن تصبح أقل وضوحًا مع زيادة تاريخ استحقاق الخيار. وعليه توصلوا إلى أن ابتسامة التقلب هي العلاقة بين التقلب الضمني و $\frac{1}{\sqrt{T}} \ln\left(\frac{K}{S_0}\right)$ (Hull, 2022, p. 459).

**الشكل رقم (28):** يوضح كيفية استخدام ابتسامة التقلب




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى (Cory, 2021)

الشكل البياني (28) يوضح ابتسامة التقلب (Volatility Smile) في سوق الخيارات، كما يوضح أن التقلب الضمني يختلف بناءً على سعر التنفيذ للخيار، ويزداد كلما كان الخيار بعيدًا عن سعر الأصل الحالي، سواءً في اتجاه ITM أو OTM. و بما أن التقلب الضمني هو تقدير السوق للتقلب المتوقع مستقبلا لسعر الأصل الأساسي، فإن الطلب على الخيارات يرتفع عندما يتوقع المستثمرون تحركات كبيرة في الأسعار مما يؤدي إلى زيادة التقلب الضمني. حيث إنه في حالة خيار ATM فإن التقلب الضمني يكون عند أدنى مستوياته بسبب أن الاحتمالات تكون متوازنة بين الربح والخسارة، كما أن المخاطرة تكون محدودة نسبيًا. لكن عندما يكون الخيار ITM أو OTM فإن التقلب الضمني يزداد بشكل كبير. والسبب في ذلك هو أن الربح من هذه الخيارات يتطلب تحركات كبيرة في سعر الأصل الأساسي، الأمر الذي يجعلها أكثر خطورة، وبالتالي يعبر السوق عن هذه المخاطر عبر تقلبات ضمنية أعلى. وهو ما يتناقض مع افتراضات أنموذج (Black-Scholes) غير الواقعية بثبات التقلب، حيث إن السوق الحقيقي أظهر أن التقلب الضمني يزداد بشكل غير متماثل بناءً على سعر التنفيذ. كما أن الأحداث غير المتوقعة والتغيرات الاقتصادية ترفع من مستوى الطلب على خيارات ITM وخيارات OTM للتحوّط ضد التقلبات الكبيرة، مما يعزز هذا النمط من الابتسامة. بالتالي فإن ابتسامة التقلب تعكس عدم الاتساق في تقدير التقلب بناءً على مكان الخيار بالنسبة لسعر الأصل، أي أن أسعار الخيارات الأبعد عن سعر الأصل الحالي أكثر تقلبًا وخطورة. مما يؤدي إلى شكل منحنى الابتسامة كما في الشكل (28) (Kosowski & Neftci, 2015).

❋ **الإرتداد المتوسط Mean Reversion**

في ستينيات القرن العشرين، عززت الأدلة المتزايدة حول عدم القدرة على التنبؤ بأسعار الأصول الاعتقاد بنظرية المشي العشوائي لعوائد الأسواق المالية. ويعني السير العشوائي أن تغير السعر في الفترة التالية مستقل تمامًا عن تغيُر هذه الفترة. وفي عام 1965 نشر (Samuelson, 2013) أول اقتصادي أميركي حائز على جائزة نوبل بحثاً مؤثراً بعنوان "Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly"، والذي قدّم الدعم لنظرية المشي العشوائي (Random Walk Theory). وأعقب ذلك عمل مذهل (Fama, 1965) أفضى إلى تأكيد وجود أدلة قوية تدعم فرضية المشي العشوائي، كما خلص هذا العمل إلى أن الارتباطات التسلسلية بين عوائد الأسهم كانت ضعيفة جدًا. وتقوم نظرية المشي العشوائي على أن أسعار الأصول المالية (كالأسهم مثلا) تتبع سيراً عشوائياً (تتحرك بشكل غير متوقع) ولا يمكن التنبؤ بها بدقة. حيث إن تغيرات أسعار هذه الأصول مستقلة عن التغيرات السابقة، وهذا يُفسر أن أي صدمة لسعر الأصل تكون دائمة وليس هناك ميل لمستوى السعر للعودة إلى مسار الاتجاه مع مرور الوقت. ويشير هذا إلى أن العوائد المستقبلية لا يمكن التنبؤ بها استناداً إلى الملاحظات التاريخية. كما تشير خاصية المشي العشوائي أيضًا إلى أن تقلب سعر الأصل يمكن أن ينمو دون حدود على المدى الطويل. وتشير النظرية إلى أن السوق المالي يتسم بالكفاءة ويعكس جميع المعلومات المتاحة بسرعة (Chaudhuri & Wu, 2003b).

وفي أوائل مارس 2009، انخفضت أسعار الأسهم في الأسواق المالية في جميع أنحاء العالم إلى أدنى قيمة لها منذ أزمة فقاعة الأنترنت[1] (The Dot-Com Crisis). حيث إنه وفي أقل من عامين فقدت مؤشرات سوق الأسهم الأمريكية أكثر من 50% من قيمتها. وقد كان النقاش في ذلك الوقت يدور حول تحركات أسعار الأسهم المستقبلية، حيث زعم البعض أنه عندما تنخفض الأسهم بما يزيد عن 50% فمن المؤكد أن الزيادة يجب أن تتبعها. وبالفعل تبعت الزيادة ذلك الإنخفاض. وفي نهاية عام 2009 ارتفعت أسواق الأوراق المالية بما يتجاوز 30% مقارنة بشهر مارس 2009. وبالتالي يمكن القول والاعتقاد أن الزيادة في أعقاب الهبوط العميق ربما كانت متوقعة (Spierdijk et al., 2012).

[1] أزمة فقاعة الإنترنت حدثت في أواخر التسعينيات وأوائل العقد الأول من القرن الحادي والعشرين، أي بين بين عامي 1995 و2001 تقريبًا. وهذا بسبب المضاربة المفرطة في أسهم شركات الإنترنت والتكنولوجيا، بعدما شهدت نموًا هائلاً في استخدام الإنترنت وإنشاء الشركات عبر الإنترنت، مما أدى بالمستثمرين إلى شراء أسهم شركات التكنولوجيا الناشئة بسرعة. لتبدأ بعدها الفقاعة في الانفجار في مارس 2000 عندما بدأت أسعار الأسهم في الانخفاض بشكل حاد. الأمر الذي أدى إلى إفلاس العديد من الشركات وفقدان مليارات الدولارات من قيمة السوق.

ومما سبق فإن الأدلة التجريبية أثبتت على أن عشوائية تحركات أسعار الأسهم لم تكن مقنعة بدرجة كافية، وعليه فقد ظهرت العديد من فرضيات السير غير العشوائي لاحقًا. ولعل أبرز الدراسات ما قدّمه الباحثان (De Bondt & Thaler, 1985) الذين أثبتا الإرتداد المتوسط في السوق الأمريكية، ليكشفا عن أدلة إضافية تدعم البحث الأول في بحثهما (De Bondt & Thaler, 1987) حيث توصلا إلى أن العوائد الزائدة ترتبط في شهر يناير بالأداء السابق على المدى القصير والطويل، وكذلك بعائد السوق في العام السابق. و وجد (Fama & French, 1988) أن ما يقرب من 40% من التغير في عوائد فترات الحيازة الأطول يمكن التنبؤ بها من خلال المعلومات عن العوائد السابقة في أسواق الأسهم الأمريكية. وفي بحث لهم (Cutler et al., 1990) وجدوا دليلاً قوياً على الإرتداد المتوسط وإمكانية التنبؤ بعائد سوق الأسهم الأمريكية. كما تعتبر أعمال (Balvers et al., 2000)، (Chaudhuri & Wu, 2003a)، (Ahmed et al., 2018)، (T. C. Silva et al., 2019)، (Arsalan et al., 2022) و (Enow, 2023) من أحدث الدراسات التي أثبتت وجود الإرتداد المتوسط.

وعليه يعتمد مفهوم الإرتداد المتوسط على فرضية مفادها أن الأسعار تميل إلى التذبذب فوق وتحت مستوى معين من التوازن بدرجة من الانتظام. حيث إنه عندما تنحرف الأسعار بعيدًا عن هذا التوازن يقوم المتداولون باتخاذ مراكز تتيح لهم تحقيق أرباح عند عودة الأسعار إلى المتوسط (Average Price) (Bandy, 2007, p. 137). فإذا ارتفعت الأسعار بشكل أكبر من مستوى التوازن يقوم المتداول بالبيع متوقعًا انخفاضها إلى المتوسط. وهكذا إذا انخفضت الأسعار بعيدًا عن التوازن، فإن المتداول يقوم بالشراء متوقعًا ارتفاعها مجددًا. بعبارة أخرى فإن الانحرافات عن متوسط السعر يتوقع لها أن تعود أو ترتد عائدة نحو المتوسط (Mean). وتعتمد الاستراتيجية الأساسية على مراقبة هذه الانحرافات والدخول في صفقات تراهن على عودة الأسعار إلى المتوسط، ممّا يجعل هذه الأنظمة فعّالة بشكل خاص في الأسواق ذات الحركة النطاقية حيث تتذبذب الأسعار ضمن نطاق معين. وناقش لنا (Exley et al., 2004) مفهوم الارتداد المتوسط استنادا إلى ارتباط العوائد، على أنه يكون أنموذج الأصل عائدًا إلى المتوسط إذا كانت أسعار الأصول تميل إلى الانخفاض (الارتفاع) بعد بلوغ حد أقصى (أدنى). ليقدموا لنا تعريفا ثانيا يرتكز إلى الخصائص الرياضية "يكون أنموذج الأصل عائدًا إلى المتوسط إذا كانت العوائد مترابطة ذاتيًا بشكل سلبي". ليقوموا بتوسيع مفهومه بتعريفه تعريفاً شاملاً على أنه يكون نموذج الأصل عائدًا إلى المتوسط إذا كانت أسعار الفائدة والتقلبات، العوائد أو معدلات النمو ثابتة.

ويمكن التعبير عن الصيغة الرياضية للإرتداد المتوسط عن طريق استخدام نوع من العمليات العشوائية (Uhlenbeck & Ornstein, 1930):

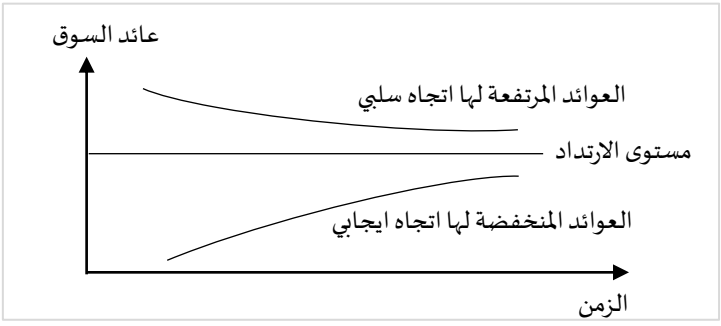
$$dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma dW_t \quad (25)$$

حيث:

- $X_t$ هو المتغير (مثل السعر أو معدل الفائدة) عند الزمن $t$؛
- $\mu$ هو متوسط القيمة طويل الأجل أو مستوى التوازن؛
- $\theta$ هو معدل انعكاس المتوسط (مدى سرعة عودة المتغير إلى المتوسط)؛
- $\sigma$ هي التقلب؛
- $dW_t$ هو عملية عشوائية تُسمى أيضاً بالحركة البراونية؛
- $dt$ تمثل زيادة صغيرة جداً في الزمن.

يقوم المشاركون في سوق الأسهم وفي ظل خاصية متوسط الارتداد في العوائد بتطوير توقعات حول سرعة هذا الارتداد، فعندما يلاحظ هؤلاء المشاركون تحسنًا إيجابيًا في العوائد، فإن ردود أفعالهم على هذه التغييرات ستعتمد على توقعاتهم لسرعة الارتداد. إذا كان المستثمر في مركز طويل ويتوقع أن تختفي العوائد المرتفعة بسرعة، فقد يقرر البيع لتحقيق مكاسب سريعة. أما إذا كان في مركز بيع قصير، فمن المحتمل أن يحتفظ بمركزه ويغطيه لاحقًا عند انخفاض الأسعار. بالمقابل، إذا كانت توقعاتهم تشير إلى أن سرعة الارتداد ستكون بطيئة، فقد يفضل المستثمر صاحب المركز الطويل الاحتفاظ بالورقة المالية للاستفادة من العوائد المرتفعة، وربما يرغب في الشراء إذا توقع المزيد من التحركات الإيجابية. بينما إذا كان المستثمر في مركز قصير فقد يفضل تغطية مركزه في وقت مبكر لتجنب أخطار ارتفاع الأسعار. بمعنى أنه بعد حدوث تغير إيجابي فإن التوقع بارتداد سريع قد يؤدي إلى ضغوط بيع أكبر مقارنة بتوقعات الارتداد البطيء. والشكل التالي يوضح ذلك:

**الشكل رقم (29):** يوضح خاصية الإرتداد المتوسط




**المصدر:** (Hillebrand, 2003, p. 02)

❋ **التفرطح الحاد Leptokurtosis**

يُعتبر فهم شكل التوزيع الاحتمالي لعوائد الأصول أمرًا بالغ الأهمية لتسعير الأدوات المالية بشكل فعّال. ويشير مصطلح "Leptokurtic" الذي ينبع من علم الإحصاء إلى توزيع احتمالي حيث تكون قيمة التفلطح[1](Kurtosis) أعلى من تلك الموجودة في التوزيع الطبيعي. حيث يقيس التفلطح "حدة الأطراف" في التوزيع أي أنه يُحدد مدى مساهمة الأحداث المتطرفة أو غير المتكررة في التباين الإجمالي مقارنة بالتغيرات المعتدلة والمتكررة (Adam, 2021).

يتميز Leptokurtic بوجود ذيول أثقل وذروة أعلى وأكثر حدة مقارنة بالتوزيع الطبيعي (Gaussian). كما يتميز بوجود قيم أكثر تطرفًا، أي هناك ميل أكبر للقيم المتطرفة لأن الذيول أكثر سمكًا . وهذا يشير إلى احتمالية أكبر لحدوث عوائد متطرفة سواء كانت إيجابية أو سلبية. من الناحية الرياضية، يكون التفلطح (اللحظة الرابعة المعيارية للتوزيع) للتوزيع الطبيعي يساوي 03، وأي توزيع تكون قيمة تفلطحه أكبر من 03 يُصنف كتوزيع مرتفع الذروة. عندما تكون عوائد الأصل المالي متبعة لتوزيع مرتفع الذروة فهذا يعني أن الأصل يُظهر انحرافات كبيرة ومتكررة عن المتوسط مقارنة بما يُتوقع في توزيع Gaussian (التوزيع الطبيعي) (Jim, 2022).

العلاقة بين Leptokurtosis والتقلب معقدة، ولكنها بديهية. غالبًا ما يتزامن التقلب العالي مع زيادة تباين العوائد، مما يؤدي إلى حدوث تحركات سعرية أكثر تطرفًا، مما يساهم في التفرطح الحاد. خلال فترات التقلب المرتفع تكون التغيرات السعرية أكثر عرضة لأن تكون كبيرة، مما يؤدي إلى ذيول ثقيلة في توزيع العوائد. وبناءً على ذلك، يمكن اعتبار التفرطح الحاد كعلامة إحصائية على ارتفاع التقلب في السوق. ويعتبر عنقدة التقلب Volatility Clustering أحد الأسباب الرئيسية لهذه العلاقة، حيث يميل إلى إنتاج توزيعات للعوائد ذات ذيول ثقيلة. وخلال فترات التقلب العالي ينحرف توزيع العوائد عن التوزيع الطبيعي، ويظهر التفرطح الحاد أعلى نتيجة التحركات الكبيرة المتكررة في الأسعار. بعبارة أخرى، عندما يزيد التقلب يزداد احتمال رؤية انحرافات كبيرة عن المتوسط مما يؤدي إلى توزيع لبْتوكورتي (Leptokurtic Distribution) أي ظهور ذيول ثقيلة واحتمالية أعلى لتحركات سعرية كبيرة (Westfall, 2014).

---

[1] هو مقياس إحصائي يصف شكل التوزيع الاحتمالي. يتم حسابه بأخذ اللحظة الرابعة من التوزيع وتقسيمها على مربع التباين. يمكن استخدام Kurtosis لقياس مخاطر الاستثمار. ويشير التفرطح المرتفع إلى أن الاستثمار لديه احتمال أكبر لتحقيق عوائد قصوى إيجابية وسلبية. كما يشير انخفاض التفرطح إلى أن الاستثمار لديه احتمال أقل لتحقيق عوائد قصوى.

### 2.2.2.1 أنواع التقلب Volatility Types

لا يمكننا أن نرى التقلبات بنفس الطريقة التي نرى بها أسعار الأصول المالية مثل الأسهم أو أسعار الفائدة. وأفضل ما يمكننا أن نقوم به هو قياسها إحصائيا، وهذا الأمر يكون ممكنا فقط بالاعتماد على معطيات تاريخية، لكن في ظل إدارة المخاطر المالية فإن المحللين الماليين يريدون قياسها مستقبلا. ولهذا السبب أظهرت أدبيات الهندسة المالية والمتعلقة منها بتسعير الأصول المالية أنواعاً متعددة من التقلبات التي تحدث في السوق المالية (Privault, 2020)، (Gatheral, 2006):

**أ) التقلب الضمني Implied Volatility (IV)**

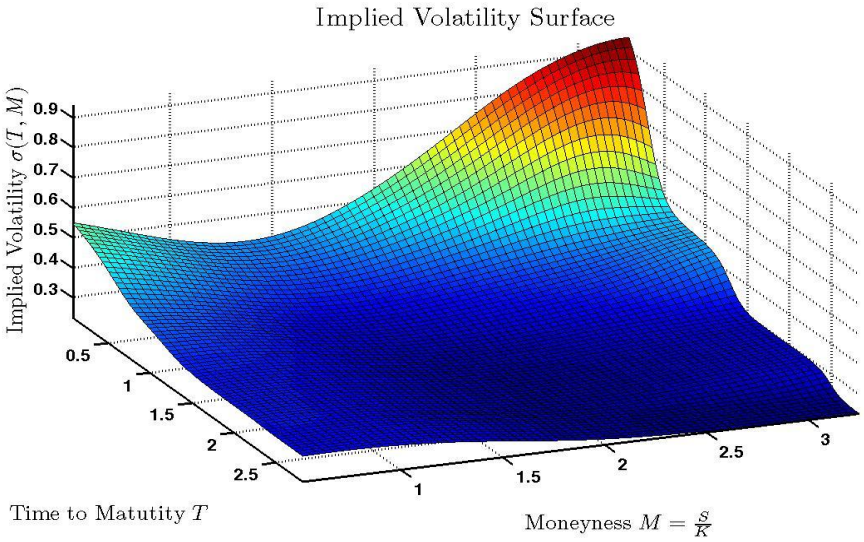
تتأثر قيمة عقد الخيارات بعدّة محدّدات، مثل السعر الحالي للأصل الأساسي مقارنة بسعر التنفيذ و تاريخ الاستحقاق. هناك عامل آخر ذو أهمية كبيرة وهو التقلب المتوقع للأداة الأساسية على مدى عمر الخيار. لكي تكون خيارات OTM ذات قيمة يجب أن يكون لديها احتمال لانتهاء صلاحيتها ITM أي أن السعر الحالي يتحرك ليتجاوز سعر التنفيذ. وهذا يتطلب أن يظهر الأصل الأساسي بعض التقلبات في الأسعار، ويجب أن يتحرك سعره حتى يكون للخيار أمل في أن يصبح ذا قيمة. كلما كان الأصل الأساسي أكثر تقلبًا كلما كان الخيار أكثر قيمة، سواء كان خيار شراء أو خيار بيع (Gleadall, 2014). وعليه فإن التقلب الضمني يمثل قيمة معلمة التقلب لمعادلة نموذج تسعير الخيار لـ (Black-Scholes) والتي من خلالها تتطابق الأسعار النظرية للخيارات مع الأسعار المنشورة في السوق. وعليه فإن السعر النظري العادل للخيار ينطوي على التقلب المستقبلي للأصل الضمني محسوباً بالسعر الفوري للخيار. فإذا كان السعر السوقي للخيار معلوماً، وكان سعر السوق لخيار شراء وخيار البيع لمختلف الاستحقاقات وجميع المعلمات الأخرى في أنموذج تسعير (Black-Scholes) معروفة (عدا التقلب)، فإنّه يُمكن حساب وتقدير التقلب ببساطة وهذا باستخدام الأسعار المشاهدة في السوق من خلال حل معادلة أنموذج (Black-Scholes) عكسياّ، أي أنه يتم اشتقاقه من معادلة الأنموذج، حيث يكون الناتج هو التقلب الضمني. وبهذا يكون التقلب الضمني $\sigma_{IV}$ دالة لكل من السعر السوقي للخيار $S_0$، وسعر الأصل الأساسي ومعدل العائد الخالي من المخاطرة $r$، وسعر التنفيذ $K$، والزمن حتى تاريخ الاستحقاق $t$، والأرباح المتوقعة تُعطى:

$$\sigma_{IV} = BS^{-1}(S_0, t, K, r, P) \quad (26)$$

وعليه تُعرف التقلبات الضمنية على أنها نوع من التقلبات التي من المتوقع حدوثها. وبالتالي فهي تقييم السوق للتقلبات المستقبلية للسهم أو أي أصل من الأصول الأساسية الأخرى، على النحو الذي تنطوي عليها أسعار السوق الحالية للخيارات على ذلك الأصل. ويطلق عليها اسم "ضمني" لأنه لا يتم ملاحظتها بشكل مباشر، بل يتم استنتاجها من أسعار الخيارات باستخدام نماذج تسعير الخيارات، والذي عادة ما يكون نموذج (Black-Scholes) (Hull, 2022). ويتم التعبير عن التقلبات الضمنية كنسبة مئوية سنوية، حيث إنها مشتقة من سعر الخيار المتداول، ويمكن تعريفها أيضا أنها مقياس لوجهة نظر السوق حول احتمالية حدوث تغييرات في سعر ورقة مالية معينة. وبالتالي فهي توقعات السوق للتحركات المحتملة لسعر الورقة المالية (D. (David) Zhang & Nault, 2019) كما رأينا سابقا فإن نموذج (Black-Scholes) الذي يعتمد في آلية عمله على استخدام ديناميكيات الحركة الهندسية البراونية، أصبح على نطاق واسع معيارًا في صناعة التقلبات الضمنية. هذا ورغم تزايد الادعاءات بأن صيغته لم تعد صالحة في الأسواق المالية خاصة أنه فشل في وصف هيكل أسعار الخيارات المبلغ عنها بافتراضه التباين المستمر. وهذا ما أثبتته المشاهدات التجريبية والتي خلصت إلى أن التقلب لا يبقى ثابتاً مع تغير أسعار التنفيذ وتواريخ الاستحقاق، حيث إنه عندما ترتفع أسعار الأسهم تنخفض التقلبات، والعكس صحيح. فلقد شكّلت تقديرات التقلبات بناءً على أسعار التنفيذ وتواريخ الاستحقاق بالنسبة لأسعار خيارات مؤشر S&P 500 قبل انهيار السوق في أكتوبر 1987 تقلبات ضمنية بنمط ابتسامة (Dumas et al., 1998). ولهذا السبب أصبح المستثمرون في السوق يستخدمون في الغالب قيم مختلفة للتقلب الضمني لأسعار تنفيذ مختلفة وهذا ما شكّل كما ذكرنا بعد أزمة أكتوبر 1987 نمطاً محدداً أطلق عليه (ابتسامة التقلب). حيث تظهر خيارات OTM و ITM لديها تقلبات ضمنية أعلى من خيارات ATM. وبالتالي فمن خلال تحديد أسعار تنفيذ معينة فإن التقلبات الضمنية ممكن أن تزداد أو تقل مع الزمن حتى تاريخ الاستحقاق. كما أنه وكلما اقترب الزمن حتى الاستحقاق الى مالا نهاية فإن التقلبات تميل لأن تستقر في مستوى ثابت عبر أسعار التنفيذ المختلفة (Kotze et al., 2014). أي أن الفروقات بين التقلبات الضمنية لأسعار التنفيذ المختلفة تتضاءل مع مرور الوقت.

إن السوق لا يتبع بالضرورة فرضيات نموذج (Black-Scholes) كما تم اقتراحه في الأصل. من جهة أخرى، يعتمد المتداولون على مجموعة من التقلبات الضمنية التي تختلف حسب سعر التنفيذ وتاريخ الاستحقاق، كونه يوفر للمتداولين صورة أدق عن كيفية تسعير الخيارات في السوق.

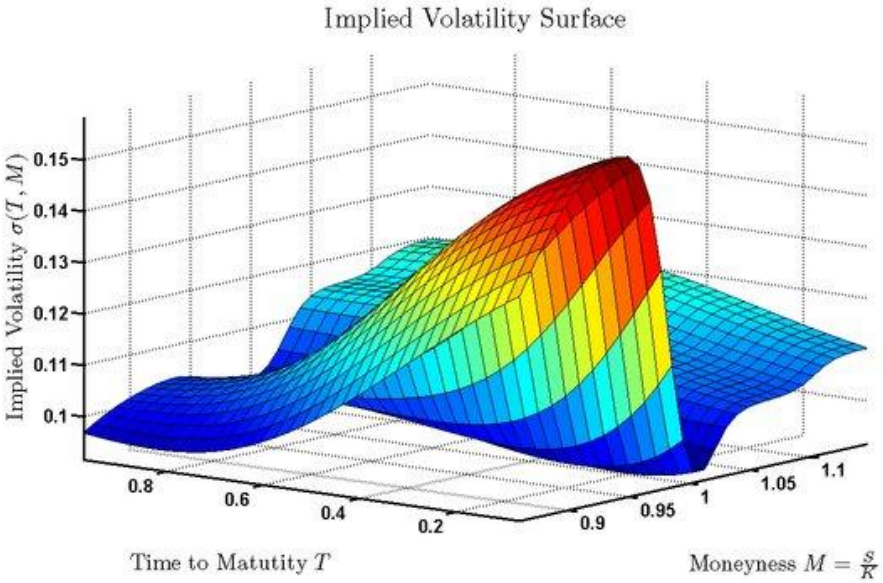
**الشكل رقم (30):** يوضح سطح التقلب الضمني كدالة لوضعية الخيار (Moneyness) و تاريخ الاستحقاق




**المصدر:** (Rodolphe, 2024)

يقدم الشكل الموالي التقلبات الضمنية التي لوحظت في 1 يناير 2007 في السوق الفرنسية، والتي كان أشبه بـ"انحراف" أكثر منه "ابتسامة". حيث وعلى عكس ما يقترحه نموذج (Black-Scholes)، فإن خيارات OTM و ITM تمثل مخاطرة متزايدة بسبب الحركات الكبيرة المحتملة في الأصل الأساسي مقارنة بخيارات ATM. للتعويض عن هذه المخاطرة تميل هذه الخيارات إلى أن تكون مسعرة أعلى (Bedoui & Hamdi, 2010).

**الشكل رقم (31):** يوضح سطح التقلبت الضمنية التي تم ملاحظتها في جانفي 2007




**المصدر:** (Bedoui & Hamdi, 2010)

- تقدير التقلب الضمني Implied Volatility Estimating

هو عملية إيجاد قيمة التقلب $\sigma_{IV}$ التي عند استخدامها في نماذج تسعير الخيارات مثل نموذج (Black-Scholes)، تعطي سعر خيار نظري يتوافق مع السعر السوقي الفعلي. ونظرًا لأنه لم يتم التوصل إلى إيجاد حل مغلق لحساب التقلب الضمني مباشرة، فإنه تُستخدم الطرق العددية (Numerical methods) في عملية الحساب. فيما يلي أكثر الطرق شيوعًا لتقدير التقلب الضمني (Orlando & Taglialatela, 2017):

- طريقة Newton-Raphson

المعروفة أيضًا باسم طريقة Newton، هي خوارزمية قوية تستخدم في التحليل العددي للعثور على تقديرات تقريبية أفضل على التوالي لجذور (أو أصفار) دالة ذات قيمة حقيقية. سميت هذه الطريقة على اسم Isaac Newton و Joseph Raphson، وهي مفيدة بشكل خاص لحل المعادلات التي تكون فيها الدالة متصلة وقابلة للاشتقاق حيث نبدأ بتخمين مبدئي يكون قريبًا منطقيًا من الجذر الحقيقي، ثم يتم تقريب الهدف بخط المماس الخاص به (والذي يمكن حسابه باستخدام أدوات التفاضل)، ويتم حساب نقطة تقاطع هذا الخط مع المحور السيني (وهو ما يتم بسهولة باستخدام الجبر البسيط). عادةً ما تكون هذه النقطة تقاطعًا محسَّنًا لجذر الدالة مقارنةً بالتخمين الأصلي، ويمكن تكرار هذه الطريقة (Akram & Ann, 2015). أما في التمويل الكمي فهذه الطريقة هي طريقة عددية سريعة تعتمد على المشتقة الأولى لسعر الخيار بالنسبة للتقلب (أي Vega). وتقوم الفكرة على تحسين تقدير التقلب تدريجيًا بتقليل الفرق بين سعر الخيار في النموذج والسعر السوقي. حيث يتم اتباع نهج تكراري لحل المعادلة التي يكون فيها سعر الخيار في السوق مساويًا للسعر الذي يعطيه نموذج (Black-Scholes). وتعطى معادلة Newton-Raphson كما يلي (Siswanah et al., 2024):

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n - \frac{f(\sigma_n)}{f'(\sigma_n)} \quad (27)$$

حيث:

- $f(\sigma)$ يمثل الفرق بين السعر النظري للخيار وسعر السوق $(C(\sigma_{\mathrm{n}}) - C_{market})$ ؛
- $f'(\sigma_n)$ هو المشتق الأول لسعر الخيار بالنسبة للتقلب، ويُعرف باسم فيغا (Vega) الخيار.

تصبح المعادلة (27):

$$\sigma_{\mathrm{n+1}} = \sigma_{\mathrm{n}} - (C(\sigma_{\mathrm{n}}) - C_{market}) / vega(\sigma_{\mathrm{n}}) \quad (28)$$

✸ طريقة التنصيف Bisection Method

في مجال التحليل العددي، تعد طريقة التنصيف وسيلة للكشف عن جذر المعادلة المدروسة على شكل f(x) = 0 باستخدام خوارزميتها التي تقوم بشكل متكرر بتقسيم فترة معينة واختيار نقطة منتصف بين الحد الأدنى والحد الأقصى للفترة المغلقة بهدف الاستمرار في عملية إيجاد الجذر حتى يتم إنشاء فترة فرعية جديدة. هذه الطريقة سهلة، ولكنها بطيئة جداً. عادةً، يتم إعطاء فترة [a, b] بحيث يكون لكل من f(a) و f(b) إشارات متعاكسة، وبعد ذلك نقوم بتحديد نقطة منتصف بين الفترة [a, b]. وبناءً على ذلك، تستمر العملية حتى نحصل على فترة تصبح صغيرة تماماً (Nwry et al., 2021). أما في المجال المالي فإن هذه الطريقة تعتمد على تضييق نطاق محتمل لقيم التقلب من خلال اختيار قيمتين مبدئيتين للتقلب: قيمة منخفضة $\sigma_{\text{low}}$ وأخرى عالية $\sigma_{\text{high}}$. يُحسب السعر النظري لعقد الخيار لكل من هاتين القيمتين، ويُفترض أن السعر الناتج عن القيمة المنخفضة للتقلب يكون أقل من السعر السوقي، والسعر الناتج عن القيمة العالية يكون أكبر. يتم تكرار العملية من خلال تقسيم هذا النطاق إلى نصفين حتى يتم الوصول إلى قيمة تقلب تجعل السعر النظري للخيار قريباً من السعر السوقي.

على عكس طريقة Newton-Raphson التي تتطلب معرفة المشتق الجزئي لصيغة تسعير الخيار فيما يتعلق بالتقلب (Vega) عند البحث عن التقلب الضمني. فإنه بالنسبة لبعض الخيارات (الخيارات الغريبة والأمريكية على وجه الخصوص) حيث لا يُعرف Vega تحليليًا. فإن طريقة التنصيف هي طريقة أبسط لتقدير التقلب الضمني عندما يكون Vega غير معروف. تتطلب طريقة التقسيم تقديرين أوليين للتقلب (Seed Values) وتعطى معادلة هذه الطريقة كما يلي (Haug, 2007, p. 455):

$$\sigma_{i+1} = \sigma_L + (c_m - c_L)\frac{\sigma_H - \sigma_L}{c_H - c_L} \qquad (29)$$

حيث إنه:

- عندما تكون $c(\sigma_{i+1}) < c_m$ نستبدل $\sigma_L$ بـ $\sigma_{i+1}$ ؛
- عندما تكون $c(\sigma_{i+1}) > c_m$ نستبدل $\sigma_H$ بـ $\sigma_{i+1}$ ؛

نستمر في تكرار هذه العملية بتقسيم النطاق إلى نصفين وتحديث $\sigma_L$ و $\sigma_H$ في كل خطوة حتى يكون الفرق بين السعر النظري $c(\sigma_{i+1})$ والسعر السوقي $c_m$ أقل أو يساوي مستوى الدقة المطلوب ε:

$$|C(\sigma_{i+1}) - C_{market}| \leq \varepsilon$$

وبذلك تكون القيمة $\sigma_{i+1}$ هي التقلب الضمني المطلوب.

**ب) التقلب التاريخي (المحقق) Historical (Realized) Volatility**

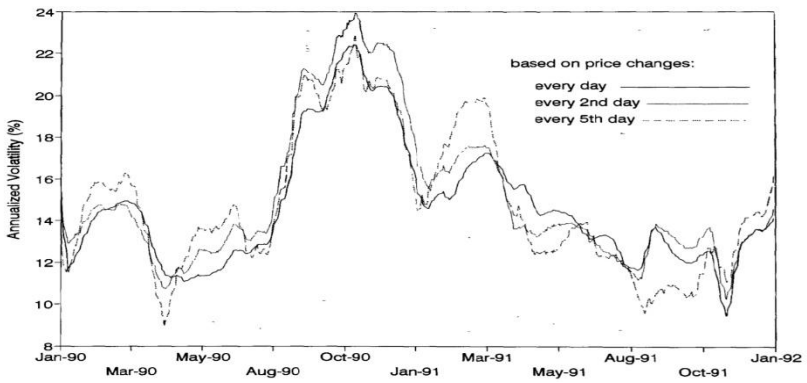
يُشار إليه أيضًا باسم التقلب الإحصائي، حيث يقيس التقلب التاريخي تقلبات الأوراق المالية الأساسية عن طريق قياس تغيرات الأسعار خلال فترات زمنية محددة مسبقًا. وهو المقياس الأقل انتشارا مقارنة بالتقلبات الضمنية لأنه ليس تطلعيا. فعندما يكون هناك ارتفاع في التقلبات التاريخية فإن سعر الورقة المالية سيتحرك أيضًا أكثر من المعتاد. فإنه سيكون هناك توقع بأن شيئًا ما سوف يتغير. أما إذا انخفضت التقلبات التاريخية فهذا يعني زوال الشكوك لتعود الأمور إلى ما كانت عليه (Hayes, 2022). أمّا (J. Chen, 2022) فقد عرّف التقلب التاريخي (HV) على أنه مقياس إحصائي لتشتت العوائد لأداة مالية معينة أو مؤشر سوقي معين خلال فترة زمنية محددة. والذي عادةً ما يتم حساب هذا المقياس من خلال تحديد الانحراف المتوسط عن السعر المتوسط للأداة المالية في الفترة الزمنية المحددة. ويُعتبر استخدام الانحراف المعياري الطريقة الأكثر شيوعاً، رغم أنه ليس الطريقة الوحيدة لحساب التقلب التاريخي. وكلما زادت قيمة التقلب التاريخي زادت خطورة الأداة المالية. ومع ذلك فإن هذا لا يُعتبر بالضرورة نتيجة سيئة، كون الخطر قد يأخذ كلا الاتجاهين الصاعد والهابط. ولم يختلف (Sjöberg & Oom, 2023, p. 10) في تعريف التقلب التاريخي عما سبقه من تعاريف، على أنه الانحراف المعياري لسعر الأصل والذي يقيس مدى انحراف السعر التاريخي للأصل عن متوسطه على مدى فترة من الزمن. حيث إن التقلبات التاريخية لا تقيس أي اتجاه للأصل، بل تقيس مدى انحراف سعر الأصل عن متوسطه (Fidelity, 2011). عندما ترتفع التقلبات التاريخية للأصل أو تكون أعلى من المعتاد، فهذا يعني أن سعره يتحرك صعودًا أو هبوطًا بشكل أسرع أو بطريقة أكبر من المعتاد. وهذا قد يكون مؤشرًا على أنه من المتوقع أن يتغير شيء ما في الأصل أو أنه قد تغير بالفعل. وعندما يعود التقلب التاريخي إلى المستوى الطبيعي قد تكون بعض حالات عدم اليقين قد اختفت أو أصبحت الأمور واضحة.

وعليه نقول إن التقلبات التاريخية تشير إلى الانحراف أو التغير في أسعار الأصول الأساسية خلال فترة زمنية معينة في الماضي، ويتم عادة حساب التقلبات التاريخية على مدى سنة واحدة أي 252 يوم تداول. يتم استخدامه من قبل المتداولين لمقارنة مستوى التقلب الحالي للأصل الأساسي مع تقلباته التاريخية كلما كانت هناك فجوة بين التقلبات الحالية والتاريخية، يتخذ المتداولون مواقف بناءً على الفرصة. ومع ذلك، فإن مشكلة التقلبات التاريخية هي أنه مؤشر رجعي مما يعني أنه يعتمد على العوائد السابقة وهو ما ليس بالشكل الأكثر موثوقية للتقلبات.

- تقدير التقلب التاريخي Historical Volatility Estimating

يُلاحظ أن هناك عدة طرق لحساب التقلبات التاريخية، ولكن معظم هذه الطرق تعتمد على اختيار معلمتين: الفترة التاريخية التي يتم حساب التقلب خلالها، والفاصل الزمني بين التغيرات السعرية المتتالية. قد تختلف هذه الفترة بشكل كبير، بدءًا من بضعة أيام إلى عدة سنوات، وذلك اعتمادًا على الأهداف ونوع التحليل الذي يتم إجراؤه. على سبيل المثال، قد تُظهر الفترات الزمنية القصيرة تقلبات حادة، مما يلتقط تقلبات السوق أو الشذوذات، في حين أن الفترات الطويلة تميل إلى تجنب هذه التقلبات الشديدة، وتقديم مقياس أكثر استقرارًا ومتوسطًا للتقلبات الجوهرية للعقد. أما المعلمة الثانية المهّمة فهي الفاصل الزمني بين التغيرات المتتابعة في الأسعار. يجب على المتداولين أن يقرروا ما إذا كانوا سيتابعون تحركات الأسعار على أساس يومي أو أسبوعي أو حتى شهري، أو يختارون فترات غير تقليدية مثل كل يومين أو كل 10 أيام. ومن المهم أن اختيار الفاصل الزمني غالبًا ما يكون له تأثير طفيف على النتائج الإجمالية للتقلبات. وذلك لأن العقود التي تشهد تقلبات كبيرة يوميًا تظهر عادةً تقلبات مماثلة على فترات زمنية أطول مثل الأسبوعية أو الشهرية. ويتم توضيح هذه الملاحظة من خلال الرسوم البيانية كما في الشكل (32)، والتي تقارن تقلبات مؤشر S&P 500 على مدار فترات 50 يومًا متتابعة باستخدام فواصل زمنية مختلفة يومية، كل يومين، وكل خمسة أيام. ورغم أن الرسوم البيانية قد تتباعد في بعض الأحيان، إلا أن الاتجاهات والمستويات العامة للتقلبات تبقى متسقة إلى حد كبير عبر الفواصل الزمنية المختلفة. يشير هذا إلى أنه بالرغم من قلق المتداولين من الفاصل الزمني الذي يختارونه، فإن الأنماط العامة للتقلبات تميل إلى الاستمرار بغض النظر عن هذه التفاصيل. ويعني ذلك ضرورة فحص مجموعة متنوعة من الفترات التاريخية والفواصل الزمنية لاستيعاب ديناميكيات التقلبات الخاصة بعقد ما بشكل كامل (Natenberg, 1994, pp. 69–70).

**الشكل رقم (32):** التقلب التاريخي لمؤشر S&P 500 لـ 50 يوم




**المصدر:** (Natenberg, 1994, p. 71)

تعتبر التقلبات مؤشرا أساسيا لسلوك السوق، مما يؤثر على تقييمات المخاطر واستراتيجيات التداول واتخاذ القرارات. مثلا قد يفوت المتداول الذي يركز فقط على التقلبات قصيرة الأجل فهم الاتجاهات العامة للسوق أو المخاطر طويلة الأجل. وعلى العكس ذلك، فإن التركيز على التقلبات طويلة الأجل فقط قد يجعل المتداول يتغاضى عن التقلبات الحادة قصيرة الأجل التي قد تقدم فرصًا ومخاطر. لذلك ولتحقيق فهم متوازن لخصائص تقلبات العقد، فإنه من الضروري تبني نهج شامل يأخذ في الاعتبار أطر زمنية متعددة وفواصل زمنية مختلفة بين تغيرات الأسعار. حيث إن التقلبات التاريخية تعتبر أساسًا لمقاييس مالية أخرى مهمة مثل التقلبات الضمنية، التي تُستخدم في تسعير الخيارات وتقييم توقعات السوق بشأن التقلبات المستقبلية. كما تمكّن المعرفة العميقة بالتقلبات التاريخية المتداولين من تعديل استراتيجياتهم لتتناسب مع مستوى تحملهم للمخاطر وتوقعاتهم للسوق. على سبيل المثال، قد يضطر المتداولون الذين يعملون في بيئات عالية التقلب إلى تعديل مراكزهم بشكل متكرر أو استخدام أوامر وقف خسارة لحماية أنفسهم من التحركات السعرية المعاكسة المفاجئة. في المقابل، قد يعتمد المتداولون في الأسواق ذات التقلبات المنخفضة على استراتيجيات طويلة الأجل، متوقعين أن تتحرك الأسعار تدريجيًا في اتجاه ملائم مع مرور الوقت. وعليه فإن حساب وتحليل التقلبات التاريخية ليس مجرد عمل أكاديمي، بل هو جزء لا يتجزأ من القرارات اليومية التي يجب على المتداولين اتخاذها للنجاح في الأسواق المالية. وتظل المبادئ الأساسية التي تم توضيحها كاختيار الفترة التاريخية المناسبة والفاصل الزمني للتغيرات السعرية حاسمة لأي تحليل للتقلبات. حيث تضمن هذه المبادئ أن يكون المتداولون مجهزين بإطار عمل قوي لفهم ديناميكيات السوق واتخاذ قرارات مستنيرة تتماشى مع أهدافهم المالية ومستويات تحملهم للمخاطر. كما يُعد الفهم العميق لكيفية قياس التقلبات التاريخية وتفسيرها أمرًا أساسيًا لأي شخص مشارك في الأسواق المالية (Ederington & Guan, 2006).

هناك عدة طرق لتقدير التقلب التاريخي للأسواق المالية. أشهرها هي (Close-To-Close Estimator) التي تعتمد فقط على أسعار الإغلاق لحساب الانحراف المعياري لعوائد الأسعار. طرق أخرى أكثر تعقيدًا مثل (Parkinson, 1980) تعتمد على أعلى وأدنى الأسعار، بينما يستخدم (Garman & Klass, 1980) و (Rogers & Satchell, 1991) بيانات الفتح والإغلاق إلى جانب الأعلى والأدنى. (Yang & Zhang, 2000) يجمع بين عدة تقديرات مع تعديل للانحرافات بين الفتح والإغلاق. في حين أن (EWMA) و(GARCH) هي نماذج زمنية تركز على إعطاء وزن أكبر للبيانات الحديثة أو على تقلبات الماضي للتنبؤ بالمستقبل. لمزيد من المعلومات حول هذه النماذج انظر الفرع (2.1.2.1 تقدير التقلب Volatility Estimation) من هذا البحث.

**ت) التقلب المحلي Local Volatility**

إن أحد الانتقادات الرئيسية لأنموذج (Black-Scholes) الأصلي هو أنه حاول قفل تقلب الأصول الأساسية عند مستوى ثابت طوال حياة الخيار. وهذا في الواقع لا يعكس بيانات السوق الفعلية المتوفرة، و رغم ذلك فإن الأنموذج لا يزال أحد أكثر نماذج التقييم فعالية للخيارات. وبعد انهيار سوق الأسهم عام 1987 كانت شكوك المهتمين بالأسواق المالية قد تأكدت بخصوص افتراض التقلب الثابت. كما لوحظ بشكل جدي أن السوق ينتج ابتسامة التقلب (Volatility Smile) وانحراف التقلب (Volatility Skew). أي أن التقلبات الضمنية لعقود الخيارات لا تكون ثابتة كما يفترضها نموذج (Black-Scholes)، بل تعتمد على سعر التنفيذ وتختلف بناءً على الموقع النسبي لسعر التنفيذ من سعر الأصل الأساسي (Moneyness). فعند مقارنة التقلبات الضمنية لعقود الخيار ذات تاريخ الانتهاء نفسه، ولكن مع أسعار تنفيذ مختلفة، يلاحظ أن الخيارات التي تكون أسعار تنفيذها قريبة من السعر الحالي للأصل الأساسي تظهر تقلبات ضمنية أقل، بينما تزيد هذه التقلبات عندما تكون أسعار التنفيذ بعيدة عن السعر الحالي، سواء باتجاه أعلى أو أدنى. هذا يُظهر أن الأسواق المالية أكثر تعقيدًا مما يوحي به أنموذج (Black-Scholes)، وبالتالي ظهرت الحاجة إلى نموذج يأخذ في الاعتبار هذه التباينات (Remillard, 2013, p. 68).

أدت هذه الحاجة إلى قيام الأكاديميين بالبحث عن طرق أفضل لتمثيل التقلبات. وكانت التقلبات المحلية هي أحد المنتجات التي ظهرت من هذا البحث. وهنا ظهر دور أنموذج التقلب المحلي الذي قدّمه (Dupire, 1994) وقام بتطويره فيما بعد كلا (Derman & Kani, 1994). يسمح هذا الأنموذج بتسعير الخيارات بشكل يعكس هذه الاختلافات. حيث إن التقلب المحلي هو أنموذج يكون فيه التقلب ليس ثابتًا كما هو في نموذج (Black-Scholes)، بل هو دالة حتمية لسعر الأصل الأساسي والزمن، مما يعني أنه يختلف عبر الزمن والمستويات المختلفة لأسعار التنفيذ. ويُعبر عنه رياضيًا بـ $\sigma_{(S_t,t)}$. وهذا يعني أنه في أي وقت معين ومع سعر أصل محدد، يقوم الأنموذج بتحديد قيمة معينة للتقلب مما يوفر مرونة أكبر في التقاط واقع السوق. من خلال ذلك يقوم يعالج الأنموذج بشكل فعّال "ابتسامة التقلب" التي تعكس تقلبات ضمنية أعلى للخيارات التي تكون بعيدة، في أو بالقرب من السعر. الفكرة الرئيسية في التقلب المحلي هي أنه يمكن اعتباره كمتوسط للتقلبات الفورية الممكنة في عالم التقلبات العشوائية (Kelliher, 2022, p. 178).

بمعنى آخر، التقلب المحلي لا يُنظر إليه بالضرورة كطريقة دقيقة لتوقع تطور التقلبات المستقبلية، بل كأداة إحصائية يمكن استخدامها لتسعير الخيارات بطريقة تتسق مع بيانات السوق الحقيقية. ويكمن مفتاح نجاح أنموذج (Dupire, 1994) والمعبر عنه بمعادلة تفاضلية جزئية تسمح للمشاركين في السوق باستخراج دالة التقلب المحلي من أسعار الخيارات الملحوظة عبر أسعار تنفيذ وآجال مختلفة. حيث تربط هذه المعادلة التقلب المحلي بسعر الخيارات الأوروبية، والمشتقات الأولى والثانية لهذه الأسعار بالنسبة لسعر التنفيذ والزمن. باستخدام هذه العلاقة، يمكن للمتداولين اشتقاق سطح التقلب الذي هو تمثيل ثلاثي الأبعاد للتقلب كدالة تعتمد على كل من سعر التنفيذ والزمن المتبقي حتى انتهاء الصلاحية. يتيح ذلك ملاءمة أكثر دقة لبيانات السوق، مما يسمح للنموذج بالتكيف مع السلوك الخاص للتقلبات للخيارات المختلفة. وطبقا لمعادلة Fokker-Planck يمكن صياغة معادلة أنموذج Dupire كما يلي (Javaheri, 2015):

$$\sigma_{loc}^2(K,T) = \frac{\frac{\partial C(K,T)}{\partial T} + rK\frac{\partial C(K,T)}{\partial K}}{\frac{1}{2}K^2\frac{\partial^2 C(K,T)}{\partial K^2}} \quad (30)$$

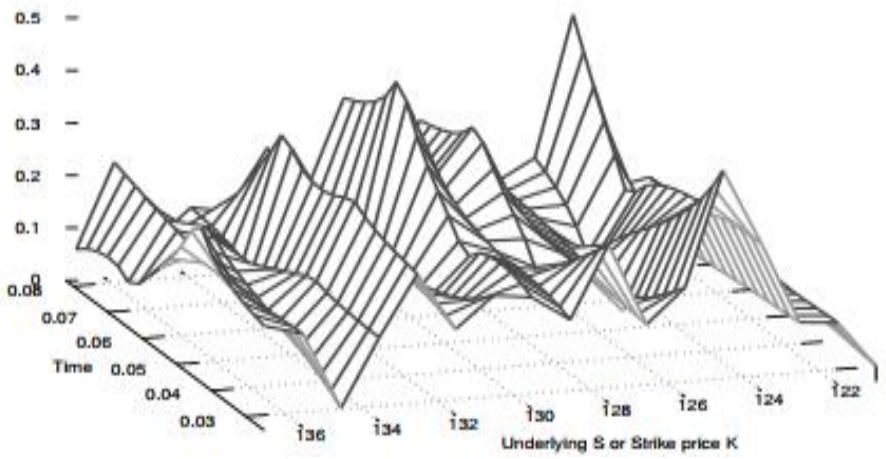
حيث:

- $\sigma_{loc}(K,T)$ هو التقلب المحلي عند سعر التنفيذ $K$ وزمن الاستحقاق $T$ ؛
- $K$ سعر التنفيذ؛
- $T$ زمن الاستحقاق؛
- $C(K,T)$ هو سعر خيار شراء أوروبي بدلالة سعر التنفيذ $K$ وزمن الاستحقاق $T$ ؛
- $\frac{\partial C(K,T)}{\partial T}$ هو المشتق الجزئي لسعر الخيار بالنسبة للزمن (Time Decay Or θ)؛
- $\frac{\partial C(K,T)}{\partial K}$ هو المشتق الجزئي لسعر الخيار بالنسبة لسعر التنفيذ (حساسية الخيار لسعر التنفيذ)؛
- $\frac{\partial^2 C(K,T)}{\partial K^2}$ هو المشتق الجزئي الثاني لسعر الخيار بالنسبة لسعر التنفيذ (التحدب في سعر الخيار)؛
- $r$ هو معدل الفائدة الخالي من المخاطر.

تتيح هذه الصيغة استنباط دالة التقلب المحلي من بيانات السوق، والتي يمكن استخدامها بعد ذلك في المعادلات التفاضلية العشوائية لنمذجة ديناميكيات سعر الأصل تحت تقلب محلي.

وعليه فإن من المزايا الرئيسية لنموذج التقلب المحلي أنه يوفر دالة تقلب حتمية، على عكس نماذج التقلب العشوائي حيث تتبع التقلبات نفسها عملية عشوائية (سنرى ذلك في النقطة الموالية). تسهل هذه الطبيعة الحتمية النموذج بطرق معينة، مما يجعله أسهل في المعايرة وأكثر كفاءة من حيث الحساب، مع الحفاظ على مرونة كافية لالتقاط ابتسامة التقلب وبنية التقلب الزمني. تشير بنية التقلب الزمني إلى كيفية تغير التقلبات بمرور الوقت، ويتعامل نموذج التقلب المحلي مع ذلك بجعل التقلب يعتمد على الزمن، مما يسمح له بالتكيف مع اقتراب انتهاء صلاحية الخيار (Gatheral, 2006).

**الشكل رقم (33):** يوضح سطح التقلب المحلي لشركة Boeing Company




**المصدر:** (Privault, 2022)

فيما بعد تم توسيع نموذج (Dupire, 1994) من خلال إدخال مفاهيم "التقلب العشوائي المحلي"، وهي نماذج تجمع بين التقلب المحلي والتقلب العشوائي. ويعتبر امتدادًا للنماذج التقليدية لتقديم فهم أعمق وأكثر شمولية حول كيفية تطور تقلبات السوق بمرور الوقت. حيث يستخدم العديد من الباحثين والمهنيين مثل (Bergomi, 2016) هذا النهج لدمج تأثيرات التقلب العشوائي مع التقلب المحلي، مما يجعل النماذج أكثر دقة في تسعير الخيارات المركبة والقياسية على حد سواء.

باختصار، يعد نموذج التقلب المحلي تقدمًا كبيرًا على افتراض التقلب الثابت في أنموذج (Black-Scholes)، حيث يوفر أداة مرنة وقوية لنمذجة ابتسامة التقلب وبنية التقلب الزمني. إن قدرته على مطابقة سطح التقلب بدقة تجعله ذا قيمة كبيرة في تسعير الخيارات، إدارة المخاطر والتحوط. ورغم هذا فإن الأنموذج لا يعد خاليا من العيوب خاصة في طبيعته الحتمية التي تحد من قدرته على التقاط أنماط التقلب العشوائي والقفزات في أسعار الأصول. ولهذا السبب فإنه غالبًا ما يُستخدم جنبًا إلى جنب مع أو كتمهيد لنماذج أكثر تعقيدًا التي تلتقط بشكل أفضل السلوكيات المختلفة للأسواق.

**ث) التقلب العشوائي (التصادفي) Stochastic Volatility**

في المفهوم الأوسع للأسواق المالية، يُعد التقلب مقياسًا لمدى تذبذب سعر الأداة المالية بمرور الوقت. كما يشير التقلب الأعلى إلى تقلبات سعرية أكبر بينما يشير التقلب المنخفض إلى تسعير أكثر استقرارا. إن افتراض النماذج التقليدية مثل أنموذج (Black-Scholes) ثبات التقلب يبسط تسعير الخيارات والمشتقات الأخرى، حيث إن افتراض هذا الثبات والتجانس لا يتماشى جيدا مع السلوك المرصود في الأسواق المالية الواقعية. حتى أن مؤسسا الأنموذج أنفسهم يعترفان أن التجانس كان أمراً غير واقعي فكتب (Black & Scholes, 1972, p. 416) "... هناك دليل على عدم الثبات في التباين، يجب القيام بمزيد من الجهود للتنبؤ بالتباينات باستخدام المعلومات المتاحة". أما نماذج التقلب المحلي (Local Volatility Models) فقد تغلبت على بعض جوانب القصور في نماذج التقلب الثابت إلا أنها لم تعكس بعض الخصائص الهامة للتقلب مثل ابتسامة وعنقدة التقلب. حيث يمكن أن يرتفع التقلب بشكل غير متوقع خاصة في أوقات عدم اليقين الاقتصادي أو الأزمات السوقية. كما افترضت أن الارتباط يكون تاما بين سعر الأصل وتقلبه، في حين أظهرت الدراسات التجريبية أنه لا وجود للترابط التام بينهما وأن التقلب يظهر سلوكا عنقوديا أي تجمعا. هذه الانحرافات أدت إلى تطوير نماذج تسعير أكثر تطورا تدمج التقلب العشوائي، وتفترض هذه النماذج أن التقلب يتبع عملية عشوائية Stochastic Process (Homescu, 2014).

تمت دراسة مفهوم التقلب العشوائي بشكل واسع في الأدبيات المالية، لكنه لا يزال موضوعا صعبا وغالبا ما يكون مثيرا للجدل. كما أشار (Funke & Goldstein, 1996)، (Annaert et al., 2002)، (Fornari & Mele, 2000)، (Gerlach et al., 2006)، (Opschoor, 2014)، فإن تقلب السوق المالي ذو طبيعة عشوائية. وهذا يعني أن تباين أسعار الأصول لا يتبع مسارا حتميا بسيطا، بل تحكمه عمليات عشوائية، مما يجعل من الصعب التنبؤ به على وجه اليقين. إن الطبيعة العشوائية للتقلب تضفي طبقة من التعقيد إلى النماذج المالية، لأنها تعني أن التقلب في المستقبل غير مؤكد ويمكن أن يتأثر بمجموعة متنوعة من العوامل غير المتوقعة. تعني كلمة "العشوائية" أن بعض المتغيرات يتم تحديدها بشكل عشوائي ولا يمكن التنبؤ بها بدقة. ومع ذلك يمكن تحديد التوزيع الاحتمالي بدلا من ذلك. ويستخدم مصطلح التقلب العشوائي لوصف تباين عملية العشوائية التي يتم توزيعها بشكل عشوائي (Mastroeni, 2022). وأضيفت الصفة "عشوائي" إلى كلمة تقلب لوصف تباين مؤشر الأمان ا(He & Chen, 2021).

وفي سياق النمذجة المالية، تتكرر النمذجة العشوائية مع قيم متتالية لمتغير عشوائي (Random Variable) غير مستقل عن بعضها البعض. والمقصود بغير المستقل هو أنه بينما تتغير قيمة المتغير بشكل عشوائي، فإن نقطة بدايته ستعتمد على قيمتها السابقة، والتي كانت بدورها تعتمد على قيمتها قبل ذلك، وهذا يصف ما يسمى بالسير العشوائي (Random Walk) (Adam, 2022). ويمكن تصنيف التقلبات العشوائية إلى زمنية منفصلة و زمنية مستمرة (D. Kim et al., 2022):

- التقلبات العشوائية في الزمن المنفصل: في هذا النوع من التقلبات يمكن أن تتغير قيمة المتغير فقط في نقاط زمنية معينة ومحددة. مثلا إذا كان يمكن أن يتغير سعر أصل ما فقط في نهاية كل ساعة، فإن هذا يعتبر عملية عشوائية في زمن منفصل؛
- التقلبات العشوائية في الزمن المستمر: في هذا النوع يمكن أن تتغير قيمة المتغير في أي لحظة زمنية. بمعنى أنه ليس هناك نقاط زمنية محددة حيث يمكن أن يحدث التغير. مثال على ذلك هو حركة الجزيئات في السوائل، حيث يمكن أن تحدث التغيرات في أي وقت.

وتُعتبر النماذج العشوائية قفزة نوعية عن النماذج التقليدية ذات الانحدار الذاتي مثل أنموذج (Black-Scholes). يجب أن يتضمن جوهر تقدير التقلب العشوائي في أسواق الأسهم عملية عشوائية تتحكم بها حركة براونية، وهذا من أجل توثيق الخصائص غير الملحوظة التي ستؤثر على ديناميكيات تسعير الأصول (Rambharat & Brockwell, 2010). وتبرز أهمية عمليات (Markov و Wiener) في النمذجة المالية خاصة في التقاط ديناميكيات أسعار الأصول والتقلبات. حيث تُستخدم عمليات Markov لنمذجة السلوكيات المعتمدة على الوقت في التقلب العشوائي، مما يسمح بإدراج التغيرات في النظام والسلوكيات المعتمدة على الوقت في العوائد المالية (Virbickaitė & Lopes, 2019). في حين تعتبر عمليات Wiener (الحركة البراونية) أساسًا في حساب التفاضل والتكامل العشوائي، وتستخدم غالبًا لإنشاء نماذج أكثر تعقيدًا يمكنها تمثيل مختلف الظواهر السوقية (Peirano & Challet, 2012). مثلا يوضح نموذج Baldovin-Stella كيف يمكن لمزيج من عمليات Wiener أن يمثل بشكل فعال ظواهر تخفيف التقلبات، على الرغم من أنه قد لا يتمكن من التقاط جميع الحقائق الموجودة في السوق (Peirano & Challet, 2012). تؤثر نماذج التقلب العشوائي المتأثرة بعمليات (Markov و Wiener) بشكل كبير على تسعير الخيارات من خلال توفير هيكل مرن يأخذ في الاعتبار الارتباط بين التقلب وعوائد الأصول (Jiang, 2007).

إن الفكرة من إدخال التقلب العشوائي هي جعل التقلب نفسه عملية عشوائية. والهدف من نموذج التقلب العشوائي هو أن يظهر التقلب غير ثابت ويتغير بشكل عشوائي. على سبيل المثال، يصبح الوضع مختلفًا إذا تأثر التقلب بمصدر عشوائي ثانٍ "غير قابل للتداول". تُعد نماذج التقلب العشوائي مفيدة لأنها تُفسر بطريقة متسقة سبب اختلاف التقلبات الضمنية لخيارات مع أسعار تنفيذ وتواريخ انتهاء مختلفة في نموذج (Black-Scholes) (منحنى الابتسامة للتقلب). يُعتبر التقلب العشوائي المفهوم الرئيسي المستخدم في مجالات الاقتصاد المالي والتمويل الرياضي للتعامل مع التقلب الزمني المتغير واعتماد الأسواق المالية. وقد تم التعرف على هذا الاعتماد منذ وقت طويل، كما أشار إليه (Mandelbrot, 1963) و (Officer, 1973).

وقد شهدت السنوات القليلة الماضية أحداثاً كثيرة أدت إلى زيادة كبيرة في تقلبات الأسواق المالية. بالإضافة إلى جائحة كورونا (COVID-19)، حيث رفعت معظم البنوك المركزية حول العالم معدلات الفائدة باستمرار بما في ذلك بنك الاحتياطي الفيدرالي في الولايات المتحدة (FED)، الذي يقترح زيادة أخرى بمقدار 75 نقطة أساس للحد من التضخم المتزايد. وخطت في ذلك دول مجموعة العشرة بتنفيذ إجراء مماثل سنة 2023. ولقد كانت هذه السياسات الاقتصادية الكلية واضحة أيضًا في أزمة المالية العالمية (2007-2008) حيث رفعت البنوك المركزية معدلات الفائدة بسبب بيئة غير التأكد آنذاك. خلال فترات الضائقة المالية يتجه التداول نحو الأصول الآمنة بسبب التضخم المتزايد. كما ينتج عن انتشار الخوف من الركود أن تأخذ الأسواق المالية اتجاهًا متشددًا. مع هذا المستوى العالي من عدم اليقين، تتجاوز التقلبات غير المسبوقة الأهداف المتوقعة بكثير.

على الرغم مما ذُكر أعلاه، فإن (Li & Koopman, 2021) يجادلان بأن هناك مكونات غير مرصودة تدفع أو تحرك التقلبات. حيث ينتج التقلب العشوائي عن عدم اليقين و ستكون تقييمات الأصول مبالغ فيها بشكل شبه مؤكد ويحتاج المشاركون في السوق إلى تعويض عن المخاطر الإضافية التي يتحملونها (Posedel Šimović & Tafro, 2021). كما ستكون هناك خاصية الارتداد المتوسط في الأسواق التي يوجد فيها تقلب عشوائي الأمر الذي يؤدي إلى توقعات منخفضة للعوائد المستقبلية (Peng et al., 2021). لذلك، فإن دراسة التقلب العشوائي في الأسواق المالية، خاصة خلال فترات الضيق المالي، ضروري لاستكشاف السلوك النهائي للتوزيع الشرطي لعوائد المؤشر المنزوعة المتوسط. هذا ممكن تماماً من خلال المعلمات المعدلة في العملية العشوائية التي قدرت الاحتمالات مثل التباين على المدى الطويل، الانجراف، الارتباط و القيم الاحتمالية p.

**3.2.2.1 اليونانيات لقياس حساسية قيمة الخيار The Greeks For Measuring Option Value Sensitivity**

إن تداول المشتقات المالية يضع البائع والمشتري في مواقف مختلفة من حيث المخاطر، حيث يأخذ المستثمر أفضل موقع أو يشاركه مع الأطراف المقابلة بمستوى أدنى من المخاطر. في حين أن المتداولين المهرة في الخيارات لا يستغلون اتجاه الأسواق، بل يسعون عادةً للاستفادة من التسعير الخاطئ لقيم الخيارات. يُطلق على هذا النهج المتبع من قبل المتداولين اسم "Bread And Butter". لهذا، سواء ارتفع السوق أو انخفض، فإن المستثمر لا يعطي في أسواق الخيارات أولوية لحركة السوق، بل يتبع التسعير الخاطئ للخيارات للتحوط ضد أي أخطار محتملة (Thomsett, 2005). وإنه من السهل التحدث عن القضاء على هذه المخاطر، لكن تنفيذ هذه الاستراتيجيات في الواقع العملي أمر صعب.

وتعرف الحروف اليونانية لأنموذج (Black-Scholes) على أنها مؤشرات تقيس حساسية قيمة الخيار اتجاه تغيير وحدة واحدة في قيمة الحرف اليوناني أو تغير متغير من متغيرات أنموذج (Black-Scholes)، ويمكن لهذه الحساسيات أن تمثل الأبعاد المختلفة للمخاطر في عقد الخيار، كما يمكن للمؤسسات المالية التي تبيع الخيار لعملائها إدارة المخاطر من خلال تحليل الحروف اليونانية (بن الضب، 2020، صفحة 409).

بناءً على ذلك، فإن الـ Greeks تلعب دوراً حاسماً في تسعير الخيارات، حيث توفر طريقة منظمة لقياس تأثير العوامل المختلفة على قيمة الخيار. مما يمكّن المتداولين من اتخاذ قرارات مستنيرة وإدارة المخاطر بفعالية. يُركز كل Greek على عنصر معين من المخاطر، كما يسمح للمتداولين بفهم كيفية استجابة الخيار لتقلبات السوق. تُمكّن الـ Greeks المتداولين من تحديد حساسية الخيار تجاه تغييرات في سعر الأصل الأساسي، التآكل (التسوس) الزمني، التقلبات، وأسعار الفائدة. من خلال فهم هذه الحساسية، يمكن للمتداولين إجراء تعديلات مدروسة على مراكزهم، وإدارة المخاطر بشكل أكثر فعالية، وتحسين استراتيجيات التحوّط. كما تساعدهم على توقع التغيرات في ظروف السوق والاستجابة لها، مما يضمن بقاء مراكزهم متوازنة ومتماشية مع مستوى تحملهم للمخاطر. وتوّفر الـ Greeks أساساً لاتخاذ القرارات في تداول الخيارات، مما يسمح لهم بالتعامل مع تعقيدات السوق بدقّة أكبر. (Passarelli & Brodsky, 2012a). وباختصار يُعد فهم الطريقة التي تتغير بها علاوة الخيار عند تغيّر العوامل الأساسية للتسعير أمراً ضرورياً ولا يقل أهمية عن إدراك الكيفية التي تُسعّر بها الخيارات، وتعبّر الـ Greeks عن كيفية تغير قيمة الخيار عند تغير أحد مدخلات أنموذج (Black-Scholes) مع ثبات باقي العوامل الأخرى. ويهدف ذلك إلى تقديم المعادلات الرياضية المستخدمة لحساب كل معلمة من هذه اليونانيات وفقاً لنموذج (Black-Scholes). (Focardi et al., 2013)، سنتناول الحروف اليونانية كما يلي (Leoni, 2014):

**أ. دلتا (Δ) Delta**

يُشار إليها بالحرف باليوناني (Δ)، وهي المشتق الجزئي الأول لسعر الخيار (العلاوة) بالنسبة لسعر سعر الأصل الأساسي (Benninga, 2014, p. 467). ويعتبر مؤشر Delta معدلاً لقياس درجة حساسية قيمة الخيار بالنسبة لتحركات السعر السوقي للأصل محل العاقد، حيث تقيس Delta معدل التغير في قيمة (سعر) الخيار فيما يتعلق بالتغير في سعر الأصل محل التعاقد، وإن هذه التغيرات في قيمة الخيار ستؤدي إلى إحداث تغيير يتناسب مع Delta الأصل الضمني أو الأصل محل التعاقد (Dyshaev & Fedorov, 2019). وتسمى أيضا بـ دلتا Delta التحوّط كونها تساعد على إدارة أخطار المحفظة، حيث تسمح بتحديد عدد الخيارات التي ينبغي شراؤها أو بيعها لاستخدامها للتحوّط ضد المخاطر التي يُمكن تتعرض لها المحفظة. وتتراوح قيمتها ما بين [1.0] وتسمى دالتا الموجبة وهذا يعني أن قيمة الخيار سترتفع إذا ارتفع سعر الأصل، وهذا ينطبق على خيارات الشراء لأنها تمنح صاحبها الحق في شراء الأصل بسعر ثابت، مما يجعل ارتفاع سعر الأصل مفيداً. وتُسمى دالتا السالبة إذا كانت تتراوح ما بين [1.-0] وهذا في حالة خيار البيع، مما يعني أن قيمتها تنخفض مع ارتفاع سعر الأصل، لأن خيارات البيع تمنح الحق في بيع الأصل بسعر ثابت، وبالتالي فإن ارتفاع السعر يقلل من قيمة هذا الحق. يمكن التعبير عن خيار دلتا إما بكسر عشري أو نسبة مئوية. على سبيل المثال، قد يكون لخيار البيع دلتا تبلغ -25% أو -0.25. وهذا يعني أن زيادة علامة واحدة في السعر الفوري تعني انخفاضًا بمقدار 0.25 علامة في قيمة البيع (Gleadall, 2021). ويمكن التعبير عن هذا مؤشر خيار دالتا الشراء من خلال العلاقة التالية (Ming, 2020, p. 5)، (C. F. Lee et al., 2010, p. 492):

$$
\begin{aligned}
\Delta_{Call} = \frac{\partial Call\,(S,K,r,T,\sigma)}{\partial S} &= N(d_1) + S\frac{\partial N(d_1)}{\partial S} - Xe^{-\pi}\frac{\partial N(d_2)}{\partial S} \\
&= N(d_1) + S\frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1}\frac{\partial d_1}{\partial S} - Xe^{-r\tau}\frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2}\frac{\partial d_2}{\partial S} \\
&= N(d_1) + S\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{1}{S\sigma_s\sqrt{\tau}} \\
&-Xe^{-rt}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{S}{X}\cdot e^{r\tau}\cdot\frac{1}{S\sigma_s\sqrt{\tau}} \\
&= N(d_1) + S\frac{1}{S\sigma_s\sqrt{2\pi\tau}}e^{-\frac{d_1^2}{2}} - S\frac{1}{S\sigma_s\sqrt{2\pi\tau}}e^{-\frac{d_1^2}{2}} \\
&= N(d_1)
\end{aligned}
\qquad (31)
$$

تكتب هذه الصيغة (قيمة خيار الشراء الأوربي) وفق أنموذج (Black-Scholes) في حالة عدم وجود توزيعات.

أما في حالة وجود توزيعات للأرباح فتكتب الصيغة الرياضية لمؤشر Delta خيار الشراء كما يلي:

$$\begin{aligned}\Delta_{Call} = \frac{\partial C}{\partial S} &= e^{-qT}N(d_1) + Se^{-qT}\frac{\partial N(d_1)}{\partial S} - Ke^{-rT}\frac{\partial N(d_2)}{\partial S} \\ &= e^{-qT}N(d_1) + Se^{-qT}\frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1}\frac{\partial d_1}{\partial S} - Ke^{-rT}\frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2}\frac{\partial d_2}{\partial S} \\ &= e^{-qT}N(d_1) + Se^{-qT}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} \\ &-Ke^{-rT}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{S}{K}\cdot e^{(r-q)T}\cdot\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} \\ &= e^{-qT}N(d_1) + Se^{-qT}\frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}e^{\frac{d_1^2}{2}} - Se^{-qT}\frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}e^{\frac{d_1^2}{2}} \\ &= e^{-qT}\,N(d_1)\end{aligned} \quad (32)$$

تشير $N(d_1)$ إلى دالة التوزيع الطبيعي التراكمي التي تُستخدم لتقدير احتمال أن يكون الخيار ITM عند تاريخ الاستحقاق. أي احتمال أن يكون العقد قابلا للتنفيذ عندما يحين تاريخ ذلك التنفيذ وقيمته تتنوع بين [1.0]، وهذا ما يفسر في كون سعر الأصل الضمني عند تاريخ انتهاء العقد سيجعل الخيار ذا قيمة. ويختلف هذا الاحتمال في تأثيره بين خيار الشراء وخيار البيع، وهنا تدخل دلتا Delta كعنصر رئيسي يميز بين الخيارين. فعلى سبيل المثال يجب أن تكون دلتا خيار الشراء موجبة لتعكس العلاقة الطردية بين سعر الأصل وسعر الخيار، فعند ارتفاع سعر الأصل يرتفع معه سعر خيار الشراء ما يجعل Delta إيجابية وقيمتها تتراوح بين [1.0]، وكلما اقتربت Delta من 1 كان الخيار أكثر حساسية لتغيرات سعر الأصل. وقد تتخذ Delta خيار البيع قيمة سالبة لتعكس العلاقة العكسية بين سعر الأصل وسعر الخيار، حيث يؤدي انخفاض سعر الأصل إلى ارتفاع في سعر خيار البيع مما يجعل Delta سالبة، وتكون قيمتها دائمًا [1-.0]. أي Delta خيار الشراء دائمًا ما تكون أكبر من الصفر في حين Delta خيار البيع دائمًا أقل من الصفر، مع الإشارة إلى أن قيمة Delta في الحالتين لا يمكن أن تتجاوز القيمة المطلقة للعدد 1 (العلي، 2020).

**الجدول رقم (5):** يوضح حالة الخيار حسب مؤشر الحساسية Delta

| | خيار غير مربح | خيار متكافئ | خيار مربح |
|---|---|---|---|
| **خيار الشراء Call** | $0 < \Delta < 0.5$ | $\Delta = 0.5$ | $0.5 < \Delta < 1$ |
| **خيار البيع Put** | $-0.5 < \Delta < 0$ | $\Delta = -0.5$ | $-1 < \Delta < -0.5$ |

**المصدر:** (بن الضب، 2020، صفحة 414)

ويُعبر عن الصيغة الرياضية لمؤشر دلتا خيار البيع بدون توزيعات كما يلي:

$$\begin{aligned}\Delta_{Put} &= \frac{\partial P}{\partial S} = Ke^{-rT}\frac{\partial N(-d_2)}{\partial S} - N(-d_1) - S\frac{\partial N(-d_1)}{\partial S} \\ &= Ke^{-rT}\frac{\partial\big(1-N(d_2)\big)}{\partial d_2}\frac{\partial d_2}{\partial S_t} - \big(1-N(d_1)\big) - S\frac{\partial\big(1-N(d_1)\big)}{\partial d_1}\frac{\partial d_1}{\partial S} \\ &= -Xe^{-rT}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{S}{K}\cdot e^{rT}\cdot\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} - (1-N(d_1)) + S\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} \\ &= -S\frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}e^{-\frac{d_1^2}{2}} - N(d_1) - 1 + S\frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}e^{-\frac{d_1^2}{2}} \\ &= N(d_1) - 1\end{aligned} \quad (33)$$

أما في حالة التوزيعات فيُعبر عن الصيغة الرياضية لمؤشر دلتا خيار البيع كما يلي:

$$\Delta_{Put} = \frac{\partial P}{\partial S} = e^{-qT}(N(d_1) - 1)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{Put} &= \frac{\partial P}{\partial S} = Ke^{-rT}\frac{\partial N(-d_2)}{\partial S} - e^{-qT}N(-d_1) - Se^{-qT}\frac{\partial N(-d_1)}{\partial S} \\ &= Ke^{-rT}\frac{\partial\big(1-N(d_2)\big)}{\partial d_2}\frac{\partial d_2}{\partial S} - e^{-qT}\big(1-N(d_1)\big) - Se^{-qT}\frac{\partial(1-N(d_1))}{\partial d_1}\frac{\partial d_1}{\partial S} \\ &= -Ke^{-\tau T}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{S}{K}\cdot e^{(\tau-q)T}\cdot\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} - e^{-qT}\big(1-N(d_1)\big) \\ &\quad + Se^{-qT}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{d_1^2}{2}}\cdot\frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} \\ &= -Se^{-qT}\frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}e^{\frac{d_1^2}{2}} + e^{-qT}(N(d_1)-1) + Se^{-qT}\frac{1}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}e^{\frac{d_1^2}{2}} \\ &= e^{-qT}(N(d_1)-1)\end{aligned} \quad (34)$$

وفي حالة خيار البيع كلما انخفض السعر السوقي للأصل محل التعاقد كلما اقترب Delta خيار البيع من الواحد الصحيح السالب (1-)، وهو مؤشر على احتمال كبير لتنفيذ خيار البيع مع احتمال أن يكون الخيار OTM عند تاريخ الاستحقاق، وفي هذه الحالة يجب على محرر العقد بيع الأصل محل التعاقد على المكشوف من أجل استخدام الأصل في تنفيذ العقد، أما في حالة ارتفاع السعر السوقي للأصل محل التعاقد تقترب Delta خيار البيع من الصفر (0) ولا داعي للبيع على المكشوف لأن احتمال التنفيذ ضعيف جدا.

**ب. غاما (Γ) Gamma**

نظرا لأن الخيار لا يعتمد بشكل خطي على أصله الأساسي، فإن استراتيجية التحوط المحايدة لل Delta تكون مفيدة فقط عندما يكون تحرك سعر الأصل الأساسي صغيراً. وبمجرد حدوث تحرك أكبر في سعر الأصل الأساسي، يصبح استخدام التحوط المحايد للغاما Gamma ضروريا (C. F. Lee et al., 2010). يعتبر المؤشر Gamma المشتقة الثانية (التفاضل) لدالة قيمة الخيار بالنسبة إلى مربع سعر الأصل محل التعاقد. أي أنه مؤشر للحساسية من الدرجة الثانية. بعبارة أخرى تحدد Gamma انحناء منحنى سعر الخيار، مما يوفر نظرة واسعة حول كيفية تغير Delta مع تقلب سعر الأصل الأساسي. إذن تمثل Gamma معدل التغير في Delta الخيار نسبةً إلى تغيرات سعر الأصل الأساسي (Balakrishnan, 2020). وعليه تقيس Delta حساسية سعر الخيار للتقلبات في سعر الأصل الأساسي، في حين تقيس Gamma تسارع هذه الحساسية مما يعني أنها تشير إلى كيفية تحول Delta. فعندما ينتقل الخيار من حالة OTM (Out of the Money) إلى حالة ITM (In the Money)، فإن Delta تميل إلى الزيادة وسرعة هذا التغير يتم تحديدها بواسطة Gamma. كما يمكن أيضًا اعتبار Gamma أداة لقياس القيمة الزمنية الخارجية (Extrinsic Value). وتصل Gamma إلى أعلى مستوياتها عندما يكون السعر السوقي للأصل الأساسي قريبًا من سعر التنفيذ الخاص بالخيار. بالمقابل، عندما تكون خيارات ITM عميقة (Deep In the Money) أو OTM عميقة (Deep Out of the Money) فإن Gamma تصبح قريبة من الصفر (Thomsett, 2018, p. 405). على سبيل المثال، إذا كان الخيار يحتوي على Delta 0.70 و Gamma 0.20، فإن ارتفع سعر الأصل الأساسي بمقدار دولار واحد سيؤدي في البداية إلى تغير سعر الخيار بمقدار 0.70 دولار، مع تعديل Delta لتعكس المزيد من الاختلافات في الأسعار. حيث سترتفع Delta بنفس درجة Gamma (0.70 + 0.20 = 0.90).

يساعد فهم Gamma المتداولين على التعامل بشكل أفضل مع تعقيدات أسواق الخيارات المالية، كونها تمكنهم من استخدام تقنيات إدارة المخاطر المتطورة وتحسين نتائج تداولهم. ويمتد تأثير Gamma إلى ما هو أبعد من الخيارات الفردية، حيث يؤثر على التعرض الأوسع للمخاطر لمحفظة المتداول خاصة بالنسبة للذين يحملون خيارات متعددة لكن بحساسيات متباينة. وعليه فإن دور Gamma لا يمكن الاستغناء عنه في الحفاظ على نهج متوازن لتداول الخيارات، حيث يمكن لإدارة التحولات السريعة في Delta تحديد نجاح أو فشل استراتيجية التداول. وبالتالي، يستخدم متداولو الخيارات Gamma غالبًا لقياس إمكانية حدوث تغييرات مفاجئة في الأسعار وتعديل مواقفهم وفقًا لذلك، مما يسلط الضوء على الطبيعة الدقيقة ومتعددة الأوجه لتأثير Gamma على تسعير الخيارات وإدارة المخاطر (Horasanlı, 2008).

وتوضح العلاقة التالية كيفية حساب مؤشر Gamma لخيار الشراء من النوع الأوربي بدون توزيعات:

$$\Gamma_C = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{\partial\left(\frac{\partial C}{\partial S}\right)}{\partial S} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial S} = N'(d_1) \cdot \frac{\frac{1}{S}}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} N'(d_1) \quad (35)$$

أما الصيغة الرياضية لمؤشر Gamma لخيار الشراء من النوع الأوربي مع توزيعات:

$$\Gamma_C = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{\partial\left(\frac{\partial C}{\partial S}\right)}{\partial S} = \frac{\partial\left(e^{-qT} N(d_1)\right)}{\partial S} = e^{-qT} \cdot \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial S} = e^{-qT} \cdot N'(d_1) \cdot \frac{\frac{1}{S}}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{e^{-qT}}{S\sigma\sqrt{T}} N'(d_1) \quad (36)$$

ويعبر عن مؤشر Gamma لخيار البيع من النوع الأوربي بدون توزيعات كما يلي:

$$\Gamma_P = \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} = \frac{\partial\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)}{\partial S} = \frac{\partial(N(d_1) - 1)}{\partial d_1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial S} = N'(d_1) \cdot \frac{\frac{1}{S}}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} N'(d_1) \quad (37)$$

أما صيغة مؤشر Gamma لخيار البيع من النوع الأوربي مع وجود توزيعات فيعبر عنها كما يلي:

$$\Gamma = \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} \& = \frac{\partial\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)}{\partial S} = \frac{\partial\left(e^{-qT}(N(d_1) - 1)\right)}{\partial s} = e^{-qT} \cdot \frac{\partial[(N(d_1) - 1)]}{\partial d_1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial S} = e^{-qT} \cdot N'(d_1) \cdot \frac{\frac{1}{s}}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{e^{-qT}}{S\,\sigma\sqrt{T}}\, N'(d_1) \quad (38)$$

مع العلم أن:

$$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

**ت. ثيتا (Θ) Thêta**

تميل المشتقات عموما والخيارات المالية خصوصا إلى أن تكون حساسة بشكل خاص للزمن، لأنها غالبا ما تنطوي على عقود تكون صلاحيتها مؤقتة فقط (Gleadall, 2021). كما أن الزمن يعتبر متغيرا هاما على مستوى جميع الأصعدة، ومعظم الظواهر لا يمكنها مقاومة الزمن وكذلك قيمة الخيار لا يمكنها مقاومته. ولقد تطرقنا في المبحث الأول إلى أن قيمة الخيار تتكون من القيمة الذاتية (الجوهرية) والقيمة الزمنية. وكلما طالت المدة إلى تاريخ الاستحقاق ارتفعت القيمة الزمنية لعقد الخيار، ومع انخفاض العمر الإنتاجي للخيار، تنخفض قيمته الزمنية أيضًا. ويسمى الانخفاض في قيمة الخيار بسبب مرور الوقت تسوس الوقت أو التآكل (في ظل ثبات العوامل الأخرى). يتم تمثيل القياسات الإضافية لتسوس الوقت بالحرف اليوناني ثيتا (Θ). ثيتا هي معدل التغير في سعر الخيار نظرا لتغير الوحدة في وقت انتهاء الصلاحية (Passarelli & Brodsky, 2012). ويتم تقديمها عادة كمعدل الانخفاض اليومي في قيمة الخيار. على سبيل المثال، إذا كانت قيمة خيار مالي تبلغ 1.50 دولار وكانت "ثيتا" الخاصة به 0.05، فإن قيمته ستنخفض إلى حوالي 1.45 دولار بعد يوم واحد، بافتراض عدم حدوث تغييرات أخرى في ظروف السوق. وعليه فإن قيمة الخيار المالي تتسم بعلاقة إيجابية مع الوقت المتبقي حتى تاريخ انتهاء الصلاحية، فكلما زادت المدة المتبقية زادت قيمة الخيار. يظهر هذا بشكل واضح عند مقارنة خيارات مالية على نفس الأصل الأساسي وبنفس سعر التنفيذ، ولكن مع تواريخ انتهاء مختلفة. الخيار ذو المدة الأطول دائمًا يكون أكثر قيمة، لأن الوقت الأطول يمنح حامل الخيار فرصة أكبر لاتخاذ قرار بشأن تنفيذ العقد مما يزيد من قيمته. وعليه يمكن القول إن مؤشر ثيتا Thêta يقيس التغير في قيمة الخيار الناجم عن النقصان في مدة حياة العقد بوحدة واحدة، بحيث يكون هناك تأثير سلبي على قيمة الخيار (بن الضب، 2020، صفحة 425). وتعبر ثيتا عن مقدار الانخفاض في قيمة الخيار المالي الذي يتحمله حامل العقد مع مرور الوقت، خاصة كلما اقترب تاريخ انتهاء العقد. فكل يوم يمر دون اتخاذ قرار بشأن الخيار يؤدي إلى تقليل قيمته الزمنية، مما يجعل ثيتا عاملاً سلبياً بالنسبة لحامل الخيار الذي يقرر الاحتفاظ به لفترة أطول. من جهة أخرى تعتبر ثيتا عاملاً إيجابياً للبائع. فعند بيع الخيار يتجنب البائع تحمل أخطار تدهور القيمة الزمنية، حيث يخرج من العقد ولا يتأثر بانخفاض القيمة مع مرور الوقت. ولهذا السبب يُطلق على استراتيجيات بيع عقود الخيارات "عمليات التداول إيجابية الثيتا"، حيث يعمل الزمن لصالح البائع وضد المشتري. لهذا فالزمن هو العدو الأول لحامل عقد الخيارات لأنه يقلل من قيمته بمرور الوقت. والبائعون عادة ما يستفيدون من هذا التأثير، بينما يتحمل المشترون مخاطرة التآكل التدريجي للقيمة الزمنية مع مرور كل يوم (Vernimmen et al., 2022).

وتُعطى العلاقة الرياضية (C. F. Lee et al., 2010, pp. 494–496) لمؤشر ثيتا Thêta من خلال مشتقة أنموذج (Black-Scholes) بالنسبة للمدة المتبقية من مدة الحياة، حيث يتم تقديم الصيغة الرياضية لمؤشر ثيتا Thêta خيار الشراء الأوربي دون توزيعات كما يلي:

$$\Theta_C = \frac{\partial C}{\partial t}, \qquad \tau = T - t$$
$$\Theta_C = -\frac{S_t \sigma_s}{2\sqrt{\tau}} \cdot N'(d_1) - rK \cdot e^{-r\tau} N(d_2) \tag{39}$$

فيما تُعطى الصيغة الرياضية لمؤشر ثيتا Thêta لخيار الشراء من النوع الأوربي مع توزيعات كالآتي:

$$\Theta_C = q \cdot S_t e^{-q\tau} N(d_1) - \frac{S_t e^{-q\tau} \sigma_s}{2\sqrt{\tau}} \cdot N'(d_1) - rK \cdot e^{-r\tau} N(d_2) \tag{40}$$

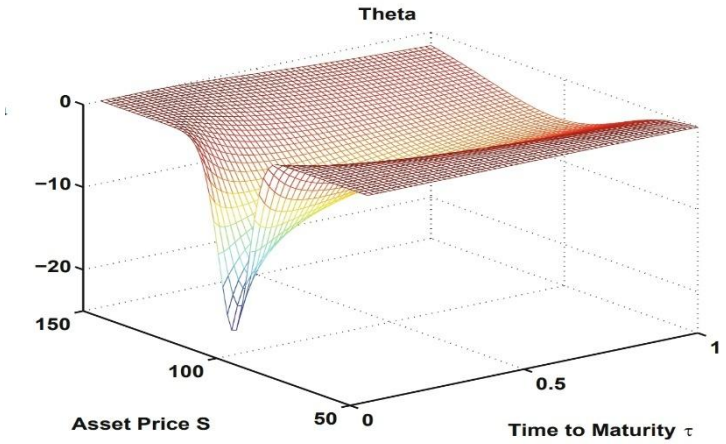
أما الصيغة الرياضية لمؤشر ثيتا Thêta لخيار البيع الأوربي دون توزيعات فتُعطى كما يلي:

$$\Theta_P = \frac{\partial P}{\partial t}, \qquad \tau = T - t$$
$$\Theta_P = -\frac{S_t \sigma_s}{2\sqrt{\tau}} \cdot N'(d_1) + rK \cdot e^{-r\tau} N(-d_2) \tag{41}$$

في حين تعطى الصيغة الرياضية لمؤشر ثيتا Thêta لخيار البيع الأوربي مع وجود التوزيعات كما يلي:

$$\Theta_P = rK \cdot e^{-r\tau} N(-d_2) - qS_t e^{-q\tau} N(-d_1) - \frac{S_t e^{-q\tau} \sigma_s}{2\sqrt{\tau}} \cdot N'(d_1) \tag{42}$$

**الشكل رقم: (34)** يوضح ثيتا Thêta خيار الشراء الأوربي كدالة لسعر الأصل وتاريخ الاستحقاق




**المصدر:** (Franke et al., 2019, p. 104)

**ث. فيغا (Vega (ν**

إن منهج أنموذج (Black-Scholes) في أن المصدر الوحيد للمخاطرة هو سعر الأصل محل التعاقد، مع افتراض أن تقلب ذات الأصل محل التعاقد ثابت ومستمر نفته الابتسامات. هذه الأخيرة أكدت أن هذا الافتراض لا ينطبق على أرض الواقع. وهنا يطرح السؤال التالي: ما مدى تأثير تغير التقلب على سعر الخيار؟ إن الإجابة على هذا السؤال هي ما يُعبّر عنه مؤشر فيغا "Vega" (تسمى أيضا في بعض الأدبيات كابا Kappa أو لامدا Lambda) (Taleb, 1997, p. 147). وعليه فإن مؤشر فيغا Vega يقيس حساسية قيمة الخيار نتيجة تغير التقلب في عائد الأصل محل التعاقد (Van Der Post et al., 2024). ومنه فإن فيغا تُستخدم لقياس حساسية سعر الخيار للتغيرات في التقلب الضمني، حيث تُعبّر عن مقدار التغير في قيمة الخيار عند حدوث تغير بنسبة 1% في التقلب الضمني. ولتسهيل الاستخدام العملي، يتم عادةً تطبيع قيمة فيغا وهذا باستخدام بوحدات "تيك" (Tick)[1]، فإذا كانت قيمة خيار ما تساوي 1.50 دولارًا والتقلب الضمني 25%، وكانت فيغا 5، فإن ارتفاع التقلب الضمني إلى 26% سيؤدي إلى زيادة قيمة الخيار إلى 1.55 دولار. وعلى العكس من ذلك، إذا انخفض التقلب الضمني بنسبة 0.5% ليصبح 24.5%، فإن قيمة الخيار ستنخفض إلى حوالي 1.475 دولار، وهذا طبعا مع افتراض ثبات العوامل الأخرى. إن هذا الأمر يعكس العلاقة الإيجابية المباشرة بين الخيارات والتقلب الضمني، فكلما زاد التقلب الضمني ترتفع قيمة الخيارات، بينما يؤدي انخفاض التقلب الضمني إلى خفض قيمتها. وعليه فإن امتلاك مركز شراء (Long) في الخيارات يعني امتلاك مركز "فيغا طويل" (Long Vega)، وبالتالي الاستفادة من زيادات التقلب الضمني، بينما يشير مركز البيع (Short) إلى مركز "فيغا قصير" (Short Vega)، والذي يعني الاستفادة من انخفاض التقلب الضمني (Gleadall, 2021). ومنه يمكن استنتاج ثلاث ملاحظات مهمة من مؤشر فيغا (Vicente, 2022):

- ارتفاع التقلبات يزيد من قيمة الخيارات؛
- عندما يكون السعر الأساسي قريبًا من سعر تنفيذ الخيار ترتفع قيمة فيغا "Vega"؛
- تنخفض قيمة فيغا "Vega" كلما اقترب الخيار من انتهاء.

من الجدير بالذكر أنه رغم أن فيغا تُعد مقياسًا مهما لتقييم حساسية الخيارات تجاه التقلب الضمني، إلا أن تفسيرها وجمعها يتطلبان فهمًا دقيقًا لأسعار التنفيذ، تواريخ الانتهاء، وتقلب البيئة المحيطة.

[1] يُمثل التيك (Tick) أصغر وحدة لتغير الأسعار في الأسواق المالية. على سبيل المثال، إذا تحرك سعر السهم من 50.00 دولارًا إلى 50.01 دولارًا، فإن هذا التغيير البالغ سنتًا واحدًا يعد علامة في التداول (Team Appreciate, 2024).

وبمقتضى أنموذج (Black-Scholes) فإن لـ فيغا "Vega" خيار شراء و خيار بيع. حيث تُعطى العلاقة الرياضية لمؤشر فيغا "Vega" خيار الشراء الأوربي بدون توزيعات من خلال المشتقة الأولى لأنموذج (Black-Scholes) بالنسبة للتقلب كما يلي :

$$\nu_C = \frac{\partial C}{\partial \sigma}, \qquad \tau = T - t \\ = S\sqrt{\tau} \cdot N'(d_1) \tag{43}$$

ويختلف مؤشر فيغا لخيار الشراء الأوربي في حالة عدم وجود توزيعات عن نظيره في حالة وجود توزيعات؛ حيث تعطى الصيغة الرياضية له كما يلي:

$$\nu_C = \frac{\partial C}{\partial \sigma}, \qquad \tau = T - t \\ = Se^{-r\tau}\sqrt{\tau} \cdot N'(d_1) \tag{44}$$

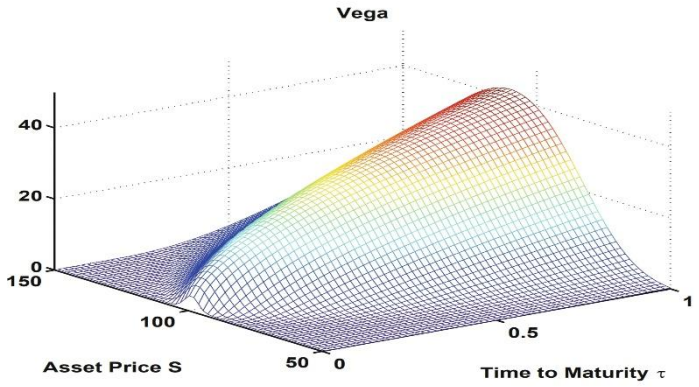
في حين أن الصيغة الرياضية لمؤشر فيغا خيار البيع الأوربي بدون توزيعات لا تختلف عن مؤشر فيغا خيار الشراء الأوربي بدون توزيعات وتعطى كالآتي:

$$\nu_P = \frac{\partial P}{\partial \sigma} = S\sqrt{\tau} \cdot N'(d_1) \tag{45}$$

وكذلك الأمر بالنسبة إلى لمؤشر فيغا خيار البيع الأوربي مع وجود توزيعات لا تختلف عن نظيره مؤشر فيغا خيار الشراء الأوربي مع وجود توزيعات وتعطى كالآتي:

$$\nu_P = \frac{\partial P}{\partial \sigma} = Se^{-r\tau}\sqrt{\tau} \cdot N'(d_1) \tag{46}$$

**الشكل رقم: (35)** يوضح فيغا Vega خيار الشراء الأوربي كدالة لسعر الأصل و تاريخ الاستحقاق




**المصدر:** (Franke et al., 2019, p. 106)

**ج. رو (ρ) Rho**

توفر قاعدة "تكافؤ السعر بين الخيارين" (Put-Call Parity) إطارًا قويًا في فهم وتحليل تأثير تغييرات أسعار الفائدة على تسعير الخيارات. في قلب هذا الفهم نجد "رو Rho" وهي واحدة من القيم اليونانية المستخدمة في نماذج تسعير الخيارات. حيث يقيس مؤشر "رو Rho" درجة حساسية قيمة الخيار للتغيرات الحاصلة في معدل العائد بدون مخاطرة أو سعر الفائدة (بن الضب، 2020، صفحة 440). أي قياس مقدار ارتفاع أو انخفاض سعر الخيار مع ارتفاع أو انخفاض سعر الفائدة الخالي من المخاطر (Anjana, 2020). وتلعب "رو Rho"دورًا مهمًا في تسعير النماذج مثل أنموذج (Black-Scholes). حيث تُحدد معدل التغير في سعر الخيار مع كل تغيير بنسبة مئوية واحدة في سعر الفائدة، أي أن كل زيادة في سعر الفائدة بنسبة 1% تؤدي إلى زيادة قيمة الخيار بنسبة "رو Rho" في المئة. هذا الأمر يوفر رؤى أساسية حول كيفية تأثير هذه المتغيرات الاقتصادية الخارجية على خيار الشراء (Call Options) والبيع (Put Options) بشكل مختلف. ويؤدي ارتفاع سعر الفائدة إلى زيادة قيمة خيارات الشراء وتقليل قيمة خيارات البيع. ويرجع ذلك إلى أن ارتفاع أسعار الفائدة يقلل من القيمة الحالية لسعر التنفيذ، مما يجعل التدفقات النقدية المستقبلية لخيار الشراء أكثر جاذبية ويقلل من جاذبية خيار البيع (Passarelli & Brodsky, 2012, p. 47). لذلك يكون "رو Rho" موجبًا لخيارات الشراء وسالبًا لخيارات البيع. مع العلم أن "رو Rho" يشير إلى التغيير في الخيار بناءً على التغير الكامل في أسعار الفائدة. حيث إنه عادة ما تتحرك أسعار الفائدة لأعلى أو لأسفل بزيادات ربع أو نصف نقطة، لهذا ليس لـ "رو Rho" تأثير كبير على معظم حياة الخيارات (Rhoads, 2011a, p. 10). وتتوقف قيمة "رو Rho" بشكل كبير بناءً على سعر التنفيذ والوقت المتبقي حتى تاريخ التنفيذ. ففي خيارات الشراء التي تكون بعيدة عن سعر التنفيذ بشكل كبير (Deep Out-of-the-Money) تكون قيمة "رو Rho" صغيرة، لأن تغيرات معدل الفائدة تؤثر بشكل طفيف على أسعارها. في حين تكون قيمة "رو Rho" أعلى و أكبر في خيارات الشراء القابلة للتنفيذ بوضوح أي التي تكون داخل نطاق الربحية (Deep In-the-Money)، حيث يكون لهذه الخيارات قيمة داخلية قوية تجعل أسعارها أكثر تأثرًا بتغيرات معدل الفائدة. وفي حالة خيار البيع، إذا كان سعر الأصل أقل من السعر المستهدف (ما يعني أن الخيار قابل للتنفيذ)، فإن "رو Rho" سيكون ذا قيمة أكبر وبإشارة سالبة. وإذا كان سعر الأصل أعلى من السعر المستهدف، فإن حساسية الخيار لتغيرات معدل الفائدة تقل، مما يؤدي إلى انخفاض قيمة "رو Rho". وبالنسبة للمحدد الثاني لقيمة "رو Rho" أي اقتراب تاريخ التسوية فإن قيمة الخيار الزمنية تقل تدريجيًا، ممّا يجعل "رو Rho" يقترب من الصفر، حيث يصبح تأثير تغير معدّل الفائدة على سعر الخيار شبه معدوم (هندي، 2011، صفحة 235).

وتمثل "رو Rho" التفاضل الجزئي الأول لدالة قيمة عقد الخيار بالنسبة لسعر الفائدة في أنموذج (Black-Scholes). وتعطى الصيغة الرياضية للمؤشر لخيار الشراء الأوربي في حالة عدم وجود التوزيعات كما يلي (Hilliard et al., 2021, p. 142):

$$\rho_C = \frac{\partial C}{\partial r}, \qquad \tau = T - t \\ = K\tau \cdot e^{-r\tau} N(d_2) \tag{47}$$

وكذلك الأمر بالنسبة للصيغة الرياضية للمؤشر لخيار الشراء الأوربي في حالة وجود التوزيعات، حيث إن المؤشر "رو Rho" يتميز بعدم حساسيته للتوزيعات و تعطى صيغته كالآتي (Campolieti et al., 2021):

$$\rho_C = \frac{\partial C}{\partial r}, \qquad \tau = T - t \\ = K\tau \cdot e^{-r\tau} N(d_2) \tag{48}$$

أما في حالة خيار البيع فبعد اشتقاق مؤشر "رو Rho" لخيار البيع الأوربي في حالة عدم وجود التوزيعات انطلاقا من أنموذج (Black-Scholes) نحصل على الصيغة التالية:

$$\rho_P = \frac{\partial P}{\partial r} = -K\tau \cdot e^{-r\tau} N(-d_2) \tag{49}$$

فيما تعطى نفس الصيغة الرياضية لمؤشر "رو Rho" خيار البيع الأوربي مع وجود توزيعات لعدم حساسية المؤشر لها كما يلي:

$$\rho_P = \frac{\partial P}{\partial r} = -K\tau \cdot e^{-r\tau} N(-d_2) \tag{50}$$

تجدر الإشارة إلى أنه إذا كانت يونانيات الدرجة الأولى (مثل دلتا، جاما، فيجا، ثيتا و رو) والتي تصف الحساسية الفورية لسعر الخيار تجاه تغيرات عوامل السوق، فإنه هناك قيم يونانية أخرى تسمى اليونانيات من الدرجة الثانية (Second-Order Greeks). والتي تلتقط معدل تغير هذه الحساسية نفسها. وتعتبر هذه المؤشرات مهمة جدا خاصة في إدارة المحافظ التي تحتوي على استراتيجيات خيارات معقدة أو خلال ظروف السوق المتقلبة. وأشهر هذه الحروف (Volga، Vanna، Charm، Speed، Color، Zomma). لمزيد من المعلومات انظر (Franke et al., 2019)، (Maxime de Bellefroid, n.d.).

### 3.2.1 مقاربات تسعير الخيارات Options Pricing Approaches

شكّلت نظرية تسعير الخيارات حجر الأساس في عالم التمويل، ولا سيما في مجال تداول الخيارات. فقد استحوذت مسألة تحديد السعر العادل لعقد الخيار في أي لحظة زمنية على اهتمام خبراء الأسواق المالية. وعلى الرغم من الجهود المستمرة لإيجاد هذا السعر، إلا أن المسألة ظلت عصية على الحل، لا سيما مع ظهور ما يُعرف بـ"ابتسامة التقلب" عقب أزمة أكتوبر 1987. ذلك أن النماذج الرياضية المستخدمة في تقييم هذه الأسعار تعتمد على متغيرات تكتنفها حالة من الغموض، كما أنها تُبنى على تنبؤات مستقبلية تزيد من حدة التذبذب وعدم اليقين في الأسعار (العبادي، 2008). وقد كشفت آلية السوق عن سلوكيات غير خطية ومعقدة تؤدي إلى تقلبات حادة، بينما عجزت نظرية "كمال الأسواق" عن عكس الواقع الحقيقي لعوامل السوق المتغيرة. وفي ظل هذه التحديات، دعت الحاجة إلى فهم أكثر عمقًا لسلوكيات الأسواق، وإلى تطوير نماذج أكثر مرونة ودقة لتقييم تقلبات الأسعار وتحديدها. ومن هذا المنطلق، ظهرت مداخل رئيسية جديدة في تسعير الخيارات تستند إلى أنواع التقلب المختلفة، والتي سنستعرضها بشيء من التفصيل في هذا المطلب (Bouchard & Chassagneux, 2016)، (H.-F. Wu, 2019)، (Henry-Labordere, 2008).

- نماذج التقلب الثابت Constant Volatility Models؛
- نماذج التقلب المتحرك Local Volatility Models؛
- نماذج التقلب العشوائي (التصادفي) Stochastic Volatility Models.

من المهم الإشارة إلى أنه لا يوجد أنموذج لتسعير الخيارات يتمتع بقبول كامل وشامل. يعود ذلك إلى أن كل سوق لديه تفضيلاته الخاصة واستخداماته المميزة لتلك النماذج. بالتالي، تختلف النماذج المستعملة بناءً على الظروف الخاصة لكل سوق وحاجاته الفريدة.

#### 1.3.2.1 نماذج التقلب الثابت Constant Volatility Models

تعتمد هذه النماذج على فرضية أن تقلب عوائد الأصول يظل ثابتًا أو يمكن التعبير عنه بشكل مستمر مع مرور الوقت، مما يُساهم في تبسيط التعقيدات الكامنة في سلوك الأسواق المالية. ويُعد أنموذج (Black-Scholes) أحد أبرز التطبيقات لهذه النماذج، حيث يعتمد على الحركة البراونية الهندسية لوصف ديناميكيات أسعار الأصول. هذا الأنموذج يُفترض أن الأسعار تتبع عملية عشوائية، حيث يكون التغير في الأسعار مرتبطًا بالزمن بشكل مستمر وبمعدل تقلب ثابت (Dana et al., 2007)، ما يجعل منه أداة رياضية قوية وسهلة التطبيق في حقل تسعير عقود الخيارات المالية.

**1.1.3.2.1 أنموذج بلاك-شولز Black-Scholes Model**

شكّل أنموذج (Black & Scholes, 1973)، المعروف اختصارًا بـ BS أو BMS، إنجازًا بارزًا في مجال التمويل، حيث أصبح محور اهتمام الباحثين والمتخصصين على مدى العقود الماضية. تم تطوير هذا الأنموذج بواسطة (Fischer Black) و (Myron Scholes)، وتم توسيعه لاحقًا بواسطة (Merton Robert). وقد أثّر بشكل كبير على مجال الرياضيات المالية واستراتيجيات الاستثمار. حيث يُعد هذا الأنموذج تطورًا نوعيًا في معالجة التحدي المرتبط بتسعير الخيارات المالية، خاصة الخيارات الأوروبية منها. وتكمن أهمية نظرية (Black-Scholes) في قدرتها على تقديم حل نظري متماسك لتحديد القيمة العادلة للخيارات الأوروبية. يعتمد هذا الأنموذج على فرضية أساسية مفادها أن الخيار المالي يمكن اعتباره دالة رياضية لمصدر وحيد لعدم اليقين، هو سعر الأصل الأساسي المرتبط بالخيارات (Flores Méndez et al., 2024).

تمكّن بلاك وشولز من إنشاء استراتيجية تحوّط خالية من المخاطر تقريبًا، من خلال تصميم محفظة مالية تجمع بين الخيارات والأصول الأساسية. ساعدتهم هذه الاستراتيجية على اشتقاق صيغة تحليلية دقيقة لتسعير الخيارات، الأمر الذي وفّر حلاً مبتكرًا يعتمد على عدم وجود فرص للمراجحة ( Arbitrage-Free Pricing). وقد أظهرت الصيغة النهائية للأنموذج أن القيمة العادلة للخيارات الأوروبية تعتمد على مجموعة من العوامل القابلة للملاحظة، وهي: سعر السهم الأساسي في السوق، سعر التنفيذ، مدة الاستحقاق، سعر الفائدة الخالي من المخاطر، وتقلب سعر السهم. ويُعتبر التقلب العامل الوحيد من بين هذه المتغيرات الذي يتطلب التقدير أو النمذجة حيث لا يمكن ملاحظته مباشرة (Rani, 2024).

وتجدر الإشارة إلى أن جذور تسعير الخيارات على وجه الخصوص والتمويل الكمّي الحديث، يعود تاريخه في الواقع إلى عام 1900، عندما قدّم لويس باشيليه أطروحته "نظرية المضاربة" (Bachelier, 1900). حيث يُظهر أنموذج تسعير خيارات Bachelier والذي تم استخدامه بشكل أساسي لتسعير خيارات السندات الحكومية الفرنسية، أوجه تشابه كبيرة مع ما نعرفه اليوم باسم أنموذج تسعير خيارات (Black-Scholes). ويستخدم كلاهما افتراضات ديناميكية واحتمالية مماثلة للسعر ومعلمات الإدخال والعلاوة. وقد قام Bachelier بوضع وبناء أنموذج لأسعار الأسهم في سوق الأوراق المالية في باريس من خلال عملية عشوائية مستمرة، وعرفت منذ ذلك الحين بالحركة البراونية (Nyarko et al., 2023). تمكن بعد ذلك من حساب أسعار المنتجات المالية الرئيسية، كما قام أيضًا بإعادة تنشيط المجال نفسه، وتوقع تطور نظرية العمليات العشوائية من خلال إدخال الوقت والاستمرارية إلى نظرية الاحتمالات الكلاسيكية (Bru, 2010).

وقد قام "Louis Bachelier" بصياغة أنموذج رياضي لتقييم خيار الشراء الأوربي بدون توزيعات على النحو التالي (Choi et al., 2022):

$$C(S,K,T) = e^{-rT}\left[(S - K)\Phi(d) + \sigma\sqrt{T}\,\varphi(d)\right] \quad (51)$$

حيث:

- $C(S,K,T)$ سعر خيار الشراء الأوروبي؛
- $r$ معدل الفائدة الخالي من المخاطر؛
- $\sigma$ تقلب الأصل الأساسي؛
- $\Phi(d)$ دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الطبيعي القياسي؛
- $\varphi(d)$ دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي القياسي؛
- $d = \frac{(S-K)}{(\sigma\sqrt{T})}$ مقياس موحد يمثل مدى كون الخيار ITM أو OTM.

وقدّم هذا الأنموذج أول تحليل للخصائص الرياضية للحركة البراونية (Brownian Motion) لنمذجة التغير العشوائي في أسعار الأسهم، كما أن تحليله كان مقدمة بما يُعرف الآن بفرضية السوق الفعّالة (Schachermayer & Teichmann, 2008). إلا أن أهم ما انتقد فيه هذا الأنموذج هو أنه يسمح بأسعار الأصول السلبية، أي أن صيغته تقر بوجود القيم السالبة للأسعار و أسعار الخيار. وهذا لأنه يفترض التوزيع الطبيعي لسعر الأصل. ثانياً، يفترض Bachelier أن متوسط التغير المتوقع في الأسعار يساوي صفراً. ويعني هذا الافتراض أن المستثمر يتمتع بمعدل صفري من التفضيل الزمني وأنه محايد للمخاطر أي أنه لا يمانع تحمل المخاطر (Sullivan & Weithers, 1991). وقد اكتسب الأنموذج الاهتمام مرة أخرى في القرن 21 كونه قادر على التعامل مع أسعار الأصول السلبية، وهو ما كان يعتبر قيده. وأجبرت أسعار الفائدة السلبية التي لوحظت في بعض البلدان المتقدمة بعد الأزمة المالية العالمية في عام 2008 مكاتب التداول ذات الدخل الثابت على إعادة النظر في نماذج تسعير الخيارات الخاصة بها. علاوة على ذلك أدى انتشار فيروس COVID-19 إلى عمليات الإغلاق في جميع أنحاء العالم بسبب الانخفاض الحاد جدا في الطلب العالمي على النفط. و في أفريل 2020، أصبحت أسعار العقود الآجلة للنفط سلبية بشكل حاد لأول مرة في التاريخ. واستجابة لذلك قامت بورصة شيكاغو التجارية (CME) وبورصة "Intercontinental Exchange" (ICE) بتغيير نماذجهما مؤقتًا لخيارات النفط والغاز الطبيعي من أنموذج (Black-Scholes) إلى أنموذج Bachelier حتى أوت 2020 للتعامل مع الأسعار السلبية (CME Group, 2020).

وفي دراسة أخرى قدّم لنا (Sprenkle, 1961) أنموذج آخر لتقييم الخيارات. و جاء هذا الأنموذج لمعالجة القصور الذي عرفه أنموذج (Bachelier, 1900) بسبب الافتراض القائل إن حركة الأسهم تتوزع بشكل طبيعي. وفي هذا العمل الرائد، افترض Sprenkle أن أسعار الضمانات تتأثر بعوامل مختلفة مثل الأسعار المستقبلية المتوقعة للأصول الأساسية، وتقلب هذه الأصول، وتفضيلات المخاطرة لدى المستثمرين .Y) (Wang & Ma, 2008. فقام في أنموذجه باستبعاد السلبية في أسعار الأسهم مع السماح بتجنب الأخطار، وهذا من خلال ترك أسعار الأصول تتضاعف بدلا من التقلبات، مما يسمح بأن يكون توزيع الأصول محل التعاقد عند تاريخ التسوية هو لوغاريتم الطبيعي وليس الطبيعي (بن الضب، 2020، صفحة 339). وتم صياغة الأنموذج لتقييم خيار الشراء الأوربي على النحو التالي (MacKenzie, 2008, p. 282):

$$C = S.e^{\rho T}.N(d_1) - (1 - P_e).K.N(d_2)$$

$$d_1 = \left( \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (\rho + \frac{\sigma^2}{2})T}{(\sigma\sqrt{T})} \right) \qquad (52)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

حيث:

- $\rho$ متوسط معدل نمو سعر الأصل؛
- $P_e$ سعر Sprenkle للرافعة المالية، أي يعكس درجة النفور من أخطار السوق بالنسبة للمستثمر.

وصاغ لنا (Boness, 1964) أنموذجا آخر لتسعير الخيارات، إلا أنه صياغته تمت ضمن إطار زمني منفصل، ويعتمد نموذج Boness على التقييم المحايد للمخاطر، مع استخدام القيمة الزمنية للنقود من خلال خصم سعر الأصل النهائي. كما أسس أيضًا لفهم احتمالية تحركات الأسعار العشوائية، وهو أساس رئيسي في النظرية المالية الحديثة. وتم اقتراح النموذج كما يلي (BSIC, 2023):

$$C(S,T) = SN(d_1) - Ke^{\rho T}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(\rho + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad (53)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

حيث يمثل $\rho$ متوسط معدل نمو سعر الأصل.

وأرست نظرية (Samuelson, 1965) العقلانية لتسعير الضمانات التي وضعها عام 1965 الأساس لفهم كيفية تقييم الخيارات المالية. حيث سمح Samuelson للتقلب أن يكون مستمرا في أنموذج هذه النظرية، والذي تم توسيعه في الأبحاث اللاحقة. وكان نهج Samuelson رائداً في افتراضه أن أسعار الأصول تتبع حركة براونية هندسية كما تتميز بالسير العشوائي المستمر مع الانجراف الإيجابي، وهذا الذي يفسر إدراج أسعار الفائدة الإيجابية وعلاوة المخاطر. وتضمن نهجه استخدام توقعات عوائد الخيارات المستقبلية في إطار الإجراء المحايد للمخاطر. وهذا يعني أنه بدلاً من خصم المكاسب المتوقعة حسب معدل العائد الفعلي للأصل الأساسي (وهو أمر يصعب تقديره)، أظهر أنه من الممكن الخصم بسعر الفائدة الخالي من المخاطر. هذه الرؤية الحاسمة سهّلت الحسابات بشكل كبير. إضافة إلى ذلك، استكشف Samuelson خصائص الخيارات ذات ميزات الاستحقاق المبكر (الخيارات الأمريكية)، مع الاعتراف بالتعقيد الإضافي مقارنة بالخيارات الأوروبية التي لا يمكن ممارستها إلا عند انتهاء الصلاحية. وناقش كيف أن إمكانية الممارسة المبكرة تقدم حدود ممارسة مثالية، وهو سعر عتبة يصبح عنده الأمثل لممارسة الخيار قبل الاستحقاق. واقترح الصيغة التالية لتقييم خيار الشراء الأوربي (Bellalah, 2009, p. 371):

$$C(S,T) = Se^{(\rho-\omega)T}N(d_1) - Ke^{-\omega T}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(\rho + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad (54)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(\rho - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

حيث $\omega$ تمثل متوسط معدل نمو قيمة خيار الشراء.

و قدّم (Thorp & Kassouf, 1967) مساهمة عملية من خلال صيغة لتسعير الضمانات المالية، تُظهر نسبة الأسهم اللازمة لإنشاء مركز تحوطي متوازن عن طريق شراء أصل وبيع آخر، لكنهم لم يدركوا أن عوائد المحفظة المتحوطّة يجب أن تتساوى مع عوائد الأصول الخالية من المخاطر. جاء الاختراق مع أنموذج (Black-Scholes)، الذي دمج مفاهيم التحوط مع مبدأ المراجحة، وأزال الحاجة لدوال المنفعة الذاتية. اعتمد الأنموذج على بيانات السوق مثل تقلبات الأسعار ومعدلات العائد الخالي من المخاطر، وقدم صيغة دقيقة لتسعير الخيارات عبر إنشاء محفظة خالية من المخاطر باستخدام التحوط الديناميكي، مما جعل هذا الأنموذج ركيزة أساسية في عالم المالية الحديثة (BSIC, 2023).

❋ الحركة البراونية The Brownian Motion

لقد أحدث دمج العمليات العشوائية في النمذجة المالية ثورة في النهج المتبع في التنبؤ بالمخاطر المالية وإدارتها. مما يمثل نقلة نوعية في فهم الأسواق المالية وتحليلها. بدأت الرحلة مع العمل الأساسي الذي قدّمه (Brown, 1828)، حيث لاحظ الحركة غير المنتظمة لحبوب الطلع (Pollen) في الماء، والتي أصبحت تُعرف لاحقًا باسم الحركة البراونية، ممّا وفّر إطارًا لفهم العشوائية في الأنظمة الطبيعية. وقد وجد هذا المفهوم تطبيقه في المجال المالي من خلال العمل الرائد الذي قدّمه (Bachelier, 1900)، حيث اقترح أن أسعار الأسهم تتقلب بشكل عشوائي، واضعًا الأساس النظري لفرضية كفاءة السوق (EMH) ونظرية السير العشوائي (S. Zou et al., 2024). حيث خَلُص Bachelier إلى أن تقلبات الأسعار التي يتم ملاحظتها على مدى فترة زمنية صغيرة تكون مستقلة عن السعر الحالي إلى جانب السلوك التاريخي لتحركات الأسعار. من خلال الجمع بين افتراضاته ونظرية الحد المركزي، استنتج أيضًا أنه يمكن القول بأن السلوك العشوائي للأسعار يمثله التوزيع الطبيعي (التوزيع الغوسي). وبافتراض أن أسعار الأسهم تتبع مساراً عشوائياً، يمكن وصف ديناميكيات تحركات الأسعار باستخدام معادلة تفاضلية عشوائية، حيث يتم نمذجة سعر السهم $S_t$ كعملية زمنية مستمرة تتأثر بمكونات حتمية وعشوائية. تُعطى المعادلة بـ:

$$S(t) = S(0) + \mu t + \sigma W(t) \quad (55)$$

حيث:

- $t \geq 0$ متغير غير معتمد على الزمن؛
- $S(t)$ سعر السهم وقيمته الأولية هي $S(0)$؛
- $\sigma$ التقلب في سعر السهم؛
- $\mu$ تعبر عن العائد المتوقع من السهم؛
- $W(t)$ عملية وينر أو حركة براونية ذات متوسط يساوي صفر وعملية غوسية تباين واحد.

إن معادلة الأنموذج المقترح تعاني من عدة قصور. أولاً: يفترض الأنموذج أن سعر السهم يمكن أن يكون سالباً أي أقل من الصفر، وهو أمر غير ممكن في الواقع كون أسعار الأسهم دائما تكون موجبة. ثانياً: يربط الأنموذج بشكل مباشر بين التغير في سعر السهم والسعر الأولي، مما يعني أن الأسهم ذات الأسعار الأولية المختلفة يمكن أن تُحقق نفس الأرباح والخسائر في نفس الفترة الزمنية، وهو ما يتعارض مع الملاحظات السوقية في أرض الواقع (Sellamuthu, 2014).

❋ الحركة البراونية هي عملية ماركوف Brownian Motion is a Markov Process

تعتبر العملية عملية ماركوف "Markov Process" صنفا من العمليات العشوائية حيث تتميز بخاصية "عديمة الذاكرة" (Pascucci, 2024)، ممّا يعني أنها تتضمن متغيرات عشوائية تتطور بمرور الوقت. السمة المميزة لعملية ماركوف هي أن الحالة المستقبلية للعملية تعتمد فقط على الحالة الحالية وليس على تسلسل الأحداث التي سبقتها. تُعرف هذه الخاصية باسم خاصية ماركوف "Markov Process". بمفهوم أكثر تقنية، إذا كان التوزيع الاحتمالي للحالة المستقبلية للعملية، في ضوء الحالة الحالية وجميع الحالات السابقة، هو نفس التوزيع الاحتمالي للحالة المستقبلية في ضوء الحالة الحالية فقط، أي أن القيم التاريخية للمتغيرات لا تؤثر على التنبؤ بالقيمة المستقبلية، ويؤثر التنبؤ بالقيمة المستقبلية فقط على القيمة الحالية (Fang, 2022). ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا كما يلي (Haghighi et al., 2024, p. 517): العملية العشوائية $\{X(t), t \geq 0\}$ هي مجموعة من المتغيرات العشوائية المرتبطة بالزمن $t$، تحقق خاصية ماركوف "Markov Process" إذا:

$$P\{X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) \leq x_{n-1}, X(t_{n-2}) \leq x_{n-2}, \cdots, X(t_0) \leq x_0\} = P\{X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) \leq x_{n-1}\} \quad (56)$$

هذا يعني أن التوزيع الاحتمالي الشرطي لـ $X(t_n)$ (الحالة عند الزمن $t_n$) بالنظر إلى جميع الحالات السابقة حتى الزمن $t_0$ يعتمد فقط على الحالة الأخيرة $X(t_{n-1})$.

طبقا للمعادلة **(56)** فإنه يتم تصنيف عمليات ماركوف وفقًا لطبيعة معلمة الوقت وطبيعة مساحة الحالة (The Nature of The State Space). فيما يتعلق بمساحة الحالة، يمكن أن تكون عملية ماركوف إما عملية ماركوف ذات حالة منفصلة (A Discrete-State Markov Process) أو عملية ماركوف ذات حالة مستمرة (Continuous-State Markov Process). وتسمى عملية ماركوف ذات الحالة المنفصلة بسلسلة ماركوف. تكمن أهمية خاصية ماركوف في قدرتها على تبسيط نمذجة وتحليل العمليات العشوائية. ومن خلال التركيز فقط على الوضع الحالي، فإنه يقلل من التعقيد المرتبط بالاعتماد على البيانات التاريخية. وهذا يجعل عمليات ماركوف مفيدة بشكل خاص في مجالات مختلفة مثل التمويل والاقتصاد ونظرية الألعاب ونظرية الارتال (الطابور)، حيث يمكن نمذجة الأنظمة بمعلمات وافتراضات أقل (Haghighi et al., 2024).

وفي التمويل يمكن صياغة أسعار الأسهم والأصول الأخرى على غرار عمليات ماركوف، حيث يعتمد السعر المستقبلي للأصل فقط على سعره الحالي، وليس على المسار التاريخي الذي سلكه للوصول إلى هناك.

❋ بناء وينر للحركة البراونية Wiener's Construction of the Brownian Motion

إن الكيان الرياضي الذي يسمى بالحركة البراونية هو عملية عشوائية ذات وقت مستمر وحالة مستمرة، وهو ما يسمى أيضًا بعملية وينر نسبةً إلى العالم (Norbert Wiener,1918) (Dobrow, 2016). وتعد عملية وينر من خلال تمثيلها كحركة براونية هندسية (GBM)، بمثابة أنموذج تأسيسي لأسعار الأسهم والأسواق المالية، ممّا يسهّل اشتقاق صيغة (Black-Scholes) لتسعير الخيارات (Larcher, 2023, p. 371). نقول عن العملية العشوائية $z(t)$ التي تمثل حركة براونية أنها عملية وينر Wiener process إذا وفقط حققت الشروط الرياضية التالية (Hull, 2022, pp. 318–319):

1. $z(0) = 0$ : القيمة الأولية عند الزمن صفر تكون صفرًا؛
2. التغيرات في العملية موزعة طبيعيًا: في أي فترة زمنية $\Delta t$ فإن:

$$\Delta z = z(t + \Delta t) - z(t) \sim N(0, \Delta t)$$

بمعنى: - متوسط $\Delta z$ هو 0: $E[\Delta z] = 0$ ، - التباين $\Delta t = Var(\Delta z)$:

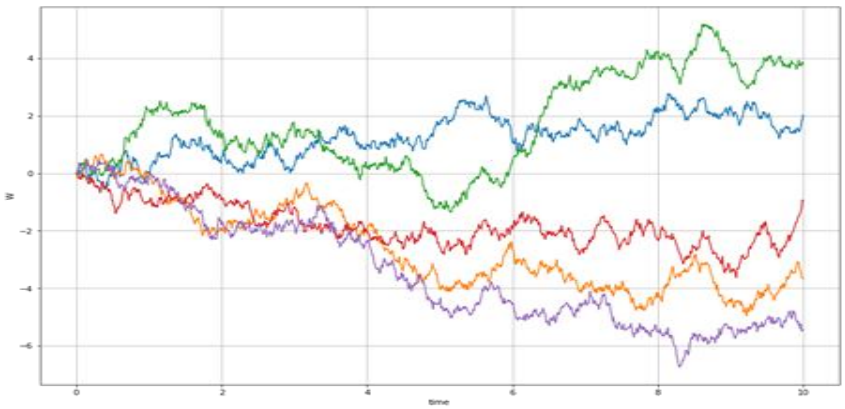
3. استقلالية التغيرات: التغيرات $\Delta z$ في الفترات الزمنية غير المتداخلة تكون مستقلة عن بعضها البعض. إذا كانت $\Delta t_1$ و $\Delta t_2$ فترتين زمنيتين غير متداخلتين، فإن التغيرات $\Delta z_1$ و $\Delta z_2$ تكون مستقلة: $Cov(\Delta z_1, \Delta z_2) = 0$
4. استمرارية المسار: تكون العملية $\Delta z$ مستمرة بمرور الزمن بمعنى أنه لا يوجد هناك قفزات jumps؛

وعليه يمكن كتابة المعادلة العامة لعملية وينر Generalized Wiener Process:

$$dx = adt + bdz \quad (57)$$

حيث إن كل من $a$ و $b$ ثوابت.

**الشكل رقم (36):** يوضح عملية وينر Wiener Process



**المصدر:**(Jing, 2018)

❋ عملية Itô Lemma لاشتقاق صيغة أنموذج (Black-Scholes)

هي مفهوم أساسي في حساب التفاضل والتكامل العشوائي، وتستخدم على نطاق واسع لنمذجة العمليات العشوائية التي تتطور مع مرور الوقت. وتصف عملية Itô تطور أسعار الأصول باستخدام معادلات التفاضل، وهذه المعادلات تعتبر ضرورية لاستخلاص نماذج تسعير الخيارات، بما في ذلك أنموذج (Black-Scholes) (X. Tan et al., 2020). ويمكن كتابة معادلة Itô المعمّمة كمايلي (Lyuu, 2002, p. 258):

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \tag{58}$$

حيث إن $a$ و $b$ دوال لقيمة $x$ والزمن $t$.

إذا كانت أسعار الأسهم تتبع عملية وينر العامة التي تتسم بالانحراف والتقلب المستمر يصبح لدينا:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \tag{59}$$

حيث:

- $\mu$ معدل العائد المتوقع الثابت؛
- $\sigma$ التقلب المستمر في سعر السهم.

إذا كانت الدالة $f(S,t)$ دالة لسعر السهم $S$ و الوقت $t$. يصبح (Sheldon, 2014, p. 339):

$$df = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial S}dS + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}(\sigma S)^2 dt \tag{60}$$

مع افتراض أن الدالة $V(S,t)$ مشتق الدالة $f(S,t)$ واستبدال المعادلة **(59)** يصبح لدينا:

$$\begin{aligned} dV &= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}(\mu S dt + \sigma S dW) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}(\sigma S)^2 dt \\ &= \frac{\partial V}{\partial S}\sigma S dW + \left(\frac{\partial V}{\partial S}\mu S + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}(\sigma S)^2\right)dt \end{aligned} \tag{61}$$

و بعد تشكيل محفظة مالية، ترتيب المعادلة و إعادة اشتقاق المعادلة التفاضلية الجزئية PDE الخطية نحصل على الصيغة النهائية لمعادلة أنموذج (Black-Scholes) (Wilmott, 2007, p. 143):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = rV \tag{62}$$

حيث: $r$ هو سعر الفائدة الخالي من المخاطر.

ويطلق على المعادلة **(62)** أعلاه اسم المعادلة التفاضلية الجزئية PDE (Black-Scholes)، ومن خلال اشتقاقها نحصل على قيمة الخيار الشراء الأوربي.

❋ صيغة بلاك-شولز لتسعير الخيارات المالية The Black–Scholes Options Pricing Formula

إذا قمنا باشتقاق المعادلة **(62)** مع الأخذ بعين الاعتبار الخيار الأوربي والذي لديه حدود العوائد Payoffs نجد قيمة المكافأة أو قيمة الخيار عند الزمن $t = T$ حيث يكون الشرط التالي الذي يحقق معادلة أنموذج (Black-Scholes):

$$V(S,t) = Payoff(S) \quad (63)$$

يصبح لدينا:

$$V(S,t) = \begin{Bmatrix} Max[S-K,0] \rightarrow Calls \\ Max[K-S,0] \rightarrow Puts \end{Bmatrix} \quad (64)$$

وعليه نحصل على صيغة معادلة أنموذج (Black-Scholes) لقيمة خيار الشراء الأوربي على السهم بدون وجود الأرباح (Crack, 2022, p. 124):

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\,N(d_2) \quad (65)$$

أما صيغة خيار البيع الأوربي بدون وجود الأرباح تعطى كما يلي:

$$P(S,t) = Ke^{-r(T-t)}\,N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (66)$$

وبالمثل نحصل على صيغة معادلة أنموذج (Black-Scholes) لقيمة خيار الشراء الأوربي على السهم مع وجود الأرباح:

$$C(S,t) = Se^{-q(T-t)}N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\,N(d_2) \quad (67)$$

أما صيغة خيار البيع الأوربي مع وجود الأرباح فهي كالتالي:

$$P(S,t) = Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - Se^{-q(T-t)}\,N(-d_1) \quad (68)$$

حيث:

$$N\,(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{d} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

وتعطى مدخلات معدلة الأنموذج كما يلي:

- $C$ سعر خيار الشراء Call Price؛
- $P$ سعر خيار البيع Put Price؛
- $S$ السعر الحالي للأصل الأساسي عند موعد الاستحقاق أو التنفيذ أي في الزمن $t$؛
- $K$ سعر التنفيذ أو الممارسة Exercise Price؛
- $T$ تاريخ استحقاق عقد الخيار، في حين أن $t$ هو الزمن الحالي؛
- $\sigma$ تذبذب أو تقلب سعر الأصل الأساسي؛
- $r$ معدل الفائدة الخالي من المخاطر؛
- $q$ معدل توزيعات الأرباح المستمرة للأصل الأساسي؛
- $e^{-r(T-t)}$ القيمة الحالية لمعامل الخصم عند معدل الفائدة الخالي من المخاطر $r$؛
- $d_1$ احتمال أن يكون سعر الأصل عند تاريخ التنفيذ أقل من سعره الحالي في السوق؛
- $d_2$ احتمال أن يكون سعر الأصل أقل من سعر التنفيذ عند انتهاء المدة؛
- $N(d_1)$ دالة التوزيع التراكمي الطبيعي (Cumulative Normal Distribution) لقيمة $d_1$؛
- $N(d_2)$ دالة التوزيع الطبيعي التراكمي عند النقطة $d_2$.

يُمثل N(d2) الاحتمال المعدل حسب المخاطر عند تنفيذ الخيار، مما يوفر فهمًا مباشرًا لهذا الاحتمال. ويحمل N(d1) تفسيرًا أكثر تعقيدًا، حيث يتم تعريفه على أنه القيمة المتوقعة المحسوبة باستخدام الاحتمالات المعدلة حسب المخاطر، لاستلام السهم عند انتهاء الصلاحية، بشرط انتهاء الخيار بربح (ITM). ثم يتم ضرب هذه القيمة المتوقعة في سعر السهم الحالي وعامل الفائدة المركبة الخالي من المخاطر. لهذا يمكن اعتبار N(d1) العامل الذي تتجاوز به القيمة الحالية للاستلام المشروط للسهم سعر السهم الحالي. القيمة الحالية للاستلام المشروط للسهم تكون أعلى بشكل ملحوظ من سعر السهم الحالي مضروبًا في N(d2)، وهو الاحتمال المعدل حسب المخاطر لتنفيذ الخيار. تنشأ هذه الظاهرة من الترابط المتبادل بين حدث تنفيذ الخيار وسعر السهم في المستقبل. فإذا كانت تنفيذ الخيار عشوائيا تمامًا وغير مرتبط بسعر السهم، فإن القيمة الحالية لاستلام السهم المشروط سوف تساوي بالفعل سعر السهم الحالي مضروبًا في N(d2). ومع ذلك، نظرًا لأن حدث ممارسة الخيار يعتمد على سعر السهم ويحدث عادةً عندما يكون سعر السهم مرتفعًا، فإن القيمة الحالية أكبر من هذا الناتج البسيط. وهكذا يُبرز التفاعل المعقّد بين N(d1) و N(d2) الطبيعة الديناميكية والاحتمالية لتسعير الخيارات (Nielsen, 1992, pp. 1–2).

❋ افتراضات أنموذج بلاك-شولز Black-Scholes Model Assumptions

يقوم أنموذج (Black-Scholes) على فكرة إنشاء محفظة مكوّنة من أصل ضمني خالي من المخاطر. يتم تحديد قيمتها من خلال قيمة المركز الطويل وقيمة المركز القصير. وهذا تحت جملة من الفرضيات نوردها كالآتي (Chriss, 1997, pp. 200–204)، (Murphy, 2008, p. 115)، (Boyle & McDougall, 2019):

- ✦ الخيار محل العقد هو من النمط أو النوع الأوربي وليس الأمريكي: حيث تم تصميم الأنموذج للخيارات ذات النمط الأوروبي، والتي لا يمكن ممارستها إلا عند انتهاء صلاحيتها. حيث لا ينطبق الأنموذج بشكل مباشر على الخيارات ذات النمط الأمريكي، والتي يمكن ممارستها في أي وقت قبل انتهاء صلاحيتها. كما أن هذا الافتراض يبسط الأنموذج لأنه لا يحتاج إلى مراعاة استراتيجية الممارسة المثلى قبل انتهاء الصلاحية. لأنه من خلال فهم طبيعة العناصر المؤثرة في سعر الخيارات يُتوقع أن تزيد أسعار الخيارات نتيجة إمكانية التنفيذ المبكر (قندوز، 2017، صفحة 176).
- ✦ السوق المالي كفؤ و فعّال Efficient Market: بمعنى أن جميع المعلومات المتاحة تنعكس بالفعل في سعر الأصل الأساسي. بالتالي لا توجد فرص للتحكيم والمراجحة (No Arbitrage Opportunities). وتنص فرضية السوق الفعالة (EMH) على أن الأسواق المالية تتسم بالكفاءة، مما يعني أن أسعار الأصول تعكس جميع المعلومات المتاحة في أي وقت. كما تشير الفرضية إلى أنه من المستحيل تحقيق عوائد أعلى باستمرار من متوسط عائد السوق على أساس معدل حسب المخاطر، حيث إن جميع المعلومات المعروفة تنعكس بالفعل في أسعار الأسهم (Xu, 2023). ويتم تصنيف EMH إلى ثلاثة أشكال: ضعيف وشبه قوي وقوي. ويؤكد الأنموذج الضعيف أن الأسعار السابقة لا تتنبأ بالأسعار المستقبلية، في حين يتضمن الأنموذج شبه القوي جميع المعلومات المتاحة للجمهور، والشكل القوي يشمل جميع المعلومات العامة والخاصة (Ullah & Asghar, 2023).
- ✦ معدل الفائدة قصير الأجل خال من المخاطر ثابت ومعروف: يُعد مفهوم معدل الفائدة الثابت الخالي من المخاطر أمرا أساسيا في أنموذج (Black-Scholes)، حيث يفترض عائدا ثابتا على الأصول الخالية من المخاطر، ومع ذلك، فإن الأدبيات الحديثة تتحدى هذه الفكرة، مما يشير إلى أن المعدل الخالي من المخاطر ليس ثابتا بل إن معدل أسعار الفائدة لا يمتلك كثيراً من التأثير على أسعار الخيارات على الأسهم وبعض الأصول الأساسية الأخرى (Smithers, 2022)، ولذلك فإن هذا الافتراض ليس مؤثرا نسبياً عند هذه النقطة، ويبقي على الأنموذج بسيطاً قدر الإمكان.

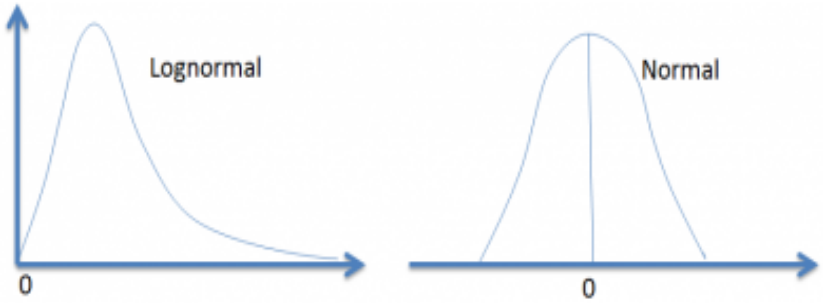
- أسعار الأصل الأساسي محل التعاقد تتبع حركة براونية هندسية: يفترض أنموذج (Black-Scholes) أن أسعار الأصول الأساسية تتبع حركة براونية هندسية (GBM)، وهي عملية عشوائية مستمرة. يُعد هذا الأنموذج أساسيًا في الرياضيات المالية لتسعير الخيارات، لأنه يجسد ديناميكيات أسعار الأصول في ظل عدم اليقين. وعليه فإن سعر الموجود الضمني محل التعاقد يتبع المعادلة التفاضلية العشوائية المعبر عنها في المعادلة رقم **(69)** بالشكل التالي (Sen & Das, 2023):

$$dS = \mu Sdt + \sigma SdW$$

وهذا مع ثبات المشتق $\mu$ والانحراف المعياري $\sigma$.

- أسعار الأصل الأساسي محل التعاقد تتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي Log-Normal Distribution: يتبع لوغاريتم أسعار الأصول توزيعًا طبيعيًا، مما يؤدي إلى استنتاج مفاده أن الأسعار إيجابية دائمًا، وهي سمة بالغة الأهمية للأصول المالية (Y. Wu, 2023). وبالتالي فإن أسعار الأصول لا يمكن أن تأخذ قيما سالبة. كما لا توجد قفزات في أسعار الأصل. حيث إنه في الأجل الطويل يجب معرفة التوزيع الاحتمالي الذي يتبعه الأصل في المستقبل حتى يتم الحصول على نتائج أكثر دقة. والشكل التالي يوضح الفرق بين التوزيع الطبيعي و اللوغاريتم الطبيعي، حيث إن المتغير ذو التوزيع الطبيعي يمكن أن يأخذ قيما موجبة أو سالبة و هو ما يعرف بالتوزيع الغاوسي (Gaussian distribution). في حين أن المتغير الذي يتوزع توزيعا لوغاريتميا طبيعيا يأخذ القيم الموجبة فقط.

**الشكل رقم (37):** يوضح الفرق بين التوزيع الطبيعي و اللوغاريتم الطبيعي




**المصدر:** (R. Chen, 2020, p. 5)

- سعر الأصل الضمني محل التعاقد لا يدفع أرباحا أو توزيعات: يفترض أنموذج (Black-Scholes) أن الموجود الأساسي محل التعاقد لا يقوم بدفع أي أرباح أو عوائد خلال عمر الخيار. بعبارة أخرى لا يدفع أي توزيعات نقدية خلال حياة الخيار. إن هذا الافتراض يبسط تسعير الخيارات وهو أمر بالغ الأهمية لتطبيق الأنموذج (Alghalith, 2023). إلا أنه يمكن تعديل الأنموذج ليشمل الأرباح.

- أسعار الأصل محل التعاقد تتحرك عشوائيا Random Walk: إن سوق الأوراق المالية متقلبة للغاية، وبالتالي فإن حالة السير العشوائي تُفترض حيث لا يمكن التنبؤ باتجاه السوق حقًا. ويمكن تعريف ظاهرة "السير العشوائي" على أنها ظاهرة إحصائية حيث لا يتبع المتغير أي اتجاه واضح ويتحرك بشكل تصادفي على ما يبدو (R. Chen, 2020). وتؤكد فرضية المشي العشوائي أن أسعار الأسهم تتبع مسارًا عشوائيًا ولا يمكن التنبؤ به، مما يعني أن تحركات الأسعار السابقة لا تؤثر على الأسعار المستقبلية (Maiti, 2021). وقد تم استخدام الاختبارات التجريبية مثل اختبار نسبة التباين، وهذا للتحقق من صحة هذه الفرضية عبر مؤشرات الأسهم المختلفة، مما يؤكد عدم القدرة على التنبؤ بتحركات السوق (Fadda, 2019).
- عدم وجود ضرائب أو تكاليف مع السماح بالبيع على المكشوف: وتعرف أيضا بفكرة التداول غير المكلف، مما يعني عدم وجود تكاليف معاملات أو عمولات أو أخطار سيولة. يفترض الأنموذج أن خيار الشراء والبيع لا يتحمل أي تكاليف مما يبسط آلية التسعير (Cifuentes & Charlin, 2024a). أي أن هذا الافتراض يبسط عملية تكرار عائد الخيار من خلال التحوط الديناميكي. كون تعقيدات التكاليف ستميل الى تشويه فهم أساسيات نظرية تسعير الخيارات المالية. لهذا يُعد هذا الافتراض أمرًا بالغ الأهمية للإطار النظري للأنموذج، وإن كان غالبًا ما ينحرف عن ظروف السوق الحقيقية مما يؤدي إلى تناقضات بين الأسعار النظرية والفعلية (Rani, 2024).
- التداول مستمر: ويُقصد به أن الأنموذج يفترض أن أسعار الأصول تتبع طريقة الانتشار المستمر (Continuous Diffusion Process). ويعنى بذلك ببساطة أن الأصل الأساسي يتم تداوله بصورة مستمرة عبر الوقت، ولا يوجد أي ثغرات أو قفزات في أسعار الأصول (Lin et al., 2024).
- تقلب أو تذبذب عوائد الأصول ثابتة خلال عمر عقد الخيار: حيث يقيس التقلب درجة التباين في سعر الأصل بمرور الوقت، أو هو الانحراف المعياري لعوائد الأصل، والذي يعكس مدى تغيرات الأسعار. ويفترض الأنموذج أن تقلب عوائد الأصول الأساسية يظل ثابتًا طوال عمر الخيار، أي أن الدرجة التي يتقلب بها سعر الأصل لن تتغير خلال مدة عقد الخيار. هذا الافتراض و إن كان يبسط الحساب إلا أنه يمثل قيدا معترف به، حيث إن التقلبات في أسواق العالم الحقيقي نادرا ما تكون ثابتة ويمكن أن تؤثر بشكل كبير على أسعار الخيارات. حيث يتغير التقلب باستمرار نتيجة لعوامل متعددة، منها الأخبار الاقتصادية، وسيولة الأصول المتداولة. يُعرف هذا التغير في التقلب بظواهر مثل "ابتسامة التقلب" (Volatility Smile) و"ميل التقلب" (Volatility Skew) (Krome, 2017).

❋ حدود أنموذج بلاك-شولز Limitations of the Black-Scholes Model

على الرغم من كون أنموذج (Black-Scholes) أساسيًا في الاقتصاد المالي، إلا أنه كان و لايزال يعاني من العديد من القيود الملحوظة التي تؤثر على تطبيقه العملي. تنبع هذه القيود من الافتراضات الأساسية والتناقضات التي لوحظت عند مقارنة توقعات الأنموذج بالبيانات السوقية، و عدم قدرته عن التعبير عن حقيقة السوق. ويمكن توضيح القيود الرئيسية للأنموذج (Kosowski & Neftci, 2015, pp. 564–565):

- الحركة البراونية Brownian Motion: يفترض الأنموذج أن أسعار الأسهم تتبع الحركة البراونية الهندسية، مما يعني أن التغيرات في لوغاريتم أسعار الأسهم يجب أن تكون مستقلة (غير مرتبطة). إلا أن الأدلة التجريبية في دراسة قام بها (Yalincak, 2012)، أظهرت وجود ارتباطات ذات دلالة إحصائية في فروق الأسعار اللوغاريتمية على فترات زمنية قصيرة عند تحليل مؤشر S&P 500. والذي تمت ملاحظته على مدى عدة فترات زمنية يومية وهذا من 1 جويلية 1962 إلى 29 ديسمبر 1995 وبالتالي لا يمكن للأشخاص أو الأنموذج التنبؤ باستمرار باتجاه السوق أو سهم فردي. وهذا ما يتعارض هذا مع الافتراض الأساسي للأنموذج.
- السير العشوائي المستمر: تفترض نظرية (Black-Scholes) أن الأسهم تتحرك بطريقة يشار إليها باسم السير العشوائي (Random Walk)؛ السير العشوائي يعني أنه في أي لحظة معينة من الزمن، يمكن لسعر السهم الأساسي أن يرتفع أو ينخفض بنفس الاحتمال. ومع ذلك، فإن هذا الافتراض لا يصمد لأن أسعار الأسهم تحددها العديد من العوامل التي لا يمكن تعيين نفس الاحتمال لها في الطريقة التي ستؤثر بها على حركة أسعار الأسهم. وعلاوة على ذلك، فإن سعر السهم في الوقت $t+1$ مستقل عن السعر في الوقت $t$، بمعنى أنها تتبع مسارا لا ترتبط فيه حركة السعر الأخيرة بعلاقة مع حركة السعر التالية (خاصية مارتينجال للحركة البراونية). خاصة وأن الأسعار في الأسواق المالية الحديثة تخضع للقفزات المفاجئة (Nuugulu et al., 2024).
- التوزيع الطبيعي Normal Distribution: إحدى أهم القيود التي تواجه أنموذج (Black-Scholes) هي افتراضه أن أسعار الأصول الأساسية تتبع توزيعاً لوغاريتمياً طبيعياً، مما يعني أن العوائد تكون موزعة توزيعاً طبيعياً. غير أن الأدلة التجريبية كما أشار (Clark, 1973)، لعوائد الأصول تُظهر في الأسواق المالية ظاهرة leptokurtosis، أي أنها تمتلك ذيولاً أثقل (Fat Tails) واحتمالية أكبر لحدوث قيم متطرفة و تغيرات كبيرة في الأسعار مقارنة بما يتنبأ به التوزيع الطبيعي (Teneng, 2011).

وعلى عكس التوزيعات المستقرة ذات التباين اللانهائي، فإن العوائد في الأسواق الواقعية تمتلك تبايناً محدوداً لكنها مع ذلك تُظهر تكراراً أعلى للحركات الكبيرة وغير المتوقعة. مثال على ذلك هو عوائد مؤشر S&P 500، حيث يوجد دليل قوي يشير إلى أن هذه العوائد لا تتبع توزيعاً طبيعياً، بل تتبع توزيعاً ذو ذيول طويلة (Long-Tailed Distribution). هذا يوضح أن أنموذج (Black-Scholes) يفتقر إلى الدقة في توصيف ديناميكيات السوق الحقيقية، لاسيما في فترات التقلبات العالية أو الأزمات، مما يجعله غير كافٍ للتنبؤ بشكل دقيق بالسلوك الفعلي للعوائد (Yalincak, 2012).

- أسعار الفائدة ثابتة ومعروفة Interest Rates are Constant and Known: أنموذج (Black-Scholes) يعمل في ظل افتراض أن أسعار الفائدة ثابتة و معروفة، والتي يمثلها سعر خالٍ من المخاطر. وعادةً ما يُستخدم سعر سندات الخزانة الحكومية الأميركية لمدة 30 يومًا كبديل لهذا السعر الخالي من المخاطر بسبب المصداقية المتصورة للحكومة الأميركية (Teneng, 2011). ولكن في الواقع، لا يوجد سعر خالٍ من المخاطر حقًا، وقد تتقلب أسعار سندات الخزانة، وخاصة خلال فترات التقلبات السوقية المتزايدة. وبالتالي فإن افتراض أسعار الفائدة الثابتة غير واقعي (H. Wang, 2024)، حيث يمكن أن تتغير هذه الأسعار بمرور الوقت.
- التحوط الخالي من المخاطرة Hedging and Risk Management Issues: إن تطبيق أنموذج (Black-Scholes) غالبا ما يواجه تحديا بسبب الحاجة إلى استراتيجيات تحوط دقيقة، وخاصة في بيئات السوق الديناميكية. حيث إن أنموذج (Black-Scholes) لا يعتمد في تقييم الخيارات على التنبؤ باتجاه حركة سعر الأصل الأساسي في المستقبل (ارتفاعًا أو انخفاضًا)، بل يستند إلى مفهوم أكثر عمقًا وهو التحوط الخالي من المخاطر (Riskless Hedging). هذا المفهوم يعني أن المتداول يمكنه بناء محفظة تتضمن الخيار والأصل الأساسي بحيث تكون قيمة هذه المحفظة ثابتة، بغض النظر عن حركة سعر الأصل الأساسي في المستقبل. حيث إن الأنموذج يفترض أن قيمة الخيار تساوي بالضبط تكلفة إنشاء هذه المحفظة المحايدة للمخاطر. هذه التكلفة تشمل سعر شراء أو بيع الأصل الأساسي بكمية محددة (تحددها دلتا الخيار)، بالإضافة إلى قيمة العقد الأولي للخيار. وقد تعرض نهج التحوط دلتا لأنموذج (Black-Scholes) لانتقادات بسبب عدم قدرته على التقاط تعقيدات ديناميكيات السوق الحقيقية، مما أدى إلى أخطاء التحوط التي يمكن أن تؤثر بشكل كبير على استراتيجيات إدارة المخاطر. وتشير التحليلات التجريبية إلى أن أخطاء التحوط يمكن أن تنشأ من افتراضات الأنموذج، مما يستلزم تطوير تقنيات تحوط محسنة (Rakshit et al., 2024).

- الأصل الأساسي لا يدفع أرباحًا أو توزيعات خلال حياة الخيار: يعمل أنموذج (Black-Scholes) على تبسيط الواقع من خلال افتراض أن السهم الأساسي لا يدفع أرباحًا. يمكن أن يؤدي افتراضه إلى عدم دقة في التسعير، حيث إن أرباح الأسهم عادة ما تقلل من سعر السهم عند دفعها، مما يؤثر على القيمة الجوهرية للخيار (Brian, 2022). كما أنه من الناحية العملية، تقوم العديد من الشركات بتوزيع أرباح على مساهميها. ولمراعاة ذلك، غالبا ما يتم تعديل أنموذج (Black-Scholes) عن طريق طرح القيمة الحالية للأرباح المستقبلية المتوقعة من سعر السهم الحالي. ويعكس هذا التعديل حقيقة أن توزيعات الأرباح تقلل من سعر السهم في تاريخ توزيع الأرباح السابق مما يؤثر على قيمة الخيار. كما يمكن أن يؤدي غياب اعتبارات توزيع الأرباح إلى خيارات شراء مبالغ فيها وخيارات بيع أقل من قيمتها، مما يؤدي إلى قرارات استثمارية سيئة (Cifuentes & Charlin, 2024).
- عدم وجود عمولات وتكاليف معاملات، السيولة الكاملة والتداول المستمر: يفترض الأنموذج بشكل غير واقعي ظروف السوق المثالية. وهذا يعني عدم تحمل أي تكاليف للمعاملات، كما أن حجم تداول غير محدود، والقدرة على تداول أجزاء منه. إلا أنه في الواقع تعاني الأسواق من تكاليف المعاملات، والسيولة المتقلبة (مثل تلك الأزمات التي حدثت في أعوام 1987، 1998، و2007-2008)، والقيود المفروضة على التداول بسبب السياسات واللوائح التنظيمية. هذه القيود الواقعية تجعل تنبؤات الأنموذج غير دقيقة وربما تكون محفوفة بالمخاطر عند الاعتماد عليها.
- التقلب الثابت Constant Volatility: افتراض التقلب الثابت في أنموذج (Black-Scholes) أثبت عدم واقعيته (H. Wang, 2024)، لا سيما بعد انهيار سوق الأسهم عام 1987 وعدم قدرة الأنموذج على توليد ابتسامة التقلب الأمر الذي كشف الطبيعة الديناميكية للتقلب عبر الزمن. فبينما قد يبدو التقلب مستقرًا على المدى القصير، فإنه يتغير بشكل كبير مع الزمن، حيث تتبع فترات التقلب العالي تغييرات حادة في الأسعار، وهي ظاهرة تعرف بتجمع التقلبات. تظهر هذه الظاهرة من خلال ارتباطات ذاتية مهمة في مربعات العوائد عبر فترات طويلة، كما لوحظ في مؤشر S&P 500 وأسواق أخرى، مما يشير إلى استمرار تأثير الصدمات لفترات ممتدة. إضافة الى ذلك، يرتبط التقلب سلبًا مع عوائد الأصول وإيجابًا مع أحجام التداول، مما يجعل تقدير التقلب بناءً على بيانات تاريخية غير دقيق، خصوصًا عند دخول الأصل في مرحلة التقلب المرتفع. أظهرت دراسات أخرى أن ظاهرة الذيل السميك قد تؤدي إلى أخطاء في تسعير الخيارات باستخدام أنموذج (Black-Scholes)، إن افتراض التقلب المستمر مفرط في التبسيط (Lewis, 2023).

**2.1.3.2.1 أنموذج ثنائي الحد لتسعير الخيارات The Binomial Option Pricing Model**

يُعتبر أنموذج ثنائي الحد من بين النماذج التي تفترض أن التقلب ثابت مثل أنموذج (Black-Scholes)، إلا أنه يختلف معه في كونه يسعى الى تسعير الخيارات الأوربية و الأمريكية، كما يُعد أنموذجا بالزمن المنفصل Discrete-Time وليس الزمن المستمر. وقد تم طرح و اقتراح الأنموذج لأول مرة من طرف (Sharpe, 1978) وبعده بسنة واحدة قام كل من (Cox et al., 1979) بإضفاء الطابع الرسمي له وإليهم تم نسبة الأنموذج. وفي نفس السنة قام أيضا كل من (Rendleman & Bartter, 1979) بتطويره مرة أخرى بشكل مستقل. ويرمز لأنموذج ثنائي الحد لتسعير الخيارات اختصارا بـ(BOPM) The Binomial Options Pricing Model. إحدى مساهمات (BOPM) هي أنه يعزز فهم الأساس المنطقي الاقتصادي الكامن وراء تقييم المطالبات الطارئة دون اللجوء إلى الرياضيات المعقدة (Hsia, 1983). كما أنه تم استخدام أنموذج ثنائي الحد (BOPM) على نطاق واسع لأنه قادر على التعامل مع مجموعة متنوعة من الظروف التي لا يمكن تطبيق نماذج أخرى عليها بسهولة. ويرجع ذلك إلى حد كبير إلى أن (BOPM) يعتمد على وصف الأداة الأساسية على مدى فترة زمنية بدلاً من نقطة واحدة. ولهذا يتم استخدامه لتقييم الخيارات الأمريكية التي يمكن ممارستها في أي وقت خلال فترة زمنية معينة. و يعمل أنموذج ثنائي الحد (BOPM) على تبسيط تحركات الأسعار المعقدة للأصل الأساسي من خلال افتراض أنه لا يمكن أن يتحرك إلا في أحد الاتجاهين - صعودا أو هبوطا - وهذا بمقدار محدد مسبقًا خلال فترة زمنية معينة. ما يجعله يتبع فعليًا التوزيع ذي الحدين. هذا التبسيط يسمح بإنشاء شجرة ذات حدين، تمثل جميع مسارات الأسعار المحتملة للأصل بمرور الوقت. من خلال إنشاء محفظة مالية مكونة من سهم وعقد خيار شراء Call Option بطريقة تجعل التدفقات النقدية الناتجة عنهما متماثلة من حيث القيمة، لكنها ذات اتجاهات متعاكسة، يصبح من الممكن القضاء على فرص المراجحة. الهدف الأساسي من تكوين هذه المحفظة هو تحقيق ما يُعرف بالتغطية المثالية أو التحوط (Perfect Hedge) بحيث يصبح العائد الكلي للمحفظة خاليًا من المخاطرة، بغض النظر عن تحركات السوق. . لتحقيق ذلك، ينبغي تحديد عدد عقود الخيارات اللازم لدمجها مع الأسهم بحيث يتم إلغاء أثر تقلبات الأسعار. يعتمد الأنموذج على تقسيم فترة سريان عقد الخيار إلى فترات زمنية صغيرة جدًا، حيث يُفترض أنه عند بداية كل فترة إما أن يرتفع سعر السهم أو ينخفض بنفس النسبة. من خلال متابعة هذه التغيرات بمرور الوقت، يتم حساب عدد الخيارات المطلوب لتحقيق التحوط باستخدام معامل Delta. يتم تعديل المحفظة دوريًا مع كل تغير في السعر لضمان استمرار خلو العائد من المخاطرة طوال فترة سريان العقد. هذا النهج يوفر طريقة دقيقة لتسعير الخيارات عبر محاكاة تحركات سعر السهم بشكل ثنائي.

❋ فرضيات أنموذج ثنائي الحد لتسعير الخيارات The Binomial Option Pricing Model Assumptions

يرتكز أنموذج ثنائي الحد (BOPM) على عدة افتراضات رئيسية تسهل تطبيقه في تسعير الخيارات. تخلق هذه الافتراضات إطارًا لنمذجة ديناميكيات أسعار الأصول الأساسية وتقييم المشتقات. توضح النقاط التالية الافتراضات الأساسية لـ BOPM (Calogero, 2023)، (Halidias, 2021):

- التقييم المحايد للمخاطر: يفترض أن المستثمرين يمكنهم إنشاء محفظة خالية من المخاطر، مما يؤدي إلى استنتاج مفاده أنه يمكن خصم العوائد المتوقعة بمعدل خال من المخاطرة؛
- سعر الأصل يتبع التوزيع الثنائي: يفترض الأنموذج أن سعر الأصل الأساسي يمكن أن يتحرك إلى إحدى القيمتين المحتملتين (أعلى أو أسفل) في كل خطوة زمنية، وتتميز بعوامل صعودية وهبوطية؛
- إمكانية الإقراض و الاقتراض بمعدل فائدة خال من المخاطر؛
- عدم وجود تكاليف للمعاملات، ضرائب أو متطلبات الهامش؛
- إمكانية استخدام البيع على المكشوف لأي ورقة مالية (البيع القصير)؛
- الأصل لا يقدم أرباحا خلال حياة الخيار.

يستخدم أنموذج ثنائي الحد (BOPM) لحساب القيمة العادلة (Fair Value) لكل من خيارات الشراء والبيع الأوروبية والأمريكية. يستخدم هذا الأنموذج في تسعير الخيارات لفترة واحدة أو فترتين أو أكثر.

**أ) أنموذج ثنائي الحدين للفترة الواحدة One-Period Binomial Model**

إن أنموذج ثنائي الحدين للفترة الواحدة يقوم على فرضية أن سعر الموجود الضمني محل التعاقد يتحرك مرة واحدة خلال مدة حياة الخيار (بن الضب، 2020). ويُقصد بالفترة الواحدة هنا أو أحادي الفترة أن أي خيار يمتلك حياة محددة (عمر زمني محدد)، ويتم التعبير عنه غالبا بالأيام. والذي يُفترض هنا أي مدة حياة الخيار كوحدة زمنية واحدة بغض النظر عن طولها الفعلي. وللقيام بنمذجة الأصول باستخدام ثنائي الحدين للفترة الواحدة، نفترض بناء محفظة مالية من خيار و أصل أساسي سعره $S$ عند الزمن $T_0$. بحيث تكون هذه المحفظة متحوّطة ومحمية، أي أن قيمتها المستقبلية معروفة على وجه اليقين. ويكون احتمال تحرك سعر الأصل للأعلى $S_u$ هو $p$ حيث $u = e^{\sigma \Delta t}$، في حين أن احتمال انخفاض تحرك سعر الأصل الى الأسفل $S_d$ هو $1-p$ حيث $d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma \Delta t}$، مع $d < 1 < u$ وهذا على مدار فترة زمنية $\Delta t$. ويُتوقَّع الحصول على عائد خال من المخاطر $r$ على المحفظة، كما يوضح الشكل التالي:

**الشكل رقم (38):** يوضح تغير سعر الأصل وفق أنموذج ثنائي الحد للفترة الواحدة

$$S \begin{cases} S_u = S(1+u) \text{ with probability p,} \\ S_d = S(1+d) \text{ with probability 1-p.} \end{cases}$$

**المصدر:** (Aasiya & Verma, 2015, p. 119)

حيث تعطى كل من قيم الاحتمالات $p$ و $1-p$ كما يلي (Chance, 2007, p. 54):

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}, \qquad 1 - p = \frac{u - e^{r\Delta t}}{u - d}$$

وبافتراض أنه يوجد خيار شراء على الأصل الأساسي $S$، و سعر تنفيذ $K$، و سعر الخيار الحالي في السوق هو $C$، حيث إنه عندما يستحق أجل الخيار، فستكون قيمته $C_u$ أو $C_d$. وكون سعر الخيار سيكون هو قيمته الذاتية عند تاريخ الاستحقاق فستكون قيمته كما يلي:

$$\begin{cases} C_u = Max[0, S_u - K] = Max[0, S(1+u) - K] \\ C_d = Max[0, S_d - K] = Max[0, S(1+d) - K] \end{cases} \qquad (70)$$

وهذا يعني أنه إذا تحرك سعر الأصل الأساسي محل التعاقد للأعلى $S_u$ ستكون قيمة خيار الشراء $C_u$. وإذا تحرك سعر الأصل الأساسي محل التعاقد للأسفل $S_d$ فستكون قيمة خيار الشراء $C_d$ كما يوضح:

**الشكل رقم (39):** التغير في سعر خيار الشراء وفق أنموذج ثنائي الحد للفترة الواحدة

$$C \begin{cases} C_u = Max[0, S_u - K] = Max[0, S(1+u) - K] \\ C_d = Max[0, S_d - K] = Max[0, S(1+d) - K] \end{cases}$$

**المصدر:** (Huynh et al., 2008, p. 151)

وتعطى معادلة القيمة النهائية لخيار الشراء وفق أنموذج ثنائي الحد للفترة الواحدة (BOPM) كالتالي (Brooks & Chance, 2024, p. 146):

$$C = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{1+r} \quad (71)$$

أما معادلة القيمة النهائية لخيار البيع وفق أنموذج ثنائي الحد للفترة الواحدة (BOPM) تعطى كالتالي:

$$P = \frac{pP_u + (1-p)P_d}{1+r} \quad (72)$$

حيث تعطى قيمة كل من $P_u$ و $P_d$ كالآتي:

$$\begin{Bmatrix} P_u = Max[0, K - S_u] = Max[0, K - S(1+u)] \\ P_d = Max[0, K - S_d] = Max[0, K - S(1+d)] \end{Bmatrix} \quad (73)$$

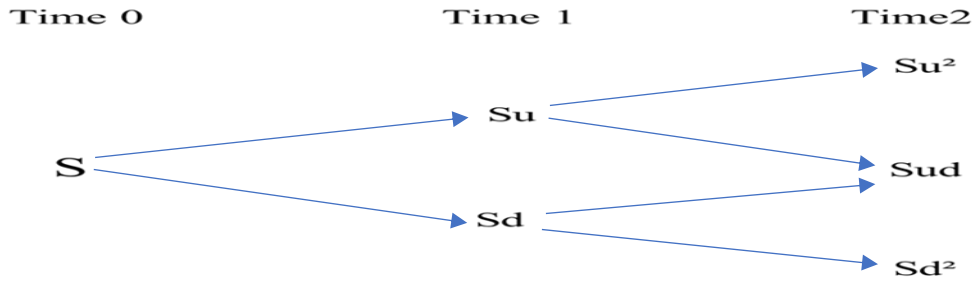
**ب) أنموذج ثنائي الحد للفترتين Two-Period Binomial Model**

في مناقشة أنموذج ثنائي الحد لفترة واحدة، لاحظنا أن سعر الأصل الأساسي يتجه إما لأعلى أو لأسفل. وبالتالي، لا يوجد هناك سوى سعرين مستقبليين ممكنين للأصل محل التعاقد، وبهدف زيادة درجة الواقعية لأنموذج الفترة الواحدة، سوف تتم إضافة فترة زمنية أخرى لهذا الأنموذج. وهذا سوف يعمل على زيادة عدد النتائج المحتملة التي يتم الحصول عليها عند وقت التنفيذ. ومن ثم فإن الأنموذج الحالي يمتلك ثلاث نقاط زمنية هي $T_0$، $T_1$ و $T_2$ (عثمان و عنانزة، 2020، صفحة 189).

إذا افترضنا أنه عند نهاية الفترة الأولى $T_1$ ارتفع سعر الأصل محل التعاقد إلى $S_u$. وخلال الفترة الثانية $T_2$، يتوقع أن يتجه نحو الارتفاع بنفس نسبة ارتفاع الفترة الأولى أو الى الانخفاض بنسبة تقدر بـ $d$، حيث إنه إذا ارتفع فسيصبح سعر الأصل $S_{u^2}$ وإذا انخفض يصبح سعر الأصل $S_{ud}$. أما إذا انخفض سعر الأصل محل التعاقد في الفترة الأولى إلى $S_d$. فإنه خلال الفترة الثانية سينخفض مرة أخرى بنفس النسبة $S_d$، ويصبح سعره $S_{d^2}$ أو سيعود إلى الارتفاع بـ $u$ ويصبح سعره $S_{ud}$.

ويظهر الشكل التالي مسار تسعير الأصل محل التعاقد وأسعار خيار الشراء المقابلة. وعند مشاهدته بهذه الطريقة عندئذ يمكننا رؤية لماذا تم تسمية الأنموذج نسبة الى هذا الرسم البياني. والذي عادة يشبه الشجرة ذات الحدين (Binomial Tree).

**الشكل رقم (40):** يوضح تغير سعر الأصل وفق أنموذج ثنائي الحد للفترتين

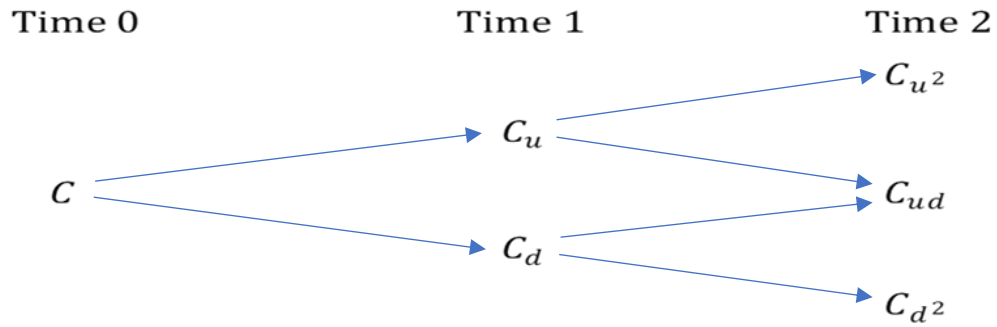



**المصدر:** (Rosazza Gianin & Sgarra, 2023, p. 33)

وفي ضوء هذه الافتراضات فإن صيغ قيم خيار الشراء في تاريخ التنفيذ تعطى كما يلي:

$$\left.\begin{aligned} C_{u^2} &= Max[0, S_{u^2} - K] = Max[0, S(1+u)^2 - K] \\ C_{ud} &= Max[0, S_{ud} - K] = Max[0, S(1+u)(1+d) - K] \\ C_{d^2} &= Max[0, S_{d^2} - K] = Max[0, S(1+d)^2 - K] \end{aligned}\right\} \quad (74)$$

**الشكل رقم (41):** يوضح التغير في سعر خيار الشراء وفق أنموذج ثنائي الحد للفترتين




**المصدر:** (Aasiya & Verma, 2015, p. 121)

ويكون سعر الخيار $C_u$ و $C_d$ حسب الصيغ التالي:

$$C_u = \frac{pC_{u^2} + (1-p)C_{ud}}{1+r}, \qquad C_d = \frac{pC_{ud} + (1-p)C_{d^2}}{1+r} \quad (75)$$

وبتعويض قيمتي $C_u$ و $C_d$ في صيغة حساب سعر خيار الشراء لفترة واحدة نحصل على صيغة سعر خيار الشراء:

$$C = \frac{p^2 C_{u^2} + 2p(1-p)C_{ud} + (1-p)^2 C_{d^2}}{(1+r)^2} \quad (76)$$

$$P = \frac{p^2 P_{u^2} + 2p(1-p)P_{ud} + (1-p)^2 P_{d^2}}{(1+r)^2} \quad (77)$$

حيث تمثل المعادلة **(77)** صيغة حساب سعر خيار البيع وفق أنموذج ثنائي الحد للفترتين.

### 2.3.2.1 نماذج التقلب المتحرك Local Volatility Models

في عالم التمويل الكمي، تُعد نمذجة تقلب أسعار الأصول أمرًا مهما، خصوصا في تسعير المشتقات والخيارات المالية و أيضا في إدارة المخاطر، الأمر الذي يساعد ويساهم في اتخاذ قرارات استثمارية مضبوطة. وعلى الرغم من أنه كان أنموذجا مرجعيا، فإن أنموذج (Black-Scholes) يقوم على فرضية التقلب المستمر، وهو افتراض غير واقعي في كثير من الأحيان. حيث إن هذا الأنموذج أظهر عجزه و عدم قدرته على تفسير منحنى الابتسامة الضمنية التي كانت ظاهرة شائعة في الأسواق المالية، كما أن التقلب الضمني يتغير وفقًا لسعر التنفيذ وعادةً ما يشكل منحنى على شكل حرف U. هذا الأمر مهّد لظهور نماذج أخرى تسعى لمعالجة هذا القصور، فتم اقتراح امتداد مباشر و متقدم لأنموذج التقلب الثابت وهو ما يعرف بأنموذج التقلب المستند للزمن (Time Dependent Volatility Models) (Deng et al., 2016). و قد تم التعبير عن هذا الأنموذج بالصيغة التالية (Vanini, 2010, p. 2):

$$dS_t = rS_t dt + \sigma(t)S_t dW_t, \qquad S_0 = s > 0 \tag{78}$$

ويقوم هذا الأنموذج على فرضية رئيسية تتمثل في أن التقلب ليس ثابتا، بل يتغير بتغير الزمن، ويعتبر (Merton, 1973) أول من صاغ لنا أنموذجا لتسعير الخيارات المالية في ظل التقلبات المستندة للزمن. وقد تم استبدال قيمة $\sigma$ التي كانت ثابتة في أنموذج (Black-Scholes) بـ $\sigma_t$ حيث (Deng et al., 2016):

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{T-t}\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau} \tag{79}$$

وبتعويض قيمتها في معادلة (Black-Scholes) نحصل على:

$$d_1 = \frac{log\left(\frac{S_t}{K}\right) + r(T-t) + \frac{1}{2}\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}} \tag{80}$$

$$d_2 = \frac{log\left(\frac{S_t}{K}\right) + r(T-t) - \frac{1}{2}\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}} \tag{81}$$

من المعادلة **(79)** يمكن ملاحظة أن التقلب $\sigma_t$ تتغير قيمته كلما تغير قيمة $T$ و $t$، وهذا ما يعكس قدرة التقلب المستند للزمن على تفسير التقلبات الضمنية من خلال مشاهدتها و ارتفاع قيمتها مع الزمن عند سعر تنفيذ معين (Mitra, 2011, p. 165). وعليه فإنه في هذه الحالة فإن التقلب لم يعد مجرد رقم ثابت، بل أصبح وظيفة حتمية للوقت، أي أنه دالة للزمن.

في تفسير الخصائص التجريبية للتقلب، وُجد أن أنموذج التقلب المستند للزمن غير كافٍ. على سبيل المثال، لم يفسر التقلب المستند للزمن ابتسامة التقلب، كما لم يفسر تأثير الرافعة المالية لأن التقلب لا يمكن أن يتغير بتغير السعر. إضافة الى أن العوائد في هذا الأنموذج لا تزال تتوزع توزيعا طبيعيا، وهذا ما لا يمثل الحقيقة أو الواقع. ولمعالجة هذه القيود فتم اقتراح التقلب كدالة للسعر والزمن.

تم تقديم مفهوم التقلبات المحلية بالشكل الذي يسمح بتمثيل أكثر دقة لديناميكيات السوق. و تم تقديم أنموذج التقلب المحلي كأحد البدائل القادرة على تمثيل منحنى الابتسامة الضمنية بدقة. نُسبت الفكرة الأولى لهذا الأنموذج إلى (Dupire, 1994)، كما طُورت بشكل مستقل من قبل (Derman & Kani, 1994). يوفر هذا الأنموذج إطارًا يُعامل فيه التقلب كدالة حتمية تعتمد على سعر الأصل الحالي (الفوري) والزمن (Lipton & Reghai, 2023)، مما يتيح محاكاة أكثر دقة للسلوك الفعلي للأسواق، خاصة عند التعامل مع الخيارات المركبة والمشتقات المعقدة. و تعطى معادلة التقلب المحلي كما يلي:

$$\sigma_L = f(s,t) \tag{82}$$

هذا يفسر اختلاف التقلب المحلي عبر الزمن و مختلف مستويات أسعار التنفيذ، ولهذا تتم الإشارة اليه بأنه التقلب اللحظي. ويتم التعبير عنه رياضيًا بـ $\sigma_{(S_t,t)}$. وهذا يعني أن الأنموذج يقوم بتحديد قيمة معينة للتقلب في أي وقت معين ومع سعر أصل محدد، الأمر الذي يوفر مرونة أكبر في التقاط واقع السوق. وبالتالي يقوم الأنموذج بمعالجة "ابتسامة التقلب" بشكل فعّال، حيث يعكس تقلبات ضمنية أعلى للخيارات التي تكون بعيدة في أو بالقرب من السعر. الفكرة الرئيسية في التقلب المحلي هي أن وجود الابتسامة أجبر خبراء المالية الكمية على الانتقال من أنموذج (Black-Scholes) البسيط إلى نماذج أكثر تعقيدًا قادرة على وصف هذا النمط، وعليه تم اقتراح استبدال التقلب الثابت $\sigma$ بما هو دالة حتمية لـ $(s,t)$. أي تم استبدال التقلب $\sigma$ في معادلة **(58)** للحركة البراونية بما يمثله في المعادلة (82) (Hull, 2022, p. 649).

$$dS_t = (r-q)S_t dt + \sigma(S_t,t)S_t dW_t, \qquad S_t\big|_{t=0} = S_0 \tag{83}$$

**1.2.3.2.1 أنموذج دوبير للتقلب المحلي The Dupire Model for Local Volatility**

تم طرح هذا الأنموذج لأول مرة من طرف (Dupire, 1994) للزمن المستمرة (Continuous Time)، و طوّره بعد ذلك (Derman & Kani, 1994) في الزمن المنفصل (Discontinuons Time). و أصبح الأنموذج يُعرف بـ أنموذج دالة التقلب الضمنية (IVF) (The Implied Volatility Function) (Hull, 2022, p. 649). أو أنموذج التقلب المحلي. وركزت الدراسة التي أجراها (Breeden & Litzenberger, 1978) على العلاقة بين أسعار خيارات الشراء الأوروبية ووظيفة كثافة الاحتمال المحايدة للمخاطر للسعر المستقبلي للأصل الأساسي. وقد أثبتت النتائج التي توصلوا إليها وجود علاقة مهّمة بين مشتقات أسعار خيارات الشراء والكثافة المحايدة للمخاطر[1] (Risk-Neutral Density). أي أن الكثافة المحايدة للمخاطر يمكن اشتقاقها من أسعار السوق للخيارات الأوروبية (Kumar, 2024). هذه الرؤية مهّدت الطريق لتطوير نماذج التقلب المحلي، وهنا جاءت النقلة النوعية مع (Dupire, 1994) و (Derman & Kani, 1994)، حيث أشارا الى أنه تحت افتراض حياد المخاطر؛ يوجد عملية انتشار (Diffusion Process) وحيدة متسقة مع هذه التوزيعات. يُعرف معامل الانتشار الوحيد المعتمد على الحالة بدالة التقلب المحلي، ويرمز إليه رياضيا بـ $\sigma_L(S,t)$، وهو دالة لسعر الأصل $S$ والزمن $t$. حيث استطاعت هذه الدالة أن تلتقط سطح التقلب الضمني للسوق بدقة و بشكل متسق مع أسعار الخيارات الأوروبية الملاحظة (Gatheral, 2006, p. 8).

من غير المرجح أن يكون (Dupire, 1994)، (Derman & Kani, 1994) و (Rubinstein, 1994) قد اعتبروا التقلب المحلي أنموذجًا يوضح كيفية تطور التقلبات فعليًا. بل إن الراجح أنهم نظروا إلى التقلب المحلي كتمثيل لنوع من المتوسط لجميع التقلبات اللحظية المحتملة في عالم التقلب العشوائي (كنظرية فعّالة An Effective Theory). لذلك، نماذج التقلب المحلي تقوم على فكرة مبسّطة تسمح للممارسين بتسعير الخيارات الغريبة بما يتوافق مع أسعار خيارات (Vanilla Options). أي أنه تقريب يلتقط جوهر كيفية تغير التقلبات الضمنية مع أسعار التنفيذ وفترات الاستحقاق، دون التطرق إلى التقلبات عالية التردد للتقلبات اللحظية. وكدليل إضافي، أجرى (Dumas et al., 1998) تحليلًا تجريبيًا أكّد فيه أن ديناميكيات سطح التقلب الضمني لا تتسق مع افتراض ثبات التقلب المحلي. وتوضَّح لاحقًا أن التقلب المحلي يمثل في الواقع متوسطًا للتقلبات اللحظية، مما يعزز الفهم الذي طرحه الممارسون الذين قدموا هذا المفهوم لأول مرة.

[1] توفر الكثافة المحايدة للمخاطر (RNDS) تقديرًا لاحتمالية ارتباط المشاركين في السوق بتطورات الأسعار المستقبلية. وهي مستمدة من أسعار الخيارات لأصل معين، وفي ظل افتراضات معينة يمكن أن توفر توزيعا للنتائج يمكن على أساسه إجراء تقييم كمي للمخاطر.

❋ فرضيات أنموج دوبير Dupire Model Assumptions

يُعد أنموذج Dupire للتقلب المحلي (LV) امتدادًا لأنموذج (Black-Scholes) الذي يعالج بعض قيوده، وقد افترض في أنموذجه مجموعة من الافتراضات الأساسية (Bergomi, 2016, pp. 25–48):

- ✦ أسعار الأصول التي هي محل التعاقد تتبع الحركة البراونية الهندسية: حيث إن هذه الحركة تصف بدقة ديناميكيات أسعار الأصول (Kamp, 2009, p. 3)، كما أن هذه الأسعار لها توزيعات تكون في جميع الأوقات لوغاريتمية طبيعية. ومن الناحية النظرية، فإن هذه النتيجة جيدة لأنها تؤدي إلى صيغ تحليلية مغلقة الشكل لخيارات الفانيليا البسيطة أو العادية (Vanilla Options). ولو أنه يمكن لمعادلة (Black-Scholes) تسعير خيارات الفانيليا البسيطة بسرعة وسهولة.
- ✦ سطح التقلب حتمي Deterministic Volatility Surface: يفترض الأنموذج أن سطح التقلب المحلي $\sigma(S_t, t)$ حتمي ومعروف تمامًا. هذا يعني أن التقلب هو دالة حتمية لسعر الأصول الأساسية $S_t$ والزمن $t$، مما يعني أنه يمكن معرفة سطح التقلب بالكامل مسبقًا إذا عرفنا الحالة الحالية. وبالتالي فإن هذا الافتراض يبسط عملية النمذجة (Modelling)، وهذا ما يجعل الأنموذج دقيقا من الناحية الحسابية وأسهل في المعايرة (Calibration) لأسعار الخيارات (Animoku et al., 2018).
- ✦ عدم وجود علاوة أخطار التقلب No Volatility Risk Premium: يفترض الأنموذج أن أخطار التقلب ليست مسعّرة في السوق. و يقصد بذلك أنه لا يوجد عائد إضافي يتطلبه المستثمرون لتحمل أخطار التقلبات (Sarwar, 2002). ويبسط هذا الافتراض تسعير الخيارات من خلال الإشارة إلى أن مقاييس التقلب المحايدة للمخاطر والمادية متكافئة، مما يؤدي إلى وجود علاقة مباشرة بين التقلبات الضمنية والفعلية. كما يمكّن هذا الافتراض للأنموذج التركيز على ديناميكيات التقلبات الضمنية دون التعقيدات التي تسببها علاوات المخاطر، مما يجعل من الأسهل استخلاص سطح التقلب الضمني (Peeters, 2007).
- ✦ مسار سعر الأصول المستمر Continuous Asset Price Path: يفترض الأنموذج أن يتبع سعر الأصل مسارًا مستمرًا بدون أي قفزات (jumps). مما يتيح اشتقاق سطح تقلب محلي يتوافق مع أسعار السوق للخيارات الأوروبية وضمان إمكانية معايرة الأنموذج ليتناسب تمامًا معها. كما أنه يبسط عملية التسعير والتحوط، كونه يسمح بتحوط دلتا فعّال ويسهل استخدام الأساليب العددية مثل الفروق المحدودة ومحاكاة مونت كارلو (BragagniniIvan & Calixto, 2022).

- التسعير المحايد للمخاطر Risk-Neutral Pricing: ويعني افتراض التسعير المحايد للمخاطر أن السوق خالي من المراجحة، ويبسط هذا الافتراض تسعير الخيارات من خلال السماح باستخدام مقياس احتمالية محايدة للمخاطر $\mathbb{Q}$، والتي بموجبها العائد المتوقع للأصل الأساسي هو المعدل الخالي من المخاطر $r$ (Chan et al., 2019, p. 146). وبالتحديد يستخدم أنموذج Dupire إطار التقلب المحلي لخيارات الأسعار، على افتراض أن السوق خالي من المراجحة وأن الإجراء المحايد للمخاطر يعكس بدقة توقعات السوق (Feunou & Okou, 2018).
- السيولة الكاملة Perfect Liquidity: يفترض النموذج أن السوق يتمتع بسيولة كاملة، مما يسمح بالتحوط المستمر دون تكاليف المعاملات. إن افتراض السيولة المثالية في أنموذج Dupire يعني ضمنا أن لا احتكاك في سوق الأصول الأساسية ومشتقاتها، مع عدم وجود تكاليف المعاملات، وتداول مستمر، ولا تأثير على السوق، ومعلومات مثالية (Bondarenko & Bondarenko, 2019). وهذا يعني أن التداول يحدث دون التأثير على الأسعار، ولا توجد فروق أسعار أو رسوم بين العرض والطلب، ويمكن للمشاركين في السوق شراء أو بيع أي كمية على الفور بسعر السوق السائد.
- ثبات معدلات الفائدة والأرباح Constant Interest Rates and Dividends: من المفترض في أنموذج Dupire أن تكون أسعار الفائدة حتمية ومعروفة مسبقًا، كما يفترض الأنموذج ثبات معدلات الفائدة الخالية من المخاطر وعوائد الأرباح خلال حياة الخيار. وهذا يعني أن تكلفة الاقتراض أو العائد على الاستثمارات الخالية من المخاطر لا تتغير خلال عمر الخيار. يُعد هذا الافتراض أمرًا بالغ الأهمية لخصم التدفقات النقدية المستقبلية (Savine, 2001).
- عدم وجود ديناميكيات للابتسامة أو الانحراف No Smile or Skew Dynamics: يفترض الأنموذج أن ابتسامة التقلب الضمني (Implied Volatility Smile) أو الانحراف (Skew) ثابتة ويتم التقاطها بالكامل بواسطة سطح التقلب المحلي في وقت معين. أي أن جميع المعلومات حول ابتسامة السوق الحالية أو انحرافها مغلفة بالكامل داخل سطح التقلب المحلي. ويفترض الأنموذج أنه من خلال المعايرة الدقيقة لوظيفة التقلب المحلية لتتناسب مع أسعار خيارات السوق الملحوظة، فإنه يمكن أن يكرر بشكل مثالي الابتسامة أو التقلب الحالية (Gruber et al., 2011).
- عدم وجود المراجحة No Arbitrage: يفترض الأنموذج أن يكون السوق خاليًا من فرص المراجحة وهذا ما يظهر من خلال بنائه سواء من خلال الرتابة؛ حيث يكون سطح التقلب الضمني متناقصا بشكل رتيب في سعر التنفيذ، أو التحدب؛ فيكون سطح التقلب الضمني محدبًا في سعر التنفيذ(Fouque et al., 2004).

❋ معادلة أنموذج دوبير Dupire's Equation

في ظل الافتراضات السابقة، وشروط الحركة البراونية الهندسية المحايدة للمخاطر و عدم وجود المراجحة في أسعار الخيارات الأوربية؛ فقد اشتق (Dupire, 1994) صيغة تسمح بالحساب المباشر لوظيفة التقلب المحلية من أسعار خيارات الشراء الأوروبية. وهذا من خلال تطبيق المعادلة التفاضلية الجزئية PDE لـ (Black-Scholes) على أسعار السوق. وتعتبر هذه الصيغة إنجازا كبيرا لأنها توفر وسيلة لاستخراج التقلبات المحلية من بيانات السوق التي يمكن ملاحظتها. لوقت انتهاء محدد $T$ وسعر الأصل الحالي $S$، فإن مجموعة أسعار الخيارات غير المخصومة $\{C(S_0, K, T)\}$ لأسعار التنفيذ المختلفة $K$ توفر معلومات عن دالة الكثافة المحايدة للمخاطرة $p(S_T)$ لسعر الأصل النهائي $S_T$. وتمثل دالة الكثافة المحايدة للمخاطرة $p(S_T)$ توزيع الاحتمالات لسعر الأصل في الزمن $T$ تحت القياس المحايد للمخاطرة. يمكن استخراج هذه الدالة من المشتقة الثانية لسعر الخيار بالنسبة لسعر التنفيذ $K$. حيث تعطى العلاقة بين سعر خيار الشراء غير المخصوم $C(S_0, K, T)$ و دالة الكثافة المحايدة للمخاطرة $p(S_T)$ بالمعادلة التالية (Henry-Labordere, 2008, p. 135):

$$p(S_T) = \frac{\partial^2 C(S_0, K, T)}{\partial K^2} \Big|_{K=S_t} \quad (84)$$

حيث إنه:

- سعر الخيار غير المخصوم: سعر خيار الشراء غير المخصوم $C(S_0, K, T)$ هو العائد المتوقع للخيار تحت القياس المحايد للمخاطرة.

$$C(S_0, K, T) = \mathbb{E}[(S_T - K)^+]$$

حيث:

$$(S_T - K)^+ = max(S_T - K, 0)$$

- المشتقة الثانية: المشتقة الثانية لسعر الخيار بالنسبة لسعر التنفيذ $K$ تعطي دالة الكثافة المحايدة للمخاطرة كما هو موضح في المعادلة رقم **(84)**. وهذا لأن سعر الخيار $C(S_0, K, T)$ يمكن التعبير عنه كتكامل فوق دالة الكثافة المحايدة للمخاطر:

$$C(S_0, K, T) = \int_K^{\infty} (S_T - K)\, p(S_T) dS_T \quad (85)$$

بعد ذلك أعاد Dupire هيكلة المسألة للتعبير عن سعر خيار الشراء الأوروبي و تم اشتقاق معادلة Dupire من معادلة Fokker-Planck (Alòs et al., 2025, p. 35):

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \frac{1}{2}\sigma^2(K,T)K^2\frac{\partial^2 C}{\partial K^2} - rK\frac{\partial C}{\partial K} \quad (86)$$

وتم التعبير عن معادلة التقلب المحلي في المعادلة رقم **(30)** حيث تعطى كما يلي (Zhou et al., 2013, p. 4):

$$\sigma(K,T) = \sqrt{\frac{\frac{\partial C(K,T)}{\partial T} + rK\frac{\partial C(K,T)}{\partial K}}{\frac{1}{2}K^2\frac{\partial^2 C(K,T)}{\partial K^2}}}$$

ممّا سبق يمكن القول إن أنموذج Dupire يمثل طريقة لحساب التقلب المحلي أكثر من كونه أنموذجاً للتسعير.

❋ حدود أنموذج دوبير Limitations of Dupire Model

على الرغم من تأثيره في تقدير ابتسامات التقلب، إلا أن أنموذج دوبير يعاني من العديد من القيود الرئيسية التي تؤثر على تطبيقه العملي. وتنبع هذه القيود من التحديات الرياضية، وعيوب السوق، والافتراضات المتأصلة في النموذج، والتي يمكن أن تؤدي إلى عدم الدقة في تقدير التقلبات (Itkin, 2020).

- الطبيعة الثابتة: سطح التقلب المحلي ثابت ولا يتطور بشكل عشوائي، وهو ما قد لا يعكس الطبيعة الديناميكية للأسواق الحقيقية.

- عدم استقرار المعايرة: يمكن أن يكون النموذج حساسًا للتغيرات الصغيرة في بيانات الإدخال ، مما يؤدي إلى عدم الاستقرار في سطح التقلب المحلي المعاير.

- يمكن أن تنتج معادلة التباين المحلي دوبير تباينات محلية سلبية، وهي غير ممكنة عمليًا. تنشأ هذه المشكلة من الطبيعة غير الصحيحة لبسط ومقام المعادلة (Animoku et al., 2018).

- غالبًا ما تتطلب معايرة نموذج دوبير حل المعادلات التفاضلية الجزئية المعقدة (PDEs)، والتي يمكن أن تكون مكثفة حسابيًا وتستغرق وقتًا طويلاً (Carr & Itkin, 2021).

- إن وجود عيوب في السوق، مثل التسعير البسيط، يمكن أن يشوه تقديرات التقلبات الضمنية، مما يؤدي إلى عدم دقة كبيرة في ابتسامة التقلب الملحوظة (Chance et al., 2017).

- عدم وجود تقلب يعني الارتداد: لا يتضمن الأنموذج بشكل طبيعي السلوك المتوسط الذي يتم ملاحظته غالبًا في التقلب.

### 3.3.2.1 نماذج التقلب العشوائي (التصادفي) Stochastic Volatility Models

نماذج التقلبات العشوائية هي تلك النماذج التي يتم فيها توزيع تباين عملية العشوائية بشكل عشوائي (Gatheral, 2006). حيث إن نمذجة التقلب كمتغير عشوائي أمرٌ ضروري لفهم الطبيعة الديناميكية وغير القابلة للتوقع للأسواق المالية، وهذا ما تجلى بوضوح في أحداث مثل انهيار سوق الأوراق المالية في أكتوبر 1987. بينما يقدم أنموذج (Black-Scholes) إطارًا مُبسطًا لتسعير الخيارات، إلا أنه يفشل في تفسير ابتسامة التقلب (Volatility Smile). وهي الظاهرة التي تختلف فيها التقلبات الضمنية عبر الخيارات ذات الأسعار التنفيذية وتواريخ الاستحقاق المختلفة. فقد أدى تفاقم الابتسامات والانحرافات في سطح التقلب الضمني (Implied Volatility Surface) الناجم عن الانهيار إلى التشكيك في قدرة أنموذج (Black-Scholes) على توفير أسعار مناسبة في ظل نظام جديد من انحرافات التقلب، وأعاد تسليط الضوء على الافتراضات التقييدية التي يقوم عليها الأنموذج. وهنا أتت نماذج التقلب العشوائي (SV) كي تعالج هذا القصور من خلال ربط ديناميكيات التقلب بشكل ذاتي الاتساق مع سلوك السوق، أي أن التقلب يمكن أن يكون مدفوعاً بعملية عشوائية خاصة به. مما يُوفِّق بين أسعار الخيارات المُلاحظة وديناميكيات الأصول الأساسية في الواقع. على عكس نماذج التقلب المحلي، التي تُلائم ابتسامة التقلب بأسلوب استرجاعي باستخدام أسطح تقلب حتمية وتجعل التقلبات وظيفة حتمية لسعر الأصول والوقت (مثل صيغة (Dupire, 1994))، تعكس نماذج التقلب العشوائي عدم اليقين المتغير مع الزمن في الأسواق، بما يتوافق بشكل أكبر مع تحركات الأسعار التجريبية. حيث إنه غالبًا ما تُنتقد هذه النماذج لكونها "مُصممة بشكل تصادفي"، لكنها في الواقع مُستندة إلى نظرية الرياضيات المالية كونها تنشأ من إخضاع الحركة البراونية لـ"ساعة زمنية عشوائية" تُعرف بوقت التداول، كما اقترح (Clark, 1973)، الذي ربط تقلبات التقلب بنشاطات تداول قابلة للقياس، مثل حجم التداول أو تكرره. وعليه فإن نماذج التقلب العشوائي لا تشرح تشوهات السوق مثل ابتسامة التقلب فحسب، بل توفر أيضًا إطارًا نظريًا متماسكًا لفهم كيف تُشكل البنية الدقيقة للسوق ديناميكيات التقلب (Gatheral, 2006, p. 1). و تعتبر النماذج التالية أشهر النماذج التي تناولت هذا النهج مثل أنموذج (Hull & White, 1987)، (Scott, 1987)، (Wiggins, 1987)، (Johnson & Shanno, 1987)، (Chesney & Scott, 1989)، (Bailey & Stulz, 1989)، (Melino & Turnbull, 1991)، (Stein & Stein, 1991)، (Heston, 1993)، (Bates, 1996) و (Bakshi et al., 1997). ويعتبر أنموذج (Heston, 1993) الأنموذج الأشهر في حقل التقلبات العشوائية بسبب حله السهل المغلق الذي يتطلب التكامل العددي بدون تباين سلبي.

**1.3.3.2.1 أنموذج هال – و ايت Hall & White Model**

قدّم (Hull & White, 1987) امتدادًا مهمًا لأنموذج (Black-Scholes) الكلاسيكي من خلال دمج التقلب الزمني المتغير، مما يعالج أحد القيود الأساسية للأنموذج الأصلي الذي يفترض أن التقلب ثابت. ينتمي إطار عمل الانموذج إلى فئة أوسع من كونه أنموذج للتقلب العشوائي، حيث يتبع كلٌّ من سعر الأصل وتقلبه عمليات انتشار مستمرة عبر الزمن. تعكس هذه المقاربة ازدواجية الانتشار، مما يعترف بأن تقلبات السوق ليست ثابتة، ولكنها تتغير بمرور الوقت نتيجة لظروف السوق المتغيرة والصدمات الخارجية (Brignone & Gonzato, 2024). يُفَسِّر أنموذج (Hall & White) سعر الخيار على أنه القيمة المتوقعة لسعر أنموذج (Black-Scholes)، بعد أخذ متوسط توزيع التقلب المتوسط خلال فترة حياة الخيار. تتطلب عملية التكامل هذه حساب توزيع احتمالية التقلب المتوسط، وهو ما يستلزم حل معادلة تفاضلية جزئية عبر الطرق العددية نظرًا لعدم وجود حل تحليلي مغلق لهذا التوزيع (Rouah & Vainberg, 2012, p. 136). يفترض الأنموذج انعدام الارتباط بين سعر الأصل والتقلب، مما يُبسط الصياغة الرياضية، لكنه يحدّ من واقعية النموذج لأن الأدلة التجريبية تشير إلى أن عوائد الأصول والتقلبات تظهر غالبًا ارتباطًا سلبيًا يُعرف بتأثير الرافعة المالية (Leverage Effect). وللتغلب على هذا القيد، وسّع (Hall & White) منهج المحاكاة الخاص بهما ليشمل حالات الارتباط غير الصفري بين سعر الأصل والتقلب، مما يسمح بدقة تجريبية أكبر. ومع ذلك، تأتي هذه التوسعات بتكلفة تتمثل في زيادة التعقيد الحسابي، حيث إن غياب الحلول المغلقة يتطلب عمليات محاكاة رقمية مكثفة لتقدير أسعار الخيارات. وتعطى معادلة الأنموذج كما يلي:

$$dr(t) = [\theta(t) - a.r(t)]dt + \sigma dW(t) \quad (87)$$

حيث (Suyashrathi, 2024):

- $dr(t)$: يُمثِّل التغيُّر التفاضلي (اللحظي) في سعر الفائدة قصير الأجل عند زمن مُحدَّد $t$، أي مقدار التغير الضئيل في سعر الفائدة $r$ خلال فترة زمنية متناهية في الصغر $t$. يُستخدم هذا المصطلح لوصف السلوك الديناميكي لسعر الفائدة مع مرور الوقت، مع مراعاة العوامل المؤثرة فوريًّا عليه، سواء بالارتفاع أو الانخفاض. يُعتبر $dr(t)$ الجانب الأيسر من المعادلة التفاضلية العشوائية (SDE) التي تُنمذج مسار سعر الفائدة، حيث يساوي مجموع مُحدِّدين رئيسيين على الجانب الأيمن: الأول اتجاه حتمي (Deterministic Trend) يعكس القوى المنهجية المؤثرة على السعر (مثل السياسات النقدية)، والثاني تقلب عشوائي (Stochastic Volatility) يُمثل عدم اليقين أو الصدمات الخارجية، وغالبًا ما يُعبَّر عنه رياضيًّا عبر عملية فينر (Wiener Process) أو الحركة البراونية؛

- $\theta(t)$: يُعتبر المُعامل $\theta(t)$ بمثابة "مقبض ضبط ديناميكي" في النماذج المالية، حيث يُستخدم لمعايرة الأنموذج الرياضي ومدى مواءمته مع البيانات الواقعية للأسواق، بدلًا من الاعتماد على افتراضات نظرية مجردة. فعند تحليل مسارات أسعار الفائدة، لا يكفي افتراض سلوكها؛ بل يجب تعديل $\theta(t)$ لضمان أن تُنتج أنموذج قيمًا (مثل أسعار السندات) تتطابق مع القيم المُراقَنة في السوق الفعلي. على سبيل المثال، إذا استخدم النموذج مُدخلات مثل التضخم أو السيولة، يتم تحوير $\theta(t)$ لتصحيح الفجوة بين التوقعات والأسعار الحقيقية؛
- $a$: يُمثل متوسط معدل الارتداد؛ يقيس مدى سرعة عودة أسعار الفائدة إلى متوسطها على المدى الطويل. هذه ميزة رئيسية في الأنموذج حيث تصف مدى سرعة عودة أسعار الفائدة إلى مستوى متوسط طويل الأجل بعد أن تنحرف عنها. إذا كان $a$ أكبر فسيتم تصحيح أي انحراف عن متوسط سعر الفائدة بسرعة أكبر، مما يعني أن سعر الفائدة يتم سحبه بقوة نحو المتوسط. على العكس من ذلك ، فإن أسعار الفائدة أصغر ستعود إلى المتوسط ببطء أكثر. هذا يعني أن الارتداد هو سلوك شائع لوحظ في أسعار الفائدة مع مرور الوقت، حيث تميل إلى العودة نحو المتوسط التاريخي بعد فترات من ارتفاعها أو منخفضة بشكل استثنائي؛
- $r(t)$: يشير إلى سعر الفائدة على المدى القصير في الوقت $t$. إنه المعدل الذي يمكنك من خلاله اقتراض أو إقراض المال من الناحية النظرية في تلك اللحظة المحددة من الزمن ، على افتراض عدم وجود أخطار على التخلف عن السداد. في النموذج ، يعد $r(t)$ متغيرًا يتغير بمرور الوقت بسبب العوامل الاقتصادية وقوى السوق ، وهي الكمية الأساسية التي يهدفها نموذج الهيكل الأبيض إلى وصفه والتنبؤ به. تم تصميم سلوك $r(t)$ باستخدام كل من العناصر الحتمية (مثل معدل الارتداد المتوسط $a$) والتقلبات العشوائية (يتم التقاطها بواسطة عملية Wiener $dW(t)$)؛
- $\sigma$: يقيس مقدار المعدل الذي يمكن أن يتقلب به سعر الفائدة؛
- $dW(t)$: يمثل صدمة عشوائية لسعر الفائدة على المدى القصير، ويتم التعبير عنه باستخدام عملية Wiener، والمعروفة بـ (Motion Brownian). ويتم استخدام $dW(t)$ لنمذجة التقلبات العشوائية التي لا يمكن التنبؤ بها والتي تؤثر على المتغيرات المالية مثل أسعار الفائدة. إنه مكوّن عشوائي يضيف درجة من عدم اليقين ويسمح للأنموذج بدمج العشوائية المتأصلة في الأسواق المالية. كل زيادة $dW(t)$ هي نتيجة سحب عشوائي من التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 و $dt$، والذي يمثل زيادة الوقت؛

**2.3.3.2.1 أنموذج هيستون (Heston Model)**

قدّم الرياضي الأمريكي ستيفن هيستون Steven L. Heston عام 1993 أنموذجه في ورقته العلمية المعنونة "حل ذو صيغة مغلقة للخيارات ذات التقلب العشوائي مع تطبيقات على خيارات السندات والعملات" (Heston, 1993, p. 327). ويُعد أنموذج (Heston) أنموذجًا بارزًا وحجر الزاوية في نماذج التقلب العشوائي في الرياضيات المالية، بسبب قدرته على التقاط ديناميكيات أسعار الأصول، وقدرته أيضا على تصميم تقلب الأدوات المالية بشكل أكثر دقة من نماذج التقلبات المستمرة مثل أنموذج (Black-Scholes). ويمتاز هذا الأنموذج بأنه قادر على انتاج ابتسامة تقلب يتم الحصول عليها من بينات السوق. ويفترض الأنموذج أن التقلب يتبع عملية الجذر التربيعي المتوسط، والتي تتيح له التقاط الميزات التجريبية للأسواق المالية. كما افترض أن التقلب يتبع عملية Ornstein-Uhlenbeck، والتي يمكن إعادة كتابتها كعملية (CIR) Cox-Ingersoll-Ross للتباين. وتم تطبيق الأنموذج على نطاق واسع وتمديده في سياقات مالية مختلفة. وعلى عكس أنموذج (Hall & White)، الذي لا يوفر حلاً بصيغة مغلقة، يقدم أنموذج (Heston) حلاً بصيغة مغلقة لتسعير الخيارات، ممّا يجعله عمليا أكثر للتطبيقات المالية. تتمثل إحدى المزايا الرئيسية لأنموذج (Heston) في قدرته على استيعاب الارتباط بين سعر الأصل وتقلّباته، وهي ميزة غير متوفرة في النماذج البسيطة مثل أنموذج (Black-Scholes). في حين أن سعر الأصل يتبع عملية انتشار مشابهة لتلك الموجودة في أنموذج (Black-Scholes)، فإن أنموذج (Heston) يسمح للتقلّب بأن يتغير بمرور الوقت بدلاً من أن يكون ثابتًا. توفر هذه المرونة تعميماً لأنموذج (Black-Scholes) وتساعد على التقاط ديناميكيات السوق الأكثر تعقيدًا. يتم حساب سعر الخيار من خلال تحديد احتمال انتهاء صلاحية خيار الشراء ITM. ورغم أن هذا الاحتمال لا يمكن حسابه مباشرة، بل يتم الحصول عليه من خلال تقنية رياضية تعتمد على عكس الدالة المميزة للوغاريتم سعر الأصل، ممّا يوفر طريقة أكثر دقة ومرونة لتسعير الخيارات في ظل التقلّب العشوائي. وتتحدد معادلات الأنموذج كما يلي (Clevenhaus et al., 2024, p. 1095):

$$\begin{cases} dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S_t dW_t^s \\ dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} dW_t^v \\ \rho dt = dW_t^s dW_t^v, \qquad S(0) = S_0 > 0, \qquad v(0) = v_0 > 0 \end{cases} \tag{88}$$

حيث:

- $S_t$ يمثل سعر الأصل في الزمن t؛
- $\kappa$ يمثل معدل متوسط الارتداد للتباين طويل الأمد $\theta$؛
- $dS_t$ يشير إلى الاختلاف الدقيق في سعر الأصل؛
- $\theta$ تمثل متوسط التباين الطويل الأمد في سعر الأصل؛
- $\mu$ يمثل معدل العائد المتوقع للأصل؛
- $dW_t^S$ تمثل الحركة البراونية لسعر الأصل في الزمن t؛
- $v_t$ يمثل التقلب في سعر الأصل في الزمن t؛
- $dW_t^v$ تمثل الحركة البراونية لتباين سعر الأصل في الزمن t؛
- $\sigma$ تمثل تقلب التقلب $\sqrt{v_t}$؛
- $\rho$ تمثل معامل الارتباط بين عمليتي ($dW_t^S$ و $dW_t^v$).

عند مقارنة أنموذج (Heston) بالأنموذج المرجعي (Black-Scholes) نجد أنهما يتشاركان في الإطار الرياضي العام للمعادلة الأولى لأنموذج (Black-Scholes) التي تصف حركة السعر الأساسي. إلا أن الإضافة الثورية في أنموذج (Heston) تكمن في افتراضه أن التقلب (Volatility) الذي يُعد عاملاً حاسمًا في تسعير الخيارات المالية، ليس قيمة ثابتة كما في أنموذج (Black-Scholes)، بل هو متغير عشوائي يتغير مع الزمن. ولتمثيل هذه الفكرة رياضياً، أدخل هيستون عملية عشوائية ثانية مستقلة $W_t^v$ نجدها في معادلة الحركة البراونية (عملية Cox-Ingersoll-Ross (CIR)) لوصف التقلب نفسه، مع مراعاة خاصية "الارتداد المتوسط" (Mean-Reversion) لجعله واقعيا في محاكاة سلوك الأسواق (Campolieti & Makarov, 2015, p. 662). ومن هنا يتبن أن هذه المعادلة تمثل الجزء الأهم في الأنموذج، وهذه المعادلة عند استقرائها فإنها بدورها تتكون من قسمين (Helgadttir & Lonescu, 2016, p. 20):

- الجزء الأول: تُمثِّل خاصية الارتداد المتوسط (Mean Reversion) في أنموذج هيستون ( Heston Model)، وهي تمثل السُرعة التي يعود بها التقلب العشوائي إلى متوسطه طويل الأمد ( Long-Term Mean). تُعبر هذه الخاصية المُمَثَّلة بالمعلمة $\kappa$ في المعادلة التفاضلية للأنموذج عن ديناميكية استقرار التقلب. فكلما ارتفعت قيمة $\kappa$ زادت سرعة ارتداد التقلب إلى قيمته المتوسطة $\theta$، ممّا يؤدي بالتقلب إلى أن يكون أقرب إلى متوسطه التوقعي. في المقابل، تنخفض حدّة التذبذبات وتطول مدة العودة إلى المتوسط عندما تكون $\kappa$ منخفضة (Cox et al., 1985). تُعد هذه الآلية أساسية في نمذجة سلوك أسعار الأصول المالية وتقلباتها ضمن إطار الأنموذج، حيث تُؤثر قيمة $\kappa$ بشكل مباشر على ديناميكيات تسعير الخيارات والمشتقات المالية، عبر تحديد مدى استجابة التقلب لانحرافه عن التوازن، وبالتالي تشكيل توقعات السوق. وعليه يمكن القول إن المعلمة $\kappa$ تحدد مدى سرعة الالتقاء أو التقارب بين التباين الحالي وبين المستوى المتوسط طويل الأمد.

- الجزء الثاني: يمثل الجزء $\sigma\sqrt{v_t}dW_t^v$ المكوّن العشوائي للتقلب الذي يقود عملية التباين $v_t$. حيث تعبر $\sigma$ عن معلمة تقلب التقلب والتي تحدد حجم الصدمات العشوائية (Magnitude of the Stochastic Shock) المؤثرة على التباين، بينما $v_t$ يضمن بقاء التباين غير سالب ويُدخل التناسب. فكلما ارتفع $v_t$ زادت تأثير الصدمات، ممّا يعكس ارتفاع عدم اليقين خلال الفترات المتقلبة. كما توفر عملية فينر $dW_t^v$ زيادات عشوائية ذات توزيع طبيعي، ويمكن أن تكون مرتبطة مع حركة براونية لسعر الأصل لالتقاط تأثير الرافعة المالية (مثل الربط السلبي بين انخفاض الأسعار وارتفاع التقلب). في حين يوّلد تفاعل $\sigma$ و $\sqrt{v_t}$ و $dW_t^v$ مسارات تبايُن غير سالبة وذات ارتداد إلى المتوسط. بحيث إذا زاد $\sigma$ يصبح التباين أكثر تقلبًا، وإذا ارتفع $v_t$ تكبر الصدمات. ويضمن شرط فيلر (The Feller condition) $2\kappa\theta > \sigma^2$ بقاء $v_t$ موجبًا عبر موازنة $\sigma$ وسرعة العودة إلى المتوسط $\kappa$ والتباين طويل الأجل $\theta$ (Gikhman, 2011, pp. 1–3)، وهو أمر حاسم لتجنب قيم تبايُن سالبة في المحاكاة. أما إذا أصبح التباين قريباً من الصفر فإن هذه المعادلة تضمن رجوع أو ارتداد التباين الى المتوسط طويل الأمد $\theta$ (Nguyen & Solvang, 2013, p. 31).

من السمات الرئيسية للأنموذج معامل الارتباط $\rho$ ،الذي يربط عملية وينر (Wiener Process) $W_t^S$ التي تحرك سعر الأصل بعملية التباين $W_t^v$. وعادةً ما يكون سالبا في الواقع، مما يعكس "تأثير الرافعة المالية" وهي ظاهرة التي يصاحب فيها انخفاض أسعار الأصول (العوائد السلبية) ارتفاع التقلب، حيث يصبح المستثمرون أكثر عدم يقين خلال الانخفاضات (Moodley, 2005, p. 2). ويتيح هذا الارتباط، إلى جانب الطبيعة العشوائية للتقلب لأنموذج هيستون (Heston Model) التقاط سلوكيات السوق التي لا يستطيع أنموذج (Black-Scholes) تفسيرها، مثل تجمّع التقلب، وتوزيعات العوائد ذات الذيل السميك (التي تشير إلى احتمالية أعلى لحركات الأسعار المتطرفة)، وانحراف التقلب الضمني وهو نمط في أسواق الخيارات حيث يختلف التقلب الضمني حسب سعر التنفيذ، وغالبًا ما يكون أعلى لخيارات البيع خارج النطاق مقارنة بخيارات الشراء. من خلال معالجة هذه القيود، يوفر أنموذج Heston أداة أكثر مرونة ودقة لتسعير الخيارات وفهم ديناميكيات السوق، على الرغم من أنه يأتي على حساب تعقيد رياضي متزايد، مما يتطلب طرقًا عددية أو تقنيات تحويل فوريه للتطبيق العملي، الأمر الذي يجعله ذا قيمة خاصة في التمويل الحديث لنمذجة المشتقات في الأسهم، وأسواق الصرف الأجنبي، وغيرها من فئات الأصول حيث تلعب ديناميكيات التقلب دورًا حاسمًا.

❖ المعادلة التفاضلية الجزئية لأنموذج هيستون Heston's Partial Differential Equation

نفترض أن $V(s_t, v_t, t)$ هي دالة لسعر السهم والتباين والوقت، وهي قيمة الخيار. وعليه وفقًا لمبرهنة إيتو ليما (Ito's Lemma)، لتلبية شرط عدم التحكيم، يجب أن يكون تطور سعر الخيار في الوقت t مساويًا لمعدل الخالي من المخاطر. وهكذا، فإن أنموذج هيستون ينتهي بالمعادلة التفاضلية الجزئية التالية لقيمة الخيار، حيث قيمة $dV$ تُعطى كما يلي (Oosterlee & Grzelak, 2019, p. 236):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS\frac{\partial V}{\partial S} + \kappa(\theta - v)\frac{\partial V}{\partial v} + \frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 V}{\partial v^2} + \rho\sigma vS\frac{\partial^2 V}{\partial S\,\partial v} = rV \quad (89)$$

وعليه فإن الحل العددي للمعادلة التفاضلية الجزئية PDE لأنموذج هيستون (Heston Model) يستلزم تعقيدات رياضية كبيرة، وهنا سنستخدم طريقة التكامل المركب (Complex Integral). وعليه تتضمن الصيغة التحليلية لحساب السعر $c(s_t, v_t, t)$ لخيار الشراء الأوربي (C. Zhang et al., 2025, p. 5):

$$\begin{aligned} c(S, v, t) = e^{-r\tau}E[(S(T) - K)^+] &= e^x P_1(x, v, \tau) - e^{-r\tau}KP_2(x, v, \tau) \\ &= SP_1 - Ke^{-r\tau}P_2 \\ \tau = T - t, \qquad x &= \ln S \end{aligned} \quad (90)$$

حيث إن: $P_1$ ، $P_2$ يمثلان تحويل فوريه العكسي (The Inverse Fourier Transformation) لأجل J=1,2

$$P_j = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty Re\left[\frac{e^{-i\phi\,ln\,K} f_j(x, K, v, \tau, \phi)}{i\phi}\right] d\phi\,, j \in \{1,2\} \quad (91)$$

$$f_j(x, K, v, \tau, \phi) = e^{C(\tau,\phi)+D(\tau,\phi)v+i\phi x} \quad (92)$$

$$\begin{aligned} D_j(\tau, \phi) &= \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d}{\sigma^2}\left[\frac{1 - e^{d\tau}}{1 - ge^{d\tau}}\right] \\ g_j &= \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d_j}{b_j - \rho\sigma\phi i - d_j} \\ d_j &= \sqrt{(\rho\sigma\phi i - b_j)^2 - \sigma^2(2u_j\phi i - \phi^2)} \end{aligned} \quad (93)$$

وعليه تعطى صيغة خيار الشراء الأوربي (Mrázek & Pospíšil, 2017, p. 681):

$$C(\tau,\phi) = r\phi i\tau + \frac{\kappa\theta}{\sigma^2}\left\{(b_j - \rho\sigma\phi i + d)\tau - 2\ln\left[\frac{1-ge^{d\tau}}{1-g}\right]\right\} \quad (94)$$

حيث: $b_1 = \kappa\lambda - \rho\sigma, b_2 = \kappa + \lambda, u_1 = 0.5,\ u_2 = -0.5$

وبالتالي تكون الصيغة النهائية لخيار الشراء والبيع الأوربي كالآتي:

- خيار الشراء Call Price

$$C = S\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}\left(\frac{e^{-i\phi\ln K} f_1(\phi)}{i\phi}\right)d\phi\right) - Ke^{-r\tau}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}\left(\frac{e^{-i\phi\ln K} f_2(\phi)}{i\phi}\right)d\phi\right) \quad (95)$$

- خيار البيع Put Price

$$P = Ke^{-r\tau}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}\left(\frac{e^{-i\phi\ln K} f_2(\phi)}{i\phi}\right)d\phi\right) - S\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}\left(\frac{e^{-i\phi\ln K} f_1(\phi)}{i\phi}\right)d\phi\right) \quad (96)$$

تجدر الإشارة الا أنه حيث إنه من المهم أخذ بعين الاعتبار الشروط الحدودية (Boundary Conditions) عند تسعير خيار الشراء الأوروبي على وفق أنموذج هيستون (Heston Model) (Maslova, 2008, p. 5):

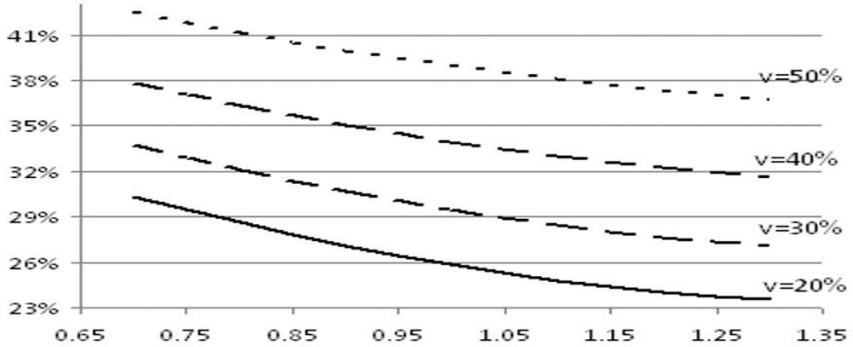
| | |
|---|---|
| • $C(S,v,t) = Max[0, S-K]$ | وتعني أن سعر الخيار يساوي الفرق بين سعر الأصل وسعر التنفيذ أو الصفر أيهما أكبر؛ |
| • $C(S,v,t) = 0$ | وتعني أنه عندما يكون سعر الأصل مساوياً للصفر فإن قيمة خيار الشراء تساوي صفراً أيضاً؛ |
| • $\frac{\partial V}{\partial S}(\infty,v,t) = 1$ | وتعني أنه عندما يكون سعر الأصل مساوياً للصفر فإن قيمة خيار الشراء تساوي صفراً أيضاً؛ |
| • $C(S,\infty,t) = S$ | وتعنى أنه كلما ازداد التقلب، فإن قيمة خيار الشراء تصبح مساوية لسعر الأصل؛ |
| • $rS\frac{\partial U}{\partial S}(S,0,t) + \kappa\theta\frac{\partial U}{\partial v}(S,0,t) - rU(S,0,t) + U_t(S,0,t) = 0$ | يضمن تناسق PDE عند التقلب الصفري من خلال موازنة نمو الأصول الحتمية، والانتعاش المتوسط للتقلب والتحلل في الوقت. |

❖ معلمات أنموذج هيستون Heston Model's Parameters

يتضمن الأنموذج خمس معلمات رئيسية تستخدم عند حساب سعر الخيار: $v_0$ (التباين الابتدائي)، $\kappa$ (سرعة الارتداد إلى المتوسط)، $\theta$ (التباين طويل الأمد)، $\sigma$ (تقلب التباين)، و $\rho$ (الارتباط بين سعر الأصل والتباين). وتشكل هذه المعلمات سعر الخيار من خلال تأثيرها على ديناميكيات التقلب وتوزيع الاحتمالات لسعر الأصل الأساسي عند انتهاء الصلاحية. وسنتعرض إليها بالتفصيل (Maslova, 2008, pp. 6–10). (Bauer, 2012)، (Boukai, 2023).

أ. التباين الأولي $v_0$ Initial Variance: يمثل التقلب الابتدائي الحالي للأصل الأساسي أي مستوى التباين الابتدائي عند الزمن $t = 0$ (Thakar, 2024). وهو يؤثر مباشرة على تقلب أسعار الأصول قصير الأجل وهذا بسبب أنها أكثر حساسية للتقلب. وبالنسبة للخيارات الأوروبية، يعتمد سعر الخيار على التوقع المخصوم للعائد تحت المقياس المحايد للمخاطر، وهذا التوقع يعتمد على مسار التقلب حيث كلما ارتفع $v_0$ زادت أسعار الخيارات قصيرة الأجل (مثل خيارات ITM) بسبب زيادة عدم اليقين. يتفاعل $v_0$ مع سرعة العودة للمتوسط $\kappa$ والمتوسط طويل الأمد $\theta$: فإذا كان $v_0$ أعلى من $\theta$ فإن $\kappa$ يحدد مدى سرعة عودة التباين إلى $\theta$. من الناحية العملية، يُعد $v_0$ حساسًا للتقلبات المفاجئة، ويتراوح عادةً بين 0.01 (10%) و 0.25 (50%). ويُحدث التعديل في التباين الأولي $v_0$ تحولاً جذرياً في ارتفاع منحنى "ابتسامة التقلب" بدلاً من التغير في شكل المنحنى. فعند رفع مستوى التقلب الأساسي $v_0$ تزداد المخاطر عبر جميع أسعار التنفيذ. هذه القفزة في التقلب تُجبر محرري العقود على فرض علاوات مالية أعلى لموازنة الخطر المتزايد، بينما يطالب المشترون بعوائد استثنائية تعكس توقعاتهم لتحقيق أرباح كبيرة عند التنفيذ.

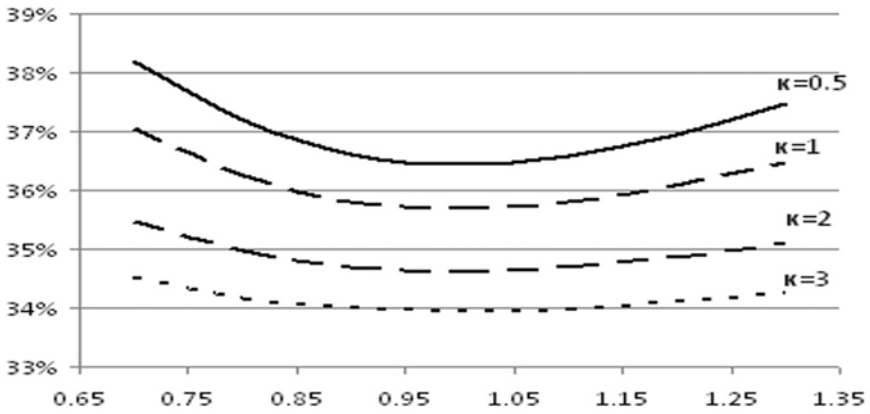
**الشكل رقم (42):** يوضح تأثير التغير في التباين الأولي $v_0$




**المصدر:** (Gauthier & Rivaille, 2009, p. 9)

ب. الارتداد المتوسط $\kappa$ Mean- Reversion: يقيس مدى سرعة عودة التباين $v_t$ إلى $\theta$ تشير القيم المرتفعة مثل ($\kappa = 5$) إلى استقرار سريع بعد الصدمات، بينما القيم المنخفضة مثل ($\kappa = 0.5$) تعني استمرار التقلب المرتفع لفترات أطول (مثل فترات الركود). يؤثر $\kappa$ على شكل منحنى التقلب حسب الآجال: فالقيم المنخفضة تخلق منحنى أكثر انحدارًا للخيارات قصيرة الأجل. يتفاعل مع التقلب $\sigma$ حيث إذا زاد $\sigma$ يجب زيادة $\kappa$ للحفاظ على استقرار الأنموذج وتجنب انتهاك شرط فيلر. تُعد معايرة $\kappa$ تحديًا بسبب تداخله مع $\theta$ و $\sigma$، وغالبًا ما تُستخدم خوارزميات مُحسّنة لفصل تأثيراته. ويمكن تفسير مفهوم الارتداد المتوسط على أنه مؤشر يعكس درجة تجمع التقلبات في الأسواق المالية. حيث تشير إلى أن فترات التقلبات العالية تميل إلى الاستمرار لفترات أخرى، والعكس صحيح. تؤدي معلمة الارتداد المتوسط دورًا مهمًا في تحديد درجة انحناء منحنى ابتسامة التقلب الضمني. فكلما زادت هذه المعلمة، زاد تسطح الابتسامة، ممّا يعني أن الفروقات في التقلبات الضمنية بين الأسعار التنفيذية المختلفة تصبح أقل وضوحًا. على العكس، عندما تنخفض معلمة الارتداد المتوسط، يصبح منحنى ابتسامة التقلب أكثر تقوسًا، مما يعكس زيادة الاختلافات بين مستويات التقلب الضمني. ومن الجدير بالذكر أن انخفاض معلمة الارتداد المتوسط ينتج تأثيرًا مشابهًا لارتفاع التباين من حيث انحناء منحنى التقلب الضمني. وهذا يعني أنه مع زيادة الارتداد المتوسط ينخفض التقلب الضمني للأسعار التنفيذية المختلفة، مما يؤدي بدوره إلى تقليل مستوى المخاطرة لكل من محرر الخيار (Option Writer) ومشتري الخيار (Option Buyer). وبالتالي تنخفض العلاوة التي يطلبها محرر الخيار مقابل بيع عقد الخيار.

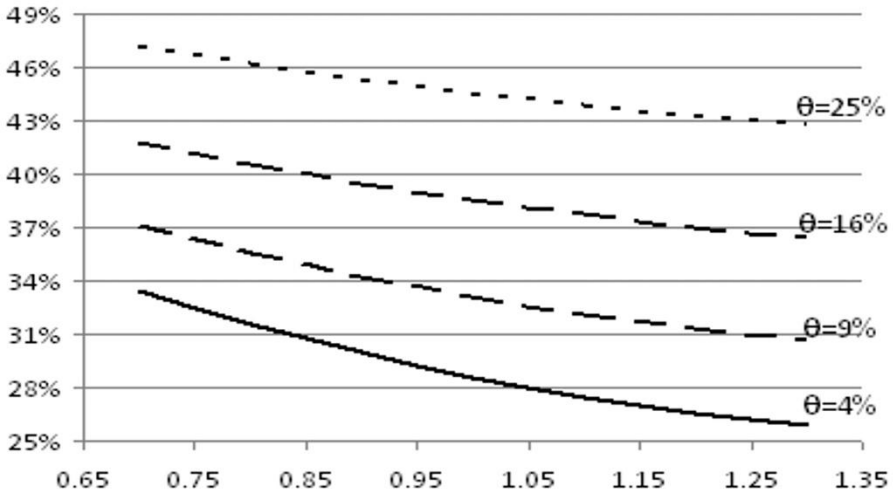
**الشكل رقم (43):** يوضح تأثير التغير في معلمة الارتداد المتوسط $\kappa$




**المصدر:** (Gauthier & Rivaille, 2009, p. 9)

ت. التباين طويل الأجل $\theta$ Long-Term Variance: يمثل المستوى المتوسط للتباين $v_t$ الذي يعود إليه التقلب على المدى الطويل (Gruszka & Szwabiński, 2023). ويعكس $\theta$ توقعات السوق للتقلب على المدى الطويل، كما أنه يتحكم في أسعار الخيارات طويلة الأجل حيث يؤدي ارتفاعه إلى زيادة التقلب الضمني لهذه الخيارات. بينما يكون تأثيره ضعيفًا في الخيارات قصيرة الأجل ما لم يكن $\kappa$ مرتفعًا جدًا لأن $v_0$ يهيمن في البداية (Comte et al., 2012). في واقع الأمر، كل من التباين طويل الأجل $\theta$ والتباين الأولي $v_0$ يؤثران بشكل مماثل على ابتسامة التقلب الضمني، حيث يؤدي ارتفاع أي منهما إلى زيادة مستوى منحنى الابتسامة دون تغيير شكله الأساسي. بمعنى آخر، كلما زاد التباين، ارتفع منحنى التقلب الضمني إلى الأعلى، مما يعكس ارتفاع مستوى التقلب في أسعار الأصول بغض النظر عن مستوى سعر التنفيذ. وهذا الارتفاع في التقلب يعني زيادة مستوى المخاطرة، مما يدفع محرري عقود الخيارات إلى فرض علاوة أعلى على المشترين لتعويض المخاطر الإضافية. في المقابل، يتوقع مشترو الخيارات تحقيق عوائد أكبر عند تنفيذ عقودهم بسبب زيادة احتمالية تحركات الأسعار الحادة (Mikhailov & Nögel, 2003). كما أن $\theta$ و $v_t$ يرتبطان ارتباطًا وثيقًا، فكلما زاد $\theta$ زادت قوة جذب التباين نحو المتوسط. ويجب أن يكون $\theta$ كبيرًا لتحقيق شرط فيلر ($2\kappa\theta > \sigma^2$). وهذا الذي يمنع التباين من أن يكون سالبًا.

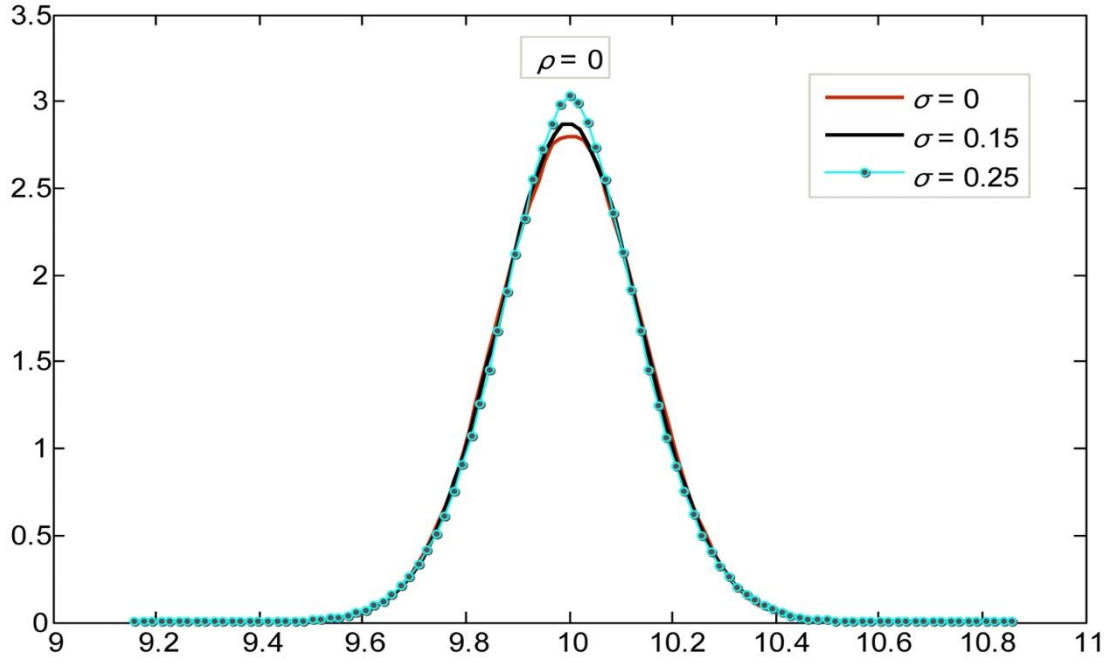
**الشكل رقم (44):** يوضح تأثير التغير في التباين طويل الأمد $\theta$




**المصدر:** (Gauthier & Rivaille, 2009, p. 9)

ث. تقلب التباين $\sigma$ Volatility of Variance: أو "تقلب التقلب"، وهو الانحراف المعياري لعملية التباين، ويؤثر على سعر الخيار بزيادة عشوائية التقلب، مما ينتج ذيولاً أكثر سماكة في توزيع سعر الأصل، حيث يرتبط هذا التقلب بمستوى التفلطح (Kurtosis) في قمم التوزيعات الإحصائية. عندما يكون تقلب التباين صفرًا، يصبح التباين نفسه صفرًا، مما يعني أن العوائد اللوغاريتمية ستتبع توزيعًا طبيعيًا (Gaussian Distribution) ذا شكل جرسي متناسق بدون ذيول سميكة. أما عندما يزداد تقلب التباين، فإن ذلك يؤدي إلى زيادة التفلطح، أي أن قمة التوزيع تصبح أكثر حدة والذيول في كلا الاتجاهين (الإيجابي والسلبي) تصبح أثخن أو "أسمك" (Fat Tails)، مما يعكس احتمالية أكبر للقيم المتطرفة (الخسائر أو الأرباح الكبيرة) وهذا يعني أن هذه القيم المتطرفة تحدث بمعدل أعلى مما هو متوقع في التوزيع الطبيعي. ويمكن توضيح هذا التأثير من خلال دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function)، التي تظهر كيف يتغير شكل التوزيع مع تغير قيمة التقلب، حيث ينتقل من التوزيع الطبيعي إلى توزيع ذي خصائص أكثر تعقيدًا كالتوزيع ذو الذيول السميكة. مما يعكس زيادة المخاطر المرتبطة بالتقلبات الكبيرة في السوق.

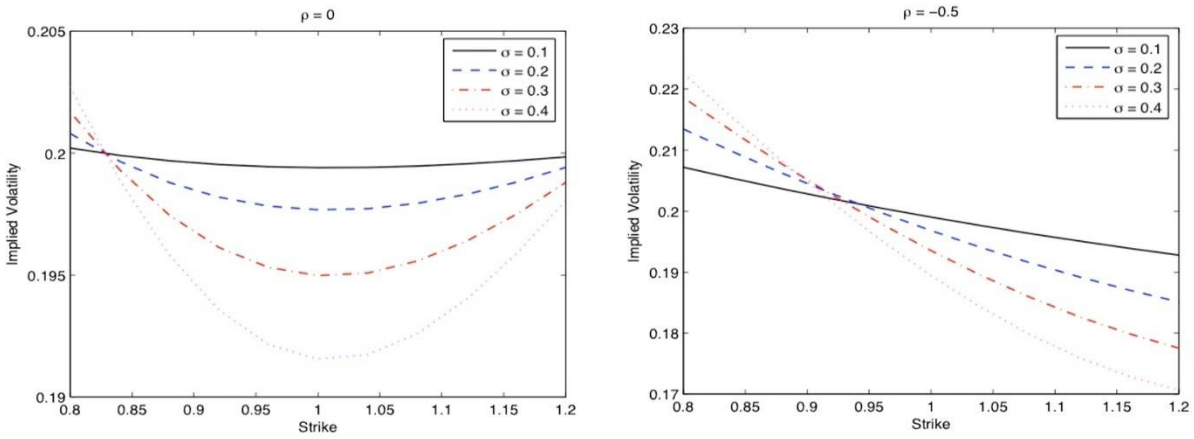
**الشكل رقم (45):** يوضح تأثير التغير في $\sigma$ على التفلطح في دالة الكثافة الاحتمالية




**المصدر:** (Mondal et al., 2017, p. 361)

من جهة أخرى، فإن التغير في التفلطح (Kurtosis) في التوزيعات، والتقلب الضمني (Implied Volatility)، مع التركيز على تأثير ذلك على ابتسامة التقلب الضمني (Volatility Smile) كما يظهر في الشكل (46). فعندما يزداد تقلب التباين $\sigma$ يرتفع التفلطح في توزيع العوائد، مما يعني زيادة احتمالية التحركات السعرية المتطرفة في السوق، وهذا يؤثر مباشرة على التقلب الضمني، الذي يعكس توقعات السوق للتقلبات المستقبلية المستخلصة من أسعار الخيارات. الابتسامة الضمنية تصبح أكثر وضوحًا (انحناءً) كلما ارتفعت قيمة التقلب وهو ما ظهر بوضوح في الأسواق المالية بعد الأزمات مثل انهيار 1987 (Hull, 2022, p. 456)، لأن التقلب العالي يعني تذبذبًا أكبر في الأسعار، مما يزيد من المخاطر. نتيجة لذلك، يزداد الطلب على خيارات البيع كأداة تحوط ضد الانخفاضات السعرية الكبيرة، مما يؤدي إلى ارتفاع أسعارها وبالتالي رسوم بائعيها، وذلك لأن السوق تتوقع مخاطر هبوط أكبر، خاصة مع وجود ارتباط سلبي شائع بين سعر الأصل وتقلبه، حيث يزداد التقلب عند انخفاض السعر، وفي المقابل، قد تكون خيارات الشراء أقل طلبًا نسبيًا، مما يعني أن بائعيها يطلبون رسومًا أقل لنفس سعر التنفيذ، ويؤدي هذا التفاوت في الطلب إلى بروز واضح في شكل الابتسامة مع زيادة التقلب، حيث تصبح خيارات البيع أغلى بسبب الخوف من الانخفاضات الكبيرة، ويمكن توضيح هذه التأثيرات عبر مقارنة بين حالتين، عندما يكون تقلب التباين صفرًا، يكون توزيع العوائد طبيعيًا، والابتسامة الضمنية مسطحة كما في أنموذج (Black-Scholes)، ولكن عند ارتفاع تقلب التباين، يصبح التوزيع أكثر تفلطحًا مع ذيول سميكة، وتصبح الابتسامة الضمنية أكثر وضوحًا، وتزداد رسوم خيارات البيع بسبب الطلب العالي على التحوط (Bury, 2024).

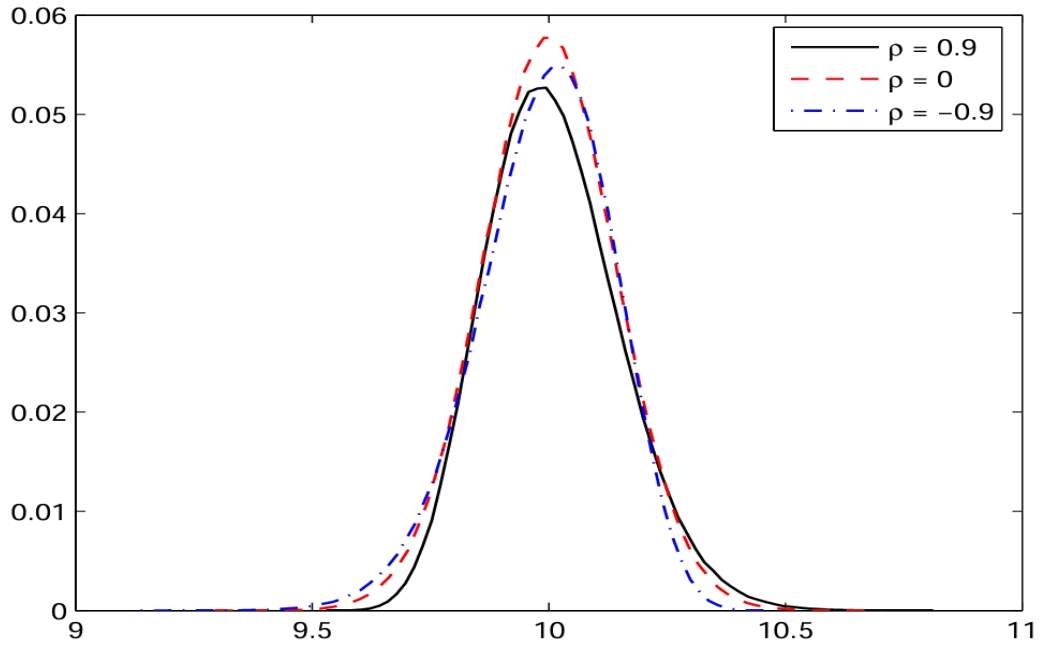
**الشكل رقم (46):** يوضح تأثير التغير في $\sigma$ على ابتسامة التقلب الضمني




**المصدر:** (Eigner, 2010, p. 8)

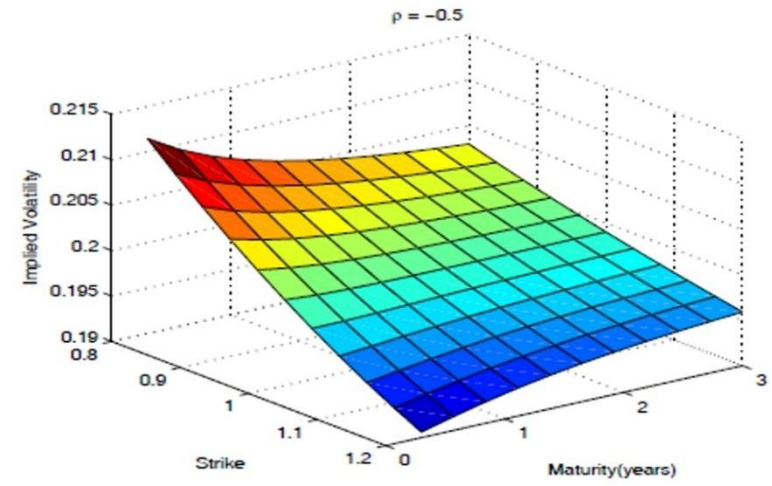
ج. الارتباط $\rho$ Correlation: تشير هذه المعلمة الى الارتباط بين تقلبات سعر الأصل وتقلبات التباين يمكن أن يأخذ معامل الارتباط $\rho$ القيم في النطاق [1-، 1]، حيث يشير $\rho = 1$ إلى ارتباط إيجابي مثالي، يشير $\rho = -1$ إلى ارتباط سلبي مثالي، و $\rho = 0$ يشير إلى عدم وجود ارتباط. يمكن تفسير $\rho$ على أنه الارتباط بين العوائد وتقلب الأصل. وبالتالي، فإنه يلتقط تأثير الرافعة المالية، مما يؤثر على ثقل الذيل، وبالتالي انحراف توزيع العائد. وعليه إذا كانت $\rho < 0$، فإن التقلب سيزداد مع انخفاض عائد سعر الأصل، وسيؤدي هذا إلى نشر الذيل الأيسر والضغط على الذيل الأيمن للتوزيع مما يخلق توزيعًا سمينًا ذي ذيل أيسر. وعلى العكس من ذلك، إذا كانت $\rho > 0$، فإن التقلب سيزداد مع زيادة سعر الأصل/العائد. سيؤدي هذا إلى نشر الذيل الأيمن والضغط على الذيل الأيسر للتوزيع مما يخلق توزيعًا سمينًا ذي ذيل أيمن. وإذا كانت $\rho = 0$ فإن الانحراف يقترب من الصفر. ونتيجة لذلك، يؤثر على انحراف التوزيع (Mondal et al., 2017, p. 358).

**الشكل رقم (47):** يوضح تأثير التغير في $\rho$ على دالة الكثافة الاحتمالية

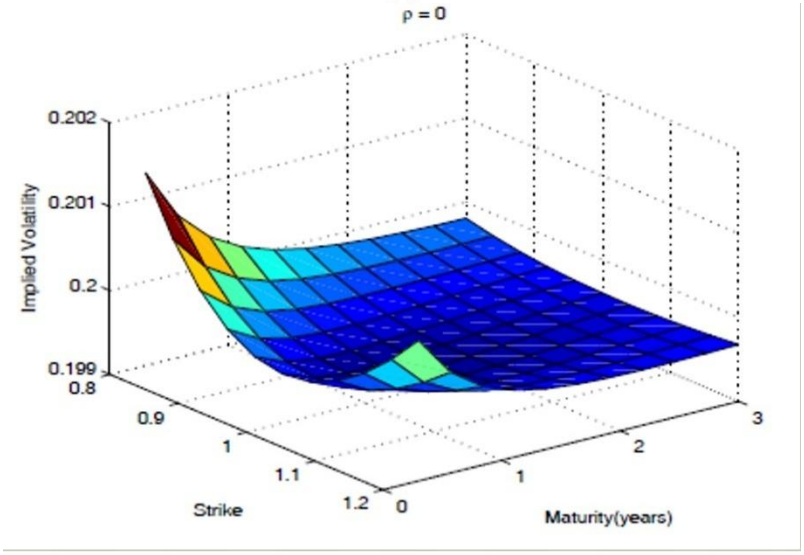



**المصدر:** (Moodley, 2005, p. 3)

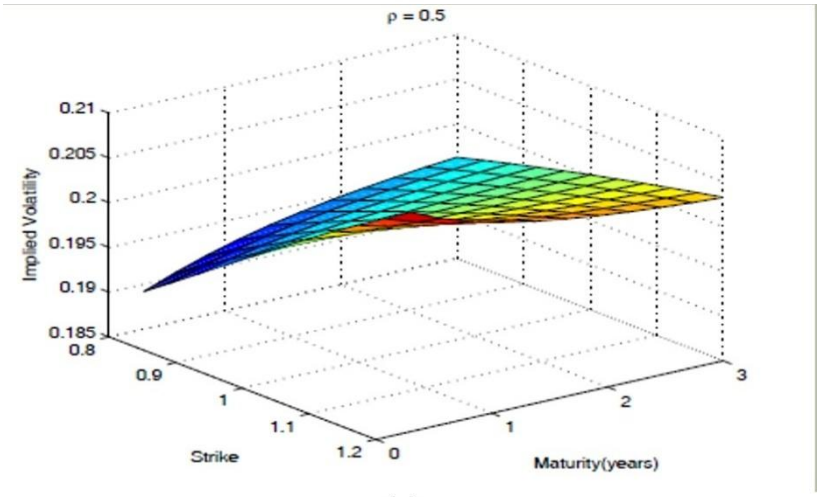
إن تأثير التغير في إنحراف التوزيعات (دالة الكثافة الاحتمالية) يؤثر أيضاً على شكل سطح التقلب الضمني، وعليه فإنه من البديهي أن تؤثر $\rho$ أيضاً على شكل هذا السطح. **الشكل رقم (48):** يبين هذا التأثير وفقاً للتغير في قيم $\rho$. حيث $\rho = -0.5$، $\rho = 0$، $\rho = 0.5$.




(a)




(b)




(c)

المصدر: (Emmanuel & Temitayo, 2014, p. 24)

❖ مزايا أنموذج هيستون Advantages of the Heston model

يُقدم أنموذج (Heston)، تحسينات كبيرة مقارنة بالنماذج التقليدية مثل أنموذج (Black-Scholes) من خلال السماح بالتقلب أن يكون متغيرا بمرور الوقت، وتعزيز التسعير المشتق وإدارة المخاطر. وبالمقابل من ذلك، فإنه يمثل أيضًا عدة تحديات. فيما يلي تحليل مفصل لمزاياه بدعم من الدراسات ذات الصلة (Homescu, 2014, p. 5):

- تمثيل دقيق للتقلب العشوائي Accurate Representation of Stochastic Volatility: يلتقط أنموذج (Heston) الطبيعة المتغيرة للوقت للتقلب، حيث يتناول أوجه القصور في نماذج التقلبات المستمرة مثل أنموذج (Black-Scholes). وهذه الميزة تعتبر بالغة الأهمية لتسعير المشتقات بدقة (Chang, 2024).

- تسعير أكثر دقة Superior Pricing Performance: توضح الدراسات التجريبية أن أنموذج (Heston) يتفوق بشكل كبير على أنموذج (Black-Scholes) وغيره من النماذج، مما يقلل من أخطاء التسعير بنسبة 25 ٪ تقريبًا. ويبرز هذا التحسن بشكل خاص عبر مجموعات مختلفة من مستويات الأسعار النسبية (Moneyness) والاستحقاقات، ورغم هذا لا يزال يعاني من بعض النقائص، خاصة في الخيارات قصيرة الأجل (J. E. Zhang & Jinghong, 2003).

- المرونة والتمديد Flexibility and Extensibility: يسمح الإطار الرياضي للأنموذج بإجراء تعديلات مختلفة، مثل إدراج القفزات (jumps)، وعوامل تقلب متعددة، ومقاييس زمنية مختلفة. تعمل هذه التعديلات على تعزيز قدرته على التقاط ديناميكيات السوق المعقدة، مما يحسن من أدائه في تسعير الخيارات ومعايرة التقلب الضمني (Malhotra et al., 2019).

- تقنيات حسابية متقدمة Advanced Computational Techniques: قدمت الأبحاث والدراسات أساليب عددية فعّالة، مثل طريقة Markov Chain Monte Carlo (MCMC) وتقنيات تحويل فوريه (Fourier transform)، مما يحسن تقدير المعلمات ودقة التسعير. تؤكد هذه الأساليب على متانة الأنموذج عند دمجه مع تقنيات حسابية متقدمة (Kehinde, 2024).

- التكامل مع التعلم الآلي Integration with Machine Learning: أثبت دمج أنموذج (Heston) مع الشبكات العصبية الاصطناعية (ANN) فعاليته في تحسين توقعات التقلب. يعتمد هذا النهج الهجين على المكونات العشوائية للأنموذج إلى جانب قدرات التنبؤ الخاصة بالشبكات العصبية، مما يوفر توقعات أكثر دقة (A. Itankan et al., 2024).

❖ حدود أنموذج هيستون Limitations of the Heston Model

رغم استخدامه بصورة واسعة في شتى البحوث والدراسات المالية إلا أنموذج (Heston) لا يزال يعاني من بعض القصور والانتقادات نذكر منها (Orosi, 2010, p. 51)، (Gatheral, 2006)، (Zaur, 2023):

- التعقيد الحسابي Computational Complexity: يتطلب أنموذج (Heston) عمليات حسابية مكثفة بسبب طبيعته العشوائية وحاجته إلى تقنيات تقدير متقدمة. يمكن أن يشكل هذا التعقيد عائقًا أمام تطبيقه العملي، لا سيما في الحالات التي تتطلب حسابات سريعة (Chang, 2024).

- تحيزات التسعير في الخيارات قصيرة الأجل Pricing Biases in Short-Term Options: رغم التحسينات التي يقدمها، إلا أن أنموذج (Heston) يميل إلى المبالغة في تسعير الخيارات قصيرة الأجل، مما يشير إلى الحاجة إلى إضافة عوامل إضافية، مثل القفزات (jumps) أو ديناميكيات سوقية أخرى، لتحقيق دقة أكبر في التسعير (J. E. Zhang & Jinghong, 2003).

- الحاجة إلى توسيع الأنموذج Need for Model Extensions: على الرغم من فعالية الأنموذج الأساسي، إلا أنه يمكن تحسين أدائه من خلال التعديلات مثل إدراج القفزات (jumps) أو إضافة عوامل تقلب متعددة. وإن كانت هذه التعديلات ذات فائدة إلا أنها تزيد من التعقيدات والمتطلبات الحسابية (Njike Leunga & Hainaut, 2024).

- تحديات تقدير المعلمات Parameter Estimation Challenges: يصعب حساب وتقدير المعلمات المناسبة لفحص الأنموذج العشوائي. حيث يعد تقدير المعلمات في أنموذج (Heston) أمرًا صعبًا نظرًا لعدم إمكانية ملاحظة التقلب بشكل مباشر. يمكن أن تكون الأساليب التقليدية مثل MCMC بطيئة، رغم أن تقنيات التعلم الآلي توفر بدائل أسرع وأكثر دقة (Witzany & Fičura, 2023).

- تطبيق محدود على بعض المنتجات المالية: يختلف أداء الأنموذج باختلاف المنتجات المالية. فبينما يُظهر أداءً ممتازًا في تسعير الخيارات الأوروبية، فإن تسعير خيارات الحواجز (Barrier Options) قد يتطلب تقنيات عددية متخصصة، مما يستلزم نهجًا مخصصًا لكل نوع من الأدوات المالية (Carr et al., 2022).

وهنا تجدر الإشارة إلى أنه تم تصميم نماذج التقلبات العشوائية (SVMs) لمعالجة القيود المفروضة على افتراضات التقلبات المستمرة. مثل The SABR model (Stochastic Alpha, Beta, Rho)، Jump Diffusion SVM... لمزيد من المعلومات انظر (Cheung, 2024)، (Rouah & Vainberg, 2012)، (Fouque et al., 2011)، (Henry-Labordere, 2008)، (Guyon & Henry-Labordere, 2014)، (Bergomi, 2016).

## المبحث الثالث

## عرض وتحليل الأدبيات التطبيقية (الدراسات السابقة)

تحظى الدراسات السابقة بأهمية كبيرة في أي بحث علمي، إذ تشكل الأساس المرجعي الذي تستند إليه الدراسة الحالية في تحديد توجهاتها ورسم معالمها. فهي تتيح للباحث فهم الإطار العام للموضوع الذي يتناوله ممّا يساعده على توضيح الجوانب التي يعالجها ضمن سياق الدراسات السابقة. ويستند هذا إلى مبدأ أساسي في تطور المعرفة العلمية وهو كونها تراكمية؛ حيث تتفاعل الاكتشافات والنتائج الجديدة مع ما سبقها، إما لتعزيزها أو تعديلها أو حتى دحضها. وتكمن أهمية الدراسات السابقة أيضًا في دورها كمصادر علمية تسهم في عدة جوانب من البحث، سواء على مستوى بناء الإطار النظري أو تصميم المنهجية البحثية. فهي تساعد الباحث في اختيار الأدوات والأساليب المناسبة لجمع البيانات وتحليلها، مما يضمن توافق الدراسة مع طبيعة الموضوع ومتطلباته البحثية.

وفي مجال دراستنا الحالية، فإنه يوجد الكثير من الدراسات التي تناولت موضوع تسعير الخيارات المالية وعالجته من زوايا متعددة. وقد شملت أبحاثًا عربية وأخرى أجنبية. وسيتم استعراض مجموعة من تلك الدراسات التي تم الاستفادة منها، مع تسليط الضوء على أبرز محاورها. كما سيتم تقديم تعليق تحليلي يوضح نقاط الاتفاق والاختلاف بينها، بالإضافة إلى تحديد الفجوة العلمية التي تسعى دراستنا إلى معالجتها. وقد تم تصنيف هذه الدراسات وفقًا للمتغيرات الرئيسية للدراسة، بالإضافة إلى تصنيفها حسب كونها عربية أو أجنبية. وقد تم تقسيمها إلى فئتين رئيسيتين؛ الدراسات التي تناولت نماذج التقلب الثابت والدراسات التي تناولت نماذج التقلب العشوائي.

**1.3.1 استعراض الدراسات التي تناولت نماذج التقلب الثابت**

في ورقة بحثية مرجعية قدّمها (Macbeth & Merville, 1979) نشرت في مجلة The Journal of Finance تحت عنوان **"An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model"**. أين هدفت هذه الدراسة إلى تحليل مدى تطابق الأسعار السوقية لخيارات الشراء مع التوقعات النظرية لأنموذج (Black-Scholes)، مع التركيز على دور التقلب الضمني وتأثير العوامل مثل سعر التنفيذ، تاريخ الاستحقاق، ووضع الخيار (ATM، ITM، OTM). وقد استخدم الباحثان James D. Macbeth و .Larry J Merville عينة من بيانات أسعار الاغلاق اليومية لخيارات الشراء المتداولة في بورصة شيكاغو (CBOE) على ستة أسهم رئيسية (ATT، AVON، ETKD، EXXN، IBM، XERX) من ديسمبر 1975 إلى ديسمبر 1976، مع الاستعانة بأسعار الأسهم من Wall Street Journal ومعلومات الأرباح من Standard and Poors Stock Record، بالإضافة إلى عوائد سندات الخزانة الأمريكية كمعدل خالي من المخاطر. واعتمدت المنهجية على حساب التقلب الضمني لكل خيار عبر حل معادلة (Black-Scholes) عدديا مع تعديل سعر السهم ليشمل القيمة الحالية للأرباح. وقد كشفت النتائج عن انحرافات منهجية في أنموذج (Black-Scholes)، حيث قلّل الأنموذج من تقدير أسعار الخيارات (ITM) بمتوسط فرق يصل إلى 5% من سعر التنفيذ، بينما بالغ في تقدير أسعار الخيارات (OTM)، مع تفاقم هذه الفروق كلما ابتعد الخيار عن سعر التنفيذ. فعلى سبيل المثال، خيار IBM في أكتوبر 1976 بسعر تنفيذ 220 دولارًا (ITM) كان سعره السوقي أعلى من التوقع النظري بمقدار 3.60 دولار، بينما خيار التنفيذ 280 دولارًا (OTM) كان سعره النظري أعلى من السوقي بمقدار 1.28 دولار. وأظهر التحليل أن التقلب الضمني يختلف بشكل ممنهج: فهو ينخفض مع زيادة سعر التنفيذ، حيث لوحظ انخفاض $\sigma$ من 0.028 لخيارات التنفيذ 200 دولار إلى 0.011 لخيارات التنفيذ 280 دولارًا لـ (IBM)، ويتباين مع الوقت المتبقي، حيث تكون قيمته أعلى للخيارات قصيرة الأجل (ITM) وأقل لتلك (OTM). كما أن الانحرافات بين الأسعار النظرية والسوقية تقل مع اقتراب انتهاء الصلاحية، بسبب تقارب الأسعار نحو القيمة الجوهرية $[S - K]$. وفي الأخير أشارت الدراسة إلى أن افتراض ثبات التقلب في أنموذج (Black-Scholes) غير واقعي، وتدعو إلى اعتماد نماذج أكثر مرونة مثل أنموذج Geske للخيارات المركبة أو أنموذج Merton الذي يتضمن تقلبات غير متصلة، والتي قد تفسر التباين في التقلب الضمني عبر الخيارات المختلفة. هذه النتائج ليست عملية لفهم تسعير الخيارات فحسب، بل أيضًا لاستراتيجيات التداول، مثل تلك التي اقترحها (Chiras & Manaster, 1978)، والتي قد تحتاج إلى مراجعة في ضوء هذه الانحرافات المنهجية.

وفي نفس الموضوع نشر (Lauterbach & Schultz, 1990) ورقة علمية بمجلة (The Journal of Finance)، بعنوان **"Pricing Warrants: An Empirical Study of the Black-Scholes Model and Its Alternatives"**. حيث قام الباحثان (Lauterbach Beni) و (Schultz Paul) بدراسة فعالية أنموذج (Black-Scholes) المعدّل (لاحتساب التخفيف) في تسعير الضمانات، مقارنةً بالنماذج البديلة مثل أنموذج المرونة الثابتة للتباين (Constant Elasticity Of Variance Model). وقد اعتمدت الدراسة على عينة ضخمة شملت 25000 سعرًا يوميًا لـ39 ضمانًا مدرجًا في بورصتي نيويورك والأمريكية خلال الفترة من 1971 إلى 1980، مع استبعاد الضمانات ذات الشروط غير القياسية (كالأسعار المتغيرة، أو القابلة للاستدعاء، أو تلك التي تسمح بالسداد عبر سندات) لضمان ملاءمة أنموذج (Black-Scholes). كما ركّز التحليل على ضمانات قريبة من "سعر المال" (ATM) ذات تواريخ استحقاق تتراوح بين 1 إلى 7 سنوات، مع تعديل الأنموذج لاحتساب التخفيف (زيادة عدد الأسهم عند ممارسة الضمان) عبر استبدال سعر السهم بـ S + (M/N)W (حيث M عدد الضمانات، وN عدد الأسهم، وW سعر الضمان). وكشفت النتائج أن افتراض ثبات التباين في أنموذج (Black-Scholes) يؤدي إلى انحيازات منهجية، حيث تنخفض التباينات الضمنية (ISDs) بنسبة 20% في المتوسط مع ارتفاع قيمة حقوق الملكية، مما يشير إلى أن الأسعار الفعلية أقل حساسية للتقلبات من توقعات الأنموذج. على النقيض من ذلك أظهر أنموذج CEV (خاصةً نسخة الجذر التربيعي SRCEV) تفوقًا ملحوظًا، حيث قلّل الأخطاء في التنبؤ بأسعار الضمانات بنسبة 6% في المتوسط مقارنةً بأنموذج (Black-Scholes)، ووصل التحسن إلى 18.7% للضمانات طويلة الأجل (أكثر من 4 سنوات). كما أظهر التحليل أن عوامل مثل التمديد الضريبي أو التباين العشوائي غير المرتبط بقيمة الأسهم (حسب أنموذج Wiggins) لم تكن مسؤولة بشكل رئيسي عن التحيزات، بينما كانت العلاقة العكسية بين التباين وقيمة الأسهم العامل الأكثر تأثيرًا. وعليه خلُصت الدراسة إلى وجود انحيازات منهجية في أنموذج (Black-Scholes) بسبب افتراض ثبات التباين، حيث تنخفض التباينات الضمنية (ISDs) بنسبة 20% في المتوسط مع ارتفاع قيمة حقوق الملكية، الأمر الذي أدى إلى مبالغة الأنموذج في تسعير الضمانات (ATM) وتقليل تسعيرها للضمانات (OTM)، كما تفوق أنموذج المرونة الثابتة للتباين (CEV) خاصة نسخة الجذر التربيعي (SRCEV) الذي قلل أخطاء التنبؤ. وفي الأخير أوصت الدراسة باستبدال أنموذج (Black-Scholes) بأنموذج CEV لتفوقه في تفسير العلاقة الديناميكية بين التباين والقيمة السوقية، مع إمكانية تطبيقه في تسعير الأوراق المالية القابلة للتحويل (Convertibles) لتحسين دقة تقييم المكون المشتق (Warrant Component)، حيث تُظهر البيانات أن دقة الأنموذج تزداد مع مرور الوقت، مما يُقلل الاعتماد على التعديلات الخارجية.

وحاول (Amilon, 2003) في دراسة بعنوان **"A Neural Network Versus Black–Scholes: A Comparison Of Pricing And Hedging Performances"** نشرت في مجلة (Journal of Forecasting) تحليل أداء نموذج الشبكات العصبية الاصطناعية (MLP) مقارنة بأنموذج (Black-Scholes) في تسعير الخيارات المالية والتحوّط الديناميكي، وهذا باستخدام بيانات يومية لخيارات مؤشر الأسهم السويدي (OMX) والمكوّن من أكثر 30 سهماً تداولاً في بورصة ستوكهولم وأسعار العرض والطلب (Bid and Ask) اليومية لخيارات الشراء الأوروبية على هذا المؤشر. خلال فترتين زمنيتين (1997–1998 و1998–1999). وشملت الدراسة 9416 زوجًا من أسعار العرض والطلب لـ514 عقدًا، مع استبعاد الفترات المتأثرة بتوزيعات الأرباح، كما تم استخدام سعر الفائدة الخالي من المخاطر المقدر من عائد أذونات الخزانة السويدية لمدة 90 يوماً. واعتمدت الدراسة على شبكة عصبية متعددة الطبقات (Multi-Layer Perceptron) MLP، مُدرَّبة على مُدخلات تشمل: نسبة سعر الأصل إلى سعر التنفيذ $\frac{I}{K}$، وقت الاستحقاق، معدل الفائدة الخالي من المخاطر، ومؤشرات التقلب التاريخي $\hat{\sigma}_{10}$ و $\hat{\sigma}_{30}$ المُستخلصة من سلاسل زمنية للمؤشر. مع التأكيد على أهمية تحليل أداء التحوط (Hedging Performance) كمعيار أساسي لتقييم نماذج التسعير، وليس فقط دقة التسعير (Pricing Accuracy)، لأن جوهر نماذج التسعير هو القدرة على تكرار (Replicate) الخيار من خلال استراتيجية تحوط ديناميكية. كما تم تطبيق تقنية (Bootstrap) لتقييم الدلالة الإحصائية للفروقات في الأداء بين النماذج. وتم مقارنة هذه النتائج مع أنموذجين مرجعيين لـ(Black-Scholes): الأول يستخدم التقلبات التاريخية (Historical Volatility)، والثاني يستخدم التقلبات الضمنية (Implied Volatility) المشتقة من أسعار الخيارات الحالية. وخلصت الدراسة إلى أن نماذج الشبكات العصبية تتفوق على أنموذج (Black-Scholes) في كل من التسعير والتحوط لخيارات المؤشر السويدي خلال الفترة المدروسة. حيث أظهرت خطأ متوسطاً تربيعياً (RMSE) أقل مقارنة بنماذج (Black-Scholes)، مما يشير إلى قدرتها على مطابقة أسعار السوق بشكل أفضل، خاصة للخيارات (Out-of-the-Money). ومع ذلك، فإن هذا التفوق لم يكن دائماً ذا دلالة إحصائية قوية عند مستوى 5%، خاصة في أداء التحوط. كما أشارت النتائج إلى أن الاعتماد على الديناميكيات التاريخية للأصل الأساسي (كما في MLPh) قد يكون أفضل للتحوط من الاعتماد على التسعير النسبي المستمد من خيارات أخرى (كما في MLPi و BSi)، حتى لو كان الأخير يعطي ملاءمة أفضل لأسعار السوق اللحظية. لم تستطع الدراسة الجزم بأن أسعار السوق "خاطئة" بشكل عام، حيث لم يحقق أي نموذج ربحاً ذا دلالة إحصائية من استراتيجية التحوط.

وفي نفس سياق تسعير الخيارات المالية في ظل التقلبات الثابتة قام (Melnikov & Petrachenko, 2005) بتقديم ورقة علمية بعنوان **"On Option Pricing In Binomial Market With Transaction Costs"** تم نشرها في مجلة (Finance and Stochastics). حيث قدّمت هذه الورقة مساهمة مهمة في مجال الرياضيات المالية وتسعير الخيارات المالية. وقد ركّزت الدراسة على تطوير أنموذج السوق ثنائي الحدين الكلاسيكي Cox-Ross-Rubinstein (CRR) ليعكس بشكل أكثر واقعية ظروف السوق الفعلية، من خلال تضمين فروقات في الأسعار بين الشراء والبيع (ask/bid prices)، وأيضا من خلال إدراج عنصرين أساسيين غالباً ما يتم تجاهلهما في النماذج المبسطة: تكاليف المعاملات النسبية (Proportional Transaction Costs) وتفاوت أسعار الفائدة بين الودائع والائتمان. ويتعامل الأنموذج مع أصل مالي خطِر واحد (مثل سهم)، ويأخذ في الاعتبار هذه العناصر لخلق بيئة سوقية غير مثالية، شبيهة بالواقع العملي. يعتمد المؤلفان على أدوات رياضية دقيقة، خاصة مفاهيم الاستراتيجيات التمويلية الذاتية (Self-Financing Strategies) والمطالبات المالية المحتملة (Contingent Claims) والتي تعادل في المجال المالي الخيارات من النمط الأوربي. تم تقديم بناء رياضي واضح لهذه الاستراتيجيات باستخدام طريقة الاستقراء العكسي (backward induction). يتمثل الهدف المركزي للدراسة في إيجاد استراتيجية تحوط فريدة وواضحة لكل مطالبة مالية محتملة، بما يضمن تكرار العوائد المرتبطة بها رغم وجود تكاليف المعاملات، كما يُستخرج من خلالها سعر عادل للخيار يأخذ بعين الاعتبار كافة القيود الواقعية للسوق. بالإضافة إلى إثبات وجود ووحدانية (existence and uniqueness) هذه الاستراتيجية والسعر العادل الأولي (initial capital or fair price) اللازم لتنفيذها. من بين النتائج الأساسية التي توصلت إليها الدراسة هي إثبات وجود استراتيجية تمويل ذاتي وحيدة تُمكن من تكرار أي مطالبة مالية مع صيغ حسابية صريحة وواضحة لحساب مكونات هذه الاستراتيجية. ولإثبات صحة النموذج وتطبيقه، قدمت الدراسة مثالًا عدديًا لسوق يمتد على خطوتين زمنيتين، يُظهر فيه تسعير مزيج من خيار شراء (call option) وخيار بيع (put option) مع فروقات أسعار وتكاليف معاملات واختلاف في معدلات الفائدة، وقد تم التوصل إلى سعر عادل قدره 7.602 لوحدة الخيار المركّب، مع عرض مفصل للخطوات الرياضية المستخدمة في الحساب. وتكمن أهمية هذا الأنموذج في قدرته على الجمع بين الدقة الرياضية والواقعية الاقتصادية، حيث يمكن تطبيقه في ظروف السوق الحقيقية، بخلاف النماذج المثالية التي تهمل التكاليف الجانبية أو النسبية. كما أنه يوفر أدوات دقيقة للمستثمرين والمحللين الماليين لوضع استراتيجيات تحوط فعالة تأخذ بعين الاعتبار العوامل التي تؤثر بشكل حقيقي على الأداء المالي في الأسواق غير الكاملة.

أما دراسة (دادن و بن الضب، 2012) والتي جاءت بعنوان **"تقييم المؤسسات من منظور نظرية الخيارات نموذج Black-scholes 1973"** وتم نشرها في مجلة أبحاث اقتصادية وإدارية، فقد هدفت إلى تقييم أنموذج Black-Scholes لتحديد القيمة العادلة للخيارات المالية، وتحليل كفاءة إدارة المخاطر المالية، وتحديد مدى قدرة الأنموذج على تقديم تقييم دقيق لقيمة الخيارات المالية بناءً على التغيرات في أسعار الأصول دون الحاجة إلى تقدير الاتجاهات المستقبلية بدقة مطلقة، حيث ان هذا الأنموذج يعتمد على معايير رياضية دقيقة ويقدم حلاً شاملاً لتقدير الأسعار العادلة للخيارات المالية، مما يسهم في اتخاذ قرارات استثمارية رشيدة. وبالرغم من بساطته النسبية إلا أنه يتطلب توفر بيانات دقيقة حول سعر الأصل، التغيرات المحتملة، وتقلبات السوق. منذ تطويره في عام 1973، ساهم أنموذج Black-Scholes في تحسين فهم الأسواق المالية ومساعدة المستثمرين على اتخاذ قرارات مدروسة تقلل من المخاطر وتعظم العوائد. ومن بين أهم النتائج المتوصل اليها ما يلي:

- تم استخدام أنموذج (Black-Scholes) لتحديد تسعير الخيارات بناءً على عوامل مثل تقلبات السوق والمعدلات الخالية من المخاطر وفترة انتهاء الصلاحية؛

- أظهرت الدراسات أن قيمة الخيار تتأثر بشكل كبير بتقلبات الأصول الأساسية، وكلما زاد التقلب زادت القيمة السوقية للخيارات؛

- يتحدد سعر الخيار بناءً على العلاقة بين سعر السهم، فترة الاستحقاق، معدل الفائدة، والتقلبات؛

- السوق غير قادر دائمًا على توفير المعلومات الدقيقة لجميع العوامل المؤثرة في تسعير الخيارات، مما يجعل تطبيق النماذج أحيانًا صعبًا؛

- تم تعديل وتحسين النماذج مثل أنموذج (Black-Scholes) بما يتناسب مع التطورات الاقتصادية والسوقية.

في حين ارتكزت دراسة (بداوي، 2015) التي نشرها في مقالة علمية بعنوان **"تطبيق معادلة الحرارة في السوق المالي (نموذج بلاك – شولز)"** على تطبيق نوع محدد من المعادلات التفاضلية الجزئية الأكثر استخداما في العلوم الفيزيائية والمتمثلة في معادلة الحرارة، والتي تم تطبيقها في الأسواق المالية وعرفت بمعادلة أنموذج (Black-Scholes). وهذا بهدف إبراز الخطوات الرياضية لمعادلة (Black-Scholes) التي تم استنباطها من معادلة الحرارة، وتوصلت الدراسة الى النتائج التالية:

- توصل الباحث الى أن الأنموذج يسمح بحساب معلمة مهمة في حال التمويل والتي تمثلت في التقلبات؛

- كما بينت الدراسة أن التقلبات تقيس متوسط التغير عن الزمن الأصلي وعليه فهو يقدم معلومات دقيقة حول المخاطر.

وحاول (دعاس، 2016) في دراسة تطبيقية قام بها بعنوان **"تسعير عقود الخيارات المالية باستخدام نموذج بلاك شولز- حالة سوق الخيارات الكويتي -"** هدفت إلى تسعير خيارات الأسهم لعينة متكونة من 7 بنوك المدرجة في السوق الكويتي للأوراق المالية، هذه البنوك هي: بنك الكويت الوطني، بنك الخليج، البنك التجاري الكويتي، بنك الكويت الدولي، بنك برقان، بيت التمويل الكويتي، والبنك الأهلي المتحد. وهذا بالاستناد إلى التقارير السنوية للسوق الكويتي من أجل الحصول على البيانات محل الدراسة. واعتمدت الدراسة على بيانات فعلية لهذه البنوك لحساب قيمة خيارات الشراء كما في 30 أبريل 2014 التي تستحق في 31 ديسمبر 2014. وتضمنت هذه البيانات المستخدمة: السعر الحالي للسهم (Po)، سعر التنفيذ (X)، الوقت المتبقي لانتهاء صلاحية الخيار (t)، معدل الفائدة الخالي من المخاطر (r) (تم اعتباره 1% بناءً على أذونات الخزينة الكويتية)، وتذبذب عائد السهم ( $\sigma$ ) (تم حسابه بناءً على بيانات تاريخية لأسعار الأسهم الشهرية). قامت الدراسة بتحليل التباين في تذبذب أسعار أسهم البنوك المختلفة، مشيرة إلى أن هذا التذبذب هو عامل رئيسي يؤثر على قيمة الخيار المحسوبة. هدفت الدراسة بشكل رئيسي إلى الإجابة على التساؤل التالي:

ما مدى ملائمة استخدام أنموذج (Black-Scholes) في تسعير عقود الخيارات المالية المدرجة في سوق الكويت للأوراق المالية؟

وخلصت الدراسة إلى مجموعة من النتائج أظهرت تبايناً في قيم الخيارات المحسوبة للبنوك المختلفة ضمن العينة، ويعزى هذا التباين بشكل كبير إلى اختلاف درجة التقلب أسعار أسهم كل بنك. أكدت الدراسة وجود علاقة طردية بين تذبذب معدل عائد السهم وقيمة الخيار؛ فكلما زاد التذبذب، زادت القيمة النظرية للخيار، والعكس صحيح. كما أشارت النتائج إلى أهمية مقارنة السعر النظري للخيار (المحسوب بالأنموذج) مع سعره الفعلي في السوق لتحديد ما إذا كان الخيار مقوماً بأقل أو بأعلى من قيمته العادلة، مما يساعد المستثمرين في اتخاذ قراراتهم. حيث تم حساب قيم خيارات الشراء (Call Options) باستخدام الأنموذج الأصلي، وقيم خيارات البيع (Put Options) باستخدام علاقة تكافؤ خياري البيع والشراء (Put-Call Parity). أظهرت الدراسة أن التغير بنسبة 1% في سعر السهم الأساسي يؤدي إلى تغير في سعر خيار الشراء يتراوح بين 64% و 91% (حسب البنك)، مما يوضح الرافعة المالية التي توفرها الخيارات. بشكل عام، قدمت الدراسة تطبيقاً عملياً لأنموذج (Black-Scholes) في سياق سوق ناشئ نسبياً (السوق الكويتي)، وأكدت على أهمية النموذج كأداة تسعير أساسية مع إبراز دور تقلبات الأصل الأساسي كمحدد رئيسي لقيمة الخيار.

ولم يختلف (سعودي، 2017) في ورقة بحثية بعنوان **"تسعير عقود خيار الشراء وفقا لنموذج بلاك وسكولز-دراسة تطبيقية على بورصة باريس"** عن سابقيه. حيث سعى في دراسته التي تم نشرها في مجلة دراسات العدد الاقتصادي إلى تسليط الضوء على أنموذج (Black-Scholes) ودوره المحوري في تحديد القيمة العادلة (المكافأة) لهذه المشتقات المالية المهمة، وقد شملت عينة الدراسة 6 شركات كبرى ومدرجة ضمن مؤشر CAC40 في بورصة باريس (Euronext Paris). وهي تحديداً: Air Liquide، AXA، BNP Paribas، Danone، Lafarge و Société Générale. وذلك ضمن سوق الخيارات المنظمة MONEP التابع للبورصة. اعتمد الباحث في دراسته التطبيقية على بيانات فعلية لمتوسط أسعار أسهم هذه الشركات خلال عام 2014، مع تحديد فترة استحقاق للخيار تبلغ تسعة أشهر تمتد من بداية أبريل 2014 حتى نهاية ديسمبر 2014. تم تطبيق معادلة (Black-Scholes) باستخدام برنامج MATLAB لحساب القيمة النظرية لخيار الشراء (C)، مع تحديد وقياس المدخلات الأساسية للنموذج بدقة. تم بعد ذلك مقارنة القيمة النظرية المحسوبة (C) لكل خيار مع سعره الفعلي المتداول في سوق MONEP (Cm)، بهدف اختبار مدى دقة الأنموذج في عكس واقع السوق وإظهار إمكانية استخدامه كأداة للتحوط واتخاذ القرارات الاستثمارية، خصوصاً في ظل كون بورصة باريس سوقاً مالياً متقدماً. وتوصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج الهامة، أبرزها تأكيد فعالية أنموذج (Black-Scholes) كأداة قيمة لتسعير الخيارات على الرغم من افتراضاته المبسطة، وأن تطبيقه عملي وممكن بالاعتماد على البيانات المتاحة في النشرات المالية. كما أظهرت النتائج أن قيمة الخيار تتأثر بالعوامل التي حددها الأنموذج، وأن هناك علاقة طردية بين قيمة خيار الشراء وكل من سعر السهم وتقلباته والوقت المتبقي للاستحقاق. وكشفت المقارنة بين القيم المحسوبة والقيم السوقية عن وجود فروقات، وإن كانت طفيفة في معظم الحالات، مما يشير إلى كفاءة نسبية للسوق، ولكن مع احتمال وجود فرص للمراجحة، كما لوحظ بشكل خاص في حالة شركة Danone حيث كانت القيمة المحسوبة أعلى من القيمة السوقية. وأوضحت الرسوم البيانية ثلاثية الأبعاد الناتجة عن المحاكاة ببرنامج MATLAB مصير كل عقد خيار، حيث تبين أن عقود Air Liquide و AXA لم تكن لتحقق ربحاً عند التنفيذ لانخفاض سعر السهم عن سعر التنفيذ في نهاية المدة، بينما كانت عقود الشركات الأربع الأخرى ( BNP Paribas, Danone, Lafarge, Société Générale) مربحة ويتوقع تنفيذها لارتفاع سعر السهم فوق سعر التنفيذ. وأكدت الدراسة أيضاً الدور الهام للخيارات في استراتيجيات التحوط لتقليل أخطار المحافظ الاستثمارية، وعليه نجحت الدراسة في الربط بين النظرية المالية المتقدمة والتطبيق العملي في سياق سوق مالي حقيقي، مقدمة رؤى قيمة حول تسعير الخيارات المالية ودقة النماذج المستخدمة لذلك.

وحاول (طاولي و مصطفاي، 2018) في دراسة أخرى بعنوان **"تسعير الخيار الأوروبي في الزمن المنفصل والزمن المستمر بين نموذجي Black & Scholes و Binomial"** تم نشرها في مجلة السياسات الاقتصادية في الجزائر. حيث تناولت هذه الدراسة تحليل علمي دقيق لأنموذجي تسعير الخيارات الأكثر شهرة في الأدبيات المالية، وهما أنموذج (Black-Scholes) وأنموذج ثنائي الحد (Binomial). وقد جاءت هذه الدراسة لتسد فجوة معرفية في ميدان تسعير الخيارات، من خلال التحقق من مدى توافق ودقة الأنموذجين في حساب القيمة العادلة لخيار شراء أوروبي (European Call Option) على سهم بنك قطر الوطني (QNB)، المدرج في سوق قطر المالي خلال الفترة الممتدة من عام 2016 إلى 2017. واعتمدت الدراسة على بيانات حقيقية مستخلصة من السوق، حيث تم تحديد متوسط سعر السهم بنحو 133.99 ريال، مع تحديد سعر التنفيذ بنسبة 95% من هذا السعر، أي ما يعادل 127.29 ريال، وافترضت الدراسة عدم وجود توزيعات أرباح، وثبات معدل الفائدة الخالي من المخاطر عند 5%، إضافة إلى تقلب سنوي للسهم بلغ نحو 22.2%. هدفت الدراسة إلى توضيح آليات تسعير الخيارات، والتعريف بخصائص وأسس الأنموذجين المستخدمين، ومن ثم مقارنة نتائجهما بناءً على تطبيق واقعي. استخدم الباحثان أنموذج Binomial في ثلاث حالات: فترة واحدة، فترتين، وصولاً إلى بناء شجرة Binomial مفصلة لـ 12 فترة (n=12) لمحاكاة مسارات سعر السهم وفق الحركة البراونية الهندسية، وتمت المقارنة مع نتائج أنموذج (Black-Scholes). وقد أظهرت النتائج أن كلا الأنموذجين يعطيان تقريباً نفس القيمة العادلة للخيار عندما يكون عدد الفترات الزمنية في النموذج الثنائي الحدين كافياً، حيث تم التوصل إلى سعر خيار قدره 18.8 ريال باستخدام أنموذج (Black-Scholes)، وهو ما يتطابق تقريبًا مع نتائج الأنموذج الثنائي (18.906 ريال). هذا التقارب الكبير يؤكد الفرضية النظرية القائلة بأن أنموذج ثنائي الحدين يؤول إلى أنموذج (Black-Scholes) كلما زاد عدد الفترات الزمنية، ويبرر اعتمادهما في الممارسات المالية. ومع ذلك، تُظهر الدراسة أن أنموذج Binomial أكثر مرونة، إذ يمكن استخدامه ليس فقط لتسعير الخيارات الأوروبية، بل أيضاً للخيارات الأمريكية، كونه يحاكي مسارات الأسعار المحتملة خلال حياة الخيار، بدلاً من الاكتفاء بحساب القيمة في لحظة الاستحقاق فقط كما في أنموذج (Black-Scholes). كما أن أنموذج Binomial يُعد أكثر توافقاً مع الواقع في حالات عدم وجود حلول تحليلية مغلقة، خاصة عندما تكون بنية السوق معقدة. وأوصت الدراسة بضرورة التوسع في تطبيقات مالية الزمن المستمر (Continuous Time Finance)، وتعزيز الدراسات الميدانية التي توظف النماذج الرياضية في الأسواق المحلية، لما لذلك من أثر مباشر على تحسين دقة اتخاذ القرارات الاستثمارية، وتطوير فهم أعمق لسلوك الأصول المالية وأساليب تسعيرها.

وسعت (باهي، 2019) إلى تقدير القيمة المعرضة للخطر لخيارات الشراء والبيع الأوروبية لعينة من بعض الشركات المدرجة في بورصة باريس وفق توسيع دلتا قاما الذي يوفر صيغة تحليلية أكثر دقة في إطار أنموذج (Black-Scholes) في دراسة عنوانها **"تقدير القيمة المعرضة للخطر للخيارات الأوروبية في إطار نموذج بلاك شولز: توسيع دلتا قاما -دراسة حالة بورصة باريس-"** نشرت في مجلة الإستراتيجية والتنمية. وقد عنت الدراسة بتحليل تقني دقيق لتقدير القيمة المعرضة للخطر (Value-at-Risk - VaR) لعقود الخيارات الأوروبية، وذلك من خلال تطبيقات عملية على عينة من 6 شركات مدرجة في بورصة (Euronext Paris). وهدفت الدراسة بشكل أساسي إلى معالجة التعقيد الناشئ عن العلاقة غير الخطية التي تربط قيمة عقد الخيار بسعر الأصل الأساسي، وهي خاصية تجعل تقدير الخسارة القصوى المحتملة (VaR) أكثر صعوبة مقارنة بالأصول ذات العوائد الخطية. اعتمدت الباحثة على أنموذج (Black-Scholes)، وقامت بتطبيقه على عينة من خيارات الشراء والبيع لـ6 شركات كبرى مدرجة في بورصة باريس (Euronext Paris)، مستخدمة بيانات أسعار السوق للأسهم بتاريخ 2 يناير 2019 وتاريخ استحقاق للخيارات في 31 مارس 2019، مع حساب التقلب السنوي بناءً على بيانات تاريخية من 2016 إلى 2018. المحور المنهجي للدراسة هو استخدام وتوسيع طريقة "دلتا-قاما" (Delta-Gamma) التحليلية لتقدير الـ VaR، فبدلاً من الاكتفاء بالتقريب الخطي (دلتا فقط) الذي يتجاهل الانحناء في قيمة الخيار، أو التقريب التربيعي (دلتا وقاما فقط) الذي يلتقط جزءاً من الانحناء، استخدمت الباحثة "توسيع دلتا-قاما". هذا التوسيع يعتمد على أخذ حدود إضافية (أوامر أعلى من الدرجة الثانية) من متسلسلة تايلور (Taylor series expansion) لتغير قيمة الخيار بالنسبة لسعر الأصل الأساسي، مما يسمح بتمثيل اللاخطية بشكل أدق وتقدير الـ VaR بموثوقية أعلى. وكشفت النتائج أن طريقة "دلتا الطبيعي" تبالغ بشكل كبير في تقدير الـVaR، بينما طريقة "دلتا-قاما" القياسية تقدم نتائج متباينة، في حين أن طريقة "توسيع دلتا-قاما" قدمت التقديرات الأكثر دقة عبر الحالات المختلفة (ITM/OTM/ATM) لأنها تأخذ في الاعتبار بشكل أفضل الانحناء (اللاخطية) في قيمة الخيار من خلال الشروط الإضافية لتوسيع تايلور (حيث استقرت النتائج عند n=5 وتم استخدام n=10 للتحفظ). كما أظهرت النتائج انخفاضاً كبيراً في القيمة المعرضة للخطر عند استخدام الخيارات مقارنة بالاحتفاظ بالسهم مباشرة (فمثلاً، انخفضت VaR لسهم EDF من 0.6264 يورو إلى 0.3613 يورو لخيار الشراء و 0.1321 يورو لخيار البيع باستخدام توسيع دلتا-قاما عند مستوى ثقة 99%). ونوهت الدراسة بأن توسيع دلتا-قاما رغم دقته العالية فيما يتعلق بمخاطر تغير سعر الأصل الأساسي، قد لا يلتقط بشكل كامل المخاطر الأخرى مثل أخطار تغير التقلب (فيغا)، تغير سعر الفائدة (رو)، أو تسوس الوقت (ثيتا).

ودائما في سياق المقارنة بين نماذج تسعير الخيارات قام (مصطفاي و كمال، 2021) بدراسة بعنوان **"نموذجي بلاك شولز وبنوميال لتسعير الخيارات المالية ودورهما في اتخاذ القرار الاستثماري – دراسة حالة بنك مجموعة أستراليا ونيوزيلندا المصرفية للفترة 2018"** نشرت في مجلة معهد العلوم الاقتصادية. تسلط هذه الدراسة الضوء على إشكالية تسعير الخيارات المالية باعتبارها أبرز الأدوات المشتقة وأكثرها استخدامًا في الأسواق المالية، وقد استعرض الباحثان في هذه الدراسة تطبيق نماذج رياضية متقدمة في تسعير الخيارات المالية بهدف تحسين عملية اتخاذ القرارات الاستثمارية في ظل بيئة تتسم بعدم اليقين وتقلّب أسعار الأصول. ركزت الدراسة على تقييم فعالية أنموذج (Black-Scholes) (الزمن المستمر) و أنموذج Binomial ثنائي الحدين (الزمن المنفصل) في تسعير الخيارات الأوروبية (European Options) باستخدام بيانات سوقية حقيقية تمثلت في أسعار الإغلاق اليومية لسهم بنك مجموعة أستراليا ونيوزيلندا المصرفية (ANZ) المدرج في بورصة الأوراق المالية الأسترالية (ASX) خلال الفترة الممتدة من 7 يناير إلى 17 ديسمبر 2018، حيث هدفت إلى مقارنة دقة الأنموذجين ومرونتهما في إدارة المخاطر ودعم القرارات الاستثمارية، مع تحليل التقارب بينهما عند زيادة عدد الفترات الزمنية في النموذج الثنائي. أظهرت النتائج تفوق النموذج الثنائي في المرونة العملية، حيث يسمح بتقسيم فترة انتهاء الصلاحية إلى خطوات صغيرة (مثل 12 شهرًا) ومراجعة قيمة الأصل في كل مرحلة، مما يجعله مثاليًا للخيارات ذات التنفيذ المبكر أو المعتمدة على المسار (Path-Dependent Options). في المقابل، قدّم أنموذج (Black-Scholes) نتائج مستقرة تعتمد على افتراض الحركة البراونية الهندسية لأسعار الأصول، لكنه أقل فعالية في التعامل مع التعقيدات الزمنية. عند زيادة عدد الخطوات (n) في النموذج الثنائي، تقاربت نتائجه مع (Black-Scholes) بسبب اقتراب التوزيع الثنائي من التوزيع الطبيعي. على سبيل المثال، توقع الأنموذج الثنائي نطاقًا سعريًا لسهم ANZ بين 24.59 و50.638 دولارًا عام 2019، وهو ما تماشى مع البيانات الفعلية، بينما قدم أنموذج (Black-Scholes) تقديرات أكثر تجريدًا تعتمد على التقلب التاريخي ($\sigma = 0.17651$) ومعدل الفائدة الخالي من المخاطر (r=2.31%). كما أبرزت الدراسة كيف أن التقلب في أسعار الأسهم يؤثر مباشرة على قيمة الخيار، مما يساعد المستثمرين على استنباط ما إذا كان السعر السوقي مرتفعًا أو منخفضًا مقارنةً بالقيمة النظرية. وأوصت الدراسة بتبني النموذج الثنائي في الأسواق الناشئة لمرونته وقدرته على محاكاة السيناريوهات المتعددة، مع التأكيد على أهمية دمج النماذج الرياضية مع أدوات التحليل الكمي لتحسين دقة التسعير. كما أشارت إلى قيود النموذج الثنائي، مثل بطء الحسابات عند زيادة الخطوات، مقارنةً بسرعة أنموذج (Black-Scholes).

واسقاطا على النظام المحاسبي قام (لحيلح و تقرارت، 2024) في ورقة علمية عنوانها **"آفاق تطبيق نموذج الإشتقاق المالي Black-Scholes في ظل تحديث النظام المحاسبي المالي -دراسة حالة بورصة الجزائر-"** نشرت بمجلة إقتصاد المال والأعمال بدراسة إمكانية استخدام أنموذج (Black-Scholes) في تقييم الخيارات المالية في بورصة الجزائر، مع التركيز على تحديث النظام المحاسبي ليتوافق مع المعايير الدولية مثل IFRS. وارتكزت الدراسة على أربع شركات مدرجة في السوق الرئيسي (آليانس للتأمينات ALL، مؤسسة التسيير الفندقي الأولى AUR، بيوفارم BIO، وصيدال SAI)، التي تعكس طبيعة سوق مالي ضعيف النشاط تهيمن عليه الشركات العمومية مع ندرة التعاملات الخاصة. واعتمدت الدراسة على منهج وصفي لشرح مفاهيم التحوط والمشتقات المالية، ومنهج تحليلي لتطبيق معادلات Black-Scholes، من أجل حساب الأنموذج، تم الاعتماد على الافتراضات التالية: سعر التنفيذ يمثل 0.95% من سعر الأصل الضمني، ومعدل تقلب السهم ثابت خلال السنة، مع عدم وجود توزيعات للأرباح، وخيارات الشراء أوروبية النمط، ومعدل العائد الخالي من المخاطرة هو 14.78% (وفقًا لمعدل الفائدة على أذونات الخزينة العمومية في الجزائر)، وافتراض أن سعر الأصل يتبع قانون السير العشوائي، والمدة الزمنية للدراسة هي سنة واحدة. هدفت الدراسة إلى تحليل تحديات تطبيق الأنموذج في بيئة تتميز بقلة السيولة وانخفاض التقلب الضمني لأسعار الأسهم (أقل من 0.15% في معظم الحالات)، والذي يُعزى إلى ضعف حركية التداول وعدم كفاءة السوق، كما سعت إلى تقييم دور تحديث النظام المحاسبي المالي الجزائري لمواكبة معايير الإبلاغ المالي الدولية (IFRS)، خاصة IFRS 9، في تعزيز الشفافية وإدارة المخاطر المالية. حيث كشفت النتائج عن تفاوت القيم العادلة للخيارات بين الشركات، مع تسجيل أعلى قيمة لخيارات "بيوفارم" (144.7 دينار جزائري) بسبب طبيعة قطاع الصيدلة الديناميكية، مقابل أدنى قيمة لـ"آليانس" (33.22 دينار)، كما أظهرت نسبة التغطية $N(d_1)$ قريبة من 1، مما يستلزم شراء ما يقارب سهم واحد لكل عقد خيار لتغطية المخاطر. أوصت الدراسة بضرورة تطوير أسواق المشتقات المالية (كالخيارات والعقود الآجلة) لزيادة جاذبية البورصة، وتعزيز الإصلاحات التكنولوجية والقانونية (كتعزيز دور هيئة الرقابة)، إلى جانب تبني معايير IFRS للإفصاح عن المخاطر المالية بشكل كمي ونوعي، مما يسهم في رفع كفاءة السوق وجذب الاستثمارات الأجنبية. تُبرز هذه الدراسة تحديات تطبيق النماذج المالية المتقدمة في الأسواق الناشئة، وتؤكد على الترابط بين الإصلاح المحاسبي وتطوير البنية التحتية للسوق كشرطين أساسيين لتحقيق التنافسية العالمية. مع التأكيد على الحاجة إلى إصلاحات هيكلية في البيئة الاقتصادية الجزائرية بهدف تحسين كفاءة البورصة وإدخال أدوات مالية حديثة تسهم في تنشيط الأسواق المالية المحلية.

ولم تختلف دراسة (Majka, 2024) التي كانت بعنوان **"Black-Scholes Model"** عما سبقها من الدراسات التي تناولت ذات الأنموذج. حيث هدفت إلى استكشاف أنموذج (Black-Scholes) الذي قدّمه (Black & Scholes, 1973). كون هذا الأنموذج يمثل تقدماً مهماً في مجال الاقتصاد المالي. وقد تناولت هذه الدراسة المبادئ الأساسية للأنموذج، وتوضيح اشتقاقه الرياضي، وتطبيقاته العملية. كما تحلل الدراسة بشكل نقدي اعتماد الأنموذج على فرضيات مثل التقلب الثابت والأسواق الخالية من الاحتكاك، وتستعرض التوسعات التي تعالج التقلب العشوائي، وفوائد أسعار الفائدة المتغيرة، وميزات التمرين المبكر المتعلقة بالخيارات الأمريكية. بالإضافة إلى ذلك، تناقش الدراسة طرقاً عددية مثل الأشجار الثنائية، وأسلوب الفروق المحدودة، والمحاكاة عبر مونت كارلو لتوسيع نطاق تطبيق النموذج على المشتقات المعقدة من خلال دراسات حالة وأمثلة من الواقع. وتوصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج: أنه بناء على فرضيات الأنموذج مثل التقلب الثابت دفعت إلى إجراء أبحاث حول التوسعات مثل التقلب العشوائي وأسعار الفائدة المتغيرة. كما تعزز الطرق العددية مثل الأشجار الثنائية والمحاكاة عبر مونت كارلو.

وفي بحث متقدم لـ (Shahvaroughi Farahani et al., 2024) في مجال مقارنة نماذج التسعير جاء بعنوان **"Black-Scholes-Artificial Neural Network": A novel option pricing model** نشر في مجلة (International Journal of Financial, Accounting, and Management). حيث استعرضت الدراسة ثمانية نماذج لتسعير الخيارات، وشملت أنموذج (Black-Scholes)، Monte Carlo simulation، وأنموذج Heston، أنموذج GARCH، أنموذج Lattice، نماذج انتشار القفز (Jump Diffusion models (JDM، وأنموذج Normal Inverse Gaussian-Cox-Ingersoll-Ross، بالإضافة إلى أنموذج جديد هو أنموذج "Black-Scholes-Artificial Neural Network". كان الهدف من الدراسة هو التنبؤ بخيارات الشراء والبيع الأوروبية باستخدام حساب العائد. استخدمت الدراسة سهم شركة Khodro كأصل أساسي، وهي شركة لإنتاج السيارات في إيران، واستخدمت الأسعار اليومية كبيانات تاريخية، كما تم استخدام خوارزمية جينية (Genetic Algorithm) لاختيار أفضل الخصائص وتحسين أداء النموذج وبرنامج MATLAB في العمليات الحسابية وإنشاء الرسوم البيانية. وأظهرت النتائج أن الأنموذج المقترح BS-ANN قدّم التقدير الأكثر دقة مع أقل انحراف معياري. أشارت الدراسة إلى وجود عدة قيود، بما في ذلك المتعلقة باختيار الأصل الأساسي، وتوافر بيانات كافية عن عدد المعاملات المشتركة، وغياب عمليات إيقاف التداول، والحذر في اختيار العدد المناسب للمعلمات المقدرة. وقد ساهمت الدراسة بأنموذج يمكن أن يعزز التقديرات للباحثين والأفراد والمستثمرين والمحللين المهتمين بالتداول في سوق الأسهم.

وفي أحدث الدراسات لسنة 2025 التي تناولت نماذج تسعير الخيارات المالية في ظل التقلب الثابت، قام (Nikan et al., 2025) في ورقة بحثية بعنوان **"Numerically pricing American and European options using a time fractional Black–Scholes model in financial decision-making"** تم نشرها في مجلة (Alexandria Engineering Journal) بدراسة أنموذج رياضي خاص يُسمى معادلة بلاك-شولز الكسرية الزمنية - Time Fractional Black–Scholes Equation (TFBSE). وتُعد هذه الدراسة مساهمة قيمة في مجال الرياضيات المالية، حيث تقدم نهجًا عدديًا متقدمًا يعالج قصور النماذج التقليدية في التقاط الديناميكيات المعقدة للأسواق المالية. وهدف الدراسة إلى تطوير وتطبيق تقنيات فعّالة وتقديم حلول عددية لتسعير الخيارات الأمريكية والأوروبية باستخدام أنموذج (Black-Scholes) الكسري الزمني (TFBSE)، الذي يحل محل المشتق الزمني التقليدي بمشتق جزئي (Caputo-type fractional derivatives) لدمج تأثيرات الذاكرة الطويلة في ديناميكيات السوق المالية. ارتكزت الدراسة على ثلاثة نماذج: أنموذج TFBSE للخيارات الأوروبية، أنموذج غير خطي في الأسواق منخفضة السيولة The Nonlinear TFBSE، وأنموذج خيارات البيع الأمريكية (The TFBSE for American Put Options with a Penalty Term Scheme). تم تطبيق الدراسة في مجال اتخاذ القرارات المالية، حيث تم اختبار النماذج على حالتين عمليتين لتسعير الخيارات باستخدام طريقة عددية مبتكرة تُعرف بتقنية الطريقة المحلية المعتمدة على دوال الأساس الشعاعية مع تقسيم الوحدة Local Radial Basis Function Partition of Unity Method (LRBFPUM)، التي تجمع بين التقريب المحلي للوظائف الأساسية الشعاعية (RBF) ومرونة نهج تقسيم الوحدة (PU). والهدف الرئيسي هو تحسين دقة التسعير وتقليل الخطأ الحسابي مقارنة بالطرق التقليدية مثل Global RBF، مع معالجة التحديات المتعلقة بالسلوكيات غير الماركوفية مثل التذبذبات العالية وتكتل التقلبات. أظهرت النتائج أن طريقة LRBFPUM حققت دقة عالية مع معدل تقارب زمني باستخدام صيغة L1 بدقة من رتبة $2-\beta$ حيث $0< \beta <1$. وقد تم إثبات الاستقرار غير المشروط ودراسة التقاء الحل العددي باستخدام تحليل في فضاء "$H^1$". وأظهرت النتائج ان طريقة LRBFPUM كانت أكثر كفاءة من طرق GRBF من حيث تقليل مشكلة سوء التكييف في المصفوفات، أي أنها حققت دقة عالية مقارنةً بالطرق الأخرى مع تخفيض كبير في عدد العمليات الحسابية وحجم مصفوفات النظام. كما أكدت التجارب العددية على فعالية هذه الطريقة في نمذجة ديناميكيات الأسواق المعقدة، مع توافق النتائج مع الأساليب الأخرى المرجعية مما يجعلها قابلة للتطبيق على نماذج جزئية أخرى لتسعير الخيارات و أداة واعدة لتسعير الخيارات في ظروف السوق غير التقليدية. كما تم التحقق من ترتيب التلاقي العددي في البعد الزمني.

وفي دراسة هي الأحدث لـ(D'Uggento et al., 2025) تناولت موضوع مقارنة أنموذج (Black-Scholes) التقليدي لتسعير الخيارات المالية مع نماذج تعلم الآلة تحت عنوان **"Predicting option prices: From the Black-Scholes model to machine learning methods"** نشرت في مجلة (Big Data Research). وقد اعتمدت الدراسة على عينة كبيرة تضم 4004 شركة أمريكية، بإجمالي 73,154 خيار مالي، تم جمع بياناتها من موقع Yahoo Finance عبر واجهة برمجة التطبيقات (API) بتاريخ 27 جويلية 2024، و ركّزت الدراسة على خيارات قائمة على أسهم أمريكية لتبسيط احتساب معدل العائد الخالي من المخاطر، وهو عنصر مهم في نماذج التسعير، و الذي حُدد بـ4.25% بناءً على معدل سندات الخزانة الأمريكية للربع الأول من 2024، مما يعزز دقة النمذجة بتقليل التعقيدات المرتبطة بالتقلبات العالمية. وتنوعت البيانات المدخلة بين بيانات مالية وتقنية ومعلومات سوقية وبيانات توزيعات أرباح. وهدفت الدراسة إلى تقييم ما إذا كانت أساليب التعلم الآلي قادرة على التفوق على أنموذج (Black-Scholes) أو استكماله. وهذا من خلال تسليط الضوء على الفروقات في الدقة، المرونة، والتكيف مع تعقيدات السوق، مع تحليل دقيق للقياسات الإحصائية مثل MAE، MSE، RMSE، MAPE و$R^2$. وأظهرت النتائج تفوقت النماذج العصبية، وخاصة الشبكة العصبية المتكررة (RNN) وANN3، بشكل لافت على أنموذج (Black-Scholes) التقليدي في تسعير خيارات الشراء (Call) والبيع (Put)، وفقًا لمقاييس الدقة (MAE، MSE، RMSE) ومعدل الخطأ النسبي (MAPE) وقدرة تفسير التباين ($R^2$). حققت الRNN أدق النتائج مع MAE = 1.57 للشراء و1.68 للبيع، و11.11 = MSE و12.85 على التوالي، بفضل قدرتها على نمذجة الاعتمادية الزمنية في البيانات المالية. بينما أظهر ANN3 (المُزوَّد ببيانات مالية موسعة) أداءً مُنافسًا في خيارات الشراء (MAE = 1.62، MSE = 17.72)، لكنه تراجع قليلًا في خيارات البيع (MAE = 2.02، MSE = 22)، مما يُشير إلى أهمية النمذجة الزمنية للRNN في رفع الدقة. في المقابل، سجل (Black-Scholes) أخطاءً أعلى (MAE = 2.05 للشراء، 1.9 للبيع) وMAPE مرتفعًا (519 للشراء، 242 للبيع)، مما يعكس محدوديته في محاكاة تعقيدات السوق، خاصة مع وجود متغيرات إضافية مثل الأرباح. كما عززت نتائج $R^2$ تفوق النماذج العصبية، حيث حققت الRNN وANN3 قيمًا تصل إلى 0.89 مقابل 0.83 (Black-Scholes) في خيارات الشراء، بينما انخفض أداء ANN3 في خيارات البيع ($R^2$ = 0.74)، مما يؤكد اعتماده على ملاءمة البيانات المُدخلة. تُبرز هذه النتائج تفوق النماذج القائمة على التعلم الآلي في التعامل مع تقلبات وتعقيدات الأسواق، مُسلطةً الضوء على الحاجة إلى تجاوز النماذج التحليلية التقليدية نحو حلول أكثر مرونة وقدرة على التكيف. كما توصي الدراسة بالدمج بين قوة النماذج التقليدية وقابلية تعلم الآلة للتكيف لتحقيق نماذج أكثر دقة واستجابة للواقع المالي الحديث.

### 2.3.1 استعراض الدراسات التي تناولت نماذج التقلب العشوائي (التصادفي)

من بين أهم الدراسات المرجعية في هذا المجال الدراسة التي أعدها كل (Heston & Nandi, 2000) بعنوان **"A Closed-Form GARCH Option Valuation Model"** ونشرت في The Review of Financial Studies. حيث هدفت هذه الدراسة إلى تقديم صيغة خيار جديدة لأنموذج التقلب العشوائي مع الانحدار الذاتي الشرطي المتغاير (GARCH)، تعتمد على بيانات ملحوظة مما يسهل تقييم الخيارات دون الحاجة إلى تقلبات ضمنية مستخلصة من أسعار خيارات أخرى، وهي مشكلة شائعة في النماذج المستمرة. وعليه تناولت الدراسة تطوير صيغة مغلقة لتقييم الخيارات بناءً على أنموذج GARCH(p,q)، وهو أنموذج يسمح بتقلبات عشوائية مرتبطة بعوائد الأصل، متجاوزًا بذلك القيود المرتبطة بنماذج التقلب العشوائي المستمرة في الزمن مثل أنموذج (Heston, 1993) ونماذج التقلب الحتمية مثل أنموذج (Derman & Kani, 1994). وتم تطبيق الدراسة على أسعار خيارات مؤشر بورصة شيكاغو S&P500 وأُخذت العينات من مجموعة البيانات اليومية لكل يوم أربعاء من الساعة 14:30 إلى 15:15 مساءً خلال الفترة من 1992 إلى سنة 1994. مع التركيز على النسخة أحادية التأخر (Single Lag) التي تتقارب مع أنموذج (Heston, 1993) في الحد المستمر. وخلصت هذه الدراسة إلى تقديم صيغة تقييم خيار مغلق الشكل للأصل الفوري الذي يتبع تباينه أسلوب GARCH والذي يرتبط بعوائد ذلك الأصل. كذلك التحليل التجريبي لخيارات مؤشر S&P 500 أظهر أن أخطاء التقييم خارج العينة من نموذج GARCH أقل بكثير من تلك الموجودة في أنموذج (Black-Scholes) كما أن ذات الأنموذج يتفوق في الأداء لأنه يستغل ارتباط التقلب بالعوائد وبالتالي فإن الأنموذج يوّلد معايير لأسعار الخيارات تتفوّق على النماذج الحالية مثل (Black-Scholes) والحصول على دقة أكبر في قيم خيارات العملات. وأظهرت النتائج أن أخطاء التقييم خارج العينة (Out-Of-Sample) لأنموذج GARCH كانت أقل بكثير من أنموذج (Black-Scholes) المعدل (Ad Hoc Black-Scholes) الذي يستخدم تقلبات ضمنية منفصلة لكل خيار، وهو الأنموذج الذي اقترحه (Dumas et al., 1998)، والذي يُعتبر من النماذج البديلة ذات وظيفة التقلبات الحتمية Deterministic Volatility Function (DVF) Model. كما أن نتائج أخطاء تقييم خارج العينة كانت أقل بكثير حتى عند تثبيت معاييره، وهذا بسبب قدرته على التقاط الارتباط السلبي بين التقلب وعوائد المؤشر والاعتمادية المسارية للتقلب (Path Dependence). تُبرز هذه النتائج أهمية دمج المعلومات التاريخية والعرضية في تقييم الخيارات، مما يجعل الأنموذج أداة فعّالة للأسواق ذات السيولة المنخفضة أو البيانات المحدودة.

وحاول (I. J. Kim & Kim, 2004) في دراسة بعنوان " **Empirical comparison of alternative stochastic volatility option pricing models: Evidence from Korean KOSPI 200 index options market**" نشرت في مجلة (Pacific-Basin Finance Journal)، تحسين تسعير خيارات مؤشر KOSPI 200 الكوري مع أخذ التقلب العشوائي في الاعتبار. وهدفت هذه الدراسة إلى مقارنة الأداء التجريبي لأربعة نماذج تسعير خيارات تعتمد على تقلبات عشوائية وهذا في سوق خيارات KOSPI 200 الكوري، وهو سوق ناشئ يتميز بديناميكيات مختلفة عن الأسواق المتقدمة. حيث اعتمدت الدراسة على عينة تضمنت بيانات مكونة من 4416 خيار شراء و4546 خيار بيع تمتد من 3 يناير 1999 إلى 26 ديسمبر 2000 تم جمعها من بورصة كوريا، تغطي الخيارات الأوروبية قصيرة الأجل التي تتمتع بسيولة عالية مع آجال استحقاق تتراوح بين 6 و90 يومًا، مع التركيز على العقود ذات الاستحقاق الأقرب نظرًا لسيولتها العالية. تم تطبيق الانتقاء لضمان جودة البيانات، مثل استبعاد الأسعار التي تقل عن 0.5 وتلك التي لا تتوافق مع قيود التحكيم. واستخدمت الدراسة منهجية تجريبية صارمة، حيث قارنت النماذج بناءً على معايير متعددة، بما في ذلك دقة التسعير داخل العينة (In-Sample Pricing)، التسعير خارج العينة (Out-Of-Sample Pricing)، وأداء التحوط. تم تحليل البيانات باستخدام تقنيات إحصائية متقدمة لتقييم أخطاء التسعير والتحوط، مع التركيز على أنواع مختلفة من الخيارات (OTM، ITM وATM). وتم تقييم أداء النماذج الأربعة: أنموذج (Black-Scholes) المعدل (AHBS)، وأنموذج GARCH لـ Heston & Nandi، وأنموذج الجاما-التباين ( Variance Gamma)، وأخيرًا أنموذج Heston للتقلب العشوائي المستمر. وكانت الأهداف الرئيسية للدراسة هي معرفة مدى تحسن دقة التسعير والتحوط في ظل تقلبات الأسعار، خاصة تأثير "ابتسامة التقلب" (volatility smile) التي تؤثر سلبًا على دقة أنموذج (Black-Scholes) الكلاسيكي. وأيضا اختبار فعالية هذه النماذج في معالجة ظاهرة "ابتسامة التقلب" في سوق ناشئ. وقد أظهرت نتائج الدراسة تفوق أنموذج التقلب الإحصائي المستمر لـ Heston على النماذج الأخرى في دقة التسعير داخل وخارج العينة وفي أداء التحوط، حيث كانت الأخطاء أعلى بالنسبة للخيارات (OTM) وتناقصت مع انتقال الخيارات إلى (ITM) عبر جميع النماذج. كما تبين أن جميع النماذج لم تنجح كليًا في القضاء على ظاهرة "ابتسامة التقلب"، لكنها قللت من أثرها مقارنةً بأنموذج (Black-Scholes) الكلاسيكي. وأظهرت الدراسة أيضًا أن أنموذج (Black-Scholes) أدى أداءً جيدًا نسبيًا في السوق الكوري مقارنة بالأسواق المتقدمة، مما يشير إلى خصوصية الأسواق الناشئة وسلوك المستثمرين فيها. في حين أظهر أنموذج GARCH لـ Heston & Nandi أسوأ أداء في التسعير، لكنه كان أفضل في التحوط مما يشير إلى قدرته على توقع التقلبات بشكل أفضل.

ولم تختلف دراسة (Moodley, 2005) عن سابقتها من حيث المبدأ العام في مجال تسعير الخيارات المالية باستخدام نماذج التقلب العشوائي. هذه الدراسة البحثية التي هي عبارة عن مذكرة تخرج تم تقديمها كجزء من مشروع تخرّج لنيل درجة البكالوريوس في برنامج الرياضيات المالية المتقدمة بكلية العلوم، جامعة (University of the Witwatersrand) في جوهانسبرغ (Johannesburg) بجنوب أفريقيا. كانت بعنوان **"The Heston Model: A Practical Approach with Matlab Code"**. وتُعد دراسة تطبيقية شاملة لأنموذج Heston للتقلب العشوائي، مع التركيز على عملية معايرة الأنموذج باستخدام لغة Matlab للفترة من 2005/10/11 حتى 2005/10/20. وقد اعتمدت هذه الدراسة على بيانات السوق الحقيقية لأسعار خيارات Vanilla المُتداولة على أسهم شركة Anglo American في بورصة لندن (London Stock Exchange)، حيث شملت العينة 34 خيارًا بآجال استحقاق متباينة (من 0.126 إلى 0.627 سنة) وأسعار تنفيذ (Strike) تتراوح بين 1000 و1900 وحدة نقدية، مع استخدام أسعار الBid وAsk كحدود مرجعية لمعايرة الأنموذج، مما يضمن تغطية سلوك السوق في ظل ظروف مختلفة. كما استخدم الباحث أدوات حسابية مثل تحويل فوريه السريع (Fast Fourier Transformation) لتسريع تقييم الخيارات عبر تقريب التكاملات المعقدة في الصيغة المغلقة للأنموذج. مع توضيح اعتمادية النتائج على معامل التخميد $\alpha$ (The Damping Factor) الذي يضمن تقارب التكامل، بالإضافة إلى طرق التكامل العددي مثل قواعد سيمبسون التربعية (Simpson's Rule) والتكامل الغاوسي التربيعي (Gaussian Quadrature Rules) لمقارنة الدقة والكفاءة، حيث أظهرت النتائج أن FFT أسرع بـ2014 مرة من التكامل العددي لكنه أقل دقة بسبب حساسيته لاختيار $\alpha$ . فيما يخص المعايرة فقد قارن الباحث ثلاث خوارزميات رئيسية: `lsqnonlin` في Matlab (طريقة نيوتن العاكسة الداخلية للمسائل الكبيرة)، Solver في Excel (اعتمادًا على طريقة GRG المحلية)، وخوارزمية التلدين المحاكي ASA (Adaptive Simulated Annealing)، حيث استُخدمت دالة `HestonCallQuad` لحساب الأسعار النموذجية ودالة `HestonDifferences` لقياس الفروق عن الأسعار السوقية موزونة بمعكوس عرض/طلب كل خيار. أظهرت النتائج تفوق ASA في تقليل الخطأ التربيعي إلى 0.0014 مقارنة بـ 0.0022 لـ`lsqnonlin`، رغم وقتها الأطول (47 دقيقة مقابل 6 دقائق)، بسبب بحثها الشامل في فضاء المعلمات وتجنبها الوقوع في الحدود الدنيا المحلية، كما أكدت على ضرورة الالتزام بشرط $2\kappa\theta > \sigma^2$ لمنع وصول التقلب إلى الصفر. من التوصيات الرئيسية: دمج FFT مع التكامل العددي لتحقيق توازن بين السرعة والدقة، واستخدام ASA عند تغيرات السوق الجذرية للوصول إلى معلمات عالمية.

وتنظر الورقة العلمية التي أعدّها (L. B. G. Andersen, 2007) بعنوان **"Efficient Simulation of the Heston Stochastic Volatility Model"** نشرت في (SSRN Electronic Journal) إلى تطوير خوارزميات لمحاكاة أنموذج Heston للتقلب العشوائي بكفاءة عددية عالية. لم تستخدم الدراسة "عينة" بالمعنى الإحصائي الكلاسيكي، ولكنها أشارت إلى استخدام اختبارات على معايير نموذجية واقعية. تتضمن هذه المعايير ظروف السوق في أسواق الفائدة، العملات الأجنبية، والأسهم، مع التركيز على المعايير الصعبة مثل الارتباطات العالية، التقلبات العالية للتباين، وفترات استحقاق طويلة تصل إلى 15-20 عامًا أو أكثر. هذا ما يجعل الدراسة أكثر شمولية في اختبار كفاءة الخوارزميات المقترحة. وهدفت الدراسة إلى تحسين الكفاءة العددية لطريقة Monte Carlo عند تطبيقها على أنموذج Heston، وذلك من خلال اقتراح خوارزميات جديدة لتقسيم وتفكيك الزمن (Time-Discretization Schemes) لتوليد مسارات للأصل والتقلب تكون دقيقة وفعّالة من حيث الحساب أي سريعة التنفيذ، من أجل تحقيق توازن بين بساطة الخوارزميات (مثل Euler Scheme) وعناصر من الطرق الأكثر تعقيدًا الخالية من الانحياز (مثل Broadie-Kaya Scheme). ومن بين النتائج و الابتكارات التي قدمتها الدراسة خوارزميات مثل TG (Truncated Gaussian) و QE (Quadratic-Exponential) لمحاكاة عملية التباين بشكل أكثر دقة، استخدامهما في محاكاة Monte Carlo لأنموذج Heston والنماذج الشبيهة بها، مع إمكانية تطبيقهما الأوسع على النماذج الأفينية. تستند هذه المخططات إلى تحليل دقيق لسلوك العمليات الجذرية التربيعية (square-root) ذات الطبيعة المعقدة. يتميز المخططان بسهولة التنفيذ وتحقيق تحسينات كبيرة في الكفاءة مقارنة بالأساليب السابقة. يُنصح باستخدام مخطط QE كخيار افتراضي بفضل بساطته وأدائه القوي، في حين أن التصحيح المارتينغالي (QE-M) يبقى خيارًا إضافيًا. أما مخطط TG فرغم جاذبيته من الناحية المفهومية، إلا أن تقاربه أضعف (Sub-Linear) وأداؤه أدنى من QE عند فترات الخطوة الزمنية العملية. وقد يكون TG أكثر ملاءمة في التطبيقات متعددة الأصول التي تتطلب محاكاة عمليات تباين مترابطة، ولكن هذا الاستخدام ترك للبحوث المستقبلية. أظهرت اختبارات الأداء العددي أن المخططين الجديدين يتمتعان بصلابة كبيرة تحت تغييرات في معلمات الأنموذج وخصائص الخيارات، في حين أن بعض الطرق الموجودة في الأدبيات مثل طريقة Euler "المُعدلة" تطلبت عددًا أكبر بكثير من الخطوات الزمنية لتحقيق نفس الدقة، وطريقة [Kahl-Jackel] أظهرت انحيازًا عاليًا وفشلت في تحقيق أداء مقبول حتى في ظروف ملائمة. وأخيرًا، يرى المؤلف أن هناك فرصًا لتحسين هذه المخططات، من خلال تقنيات تقليل الانحياز والتقريب الأفضل للتكاملات الزمنية، إضافة إلى تطوير أساليب لتقليل ضوضاء Monte Carlo مما يفتح الباب أمام تحسينات أدق وأكثر فاعلية.

وكجزء من مساهماته، أعد (Poon, 2011) دراسة علمية بعنوان **"The Heston Option Pricing Model"** تندرج ضمن الدراسات المتخصصة في مجال النماذج المالية، وبالأخص تسعير الخيارات في ظل تقلبات عشوائية. حيث تناولت الورقة أنموذج هيستون (Heston, 1993) لتسعير الخيارات، وهو أنموذج يعتمد على التقلبات العشوائية Stochastic Volatility ويعالج بعض حدود وقصور أنموذج (Black-Scholes). تم تحليل أنموذج Heston لتسعير الخيارات المالية الذي يدمج التقلب العشوائي والارتباط بين تحركات السعر والتقلبات. لم تعتمد الدراسة على عينة بيانات سوقية حقيقية وإنما على محاكاة عددية لسعر الخيار تحت مجموعة من القيم المختلفة للمعلمات الخمسة الأساسية في أنموذج Heston: سرعة العودة إلى المتوسط ($\kappa$)، متوسط التقلب طويل الأمد ($\theta$)، تقلب التقلب أو ما يعرف بـ ($\eta$) Volatility of Volatility، معامل الترابط بين السعر والتقلب ($\rho$)، ومستوى التقلب اللحظي الابتدائي ($v_0$). وقد تم اعتماد سعر أصل قدره 100، مع معدّل فائدة صفر، وفترات استحقاق وخيارات بأسعار تنفيذ متنوعة بين 50 و150. اعتمدت الورقة على معادلات تفاضلية جزئية (مثل معادلة أنموذج Heston الأساسية) وتقنيات تحويل فوريه السريع (Fast Fourier Transform) لحل المعادلات وتوليد الكثافات الاحتمالية، بالإضافة إلى محاكاة Monte Carlo لمحاكاة مسارات التقلبات تحت الإطار المحايد للخطر. هدفت الدراسة إلى تحليل العلاقة بين التقلب الضمني حسب أنموذج (Black-Scholes) والتقلب "الحقيقي" في أنموذج Heston، وقياس مدى التحيز الناتج عن استخدام تقلبات ضمنية مشتقة من أسعار السوق في حين أن آلية التسعير الفعلية تتبع أنموذجاً بتقلبات عشوائية. كما تمت إضافة مكون القفزات في النموذج (كما في أنموذج Bates) لتقييم أدق لتوزيع العوائد. أما النتائج الأساسية التي توصلت إليها الدراسة، فتتمثل في أن:

- التقلب الضمني لخيارات ATM عادة ما يقلل من التقلب الحقيقي عند وجود تقلب عشوائي $\eta > 0$ ، بينما يكون التقلب الضمني لخيارات (OTM) أعلى، ما يخلق انحرافاً أو "ابتسامة" في منحنى التقلب.
- التقلب ($\eta$) هو العامل الأساسي الذي يفسر انبعاج التفرطح (kurtosis) وانحرافه (skewness).
- معامل الترابط ($\rho$) يؤثر بشدة على ميل الابتسامة لكنه لا يغير من قيمتها المتوسطة كثيراً أي يحدد اتجاه الانحراف (Skewness) في التوزيع، حيث يؤدي ($\rho < 0$) إلى انحراف سلبي، والعكس صحيح.
- الأنموذج يكون أكثر دقة عندما تكون التقلبات عشوائية فعلاً ($\eta$ مرتفع) والعودة إلى المتوسط بطيئة ($\kappa$ منخفض). أخيرًا، يُعتبر التقلب الضمني عند ATM الأكثر استقراراً ودقة في التنبؤ بالتقلب المستقبلي مقارنة بخيارات بأسعار تنفيذ بعيدة.

وتبحث أطروحة (Ye, 2013). التي تحمل عنوان **"The Black-Scholes and Heston Models for Option Pricing"** في أداء أنموذج Heston مقابل أنموذج Black-Scholes، وقد نُشرت هذه الدراسة ضمن متطلبات نيل درجة الماجستير في الرياضيات التطبيقية، تخصص الإحصاء في جامعة Waterloo، كندا. تتمحور الدراسة حول مقارنة أنموذج (Black-Scholes) الكلاسيكي لتسعير الخيارات المالية بأنموذج Heston للتقلب العشوائي، مع التركيز على تطبيقها على الخيارات الأمريكية، والتي تتيح ممارسة الحق في البيع أو الشراء قبل أو عند تاريخ الاستحقاق، وهي أكثر تعقيدًا حسابيًا من الخيارات الأوروبية. استخدمت الدراسة عينة تطبيقية تمثلت في خيارات أسهم شركة Microsoft وخيارات مؤشر S&P 100. شملت العيّنة بيانات يومية لأسعار الأسهم من يناير 2009 إلى مارس 2013، مع تركيز تفصيلي على خيارات فبراير 2013، حيث تم تحليل 1.264 خياراً لـMicrosoft و988 خياراً لمؤشر S&P 100، مع تصنيفها (ATM، ITM وOTM) لدراسة تأثير التقلب الضمني. كما استخدمت الدراسة في تسعير الخيارات الأمريكية تحت أنموذج (Black-Scholes) طريقة الفروقات المحدودة (Finite Difference Method) المدمجة مع خوارزمية الاسترخاء المتتالي المتوقعة PSOR (Projected Successive Over-Relaxation)، بينما لجأت إلى طريقة ADI (Alternating Direction Implicit) لتقسيم المعادلات التفاضلية ثنائية الأبعاد في أنموذج Heston إلى معادلات أحادية البعد قابلة للحل باستخدام خوارزمية المصفوفات الثلاثية (TDMA). فيما يخص المعايرة، اعتمدت الدراسة منهجية من خطوتين: أولاً، تطبيق الاستدلال غير المباشر (Indirect Inference) لتقدير معلمات الانتشار باستخدام أسعار الأسهم التاريخية، أي معايرة معلمات التقلب التاريخي ( $\kappa, \theta, \sigma, \rho$) عبر محاكاة سلوك نماذج GARCH غير الخطية (مثل NAGARCH وEGARCH)، ثم استخدام طريقة المربعات الصغرى لتقدير التقلب اللحظي $Vt$ وعلاوة أخطار السوق ($\lambda$). توصلت الدراسة إلى عدة نتائج مهمة: منها أن أنموذج Heston يقدم أداءً أفضل من أنموذج (Black-Scholes) في تمثيل تقلبات السوق، خاصة في تفسير ابتسامة التقلب. ومع ذلك، وُجد أن أنموذج Heston يميل إلى التقليل من تسعير الخيارات داخل النقود (ITM) والمبالغة في تسعير الخيارات خارج النقود (OTM)، بينما أنموذج (Black-Scholes) يميل عمومًا إلى التقليل في التسعير في كلا الحالتين. كما أوضحت أن سعر الخيار يرتبط ارتباطًا إيجابيًا مع قيمة متوسط سرعة الارتداد $\kappa$ وكذا التباين طويل الأمد $\theta$ وسلبًا مع معدل العائد الخالي من المخاطرة $r$ والتقلب $\sigma$ . وبمقارنة خيار البيع الأوروبي وخيار البيع الأمريكي في ظل أنموذج Heston لوحظ أن التقلب الضمني لهما يتبع عمومًا أنماطًا متماثلة.

وسعى (Crisóstomo, 2014) في ورقة علمية بعنوان **"An Analysis of the Heston Stochastic Volatility Model: Implementation and Calibration using Matlab"** نُشرت كمستند عمل رقم 58 لدى هيئة السوق المالية الإسبانية CNMV (Comisión Nacional del Mercado de Valores). وقد تم إصدار هذه الورقة ضمن سلسلة أوراق العمل التي تهدف إلى دعم البحث وفهم الأسواق المالية بشكل أفضل. تعالج الدراسة تطبيق أنموذج Heston للتقلب العشوائي، مع التركيز على تنفيذ الأنموذج برمجياً في MATLAB، ومعايرته باستخدام بيانات حقيقية من أسواق الخيارات. مجال تطبيق الدراسة هو تسعير 60 خيار شراء أوروبي شمل أسهم شركات مثل Yahoo، Biogen Idec و The Priceline Group، مع تفاصيل مثل سعر التنفيذ (Strike)، وتاريخ الاستحقاق (Maturity)، وأسعار العرض والطلب (Bid-Ask). تم استخدام هذه البيانات لاختبار دقة الأنموذج في محاكاة أسعار السوق عبر معايير مختلفة، مع استخدام خصائص الدالة المميزة بدلاً من الكثافة الاحتمالية لتبسيط حساب الأسعار في النماذج المعقدة. وتمثلت عينة الدراسة في مجموعة من بيانات أسعار الخيارات الفعلية (D3، D2، Datasets D1)، والتي تم استخدامها لمعايرة الأنموذج ومقارنة النتائج بين طريقتين في التحسين العددي: الأمثلية المحلية باستخدام خوارزمية (lsqnonlin) والأمثلية الشاملة باستخدام خوارزمية (Adaptive Simulated Annealing - ASA). تُظهر المعايرة كيف تؤثر المعلمات المستخدمة على نتائج الأنموذج. وهدفت الدراسة إلى:

- تقديم تحليل متعمق للمعايرة مع تقييم عملي لكفاءة كل من طريقتي الأمثلية؛
- توضيح استخدام دوال الخصائص (Characteristic Functions) في تسعير الخيارات الأوروبية؛
- تنفيذ أنموذج Heston في بيئة Matlab مع تقديم أكواد برمجية جاهزة؛
- مقارنة أداء طرق التحسين المحلية (مثل `lsqnonlin`) والعالمية (مثل خوارزمية التلدين المُحاكى ASA) في معايرة الأنموذج لملاءمة بيانات السوق.

أما النتائج، فقد أظهرت أن أنموذج Heston قادر على توليد أسعار قريبة جداً من الأسعار السوقية، خاصة عند استخدام معايرة محكمة. إذ حقق الأنموذج تغطية جيدة للأسعار ضمن الفروقات السوقية (12 من أصل 15 خيارًا ضمن نطاق Bid/Ask)، سواء عبر الأمثلية المحلية أو الشاملة، مع تفوق طفيف للأمثلية المحلية في السرعة والدقة، بينما تطلّبت الأمثلية الشاملة وقتًا أطول دون تحسّن واضح في النتائج (6.5 ثانية للأمثلية المحلية مقابل 245 ثانية للأمثلية الشاملة). كما واجه الأنموذج صعوبة في تفسير أسعار خيارات (OTM) قصيرة الأجل، ما يُشير إلى محدودية النماذج العشوائية البحتة في بيئات السوق الواقعية وعليه أوصت الدراسة بضرورة دمج عوامل أخرى مثل القفزات السعرية (Jumps).

ولم تختلف دراسة (Mrázek & Pospíšil, 2017) عن الدراسة السابقة من حيث المبدأ العام، حيث جاءت بعنوان **"Calibration and simulation of Heston model"** نُشرت في مجلة (Open Mathematics)، وتندرج هذه الدراسة ضمن مجال النمذجة الرياضية في الأسواق المالية، حيث تُعنى بمعايرة ومحاكاة أنموذج Heston للتقلب العشوائي باستخدام بيانات سوقية حقيقية، اعتمد الباحثان في عينة الدراسة على خيارات DAX الأوروبية ليومي متتاليين 18 و19 مارس 2013، شملت 97 و107 سعر تنفيذ على التوالي، مع 5 آجال استحقاق، باستخدام سعر فائدة EURIBOR لمدة 3 أشهر وقيمة مؤشر DAX الحالية (مثل 7953.7 و7962.31) كمدخلات أساسية. اعتمدت المنهجية على مقارنة تقنيات تحسين عالمية كالخوارزمية الجينية GA (Genetic Algorithm) والمحاكاة التلدين التكيفية ASA (adaptive simulated annealing) مع محسنات محلية (مثل `lsqnonlin` في MATLAB وSolver في Excel)، باستخدام أوزان (A, B, C) تعكس سيولة الخيارات وفروق الأسعار، مع دمج صيغة التقريبية التي وضعها (Alòs et al., 2015) لتسريع المعايرة عبر تقليل الوقت الحسابي من ~4.15 إلى ~1.62 ثانية (عامل تسريع ×4.3) عبر استخدامها في المرحلة الأولية قبل التحسين الدقيق بصيغة Lewis التكاملية. في جانب المحاكاة، قورنت مخططات مثل Euler (مع تعديلات لمنع القيم السلبية)، Milstein، QE (المُحسَّن بتقنية Antithetic Variates لخفض التباين بنسبة 38.2%)، وE+M (مزيج من Milstein للتباين والمعادلة الدقيقة للسعر)، عبر 100,000–500,000 مسار محاكاة ودقة زمنية تصل إلى $\Delta = 2^{-11}$ . وتوصلت النتائج إلى:

- تفوق GA مع lsqnonlin: حققت هذه التركيبة أدنى أخطاء، حيث وصل AARE إلى 0.51% وMARE إلى 2.33%، مع معلمات مُعَيرة تعكس ارتباطًا سلبيًا قويًا ($\rho \approx -0.66$) بين السعر والتباين.

- كفاءة الصيغة التقريبية: تم خفض وقت المعايرة من 4.15 ثوانٍ إلى 1.62 ثانية وهذا عبر دمجها في التحسين الأولي.

- أداء المحاكاة: تفوق مخطط QE مع تقنية Antithetic Variates (خفض التباين بنسبة 38.2%)، بينما فشل مخطط (Kahl & Jäckel, 2006) ومخطط IJK (مع أخطاء نسبية تصل إلى ~28%) الذي تبين أنه غير مفيد لتسعير الخيارات بمحاكاة مونت كارلو مما استدعى الى استبعادهم، وهذا ما يبرر اختيار المخطط المقترح.

- مخطط E+M الجديد: أظهر توازنًا بين السرعة والدقة، متفوقًا على Euler وMilstein التقليديين، مما يجعله خيارًا عمليًا للمحاكاة طويلة الأجل.

وكإضافة لنماذج التقلب العشوائي، قدّم لنا (Nwobi et al., 2019) أنموذجا معدّلا يدمج مكوّنات القفزات مع أنموذج Heston العشوائي وهذا في ورقة بحثية بعنوان **"Option Pricing Within Heston's Stochastic And Stochastic-Jump Models"** نشرت في مجلة (Communications in Mathematical Finance). وعليه فإن الدراسة تناولت تطوير أنموذج لتسعير الخيارات المالية يجمع بين تقلبات Heston العشوائية ومكوّن القفزات الاحتمالية، بهدف تحسين دقة التسعير مقارنة بأنموذج Heston الكلاسيكي. واستهدفت الدراسة معالجة قيود أنموذج Heston الأصلي (HSM)، خاصة في آجال الاستحقاق القصيرة، من خلال ديناميكيات القفزات التي تعكس التغيرات المفاجئة في أسعار الأصول. استندت الدراسة إلى عينة من بيانات خيارات الشراء لمؤشر NASDAQ بتاريخ 20 أكتوبر 2017، شملت 20 خيارًا بأسعار تنفيذ تتراوح بين 500 و700 دولار. مجال التطبيق هو الأسواق المالية تحديدًا في تسعير المشتقات المالية، حيث تسعى النماذج المطورة لتقريب الأسعار السوقية الفعلية بشكل أدق. ويتناول الأنموذج المعدل (Heston's Stochastic-Jump Model - HSJM) إدخال قفزات عشوائية إلى أنموذج Heston، بحيث يلتقط السلوك غير الطبيعي لحركة أسعار الأصول، وهو ما يُعرف بـ"نموذج الانتشار للقفز" (Jump-Diffusion Model). طبقت الدراسة تحليلًا تجريبيًا معتمدين على تقنيتي (Fast Fourier Transform - FFT) و Monte Carlo Simulation لحساب الأسعار، وطريقة التلدين المحاكي التكيفي (ASA) لمعايرة المعلمات. وهدفت الدراسة إلى اشتقاق الأنموذج الجديد رياضيًا، واستخدامه لمحاكاة تسعير الخيارات باستخدام تلك الخوارزميتين، ثم مقارنته تجريبيًا مع أنموذج Heston الأساسي من خلال معايرة كلا الأنموذجين على بيانات فعلية. كما اعتمد الباحثون على خوارزمية التلدين المحاكي التكيفي (Adaptive Simulated Annealing - ASA) لإيجاد المعلمات المثلى. وأظهرت النتائج تفوق الأنموذج المُدمج (HSJM) بنسبة تخفيض في الخطأ بلغت 18% مقارنةً بأنموذج Heston، خاصةً في فترات الاستحقاق الطويلة، مما يؤكد فعالية إضافة مكونات القفزات في معالجة التقلبات المفاجئة في الأسواق. كما أشارت النتائج إلى أن الأنموذج الجديد يُعد أداةً أكثر تفوقا في تقييم الخيارات في ظل الظروف السوقية غير المستقرة [انخفاض بنسبة 18% (RMSE) (0.6033 مقابل 0.7349 لـ HSM)]، حيث وقعت جميع أسعاره ضمن نطاق (Bid-Ask) السوقي، مقارنةً ببعض الفروق في HSM، مع تفوق ملحوظ في آجال الاستحقاق الطويلة بسبب محاكاة التقلبات المفاجئة عبر عمليات القفزات. ومع ذلك، واجه الأنموذج تحديات مثل زيادة التعقيد الحسابي (179 ثانية لـ HSJM مقابل 153 لـ HSM) والاعتماد على بيانات محدودة ليوم واحد، فضلًا عن افتراض توزيع لوغاريتمي طبيعي للقفزات قد لا يعكس جميع سيناريوهات السوق.

وفي دراسة شكل آخر من نماذج التقلب العشوائي، قام (Mandara, 2019) في دراسة بحثية بعنوان " **Artificial Neural Networks for Black-Scholes Option Pricing and Prediction of Implied Volatility for the SABR Stochastic Volatility Model**" قدمت كجزء من مشروع تخرج لنيل درجة الماجيستير بجامعة برمنغهام - University of Birmingham، تحت إشراف البروفيسور "Daniel J. Duffy". تمثل هذه الدراسة مساهمة أكاديمية ضمن مجال التمويل الرياضي وتطبيقات الشبكات العصبية في تسعير الخيارات وتنبؤ تقلباتها. ارتكزت الدراسة على استخدام الشبكات العصبية الاصطناعية (ANNs) لتقريب دوال تسعير الخيارات تحت أنموذج Black-Scholes، وكذلك لتقدير التقلب الضمني الناتج عن أنموذج التقلب العشوائي SABR. شملت عينة الدراسة بيانات تم توليدها عدديًا عبر الصيغ التحليلية المتوفرة لأنموذجي Black-Scholes وSABR، مما أتاح توليد بيانات ضخمة ودقيقة للاختبار. وشملت البيانات مُدخلات مثل سعر الأصل، سعر التنفيذ، التقلب، ومعلمات أنموذج SABR (كالتقلب الأولي، ارتباط الحركة...). تم تطبيق تقنيات معالجة البيانات لتحسين أداء الشبكات. هدفت الدراسة إلى:

- تقييم قدرة الشبكات العصبية على تقليد الصيغ التحليلية المعقدة بدقة مع الحفاظ على الخصائص الرياضية (كالاشتقاق)؛
- مقارنة السرعة بين التنبؤ عبر الشبكات العصبية وتقييم الصيغ التقليدية (مثل تقريب Hagan لSABR)؛
- تحسين تصميم الشبكات عبر اختيار وظائف التنشيط المناسبة (مثل ISRLU وSoftPlus) لتجنب مشكلات التدرجات المختفية.

استخدم الباحث شبكات متعددة الطبقات وأدخل تقنيات مثل "Image-Based Implicit Learning" لتوليد أسطح تقلب ضمني كاملة باستخدام مدخلات مجردة من أسعار التنفيذ وتواريخ الاستحقاق. وقد أظهرت النتائج أن:

- دقة عالية في التنبؤ بأسعار الخيارات ($R^2 \approx 0.9999$) والتقلب الضمني ($MAPE < 0.1\%$)؛
- تفوق الشبكات العصبية في السرعة بنحو 16–17 ضعفًا مقارنة بالحسابات التكرارية للصيغ التقليدية؛
- فعالية التعلم القائم على الصور في تمثيل أسطح التقلب بدلًا من التنبؤ النقطي، مما يحسن الكفاءة؛
- إمكانية استخدام شبكة واحدة للتمييز بين تسعير خيارات الشراء والبيع عبر إدخال ثنائي (Binary Flag).

وخلصت الدراسة أيضا إلى أن الشبكات العصبية الاصطناعية قادرة على توليد سطح تقلب بسرعة أكبر مقارنة بتقييم توسعات SABR المتكررة، مما قد يكون ذا أهمية حاسمة عند النظر في استراتيجيات تداول التقلب على سبيل المثال.

وفي الدراسة الموسومة بـ "**A Closed-Form Pricing Formula for European Options Under a New Stochastic Volatility Model with a Stochastic Long-Term Mean**" لـ (He & Chen, 2021) نُشرت في مجلة (Mathematics and Financial Economics). بهدف تطوير أنموذج تقلب عشوائي يحسّن أنموذج Heston التقليدي عبر جعل المتوسط طويل الأجل للتقلب ($\theta_t$) عشوائيًا بدلًا من ثابت، مما يسمح بتمثيل أفضل لبنية التقلب الضمني ومنحنى مقايضة التباين. اعتمدت الدراسة على بيانات خيارات الشراء الأوروبية على مؤشر S&P 500 من يناير إلى يونيو 2012، مع تطبيق عملية تنقية دقيقة لاستبعاد الخيارات ذات الآجال القصيرة (أقل من 30 يومًا لأن الخيارات قصيرة الأجل تكون قيمتها الزمنية ضئيلة وتتأثر بتقلبات سوقية عالية، مما يجعلها غير مستقرة للتحليل) أو الطويلة (أكثر من 120 يومًا بسبب مشاكل السيولة وارتفاع تكاليف الاحتفاظ بها، مما قد يشوِّه النتائج)، وتلك ذات القيمة النقدية المتطرفة (فارق ±10% بين السعر الفوري وسعر التنفيذ)، بالإضافة إلى استخدام أسعار متوسطة (Ask/Bid) ومعدل فائدة خالي من المخاطر مستمد من أذون الخزانة الأمريكية لمدة ثلاثة أشهر. وعليه تم اشتقاق صيغة تحليلية مغلقة لتسعير الخيارات الأوروبية تحت الأنموذج الجديد، مع الحفاظ على القابلية التحليلية لأنموذج Heston، عبر حل معادلات تفاضلية جزئية باستخدام تقنيات وخوارزميات مثل نظرية مارتينجال (Martingale Pricing Theory) وتحويل فورييه (Fourier Transform)، حيث تم التحقق من صحتها عبر مقارنة النتائج مع محاكاة مونت كارلو، والتي أظهرت توافقًا دقيقًا (خطأ نسبي أقل من 0.8%). وكان أحد أهم أهداف البحث كان الحفاظ على القابلية التحليلية للأنموذج، وقد كشفت النتائج تفوق الأنموذج الجديد على Heston في تقليل الخطأ التربيعي المتوسط (MSE) بنسبة 34% للبيانات التدريبية و50% للبيانات الاختبارية، مع تحسن ملحوظ في تسعير الخيارات خارج نطاق المال (OTM)، حيث انخفض MSE بنسبة 56%. كما أظهر التحليل الحساسية أن زيادة مُعامل الاتجاه ($\lambda$) ترفع أسعار الخيارات بسبب توقعات ارتفاع التقلب، بينما زيادة تقلب المتوسط طويل الأجل ($\sigma_2$) تخفض الأسعار نتيجة عدم اليقين الإضافي. رغم ذلك، تبقى أسئلة حول تعميم النتائج على فترات زمنية مختلفة أو أصول مالية أخرى، ومدى تفاعل الأنموذج مع الأحداث الاقتصادية الكبرى. وتُعتبر الدراسة إضافة مهمة لأدوات تسعير الخيارات، حيث تجمع بين المرونة في نمذجة التقلب والكفاءة الحسابية، مما يعزز تطبيقاتها في إدارة المخاطر ومعايرة النماذج في الأسواق المالية. بالمجمل، تُعد هذه الدراسة مساهمة قوية في الأدبيات المالية الحديثة، حيث تدمج بين التقدم النظري (إدخال عامل عشوائي جديد) والتطبيق العملي (مقارنة تجريبية دقيقة).

وفي إطار البحث عن طرق تسعير أكثر دقة وكفاءة للأدوات المالية المشتقة قدّم (Huang et al., 2022) في ورقتهم العلمية المعنونة **"Highly Efficient Shannon Wavelet-Based Pricing Of Power Options Under The Double Exponential Jump Framework With Stochastic Jump Intensity And Volatility"** والمنشورة في مجلة (Applied Mathematics and Computation). أنموذجًا رياضيًا متطورًا لتسعير الخيارات القوية (Power Options) باستخدام تقنية جديدة تعتمد على موجات شانون وتحويل فوريه العكسي (Shannon Wavelet Inverse Fourier Technique - SWIFT). تتناول الورقة تسعير فئة من الخيارات المالية ذات العائد غير الخطي، والتي تأخذ شكل $(S_T/K)^{\beta}$ ما يجعلها مناسبة للتحوط من المخاطر غير الخطية أو الاستفادة من استراتيجيات الرفع المالي. اعتمد المؤلفون على إطار نموذجي متقدم يُدخل عناصر من الواقع المالي مثل القفزات المفاجئة ذات التوزيع الأسي المزدوج ( Double Exponential Jumps) وتقلبات السوق العشوائية، إلى جانب شدة القفزات العشوائية التي تتبع عملية ارتداد إلى المتوسط، ما يجعل الأنموذج قادرًا على التقاط السمات الإحصائية المعقدة لعوائد الأصول المالية اللاخطية، الفجوات السعرية، والذيل السمين. ورغم عدم اعتماد الدراسة على بيانات سوقية حقيقية، إلا أن المؤلفين أجروا تجارب عددية موسعة اختبروا فيها أداء الأنموذج المقترح في ظل سيناريوهات متعددة من الظروف السوقية، متضمنة خيارات بأسعار تنفيذ مختلفة وقيم متعددة لوسيط القوة (β). وقد تمت مقارنة طريقة SWIFT بكل من طريقة Fourier-Cosine (COS) وطريقة Fast Fourier Transform (FFT)، وهما طريقتان شائعتان في تسعير الخيارات ضمن المجال الترددي. أظهرت نتائج المقارنة أن:

- طريقة SWIFT تتفوق بوضوح في الكفاءة الحسابية (0.63 مللي ثانية مقابل 3.1 مللي ثانية لـCOS)، حيث وفّرت سرعة حسابية أعلى ودقة أكبر حتى مع تقليص مجال التكامل أو خفض مستوى التقريب الموجي (أخطاء نسبية أقل من 0.3% مقارنة بمحاكاة مونت كارلو).

- كشفت التحاليل أن الطريقة المقترحة أكثر قدرة على التعامل مع الدوال ذات الذيل السمين (Heavy-Tailed) التي تظهر كثيرًا في التوزيعات الاحتمالية للأسعار المالية؛

- أظهرت الطريقة تقاربًا أسيًا للأخطاء مع زيادة مستوى التقريب (m)، مما يدل على مرونتها في التعامل مع فترات الاستحقاق الطويلة والقصيرة؛

- تحليلات الحساسية أكدت استجابة أسعار الخيارات بشكل منطقي للتغيرات في معلمات الأنموذج، مما يعزز مصداقيته في ظروف السوق المختلفة.

فيما قدّم لنا (Choi et al., 2024) مخططًا مبتكرًا لمحاكاة أنموذج التقلب العشوائي SABR (Stochastic Alpha Beta Rho) بكفاءة عالية في ورقة علمية بعنوان **"Efficient simulation of the SABR model"** نُشرت كطبعة مسبقة Preprint على منصة arXiv.org. ويعتبر SABR أنموذجا شائعا في تسعير الخيارات المالية، وهو أنموذج تقلب عشوائي يُستخدم خاصة في أسواق الأسهم والعملات الأجنبية، لقدرته على نمذجة وتمثيل سلوك الابتسامة وانحراف التقلبات الضمنية. شملت عينة الدراسة النماذج الرياضية لأنموذج SABR التي تُستخدم في أسواق الخيارات، مع التركيز على المحاكاة العددية التي تُطبق غالبًا في الأسواق المالية لتسعير الخيارات الأوروبية، خاصة في حالات استحقاق طويل الأجل أو عندما تكون خيارات (OTM)، وقد تضمنت هذه العينة اختبارات عددية على خمس مجموعات من المعلمات مستمدة من أعمال سابقة لـ (Antonov & Spector, 2012) و (Cai et al., 2017) تغطي آجال استحقاق طويلة (10 سنوات) ومعلمات متنوعة للتقلب ومرونة التباين ($\beta$) والارتباط ($\rho$). واستخدمت الدراسة أدوات رياضية متقدمة لمحاكاة أنموذج SABR، بما في ذلك:

- أخذ عينات التباين المتكامل الشرطي: اشتقاق اللحظات الأربع الأولى للتباين المتكامل المشروط تحليليًا بناءً على الخصائص الأسية للحركة البراونية (Matsumoto & Yor, 2005)، مما يتيح تقريبًا دقيقًا باستخدام توزيع Shifted Lognormal (SLN) مطابق للحظات الثلاث الأولى؛

- أخذ عينات السعر النهائي الشرطي: تقريب توزيع السعر النهائي المشروط بتوزيع (Constant Elasticity of Variance) CEV، مع ضمان خاصية Martingale عبر تقدير متوسط مشروط مستوحى من أنموذج SABR Lognormal ($\beta$=1). هذا التقريب يتفوق على تقريب (Islah, 2009) الذي لا يحافظ على Martingale؛ أما النتائج، فقد أثبتت من خلال تجارب عددية موسعة تفوق خوارزمية المحاكاة المقترحة من حيث:

- الكفاءة الزمنية: كان المخطط أسرع بمرتين إلى ثلاث مرات من المخططات المنافسة (Cai et al., 2017; B. Chen et al., 2012) أظهر تحليل خطأ الجذر التربيعي (RMS) أن المخطط يحقق دقة مماثلة بزمن حسابي أقل بكثير (100/1 من Euler)؛

- الدقة العالية: حقق المخطط أخطاء منخفضة (تصل إلى 0.0001) عند مقارنته بأسعار FDM المعيارية، حتى مع خطوات زمنية كبيرة (h=1). في الحالتين I وII (10 سنوات)؛

- الحفاظ على خاصية Martingale، التي فشلت فيها تقريب (Islah, 2009) الشائع الاستخدام؛

- الموثوقية: أظهرت تقريبات SLN للتباين المتكامل دقة عالية في اللحظات (التباين، الانحراف، والتفرطح)، حتى مع خطوات زمنية كبيرة، مما يقلل الحاجة إلى تحويلات عكسية معقدة.

وأما دراسة (Derbellou et al., 2025) الموسومة بـ **"Evaluation of Financial Options Under Stochastic Volatility with Numerical Experiments"** والتي نشرت بمجلة (Studies in Science of Science). حيث سعى المؤلفون إلى اقتراح أنموذج رياضي لمعالجة قصور أنموذج (Black-Scholes) في تفسير ظواهر مثل "ابتسامة التقلب" (Volatility Smile) التي تعكس تغيرات التقلبات بناءً على أسعار التنفيذ. وأيضا معالجة محدودية النماذج أحادية العامل (كأنموذج Heston) التي تعجز عن محاكاة التقلبات المستقلة في مستوى وانحدار الابتسامة. واستخدمت الدراسة عينة نظرية متمثلة في النمذجة الرياضية للخيارات الأوروبية تحت تقلبات سعرية غير مفسرة بأنموذج (Black-Scholes). وسعت الدراسة تطوير أنموذج رياضي جديد ثنائي العوامل يعتمد على مزيج محدب (Convex Combination) من عاملي تقلب مستقلين $(y_t, z_t)$ ومعامل ارتباط عشوائي $(p_1$ و $p_2)$ من أنموذج Cox-Ingersoll-Ross (CIR). مع التحكم في وزن كل عامل عبر المعلمة $p$ التي تتراوح بين 0 و1. وتم التعبير عن المزيج الكلي عبر المعادلة $v_t = py_t + (1-p)z_t$. هذا الأمر أتاح التحكم في مستوى وانحدار ابتسامة التقلب بمرونة أكبر من أنموذج Heston، كما وفّر مرونة في تشكيل التوزيعات المحايدة للمخاطر (Risk-Neutral Densities). وتم اشتقاق معادلة تفاضلية جزئية التي تحكم تسعير الخيار باستخدام (Feynman-Kac formula)، مع تحويل سعر الأصل إلى لوغاريتمي لتبسيط الحسابات الرياضية. واستخدم الباحثون مخططًا زمنيًا ضمنيًا (Implicit Time Scheme) لتجنب عدم الاستقرار في انتشار الأخطاء والتعقيد الحسابي، وطبقوا طريقة (Finite Difference Method) مع تفاضلات غير مركزية (Upwind Schemes) للتجزئة الزمانية والمكانية. كما تم تنفيذ خوارزميات شوارتز المتناوبة (Schwarz Alternating Method) لمواجهة التحديات الحسابية للأنظمة الجبرية الكبيرة مثل نظام (300×300×300) عبر 5 خطوات زمنية باستخدام منصة HPC@LR. أظهرت النتائج أن الأنموذج المقترح يتفوق على أنموذج Heston التقليدي في تمثيل الابتسامة والانحراف والتفلطح في كثافة المخاطرة المحايدة (Risk-Neutral Densities). في الجانب العددي، أظهرت التجارب أن الطرق غير المتزامنة تتفوق على الطرق المتزامنة عند استخدام أكثر من ثماني عقد حاسوبية، حيث تحقق انخفاضًا ملحوظًا في زمن الحساب مع تحسين الكفاءة. وتبين أن الانخفاض في كفاءة الخوارزميات المتزامنة مرتبط بازدياد عدد عمليات Relaxations، وهو سلوك معروف عند توازي خوارزمية Gauss–Seidel. كما أكدت الدراسة أن مشكلات تمرير الرسائل (Message Passing) تمثل عاملاً رئيسيًا في تدهور الأداء المتزامن عند عدد كبير من المعالجات، مما يجعل الطرق غير المتزامنة الخيار الأنسب للحوسبة واسعة النطاق.

وتناولت الدراسة التي أعدّها (Mittal & Selvamuthu, 2025) بعنوان "**Options Pricing with Markov Regime Switching Heston Volatility, Hull–White Interest Rates and Stochastic Intensity**"، والمنشورة في مجلة (Probability in the Engineering and Informational Sciences). تطوير أنموذج متقدم لتسعير الخيارات الأوروبية يأخذ بعين الاعتبار عدة مكوّنات معقّدة لسلوك الأسواق المالية الحقيقية. تتمثل فكرة الدراسة الأساسية في تجاوز الافتراضات التقليدية المبسطة لنماذج مثل (أنموذج Black-Scholes) عبر إدخال عوامل جديدة: تقلب عشوائي ديناميكي عبر أنموذج Heston، معدلات فائدة متغيرة عشوائيًا باستخدام أنموذج هال–وايت (Hull–White Interest Rate Model) القادر على التعامل مع معدلات فائدة سالبة، إلى جانب إدماج قفزات مفاجئة بأسعار الأصول من خلال عملية ( Stochastic Intensity Poisson Process)، وكل ذلك عبر عملية تبديل الأنظمة بواسطة سلسلة ماركوف مستمرة الزمن (Continuous-Time Markov Regime Switching). لم تعتمد الدراسة على بيانات حقيقية، بل قامت ببناء عينة دراسية من خلال محاكاة حالات السوق المختلفة لتقييم الأنموذج رياضيًا وعدديًا. تم تطوير الأدوات الرياضية اللازمة من خلال اشتقاق الدوال المميزة (Characteristic Functions) لكل متغير رئيسي مع تطبيق مبدأ (Feynman–Kac Theorem) للحصول على صيغة مغلقة لحساب سعر الخيار الأوروبي. أما الهدف الرئيسي من البحث فكان تطوير أنموذج أكثر واقعية مع اختبار مدى دقة هذا الأنموذج مقارنة بالنماذج الأخرى. وقد أظهرت النتائج أن الصيغة المغلقة المقترحة تتمتع بدرجة عالية من الدقة مقارنة بمحاكاة مونتي كارلو، حيث لم تتجاوز نسبة الخطأ 0.4% مما يدل على مصداقية الأنموذج. كما أوضحت أن أسعار الخيارات تكون أعلى خلال فترات الركود الاقتصادي (Regime 2) بسبب زيادة التقلبات وانخفاض معدلات الفائدة، بينما تكون أقل في الانتعاش (Regime 1) بسبب معدلات الفائدة المرتفعة والتقلبات المنخفضة. وكشفت المقارنات مع نماذج أخرى مثل Heston-CIR أن استخدام أنموذج –Hull White لتقلب الفائدة مع تبديل الأنظمة يعطي نتائج أدق وأكثر تمثيلاً للواقع. كما أثبتت المقارنات مع نماذج بدون تبديل أنظمة أو بدون كثافة قفزات عشوائية أنها تعزز من دقة الأنموذج وتزيد من موثوقية الأسعار. ومن خلال تحليل الحساسية، تبين أن زيادة معلمات مثل التباين الابتدائي للأصل ($v_0$)، أو سرعة الارتداد المتوسط لمعدل الفائدة $\beta_t$، أو تقلب معدل الفائدة $\sigma_t$، أو حتى متوسط كثافة القفزات $\theta_\lambda$ تؤدي إلى ارتفاع أسعار الخيارات مما يبرز أهمية معايرة هذه العوامل في النماذج التطبيقية. وتختم الدراسة بالتأكيد على أن دمج جميع هذه العناصر، أي دمج التبديل الماركوفي والكثافة العشوائية داخل أنموذج واحد يوفر أداة تسعير قوية قادرة على التعامل مع تعقيدات الأسواق المالية مما يعطي تسعيرًا دقيقًا وواقعيًا.

وفي نهج حديث ومبتكر لتسعير الخيارات المالية قدّم لنا (Pimentel et al., 2025) ورقة علمية بعنوان **"Option pricing with deep learning: a long short-term memory approach"**، نُشرت في مجلة (Decisions in Economics and Finance). وركّزت الدراسة على خيارات الشراء الأوروبية لمؤشر S&P 500 مستخدمة بيانات يومية لأسعار الإغلاق من 1 أبريل 2020 إلى 31 ديسمبر 2021، تم الحصول عليها من منصة optionsDX. تضمنت العينة الأصلية 3,371,420 اقتباسًا مع اعتماد سياسة تصفية بيانات محدودة لضمان التعميم، حيث تم استبعاد الخيارات ذات الاستحقاق الطويل (أكثر من 3 سنوات)، ممّا أدى إلى استبعاد 3.2% من البيانات، بالإضافة إلى 15% أخرى بسبب استبعاد الأيام الأربعة الأولى لإنشاء التأخيرات الزمنية اللازمة لتسلسل البيانات. استخدمت معدلات خالية من المخاطر مستمدة من سندات الخزانة الأمريكية، مع تطبيق تحجيم (Min-Max Scaling) لتوحيد القيم بين 0 و1، ممّا يجعل الدراسة قابلة للتطبيق في سياق الأسواق المالية الكبرى مثل S&P 500. اعتمدت الدراسة شبكة عصبية من نوع الذاكرة الطويلة قصيرة الأمد (LSTM) مكوّنة من 5 طبقات، كل طبقة متبوعة بطبقة تطبيع الدفعة (BN) لمنع الإفراط في التكيف وتسريع التدريب. كما تم اعتماد تقنية النوافذ المتدحرجة (Rolling Windows) عبر تدريب 12 أنموذجًا منفصلاً، كل أنموذج يغطي شهراً واحداً من سنة 2021، وذلك لمحاكاة سلوك المستثمرين الذين يعيدون تدريب نماذجهم وفق تغيرات السوق. واستُخدم المتوسط المتحرك للتقلبات لمدة 90 يومًا كتقدير أساسي، مع تعزيز التحليل بأنموذج GJR-GARCH (1,1) لتقدير التقلبات الشرطية. وأضاف الباحثون بعداً تفسيرياً متطوراً عبر استخدام تقنيات الذكاء الاصطناعي التفسيري (XAI) وتحديدًا أداة SHapley Additive Explanations (SHAP) لتحديد أهمية الميزات وتأثيرها على التنبؤات. استهدفت الدراسة تحقيق تقييم فعالية أنموذج LSTM في تسعير الخيارات مقارنةً بنماذج مرجعية مثل Black-Scholes)، (Heston) والشبكة العصبية متعددة الطبقات (MLP)، وثانيها اختبار قدرة LSTM على الاستغناء عن الاعتماد الكثيف على مؤشرات التقلب المباشرة بفضل خصائصه الزمنية، وثالثها تقديم تحليل تفسيري دقيق لنتائج النماذج باستخدام XAI لضمان قابلية الفهم والتطبيق العملي في بيئات السوق الحقيقية. أثبتت نتائج الدراسة أن أنموذج LSTM تفوق على نماذج (Black-Scholes، Heston) وعلى شبكة MLP، خصوصًا في تسعير الخيارات ذات آجال الاستحقاق الطويلة، بينما حافظت النماذج التقليدية على أداء أفضل نسبيًا للخيارات قصيرة الأجل. أظهرت تحاليل SHAP أن العوامل الأكثر تأثيرًا في التنبؤ بالسعر كانت سعر التنفيذ وسعر الأصل الأساسي ومدة الاستحقاق، في حين كان تأثير معدل الفائدة والتقلب محدودًا، مما يدل على قدرة LSTM على استخلاص ديناميكيات التقلب من بيانات الأسعار الزمنية. كما بيّنت النتائج أن إدخال مؤشرات تقلب إضافية (مثل GJR-GARCH) لم يحسّن أداء الأنموذج، بل أضعفه أحيانًا، وأكدت الدراسة أن أداء LSTM يتراجع قليلاً مع خيارات العميقة ITM و OTM بسبب ضعف السيولة. أخيرًا عزّز استخدام Rolling Windows من مرونة الأنموذج في التكيف مع تغيرات السوق.

### 3.3.1 موقع الدراسة الحالية من الدراسات السابقة

اختلفت الدراسات السابقة بشكل ملحوظ في إطارها الزماني والمكاني، وتنوعت في المنهجيات المستخدمة والأدوات التحليلية المطبقة، مما أضفى طابعًا متباينًا على مقارباتها. ورغم هذا التنوع اتفقت جميعها من حيث الهدف الأساسي المتمثل في تسعير الخيارات المالية.

**أولا: أوجه الإتفاق والاختلاف بين الدراسة الحالية والدراسات السابقة:**

تتفق دراستنا الحالية مع الدراسات السابقة في الهدف الأساسي المتمثل في دراسة تسعير الخيارات المالية بهدف تحديد القيمة العادلة للخيار بدقة، مع السعي لتقديم الأنموذج الأمثل للتسعير. تتشابه دراستنا مع الأبحاث السابقة في التركيز على مقارنة نماذج تسعير متقدمة، مثل نماذج (Black-Scholes، Heston)، مع إدخال تقنيات حديثة مثل البرمجة العصبية وتعليم الآلة لتحسين دقة التنبؤ بالأسعار.

- الاعتماد على أنموذج Black-Scholes كأنموذج مرجعي أساسي: يُعتبر أنموذج (Black-Scholes) معياراً أساسياً في تسعير الخيارات، وتتفق دراستنا مع الدراسات السابقة في استخدامه كأساس للمقارنة. دراستنا تستخدم هذا الأنموذج لتقييم أداء نماذج أخرى. بينما استخدمته الأبحاث السابقة كمرجع لتحديد نقاط القوة والضعف في افتراضاته.
- التركيز على أنموذج Heston لمعالجة التقلبات: يأخذ أنموذج Heston في الاعتبار التقلبات العشوائية، هو محور مشترك بين دراستنا والدراسات السابقة. كلا الطرفين يسعيان لتحسين دقة التسعير من خلال التعامل مع التقلبات المتغيرة بمرور الوقت، وهي خاصية غائبة في أنموذج (Black-Scholes).
- استخدام تقنيات متقدمة لتحسين التسعير: الدراسات السابقة استخدمت أساليب مثل محاكاة مونت كارلو أو الطرق الحسابية، بينما تستخدم دراستنا بالإضافة إلى الطرق الحسابية للتحسين والمعايرة البرمجة العصبية. التشابه يكمن في السعي لدمج تقنيات متطورة لتعزيز دقة النماذج التقليدية.
- مقارنة النماذج لتحديد الأفضل: كلا من دراستنا والدراسات السابقة يركزان على مقارنة نماذج التسعير (Black-Scholes مقابل Heston) لتحديد الأنموذج الأنسب لظروف السوق المختلفة والمتقلبة. دراستنا تضيف طبقة إضافية باستخدام البرمجة العصبية لتقييم الأداء.
- التأكيد على أهمية الابتكار في التسعير: تفق الدراسات في أن الابتكار في نماذج التسعير ضروري لمواكبة تعقيدات الأسواق المالية. بينما قدمت الدراسات السابقة نماذج مثل Heston، فإن دراستنا تبتكر من خلال دمج البرمجة العصبية، مما يعكس التطور الطبيعي في هذا المجال.

**ثانيا: جوانب الاستفادة من الدراسات السابقة:**

استندت الدراسة الحالية إلى إسهامات بحثية سابقة، حيث حرصت على توظيف الأدبيات الأكاديمية المتاحة لتشخيص إشكالية البحث ومعالجتها برؤية شمولية. وتتمثل أوجه الاستفادة في النقاط التالية:

- صياغة العنوان البحثي: استفادت الدراسة من تحليل الإطار المفاهيمي للدراسات السابقة في صياغة عنوان البحث بدقة، بما يعكس جوهر الإشكالية وأبعادها.
- اختيار المنهجية: تم تحديد المنهج الأنسب للدراسة بالاستناد إلى تقييم نقدي لمناهج الدراسات السابقة، مع مراعاة طبيعة البيانات وأهداف البحث.
- فهم أعمق لأنموذج (Black-Scholes) وقيوده: قدمت الدراسات السابقة تحليلاً شاملاً لأنموذج (Black-Scholes)، مما ساعد في تحديد قيوده مثل افتراض التقلبات الثابتة. هذا الفهم يتيح لدراستنا بناء مقارنة دقيقة مع نماذج أخرى واستخدام الشبكات العصبية لمعالجة هذه القيود.
- الاستفادة من أنموذج Heston كبديل متقدم: طوّرت الدراسات السابقة أنموذج Heston للتعامل مع التقلبات العشوائية، ممّا وّفر أساساً نظرياً قوياً لدراستنا الحالية. يمكنك استخدام هذا الأنموذج كمرجع لتقييم فعالية البرمجة العصبية في التقاط ديناميكيات التقلبات.
- الاستفادة من الأطر الرياضية المتقدمة: قدمت الدراسات السابقة أطرا رياضية لتسعير الخيارات، مثل المعادلات التفاضلية الجزئية. يمكنك استخدام هذه الأطر كمرجع لفهم السلوك النظري للخيارات.
- تحديد الفجوات البحثية: أظهرت الدراسات السابقة قيود النماذج التقليدية في التعامل مع الأسواق غير الخطية أو البيانات الضخمة. كما أسهمت توصيات الدراسات السابقة في توضيح الفجوة البحثية.

**ثالثا: الفجوة البحثية التي تعالجها الدراسة الحالية:**

تبرز الدراسة الحالية بتميزها عن سابقاتها من خلال دمج نهج شامل يركز على تحليل دقيق للسوق ومتغيراته، مع إيلاء اهتمام خاص بتفاعل المعلمات الاقتصادية والمالية في ظل التقلبات السوقية. كما تتفرد هذه الدراسة بتوسيع نطاق استخدام طرق معايرة حديثة والبرمجة العصبية لتحسين دقة التسعير، مع الاستفادة من تحليل البيانات لمحاكاة سيناريوهات السوق المعقدة. في المقابل، افتقرت بعض الدراسات السابقة إلى هذا العمق في التكامل التكنولوجي، مما جعلها أقل شمولية في معالجة التحديات المتعلقة بالتقلبات غير المتوقعة والتغيرات الديناميكية في الأسواق. وعليه تسعى الدراسة الحالية إلى سد هذه الفجوات من خلال تقديم إطار تحليلي مبتكر يجمع بين الدقة المنهجية والتطبيقات التكنولوجية المتقدمة.

## خلاصة الفصل

يُجسِّد هذا الفصل رحلة معرفية متكاملة لاستكشاف الخيارات المالية بوصفها أدوات استثمارية معقدة، تتناغم فيها الأطر النظرية مع التطبيقات العملية والتحليلات النقدية للدراسات السابقة. وقد انتظمت مضامين الفصل في ثلاثة مباحث رئيسية، تُقدّم في مجملها رؤية شاملة لديناميكيات الخيارات المالية وتفاعلها مع متغيرات السوق، لا سيما التقلبات التي تُشكّل جوهر تحركات الأسعار.

انطلق المبحث الأول من تأطير الخلفية النظرية للخيارات المالية، مستعرضا تعريفاتها المتعددة في الأدبيات المالية بوصفها أدوات استثمارية معقدة، ومبرزا الأنواع الأساسية للخيارات من حيث طبيعة الحق، مدة الصلاحية، وطريقة الممارسة. كما خُصص حيز لعرض أهم الاستراتيجيات المعتمدة في استخدام الخيارات، لتبيين الأسس التي تحكم اختيار كل استراتيجية ودورها في إدارة المخاطر وتعظيم العوائد، مع الاستناد إلى أهم الممارسات المعتمدة في الأسواق المالية الحديثة. وقد أسهم هذا المبحث في ترسيخ الإطار المفاهيمي الضروري لفهم الآليات التشغيلية للخيارات وتأثيرها على قرارات المستثمرين.

انتقل الفصل إلى صلب العلاقة الجدلية بين الخيارات والتقلبات السوقية في المبحث الثاني، الذي سلّط الضوء على التقلب بوصفه مقياسًا لإحصائيات تقلبات أسعار الأصول، مع تفصيل نوعيه: التقلب التاريخي والضمني. كما استعرض أدوات قياسه الكمية، كالانحراف المعياري ومؤشر VIX الذي يُلقب بمقياس الخوف. وفي إطار نماذج تسعير الخيارات جرى تحليل نماذج كلاسيكية كأنموذج (Black-Scholes)، الذي يفترض ثبات التقلب، مقابل نماذج أكثر تطورًا كأنموذج Dupire للتقلب المتحرك وأنموذج Heston الذي يدمج التقلب العشوائي، مما يعكس واقعيةً أكبر في محاكاة تقلبات السوق الديناميكية. ولم يُغفل المبحث الجانب الكميّ لتحليل الخيارات، حيث تم التطرق إلى اليونانيات (Greeks) كأدوات لقياس الحساسيات كونها لا تُعزز فهم سلوك الخيار فحسب، بل تُعدّ أدوات جوهرية في هندسة المخاطر وتحسين المحافظ.

خُتم الفصل بمراجعة نقدية للدراسات السابقة، قُسِّمت إلى محورين: الأول ركّز على نماذج التسعير ذات التقلب الثابت، مع إشارةٍ إلى محدوديتها في تمثيل التقلبات المتغيرة. أما الثاني فناقش نماذج التقلب العشوائي، التي أضافت عمقًا تحليليًا من خلال محاكاة سلوك التقلب كعمليةٍ عشوائية مما يزيد من دقة التنبؤات. وعند المقارنة بينها اتضح أن الغالبية منها اتكأت على افتراضات مثالية لا تنطبق على الواقع، وقد أفضى هذا التحليل إلى إبراز الفجوة البحثية التي تسعى دراستنا إلى سدّها، والمتمثلة في الحاجة إلى مقاربة أكثر تكاملا تجمع بين مرونة نماذج التقلب العشوائي ومتطلبات التطبيق العملي في بيئات السوق المعاصرة.

# الفصل الثاني: الجانب التطبيقي للدراسة

## مقدمة الفصل

يُمثل هذا الفصل الجانب التطبيقي للدراسة، الذي يقوم على الأسس النظرية التي تم استعراضها في الفصل الأول، حيث يأتي هذا الفصل امتدادا للإطار النظري الذي تم استعراضه في الفصل الأول، والذي انطلق من مقاربة مفاهيمية شاملة للخيارات المالية، بدءً من السمات العامة التي تحكم طبيعتها كأدوات مالية مركبة، مرورا بفلسفة تقييمها التي تجمع بين المنطق الرياضي والتحليل السوقي، وصولا إلى استراتيجيات توظيفها في إدارة المخاطر والمضاربة. كما تطرق الفصل الأول إلى تحليل الخيار المالي بوصفه أداة للتقلب وكأصل قابل للتداول، مسلطا الضوء على أنواعه ومستعرضا المقاربات النظرية لمختلف نماذج تسعير الخيارات. وفي إطار المراجعة النقدية للدراسات السابقة تم تقييم الإسهامات التي تناولت التقلب الساكن وتلك التي تعاملت مع التقلب العشوائي، ليتم تحديد موقع الدراسة الحالية كمحاولة لسدّ فجوة تطبيقية بين النماذج النظرية وتحديات الواقع المالي.

غير أن الاختبار الحقيقي لفعالية هذه النماذج لا يكتمل إلا بمواجهتها بواقع البيانات المالية المعقدة، التي تزخر بالعوامل الديناميكية وغير الخطية التي قد تُفقد النماذج الرياضية جزءً من دقتها تحت وطأة الافتراضات المبسّطة. ومن هنا يأتي هذا الفصل لسد الفجوة بين التنظير والتطبيق، عبر إخضاع النماذج الثلاثة لاختبارات عملية تستند إلى بيانات حية من الأسواق المالية، بغية تقييم أدائها في تقدير القيمة العادلة للخيارات، وتحديد أيها أكثر قدرة على محاكاة الواقع ومواجهة تحدياته.

ويهدف هذا الفصل إلى تقديم رؤية عملية حول كيفية توظيف النماذج النظرية في بيئات متقلبة، مع إبراز دور التقنيات الحديثة كالشبكات العصبية في تعويض قيود النماذج التقليدية. وهو ما يُعد إضافة للمعرفة الأكاديمية والمهنية، حيث يُتيح للمتخصصين اختيار الأنموذج الأمثل بناءً على السياق الزمني وطبيعة الأداة المالية وأهداف الدراسة أو التطبيق الاستثماري.

سيتم تنظيم الفصل في ثلاثة محاور رئيسية: عرض منهجية جمع البيانات ومعالجتها، ثم تطبيق النماذج وتحليل النتائج المقارنة، وأخيرا مناقشة النتائج في ضوء الإطار النظري للدراسة.

- ✓ المبحث الأول: الطريقة والأدوات المستخدمة في الدراسة؛
- ✓ المبحث الثاني: التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الناتجة عن نماذج التسعير وفقا لأنواع التقلب؛
- ✓ المبحث الثالث: الاستنتاجات و التوصيات.

## المبحث الأول
## الطريقة والأدوات المستخدمة في الدراسة

### 1.1.2 نطاق الدراسة Scope of the Study

يُعد نطاق الدراسة أحد الركائز الأساسية في البحث العلمي، حيث يمثل الإطار الذي تُجرى فيه الدراسة وتُعمم نتائجها، ويُعد اختيار نطاق دراسة مناسب حجر الأساس في أي بحث علمي رصين. يهدف هذا المطلب إلى تقديم تعريف شامل ومفصل لنطاق الدراسة المختار لهذا البحث ، والذي يتألف من خمس شركات تكنولوجية عالمية رائدة هي: NVIDIA، Microsoft، Google، Amazon و Apple. ستركز الدراسة على دراسة وتحليل تسعير خيارات أسهم هذه الشركات باستخدام ثلاثة نماذج تسعير مختلفة. يستلزم فهم ديناميكيات تسعير الخيارات لهذه الشركات تحليلًا معمقًا لخصائص كل شركة على حدة، بما في ذلك تاريخها، ونموذج أعمالها، وأدائها المالي، ومركزها التنافسي في السوق، وخصائص أسهمها من حيث السيولة والتقلب. تتميز هذه الشركات بكونها من بين الأكبر والأكثر تأثيرا في الاقتصاد العالمي، وتمتلك أسهمها سيولة عالية وأسواق خيارات نشطة للغاية، مما يجعلها نطاق دراسة مثاليا لاختبار وتطبيق نماذج تسعير الخيارات المتقدمة. حيث إن التباين في نماذج أعمالها ومراحل نموها ومصادر إيراداتها يُوفر بيئة غنية لدراسة كيفية تأثير هذه العوامل الأساسية على تسعير المشتقات المالية المرتبطة بها. وعليه فإن هذا المبحث يهدف إلى وضع الأسس اللازمة للفصول التجريبية اللاحقة في الأطروحة من خلال تقديم صورة واضحة ومتكاملة لكل شركة من الشركات الخمس، مع التركيز على الجوانب الأكثر صلة بتحليل تسعير الخيارات. سيتم استعراض كل شركة بالتفصيل، وصولًا إلى خاتمة تلخص أهمية وتماسك نطاق الدراسة المختار.

أ) شركة NVIDIA (NVDA)

تأسست شركة NVIDIA (NVDA) في ولاية كاليفورنيا في 5 أبريل 1993 من طرف (Jensen Huang, Chris Malachowsky, Curtis Priem) وأعيد تأسيسها في ولاية ديلاوير (Delaware) في 1 أبريل 1998 (*Our History: Innovations Over the Years | NVIDIA*, n.d.). طرحت الشركة أسهمها للاكتتاب العام الأولي (IPO) في 22 جانفي 1999 بسعر 12 دولارا للسهم، تركز NVIDIA أعمالها بشكل استراتيجي على ريادة مجال الحوسبة المعتمدة على الذكاء الاصطناعي (*NVIDIA Corporation - Investor Resources* -, n.d.). وتشمل مجالات عملها تصميم وحدات معالجة الرسوميات (GPUs)، ووحدات معالجة البيانات (DPUs)،

بالإضافة إلى الذكاء الاصطناعي (AI) ومراكز البيانات، حيث اكتسبت الشركة شهرة عالمية بسبب دورها المحوري في تطور الذكاء الاصطناعي والحوسبة السحابية، حيث تُعد رائدة في توفير البنية التحتية اللازمة لتشغيل نماذج الذكاء الاصطناعي الكبيرة (LLMs) مثل تلك المستخدمة في OpenAI و Meta. كما أنها أصبحت المحرك الأكبر لإيراداتها مؤخرًا. وتحتفظ الشركة بحضور كبير وقوي في قطاع الألعاب من خلال بطاقات الرسوم GeForce، وإن كان هذا القطاع يمثل نسبة أقل من إجمالي الإيرادات مقارنة بمراكز البيانات (*Our History: Innovations Over the Years | NVIDIA*, n.d.). تشمل منتجاتها الرئيسية مجموعة واسعة من وحدات معالجة الرسومات المخصصة للألعاب (GeForce)، والتصوير الاحترافي، ومراكز البيانات (مثل معماريتي Hopper و Blackwell اللتين شهدتا أسرع تبني في تاريخ الشركة) (*NVIDIA Corp. (NVDA) | Company Valuation, Comparison, AI Analysis | Thematic | AI Powered Fundamental Research and Development Platform*, n.d.)، بالإضافة إلى منصات وبرمجيات الذكاء الاصطناعي مثل NVIDIA NIM و DGX Cloud، ومنصة DRIVE المخصصة لصناعة السيارات.

✓ الأداء المالي لشركة NVIDIA:

في الآونة الأخيرة أظهرت NVIDIA أداءً ماليًا استثنائيًا، حيث سجلت إيرادات قياسية بلغت 130.5 مليار دولار للسنة المالية 2025 (بزيادة 114% على أساس سنوي) وإيرادات ربع سنوية قياسية بلغت 39.3 مليار دولار في الربع الرابع من السنة المالية 2025 (بزيادة 78% على أساس سنوي) (NVIDIA Announces Financial Results for Fourth Quarter and Fiscal 2025 | NVIDIA Newsroom, n.d.). كان هذا النمو الهائل مدفوعًا بشكل أساسي بقطاع مراكز البيانات الذي سجل نموًا سنويًا بنسبة 142% ونموا ربع سنويًا بنسبة 93% (*NVIDIA Corp. (NVDA) | Company Valuation, Comparison, AI Analysis | Thematic | AI Powered Fundamental Research and Development Platform*, n.d.). تتمتع الشركة بربحية استثنائية وهوامش ربح مرتفعة جدًا، بالإضافة إلى مركز سيولة وملاءة مالية قويين مع مستويات ديون منخفضة.

ويتم تداول أسهم NVIDIA في بورصة ناسداك (NASDAQ) تحت الرمز NVDA. تبلغ قيمتها السوقية مستويات تقارب 2.7 تريليون دولار (في ماي 2025)، ممّا يضعها ضمن الشركات العملاقة (Mega-cap). تتميز أسهمها بنسبة سعر إلى أرباح (P/E Ratio) مرتفعة نسبيًا (حوالي 14.7 مرة للأرباح المحققة "TTM" و 27.2 مرة للأرباح المتوقعة "Forward" في ماي 2025)، مما يعكس توقعات النمو العالية للمستثمرين.

وتتمتع الأسهم بسيولة عالية جدًا وهذا ما يتضح من أحجام التداول الكبيرة، ولكنها تتسم أيضًا بتقلبات سعرية حادة وكبيرة. كما أن الشركة تدفع توزيعات أرباح صغيرة وقامت مؤخرًا بتجزئة السهم بنسبة 10 إلى 1 لتسهيل تداوله على نطاق أوسع (Benzinga, 2025a). ويتميز سوق خيارات أسهم NVIDIA أنه نشط للغاية، ويتميز أيضا بأحجام تداول وعقود مفتوحة (Open Interest) كبيرة. تشير بيانات تداول الخيارات إلى وجود اهتمام كبير من كبار المستثمرين من رغم وجود توجهات صعودية وهبوطية معًا (45% صعودية مقابل 40% هبوطية في تحليل واحد)، الأمر الذي يعكس حالة من عدم اليقين وتقدير للمخاطر العالية المرتبطة بالسهم (*NVIDIA Corp. (NVDA) | Company Valuation, Comparison, AI Analysis | Thematic | AI Powered Fundamental Research and Development Platform*, n.d.).

✓ المكانة السوقية والأهمية في الدراسة

تعتبر شركة NVIDIA رائدة بلا منازع في سوق وحدات معالجة الرسوميات ومسرعات الذكاء الاصطناعي، وهي مكونات أساسية للثورة التكنولوجية الحالية في مجال الذكاء الاصطناعي. وقد عززت مكانتها من خلال شراكات استراتيجية قوية مع كبرى شركات الحوسبة السحابية مثل AWS و Microsoft Azure و Google Cloud (*NVIDIA Announces Financial Results for Fourth Quarter and Fiscal 2025 | NVIDIA Newsroom*, 2025). ورغم ذلك فإن الشركة تواجه العديد من التحديات والمخاطر، بما في ذلك المنافسة المتزايدة، القيود المفروضة على الصادرات (خاصة إلى الصين) وقيود سلاسل التوريد (Supply Chain) العالمية لأشباه الموصلات (T. Tan, 2025).

تكمن أهمية NVIDIA لهذه الدراسة في كونها تمثل أنموذجًا لشركة تشهد نموا هائلا (Hyper-Growth) مدفوعًا بموجة تكنولوجية محددة (الذكاء الاصطناعي) (Gong, 2024). إن ريادتها المطلقة في مجال رقائق الذكاء الاصطناعي تعزى إلى ميزة المحرك المبكر في تقنية GPU والابتكار المستمر والتوسع الاستراتيجي في المجالات عالية النمو مثل الذكاء الاصطناعي والقيادة الذاتية كونها المحرك المباشر لنموها المالي في الإيرادات والأرباح (J. Wang, 2025). هذا النمو السريع والاعتماد الكبير على دورة الذكاء الاصطناعي يخلقان توقعات سوقية عالية جدًا، ولكنهما يؤديان أيضًا إلى تقلبات سعرية كبيرة ومخاطر ملحوظة في أسهمها (Gong, 2024). هذا المزيج من النمو الهائل والتقلب الشديد يؤثر بشكل مباشر على تسعير خياراتها، حيث ترتفع علاوة المخاطرة (premium) لتعكس كلاً من الإمكانات الهائلة والمخاطر الكبيرة التي يراها السوق. وبالتالي تعتبر NVIDIA حالة دراسية مثالية لاختبار قدرة نماذج التسعير على التعامل مع مختلف سيناريوهات النمو المفرط والتقلبات العالية.

ب) شركة Microsoft (MSFT)

شركة مايكروسوفت Microsoft هي شركة أمريكية متعددة الجنسيات، وتكتل تكنولوجيا مقرها في (Redmond, Washington) (*Microsoft Investor Relations - FAQs*, n.d.). تأسست الشركة في عام 1975، وأصبحت مؤثرة في ظهور أجهزة الحاسوب الشخصية من خلال برامج مثل Windows، وتوسعت الشركة منذ ذلك الحين لتشمل خدمات الإنترنت و الحوسبة السحابية وألعاب الفيديو وغيرها من المجالات. تعد شركة Microsoft من أعرق عمالقة التكنولوجيا في العالم. كما أنها من أكبر صانع برمجيات، وواحدة من أكثر الشركات العامة في الولايات المتحدة قيمة، وواحدة من أكثر العلامات التجارية قيمة على مستوى العالم. تنقسم أعمالها حاليًا إلى ثلاث قطاعات رئيسية: قطاع الإنتاجية والعمليات التجارية (Productivity and Business Processes) الذي يشمل منتجات مثل Microsoft 365 (المعروف سابقًا بـ Office 365) و Dynamics 365؛ وقطاع الحوسبة السحابية الذكية (Cloud computing) الذي يعتبر Azure محوره الأساسي وأهم محركات النمو للشركة (Dent, 2017)، وقطاع الحوسبة الشخصية ( More Personal Computing) الذي يضم نظام التشغيل Windows وأجهزة Surface ومنصة الألعاب Xbox. تتمثل استراتيجية الشركة المعلنة في "تمكين كل شخص وكل منظمة على هذا الكوكب من تحقيق المزيد"، مع تركيز استراتيجي واضح على تعزيز ريادتها في الحوسبة السحابية ودمج الذكاء الاصطناعي بشكل مكثف عبر جميع منتجاتها وخدماتها مثل Copilot و Azure AI. تتمثل استراتيجية الشركة المعلنة في "تمكين كل شخص وكل منظمة على هذا الكوكب من تحقيق المزيد" (*Our Mission and Values | About Microsoft*, n.d.)، مع تركيز استراتيجي واضح على تعزيز ريادتها في التخزين السحابي (تحتل Azure المرتبة الثانية عالميًا بعد AWS 10) ودمج الذكاء الاصطناعي بشكل مكثف عبر جميع منتجاتها وخدماتها (Copilot و Azure AI).

✓ الأداء المالي لشركة Microsoft:

تتمتع شركة Microsoft بأداء مالي قوي ومستقر، حيث حققت إيرادات بلغت 70.1 مليار دولار في الربع الثالث من السنة المالية 2025، بزيادة 13% سنويا. وقد كان النمو مدفوعًا بشكل رئيسي بقطاع الحوسبة السحابية (نمت إيرادات Azure بنسبة 33% سنويا) وقطاع Microsoft 365. تحافظ الشركة على ربحية قوية ومتسقة وتلتزم بإعادة القيمة للمساهمين، حيث أعادت 9.7 مليار دولار في الربع الثالث من السنة المالية 2025 من خلال توزيعات الأرباح وإعادة شراء الأسهم (*FY25 Q3 - Press Releases - Investor Relations - Microsoft*, n.d.).

يتم تداول أسهم Microsoft في بورصة ناسداك (NASDAQ) تحت الرمز MSFT. تبلغ قيمتها السوقية مستويات هائلة تتراوح بين 2.9 و 3.1 تريليون دولار مما يجعلها واحدة من أكبر الشركات في العالم. على مدار 12 شهرا اللاحقة حققت الشركة إيرادات بقيمة 262 مليار دولار، محققة أرباحا تشغيلية كبيرة قدرها 118 مليار دولار وصافي دخل قدره 93 مليار دولار. في الاخير سيعتمد رد فعل السهم على الأرباح القادمة بشكل كبير على كيفية مقارنة النتائج الفعلية بتقديرات الإجماع هذه وتوقعات السوق الإجمالية ( Trefis Team, 2025). تتميز أسهمها بنسبة سعر إلى أرباح معتدلة مقارنة ببعض شركات التكنولوجيا الأخرى ذات النمو المفرط. تدفع الشركة توزيعات أرباح ربع سنوية منتظمة (0.83 دولار للسهم حاليًا) وتوفر خططًا لشراء الأسهم مباشرة وإعادة استثمار الأرباح. تتمتع أسهمها بسيولة عالية جدًا وسوق خيارات نشط. تشهد الأسهم تقلبات، خاصة حول مواعيد إعلان النتائج المالية، حيث يمكن أن تؤثر مفاجآت الأرباح أو توقعات النمو المستقبلي بشكل كبير على الأسعار.

✓ المكانة السوقية والأهمية في الدراسة

تحتل Microsoft مكانة مهيمنة في سوق أنظمة تشغيل الحواسيب الشخصية (Windows) وبرمجيات الإنتاجية المكتبية (Microsoft 365)، وهي لاعب رئيسي ومنافس قوي في سوق البنية التحتية للحوسبة السحابية (Azure). تستثمر الشركة بكثافة في مجال الذكاء الاصطناعي وتعتبره محرك نمو استراتيجي للمستقبل. تكمن أهمية Microsoft لهذه الدراسة في أنها تمثل شركة تكنولوجية عملاقة ومتنوعة تجمع بين أعمال ناضجة ومستقرة وأخرى عالية النمو (السحابة والذكاء الاصطناعي). هذا المزيج يجعلها حالة مثالية لتحليل تسعير الخيارات لشركة تخضع لتحول كبير مدفوع بالذكاء الاصطناعي مع الحفاظ على درجة من الاستقرار من خلال سياسات توزيع الأرباح وإعادة شراء الأسهم، مما يوفر ملف أخطار وعائد مختلف عن NVIDIA (Boyd et al., 2025). إن نجاح Microsoft في توسيع نطاق أعمالها السحابية Azure ودمج خدمات الذكاء الاصطناعي ذات الهامش المرتفع يساهم بشكل مباشر في تعزيز الربحية الإجمالية وتحسين هوامش التشغيل. هذه القدرة المالية تمكنها من إعادة رأس المال للمساهمين باستمرار من خلال توزيعات الأرباح وعمليات إعادة شراء الأسهم الكبيرة. هذا المزيج الفريد من إمكانات النمو (التي تدفع أقساط المخاطرة في الخيارات) والاستقرار النسبي المدعوم بتوزيعات الأرباح وإعادة الشراء (مما قد يقلل من تقلبات الجانب السلبي) يخلق بيئة معقدة، ولكنها غنية لاختبار نماذج تسعير الخيارات. يجب أن تأخذ هذه النماذج في الاعتبار كلاً من توقعات النمو المستقبلية وتأثير سياسات إعادة القيمة للمساهمين على ملف المخاطر الإجمالي للسهم، والذي ينعكس بدوره في أسعار الخيارات (Wash, 2025).

ت) شركة (Alphabet Inc./Google LLC)

تأسست شركة Google في 7 سبتمبر 1998 في مرآب بكاليفورنيا عندما التقى الطالبان Larry Page و Sergey Brin من جامعة ستانفورد (Stanford University) (Robicheaux & Herrington, 2007). وفي عام 2015 تأسست شركة Alphabet Inc كشركة قابضة جديدة نتجت عن إعادة هيكلة شركة Google. تهدف هذه الهيكلة إلى جعل أعمال Google الأساسية أكثر تركيزًا ومساءلة، مع منح استقلالية أكبر للشركات التابعة التي تعمل في مجالات أخرى. وتعتبر خدمات الإنترنت التي تقدمها Google النشاط التجاري الأساسي للشركة، وعلى رأسها محرك البحث Google Search الذي يتمتع بحصة سوقية مهيمنة تتجاوز 90% عالميًا، والإعلانات الرقمية (عبر منصات Google Ads و YouTube) التي تشكل المصدر الرئيسي للإيرادات بأكثر من 80% (Panayotov, 2021)، ونظام تشغيل الهواتف المحمولة Android الذي يهيمن أيضًا على السوق العالمي، بالإضافة إلى متصفح Chrome وخرائط Google ( Waze, Maps and Earth)، Gmail، التخزين السحابي (Cloud)، اللغات (Translate)، تخزين الصور (Photos)، الاتصالات المرئية (Meet). تشمل قطاعات النمو الأخرى منصة الحوسبة السحابية Google Cloud Platform (GCP)، التي تعد ثالث أكبر لاعب في السوق، وقطاع الأجهزة (Hardware) الذي يضم هواتف Pixel ومنتجات Nest المنزلية الذكية، واشتراكات YouTube. يضم قطاع الرهانات الأخرى مشاريع طموحة ومستقبلية مثل Waymo (السيارات ذاتية القيادة التي كانت تُعرف سابقًا باسم مشروع سيارة جوجل ذاتية القيادة)، Verily (علوم الحياة)، المدن الذكية (Sidewalk Labs) ونماذج المحولات (Google DeepMind) (Franklin-Wallis, 2020). وتشمل منتجات Google المتوقفة الألعاب (Stadia) (Peters & Cranz, 2022).

✓ الأداء المالي لشركة Google:

تتمتع Google بقاعدة إيرادات ضخمة بلغت 350 مليار دولار في عام 2024، تأتي غالبيتها من الإعلانات، مع نمو قوي ومستمر في قطاع الحوسبة السحابية. تحقق الشركة هوامش ربح عالية ومستمرة وتتمتع بمركز مالي قوي يتميز بانخفاض نسبة الدين إلى حقوق الملكية وارتفاع نسبة السيولة الحالية.

تُظهر أسهم Google ديناميكيات تقلب متميزة، حيث يجمع السهم بين الاستقرار في العوائد السنوية والمرونة في الاستجابة للأحداث السوقية المفاجئة، مثل الإعلانات التنظيمية أو تحديثات خوارزميات البحث. ويتم تداول أسهم Google في بورصة (NASDAQ) تحت رمزين مختلفين لفئتين من الأسهم: GOOGL (للفئة A ذات حقوق التصويت) و GOOGL (للفئة C عديمة حقوق التصويت). تبلغ قيمتها السوقية حوالي 2 تريليون دولار ممّا يضعها في فئة الشركات العملاقة. غالبًا ما تكون نسبة السعر إلى الأرباح

(P/E Ratio) لأسهمها أقل مقارنة ببعض نظيراتها في قطاع التكنولوجيا. تتمتع أسهمها بسيولة عالية جدًا وسوق خيارات نشط للغاية. تتأثر تقلبات أسعار أسهمها باتجاهات سوق الإعلانات، والضغوط التنظيمية (مكافحة الاحتكار)، والمنافسة في مجال الذكاء الاصطناعي، وأداء قطاع الحوسبة السحابية. بدأت الشركة مؤخرًا في دفع توزيعات أرباح (0.80 دولار سنويًا) (Harrell, 2024) ولديها برامج ضخمة لإعادة شراء الأسهم. يمكن للمستثمرين استخدام استراتيجيات خيارات مثل (covered strangle) لتوليد دخل إضافي وإدارة التقلبات، خاصة وأن التقلب الضمني المرتفع نسبيًا يجعل بيع الأقساط جذابًا.

✓ المكانة السوقية والأهمية في الدراسة

تهيمن Alphabet أو Google على سوق البحث والإعلانات الرقمية، وهي جزء أساسي من اقتصاد الإنترنت.15 كما أنها لاعب رئيسي في الحوسبة السحابية وتستثمر بكثافة في الذكاء الاصطناعي (مثل نماذج Gemini) عبر جميع خدماتها.

تكمن أهمية Google لهذه الدراسة في التوتر القائم بين أعمالها الأساسية الناضجة والمربحة للغاية (الإعلانات والبحث) والمخاطر المحتملة التي تواجهها والمتمثلة في الاضطراب الناجم عن الذكاء الاصطناعي والإجراءات التنظيمية لمكافحة الاحتكار. هذا التوتر يؤثر على ملف المخاطر الخاص بها وربما على تقييمها السوقي، وينعكس في تسعير خياراتها. إن الهيمنة الراسخة في البحث والإعلانات تولد تدفقات نقدية هائلة ومستقرة (Grenish, 2025). ومع ذلك، تواجه هذه الهيمنة تهديدات كبيرة من تقنيات البحث المدعومة بالذكاء الاصطناعي والإجراءات التنظيمية والقانونية. حيث يخلق هذا التعارض توترًا بين وضعها الحالي كمصدر رئيسي للتدفقات النقدية وعدم اليقين المستقبلي، وهو ما قد ينعكس في مضاعفات تقييم أقل مقارنة بالنظراء والمنافسين على الرغم من قوتها المالية، ويؤدي إلى تقلبات سعرية حادة عند ظهور أخبار تتعلق بهذه المخاطر (*Impact on Google Stock Prices If Forced to Sell Google Chrome*, 2024). يجب أن تكون نماذج تسعير الخيارات قادرة على التقاط هذا المزيج الفريد من الربحية المستقرة والمخاطر الكبيرة (أو الفرص) الناتجة عن الاضطرابات المحتملة، وهو ما قد ينعكس في انحراف (skewness) أو تفلطح (kurtosis) التوزيعات الضمنية المشتقة من أسعار الخيارات. كما أن هيكل أسهمها المزدوج (GOOGL/GOOG) يمثل سمة فريدة بين شركات هذه المجموعة، على الرغم من أن كلا الفئتين تتمتعان بسيولة عالية. يُعد تحليل خيارات Google فرصة لفحص قدرة النماذج المتقدمة مثل نماذج انتشار القفزات (Jump Diffusion) أو النماذج اللاماركوفية على التقاط تغيّرات حادة في الهيكل الزمني للتقلبات.

ث) شركة أمازون (Amazon.com, Inc)

شركة Amazon هي شركة أمريكية متعددة الجنسيات مقرها في سياتل، واشنطن (Seattle, Washington). تأسست في 5 جويلية 1994 على يد (Jeffrey Preston Bezos). وتُعد أمازون أكثر الشركات العالمية تأثيرا في التجارة الإلكترونية والخدمات اللوجستية والحوسبة السحابية، كما تشكل أكبر متاجر التجزئة القائمة على الإنترنت في العالم من حيث إجمالي المبيعات والقيمة السوقية (Barney, 2011). رغم أنها تأسست في أول الأمر كمتجر لبيع الكتب عبر الإنترنت، وأجرت طرحها العام الأولي في عام 1997. وتنقسم أعمالها الرئيسية إلى:

- التجارة الإلكترونية (E-commerce): تدير سوقا ضخما عبر الإنترنت حيث يتم تقديم مجموعة واسعة من المنتجات بما في ذلك منتجات من بائعين خارجيين يمثلون حوالي 60% من المبيعات. ويشمل هذا القطاع خدمة الاشتراك الشهيرة Prime والذي يمثل حوالي 80% من إجمالي إيرادات الشركة (Gordon, 2025)؛

- خدمات أمازون ويب (Amazon Web Services - AWS): منصة الحوسبة السحابية الرائدة عالميًا، بحصة سوقية تبلغ حوالي 1/3. تتميز بربحية عالية جدًا وتقدم مجموعة واسعة من خدمات البنية التحتية والمنصات للشركات. يمثل هذا القطاع حوالي 20% من إجمالي الإيرادات، ولكنه يساهم بنسبة أكبر بكثير في الدخل التشغيلي (*Cloud Computing Services - Amazon Web Services (AWS)*, 2025)؛

- قطاعات أخرى: تشمل الإعلانات الرقمية، وخدمات البث (Prime Video)، والمتاجر الفعلية (بعد الاستحواذ على Whole Foods)، والأجهزة الإلكترونية (مثل Kindle و Echo) (Waters, 2025).

✓ الأداء المالي لشركة Amazon:

ركزت الشركة مؤخرًا على تحسين الربحية وتوليد التدفق النقدي الحر بعد فترات من الاستثمار المكثف في البنية التحتية اللوجستية، حيث تتمتع Amazon بحجم إيرادات هائل بلغ 638 مليار دولار سنويًا فقد ارتفع صافي المبيعات بنسبة 11٪ ليصل إلى 638 مليار دولار في عام 2024، مقارنة ب 574.8 مليار دولار في عام 2023. باستثناء التأثير السلبي البالغ 2.3 مليار دولار من التغيرات السنوية في أسعار صرف العملات الأجنبية على مدار العام، ارتفع صافي المبيعات بنسبة 11٪ مقارنة بعام 2023. وقد زادت مبيعات قطاع أمريكا الشمالية بنسبة 10٪ على أساس سنوي لتصل إلى 387.5 مليار دولار. فيما ارتفعت مبيعات القطاعات الدولية بنسبة 9٪ على أساس سنوي لتصل إلى 142.9 مليار دولار، أو زادت بنسبة 10٪ باستثناء التغيرات في أسعار صرف العملات الأجنبية. ارتفعت مبيعات قطاع AWS بنسبة 19٪ على أساس سنوي لتصل إلى 107.6 مليار دولار. (*Amazon.Com Announces Fourth Quarter Results*, 2025).

يتم تداول أسهم Amazon في بورصة ناسداك (NASDAQ) تحت الرمز AMZN. تبلغ قيمتها السوقية حوالي 1.9 إلى 2 تريليون دولار، مما يضعها في فئة الشركات العملاقة. تشهد أسهمها تقلبات ترتبط باتجاهات التجارة الإلكترونية، نمو قطاع AWS، المنافسة والظروف الاقتصادية العامة. تتمتع أسهمها وسوق خياراتها بسيولة عالية جدًا. تُستخدم نماذج تقييم مختلفة مثل نموذج التدفق النقدي الحر للشركة (Free Cash-Flow to The Firm - FCFF) وأنموذج تسعير الأصول الرأسمالية (CAPM) (حيث قُدرت ($\beta$) بحوالي 1.18) وأنموذج القيمة المعرضة للخطر (VaR) (قدرت بـ -2.71% في نفس الدراسة) لتقييم السهم وتقدير مخاطره (Jin et al., 2024). يعتبر التحوط باستخدام خيارات البيع (put options) استراتيجية مطروحة لإدارة المخاطر. لا تدفع الشركة توزيعات أرباح ولديها تاريخ من تجزئة الأسهم، بما في ذلك تجزئة بنسبة 1/20 في عام 2022 (Palmer, 2022).

✓ المكانة السوقية والأهمية في الدراسة

تعتبر Amazon رائدة مهيمنة في التجارة الإلكترونية في العديد من الأسواق العالمية، وتكمن أهمية Amazon لهذه الدراسة في أنها تمثل مزيجا فريدا بين عملية تجزئة ضخمة ذات هوامش ربح منخفضة نسبيا وأعمال خدمات تكنولوجية عالية النمو وهوامش ربح مرتفعة (AWS). هذه الازدواجية تؤثر على التقييم العام للشركة وملف المخاطر الخاص بها. إن أداءها حسّاس لكل من الإنفاق الاستهلاكي الذي يؤثر على التجارة الإلكترونية والإنفاق المؤسسي على تكنولوجيا المعلومات الذي يؤثر على AWS. تستخدم Amazon الأرباح العالية الناتجة عن AWS لتمويل استثمارات ضخمة وتوسيع نطاق أعمالها في التجارة الإلكترونية ذات الهامش المنخفض (Vidani, 2024). في حين أن هذا قد أثّر سلبا على الربحية الإجمالية، وقد تحول التركيز مؤخرا نحو تحسين التدفق النقدي الحر FCFF. يخلق هذا التفاعل تحديًا في التقييم: ما هي القيمة الحقيقية لقطاع التجارة الإلكترونية المكتمل والمهيمن مقابل قطاع AWS عالي النمو؟ ويساهم عدم اليقين إلى جانب الحساسية لعوامل اقتصادية مختلفة في التقلبات الملحوظة وديناميكيات تسعير الخيارات المعقدة، فقد يقوم المتداولون بتسعير سيناريوهات مختلفة لكل قطاع. هذا يجعلها حالة مثالية لدراسة كيفية تأثير محركات اقتصادية مختلفة على تسعير خيارات شركة تكنولوجية متنوعة الأنشطة. مما يجعلها أنموذجا ممتازا لدراسة تسعير الخيارات (Di Pizio, 2025). تحظى خيارات Amazon بانتشار واسع في السوق، وتتسم بتباين تقلباتها الضمنية حسب فترات الاستحقاق، وهو ما يسمح بدراسة سلوك سطح التقلب الضمني باستخدام أدوات التحليل العددي وتقريب حلول للمعادلات التفاضلية الجزئية PDE.

ج) شركة Apple (AAPL)

تأسست شركة Apple في 01 أبريل عام 1976 تحت اسم Apple Computer Company على يد كل من (Steve Jobs، Stephen Gary Wozniak و Ronald Gerald Wayne)، بهدف تطوير وتسويق أول حاسوب شخصي من تصميم Wozniak، وهو جهاز Apple 1. وسرعان ما أعاد Jobs و Wozniak هيكلة الكيان المؤسسي، ليتم في عام 1977 تسجيل الشركة رسميًا باسم Apple Computer, Inc. وفي نفس العام أطلقت الشركة حاسوبها الثاني Apple 2 الذي اعتُبر من أوائل الحواسيب الشخصية الناجحة تجاريا وأحد أبرز المنتجات التي ساهمت في ترسيخ سوق الحوسبة المنزلية. تشمل المنتجات الأساسية في محفظة Apple التقنية كلًا من الهاتف الذكي آيفون (iPhone)، الحاسوب اللوحي آيباد (iPad)، وسلسلة الحواسيب الشخصية ماكنتوش (Macintosh). وقد أسّس الشركة كل من Steve Jobs وStephen Wozniak في 1 أبريل عام 1976، تحت اسم (Apple Computer, Inc.)، وتم تسجيلها رسميًا كشركة مساهمة في 03 جانفي عام 1977، في Cupertino بولاية California، حيث لا تزال تحتفظ بمقرها الرئيسي. وخلال العقود الثلاثة الأولى من تاريخها، ركزت الشركة بشكل رئيس على سوق الحواسيب الشخصية، حيث طورت خطوط إنتاج بارزة مثل Apple II وMacintosh وPower Macintosh، إلا أن تلك الفترة اتسمت بتحديات كبيرة تمثلت في انخفاض الحصة السوقية وضعف المبيعات، لا سيما في تسعينيات القرن العشرين. وفي تحول محوري في تاريخ الشركة، عاد Steve Jobs إلى القيادة في عام 1997 بعد استحواذ آبل على شركته الناشئة "NeXT". قاد Steve Jobs الشركة نحو إعادة ابتكار علامتها التجارية وهويتها التصميمية، من خلال التركيز على منتجات عالية الجودة تجمع بين الابتكار التكنولوجي والتصميم البسيط والأنيق. وقد كانت بداية هذا التحول مع إطلاق جهاز iMac عام 1998، والذي مثّل انطلاقة جديدة عززت من موقع Apple كواحدة من أبرز الشركات التقنية في العالم. تشمل أعمالها الرئيسية:

- الأجهزة (Hardware): يعتبر iPhone المحرك الرئيسي للإيرادات (يمثل حوالي 50% من الإجمالي). تشمل أجهزة الأخرى؛ الكمبيوتر Mac، والأجهزة اللوحية iPad، وساعات Apple Watch، وسماعات AirPods؛
- البرمجيات (Software): تطور الشركة أنظمة تشغيل خاصة بها مثل iOS لأجهزة iPhone و iPad، و macOS لأجهزة Mac، و watchOS لساعات Apple Watch، و tvOS لأجهزة Apple TV؛
- الخدمات (Services): قطاع مهم جدا حيث يمثل حوالي 26% من الإيرادات، ويشمل متجر التطبيقات App Store، وخدمات التخزين السحابي iCloud، وخدمة بث الموسيقى Apple Music، وخدمة بث الفيديو Apple TV+، وخدمة الدعم AppleCare، الإعلانات، وخدمة الدفع Apple Pay.

✓ الأداء المالي لشركة Apple:

تعتبر Apple أكبر شركة تكنولوجية من حيث الإيرادات (391 مليار دولار في السنة المالية 2024) وغالبًا ما تكون الأكبر من حيث القيمة السوقية حيث تتجاوز قيمتها 3.38 تريليون دولار (Di Pizio, 2024). يتم تداول أسهمها في بورصة (NASDAQ) تحت الرمز AAPL. تشتهر الشركة بربحيتها العالية وعلامتها التجارية المتميزة. تحقق الشركة عوائد استثنائية على حقوق الملكية (ROE تتجاوز 140%) وعائدًا مرتفعًا جدا على رأس المال المستثمر (ROIC)، يتفوق بشكل كبير على نظيراتها (Khan, 2022, p. 54).

يعتبر سهم Apple استثمارا أكثر أمانا نسبيا من قبل البعض ضمن أسهم التكنولوجيا الكبرى، ولكنه لا يزال عرضة للتقلبات المرتبطة بدورات إطلاق المنتجات الجديدة (خاصة iPhone)، والظروف الاقتصادية التي تؤثر على الإنفاق الاستهلاكي، والمخاوف التنظيمية خاصة المتعلقة بمتجر التطبيقات. تتمتع أسهمها بسيولة فائقة للغاية، ويعتبر سوق خياراتها من أنشط الأسواق عالميًا. تدفع الشركة توزيعات أرباح (1 دولار سنويًا) وتقوم بتنفيذ برامج ضخمة لإعادة شراء الأسهم (Benzinga, 2025b). غالبًا ما تكون قيمة بيتا للسهم حوالي 1.2 إلى 1.3، مما يشير إلى أخطار نظامية أعلى قليلاً من السوق ككل، وإن كانت أقل من بعض شركات التكنولوجيا الأخرى. يُستخدم أنموذج تسعير الأصول الرأسمالية (CAPM) بشكل متكرر لتقييم السهم وتقدير عائده المتوقع (Mirzayev, 2022).

✓ المكانة السوقية والأهمية في الدراسة

تُعد Apple من الشركات الرائدة وتستند مكانتها إلى نظام بيئي متكامل ومغلق يعزز ولاء العملاء ويدعم قوتها التسعيرية. وتعتمد الشركة بشكل متزايد على نمو قطاع الخدمات وتوسيع قاعدة أجهزتها المثبتة رغم مواجهتها تحديات مثل تباطؤ الابتكار في الأجهزة والمخاطر الجيوسياسية، خاصة تلك المرتبطة بعلاقتها مع الصين. تبرز أهمية Apple في هذا البحث كونها تمثل أنموذجًا لشركة تكنولوجية ناضجة تتمتع بأساسيات مالية قوية وعلامة تجارية مرموقة ونظام بيئي يدمج الأجهزة والبرمجيات والخدمات، ممّا يؤدي إلى عائد مرتفع على رأس المال وتوليد تدفقات نقدية حرة ضخمة. وتستخدم الشركة هذه القوة المالية في تنفيذ عمليات إعادة شراء أسهم وتوزيع أرباح منتظمة، ما يدعم سعر سهمها ويُقلل من تقلباته مقارنة بشركات النمو المرتفع (Song, 2024). تنعكس هذه العوامل على تسعير خيارات Apple، حيث يُتوقع أن تظهر خصائص مميزة مثل تقلب ضمني أقل أو انحراف مختلف (L. Zou, 2022)، مقارنة بشركات تعتمد بشكل أكبر على توقعات النمو المستقبلي مثل NVIDIA. وعليه، تُعد Apple مثالًا مثاليًا لتحليل تسعير الخيارات لشركة ذات أساسيات قوية ونمو مستقر نسبيًا (Chiang et al., 2022).

إضافة إلى الشركات المذكورة التي هي محل دراستنا، فإننا أضفنا إلى هذه الدراسة صندوقي المؤشرات المتداولة (ETFs) وهما SPY و QQQ. وسنتعرض اليهما بالتفصيل.

أ) تقديم وتحليل صندوق SPDR S&P 500 ETF Trust (SPY)

يُعد صندوق SPDR S&P 500 ETF Trust الذي يتم تداوله تحت الرمز SPY أهم صندوق في عالم صناديق المؤشرات المتداولة[1] (ETFs). تم إطلاقه في 22 جانفي 1993 من قبل شركة State Street Global Advisors، ويعتبر أقدم صندوق مؤشرات متداولة في الولايات المتحدة، كما يعتبر أيضًا أحد أكبر الصناديق من حيث الأصول المُدارة (AUM) على مستوى العالم. يهدف SPY بشكل أساسي إلى محاكاة وتتبع أداء مؤشر Standard & Poor's 500 (S&P 500) (Prather et al., 2009). وهو المؤشر المرجعي الأكثر استخداما على نطاق واسع لسوق الأسهم الأمريكية للشركات الكبرى، كما يستخدمه المستثمرون على نطاق واسع بفضل سيولته وفعاليته من حيث التكلفة وقدرته على التداول كأسهم. وقد خضع SPY لدراسات عديدة ركّزت على أدائه وأنماط تداوله ونمذجته التنبؤية، لاسيما خلال فترات التقلبات مثل جائحة COVID-19 (Fulton, 2024). ويلعب SPY دورا محوريا كمعيار للسوق وأداة استثمارية للمستثمرين أفرادا ومؤسسات.

✓ المؤشر المرجعي: S&P 500 وانعكاسه على أداء صندوق SPY

يكمن جوهر صندوق SPY في المؤشر الذي يسعى إلى تتبعه وهو مؤشر S&P 500. يُعتبر هذا المؤشر مقياسًا رئيسيا لصحة سوق الأسهم الأمريكية والاقتصاد ككل. يتألف المؤشر من أسهم 500 من أكبر الشركات الأمريكية من حيث القيمة السوقية، والتي يتم اختيارها بعناية من قبل لجنة S&P Dow Jones Indices بناءً على معايير صارمة تشمل الحجم والسيولة والربحية وتمثيل القطاعات الصناعية. يتم ترجيح المؤشر بالقيمة السوقية، ممّا يعني أن الشركات ذات القيمة السوقية الأكبر (مثل Apple و Microsoft) لها التأثير الأكبر على تحركات المؤشر. يغطي المؤشر جميع قطاعات GICS (Global Industry Classification Standard) 11 (Nagy & Ormos, 2018)، ممّا يوفّر تمثيلا واسعا ومتنوعا للاقتصاد الأمريكي. يمثل المؤشر ما يقرب من 80% من إجمالي القيمة السوقية للأسهم الأمريكية المتاحة للتداول ممّا يجعله وكيلا ممتازا للسوق (*S&P 500® | S&P Dow Jones Indices*, 2025).

[1] الصناديق المتداولة في البورصة، أو صناديق الاستثمار المتداولة، هي مجموعة من الأوراق المالية التي يمكن شراؤها وبيعها في البورصة. وهي تتكون من استثمارات مثل الأسهم والسندات والسلع. تم تصميم صناديق الاستثمار المتداولة لتتبع قطاع معين وتقديم طريقة فعّالة من حيث التكلفة لتنويع محفظتك، وهو أمر بالغ الأهمية للنمو المالي طويل الأجل. تحظى صناديق الاستثمار المتداولة مثل SPY و QQQ بشعبية بين المستثمرين لتعدد استخداماتها وأدائها في تتبع مؤشرات السوق الرئيسية.

يسعى SPY إلى تقديم نتائج استثمارية تتوافق بشكل عام مع أداء السعر والعائد لمؤشر S&P 500، وقد نجح الصندوق في تحقيق ذلك بدرجة عالية من الدقة (*SPDR® S&P 500® ETF Trust*, 2025).

• إجمالي العائدات: يعكس أداء SPY أداء السوق الأمريكي. قد لا يُحقق نفس العوائد المرتفعة التي تحققها الصناديق المركزة على النمو خلال فترات ازدهار قطاعات معينة كالتكنولوجيا، إلا أنه يوفر أداءً أكثر استقرارا وتمثيلاً للاقتصاد الكلي. على مدى فترات طويلة حقّق SPY متوسط عائد سنوي يقارب 10%.

• التوزيعات: يقوم SPY بتوزيع أرباح الأسهم المجمعة من الشركات التي يحتفظ بها على أساس ربع سنوي. نظرا لاحتوائه على شركات من قطاعات متنوعة، بما في ذلك تلك التي تدفع أرباحًا بشكل تقليدي، فإن عائد التوزيع لـ SPY يكون أعلى نسبيًا مقارنة بالصناديق التي تركز على النمو حيث يتراوح عادة بين 1.2% و 1.5%.

نظرا لتنويعه الواسع وتتبعه لمؤشر السوق الشامل، يُعتبر SPY استثمارا ذا أخطار متوسطة نسبيًا:

• التقلب: يتميز SPY بتقلب أقل مقارنة بالصناديق المركزة قطاعيا أو الصناديق التي تركز على النمو. يقاس الانحراف المعياري لعائداته عادةً في نطاق 16-17% على مدى 3 أو 5 سنوات، وهو أقل من QQQ.

• بيتا (Beta): بحكم تعريفه كصندوق يتبع مؤشر S&P 500، فإن قيمة بيتا لصندوق SPY تكون قريبة جدًا من 1.0 عند قياسها مقابل مؤشر S&P 500 نفسه (CFI Team, 2024). هذا يعني أن الصندوق يميل إلى التحرك بنفس مقدار حركة السوق ككل.

• العائدات المعدلة للمخاطر: عند تقييم العائدات بالنسبة للمخاطر يقدم SPY أداءً قويًا ومستقرًا.

فيما يخص السيولة الاستثنائية فإنها تُعد إحدى السمات المميزة لصندوق SPY (An et al., 2023).

• حجم التداول وفروق الأسعار: يُعتبر SPY باستمرار أحد أكثر الأوراق المالية تداولًا في العالم، وغالبًا ما يكون الصندوق الأكثر تداولًا مطلقا بمتوسط حجم تداول يومي يتجاوز 75 مليون سهم. تترجم السيولة الهائلة إلى فروق أسعار ضيقة جدًا بين سعر العرض والطلب، ممّا يُقلل تكاليف التداول للمستثمرين.

• سوق الخيارات: يتمتع SPY بسوق خيارات هو الأكثر نشاطًا وعمقًا في العالم. يمثل حجم تداول خيارات SPY جزءًا كبيرًا من إجمالي حجم تداول خيارات صناديق المؤشرات المتداولة (حوالي 44% في عام 2024) (Trending Options Volume, 2025). تُستخدم خيارات SPY على نطاق واسع للتحوط من أخطار السوق، توليد الدخل، والمضاربة على اتجاه السوق أو تقلباته. غالبًا ما تكون نسبة البيع/الشراء (Put/Call Ratio) لخيارات SPY مرتفعة نسبيًا مما يشير إلى استخدامها المكثف لأغراض التحوط.

• دوره كمعيار وأداة تداول: نظرًا لسيولته العالية وتمثيله للسوق الواسع، يُستخدم SPY على نطاق واسع كمعيار لأداء سوق الأسهم الأمريكية وكأداة تكتيكية للتحوط أو الحصول على تعرض سريع للسوق.

ب) تقديم وتحليل صندوق Invesco QQQ Trust (QQQ)

يُعد صندوق Invesco QQQ Trust الذي يتم تداوله تحت الرمز QQQ وغالبًا ما يُشار إليه بـ "cubes"، واحدا من أشهر صناديق المؤشرات المتداولة (ETFs) وأكثرها تداولا في العالم. تم إطلاقه في 10 مارس 1999 بواسطة شركة Invesco PowerShares قبل عام من انفجار فقاعة الدوت كوم ( Dot-Com Bubble)، أصبح الصندوق المتداول في البورصة مرادفا تقريبا للاستثمار التكنولوجي، نظرا لتركيزه الكبير على قطاع التكنولوجيا والشركات غير المالية الكبرى. ويهدف الصندوق إلى تتبع أداء مؤشر Nasdaq-100. الذي يتكون من 100 أكبر شركة أمريكية أو نحو ذلك مدرجة في بورصة ناسداك، وقد حقّق مكاسب هائلة حوالي 430% على أساس العائد الإجمالي خلال العقد الماضي، أي ما يُقارب من ضعف مؤشر S&P 500 (Greifeld, 2023). ويُعتبر QQQ غالبًا مقياسًا لأداء قطاع النمو في سوق الأسهم الأمريكية وأداة استثمارية رئيسية للمستثمرين الذين يسعون للتعرض لهذا القطاع الديناميكي. وهذا بفضل محفظته الاستثمارية الغنية بشركات التكنولوجيا العملاقة مثل Apple و Microsoft و Amazon.com وغيرها.

✓ المؤشر المرجعي: Nasdaq-100 وانعكاسه على أداء صندوق QQQ

يستمد صندوق QQQ خصائصه المميزة من المؤشر الذي يتبعه، وهو مؤشر Nasdaq-100، والذي يتميز بتركيبة مختلفة عن مؤشرات السوق مثل S&P 500. يتألف Nasdaq-100 من أكبر 100 شركة غير مالية مدرجة في سوق Nasdaq، ويعتمد المؤشر على منهجية ترجيح معدّلة للقيمة السوقية، تهدف إلى تقليص تأثير الشركات الأكبر حجمًا وتعزيز التنويع ضمن مكونات المؤشر. ونتيجة لهذه المنهجية، يتركّز Nasdaq-100 بشكل ملحوظ في القطاعات التكنولوجية، ويشمل شركات رائدة في مجالات الاتصالات، التكنولوجيا الحيوية. هذا التركيز يجعل منه أحد المؤشرات العالمية التي تُعبّر عن نمو الابتكار التكنولوجي حول العالم، في ظل تزايد الترابط بين الشركات والدور المتعاظم للتكنولوجيا في الاقتصاد العالمي (Aliyev et al., 2020). على الرغم من طابعه التكنولوجي، يُظهر مؤشر Nasdaq-100 علاقة وثيقة في تقلباته مع مؤشر S&P 500، ما يعكس تفاعله المستمر مع الاتجاهات العامة للأسواق. كما يتميز المؤشر تاريخيًا بارتفاع نسبة السعر إلى الربحية (P/E ratio)، مقارنة بمؤشرات تقليدية أخرى، مثل مؤشر Nifty Fifty الذي ساد في سبعينيات القرن الماضي (Hirschey, 2001). وتُعد هذه النسب المرتفعة انعكاسًا لتوقعات السوق المتفائلة بشأن نمو أرباح الشركات التكنولوجية. من الناحية الديناميكية، يُظهر Nasdaq-100 نمطًا من صدمات التقلب غير المتماثلة، حيث تُسجّل الأسواق زيادات حادة في مستوى التقلب إثر الأخبار أو الأحداث السلبية، مقارنة بتأثير الأخبار الإيجابية، وهو ما يُعرف بظاهرة "الرافعة المالية للتقلبات" (Banerjee, 2022).

أما من حيث البنية التكوينية للمؤشر، فإن التغيرات في عضوية Nasdaq-100 تؤثر مباشرة على أداء الأسهم المعنية، إذ تشهد الشركات المضافة إلى المؤشر زيادات في أحجام التداول والسيولة، في حين تعاني الشركات المستبعدة من انخفاضات في هذه المؤشرات (Yu et al., 2014). وتُبرز هذه التغيرات أهمية المؤشر في التأثير على سلوك المستثمرين والسيولة السوقية.

✓ تحليل الأداء والمخاطر والسيولة لصندوق QQQ

تشير البيانات التاريخية إلى أن QQQ تفوّق على صندوق SPY، الذي يتتبع مؤشر S&P 500، في معظم سنوات العقد الماضي. فخلال فترات 3 و5 و10 سنوات، غالبًا ما تجاوزت العوائد السنوية المركبة (CAGR) لصندوق QQQ نظيرتها في SPY، مما يعكس تفوقًا طويل الأجل في الأداء. ومع ذلك، فإن هذا الأداء المتفوق لم يكن خاليًا من التحديات، إذ يرتبط بمستوى تقلب أعلى، ما يجعل QQQ عرضة للتراجع خلال فترات ضعف قطاع التكنولوجيا أو عند ارتفاع أسعار الفائدة (*Invesco QQQ ETF Performance*, 2025). فيما يخص توزيع الأرباح فإنه رغم أن QQQ يوزع الأرباح بشكل ربع سنوي، إلا أن عائد التوزيع يبقى منخفضًا نسبيًا، ويتراوح غالبًا بين 0.5% و0.7%. ويُعزى ذلك إلى طبيعة الشركات المكوّنة له، والتي تندرج ضمن أسهم النمو حيث تميل الشركات إلى إعادة استثمار أرباحها في التوسع والابتكار بدلاً من توزيعها على المساهمين (*QQQY | The Nasdaq 100 Enhanced Option*, 2025).

يُعتبر QQQ من حيث ملف المخاطر أكثر عرضة للتقلب مقارنة بالصناديق التي تعكس السوق الواسعة. ويرجع ذلك إلى التركيز القطاعي المرتفع على التكنولوجيا، بالإضافة إلى أسلوب الاستثمار المعتمد على النمو.

- التقلب (Volatility): يُظهر الصندوق انحرافًا معياريًا لعوائده في نطاق 20% إلى 21% خلال فترات الثلاث والخمس سنوات، وهو أعلى بشكل واضح من SPY، مما يجعله أكثر حساسية لأخبار قطاع التكنولوجيا، وتغير أسعار الفائدة، وإعلانات أرباح الشركات الرائدة (Szado & Schneeweis, 2011).
- بيتا (Beta): تبلغ قيمة بيتا الخاصة بـQQQ غالبًا ما بين 1.1 إلى 1.15 عند قياسها مقابل S&P 500، مما يشير إلى أن أداء الصندوق يميل إلى تعظيم تحركات السوق صعودًا وهبوطًا، أي أن QQQ أكثر استجابة لتغيرات السوق العامة (*QQQ – Risk – Invesco QQQ Trust*, 2025).
- التراجع الأقصى (Maximum Drawdown): بالنظر إلى تاريخه عانى QQQ من تراجعات كبيرة خلال فترات التصحيحات الحادة، مثل انهيار فقاعة الإنترنت في أوائل الألفينات، وكذلك الهبوط الحاد في عام 2022، مما يعكس مستوى أخطار مرتفع خلال الأزمات.

• العائد المعدل للمخاطر: على الرغم من تفوقه في إجمالي العوائد، إلا أن نسبة (Sharpe Ratio) وهي مقياس للعائد المعدل حسب المخاطر لا تكون دائمًا أعلى من SPY. فارتفاع التقلب يؤثر سلبًا على هذا المقياس، ما يجعل الأداء المعدل للمخاطر مرتبطًا بقوة بطبيعة الظروف السوقية والفترة الزمنية المعتمدة في التحليل (Invesco QQQ Growth Index, 2025).

✓ السيولة والتداول

يُعد QQQ واحدًا من أكثر صناديق المؤشرات تداولًا في الأسواق العالمية، ويتميز بسيولة مرتفعة للغاية.

• حجم التداول وفروق الأسعار: يبلغ متوسط حجم التداول اليومي للصندوق ما بين 40 إلى 60 مليون سهم، ما يعزز من سيولته ويؤدي إلى فروق أسعار ضيقة جدًا بين العرض والطلب، وهي ميزة مهمة للمستثمرين الذين يسعون لتنفيذ أوامرهم بسرعة وبأقل تكلفة (*QQQ 30-Day Average Daily Volume Insights | YCharts*, 2025).

• سوق الخيارات: يتمتع QQQ بـ سوق خيارات نشط وعميق، ويُعد ثالث أكثر صندوق يُستخدم في تداول الخيارات بعد SPY و TSLA. ويُوظَّف في مجموعة من الاستراتيجيات مثل التحوط، المضاربة على قطاع التكنولوجيا، وتوليد الدخل. كما أن نسبة البيع إلى الشراء في خياراته تُشير إلى وجود ميول قوية نحو المضاربة الصعودية بين المتداولين (*Trending Options Volume*, 2025b).

• دور QQQ كمؤشر مرجعي وأداة استراتيجية: إضافة إلى استخدامه كأداة تداول يومية، يُستخدم QQQ على نطاق واسع كمعيار لقياس أداء قطاع التكنولوجيا والنمو. ويعتمد عليه المستثمرون للحصول على تعرّض مباشر وسريع لأسهم التكنولوجيا الكبرى، أو للتحوط من مراكز قائمة في السوق.

يمثّل QQQ خيارًا استثماريًا جذابًا للمستثمرين الباحثين عن عوائد نمو مرتفعة، خاصة في بيئة داعمة لقطاع التكنولوجيا. إلا أن هذا الخيار يتطلب تحمّل مستوى أعلى من التقلب والمخاطر. ويبقى التقييم الموضوعي للصندوق رهينًا بمدى توافقه مع أهداف المستثمر الزمنية واستعداده لتحمل المخاطر، بالإضافة إلى إدراكه لدورة السوق واتجاهات أسعار الفائدة والابتكار التكنولوجي.

### 2.1.2 عينة الدراسة Sample Of The Study

لغرض تحقيق أهداف الدراسة فقد تم اختيار عينة دراسة تتكون من 160 خيار مبرم على صندوقي تداول SPY و QQQ و 05 شركات عالمية عملاقة ورائدة في القطاع التكنولوجي وهي: NVIDIA، Microsoft، Google، Amazon و Apple. وقد تم اختيار هذه العينة بعناية لتقييم ومقارنة أداء عدد من نماذج تسعير الخيارات المالية، وذلك بغية قياس دقة كل أنموذج في تمثيل الأسعار السوقية الفعلية لعقود الخيارات. شملت هذه العينة مجموعة واسعة من عقود الخيارات الأوروبية من نوع الشراء (Call)، حيث تتكون من بيانات فعلية شملت أسعار العرض (البيع) والطلب (الشراء) اليومية لخيارات الشراء، وسعر الإغلاق، وسعر التنفيذ، والسعر الفوري للسهم، وسعر الفائدة، وحجم التداول. وتم تداولها خلال الفترة الممتدة من 19 ديسمبر 2024 إلى 23 سبتمبر 2025 وقد تم جمعها من الموقع الإلكتروني Yahoo Finance بتاريخ 2024.12.19. شملت عينة الدراسة خيارات مُربِحة (ITM)، ومتكافئة (ATM)، وغير مُربِحة (OTM) لضمان تمثيل ظروف السوق، مع تركيز خاص على الخيارات الأوروبية نظرا لتمتعها بخصائص بسيطة وسهولة مقارنتها مع النماذج الرياضية ذات الحلول المُغلَقة (Closed-Form Models)، مثل أنموذج (Black-Scholes) وأنموذج (Heston). وقد استُخدمت بيانات العينة كمُدخلات لتقييم قدرة ودقة هذه النماذج على حساب وتحديد القيمة النظرية العادلة للخيارات، وقد جرى تصنيف الخيارات وفقًا لتاريخ الاستحقاق (Expiration Date) وسعر التنفيذ (Strike Price)، كما هو مُوضح في الجدول التالي.

**الجدول رقم (6):** يوضح الخيارات المالية عينة الدراسة

| ت | الصندوق/الشركة | الرمز | عدد الخيارات | أسعار التنفيذ | تاريخ الاستحقاق |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | SPDR S&P 500 ETF Trust | SPY | 25 | 3 | 9 |
| 2 | Invesco QQQ Trust | QQQ | 18 | 3 | 6 |
| 3 | NVIDIA | NVDA | 13 | 3 | 7 |
| 4 | Microsoft | MSFT | 38 | 7 | 9 |
| 5 | Google LLC | GOOG | 20 | 3 | 9 |
| 6 | Amazon.com | AMZN | 22 | 4 | 9 |
| 7 | Apple | AAPL | 24 | 4 | 10 |
| | مجموع الخيارات | | 160 | | |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى بيانات موقع Yahoo Finance

تم اختيار شركات Alphabet، Apple، NVIDIA، Microsoft، و Amazon كعيّنة دراسة بناءً على المعايير التالية:

- السيولة العالية في سوق الخيارات: تُعد هذه الشركات من الأكثر تداولًا في سوق الخيارات، حيث تتمتع بأعلى أحجام تداول ومعدلات فتح مراكز. هذه السيولة تُقلل من فروق العرض والطلب، ممّا يُعزز دقة تطبيق النماذج الرياضية مثل (Black-Scholes) ويُقلل من أخطاء القياس الناتجة عن التكاليف غير المباشرة؛
- توافر البيانات الشاملة والموثوقة: تتوفر بيانات تاريخية تفصيلية عن أسعار الأسهم والخيارات، تشمل:

- البيانات الزمنية الطويلة: تتيح تحليل التقلبات (Volatility) عبر دورات اقتصادية متنوعة؛
- الشفافية المالية: تُنشر تقاريرها المالية بانتظام ممّا يُسهّل ربط تحركات الأسعار بالأحداث المؤسسية؛
- التغطية الواسعة من قِبل البورصات العالمية (مثل Nasdaq)، مما يضمن جودة البيانات واتساقها.

- استمرارية التداول دون انقطاع: لم تشهد أسهم هذه الشركات توقفا تداوليا أو فجوات سعرية (Gaps) كبيرة خلال فترة الدراسة، وهو ما يضمن سلامة التحليل الزمني (Time-Series Analysis) ويُجنب التشوهات الناتجة عن أحداث غير متوقعة مثل تعليق التداولات؛
- الحجم السوقي الكبير والاستقرار المالي: تنتمي هذه الشركات إلى فئة الشركات العملاقة (Mega-Caps)، حيث تتجاوز قيمتها السوقية تريليون دولار في معظم الحالات. هذا الحجم يُقلل من التقلبات غير النظامية (Idiosyncratic Volatility) ويُسهّل عزل تأثير العوامل النظامية على تسعير الخيارات؛
- التنوع القطاعي وتمثيل الاقتصاد الحديث: تمثل العيّنة قطاعات متنوعة، كما تُعتبر هذه الشركات محركات رئيسية لمؤشرات مثل S&P 500، ممّا يعكس تأثيرها النظامي على السوق؛
- تنوع آجال استحقاق الخيارات: تتوفر خيارات على أسهم هذه الشركات بآجال استحقاق متعددة، ممّا يُتيح تحليل منحنى الانحراف (Volatility Smile) واختبار فرضية كفاءة السوق عبر آجال زمنية مختلفة؛
- الاهتمام الأكاديمي السابق: خضعت هذه الشركات لدراسات مكثفة في أدبيات التمويل، مما يوفر أساسًا للمقارنة والبناء على نتائج سابقة، مثل تحليل تأثير تقلبات الأرباح (Earnings Volatility)؛
- التوافق مع افتراضات النماذج النظرية: تُلبي أسهم هذه الشركات افتراضات النماذج في تسعير الخيارات، مثل:

- كفاءة السوق: نظرًا لشدة تغطيتها من المحللين، مما يحد من عدم التماثل المعلوماتي؛
- سيولة السوق الأساسي: تُقلل من صعوبات المراجحة (Arbitrage Constraints)؛
- عدم وجود حواجز مؤسسية: مثل قيود البيع على المكشوف (Short-Selling Restrictions).

هذه المعايير مجتمعة تُؤسس لدراسة قوية منهجيا، قادرة على تعميم النتائج على فئة الأصول ذات القيمة السوقية العالية في الأسواق المالية المتقدمة.

### 3.1.2 وصف نماذج تسعير الخيارات المالية المستخدمة

تتناول هذه الدراسة التحليل المُقارَن بين فئتين رئيسيتين من نماذج تسعير المشتقات المالية: نماذج التقلب الثابت (Constant Volatility Models) ونماذج التقلب العشوائي (Stochastic Volatility Models)، مع تقديم أنموذج يستند على الشبكات العصبية يهدف إلى سد الفجوات العملية في النماذج القائمة. كممثل للنماذج ذات التقلب الثابت، تم اختيار أنموذج بلاك-شولز (Black-Scholes Model)، الذي يفترض وفقًا لفرضياته الأساسية أن تقلب الأصول المالية يظل ثابتا طوال عمر العقد المالي، ممّا يجعله أداة تحليلية مثالية في السياقات النظرية ذات الشروط المثالية. بالمقابل تم تطبيق أنموذج هستون (Heston Model) لتمثيل فئة نماذج التقلب العشوائي، والتي تُعَد تطورا كميا يُدخل متغيرا عشوائيا مستقلا لمحاكاة الديناميكيات الزمنية غير المستقرة للتقلب، مما يسمح باحتساب ظواهر السوق الواقعية كتكتل التقلب (Volatility Clustering) وانحرافات التوزيع الاحتمالي (Fat Tails).

أما فيما يتعلق بنماذج التقلب المحلي (Local Volatility Models)، مثل أنموذج دوبير (Dupire Model)، فقد أظهرت الدراسة محدودية تطبيقها العملي في البيئات المالية الواقعية. تعود هذه المحدودية إلى اشتراط هذه النماذج وجود سلسلة بيانات متصلة زمنيا (Temporal Continuum) ومُصنفة حسابيا لمجموعة متكاملة من أسعار التنفيذ (Strike Prices) وتواريخ الاستحقاق (Maturities)، مُرتبة في أزواج وظيفية (Ordered Pairs) تغطي كامل سطح التقلب (Volatility Surface). في الواقع العملي تتسم بيانات السوق بأنها منفصلة (Discreteness) وغير متجانسة، حيث تُسجل الأسعار عند نقاط متفرقة دون وجود تغطية شاملة للمتغيرات، مما يؤدي إلى فجوات بياناتية (Data Gaps) تعيق عملية معايرة الأنموذج (Model Calibration). بالإضافة إلى ذلك، تفتقر الأسواق المالية الناشئة (وفي بعض الأحيان الأسواق المتقدمة) إلى السيولة الكافية لتوليد بيانات متسلسلة عبر جميع نقاط التنفيذ والاستحقاق، مما يجعل النماذج الموضعية عرضة لأخطاء الاستكمال (Interpolation Errors) والاستقراء (Extrapolation Errors)، والتي تُضعف دقة التقديرات وتُزيد من أخطار التسعير غير الفعّال (Pricing Inefficiency).

في هذا السياق، يبرز التسعير باستخدام الشبكات العصبية في الدراسة كمحاولة لتجاوز هذه التحديات من خلال دمج عناصر قابلة للتطبيق من النماذج الحالية مع آليات مرنة لمعالجة البيانات غير المكتملة، مما يفتح آفاقا جديدة للبحث في نمذجة التقلبات ضمن شروط السوق الواقعية. تُسلط النتائج الضوء على التفاضلية الوظيفية بين النماذج النظرية وملاءمتها التطبيقية، مؤكدةً على ضرورة تكييف الأطر النموذجية مع طبيعة البيانات المتاحة لتعزيز الموثوقية العملية في تسعير المشتقات وإدارة المخاطر المالية.

**1- أنموذج (Black-Scholes)**

قمنا في هذه الدراسة بتحليل أسعار الخيارات المالية باستخدام أنموذج (Black-Scholes)، لنقوم بعد ذلك بمقارنتها مع أسعار السوق الفعلية. وقد تم ذلك باستخدام كود لغة برمجة Python تم إعداده لذلك (انظر الملحق رقم: 1). تُشتق صيغة أنموذج (Black-Scholes) لخيار الشراء الأوروبي من معادلة تفاضلية جزئية (Partial Differential Equation)، يُمكن حلها باستخدام طرق عددية مُختلفة. و يُعبر عن صيغة الأنموذج على النحو التالي (المعادلة رقم: 65): (de Souza Santos & Ferreira, 2025, p. 4):

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\,N(d_2)$$

حيث إن:

- $C$ سعر خيار الشراء Call Price؛
- $S$ السعر الحالي للأصل الأساسي عند موعد الاستحقاق أو التنفيذ أي في الزمن $t$؛
- $K$ سعر التنفيذ أو الممارسة Exercise Price؛
- $T$ تاريخ استحقاق عقد الخيار، في حين أن $t$ هو الزمن الحالي؛
- $\sigma$ تذبذب أو تقلب سعر الأصل الأساسي؛
- $r$ معدل الفائدة الخالي من المخاطر؛
- $q$ معدل توزيعات الأرباح المستمرة للأصل الأساسي؛
- $e^{-r(T-t)}$ القيمة الحالية لمعامل الخصم عند معدل الفائدة الخالي من المخاطر $r$ ؛
- $d_1$ احتمال أن يكون سعر الأصل عند تاريخ التنفيذ أقل من سعره الحالي في السوق؛
- $d_2$ احتمال أن يكون سعر الأصل أقل من سعر التنفيذ عند انتهاء المدة؛
- $N(d_1)$ دالة التوزيع التراكمي الطبيعي (Cumulative Normal Distribution) لقيمة $d_1$؛
- $N(d_2)$ دالة التوزيع الطبيعي التراكمي عند النقطة $d_2$.

في حين يتم الحصول على $d_1$ و $d_2$ من المعادلتين التاليتين:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

و تم حساب معلمات الأنموذج كما يلي:

✦ حساب معلمة التقلب Volatility parameter calculation:

جميع المدخلات يمكن الحصول عليها بشكل مباشر من البيانات المتاحة في السوق المالية، إلا معلمة التقلب (Volatility Parameter) التي تعتبر المعلمة الوحيدة لا يمكن ملاحظتها بشكل مباشر في السوق، بل تحتاج إلى تقدير رياضي. تمثل هذه المعلمة مقياسا لمدى تقلب أسعار السهم يوميا، وتُحسب من خلال قياس الانحراف المعياري للعوائد اليومية للسهم (أو التغيرات النسبية في الأسعار) على مدى فترة زمنية محددة. في هذا السياق اعتمدت هذه الدراسة على البيانات التاريخية للسهم خلال الفترة الممتدة من 19 ديسمبر 2024 إلى 23 سبتمبر 2025، حيث تم استخدام هذه الفترة لالتقاط أنماط التقلب السابقة وتقديرها كميا. وتعطى معادلة التقلب (المعادلة رقم: 11) كما يلي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(R_i - \bar{R})^2}$$

حيث إن:

- $\sigma$ هي التقلب أو الانحراف المعياري؛
- $N$ هو عدد الفترات الزمنية؛
- $R_i$ هو العائد في الفترة الزمنية $i$؛
- $\bar{R}$ هو متوسط العائد على مدى الفترات الزمنية.

و نحسب العائد كالتالي:

$$r_i = ln(\frac{P_i}{P_{i-1}}) \quad (97)$$

- $P_i$ هو سعر الأصل في اليوم $i$ و $P_{i-1}$ هو سعر الأصل في اليوم السابق.

ونحسب متوسط العوائد كالآتي:

$$\bar{R} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_i \quad (98)$$

- $N$ هو عدد الأيام (أو الفترات) التي تم جمع البيانات عنها؛

ويحسب التقلب السنوي حسب المعادلة التالية:

$$\sigma_{Annualy} = \sigma_{Daily} \times \sqrt{N} \quad (99)$$

✦ السعر الفوري (الآني) للسهم Spot Price

السعر الفوري هو السعر السائد في السوق الذي يُمكن به شراء أو بيع أصل مُحدد كالأوراق المالية للتسليم الفوري. أو هو السعر السوقي الحالي الذي يُمكن به شراء (أو بيع) أصل ما للتملك والتسليم الفوري بعد التسوية. بمعنى آخر، هو السعر الذي يُقيّم به البائعون والمشترون الأصل في الوقت الحالي. وقد تم الحصول على الأسعار الفورية لأسهم الشركات و الصناديق عينة الدراسة من البيانات السوقية المنشورة في موقع Yahoo Finance والذي يمثل سعر الاغلاق للأسهم بتاريخ 19 ديسمبر 2024.

✦ السعر السوقي لعقد الخيار Market Price

هو السعر الحالي الذي يتفق عليه البائعون والمشترون لتداول عقد الخيار في السوق. وهو يمثل العلاوة التي يدفعها المشتري للبائع مقابل الحقوق التي يمنحها الخيار (حق شراء أو بيع الأصل الأساسي بسعر تنفيذ محدد). يتحدد هذا السعر بناءً على ديناميكيات العرض والطلب، بما في ذلك عوامل مثل سعر الأصل الأساسي، التقلب، مدة انتهاء الصلاحية وفروق أسعار العرض والطلب.

استنادا إلى دراسة (Crisóstomo, 2014) و (Hao & Yin, 2022) فإنه تم الاعتماد على متوسط حسابي بين سعري العرض والطلب لأجل الحصول على السعر السوقي للخيار. وذلك وفق المعادلة التالية:

$$Market\ Price\ (Mid\ Price) = \frac{(Bid\ Price) + Ask\ Price}{2} \qquad (100)$$

حيث يُعرف سعر العرض (Bid Price) على أنه الحد الأقصى للسعر الذي يُبدي المشتري استعداده لدفعه مقابل الحصول على الخيار. حيث يعكس هذا السعر القيمة التي يقدّرها الطرف الراغب في الشراء للأصل. في المقابل يمثل سعر الطلب (Ask Price) الحد الأدنى للسعر الذي يقبله البائع مقابل التخلي عن الخيار، وهو مُستمدٌّ من تقييم البائع لقيمة الأصل وهامش الربح المتوقع. وعليه فإن السعر المتوسط (Mid Price) يُحسب كمتوسط حسابي بين سعري العرض والطلب، ويُعتبر مؤشرا نظريا يُستخدم لتقدير القيمة العادلة (Fair Value) للخيار في غياب صفقات فعلية. وعلى الرغم من أن هذا السعر لا يُشكل سعرا قابلا للتنفيذ مباشرة في السوق، إذ تتم المطابقة الفعلية للصفقات إما عند سعر العرض أو سعر الطلب إلا أنه يعمل كمرجع تحليلي لتقليل الفجوة بين توقعات الطرفين. يُفسَّر ذلك من خلال مبدأ "عدم التجاوز" (No-Arbitrage Condition)، الذي يفترض عدم وجود طرف مستعد للبيع بسعر أقل من سعر العرض الحالي، أو الشراء بسعر أعلى من سعر الطلب، مما يجعل المتوسط الحسابي تمثيلاً مثالياً لتوازن السوق النظري.

✦ معدلات الفائدة Interest Rates

معدل العائد الخالي من المخاطر هو العائد الذي يمكن تحقيقه دون تحمل أي أخطار. عادةً ما يُعتبر الاستثمار في سندات الخزانة الحكومية. في هذه الدراسة تم اعتماد معدلات الفائدة على سندات الخزانة الأمريكية كمؤشرات لمعدل العائد الخالي من المخاطر، وهذا نظرًا لانعدام أخطار التخلف عن السداد عمليًا، وتوافق آجال استحقاقها مع تواريخ الخيارات، وسيولتها العالية التي تضمن أسعارًا شفافة، بالإضافة إلى هيمنة الدولار كعملة عالمية وتوافر بياناتها التاريخية الشاملة التي تُسهل التوحيد الأكاديمي. رغم ذلك تُنتقد أحيانًا في سياقات الأزمات (مثل استخدام معدلات "SOFR" أو "LIBOR" كما حدث خلال أزمة الرهن العقاري)، لكنها تظل المعيار الأمثل لتمثيل المعدل الخالي من المخاطر نظريًا وعمليًا. وتُصنَّف سندات الخزانة الأمريكية حسب آجال استحقاقها إلى ثلاثة أنواع رئيسة: أذون الخزانة (T-Bills) للأدوات المالية ذات الآجال الأقل من سنة واحدة، وسندات الخزانة متوسطة الأجل (T-Notes) للفترات بين 2 إلى 10 سنوات، وسندات الخزانة طويلة الأجل (T-Bonds) للآجال الممتدة من 20 إلى 30 سنة، مما يعكس تدرجًا زمنيًا للتكلفة التمويلية والمخاطر المرتبطة بكل فئة. وبما أن مدة دراستنا اقل من سنة واحدة فقد تم حساب معدلات الفائدة للتواريخ ذات الآجال القصيرة (1،7،8،9،16،30،31 يوما) بالاستناد إلى معدلات العائد على أذون الخزانة الأمريكية ذات أجل شهر واحد، حيث تُعتبر هذه الأوراق المالية قصيرة الأجل معيارًا مرجعيًا لأسعار الفائدة في السوق النقدي. أما معدلات الفائدة للتواريخ متوسطة الأجل (66،94،95،121،122 يوما) فتم استنتاجها رياضيًا بناءً على عوائد أذون الخزانة الأمريكية ذات أجل ثلاثة أشهر، والتي تعكس تكلفة الاقتراض للحكومة على مدى ربع سنة. وبالنسبة للتواريخ الأطول (185،187 يوما)، جرى حساب المعدلات باستخدام عوائد أذون الخزانة ذات أجل ستة أشهر، والتي تُعد مؤشرًا لسياسة نقدية أوسع نطاقًا. أما معدل الفائدة لآخر تاريخ استحقاق (213،242،277،278،279 يوما)، فقد تم تحديده وفقًا لمعدلات الفائدة السنوية المُعلنة على أذون الخزانة ذات أجل سنة واحدة. وفي أنموذج (Black-Scholes) يتم استخدام معدل فائدة مستمر (Continuously Compounded Risk-Free Rate)، وليس معدل فائدة بسيط أو سنوي تقليدي. ويُعبر عن معادلة تحويل المعدل السنوي إلى معدل مستمر:

$$r_{\text{continuous}} = ln(1 + r_{\text{annual}}) \qquad (101)$$

- $r_{\text{continuous}}$ هو معدل الفائدة المستمر (المستخدم في الأنموذج)؛
- $r_{\text{annual}}$ هو العائد السنوي الاسمي للسند (سند الخزانة مثلاً).

✦ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق Time to Maturity

تم حساب الزمن حتى تاريخ استحقاق الخيارات المالية (Time to Maturity) بطريقة سنوية لضمان اتساق النتائج مع المعايير المالية الدولية، حيث يُعبَّر عن المدة الزمنية المتبقية حتى انتهاء صلاحية الخيار كنسبة مئوية من إجمالي أيام السنة. ولتحقيق ذلك تم قسمة عدد الأيام المتبقية حتى الاستحقاق على 365 يوما (بدلًا من 360 يومًا أو أي أساس آخر) لتمثيل السنة التقويمية الكاملة، وهو النهج الأكثر شيوعًا في الدراسات المالية لمراعاة التقلبات الموسمية.

فيما يتعلق بفترة الدراسة، غطت البيانات المالية المُستخدمة الفترة من 19 ديسمبر 2024 إلى 23 ديسمبر 2016، وتم خلالها تصفية خيارات الشركات المدرجة في العينة وفقًا لمعايير صارمة لضمان جودة البيانات. أول هذه المعايير كان التأكد من تحقيق الخيارات للحد الأدنى لسعر التنفيذ (Strike Price)، وذلك من خلال تطبيق شرط (Anders et al., 1996) المتعلق بالقيمة الحدّية الدنيا (Lower Boundary Condition) لخيار الشراء الأوروبي (European Call Option):

$$C \geq S - Ke^{r(T-t)} \quad (102)$$

حيث أن:

- $C$ سعر خيار الشراء (Call Price)؛
- $S$ السعر الحالي للسهم في الزمن $t$ (Underlying Asset)؛
- $K$ سعر التنفيذ (Exercise Price)؛
- $(T-t)$ الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق (Time to Maturity)؛
- $r$ معدل الفائدة الخالي من المخاطر (Risk-free Interest Rate)؛

هذا الشرط يضمن أن الخيارات المُدرجة في الدراسة:

- لا تنتهك مبدأ عدم المراجحة (No-Arbitrage)؛
- تعكس أسعارًا واقعية تتوافق مع النماذج المالية (مثل Black-Scholes)؛
- تُستبعد البيانات المشوهة (Outliers) التي تُضعف مصداقية النتائج.

أخيرا يُحدد الحد الأعلى للتقلب الضمني ($\sigma$) عند 1 (100%) نظرًا لندرة وصول التقلبات إلى هذا المستوى في الأسواق المالية الكفؤة، بينما يُحدد الحد الأدنى عند 0 حيث لا يمكن أن يأخذ التقلب قيمًا سالبة.

$$0 \leq \sigma \leq 1$$

✦ أسعار التنفيذ Strike Price

لتوضيح أثر أسعار التنفيذ (Strike Prices) على تقييم الخيارات المالية، قمنا بتصنيف خيارات الشركات والصناديق إلى ثلاث فئات وفقاً لمؤشر الملاءة المالية (Moneyness)، الذي يعكس العلاقة بين سعر التنفيذ (K) والقيمة السوقية للسهم (S)، وذلك استناداً إلى دراسة (Ivaşcu, 2021):

- الخيارات الرابحة (In The Money - ITM): عندما تكون القيمة الجوهرية (Intrinsic Value) للخيار موجبة، أي حين يُحقِّق الخيار ربحا فوريا إذا تم تنفيذه. بالنسبة لخيار الشراء (Call Option)، يُعتبر ITM رابحا إذا كان:

$$0.8 < S/K < 0.96$$

في حين تم استعباد وحذف القيم أو النسب المتطرفة ذات:

$$S/K < 0.8$$

- الخيارات المتعادلة (At The Money - ATM): عندما يتساوى سعر التنفيذ مع سعر الأصل ($S \approx K$)، فلا تحمل قيمة جوهرية، ويعتمد سعرها كليا على القيمة الزمنية (Time Value) المرتبطة بتقلبات السوق المستقبلية. وفي دراستنا هذه تم أخذ النسب التالية:

$$0.96 < S/K < 1.04$$

- الخيارات الخاسرة (Out The Money - OTM): عندما تكون القيمة الجوهرية معدومة ($S < K$) لخيار الشراء، ويعتمد سعرها فقط على احتمالية تحول السوق لصالح المُستثمر قبل انتهاء الصلاحية. يُعتبر OTM خاسرا إذا كان:

$$1.04 \leq S/K \leq 1.2$$

أما النسب ذات:

$$S/K > 1.2$$

فتم استبعادها باعتبارها نادرة التداول وقد تعكس أحداثا غير نمطية (مثل صدمات السوق)، ممّا يشوّه نتائج الأنموذج. حيث إن التصنيف الدقيق لـ Moneyness يلعب دورا محوريا في فهم ديناميكيات تسعير الخيارات. استبعاد الفئات المتطرفة (ITM/OTM) يعكس نهجا عمليا لتحسين جودة التحليل. هذا التقسيم ليس مفيدًا أكاديميّا فحسب، بل يُسهم أيضًا في تطوير استراتيجيات تداول أكثر فعالية.

**2- أنموذج هيستون Heston Model**

يُوفر أنموذج هيستون (Heston Model) مقاربتين بارزتين لحساب أسعار خيارات الشراء الأوروبية: مقاربة الدالة المميزة (Characteristic Function Approach) ومقاربة المعادلة التفاضلية الجزئية (PDE). تستفيد كل طريقة من أطر رياضية مختلفة لاشتقاق تسعير الخيارات، ممّا يوفّر مزايا فريدة وكفاءات حسابية.

- مقاربة الدالة المميزة (Characteristic Function Approach):

يُستخدم هذا الأسلوب الدالة الخصائص (Characteristic Function) المُشتقة من أنموذج (Heston) لتقلب الأسعار العشوائي لتسعير الخيارات المالية، وذلك باستخدام تقنيات تحويل فوريه العكسي التي قدمها (Carr & Madan, 1999)، (Attari, 2004)، (Bates, 2006) و (Orzechowski, 2018). كما يمكن حساب سعر الخيار عبر التحويل العكسي للدالة الخصائص باستخدام طرق التكامل العددي الفعالة مثل تكامل (Gauss-Kronrod quadrature) (Orzechowski, 2022). تُجسد دالة الخصائص في أنموذج (Heston) ديناميكيات سعر الأصل وتقلبه العشوائي، ممّا يُتيح صيغا رياضية مغلقة تسمح بالحساب السريع، ورغم هذه السهولة التحليلية لهذه الطريقة، فقد تظهر تحديات عدم الاستقرار العددي في دالة الخصائص، خاصة في ظل معلمات متطرفة أو آجال استحقاق طويلة، حيث يمكن أن تؤدي التغيرات المفاجئة أو الترددات العالية في الدالة إلى تعثر عملية التقارب أثناء التكامل (Albrecher et al., 2007). وهذا يستدعي ضبطا دقيقا للخوارزميات العددية وقيودًا على المعلمات لضمان موثوقية النتائج مع الحفاظ على الكفاءة الحسابية للأسلوب.

- مقاربة المعادلة التفاضلية الجزئية (Partial Deferential Equation - PDE): تُعتبر هذه الطريقة إطارًا رياضيًا يصف تطور سعر الخيار بمرور الوقت وتحت ظروف التقلب المتغيرة، حيث تُشتق المعادلة الأصلية من تطبيق Itô's lemma على سعر الخيار الذي يعتمد على سعر الأصل الأساسي والتقلب والزمن. ثم تُحل هذه المعادلة عددياً (كطريقة الفروق المحدودة FDM) مع فرض شروط حدودية تعكس شروط انتهاء الخيار، وهي طريقة مرنة للخيارات المعقدة رغم تكلفتها الحسابية العالية. قدمت دراسات حديثة مثل (Bayad et al., 2024) حلولًا مغلقة لخيارات أوروبية باستخدام تحويلات متكاملة أو توسعات ذاتية، مما يعزز الكفاءة الحسابية والدقة عبر تجنب أخطاء التمييز العددي. تُعد هذه الطرق مكلفة حسابيًا مقارنة بأساليب الدالة المميزة، لكنها تتفوق في مرونتها في التعامل مع الخيارات الغريبة أو المعلمات الزمنية المتغيرة.

ويُفضَّل عادةً نهج الدالة المميزة (Characteristic Function) وهذا لكفاءته الحسابية (Computational Efficiency)، البساطة في التطبيق (Implementation Simplicity)، تجنب أخطاء التمييز (Avoiding Discretization Errors) وهيمنة التطبيقات العملية (Dominance in Practical Applications). وكون طريقة الدالة المميزة تُستخدم على نطاق واسع في الصناعة المالية، فإنه سيتم استخدامها في دراستنا هذه.

➢ معادلة الأنموذج:

تعطى معادلات أنموذج هيستون (Heston Model) كالآتي (Charlotte et al., 2022, pp. 116–117):

$$\begin{cases} dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S_t dW_t^S \\ dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} dW_t^v \\ \rho dt = dW_t^S dW_t^v, \qquad S(0) = S_0 > 0, \qquad v(0) = v_0 > 0 \end{cases}$$

حيث إن:

- $S_t$ يمثل سعر الأصل في الزمن $t$؛
- $dS_t$ يشير إلى الاختلاف الدقيق في سعر الأصل؛
- $\mu$ يمثل معدل العائد المتوقع للأصل؛
- $v_t$ يمثل التقلب في سعر الأصل في الزمن $t$؛
- $\sigma$ تمثل تقلب التقلب $\sqrt{v_t}$؛
- $\kappa$ يمثل معدل متوسط الارتداد للتباين طويل الأمد $\theta$؛
- $\theta$ تمثل متوسط التباين الطويل الأمد في سعر الأصل؛
- $dW_t^S$ تمثل الحركة البراونية لسعر الأصل في الزمن $t$؛
- $dW_t^v$ تمثل الحركة البراونية لتباين سعر الأصل في الزمن $t$؛
- $\rho$ تمثل معامل الارتباط بين عمليتي ($dW_t^S$ و $dW_t^v$).

وعليه يمكن حساب سعر خيار الشراء من النوع الأوربي (Frontczak, 2010, p. 17):

$$c(S, v, \tau) = e^{-r\tau} E[(S(T) - K)^+] = e^x P_1(x, v, \tau) - e^{-r\tau} K P_2(x, v, \tau)$$

$$= SP_1 - Ke^{-r\tau} P_2$$

$$\tau = T - t, \qquad x = \ln S$$

➢ معايرة الأنموذج:

يتميز أنموذج (Heston) ببنية ثنائية الأبعاد تعكس التفاعل الديناميكي بين سعر الاصل المالي (spot price) وعملية التقلب (Volatility Process). يتم تمثيل هذه الديناميكيات عبر نظام من المعادلات التفاضلية العشوائية (Stochastic Differential Equations)، حيث تُعبر المعلمة الأولى عن حركة السعر بافتراض وجود تقلب متغير زمنيًا، بينما تصف المعلمة الثانية عملية التقلب ذاتية الارتباط (Mean-Reverting Process) التي تخضع لعوامل عشوائية إضافية. تُعد معلمات هذا الأنموذج، مثل التقلب الأولي ($v_0$)، التباين الطويل الأمد ($\theta$)، معدل متوسط الارتداد ($\kappa$)، وتقلب التقلبات ($\sigma$)، ومعامل الارتباط ($\rho$)، كيانات ضمنية (Latent Variables) لا يمكن استنتاجها مباشرةً من بيانات السوق، مما يجعل عملية معايرتها (Calibration) تحديًا حسابيًا ومعرفيًا. تُعرف المعايرة هنا بأنها عملية ضبط تكرارية تهدف إلى تقليل الفروق بين أسعار الخيارات الأوروبية المشتقة من الأنموذج وتلك الملاحظة في السوق، وهو شرط جوهري لاعتماد الأنموذج عمليًا في تسعير المشتقات أو إدارة المخاطر المالية (Clevenhaus et al., 2024).

تتطلب عملية المعايرة تحسينًا عدديًا (Numerical Optimization) متعدد المعايير، حيث تُستخدم خوارزميات مثل طريقة المربعات الصغرى غير الخطية (Non-Linear Least Squares) أو الخوارزميات التطورية (Evolutionary Algorithms) لتقليل دالة التكلفة (Cost Function)، التي تقيس الانحراف التربيعي بين الأسعار النظرية والتجريبية. على سبيل المثال، يعكس معامل الارتباط ($\rho$) العلاقة العكسية أو الطردية بين تقلبات السعر ومستوى التقلب (Leverage Effect)، وهي ظاهرة تُلاحظ في الأسواق المالية عندما تؤدي الانخفاضات الحادة في الأسعار إلى زيادة التقلبات. أما معلمة ($\kappa$) فتحكم في سرعة عودة التقلب إلى قيمته المتوسطة طويلة الأجل ($\theta$)، مما يضمن استقرار الأنموذج على المدى الطويل، في حين يحدد ($\sigma$) مدى تقلب عملية التقلب نفسها، وهو عامل حاسم في تجنب الانحرافات غير الواقعية (Cui et al., 2017). تجدر الإشارة إلى أن التوازن بين المعلمات يخضع لقيود رياضية مثل شرط (Feller Condition) لضمان إيجابية التقلب ($2\kappa\theta > \sigma^2$).

من الناحية الحسابية، تُواجه عملية المعايرة تعقيدات بسبب الطبيعة غير الخطية وغير المحدبة (Non-Convexity) لفضاء المعلمات، مما يؤدي إلى وجود عدة نقاط مثلى محلية (Local Minima) تعيق الوصول إلى الحل الأمومي العالمي. لهذا تُستخدم تقنيات متقدمة مثل محاكاة التلدين (Simulated Annealing) أو التعلم الآلي (Machine Learning) لتحسين الكفاءة الحسابية وتجنب التقييد في الحلول دون المثلى.

وفي دراستنا، تم معايرة أنموذج (Heston) باستخدام تقنيتين هما؛ تقنية المربعات الصغرى غير الخطية (Non-linear least squares -NLS) وتقنية الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation -MLE).

$$parameters\ (\Omega) = \kappa, \theta, v, \sigma, \rho$$

❋ تقنية المربعات الصغرى غير الخطية (Non-linear Least Squares - NLS):

المربعات الصغرى غير الخطية (NLS) هي طريقة حسابية لتقدير معلمات الأنموذج حيث تكون العلاقة بين المتغيرات المستقلة والتابعة غير خطية. إنه يقلل من مجموع البقايا التربيعية (الاختلافات بين القيم المرصودة والمتوقعة بالأنموذج) من خلال التحسين التكراري (Tangirala, 2015, pp. 382–383). وهذا من خلال معادلة دالة الهدف (Objective Function) (Chakrabarti & Santra, 2017):

$$min_{\Omega} SSE(\Omega) = min_{\Omega} \sum_{i=1}^{N} \left[C_i^{Heston}(K_{i,}T_i) - C_i^{Market}(K_i T_i)\right]^2 \qquad (103)$$

حيث إن:

- $\Omega$ يمثل مجموعة المعلمات الي سيتم تقديرها؛
- $N$ يمثل عدد المشاهدات؛
- $C_i^{Heston}$ يمثل سعر الأنموذج؛
- $C_i^{Market}$ يمثل سعر السوق.

تعتمد تقنية المربعات الصغرى غير الخطية (NLS) في معايرة أنموذج (Heston) على التحسين التكراري، حيث تهدف إلى تقليل الفروق بين الأسعار النظرية $C_i^{Heston}$ والأسعار السوقية $C_i^{Market}$ عبر حساب مجموع الأخطاء المربعة (يُستخدم التربيع لتجنب إلغاء الأخطاء الموجبة والسالبة ولتعظيم حساسية الطريقة للأخطاء الكبيرة). ويتم تقليل مجموع مربع الفرق بينهما بشكل مستمر لوصول إلى أقل قيمة لهذا الفرق وذلك من خلال التعديل المستمر لقيم معلمات الأنموذج ضمن الحدود العليا والدنيا لهذه المعلمات:

$$2k\theta > \sigma^2, \qquad -1 < \rho < 1, \qquad 0 < \theta < 1$$

$$\sigma < 1, \qquad \kappa > 0, \qquad 0 < v_0 < 1$$

وتم هذا من خلال استخدام برمجية بايثون Python عن طريق مكتبة Numpy. حيث قمنا بإدخال القيم الأولية للمعلمات المتحصل عليها في الأنموذج للحصول على سعر الخيار الشراء وفق أنموذج (Heston).

**الجدول رقم (7):** يوضح القيم العشوائية للمعلمات الخمس وفق تقنية NLS

| | Initial Variance | Rate Of Reversion | Long-Run Mean | Volatility Of Volatility | Correlation Coefficients |
|---|---|---|---|---|---|
| **Parameters** | $v_{0_{NLS}}$ | $\kappa_{NLS}$ | $\theta_{NLS}$ | $\sigma_{NLS}$ | $\rho_{NLS}$ |
| **SPY** | 0.0360941970 | 3.2060669736 | 0.0459278079 | 0.6144157328 | -0.6652976832 |
| **QQQ** | 0.0556815650 | 3.5249792713 | 0.0610468727 | 0.5300349039 | -0.6853953773 |
| **NVIDIA** | 0.3017361376 | 0.6611402429 | 0.1 | 0.1019584836 | -0.3769650742 |
| **Microsoft** | 0.0769200376 | 2.5002869596 | 0.0399660043 | 0.0505711436 | -0.8051885742 |
| **Google** | 0.1268941801 | 3.3211244457 | 0.0993215006 | 0.2827090081 | -0.9335825899 |
| **Apple** | 0.0690203706 | 2.7309898872 | 0.0515315184 | 0.2107395510 | -0.8753728108 |
| **Amazone** | 0.1317126309 | 3.2086445465 | 0.0781161052 | 0.0632845453 | -0.9438359375 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

❋ تقنية الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation - MLE)

تُعتبر طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation - MLE) في علم الإحصاء، وسيلة فعّالة لتقدير معلمات التوزيع الاحتمالي المفترض، بناءً على بيانات تمت ملاحظتها فعليًا. وتعتمد هذه الطريقة على تعظيم دالة الإمكان، بحيث تجعل البيانات المرصودة أكثر احتمالًا للحدوث ضمن الأنموذج الإحصائي المفترض. والنقطة التي تحقق هذا التعظيم في فضاء المعلمات تُعرف بتقدير الإمكان الأعظم (Rossi, 2018, p. 226). تتميز هذه الطريقة ببساطتها المنطقية ومرونتها الحسابية، ممّا جعلها واحدة من أهم أدوات الاستدلال الإحصائي الحديثة وأكثرها استخدامًا (Hendry & Nielsen, 2012). وعندما تكون دالة الإمكان قابلة للاشتقاق، يمكن استخدام اختبار المشتقة الأولى لإيجاد نقاط التعظيم. وفي بعض الحالات، يمكن حل شروط التعظيم من الدرجة الأولى تحليليًا، كما في أنموذج الانحدار الخطي العادي، حيث يتطابق تقدير المربعات الصغرى (OLS) مع تقدير الإمكان الأعظم عندما تكون الأخطاء عشوائية وتتبع توزيعًا طبيعيًا ذا تباين ثابت (Press et al., 1992, pp. 651–655). تتجلى قوة MLE في قابليتها للتوسع إلى نماذج معقدة وغير خطية، وإمكانية تطبيقها باستخدام أدوات تحليل عددي حديثة وتقنيات تحسين متقدمة مثل الخوارزميات التكرارية (كالـ Newton-Raphson و EM algorithm).

وقد تم استخدام طريقة الإمكان الأعظم الموجودة في دراسة (Dunn et al., 2014) عبر هذه الخطوات:

1- بناء دالة الاحتمال (Likelihood Function) للبيانات لدينا، حيث تُعرف دالة الاحتمال كحاصل ضرب دوال الكثافة الاحتمالية المشتركة ($f(Q_{t+1}, V_{t+1})$) لكل ملاحظة في البيانات:

$$L(r, k, \theta, \sigma, \rho) = \prod_{t=1}^{n} f\left(Q_{t+1}, V_{t+1} | r, k, \theta, \sigma, \rho\right) \tag{104}$$

حيث إن:

- $Q_{t+1}$ يمثل العائد اللحظي للأسهم؛
- $V_{t+1}$ يمثل التقلب اللحظي.

2- تحويل دالة الاحتمال إلى دالة اللوغاريتم الاحتمالي (Log-Likelihood): وهذا لتبسيط الحسابات حيث نستخدم اللوغاريتم الطبيعي للدالة، لأن جمع اللوغاريتمات أسهل من ضرب الدوال.

$$\ell(r, k, \theta, \sigma, \rho) = \sum_{t=1}^{n} \log\left(f(Q_{t+1}, V_{t+1} | r, k, \theta, \sigma, \rho)\right) \tag{105}$$

3- اشتقاق دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة ($f(Q_{t+1}, V_{t+1})$): بناءً على خصائص التوزيع الطبيعي الثنائي مع الارتباط $\rho$:

- $Q_{t+1} \sim \mathcal{N}(1 + r, V_t)$
- $V_{t+1} \sim \mathcal{N}(V_t + k(\theta - V_t, \sigma^2 V_t)$

وعليه تصبح دالة الكثافة الاحتمالية:

$$\begin{aligned} f(Q_{t+1}, V_{t+1}) = \frac{1}{2\pi\sigma V_t\sqrt{1-\rho^2}} \exp[ & -\frac{(Q_{t+1} - 1 - r)^2}{2V_t(1-\rho^2)} \\ & + \frac{\rho(Q_{t+1} - 1 - r)(V_{t+1} - V_t - \theta k + kV_t)}{V_t\sigma(1-\rho^2)} \\ & - \frac{(V_{t+1} - V_t - \theta k + kV_t)^2}{2\sigma^2 V_t(1-\rho^2)}] \end{aligned} \tag{106}$$

عمليًا، عند العمل مع مجموعة من البيانات، من المثالي استخدام برنامج للمساعدة في تقدير الاحتمالية القصوى. على وجه التحديد، فإن مكتبة Numpy في Python قادرة على تحسين دالة الاحتمالية اللوغاريتمية في ظل قيود المعاملات.

4- بناء دالة اللوغاريتم الاحتمالي النهائية: بالتعويض المعادلة 106 في دالة اللوغاريتم الاحتمالي 105 يصبح:

$$\ell(r,k,\theta,\sigma,\rho)=\sum_{t=1}^{n}\left(-\log(2\pi)-\log(\sigma)-\log(V_t)-\frac{1}{2}\log(1-\rho^2)\right.$$
$$-\frac{(Q_{t+1}-1-r)^2}{2V_t(1-\rho^2)}+\frac{\rho(Q_{t+1}-1-r)(V_{t+1}-V_t-\theta k+kV_t)}{V_t\sigma(1-\rho^2)} \quad (107)$$
$$\left.-\frac{(V_{t+1}-V_t-\theta k+kV_t)^2}{2\sigma^2V_t(1-\rho^2)}\right)$$

5- تقدير التقلب ($V_t$): بما أن $V_t$ متغير كامن (Latent Variable)، يُقدَّر من البيانات باستخدام:

$$V_t=\mathrm{Var}(Q_{t+1}\mid\mathcal{F}_t) \quad (108)$$

حيث يشير $\mathcal{F}_t$ إلى مجموعة المعلومات (البيانات التاريخية) المتوفرة حتى الوقت $t$

6- التحسين العددي باستخدام البرمجيات وهذا تحت القيود التالية:

$$2k\theta>\sigma^2,-1<\rho<1,0<\theta<1,\sigma<1,\kappa>0,0<\nu_0<1$$

7- الحصول على التقديرات النهائية: بعد التحسين تُعطى التقديرات المثلى للمعلمات كما في الجدول التالي:

**الجدول رقم (8):** يوضح القيم العشوائية للمعلمات الخمس وفق تقنية MLE

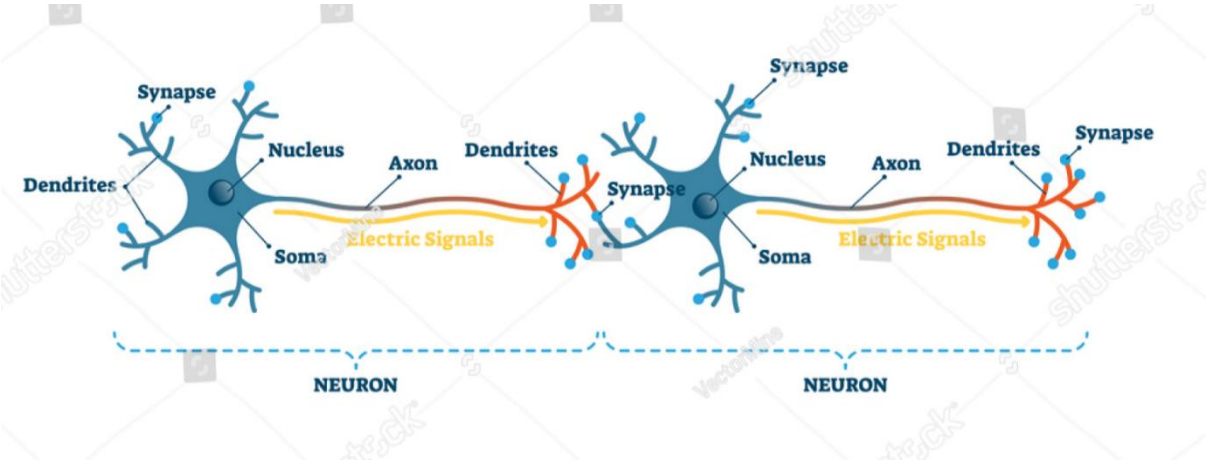
| | Initial Variance | Rate Of Reversion | Long-Run Mean | Volatility Of Volatility | Correlation Coefficients |
|---|---|---|---|---|---|
| **Parameters** | $\nu_{0\,MLE}$ | $\kappa_{MLE}$ | $\theta_{MLE}$ | $\sigma_{MLE}$ | $\rho_{MLE}$ |
| **SPY** | 0.0366780679 | 0.4995600378 | 0.0526065355 | 0.4629220242 | -0.8784470696 |
| **QQQ** | 0.0576538208 | 4.1702381006 | 0.0641307368 | 0.7681275276 | -0.6885934018 |
| **NVIDIA** | 0.3012104672 | 0.001 | 0.0471035535 | 0.6537130808 | 0.0 |
| **Microsoft** | 0.0771265993 | 0.001 | 0.0439433725 | 0.0330113822 | -0.9973335290 |
| **Google** | 0.1242237775 | 0.001 | 0.0564513212 | 0.5815840415 | -0.8208437187 |
| **Apple** | 0.0685948958 | 0.001 | 0.0671280587 | 0.1474723483 | -0.9862708512 |
| **Amazone** | 0.1312159546 | 1.1377200079 | 0.001 | 0.1574284061 | 0.0 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 3- أنموذج الشبكات العصبية

تُمثل الشبكات العصبية الاصطناعية (Artificial Neural Networks - ANNs) إحدى تقنيات التعلم الآلي المستوحاة من البنية الوظيفية للأنظمة العصبية البيولوجية، يحتوي الجهاز العصبي البشري على خلايا تُسمى العصبونات. تتصل العصبونات ببعضها البعض باستخدام Neurons، وتُسمى المناطق التي تربط بين Neurons بالمشابك العصبية بهدف محاكاة آليات التفكير والتعلم البشري لحل المشكلات المعقدة غير الخطية (Aggarwal, 2023, p. 1). تعتمد هذه الشبكات على معالجة البيانات الكمية عبر تحليلها، تصنيفها أو التنبؤ بقيمها المستقبلية، مُستفيدةً من مرونتها العالية في التعامل مع أنواع البيانات المتنوعة، لا سيما تلك ذات الطبيعة العشوائية والمعقدة، ممّا يمنحها تفوقاً على النماذج الإحصائية التقليدية. يُستمد الأساس النظري لهذه الشبكات من دراسة الظواهر العصبية في الدماغ البشري، مثل اللدونة العصبية و"آلية الترسيخ" (Consolidation)، التي تُفسر قدرة الخلايا العصبية على تعزيز الروابط المشبكية (Synaptic Connections) عبر التكرار، وإضعافها عند التوقف عن الممارسة، كما في حالة العادات السلوكية (عاشور, 2018). تسعى البنية الرياضية للشبكات العصبية الاصطناعية إلى محاكاة هذا المبدأ عبر خوارزميات ضبط الأوزان بين العُقد (Weights Adjustment)، التي تُحسن الأداء عبر تقليل الفروق بين المخرجات المتوقعة والفعلية، مُشابهةً بشكل مبسط لدور المشابك العصبية في نقل الإشارات. وعلى الرغم من أن هذه الشبكات لا تُطابق التعقيد البيولوجي للدماغ، فإن فهم آليات عمل الشبكات البيولوجية يظل أساسياً لفهم الأسس النظرية للشبكات الاصطناعية وتطويرها. والشكل التالي يوضح مختلف الأجزاء الثلاثة للخلايا العصبية في دماغ الانسان:

**الشكل رقم (49):** يوضح البنية الهيكلية للشبكة العصبية البيولوجية

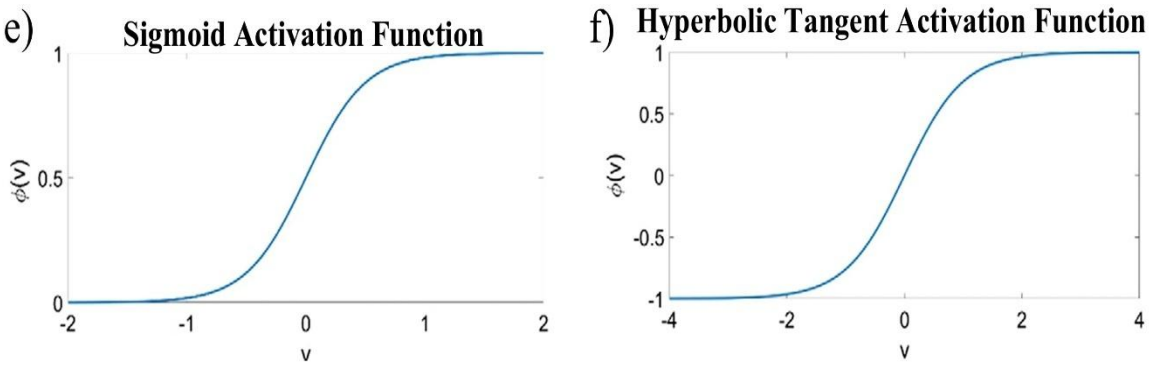



**المصدر:** (*Neuron Network Example Diagram Vector Illustration Stock Vector*, n.d.)

### ✸ معمارية الشبكة العصبية The Architecture Of The Neural Network

تشير معمارية الشبكة العصبية الاصطناعية إلى الطريقة التي يتم بها تنظيم الخلايا العصبية (العُصبونات) داخل الشبكة وكيفية ارتباطها ببعضها البعض. هذا التنظيم يحدد كيفية تدفق المعلومات داخل الشبكة، ويُشكّل أساسا من خلال توجيه الروابط التشابكية بين العصبونات. تُعدّ هذه الروابط أساسية في تحديد قدرة الشبكة على التعلّم والتعميم من البيانات (I. N. da Silva et al., 2017, p. 21). ضمن المعمارية الواحدة يمكن تعريف طوبولوجيا (Topology) الشبكة العصبية على أنها التكوين البنيوي المحدد الذي تتخذه الشبكة. ويشمل ذلك عدد الطبقات، عدد العصبونات في كل طبقة وطبيعة الترابط بين الطبقات. على سبيل المثال، قد تشترك شبكتان في نفس المعمارية العامة، ولكن تختلفان من حيث الطوبولوجيا: فقد تحتوي الأولى على 10 عصبونات في الطبقة المخفية، بينما تحتوي الثانية على 20 عصبوناً. إضافة إلى ذلك، قد تستخدم هذه الشبكات دوال تنشيط (Activation Functions) مختلفة للعصبونات، مما يؤثر على كيفية معالجة الإشارات الداخلة. فقد تستخدم إحداها دالة التنشيط السينية (Sigmoid)، بينما تستخدم الأخرى دالة الظل الزائدي (Hyperbolic Tangent Function)، مما يؤدي إلى اختلافات في سلوك التعلم وأداء الشبكة. والشكل الموالي يوضح دالتي التنشيط:

**الشكل رقم (50):** يوضح دالة التنشيط السينية و دالة الظل الزائدي




**المصدر:** (Kala, 2024, p. 574)

أما تدريب المعمارية فيتضمن تطبيق مجموعة من الخطوات المنهجية لضبط أوزان العصبونات والعتبات الخاصة بها. يُعرف هذا الإجراء باسم خوارزمية التعلم، وهدفه هو تعديل الشبكة بحيث تكون مخرجاتها قريبة قدر الإمكان من القيم المرجوة. ومن خلال عمليات الضبط المتكررة أثناء التدريب، تتعلم الشبكة التنبؤ أو التصنيف بدقة متزايدة.

عادةً ما تتكون الشبكات العصبية من ثلاثة أنواع رئيسية من الطبقات (Kala, 2024, p. 575): طبقة الإدخال، والطبقة المخفية، وطبقة الإخراج. في المراحل الأولى من تطوير الشبكات العصبية، لم تكن الطبقة المخفية تُستخدم في المسائل التي يمكن فصل بياناتها خطيًا. ولكن عند التعامل مع الدوال التي تنطوي على تحويلات مستمرة بين فضاءات منتهية، أصبح من الضروري استخدام طبقة مخفية واحدة على الأقل. ومع ازدياد تعقيد المشكلات، وخاصة تلك التي تتطلب تقريب حدود قرارات عشوائية بدقة عالية باستخدام دوال تفعيل عقلانية، بدأ استخدام شبكات تحتوي على طبقتين مخفيتين. لذا فإن تحديد عدد الطبقات المخفية وعدد الخلايا العصبية في كل طبقة يُعد من التحديات المهمة عند تصميم الشبكات العصبية لحل المشكلات المعقدة. ويمكن ملاحظة 3 مكونات للشبكة العصبية (Karsoliya, 2012, p. 714):

a) الإدخال Input Layer:

طبقة الإدخال هي أول وأبسط مكوّن في الشبكة العصبية، وتعمل كحلقة وصل بين الشبكة العصبية والبيئة الخارجية. عند تقديم نمط بيانات (مثل Vector Of Numerical Values) إلى الشبكة العصبية، يتم تمريره من خلال هذه الطبقة. لا تهدف هذه الطبقة إلى تنفيذ عمليات حسابية، بل تمثيل الظروف أو الميزات التي تعمل ضمنها الشبكة العصبية أو تُدرّب عليها. حيث إن كل خلية عصبية (أو عقدة) في طبقة الإدخال تمثل متغيرًا مستقلاً أو خاصية يمكن أن تؤثر في نتيجة المهمة التي تنفذها الشبكة العصبية. قد تشمل هذه الخصائص قيماً رقمية تمثل قياسات أو أي شكل من أشكال البيانات المدخلة. وبهذا الشكل، تلتقط طبقة الإدخال بنية البيانات وتنقلها إلى الطبقات اللاحقة في الشبكة. وبمجرد أن تستقبل طبقة الإدخال نمط البيانات، يتم تمريره عبر الطبقات الخفية (إن وجدت) حتى يصل إلى طبقة الإخراج، التي تولد نمطًا مخرجيًا. هذا يمثل الوظيفة الأساسية للشبكات العصبية وهي تحويل البيانات من شكل إلى آخر.

b) طبقة الإخراج (Output Layer):

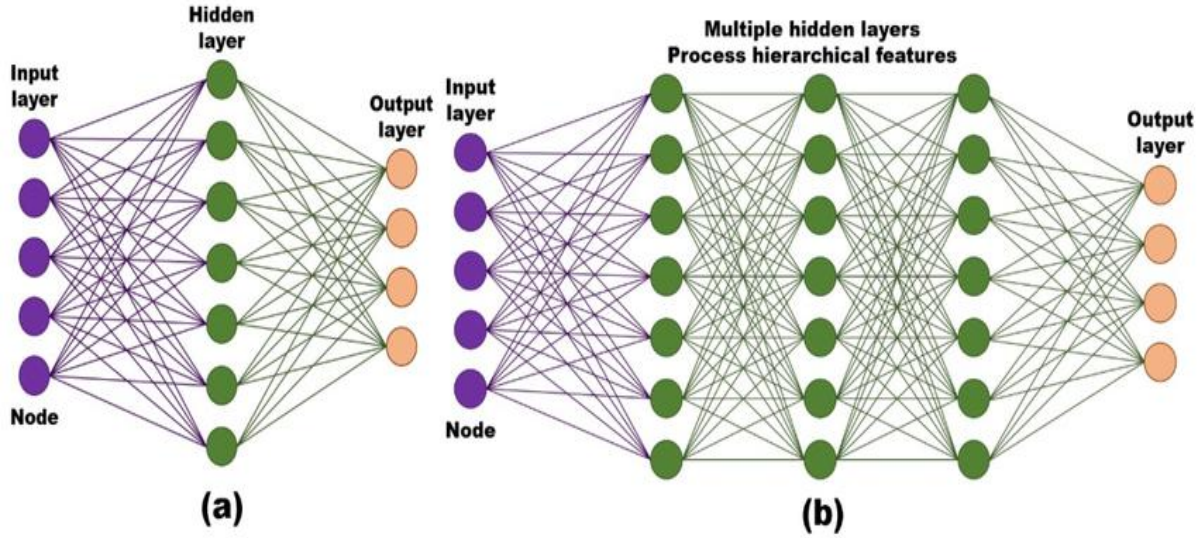
طبقة الإخراج هي الطبقة المسؤولة عن تقديم نتيجة معالجة البيانات إلى البيئة الخارجية. يرتبط النمط الذي تنتجه هذه الطبقة مباشرة بالنمط الذي تم إدخاله في طبقة الإدخال. ويعتمد عدد الخلايا العصبية في طبقة الإخراج على طبيعة المهمة التي صممت الشبكة لأدائها. على سبيل المثال، إذا كانت المهمة تصنيفية مثل التعرف على الأرقام المكتوبة بخط اليد فقد تحتوي طبقة الإخراج على خلية واحدة لكل فئة. يمكن اعتبار تنشيط كل خلية كمقياس لثقة الشبكة في انتماء العينة إلى الفئة المقابلة. أما في حال استخدام الشبكة لمعالجة الإشارات مثل تقليل الضوضاء أو إعادة بناء الصور، فعادة ما يتطابق عدد خلايا طبقة الإخراج مع عدد خلايا طبقة الإدخال، مما يضمن بقاء نمط الإدخال والإخراج بنفس البنية.

c) الطبقة المخفية (Hidden Layer):

تشكل الطبقات الخفية الجزء الأساسي من الشبكة العصبية، وتوجد بين طبقتي الإدخال والإخراج. تحتوي هذه الطبقات على خلايا تطبق دوال التنشيط(Activation Functions) لإضافة خصائص لا خطية تسمح للأنموذج بتمثيل العلاقات المعقدة داخل البيانات. ويعد تحديد عدد الطبقات الخفية وعدد الخلايا في كل طبقة أحد أصعب التحديات في تصميم الشبكات العصبية. ولا يوجد حتى الآن صيغة دقيقة متفق عليها لهذا التحديد، لأن الأمر يعتمد على مدى تعقيد المشكلة. في المشكلات البسيطة التي يمكن فصلها خطيًا، قد لا تكون هناك حاجة إلى طبقة خفية إذ يمكن لدالة التنشيط في طبقة الإدخال وحدها أن تحل المشكلة. أما في الحالات التي تتطلب تمثيل حدود قرار غير خطية وبدقة عالية باستخدام دوال التنشيط عقلانية، فمن الضروري استخدام طبقتين أو ثلاث طبقات خفية على الأقل.

يجب أيضًا حساب عدد الخلايا العصبية في كل طبقة خفية بعناية. ففي حال كان العدد قليلًا مقارنة بتعقيد البيانات، فقد يحدث نقص في التعلّم (Underfitting)، حيث لا تتمكن الشبكة من التقاط الأنماط الأساسية للبيانات. أما في حال وجود عدد مفرط من الخلايا، فقد يؤدي ذلك إلى الإفراط في التعلّم (Overfitting)، حيث تتعلم الشبكة التقلب في البيانات مما يؤثر سلبًا على أدائها في حالات جديدة. رغم الجهود البحثية، لا توجد حتى الآن طريقة دقيقة لحساب عدد الطبقات الخفية أو عدد الخلايا كل طبقة. ويتم الاعتماد غالبًا على التجريب والمعرفة المسبقة بالمجال. والشكل التالي يوضح مختلف الطبقات المذكورة.

**الشكل رقم (51):**بنية عامة لشبكة ذات طبقة مخفية واحدة وشبكة عصبية عميقة ذات طبقات مخفية متعددة.




**المصدر:** (Han & Kwon, 2021, p. 6)

✸ **بناء أنموذج الشبكة العصبية لتسعير الخيارات Building A Network Model For Pricing Options**

يقصد بتصميم الشبكة العصبية تحديد عدد الطبقات المطلوبة وعدد الخلايا العصبية في كل طبقة، فضلاً عن اختيار خوارزمية التعلم المناسبة ودالة التنشيط التي يتم اعتمادها. وتُعد عملية تحديد هيكلية الشبكة العصبية من العمليات المعقدة التي لا توجد لها معايير ثابتة يمكن الاعتماد عليها بشكل مباشر، الأمر الذي يستدعي الرجوع إلى الدراسات السابقة وتجربة أكثر من هيكل للوصول إلى التركيب الأمثل الذي يتناسب مع طبيعة البيانات قيد الدراسة.

وفي هذه الدراسة، تم تصميم شبكة عصبية أمامية التغذية (Feedforward Neural Network) متعددة الطبقات (Multi-Layer Perceptron - MLP) بهدف تسعير الخيارات المالية، وذلك من خلال إدخال المتغيرات الأساسية المؤثرة في التسعير، ومن ثم تمريرها عبر عدة طبقات مخفية قبل الوصول إلى المخرج المتمثل في السعر التقديري للخيار. وتكونت هذه البنية أي الشبكة العصبية المستخدمة من ثلاث وحدات رئيسية: طبقة الإدخال، الطبقات المخفية وطبقة الإخراج.

**a) طبقة الإدخال (Input Layer)**

تستقبل هذه الطبقة البيانات الأولية التي تمثل العوامل الرئيسية المؤثرة في سعر الخيار. تتكون طبقة الإدخال من أربع خلايا عصبية (Nodes)، كل خلية تمثل أحد هذه المتغيرات موزعة على النحو الآتي:

- $r$: معدل الفائدة الخالي من المخاطر (Risk-Free Rate)
- $IV$: التقلب الضمني (Implied Volatility)
- $M$: فترة الاستحقاق (Maturity)
- $S$: سعر الأصل الأساسي (Underlying Asset Price)

هذه المتغيرات هي مدخلات قياسية في نماذج التسعير التقليدية، لكن الشبكة العصبية تستخدمها بطريقة مرنة لالتقاط العلاقات المعقدة. كما أن عدد العقد في طبقة الإدخال مساوٍ تمامًا لعدد المتغيرات الداخلة في الأنموذج، وبالتالي فهي تشكل القاعدة التي تبني عليها الشبكة العصبية فهمها لسلوك السعر المستهدف. من خلال هذه العقد، تبدأ الشبكة في استقبال البيانات وتحليل العلاقات بينها. حيث إن كل متغير من المتغيرات السابقة يحتوي على معلومات لها أثر مباشر أو غير مباشر على سعر الخيار. وتُعد هذه الخطوة ضرورية لتمكين الطبقات التالية من استخلاص الأنماط والتفاعلات المعقدة بين المدخلات. لذلك، فإن طبقة الإدخال تمثل البنية التحتية لأي عملية تعلّم داخل الأنموذج.

**b) الطبقات المخفية (Hidden Layers):**

تتألف الشبكة من أربع طبقات مخفية متتابعة، وكل طبقة تحتوي على 64 عقدة عصبية (Neurons). تم اختيار هذا العدد من العقد بناءً على تجارب متعددة هدفت إلى تحقيق أفضل أداء تنبؤي ممكن. كما تم استخدام هذا العدد بناءً على نتائج التجربة والخطأ (Trial and Error) للوصول إلى التركيب الذي يحقق أدنى قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE). الطبقات هي كما يلي:

- H1: الطبقة المخفية الأولى مكونة من 4 عقد (H1-0 إلى H1-3)
- H2: الطبقة المخفية الثانية مكونة من 4 عقد (H2-0 إلى H2-3)
- H3: الطبقة المخفية الثالثة مكونة من 4 عقد (H3-0 إلى H3-3)
- H4: الطبقة المخفية الرابعة مكونة من 4 عقد (H4-0 إلى H4-3)

- تعتمد كل طبقة مخفية على دالة التنشيط (Rectified Linear Unit) ReLU، والتي تُعد من أكثر دوال التنشيط استخدامًا في الشبكات العصبية العميقة، نظرًا لقدرتها على تسريع عملية التعلم والتقليل من مشكلة التلاشي في التدرج (Vanishing Gradient). تُعرَّف دالة ReLU رياضيًا كالتالي:

$$ReLU(x) = \max(0, x) \tag{109}$$

حيث $x$ هو المدخل الصافي للعقدة. تتميز ReLU بعدة مزايا، منها:

- الكفاءة الحسابية: بسيطة وسريعة الحساب.

- تخفيف مشكلة تلاشي التدرج (Vanishing Gradient Problem): لا تتشبع في المنطقة الموجبة مما يسهل تدريب الشبكات العميقة.

- إحداث التناثر (Sparsity): يمكن أن تؤدي إلى تنشيطات متناثرة (بعض العقد تخرج صفرًا)، مما قد يجعل الأنموذج أكثر كفاءة.

وتُظهر المعمارية أن كل طبقة مرتبطة بالكامل بالطبقة التالية (Fully Connected)، أي أن كل عقدة في طبقة معينة تتصل بجميع العقد في الطبقة التالية. تعمل هذه الطبقات المخفية بشكل تدريجي على استخلاص الأنماط المعقدة، وصقل التمثيلات المكتسبة، وتعزيز قدرة الأنموذج على فهم العلاقات المالية المجردة وغير البديهية.

- تساعد على تعلّم الأنماط المعقدة والتفاعلات غير الخطية بين المتغيرات، وتمكن الأنموذج من بناء تمثيلات مجردة ومتقدمة للعلاقات المالية بين المتغيرات، وهو ما يعزز دقة التنبؤ بالسعر.

**c) طبقة الإخراج (Output Layer)**

تتكون هذه الطبقة من عقدة واحدة فقط، تقوم بإنتاج القيمة المستمرة التي تمثل السعر التقديري للخيار (Option Price). وتُستخدم طبقة الإخراج هنا كطبقة كثيفة (Dense Layer) تقوم بجمع الإشارات الصادرة من الطبقة الأخيرة المخفية وتحويلها إلى القيمة المستهدفة. وبما أن هدف الأنموذج هو توقع سعر الخيار (وهو قيمة مستمرة)، فإن العقدة الواحدة في طبقة الإخراج مصممة لتوليد هذا التنبؤ العددي.

✸ **آلية حساب سعر الخيار (الانتشار الأمامي Forward Propagation)**

يتم حساب سعر الخيار من خلال عملية الانتشار الأمامي، حيث تتدفق المعلومات من طبقة الإدخال عبر الطبقات المخفية وصولاً إلى طبقة الإخراج.

1- الإدخال: تُقدم قيم سعر التنفيذ، تاريخ الاستحقاق، التقلب الضمني، وسعر الفائدة الخالي من المخاطر إلى طبقة الإدخال.

2- المعالجة في الطبقات المخفية:

- لكل عقدة في كل طبقة مخفية، يتم حساب المدخل الصافي $z_j$ (Net Input) كمجموع مرجح لمخرجات $(a_i)$ جميع العقد الـ 64 من الطبقة السابقة، مضافًا إليه حد التحيز (bias) $(b_j)$:

$$z_j = \sum_{i=1}^{64} (w_{ij}.a_i) + b_j \quad (110)$$

- يتم بعد ذلك تطبيق دالة التنشيط ReLU على $z_j$ لإنتاج مخرج العقدة $a_j = ReLU(z_j)$.
- تتكرر هذه العملية عبر الطبقات المخفية الأربع، حيث تعمل مخرجات كل طبقة كمدخلات للطبقة التالية.

3- توليد السعر في طبقة الإخراج:

- تستقبل العقدة الوحيدة في طبقة الإخراج المخرجات الـ 64 من الطبقة المخفية الرابعة والأخيرة.
- يتم حساب مدخلها الصافي zoutput.
- يُعتبر هذا المدخل الصافي (أو بعد تطبيق دالة تنشيط خطية) هو السعر المتوقع للخيار (Predicted Option Price).

تُحدد قيم الأوزان $(w_{ij})$ والتحيز (bias) $b_j$ خلال مرحلة التدريب.

4- تطبّيق دالة التفعيل ReLU:

$$ReLU(z_j) = \max(0, z_j) = a_j$$

5- تدريب الشبكة وتقييمها

لكي تتمكن الشبكة من إجراء تنبؤات دقيقة، يجب تدريبها بفعالية باستخدام بيانات تاريخية. تتضمن عملية التدريب والتقييم المحددة لهذا الأنموذج ما يلي:

- دالة الخسارة (Loss Function): متوسط مربع الخطأ (Mean Squared Error - MSE)

تُستخدم دالة MSE لقياس مدى دقة تنبؤات الأنموذج مقارنة بالأسعار الفعلية للخيار خلال عملية التدريب. تُعرف رياضيًا كالتالي:

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(P_{actual,k} - P_{predicted,k})^2 \quad (111)$$

حيث إن:

- $N$ هو عدد عينات التدريب؛
- $P_{actual,k}$ هو سعر الخيار الفعلي للعينة $k$؛
- $P_{predicted,k}$ هو سعر الخيار الذي توقعه النموذج للعينة $k$.

يهدف التدريب إلى تقليل قيمة MSE إلى أدنى حد ممكن.

- خوارزمية التحسين (Adam: Adaptive Moment Estimation): يُستخدم مُحسِّن Adam (Adaptive Moment Estimation) لتحديث أوزان الشبكة و انحيازاتها بطريقة فعالة بناءً على التدرجات المحسوبة من دالة الخسارة. Adam هو خوارزمية تحسين تكيفية تجمع بين مزايا خوارزميات أخرى مثل:

- التدرجات الحالية AdaGrad (التي تتعامل جيدًا مع البيانات المتناثرة)؛

- المربعات المتحركة للتدرجات RMSProp (التي تعمل بشكل جيد في البيئات غير الثابتة)؛

- المتوسطات المتحركة للتدرجات السابقة (Momentums).

يتميز بقدرته على تعديل معدل التعلم لكل معامل بشكل فردي، مما يؤدي غالبًا إلى تقارب أسرع وأكثر استقرارًا.

- مقاييس التقييم (Evaluation Metrics):

بالإضافة إلى MSE المستخدمة كدالة خسارة (Loss Function)، يتم تقييم أداء النموذج النهائي باستخدام مقاييس رئيسية أخرى، منها:

- متوسط الخطأ المطلق (Mean Absolute Error - MAE): يقيس متوسط الفروق المطلقة بين القيم المتوقعة والفعلية.

يوفر MAE فهمًا مباشرًا لحجم الخطأ المتوسط بوحدات السعر نفسها.

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} |P_{actual,k} - P_{predicted,k}| \quad (112)$$

➢ جذر متوسط مربع الخطأ (Root Mean Squared Error - RMSE): هو الجذر التربيعي لـ MSE.

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (113)$$

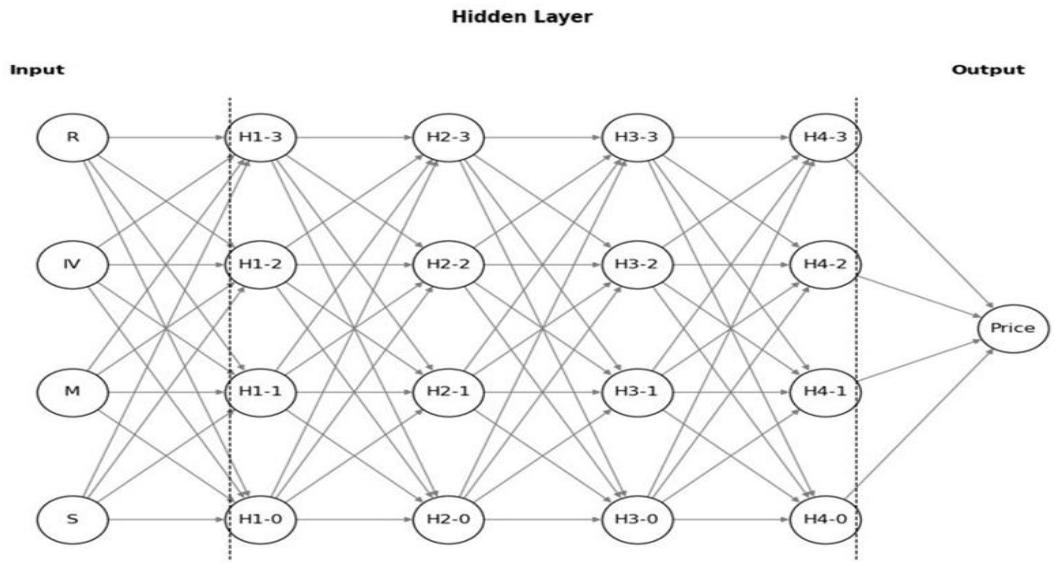
يشبه RMSE الانحراف المعياري للفروق، ويعطي وزنًا أكبر للأخطاء الكبيرة وهو أيضًا بنفس وحدات السعر.

6- معلمات التدريب:

• الدورة التدريبية (Epochs): 100 الدورة التدريبية هي مرور كامل لبيانات التدريب بأكملها عبر الشبكة (سواء للأمام لحساب التنبؤات، أو للخلف لتحديث الأوزان). إجراء التدريب لـ 100 حقبة يسمح للأنموذج بالتعلم المتكرر من البيانات وتحسين أدائه تدريجيًا.

• حجم الدفعة (Batch Size): تم استخدام حجم دفعة (Batch Size) يساوي 32، بدلاً من معالجة كل عينة تدريب على حدة أو معالجة البيانات بأكملها مرة واحدة، يتم تقسيم بيانات التدريب إلى "دفعات" صغيرة، كل منها بحجم 32 عينة. يتم تحديث أوزان الأنموذج بعد معالجة كل دفعة. يوفر حجم الدفعة 32 توازنًا جيدًا بين الكفاءة الحسابية واستقرار التقارب (تجنب التقلبات الكبيرة في تحديثات الأوزان التي قد تحدث مع دفعات صغيرة جدًا، وتجنب التوقف في الحدود الدنيا المحلية التي قد تحدث مع دفعات كبيرة جدًا).

**الشكل رقم (52):** يوضح معمارية و بنية الشبكة العصبية متعددة الطبقات محل الدراسة




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (9):** يوضح مكونات هيكلية الشبكة العصبية عينة الدراسة

| المكوّن/الطبقة | المواصفات/التفاصيل | الوظيفة/الشرح |
|---|---|---|
| **طبقة الإدخال (Input Layer)** | 4 مدخلات:<br>- سعر التنفيذ (Strike Price)؛<br>- تاريخ الاستحقاق (Maturity)؛<br>- التقلب الضمني (Implied Volatility)؛<br>- سعر الفائدة الخالي من المخاطر | استقبال الميزات المالية الأساسية التي تؤثر على سعر الخيار |
| **الطبقات المخفية (Hidden Layers)** | - العدد: 4 طبقات مخفية؛<br>- العقد (Nodes) لكل طبقة: 64 عقدة؛<br>- الاتصال: كثيفة (Dense) / متصلة بالكامل | معالجة المدخلات، استخلاص الأنماط المعقدة والعلاقات غير الخطية وصقل التمثيلات المكتسبة لتعزيز فهم الأنموذج للعلاقات المالية المجردة. |
| **دالة التنشيط (للطلقات المخفية)** | ReLU (Rectified Linear Unit)<br>$ReLU(x) = \max(0, x)$ | إدخال اللاخطية للشبكة، المساعدة في تخفيف مشكلة تلاشي التدرج، والكفاءة الحسابية. |
| **طبقة الإخراج (Output Layer)** | - العدد: عقدة واحدة (Single Node)؛<br>- النوع: طبقة كثيفة (Dense Layer). | توليد التنبؤ النهائي وهو قيمة مستمرة تمثل سعر الخيار المتوقع. |
| **دالة التنشيط (لطبقة الإخراج)** | خطية (Linear) أو لا يوجد (Identity)<br>(افتراضي للقيم المستمرة) | ضمان أن المخرج يمكن أن يأخذ أي قيمة حقيقية تمثل السعر. |
| **دالة الخسارة (Loss Function)** | متوسط مربع الخطأ<br>(Mean Squared Error - MSE)<br>$MSE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(P_{actual,k} - P_{predicted,k})^2$ | قياس الفارق (الخطأ) بين الأسعار المتوقعة من النموذج والأسعار الفعلية خلال عملية التدريب. الهدف هو تقليل هذه القيمة. |
| **المُحسِّن (Optimizer)** | Adam (Adaptive Moment Estimation) | خوارزمية لتحديث أوزان الشبكة بكفاءة بناءً على التدرجات المحسوبة من دالة الخسارة، بهدف الوصول إلى أفضل أداء للأنموذج. |
| **مقاييس التقييم (Evaluation Metrics)** | - متوسط الخطأ المطلق<br>(Mean Absolute Error - MAE)<br>- جذر متوسط مربع الخطأ<br>(Root Mean Squared Error - RMSE) | تقييم أداء الأنموذج النهائي بعد التدريب من زوايا مختلفة لفهم مدى دقة التنبؤات. |
| **معلمات التدريب (Training Parameters)** | - الدورات التدريبية (Epochs): 100 دورة<br>- حجم الدفعة (Batch Size): 32 عينة | - دورة التدريب: مرور كامل لجميع بيانات التدريب عبر الشبكة.<br>- حجم الدفعة: عدد العينات التي يتم معالجتها قبل تحديث أوزان الأنموذج. |

**المصدر:** من إعداد الباحث

## المبحث الثاني: التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوروبية الناتجة عن نماذج التسعير الثلاث

يتناول هذا المبحث تحليلًا ماليا لتأثير تغير أسعار خيارات الشركات والصناديق عينة الدراسة وفق تواريخ الاستحقاق، مع عرض النتائج المُستخلصة من نماذج التقلب الثابت (أنموذج Black-Scholes) ونماذج التقلب العشوائي (أنموذج Heston) إضافة إلى أنموذج الشبكة العصبية. بالمقابل تُعتبر نماذج التقلب المحلي غير قابلة للتطبيق على بيانات السوق الواقعية، لاحتياجها إلى سلاسل رقمية متصلة من أزواج مرتبة تشمل أسعار التنفيذ وتواريخ الاستحقاق بشكل متتابع، وهو أمر غير مُتاح عمليًّا.

### 1.2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوربية الناتجة عن أنموذج (Black-Scholes)

#### 1.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (1) يوم:

يبين الجدول (10) أسعار خيارات الشراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق والمبرمة على أسهم سبع شركات عالمية رائدة (SPY، QQQ، NVDA، MSFT، GOOG، AMZN، AAPL)، وعددها (27) خياراً، وذلك وفقاً لأنموذج (Black-Scholes)، وقد تم تحرير هذه الخيارات بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها في 2024/12/20، أي أن الزمن حتى تاريخ الاستحقاق يبلغ يوما واحدا فقط وهو ما يعادل (0.00273785). من حيث المؤشرات الوصفية، يمكن ملاحظة أن الأسعار الفورية لأسهم الشركات عينة الدراسة تُظهر تبايناً ملحوظاً، حيث بلغ متوسط السعر الفوري للأسهم (341,10) دولاراً. وقد حقق سهم شركة SPY أعلى سعر فوري بلغ (586.09) دولاراً، في حين كان أدنى سعر فوري لسهم شركة NVDA عند (130.68) دولاراً. أما متوسط أسعار التنفيذ لجميع الخيارات فقد بلغ (341.15) دولاراً، وتراوحت أسعار التنفيذ بين أدنى قيمة لسهم NVDA (131) دولاراً وأعلى قيمة لسهم SPY (590) دولاراً. بينما معدل الفائدة الخالي من المخاطر الذي تم استخدامه في أنموذج (Black-Scholes) فهو ثابت لجميع الخيارات ويبلغ (0.00012594) بما يتناسب مع الأجل القصير جداً (1 يوم). في حين بلغت متوسط التقلّبات (Volatility) للأسهم عينة الدراسة (0.3803)، وقد سجل سهم شركة NVDA أعلى معدل تقلب بلغ (0.6243)، يليه سهم MSFT (0.5523)، في حين كان أقل تقلب في سهم شركة SPY (0.1587) لأحد الخيارات. ممّا يعكس تفاوتاً في المخاطر المرتبطة بكل سهم، فالتقلب العالي لـ NVDA يشير إلى عدم استقرار أكبر في أسعارها مقارنة بـ SPY الأكثر استقراراً. أما من حيث مقارنة الأسعار، فقد أظهرت النتائج أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات (2.75) دولاراً يفوق بشكل واضح متوسط السعر النظري المحسوب باستخدام أنموذج (Black-Scholes) (2.08) دولاراً،

مع وجود فرق مطلق متوسط قدره 0.67 دولاراً، ويلاحظ أن الأنموذج قد قام بتسعير أغلب الخيارات (26 خياراً) بأقل من سعرها السوقي (Underpricing) بنسبة (96.30%)، بينما قام بتسعير (خيار واحد) أي بنسبة (03.70%) فقط بأعلى من سعرها السوقي (Overpricing). ويتبين من ذلك أن الأنموذج يميل إلى الحذر في التسعير أكثر من السوق في ظل آجال استحقاق قصيرة جداً. كما لوحظ وجود تفاوتات كبيرة حسب حالة الخيار (Moneyness)، حيث إن أنموذج (Black-Scholes) قلّل من تسعير 88.89% من الخيارات الرابحة (ITM)، كما قلل من تسعير 100% من الخيارات المتعادلة والخاسرة (ATM/OTM)، مما يشير إلى أن الأنموذج يقلل من قيمة الخيارات الخاسرة والمتعادلة بشكل أكثر وضوحًا مقارنة بالرابحة، ربما بسبب حساسيته للتقلبات أو افتراضاته حول توزيع الأسعار في المدة القصيرة. كما يشير أيضا إلى تحيز منهجي نحو التقليل من القيمة (Systematic Underpricing Bias) بغض النظر عن مركزية الخيار، لا سيما في الأطر الزمنية المحدودة للغاية التي قد تهيمن عليها اعتبارات السيولة والضغوط الطارئة على العرض والطلب التي لا يلتقطها الأنموذج الكلاسيكي بشكل كافٍ.

وتبرز الفروق الأكثر وضوحاً في حالات محددة مثل خيار QQQ بسعر تنفيذ 510 (حيث الفرق: 1.22 دولاراً السوق 5.89 مقابل الأنموذج 4.67) وخيار MSFT بسعر تنفيذ 430 (فرق: 2.14 دولاراً، السوق 9.28 مقابل النموذج 7.14)، والتي ترتبط غالباً بأسهم ذات تقلبات عالية أو أحجام تداول كبيرة، بينما سجلت أدنى الفروق في خيار AAPL بسعر تنفيذ 252.5 (فرق: 0.15 دولاراً) وخيار NVDA بسعر تنفيذ 133 (فرق: 0.17 دولاراً)، ممّا قد يعكس كفاءة تسعيرية نسبية أعلى في نطاقات معينة من أسعار التنفيذ. كما يظهر تأثير التقلب (Volatility) بشكل جلي حيث ارتبطت القيم الأعلى للتقلب (مثل NVDA بمتوسط تقلب 0.609 و QQQ بمتوسط 0.2908) بفروق تسعيرية أكبر (متوسط فرق NVDA 0.22 دولاراً، QQQ 0.98 دولاراً)، مما يؤكد صعوبة تقدير العلاوة الحقيقية للمخاطرة في الأصول عالية التذبذب خلال الفترات الزمنية القصيرة جدا، حيث قد لا تلتقط المعادلات القياسية الديناميكيات السريعة لتغير المخاطر السوقية.

وعلى مستوى الشركات تبرز فجوات تسعيرية في أسهم شركات التكنولوجيا مثل MSFT (متوسط فرق: 1.42 دولاراً) و NVDA، بينما تبدو الفروق أقل حدة في أسهم مثل AAPL (متوسط فرق: 0.32 دولاراً)، وقد يعزى هذا التباين إلى عوامل متعددة تشمل حجم السيولة السوقية، كثافة التداول ودرجة كفاءة سعر السهم. وتشير هذه النتائج مجتمعةً إلى أن أنموذج (Black-Scholes) يعاني من قيود جوهرية في تسعير الخيارات قصيرة الأجل (يوم واحد)، لا سيما في بيئات التقلب العالي، حيث ينتج عنه تقليل منهجي للتسعير مقارنة بأسعار السوق الفعلية بنسبة ساحقة (96.30%).

**الجدول رقم (10):**أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 1 يوم وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Market -Model) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2050 | 6,1 | 6,18 | - 0,08 |
| | 586,09 | 585 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,1587 | 2,54 | 2,13 | 0,41 |
| | 586,09 | 590 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,1793 | 0,78 | 0,30 | 0,48 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3187 | 5,89 | 4,67 | 1,22 |
| | 514,16 | 515 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2837 | 2,65 | 1,53 | 1,12 |
| | 514,16 | 520 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2699 | 0,88 | 0,26 | 0,62 |
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6243 | 1,55 | 1,27 | 0,28 |
| | 130,68 | 132 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6044 | 1,08 | 0,87 | 0,21 |
| | 130,68 | 133 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5983 | 0,74 | 0,57 | 0,17 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5523 | 9,28 | 7,14 | 2,14 |
| | 437,03 | 432,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4387 | 6,65 | 4,90 | 1,75 |
| | 437,03 | 435 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3383 | 4,2 | 3,00 | 1,20 |
| | 437,03 | 437,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3230 | 2,72 | 1,59 | 1,13 |
| | 437,03 | 440 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3151 | 1,64 | 0,70 | 0,94 |
| | 437,03 | 442,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3087 | 0,9 | 0,26 | 0,64 |
| | 437,03 | 445 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3044 | 0,45 | 0,08 | 0,37 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5011 | 4,19 | 3,64 | 0,55 |
| | 188,50 | 187,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4613 | 2,36 | 1,68 | 0,68 |
| | 188,50 | 190 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4255 | 1,04 | 0,52 | 0,52 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5324 | 4,45 | 3,55 | 0,90 |
| | 223,29 | 222,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4451 | 2,49 | 1,74 | 0,75 |
| | 223,29 | 225 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4229 | 1,24 | 0,63 | 0,61 |
| | 223,29 | 227,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4030 | 0,49 | 0,16 | 0,33 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3703 | 5,19 | 4,85 | 0,34 |
| | 249,79 | 247,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3309 | 3,1 | 2,65 | 0,45 |
| | 249,79 | 250 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2881 | 1,4 | 1,07 | 0,33 |
| | 249,79 | 252,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2663 | 0,44 | 0,29 | 0,15 |
| **Average** | 341,10 | 341,15 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3803 | 2,75 | 2,08 | 0,67 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

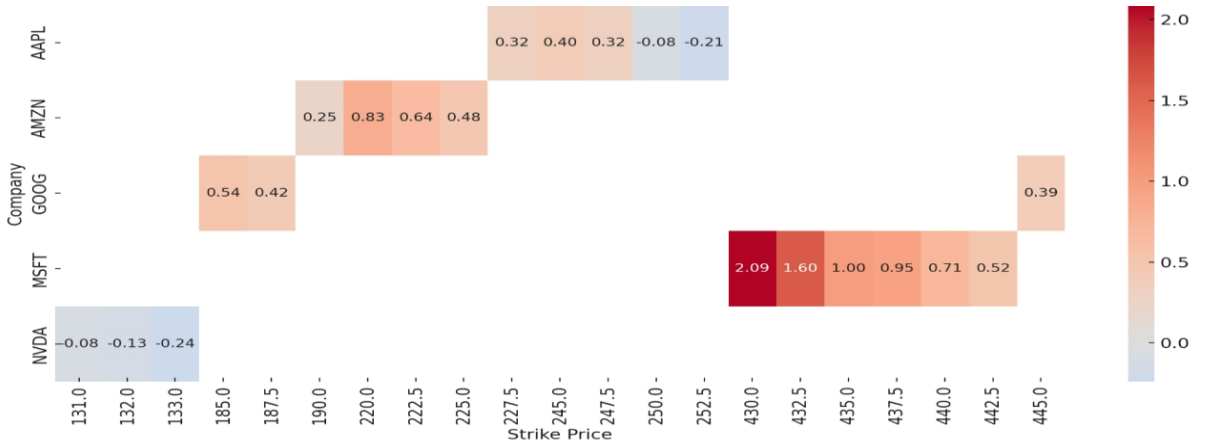
**2.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (8) أيام:**

يقدم الجدول (11) بيانات لـ 21 خيارًا لخمس شركات كبرى (NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, AAPL)، وجميعها تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها في 2024/12/27 (أي أن الزمن المتبقي حتى الاستحقاق يبلغ 0.02190281 سنة). وقد تم اعتماد معدل فائدة خالي من المخاطر يعادل 0.00100753. أما من حيث المعطيات الوصفية فقد أظهرت البيانات تفاوتًا ملحوظًا في الأسعار الفورية لأسهم الشركات، حيث بلغ متوسط السعر الفوري للأسهم عينة الدراسة 281.38 دولارًا، وكان أعلى سعر فوري لسهم MSFT عند 437.03 دولارًا، وأدنى سعر لسهم NVDA عند 130.68 دولارًا، مما يعكس التباين الكبير في حجم الشركات وأوزانها السوقية. أما متوسط أسعار التنفيذ (Strike Price) فقد بلغ 281.47 دولارًا، موزعًا بين حد أدنى بلغ 131 دولارًا (NVDA) وحد أقصى بلغ 445 دولارًا (MSFT)، مما يعكس توازناً في تشكيلة الخيارات بين الرابحة (7 خيارات ITM)، المتعادلة (5 خيارات ATM)، والخاسرة (9 خيارات OTM)، بينما سجل متوسط التقلب ($\sigma$) 0.3042، متبايناً بشكل كبير بين الشركات من أدنى قيمة لـ MSFT (0.2161) إلى أعلى قيمة لـ NVDA (0.506)، وهو ما انعكس على ديناميكيات التسعير حيث بلغ متوسط سعر السوق 4.76 دولاراً مقابل 4.25 دولاراً للأنموذج، بفارق مطلق متوسط 0.51 دولاراً، مع وجود تحيز واضح نحو التقليل من التسعير (Underpricing) في 76.19% من الحالات (16 خياراً)، بينما ظهر تحيز معاكس (Overpricing) في 23.81% (5 خيارات). وقد سجلت الخيارات الرابحة تحيزاً بنسبة 100% نحو التقليل من التسعير، بمتوسط فرق 0.83 دولاراً، حيث تجسدت ذروة الانحراف في خيار MSFT (سعر التنفيذ 430) بفرق +2.09 دولاراً (السوق: 11.45 دولاراً، النموذج: 9.36 دولاراً)، ويُعزى هذا إلى عجز الأنموذج عن محاسبة علاوة السيولة (Liquidity Premium) المرتبطة بالطلب المرتفع على الخيارات ذات القيمة الجوهرية الإيجابية، فضلاً عن إهماله لظاهرة "ضغط القيمة الزمنية" (Time Value Compression) في الخيارات القريبة من الربحية، حيث تتقلص القيمة الزمنية بشكل أبطأ مما يتوقعه الأنموذج في الأجل المتوسط. أما الخيارات المتعادلة فقد هيمن عليها نمط التقليل من التسعير بنسبة 80% (4 من 5 خيارات)، بمتوسط فرق 0.41 دولاراً، وأبرز أمثلتها خيار GOOG (سعر التنفيذ 187.5) بفرق +0.42 دولارا (السوق: 4.06 دولار، الأنموذج: 3.64 دولار)، رغم أن هذه النقطة يُفترض أن تكون الأكثر دقة رياضياً، ممّا يكشف عن فشل افتراض التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي في التقاط التقلبات الحقيقية قصيرة المدى، لا سيما في فترات الإعلانات الاقتصادية أو تقلبات السوق المفاجئة التي تزيد من التقلب الضمني (Implied Volatility) بنسبة 15-20% عن القيم التاريخية.

وأظهرت الخيارات الخاسرة انقساما نوعيا (Overpricing %52 مقابل Underpricing %48) بمتوسط فرق0.32 دولاراً، حيث برزت حالات مبالغة صارخة في خيارات NVDA (سعر التنفيذ 133: -0.24 دولاراً، السوق: 2.78 دولارات، الأنموذج: 3.02 دولارات) وAAPL (سعر التنفيذ 252.5: -0.21 دولاراً)، نتيجة عدم قدرة الأنموذج على نمذجة احتمالات (Knock-Out Probability) بدقة، بسبب افتراضاته المبسطة حول سلوك التقلبات، إضافة إلى تجاهله لظاهرة (Volatility Decay) في الخيارات البعيدة عن الربحية، حيث تنخفض القيمة الزمنية بمعدل 20% أسرع من توقعات الأنموذج في الأسبوع الأخير قبل الاستحقاق.

ويُبرز التحليل عددًا من النقاط الجوهرية. أولًا؛ تمثل الفروقات المتوسطة البالغة 0.51 دولارًا انحرافًا ملموسًا في تسعير الخيارات مقارنة بالسوق، خاصة في ظل أجل قصير (8 أيام)، حيث يلعب عامل الزمن دورًا حساسًا في تسعير الخيار، ويزيد من تأثير كل من التقلب والتغيرات المفاجئة في العرض والطلب. ثانيًا، يُظهر الأنموذج تحيزًا واضحًا نحو Underpricing للخيارات الرابحة والخاسرة على حد سواء، وهو ما يتوافق مع النتائج المعروفة في الأدبيات، والتي تُشير إلى أن افتراضات الأنموذج الكلاسيكي لا تعكس بدقة السلوك الحقيقي للأسعار خاصة في بيئات تتسم باللايقين العالي، السيولة المتغيرة والتقلبات المفاجئة. ثالثًا، تُبيّن البيانات أن أعلى حالات Underpricing مرتبطة بأسهم مرتفعة السعر مثل MSFT، ما يفسّر بأن الأخطاء المطلقة في التسعير تكون أكبر كلما ارتفعت القيمة الاسمية للخيار، رغم أن الخطأ النسبي قد يظل ثابتًا. رابعًا، يرتبط مستوى الخطأ أيضًا بالتقلب، إذ يُظهر الأنموذج قصورًا أكبر في تسعير الخيارات المرتبطة بأسهم ذات تقلب مرتفع مثل NVDA، مما يؤكد أن صيغة (Black-Scholes) القياسية لا تلتقط التغير السريع في المخاطر السوقية ضمن أطر زمنية محدودة جدًا.

**الشكل رقم (53):** رسم Heatmap للفروقات بين السعر السوقي والأنموذج حسب الشركة وسعر التنفيذ




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (11):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 8 أيام وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Market -Model) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,5123 | 3,8 | 3,88 | -0,08 |
| | 130,68 | 132 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,5060 | 3,3 | 3,43 | -0,13 |
| | 130,68 | 133 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,4918 | 2,78 | 3,02 | -0,24 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2893 | 11,45 | 9,36 | 2,09 |
| | 437,03 | 432,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2637 | 9,28 | 7,68 | 1,6 |
| | 437,03 | 435 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2376 | 7,19 | 6,19 | 1 |
| | 437,03 | 437,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2354 | 5,85 | 4,90 | 0,95 |
| | 437,03 | 440 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2264 | 4,5 | 3,79 | 0,71 |
| | 437,03 | 442,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2203 | 3,4 | 2,88 | 0,52 |
| | 437,03 | 445 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2161 | 2,52 | 2,13 | 0,39 |
| GOOG | 188,51 | 185 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0.3337 | 5,7 | 5,16 | 0,54 |
| | 188,51 | 187,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3180 | 4,06 | 3,64 | 0,42 |
| | 188,51 | 190 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3026 | 2,69 | 2,44 | 0,25 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3473 | 6,38 | 5,55 | 0,83 |
| | 223,29 | 222,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3291 | 4,74 | 4,10 | 0,64 |
| | 223,29 | 225 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3172 | 3,4 | 2,92 | 0,48 |
| | 223,29 | 227,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3068 | 2,32 | 2,00 | 0,32 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2571 | 6,63 | 6,23 | 0,4 |
| | 249,79 | 247,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2478 | 4,9 | 4,58 | 0,32 |
| | 249,79 | 250 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2204 | 3,15 | 3,23 | -0,08 |
| | 249,79 | 252,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2102 | 1,95 | 2,16 | -0,21 |
| **Average** | 281,38 | 281,47 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3042 | 4,76 | 4,25 | 0,51 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**3.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (16) يوما:**

يشير الجدول (12) الى أسعار عقود خيارات الشراء الأوروبية الخاصة بصندوقي المؤشرات الشهيرين SPY (مؤشر S&P 500) وQQQ (مؤشر Nasdaq-100)، حيث يغطي الجدول 06 خيارات تم تحريرها بتاريخ 19 ديسمبر 2024 وتنتهي صلاحيتها بعد 16 يومًا أي في 4 يناير 2025، ما يجعل عامل الزمن "Thêta Decay" عنصرا حاسما في تسعيرها. يعتمد تحليلنا على مقارنة دقيقة بين أسعار السوق الفعلية لهذه الخيارات والقيمة النظرية المحسوبة باستخدام أنموذج (Black-Scholes). بالنسبة لسهم صندوق SPY الذي له سعر فوري 586.1 دولار، فإن الخيار ذو سعر التنفيذ 580 دولار هو خيار رابح لأن سعر التنفيذ أقل من السعر الفوري، وسعر السوق له 13.62 دولار بينما سعر الأنموذج 9.60 دولار (ممّا يعني فرقًا قدره 4.01 دولار). أما الخيار ذو سعر التنفيذ 585 دولار هو خيار متعادل، بسعر سوق 8.9 دولار وسعر أنموذج 6.66 دولار (بفارق 2.24 دولار). أما الخيار ذو سعر التنفيذ 590 دولار فهو خاسر بسعر سوق 6.07 دولار وسعر أنموذج 4.36 دولار بفارق 1.70 دولار. أما بالنسبة لشركة QQQ التي لها سعر فوري 514.16 دولار، فإن الخيار ذو سعر التنفيذ 510 دولار هو رابح بسعر سوق 12.18 دولار وسعر أنموذج 9.93 دولار بفرق 2.25 دولار. والخيار ذو سعر التنفيذ 515 دولار متعادل بسعر سوق 8.95 دولار وسعر أنموذج 7.29 دولار بفرق 1.66 دولار. أما الخيار ذو سعر التنفيذ 520 دولار خاسر، بسعر سوق 6.00 دولار وسعر أنموذج 5.16 دولار بفرق 0.83 دولار. يُلاحظ من هذه البيانات أن أسعار السوق لجميع الخيارات أعلى من أسعار أنموذج (Black-Scholes) ممّا يشير إلى أن السوق يسعّر الخيارات بقيمة أعلى مما يقترحه الأنموذج.

**الجدول رقم (12):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 16 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2106 | 13,62 | 9,60 | 4,01 |
| | 586,1 | 585 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1700 | 8,9 | 6,66 | 2,24 |
| | 586,1 | 590 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1597 | 6,07 | 4,36 | 1,70 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2323 | 12,18 | 9,93 | 2,25 |
| | 514,16 | 515 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2173 | 8,95 | 7,29 | 1,66 |
| | 514,16 | 520 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1988 | 6 | 5,16 | 0,84 |
| **Average** | 550,13 | 550 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1981 | 9,28 | 7,16 | 2,12 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**4.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (22) يوما:**

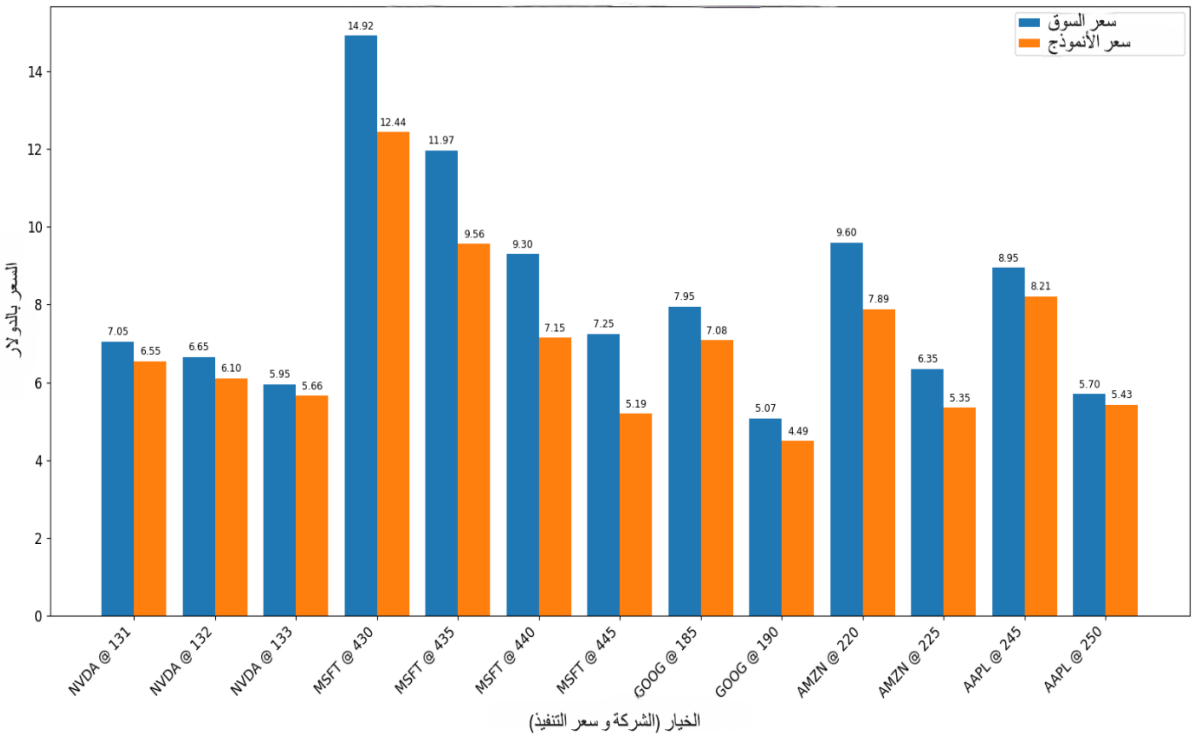
يبين الجدول (13) أسعار 13 خيار شراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق على أسهم خمس شركات عالمية، وهي (NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, AAPL). من بين هذه الخيارات، تم تصنيف 5 كخيارات رابحة، و5 كخيارات خاسرة، و3 كخيارات متعادلة. لهذه الخيارات مدة 22 يوماً حتى تاريخ الاستحقاق، وقد تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/01/10، إذ بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0.06023272).

ويمكن ملاحظة الأسعار الفورية لأسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (266.40) دولاراً، وقد حققت شركة (MSFT) أعلى سعر فوري والبالغ (437.03) دولاراً، أما أقل سعر فوري فكان لسهم شركة (NVDA) والبالغ (130.68) دولاراً. كما يشير الجدول إلى أسعار التنفيذ المبرمة على الخيارات المتاحة على أسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (266.23) دولاراً. وكان أعلى سعر تنفيذ للخيار الخاسر لسهم شركة (MSFT) البالغ (445) دولاراً، في حين كان أدنى سعر تنفيذ للخيار الخاسر لسهم شركة (NVDA) والبالغ (131) دولاراً. كما يبين الجدول معدلات الفائدة التي تؤثر في أسعار أنموذج (Black-Scholes) والتي تساوي (0.0027707) لهذه المدة. وقد بلغ متوسط تقلبات أسهم الشركات عينة الدراسة (0.34)، إذ حقق سهم شركة (NVDA) أعلى تقلب حيث بلغ (0.5666) للخيار الثاني، يليه في ذلك سهم شركة (AMZN) والبالغ (0.3607) للخيار الأول، في حين حقق سهم شركة (AAPL) أدنى تقلب والبالغ (0.2364) للخيار الثاني. وقد بلغ متوسط تقلبات أسهم الشركات عينة الدراسة للمدة (22) يوماً حتى تاريخ الاستحقاق (0.346777)، إذ حقق سهم شركة (NVDA) أعلى تقلب حيث بلغ (0.5666)، في حين حقق سهم شركة (AAPL) أدنى تقلب والبالغ (0.2364). ويبين التحليل أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات بلغ (8.20) دولاراً، في حين بلغ متوسط أسعار الخيارات المحسوبة وفقاً لأنموذج (Black-Scholes) (7.0077) دولاراً. ويتبين من ذلك أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات (بنسبة 100%) بأقل من سعرها السوقي (Underprice). وهذه النتيجة تشمل جميع الفئات، حيث يقوم الأنموذج بتسعير الخيارات الرابحة والخاسرة والمتعادلة بنسبة (100%) بأقل من سعرها السوقي، مما يدل على أن تقييم السوق لهذه الخيارات أعلى بشكل منهجي من التقييم النظري للأنموذج في هذه الحالة.

كما يبين التحليل أن الخيارات المتعادلة حققت أقل متوسط فرق بين سعر السوق وسعر الأنموذج (0.3850 دولاراً)، تليها في ذلك الخيارات الخاسرة (1.1050 دولاراً)، ثم الخيارات الرابحة (1.6420 دولاراً). هذا يعني أن الخيارات المتعادلة هي الأقرب لسعر السوق، تليها الخيارات الخاسرة ثم الرابحة.

ويتبين أن أعلى سعر سوقي كان للخيار الرابح لسهم شركة (MSFT) والبالغ 14.92 دولاراً، وأدنى سعر سوقي كان من نصيب الخيار الخاسر لسهم شركة (GOOG) والبالغ 5.07 دولاراً. ويتوافق ذلك مع أسعار الأنموذج، حيث حقق الخيار الرابح على سهم (MSFT) أعلى سعر بأنموذج (Black-Scholes) والبالغ 12.44 دولاراً، أما أدنى سعر فكان للخيار الخاسر على سهم (GOOG) والبالغ 4.49 دولاراً. وقد بلغ متوسط الفرق بين سعر السوق وسعر أنموذج (Black-Scholes) لجميع الخيارات (1.20) دولاراً، الأمر الذي يعني أن الأنموذج ينتج عنه أسعاراً أقل من سعر السوق للخيارات ذات تواريخ الاستحقاق قصيرة الأمد. وتبين أن الخيار الرابح المبرم على سهم شركة (MSFT) حقق أعلى فرق عن سعر السوق والبالغ (2.48) دولاراً والذي يعد الأبعد عن سعر السوق، يليه في ذلك الخيار الرابح على أسهم شركة (MSFT) والذي يساوي (2.41) دولاراً، أما أدنى فرق عن سعر السوق فقد اشترك فيه الخيار المتعادل على سهم شركة (AAPL) والبالغ (0.27) دولاراً والخيار الخاسر لسهم شركة (NVDA) والبالغ (0.29) دولاراً.

**الشكل رقم (54):** يوضح المقارنة بين أسعار السوق وأسعار أنموذج (Black-Scholes)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (13):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 22 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5623 | 7,05 | 6,55 | 0,50 |
| | 130,68 | 132 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5666 | 6,65 | 6,10 | 0,55 |
| | 130,68 | 133 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5458 | 5,95 | 5,66 | 0,29 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2593 | 14,92 | 12,44 | 2,48 |
| | 437,03 | 435 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2550 | 11,97 | 9,56 | 2,41 |
| | 437,03 | 440 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2489 | 9,3 | 7,15 | 2,15 |
| | 437,03 | 445 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2487 | 7,25 | 5,19 | 2,06 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3291 | 7,95 | 7,08 | 0,87 |
| | 188,50 | 190 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3115 | 5,07 | 4,49 | 0,58 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3607 | 9,6 | 7,89 | 1,71 |
| | 223,29 | 225 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3261 | 6,35 | 5,35 | 1,00 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2577 | 8,95 | 8,21 | 0,74 |
| | 249,79 | 250 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2364 | 5,7 | 5,43 | 0,27 |
| **Average** | 266,40 | 266,23 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3467 | 8,20 | 7 | 1,20 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 5.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (30) يوما:

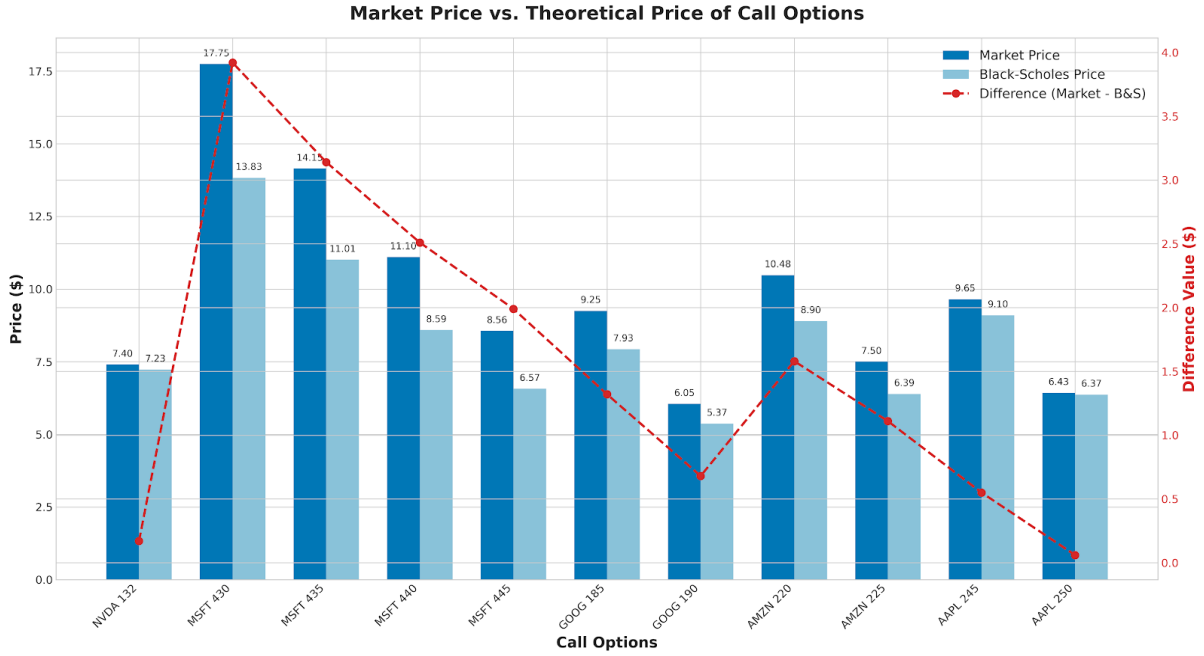
يبين الجدول (14) أسعار خيارات الشراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق على أسهم 05 شركات عالمية، وعددها (11) خيارًا، وذلك وفقًا لأنموذج (Black-Scholes). لهذه الخيارات مدة (30) يومًا حتى تاريخ الاستحقاق، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/01/18، إذ بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0.08213552).

ويمكن ملاحظة الأسعار الفورية لأسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (291.08) دولارًا، وقد حققت شركة (MSFT) أعلى سعر فوري والبالغ (437.03) دولارًا، أما أقل سعر فوري فكان لسهم شركة (NVDA) والبالغ (130.68) دولارًا. كما يشير الجدول إلى أسعار التنفيذ المبرمة على الخيارات المتاحة على أسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (290.63) دولارًا. وكان أعلى سعر تنفيذ للخيار الخاسر لسهم شركة (MSFT) البالغ (445) دولارًا، في حين كان أدنى سعر تنفيذ للخيار الخاسر لسهم شركة (NVDA) والبالغ (132) دولارًا.

كما يبين الجدول معدلات الفائدة التي تؤثر في أسعار أنموذج (Black-Scholes) والتي تساوي (0.00377823) لهذه المدة. وقد بلغ متوسط تقلبات أسهم الشركات عينة الدراسة للمدة (30) يومًا حتى تاريخ الاستحقاق (0.3054)، إذ حقق سهم شركة (NVDA) أعلى تقلب حيث بلغ (0.5349) دولارًا يليه في ذلك سهم شركة (GOOG) والبالغ (0.3434) دولارًا، في حين حقق سهم شركة (AAPL) أدنى تقلب والبالغ (0.2274) دولارًا. ويوضح الجدول أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات بلغ (9.84) دولارًا، في حين بلغ متوسط أسعار الخيارات وفقًا لأنموذج (Black-Scholes) (8.23) دولارًا. ويتبين من ذلك أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات (100%) بأقل من سعرها السوقي (Underprice). ويظهر أن الأنموذج يسعر الخيارات الرابحة والخاسرة والمتعادلة جميعها بأقل من قيمتها السوقية، إلا أن مقدار هذا الانخفاض في التسعير يختلف باختلاف حالة الخيار. وهذا يدل على أن الأنموذج يقلل في تسعير الخيارات الرابحة بدرجة أعلى من الخيارات الخاسرة والمتعادلة.

ويبين الجدول أن (100%) من الخيارات المتعادلة على أسهم الشركات عينة الدراسة حققت أقل فرق بين سعر السوق وسعر الأنموذج، تليها في ذلك الخيارات الخاسرة ثم الرابحة، مما يعني أن الخيارات المتعادلة هي الأقرب لسعر السوق تليها في ذلك الخيارات الخاسرة ثم الرابحة. ويتبين أن أعلى سعر سوقي للخيار الرابح لسهم شركة (MSFT) والبالغ (17.75) دولارًا، وأدنى سعر سوقي كان من حصة الخيار الخاسر لسهم شركة (GOOG) والبالغ (6.05) دولارًا. ويتشارك في ذلك سعر أنموذج (Black-Scholes)، حيث حقق الخيار الرابح المبرم على سهم شركة (MSFT) أعلى سعر والبالغ (13.83) دولارًا، أما أدنى سعر فكان للخيار الخاسر المبرم على سهم شركة (GOOG) والبالغ (5.37) دولارًا. وقد بلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين سعر السوق وسعر أنموذج (Black-Scholes) لجميع الخيارات (1.54) دولارًا، الأمر الذي يعني أن الأنموذج، على الرغم من ميله لخفض الأسعار، إلا أنه ينتج عنه أسعارًا قريبة نسبيًا من سعر السوق. وتبين أن الخيار الرابح المبرم على سهم شركة (MSFT) بسعر تنفيذ (430) حقق أعلى فرق عن سعر السوق والبالغ (3.92) دولارًا، والذي يعد الأبعد عن سعر السوق، يليه في ذلك الخيار الرابح على نفس السهم بسعر تنفيذ (435) والذي يساوي (3.14) دولارًا. أما أدنى فرق عن سعر السوق، فقد حققه الخيار المتعادل على سهم شركة (AAPL) والبالغ (0.06) دولارًا، والذي يعد الأقرب إلى سعر السوق. ويمكن أن نرى بوضوح في الشكل (55) أن جميع الأسعار السوقية (الأعمدة الزرقاء الداكنة) أعلى من نظيراتها النظرية (الأعمدة الزرقاء الفاتحة)، وهو ما يؤكد نتيجة التحليل بأن الأنموذج قلّل من تسعير جميع الخيارات. كما يمكنك ربط حجم الفرق (الخط الأحمر) بنوع الخيار والشركة، مما يضيف عمقًا للتحليل البصري.

**الشكل رقم (55):** يوضح الفرق بين الأسعار السوقية و النظرية لأنموذج (Black-Scholes)




**المصدر:** من إعداد الباحث

**الجدول رقم (14):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 30 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,5349 | 7,4 | 7,23 | 0,17 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,28 | 17,75 | 13,83 | 3,92 |
| | 437,03 | 435 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2616 | 14,15 | 11,01 | 3,14 |
| | 437,03 | 440 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2487 | 11,1 | 8,59 | 2,51 |
| | 437,03 | 445 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2395 | 8,56 | 6,57 | 1,99 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3434 | 9,25 | 7,93 | 1,32 |
| | 188,50 | 190 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3117 | 6,05 | 5,37 | 0,68 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3434 | 10,48 | 8,90 | 1,58 |
| | 223,29 | 225 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3238 | 7,5 | 6,39 | 1,11 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2457 | 9,65 | 9,10 | 0,55 |
| | 249,79 | 250 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2274 | 6,43 | 6,37 | 0,06 |
| **Average** | 291,08 | 290,63 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3054 | 9,84 | 8,23 | 1,54 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**6.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (31) يوما:**

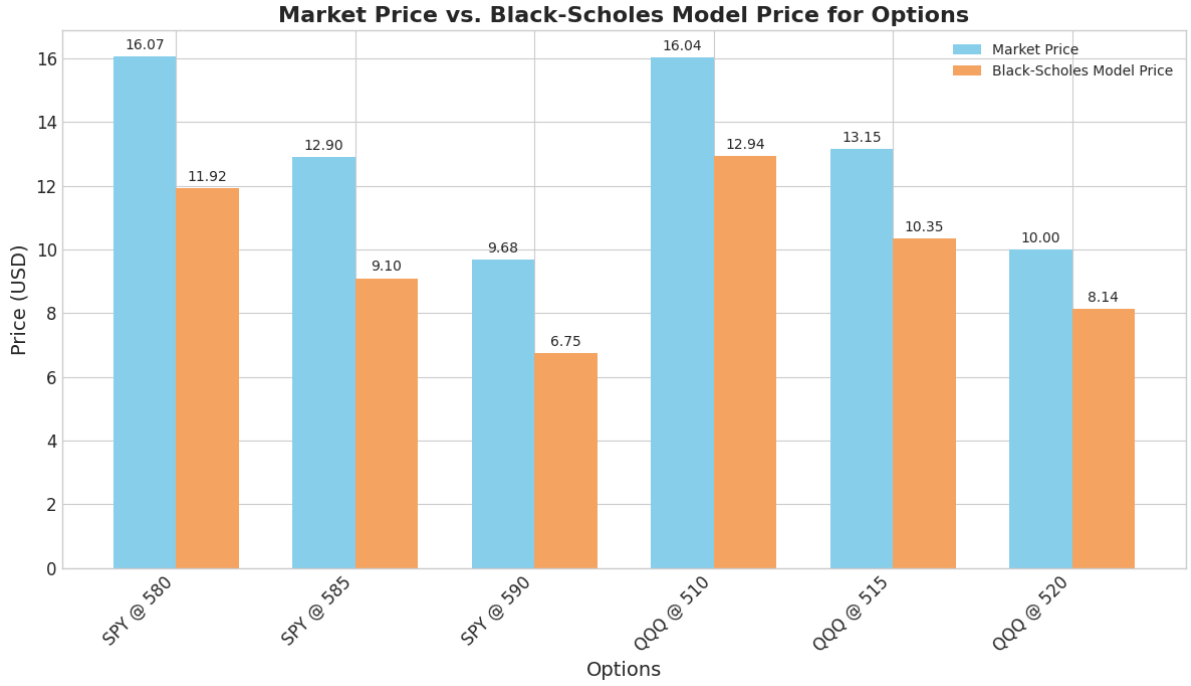
يبين الجدول (15) أسعار 06 خيارات شراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق على أسهم صندوقي (SPY) و (QQQ)، وذلك لمقارنتها بالأسعار المحسوبة وفقاً لأنموذج (Black-Scholes). لهذه الخيارات مدة 31 يوماً حتى تاريخ الاستحقاق، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/01/19، إذ بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0.08487337). ويمكن ملاحظة الأسعار الفورية لأسهم الشركتين، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (550.13) دولاراً. وقد حقق صندوق (SPY) أعلى سعر فوري والبالغ (586.1) دولاراً، بينما كان السعر الأقل لصندوق (QQQ) والبالغ (514.16) دولاراً. كما يشير الجدول إلى أسعار التنفيذ المبرمة على الخيارات، والتي بلغ متوسطها (550) دولاراً. وكان أعلى سعر تنفيذ للخيار الخاسر (OTM) لسهم صندوق (SPY) والبالغ (590) دولاراً، في حين كان أدنى سعر تنفيذ للخيار الرابح (ITM) لسهم صندوق (QQQ) والبالغ (510) دولارات.

ويبين الجدول أن معدل الفائدة الذي يؤثر في أسعار أنموذج (Black-Scholes) لهذه المدة يساوي (0.00390418). كما بلغ متوسط تقلبات أسعار أسهم الصندوقين (Volatility) للمدة المتبقية حتى تاريخ الاستحقاق (0.2002). إذ حقق سهم صندوق (QQQ) مع خيار التنفيذ 510 أعلى تقلب حيث بلغ (0.2313)، يليه في ذلك خيار التنفيذ 515 على نفس السهم والبالغ (0.2254). في حين حقق سهم صندوق (SPY) مع خيار التنفيذ 590 أدنى تقلب والبالغ (0.1673). ويوضح الجدول أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات بلغ (12.97) دولاراً، في حين بلغ متوسط أسعار الخيارات المحسوبة وفقاً لأنموذج (Black-Scholes) ما قيمته (9.86) دولاراً. ويتبين من ذلك بوضوح أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات (100%) بأقل من سعرها السوقي (Underprice). وهذه النتيجة تشمل جميع أنواع الخيارات، حيث يقوم الأنموذج بتسعير الخيارات الرابحة والمتعادلة والخاسرة جميعها بأقل من قيمتها السوقية الفعلية.

كما يبين الجدول أن الخيارات الخاسرة (OTM) حققت أقل فرق بين سعر السوق وسعر الأنموذج، تليها في ذلك الخيارات المتعادلة (ATM)، وأخيراً الخيارات الرابحة. هذا يعني أن أسعار الأنموذج للخيارات الخاسرة كانت هي الأقرب لسعر السوق، تليها الخيارات المتعادلة، بينما كانت الخيارات الرابحة هي الأبعد. ويتبين أن أعلى سعر سوقي كان للخيار الرابح لسهم صندوق (SPY) والبالغ (16.07) دولاراً، وأدنى سعر سوقي كان من نصيب الخيار الخاسر لسهم شركة (SPY) أيضاً والبالغ (9.68) دولاراً. وعلى صعيد أسعار أنموذج (Black-Scholes) فقد حقق الخيار الرابح المبرم على سهم صندوق (QQQ) أعلى سعر والبالغ (12.94) دولاراً، أما أدنى سعر فكان للخيار الخاسر المبرم على سهم شركة (SPY) والبالغ (6.75) دولاراً.

وقد بلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين سعر السوق وسعر أنموذج (Black-Scholes) لجميع الخيارات (3.10) دولارات. وتبين أن الخيار الرابح المبرم على سهم صندوق (SPY) حقق أعلى فرق عن سعر السوق والبالغ (4.15) دولاراً، والذي يعد الأبعد عن سعر السوق. أما أدنى فرق عن سعر السوق فقد كان من نصيب الخيار الخاسر على سهم صندوق (QQQ) والبالغ (1.86) دولاراً الذي يعد الأقرب إلى سعر السوق.

**الشكل رقم (56):** يوضح الفرق بين الأسعار السوقية و النظرية لأنموذج (Black-Scholes)




**المصدر:** من إعداد الباحث

**الجدول رقم (15):** أسعار الخيارات على أسهم صندوقي عينة الدراسة ذات استحقاق 31 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0.1871 | 16,07 | 11,92 | 4,15 |
| | 586,1 | 585 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0.1799 | 12,90 | 9,10 | 3,80 |
| | 586,1 | 590 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0.1673 | 9,68 | 6,75 | 2,93 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0.2313 | 16,04 | 12,94 | 3,1 |
| | 514,16 | 515 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0.2254 | 13,15 | 10,35 | 2,8 |
| | 514,16 | 520 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0.2102 | 10 | 8,14 | 1,86 |
| **Average** | 550,13 | 550 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2002 | 12,97 | 9,86 | 3,10 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**7.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (94) يوما:**

يبين الجدول أسعار خيارات الشراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق على أسهم خمس شركات عالمية، وعددها (9) خيارات، وذلك وفقاً لأنموذج (Black-Scholes). لهذه الخيارات مدة (94) يوماً حتى تاريخ الاستحقاق، وقد تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/03/23، إذ بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0.25735797).

ويمكن ملاحظة الأسعار الفورية لأسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (258.65) دولاراً. وقد حققت شركة (MSFT) أعلى سعر فوري والبالغ (437.03) دولاراً، أما أقل سعر فوري فكان لسهم شركة (NVDA) والبالغ (130.68) دولاراً. كما يشير الجدول إلى أسعار التنفيذ المبرمة على الخيارات المتاحة على أسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (257.44) دولاراً. وكان أعلى سعر تنفيذ للخيار الخاسر لسهم شركة (MSFT) والبالغ (440) دولاراً، في حين كان أدنى سعر تنفيذ للخيار المتعادل لسهم شركة (NVDA) والبالغ (132) دولاراً. كما يبين الجدول معدلات الفائدة التي تؤثر في أسعار أنموذج (Black-Scholes) والتي تساوي (0.01183847) لهذه المدة. وقد بلغ متوسط تقلبات أسهم الشركات عينة الدراسة للمدة (94) يوماً حتى تاريخ الاستحقاق (0.3425). إذ حقق سهم شركة (NVDA) أعلى تقلب حيث بلغ (0.5806) دولاراً، يليه في ذلك سهم شركة (AMZN) والبالغ (0.3688) دولاراً، في حين حقق سهم شركة (AAPL) أدنى تقلب والبالغ (0.2601) دولاراً.

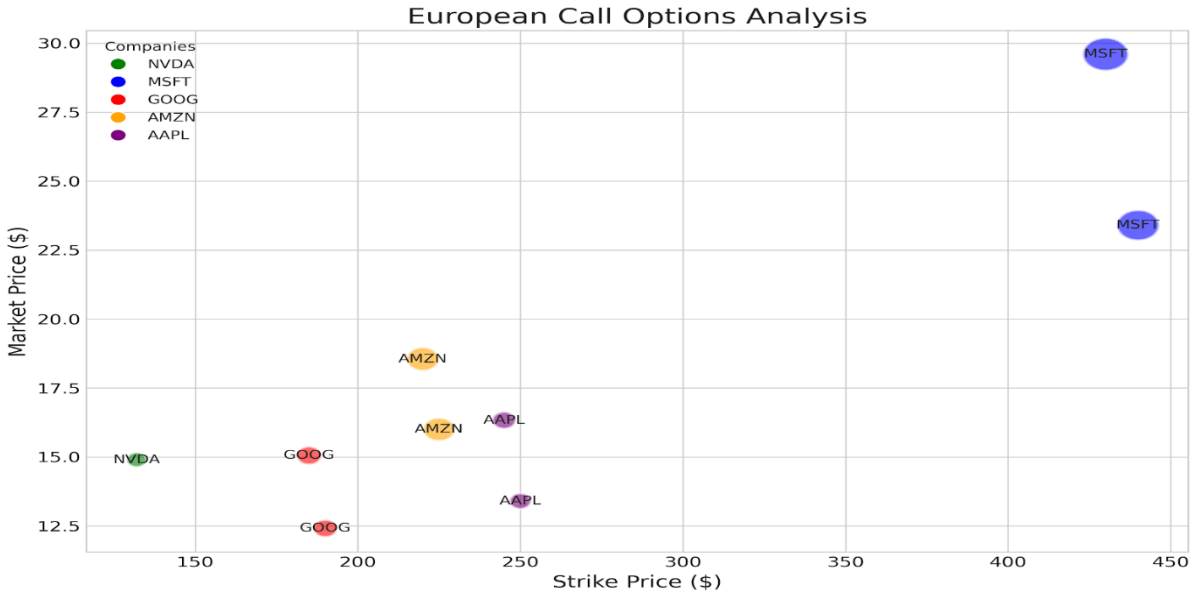
ويبين الجدول أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات بلغ (17.73) دولاراً، في حين بلغ متوسط أسعار الخيارات وفقاً لأنموذج (Black-Scholes) (14.18) دولاراً. ويتبين من ذلك أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات بأقل من سعرها السوقي (Underprice) وبنسبة (100%). وهذا يدل على أن الأنموذج يقلل من تسعير جميع أنواع الخيارات (الرابحة والخاسرة والمتعادلة). ويظهر الجدول أن جميع الخيارات الرابحة والخاسرة والمتعادلة قد تم تسعيرها بأقل من سعرها السوقي بنسبة (100%).

كما يتبين أن أعلى سعر سوقي كان للخيار الرابح لسهم شركة (MSFT) والبالغ (29.6) دولاراً، وأدنى سعر سوقي كان من حصة الخيار الخاسر لسهم شركة (GOOG) والبالغ (12.41) دولاراً. ويتشابه هذا مع سعر أنموذج (Black-Scholes)، حيث حقق الخيار الرابح المبرم على سهم شركة (MSFT) أعلى سعر والبالغ (21.86) دولاراً، أما أدنى سعر فكان للخيار الخاسر المبرم على سهم شركة (GOOG) والبالغ (10.25) دولاراً.

وقد بلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين سعر السوق وسعر أنموذج (Black-Scholes) لجميع الخيارات (3.55) دولاراً. وتبين أن الخيار الرابح المبرم على سهم شركة (MSFT) حقق أعلى فرق عن سعر السوق والبالغ (7.74) دولاراً، والذي يعد الأبعد عن سعر السوق، يليه في ذلك الخيار الخاسر على سهم نفس الشركة والذي يساوي (6.63) دولاراً. أما أدنى فرق عن سعر السوق فقد كان من نصيب الخيار المتعادل على سهم شركة (NVDA) والبالغ (1.51) دولاراً، والذي يعد الأقرب إلى سعر السوق.

تُظهر الفروق الإيجابية المستمرة بين أسعار خيارات الشراء السوقية و أنموذج (Black-Scholes) تحديات افتراضيات الأنموذج غير الواقعية، حيث يتجاهل التقلب المستقبلي المتوقع (خاصة في أسهم الشركات مثل MSFT التي سجلت أعلى فرق +7.74 دولار عند تقلب 28.8%)، ويهمل عوامل السيولة والمضاربة التي ترفع الأسعار السوقية (كما في خيارات GOOG بسعر تنفيذ 185 بفرق +2.33 دولار)، ولا يراعي الأرباح المتوقعة أو العوامل السلوكية مثل المضاربة على الخيارات المتعادلة (MSFT بسعر تنفيذ 440 بفرق +6.63 دولار)، مع محدودية دقته في الآجال القصيرة (94 يومًا)، مما يكشف تحيزًا منهجيًا يقلل من قيمة الخيارات المتعادلة (متوسط فرق +5.22 دولار) مقارنة بالخاسرة (+2.83 دولار)، ويعكس ارتفاع الفروق في أسهم سيولة (مثل MSFT) علاوة طلب سوقية للتحوط أو المضاربة الصعودية، بينما تؤكد ضآلة الفروق في خيارات NVDA عالية التقلب (58.06% بفرق +1.51 دولار) كفاءة الأنموذج في بيئات المخاطرة المرتفعة.

**الشكل رقم (57):** يوضح مخطط فقاعي لعرض بيانات الخيارات المسعرة بأنموذج (Black-Scholes)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (16):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 94 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,5806 | 14,9 | 13,39 | 1,51 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,288 | 29,6 | 21,86 | 7,74 |
| | 437,03 | 440 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2734 | 23,4 | 16,77 | 6,63 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3426 | 15,05 | 12,72 | 2,33 |
| | 188,50 | 190 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3367 | 12,41 | 10,25 | 2,16 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3688 | 18,55 | 14,62 | 3.93 |
| | 223,29 | 225 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,365 | 16 | 12,18 | 3,82 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2679 | 16,33 | 14,25 | 2,08 |
| | 249,79 | 250 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2601 | 13,4 | 11,66 | 1,74 |
| **Average** | 258,65 | 257,44 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3425 | 17,73 | 14,18 | 3,55 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**8.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (95) يوما:**

يبين الجدول (17) أسعار 06 خيارات شراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق على أسهم صندوقين (SPY) و (QQQ)، وقد تم تحليلها وفقاً لأنموذج (Black-Scholes). لهذه الخيارات مدة 95 يوماً حتى تاريخ الاستحقاق، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/03/23، إذ بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0.26009582). ويمكن ملاحظة الأسعار الفورية لأسهم الصندوقين، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار 550.13 دولاراً. وقد حقق صندوق (SPY) أعلى سعر فوري بلغ 586.1 دولاراً، أما أقل سعر فوري فكان لسهم صندوق (QQQ) والبالغ 514.16 دولاراً. كما يشير الجدول إلى أسعار التنفيذ المبرمة على الخيارات المتاحة على أسهم الصندوقين، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار 550 دولاراً. وكان أعلى سعر تنفيذ للخيار الخاسر لسهم صندوق (SPY) البالغ 590 دولاراً، في حين كان أدنى سعر تنفيذ للخيار الرابح لسهم صندوق (QQQ) والبالغ 510 دولارات. كما يبين الجدول معدلات الفائدة التي تؤثر في أسعار أنموذج (Black-Scholes) والتي تساوي (0.01196441) لهذه المدة. وقد بلغ متوسط تقلبات أسهم الشركتين للمدة حتى تاريخ الاستحقاق (0.21565)، إذ حقق سهم شركة (QQQ) في خياره الرابح أعلى تقلب حيث بلغ (0.2456)، يليه في ذلك نفس السهم في خياره المتعادل والبالغ (0.2398)، في حين حقق سهم شركة (SPY) في خياره الخاسر أدنى تقلب والبالغ (0.1848).

يبين الجدول أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات بلغ 24.90 دولاراً، في حين بلغ متوسط أسعار الخيارات وفقاً لأنموذج (Black-Scholes) 17.74 دولاراً. ويتبين من ذلك أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات بأقل من سعرها السوقي (Underprice) وبنسبة 100%، حيث يقوم الأنموذج بتسعير كافة الخيارات الرابحة والمتعادلة والخاسرة بأقل من سعرها السوقي. وهذا يدل على أن الأنموذج يقلل من تقدير قيمة جميع أنواع الخيارات بشكل متناسق في هذه الحالة. كما يبين الجدول أن الخيارات الخاسرة على أسهم الصندوقين حققت أقل فرق بين سعر السوق وسعر الأنموذج بمتوسط (6.565)، تليها في ذلك الخيارات المتعادلة بمتوسط (7.275)، وأخيراً الخيارات الرابحة بمتوسط (7.645)، مما يعني أن الخيارات الخاسرة هي الأقرب لسعر السوق تليها في ذلك الخيارات المتعادلة ثم الرابحة. كما يتبين أن أعلى سعر سوقي كان للخيار الرابح لسهم صندوق (QQQ) والبالغ 28.51 دولاراً، وأدنى سعر سوقي كان من حصة الخيار الخاسر لسهم صندوق (SPY) والبالغ 21.06 دولاراً. ويتشابه ذلك مع سعر أنموذج (Black-Scholes) حيث حقق الخيار الرابح المبرم على سهم صندوق (QQQ) أعلى سعر والبالغ 21.6 دولاراً، أما أدنى سعر فكان للخيار الخاسر المبرم على سهم صندوق (SPY) والبالغ 13.81 دولاراً. وقد بلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين سعر السوق وسعر أنموذج (Black-Scholes) لجميع الخيارات 7.16 دولاراً، الأمر الذي يعني أن أسعار الأنموذج تختلف بشكل ملحوظ عن أسعار السوق لهذه الخيارات. وتبين أن الخيار الرابح المبرم على سهم صندوق (SPY) حقق أعلى فرق عن سعر السوق والبالغ 8.38 دولاراً والذي يعد الأبعد عن سعر السوق، يليه في ذلك الخيار المتعادل على نفس السهم والذي يساوي 8.17 دولاراً. أما أدنى فرق عن سعر السوق فكان في الخيار الخاسر على سهم صندوق (QQQ) والبالغ 5.88 دولاراً والذي يعد الأقرب إلى سعر السوق.

**الجدول رقم (17):** أسعار الخيارات على أسهم صندوقي عينة الدراسة ذات استحقاق 94 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1959 | 27,36 | 18,98 | 8,38 |
| | 586,1 | 585 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1929 | 24,43 | 16,26 | 8,17 |
| | 586,1 | 590 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1848 | 21,06 | 13,81 | 7,25 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2456 | 28,51 | 21,6 | 6,91 |
| | 514,16 | 515 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2398 | 25,44 | 19,06 | 6,38 |
| | 514,16 | 520 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2349 | 22,61 | 16,73 | 5,88 |
| **Average** | 550,13 | 550 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,21565 | 24,90 | 17,74 | 7,16 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**9.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (121) يوما:**

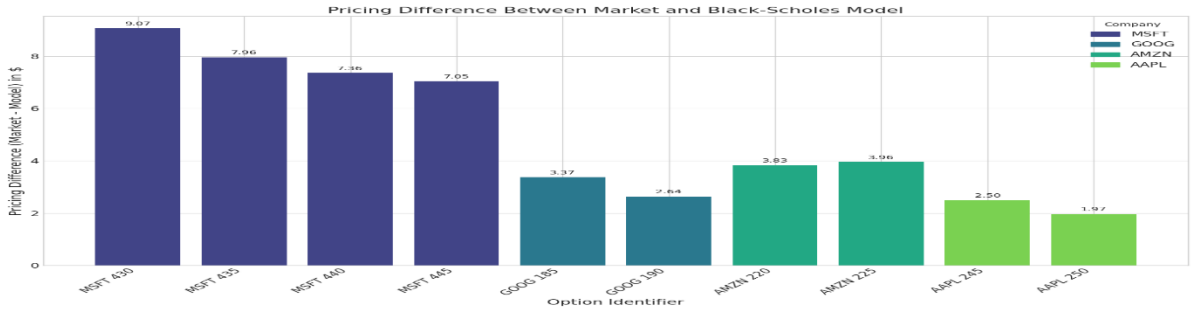
يبين الجدول (18) أسعار 10 خيارات شراء من النوع الأوروبي المتاحة في السوق، والمبرمة على أسهم أربع شركات عالمية رائدة. من بين هذه الخيارات تم تصنيف 5 منها كخيارات رابحة، و3 كخيارات خاسرة، وخيارين اثنين كخيارات متعادلة، وذلك وفقاً لأنموذج (Black-Scholes). تم تحرير جميع هذه الخيارات بتاريخ 2024/12/19 وتستحق بعد 121 يوماً، أي بتاريخ 2025/04/18، وبذلك بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0.33128).

ونلاحظ أن الأسعار الفورية لأسهم الشركات عينة الدراسة، حيث بلغ متوسط هذه الأسعار (307.12) دولاراً. وقد سجل سهم شركة (MSFT) أعلى سعر فوري بلغ (437.03) دولاراً، بينما كان أقل سعر فوري من نصيب سهم شركة (GOOG) بواقع (188.50) دولاراً. كما تشير البيانات إلى أسعار التنفيذ المبرمة على الخيارات، والتي بلغ متوسطها (306.5) دولاراً. وكان أعلى سعر تنفيذ للخيار الخاسر على سهم شركة (MSFT) بواقع (445) دولاراً، في حين سُجل أدنى سعر تنفيذ للخيار الرابح على سهم شركة (GOOG) والبالغ (185) دولاراً. ويبين التحليل أن معدل الفائدة الثابت الذي يؤثر في تسعير النموذج بلغ (0.015239) لهذه المدة. وقد بلغ متوسط تقلبات أسهم الشركات عينة الدراسة لمدة 121 يوماً حتى تاريخ الاستحقاق (0.3055). وحقق سهم شركة (GOOG) أعلى معدل تقلب، حيث بلغ (0.3597)، يليه سهم شركة (AMZN) بتقلب قدره (0.3578)، بينما حقق سهم شركة (AAPL) أدنى تقلب بلغ (0.2600). كما يوضح التحليل أن متوسط سعر السوق لجميع الخيارات العشرة بلغ (21.93) دولاراً، في حين بلغ متوسط أسعار الخيارات المحسوبة وفقاً لأنموذج (Black-Scholes) (16.96) دولاراً. يتضح من ذلك أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات (بنسبة 100%) بأقل من سعرها السوقي (Underprice). وهذه النتيجة تختلف عن الأنموذج المرجعي، حيث إن الأنموذج هنا يميل إلى بخس قيمة الخيارات بدلاً من المغالاة فيها. وعند تحليل الفئات يظهر أن الأنموذج يسعر كافة الخيارات الرابحة والخاسرة والمتعادلة بأقل من قيمتها السوقية دون استثناء. وهذا يدل على أن فروقات التسعير موجودة في كافة فئات الخيارات. كما يبين التحليل أن الخيارات المتعادلة حققت أقل متوسط فرق بين سعر السوق وسعر الأنموذج، تليها الخيارات الرابحة، مما يعني أن أسعار الخيارات المتعادلة المحسوبة بالأنموذج هي الأقرب لسعر السوق، تليها الخيارات الرابحة، ثم الخاسرة التي كانت الأبعد عن سعر السوق. ويتبين أن أعلى سعر سوقي كان للخيار الرابح لسهم شركة (MSFT) والبالغ (33.70) دولاراً، وأدنى سعر سوقي كان من نصيب الخيار المتعادل لسهم شركة (GOOG) والبالغ (14.50) دولاراً.

وينطبق الأمر نفسه على سعر الأنموذج، حيث حقق الخيار الرابح على سهم (MSFT) أعلى سعر محسوب بلغ (24.63) دولاراً، بينما كان أدنى سعر للخيار المتعادل على سهم (GOOG) بواقع (11.86) دولاراً.

وقد بلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين سعر السوق وسعر أنموذج (Black-Scholes) لجميع الخيارات (4.97) دولاراً، الأمر الذي يعني أن الأنموذج على الرغم من ميله لتقدير الأسعار بأقل من قيمتها إلا أنه ينتج أسعاراً ذات فرق كبير نسبياً عن سعر السوق لهذه الخيارات. وتبين أن الخيار الرابح المبرم على سهم شركة (MSFT) حقق أعلى فرق عن سعر السوق والبالغ (9.07) دولاراً، والذي يعد الأبعد عن سعر السوق، يليه في ذلك أيضاً خيار رابح آخر على نفس السهم بفرق (7.96) دولاراً. أما أدنى فرق عن سعر السوق، فكان من نصيب الخيار المتعادل على سهم شركة (AAPL) والبالغ (1.97) دولاراً، والذي يعد الأقرب إلى سعر السوق.

**الشكل رقم (58):** يوضح فرق التسعير لكل الخيارات المسعرة بأنموذج (Black-Scholes)




**الجدول رقم (18):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 121 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2911 | 33,7 | 24,63 | 9,07 |
| | 437,03 | 435 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2785 | 29,95 | 21,99 | 7,96 |
| | 437,03 | 440 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2718 | 26,9 | 19,54 | 7,36 |
| | 437,03 | 445 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2687 | 24,35 | 17,30 | 7,05 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3597 | 17,68 | 14,31 | 3,37 |
| | 188,50 | 190 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3412 | 14,5 | 11,86 | 2,64 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3565 | 20,35 | 16,52 | 3,83 |
| | 223,29 | 225 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3578 | 18,05 | 14,09 | 3,96 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2703 | 18,5 | 16,00 | 2,50 |
| | 249,79 | 250 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2600 | 15,4 | 13,43 | 1,97 |
| **Average** | 307,12 | 306,5 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3055 | 21,93 | 16,96 | 4,97 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**10.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (185) يوما:**

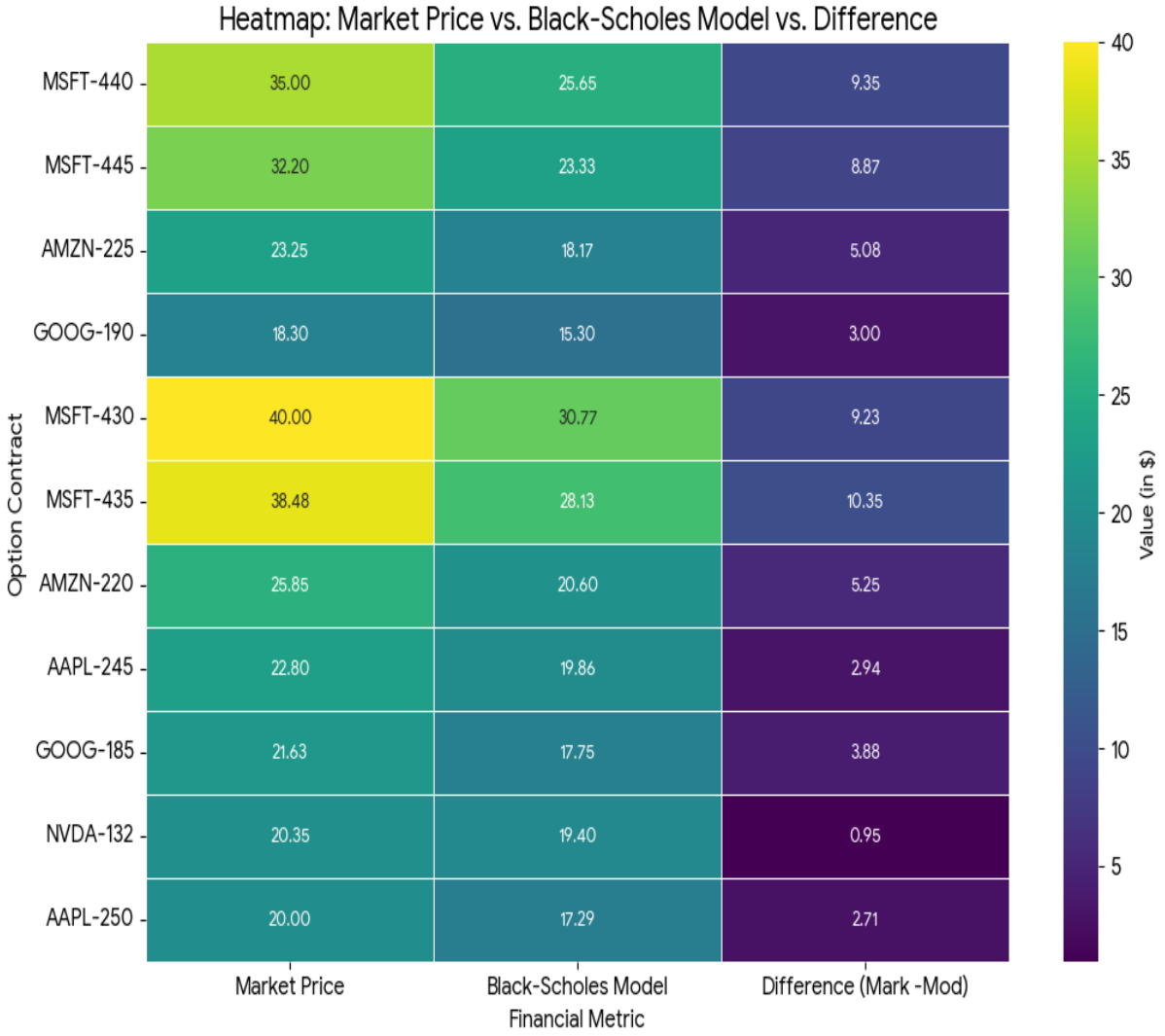
يتناول الجدول (19) دراسة تفصيلية لتقييم إحدى عشر خيار شراء أوروبي، تم إبرامها على 05 من أسهم الشركات العالمية. تم استخدام أنموذج (Black-Scholes) كأداة معيارية لتحديد القيمة النظرية لهذه الخيارات ومقارنتها بأسعارها السوقية السائدة بتاريخ 19 ديسمبر 2024. تمتد صلاحية جميع هذه العقود إلى 185 يومًا، مما يقابل زمن استحقاق موحد قدره (0.5065) كجزء من السنة. وقد تم تصنيف العينة بعناية لتشمل 05 خيارات رابحة (ITM)، و 04 خيارات خاسرة (OTM)، وخيارين متعادلين (ATM)، مما يتيح إجراء فحص شامل لأداء الأنموذج عبر مختلف حالات التسعير.

عند فحص الجدول، يظهر تباين واضح في تقييمات الشركات، حيث بلغ متوسط السعر الفوري (291.08) دولاراً. وسُجل أعلى سعر فوري لسهم شركة (MSFT) عند (437.03) دولاراً، مما يعكس ثقة السوق القوية في أدائها، بينما سجل سهم شركة (NVDA) أدنى سعر فوري عند (130.68) دولاراً. وبالمثل يعكس متوسط أسعار التنفيذ البالغ (290.63) دولاراً توقعات المستثمرين عند إبرام العقود. ويلاحظ أن أعلى سعر تنفيذ البالغ (445) دولاراً كان مرتبطاً بأحد الخيارات الخاسرة على سهم (MSFT)، في حين أن أدنى سعر تنفيذ والبالغ (185) دولاراً كان من نصيب خيار رابح على سهم (GOOG)، وهو ما يوضح النطاق الواسع لاستراتيجيات المستثمرين. فيما يخص المدخلات الرئيسية للأنموذج، تم اعتماد معدل فائدة خالٍ من المخاطر ثابت عند (0.0232) ممّا يضمن اتساقاً في حساب القيمة الزمنية للنقود. أما التقلب فقد بلغ متوسطه (0.3274). وقد أظهر سهم شركة (NVDA) أعلى مستوى تقلب عند (0.5493)، مما يشير إلى ارتفاع درجة عدم اليقين والمخاطرة المرتبطة به، وهو ما يبرر جزئياً ارتفاع علاوة خياراتها. على النقيض من ذلك سجل سهم (AAPL) أدنى مستوى تقلب عند (0.2642)، مما يدل على استقرار نسبي في سعره.

وكشفت المقارنة بين أسعار السوق الفعلية والأسعار النظرية المحسوبة عن وجود فجوة تسعيرية منهجية، حيث بلغ متوسط سعر السوق (27.07) دولاراً مقابل (21.47) دولاراً لمتوسط سعر الأنموذج. اللافت للنظر أن أنموذج (Black-Scholes) قام بتسعير جميع الخيارات (بنسبة 100%) بأقل من قيمتها السوقية (Underprice). هذه النتيجة تشير إلى أن السوق يميل لإضافة علاوة سعرية لا يعكسها الأنموذج القياسي، قد تكون ناتجة عن عوامل مثل معنويات المستثمرين، أو توقعات تقلب مستقبلية أعلى. ويكشف تحليل الفروقات أن الخيارات المتعادلة أظهرت أدنى متوسط فرق بقيمة (1.83) دولاراً، مما يجعلها الأقرب للتقييم النظري، تليها الخيارات الرابحة (6.33 دولاراً) ثم الخاسرة (6.57 دولاراً). ويدل هذا على أن كفاءة الأنموذج تكون في أعلى مستوياتها عند تقييم الخيارات المتعادلة.

على صعيد القيم القصوى المسجلة، حقق الخيار الرابح على سهم (MSFT) أعلى سعر سوقي ونظري على حد سواء، بقيمة (40.00) دولاراً و(30.77) دولاراً على التوالي. في المقابل، سجل الخيار الخاسر على سهم (GOOG) أدنى القيم السوقية والنظرية. إن متوسط الفرق المطلق بين السعرين، والذي بلغ (5.60) دولاراً، يؤكد وجود انحراف جوهري بين تقييم السوق والأنموذج. وقد تجسد هذا الانحراف بأكبر صورة في الخيار الرابح لسهم (MSFT)، الذي حقق أعلى فرق بقيمة (10.35) دولاراً، مما يجعله الأبعد عن التقييم النظري. وفي المقابل، فإن الخيار المتعادل لسهم (NVDA) سجل أدنى فرق بقيمة (0.95) دولاراً، ممثلاً بذلك نقطة الكفاءة التسعيرية النسبية الأعلى بين السوق والأنموذج في هذه العينة.

**الشكل رقم (59):** خريطة حرارية (Heatmap) للعلاقة بين أسعار السوق والأسعار النظرية للخيارات




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (19):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 185 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,5493 | 20,35 | 19,40 | 0,95 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2751 | 40 | 30,77 | 9,23 |
| | 437,03 | 435 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2832 | 38,48 | 28,13 | 10,35 |
| | 437,03 | 440 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2742 | 35 | 25,65 | 9,35 |
| | 437,03 | 445 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,27 | 32,2 | 23,33 | 8,87 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3548 | 21,63 | 17,75 | 3,88 |
| | 188,50 | 190 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3364 | 18,3 | 15,30 | 3,00 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3654 | 25,85 | 20,60 | 5,25 |
| | 223,29 | 225 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3611 | 23,25 | 18,17 | 5,08 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2685 | 22,8 | 19,86 | 2,94 |
| | 249,79 | 250 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2642 | 20 | 17,29 | 2,71 |
| **Average** | 291,08 | 290,63 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3274 | 27,07 | 21,47 | 5,60 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**11.1.2.2 تحليل أسعارخيارات الشراء ذات الاستحقاق (242) يوما:**

يكشف الجدول (20) أسعار خيارات الشراء الأوروبية كما هو معروض في البيانات، عن ديناميكيات التسعير في السوق لـ 04 من كبرى الشركات التكنولوجية العالمية. تشمل العينة 10 عقود خيار، جميعها ذات أجل استحقاق متوسط يبلغ 242 يوماً (ما يعادل 0.66256 سنة)، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/08/19.

عند فحص الأسعار الفورية للأسهم، نجد أن المتوسط الحسابي يبلغ 274.655 دولاراً وهو مؤشر يعكس القيمة السوقية المرتفعة لهذه الشركات. وتبرز شركة "MSFT" بتسجيلها أعلى سعر فوري عند 437.03 دولاراً، مما يعكس ثقلها في السوق وثقة المستثمرين، بينما سجلت شركة "GOOG" السعر الفوري الأدنى عند 188.51 دولاراً. وفيما يتعلق بأسعار التنفيذ فقد بلغ متوسطها 306.5 دولاراً. وكان لافتاً أن أعلى سعر تنفيذ بلغ 445 دولاراً، ارتبط بالخيار الوحيد المصنف "خاسراً" (OTM) لسهم شركة "MSFT"، في حين أن أدنى سعر تنفيذ البالغ 185 دولاراً كان من نصيب خيار "رابح" (ITM) لسهم "GOOG"، مما يوضح تنوع الاستراتيجيات المتاحة للمستثمرين. وقد تم اعتماد معدل فائدة خالٍ من المخاطر يبلغ 3.048% لهذه المدة.

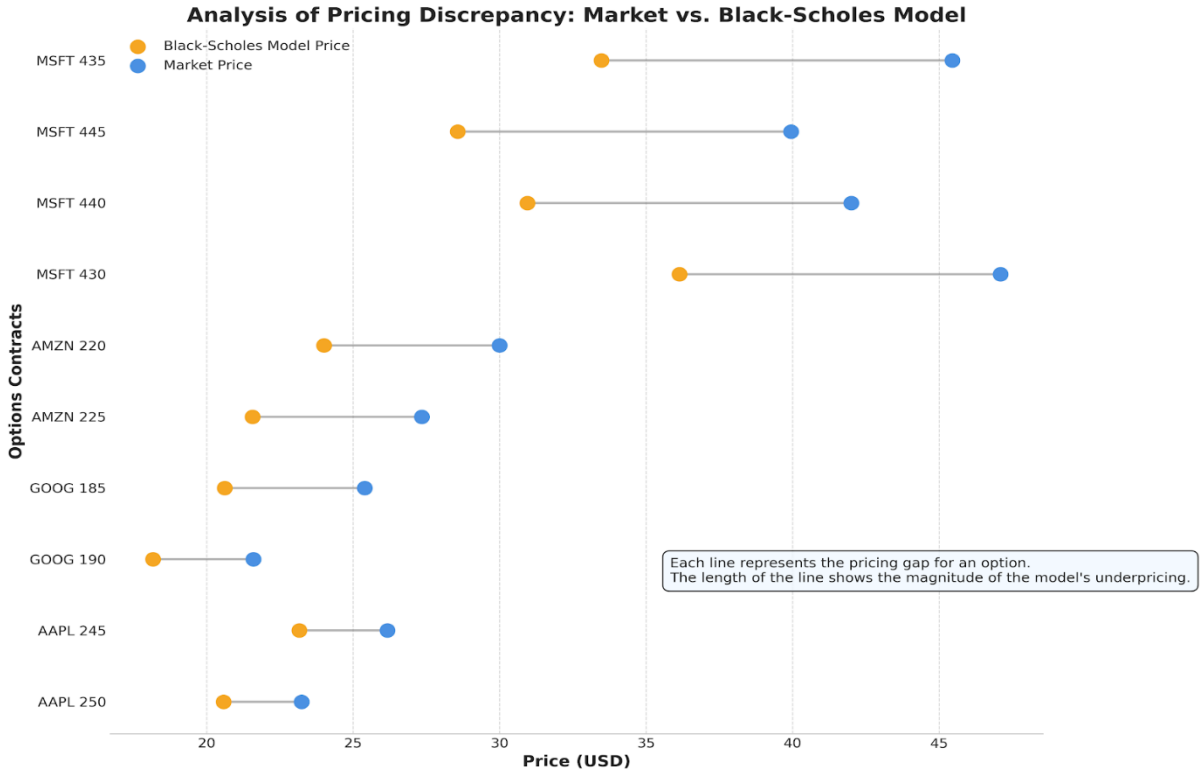
أما التقلب وهو عامل حاسم في تسعير الخيارات فقد بلغ متوسطه 0.30685، وهو مستوى يعبر عن الطبيعة الديناميكية لأسهم قطاع التكنولوجيا. وسجل سهم "AMZN" التقلب الأعلى بنسبة 36.59% متبوعاً بسهم "GOOG"، مما يشير إلى حساسية أسهمهما تجاه متغيرات السوق. كما سجل سهم "AAPL" التقلب الأدنى بنسبة 25.89% مما قد يوحي بمرحلة من الاستقرار النسبي للسهم خلال فترة الدراسة.

إن النقطة الجوهرية في هذا التحليل تكمن في المقارنة بين أسعار السوق وأسعار أنموذج (Black-Scholes). بلغ متوسط سعر السوق للخيارات 32.826 دولاراً، مقابل متوسط سعر للنموذج بلغ 25.726 دولاراً. هذه النتائج تكشف عن وجود فارق منهجي، حيث قام الأنموذج بتسعير كافة الخيارات (بنسبة 100%) بأقل من قيمتها السوقية (Underpricing). هذا التسعير المنخفض الشامل والذي يغطي جميع فئات الخيارات (الرابحة والمتعادلة والخاسرة)، يشير بقوة إلى أن الأنموذج ربما يقلل من تقدير التقلب الضمني الذي يسعر به السوق أو أنه لا يأخذ في الاعتبار توقعات المستثمرين الإيجابية تجاه النمو المستقبلي لهذه الأسهم.

ويتأكد هذا الاستنتاج عند النظر إلى قيم الأسعار القصوى، حيث سجل الخيار الرابح على سهم "MSFT" أعلى سعر سوقي (47.1 دولاراً) وأعلى سعر وفقاً للأنموذج (36.14 دولاراً). وفي المقابل، كان أدنى سعر سوقي للخيار المتعادل على سهم "GOOG" (21.6 دولاراً)، والذي سجل أيضاً أدنى سعر نموذجي (18.17 دولاراً). وقد بلغ متوسط الفروقات المطلقة بين سعر السوق وسعر الأنموذج 7.1 دولاراً، وهو فارق جوهري يؤكد أن الأنموذج يقدم تقييماً متحفظاً لأسعار هذه الخيارات متوسطة الأجل. إن الملاحظة الأكثر أهمية هي أن أكبر فارق سعري (11.97 دولاراً) سُجل لصالح خيار رابح بعمق على سهم "MSFT"، بينما سُجل أدنى فارق (2.66 دولاراً) لخيار متعادل على سهم "AAPL". هذا يعني أن كفاءة الأنموذج تتراجع كلما ابتعد الخيار عن كونه (ATM)، ويكون قصوره أكثر وضوحاً في تقييم الخيارات ذات القيمة الجوهرية المرتفعة.

يُقدم الشكل البياني (60) تصوراً دقيقاً للفجوة المنهجية بين أسعار السوق الفعلية والأسعار النظرية المحسوبة بواسطة أنموذج (Black-Scholes)، كاشفاً عن نمط تسعير منخفض لجميع الخيارات المدروسة. يُعزى هذا التفاوت إلى قصور الأنموذج في تمثيل الواقع حيث يفترض ثبات التقلب، بينما تُظهر الأسعار السوقية ما يُعرف بابتسامة التقلب، خاصة في أسهم التكنولوجيا ذات التقلّب الضمني المرتفع. كما تمثل الفجوة بين السعرين "علاوة سوقية" تعكس عوامل لا كمية كالمعنويات والتوقعات الإيجابية للمستثمرين. يُضاف إلى ذلك وجود أخطار نادرة لا تأخذها التوزيعات اللوغاريتمية بعين الاعتبار (Tail Risks). ويعكس اختلاف اتساع هذه الفجوة بين الشركات كما في حالة MSFT تفاوت تأثير هذه العوامل. بالتالي فإن الأسعار السوقية تبدو أكثر واقعية لدمجها الجوانب النفسية والسلوكية غير المُنمذجة.

**الشكل رقم (60):** يوضح تحليل فجوة التسعير بين السوق و أنموذج (Black-Scholes)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (20):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 242 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2789 | 47,1 | 36,14 | 10,96 |
| | 437,03 | 435 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,285 | 45,45 | 33,48 | 11,97 |
| | 437,03 | 440 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2773 | 42 | 30,95 | 11,05 |
| | 437,03 | 445 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2791 | 39,95 | 28,57 | 11,38 |
| GOOG | 188,51 | 185 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3612 | 25,4 | 20,62 | 4,78 |
| | 188,51 | 190 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3368 | 21,6 | 18,17 | 3,43 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3659 | 30 | 24,01 | 5,99 |
| | 223,29 | 225 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3612 | 27,35 | 21,57 | 5,78 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2642 | 26,17 | 23,17 | 3,00 |
| | 249,79 | 250 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2589 | 23,24 | 20,58 | 2,66 |
| **Average** | 307,13 | 306,5 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,30685 | 32,826 | 25,726 | 7,1 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**12.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (277) يوما:**

يمثل الجدول (21) تحليلاً لأسعار 09 خيارات شراء من النوع الأوروبي، تم إبرامها على أسهم 05 من كبرى الشركات العالمية الرائدة في قطاع التكنولوجيا. تنقسم هذه الخيارات إلى04 خيارات رابحة (ITM)، و 03 خيارات خاسرة (OTM)، وخيارين متعادلين (ATM)، وقد تم تقييمها باستخدام نموذج التسعير المرجعي (Black-Scholes) . تمتد فترة صلاحية هذه العقود إلى 277 يومًا، وذلك اعتبارًا من تاريخ 19 ديسمبر 2024، مما يجعل الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق يعادل (0.7583847)، وهو متغير جوهري في حساب القيمة الزمنية للخيارات.

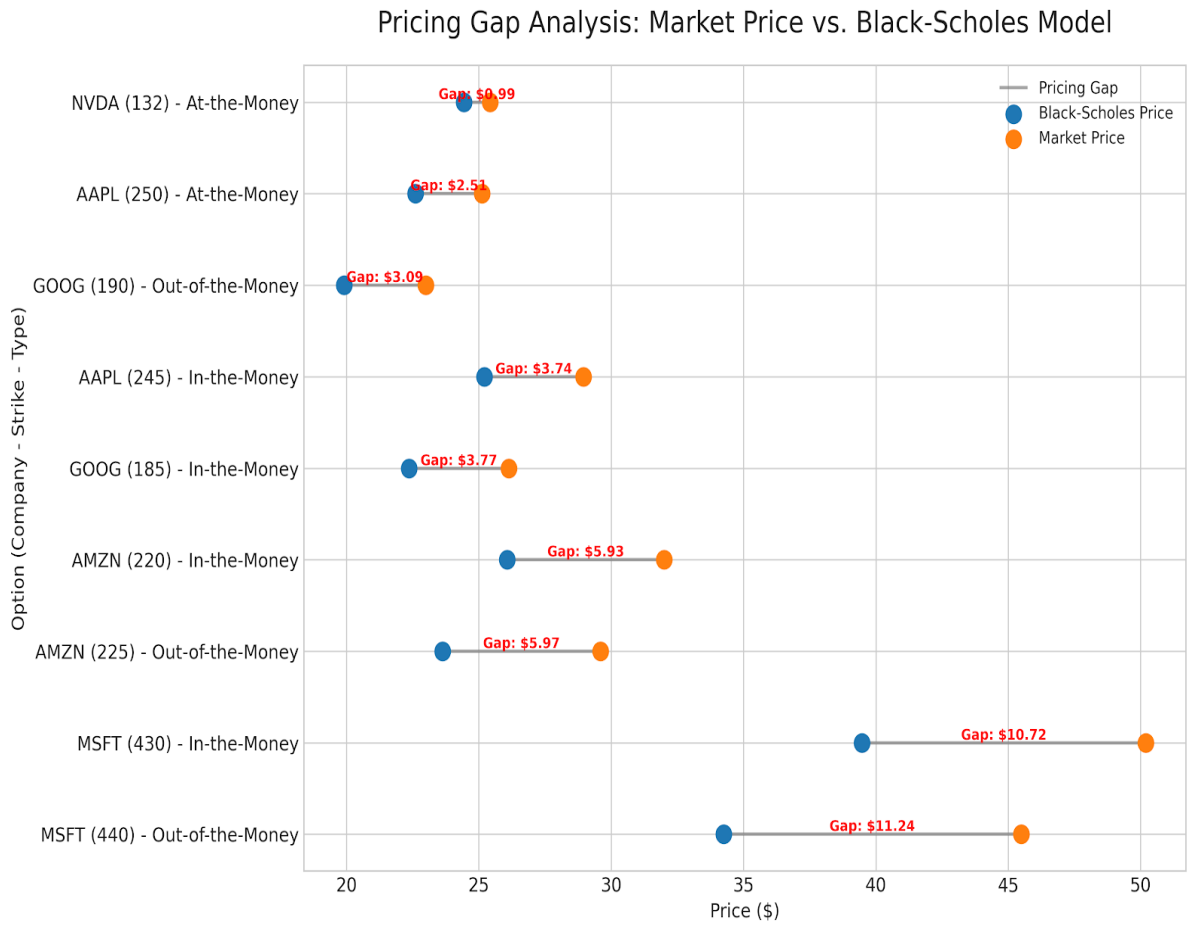
عند فحص أسعار الأصول الأساسية، نجد أن متوسط السعر الفوري لأسهم الشركات الخمس يبلغ 258.6556 دولارًا، مما يعكس القيمة السوقية المرتفعة لهذه الشركات. تسجل شركة (MSFT) أعلى سعر فوري عند 437.03 دولارًا، بينما تسجل شركة (NVDA) أدنى سعر فوري بقيمة 130.68 دولارًا. وفي المقابل، يبلغ متوسط أسعار التنفيذ لهذه الخيارات 257.44 دولارًا، حيث يتراوح أعلى سعر تنفيذ عند 440 دولارًا (لخيار خاسر على سهم MSFT) وأدنى سعر عند 132 دولارًا (لخيار متعادل على سهم NVDA). ويستند التحليل إلى معدل فائدة خالٍ من المخاطر يقدر بـ (0.03489)، ومتوسط تقلب لأسعار الأسهم يبلغ (0.333944)، مع تسجيل (NVDA) للتقلب الأعلى (0.545800) و(AAPL) للتقلب الأدنى (0.255100)، وهي عوامل حاسمة تؤثر مباشرة في تسعير الأنموذج.

وكشف التحليل عن وجود فجوة سعرية منهجية بين تقييم السوق وتقييم أنموذج (Black-Scholes). ففي حين يبلغ متوسط سعر الخيار في السوق 31.7689 دولارًا، فإن متوسط السعر المحسوب عبر الأنموذج لا يتجاوز 26.4400 دولارًا. هذا التباين يعني أن الأنموذج يقوم بتسعير جميع الخيارات قيد الدراسة (بنسبة 100%) بأقل من قيمتها السوقية الفعلية (Underpricing). إن هذه الفجوة السعرية الموجبة (حيث سعر السوق > سعر الأنموذج) لا تقتصر على فئة معينة، بل تشمل الخيارات الرابحة والخاسرة والمتعادلة على حد سواء. يشير هذا الاتجاه المنهجي إلى أن أنموذج (Black-Scholes)، بافتراضاته النظرية (مثل ثبات التقلب وتوزيعه الطبيعي)، قد لا ينجح في التقاط كامل العوامل التي يأخذها المستثمرون في الحسبان، كالعلاوات المرتبطة بترقب إعلانات أرباح قادمة أو تحركات غير متوقعة في السوق مثل "التقلب الضمني" (Implied Volatility) الذي يبدو أنه أعلى من التقلب التاريخي المستخدم في الحسابات.

عند التعمق في تحليل حجم هذه الفجوات السعرية، نجد أن متوسط قيمتها المطلقة يبلغ 5.3289 دولارًا، وهو ما يمثل مقدار "الخطأ" في تسعير الأنموذج مقارنة بالسوق.

وتتجلى أهمية هذا التحليل عند فحص الحالات المتطرفة حيث سُجلت أكبر فجوة سعرية للخيار الخاسر على سهم (MSFT) التي بلغت 11.240 دولارًا. تعتبر هذه الفجوة الكبيرة مؤشرًا قويًا على أن السوق يرى قيمة كامنة أو احتمالية لتحول هذا الخيار إلى "رابح" تفوق بكثير ما يقترحه الأنموذج النظري، مما يعكس وجود علاوة مضاربة عالية مدفوعة بتوقعات إيجابية قوية تجاه أداء السهم. على النقيض تمامًا سُجلت أصغر فجوة سعرية للخيار المتعادل على سهم (NVDA)، بقيمة 0.990 دولارًا فقط. هذه الحالة تشير إلى وجود توافق شبه تام بين تقييم السوق والتقييم النظري للأنموذج، مما يعني أن توقعات المستثمرين ومستوى التقلب المسعر في السوق لهذا الخيار تحديدًا متقاربان جدًا مع مدخلات الأنموذج. وبالتالي فإن تحليل هذه الفجوات لا يكشف فقط عن دقة الأنموذج، بل يوفر رؤية أعمق حول الخيارات التي تحظى بأعلى درجات المضاربة وتلك التي يتم تسعيرها بكفاءة أكبر وفقًا للنظريات المالية.

**الشكل رقم (61):** يوضح مخطط الدمبل (Dumbbell Plot) تحليل فجوة التسعير بين السوق و أنموذج (Black-Scholes)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (21):** أسعار الخيارات على أسهم شركات عينة الدراسة ذات استحقاق 277 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,5458 | 25,43 | 24,44 | 0,99 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,2725 | 50,2 | 39,48 | 10,72 |
| | 437,03 | 440 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,274 | 45,49 | 34,25 | 11,24 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3402 | 26,13 | 22,36 | 3,77 |
| | 188,50 | 190 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3281 | 23 | 19,91 | 3,09 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,36 | 32 | 26,07 | 5,93 |
| | 223,29 | 225 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3589 | 29,6 | 23,63 | 5,97 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,2709 | 28,95 | 25,21 | 3,74 |
| | 249,79 | 250 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,2551 | 25,12 | 22,61 | 2,51 |
| **Average** | 258,65 | 257,44 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3339 | 31,76 | 26,44 | 5,32 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**13.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (278) يوما:**

يستعرض الجدول (22) ثلاث خيارات شراء من النوع الأوروبي على مؤشر صندوق QQQ، جميعها حُررت بتاريخ 2024/12/19 وتستحق بعد 278 يومًا، مما يجعل الزمن المتبقي للاستحقاق (0.76112252). تتوزع هذه الخيارات لتغطي الحالات الثلاث: خيار رابح (ITM)، خيار متعادل (ATM) وخيار خاسر (OTM)، مما يوفر رؤية متكاملة حول كيفية تسعير السوق لهذه الحالات مقارنة بأنموذج (Black-Scholes).

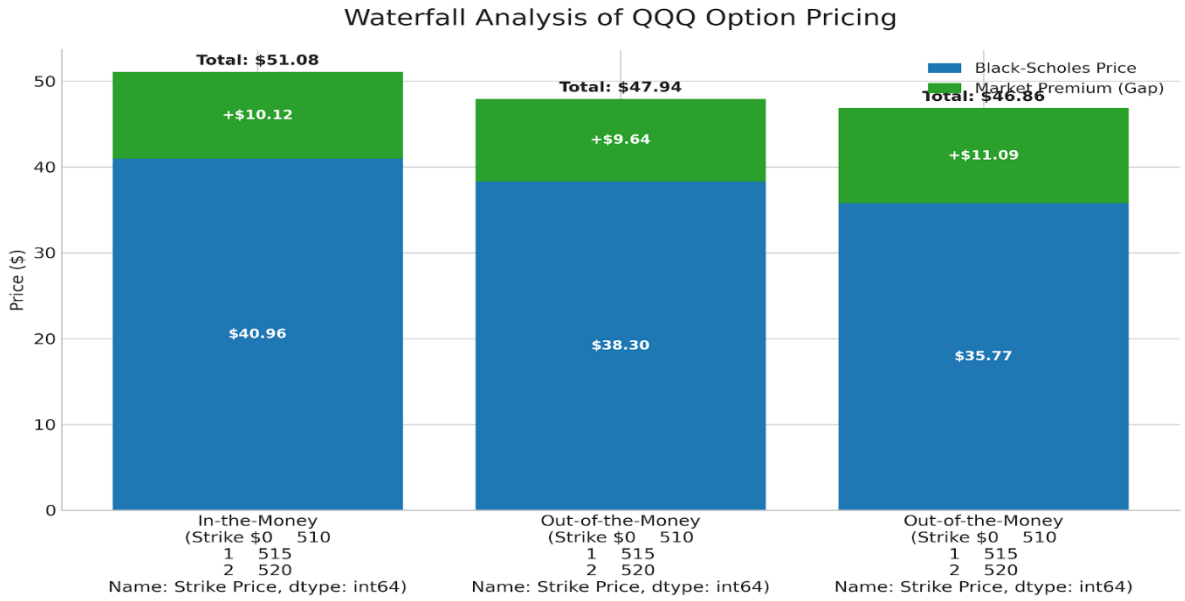
عند لحظة التحليل كان السعر الفوري للمؤشر (Spot Price) ثابتًا عند 514.16 دولارًا لجميع الخيارات. أسعار التنفيذ لهذه الخيارات هي 510 دولارات (للخيار الرابح)، و515 دولارًا (للخيار المتعادل)، و520 دولارًا (للخيار الخاسر). يستند التقييم إلى معدل فائدة خالٍ من المخاطر يبلغ (0.03501164)، مع ملاحظة وجود تقلبات (Volatility) مختلفة لكل خيار، حيث سجل الخيار الخاسر أعلى تقلب بنسبة (0.2416)، بينما سجل الخيار المتعادل التقلب الأدنى بنسبة (0.2339).

كشف التحليل عن وجود فجوة سعرية واضحة ومستمرة، حيث يقوم السوق بتسعير جميع الخيارات الثلاثة بقيمة أعلى من تلك التي يقترحها أنموذج (Black-Scholes). يبلغ متوسط سعر السوق 48.62 دولارًا، بينما يبلغ متوسط السعر النظري للأنموذج 38.34 دولارًا فقط. هذه الفجوة، التي يبلغ متوسطها 10.28 دولارًا، تؤكد أن النموذج يقلل من القيمة الفعلية (Underprices) لهذه الخيارات.

عند التعمق في تحليل هذه الفجوات لكل حالة على حدة، نلاحظ تباينًا ذا دلالة:

- أكبر فجوة سعرية: سُجلت لدى الخيار الخاسر (OTM) بفارق بلغ 11.09 دولارًا. يشير هذا الفارق الكبير إلى أن المستثمرين على استعداد لدفع علاوة مضاربة عالية لهذا الخيار. هذه العلاوة تعكس توقعات قوية بإمكانية ارتفاع سعر المؤشر بشكل كافٍ لتجاوز سعر التنفيذ (520 دولارًا) وتحويل الخيار إلى رابح قبل تاريخ الاستحقاق.
- أصغر فجوة سعرية: كانت من نصيب الخيار المتعادل (ATM) بفارق 9.64 دولارًا. على الرغم من أن الفجوة لا تزال كبيرة، إلا أنها الأصغر بين الثلاثة، مما يعني أن تقييم السوق هو الأقرب للتقييم النظري عندما يكون سعر التنفيذ قريبًا جدًا من السعر الفوري.
- الخيار الرابح (ITM): جاء في الوسط بفجوة سعرية قدرها 10.12 دولارًا.

**الشكل رقم (62):** يوضح تحليل Waterfall لتحديد السعر النظري مع علاوة السوق لتشكيل سعر السوق النهائي




**الجدول رقم (22):** أسعار الخيارات على أسهم صندوق عينة الدراسة ذات استحقاق 278 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2375 | 51,08 | 40,96 | 10,12 |
| | 514,16 | 515 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2339 | 47,94 | 38,3 | 9,64 |
| | 514,16 | 520 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2416 | 46,86 | 35,77 | 11,09 |
| **Average** | 514,16 | 515 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2376 | 48,62 | 38,34 | 10,28 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**14.1.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (279) يوما:**

يستعرض هذا التحليل مجموعة من 03 خيارات شراء أوروبية على سهم صندوق SPY، تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتستحق بعد 279 يومًا، مما يحدد الزمن المتبقي للاستحقاق عند (0.76386037). تغطي هذه الخيارات الحالات الثلاث: خيار رابح (ITM)، وخيار متعادل (ATM)، وخيار خاسر (OTM)، مما يسمح بتحليل دقيق لكيفية تسعير السوق لهذه الحالات المختلفة كما هو موضح في الجدول (23).

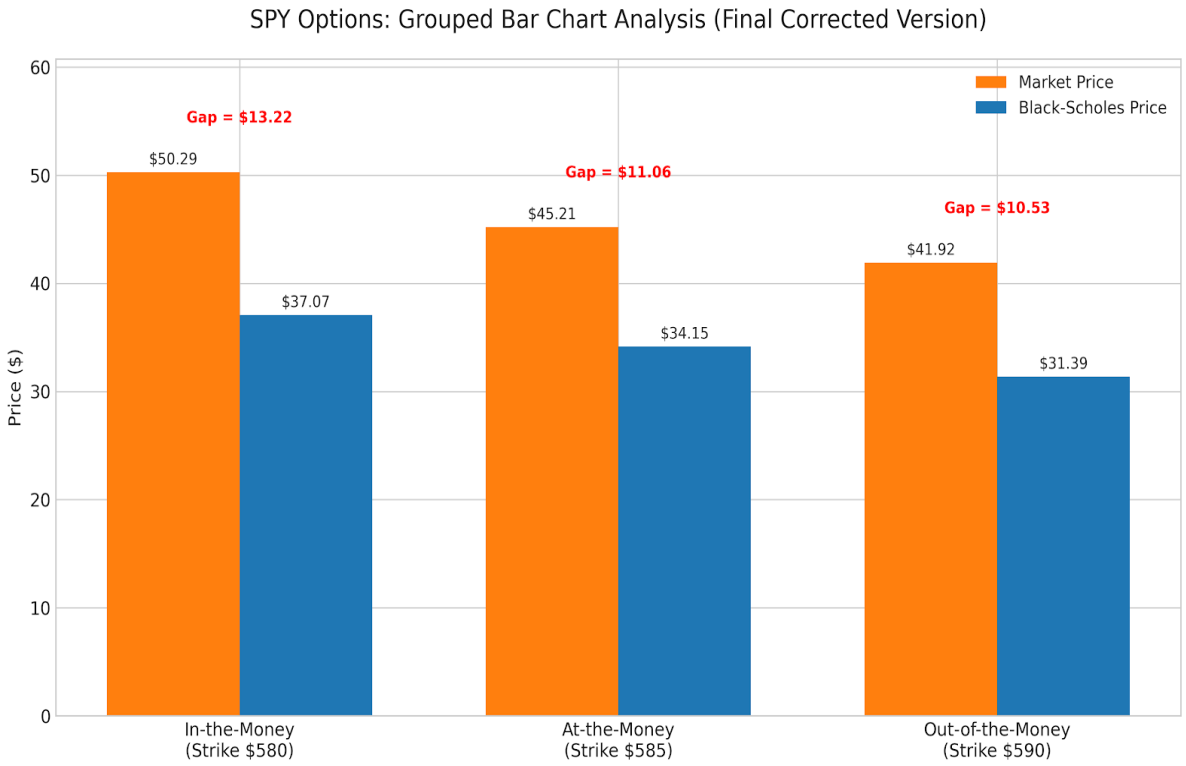
تم إجراء التحليل عند سعر فوري ثابت للمؤشر بلغ 586.1 دولارًا. تم تحديد أسعار التنفيذ عند 580 دولارًا للخيار الرابح، و585 دولارًا للمتعادل، و590 دولارًا للخاسر. يستند التقييم على معدل فائدة خالٍ من المخاطر يبلغ (0.03513758). ومن المثير للاهتمام ملاحظة نمط التقلب (Volatility) المستخدم في الأنموذج، حيث يتناقص التقلب كلما ارتفع سعر التنفيذ، مسجلاً أعلى قيمة له (0.1927) مع الخيار الرابح وأدنى قيمة (0.1769) مع الخيار الخاسر.

يُظهر التحليل فجوة سعرية منهجية بين تقييم السوق والأنموذج. يبلغ متوسط سعر السوق 45.80 دولارًا، في حين أن متوسط السعر المحسوب وفقًا لأنموذج (Black-Scholes)هو 34.20 دولارًا فقط. هذه الفجوة المستمرة، التي يبلغ متوسطها 11.60 دولارًا، تؤكد أن الأنموذج يميل إلى تقدير قيمة الخيارات بأقل من قيمتها السوقية (Underpricing). لكن عند تحليل الفجوات السعرية لكل خيار على حدة، نكتشف نمطًا مختلفًا تمامًا ومثيرًا للاهتمام:

- أكبر فجوة سعرية: على عكس المتوقع، سُجلت أكبر فجوة لدى الخيار الرابح (ITM) بفارق ضخم بلغ 13.22 دولارًا. هذا يشير إلى أن السوق يضع علاوة إضافية كبيرة على الخيارات التي تتمتع بقيمة حقيقية مؤكدة بالفعل. قد يعكس هذا توقعات بتوزيعات أرباح مستقبلية لا يأخذها أنموذج (Black-Scholes) البسيط في الحسبان، أو ببساطة ثقة عالية في استمرار أداء المؤشر.
- أصغر فجوة سعرية: سُجلت لدى الخيار الخاسر (OTM) بفارق 10.53 دولارًا. هذا النمط هو عكس ما لوحظ في تحليل QQQ تمامًا. أما هنا فالسوق يبدو أقل استعدادًا لدفع علاوة كبيرة للمضاربة على الخيارات البعيدة عن سعر التنفيذ.
- الخيار المتعادل (ATM): جاء في الوسط بفجوة سعرية قدرها 11.06 دولارًا.

الاستنتاج هنا هو أن ديناميكيات تسعير خيارات SPY تتبع منطقًا مختلفًا، فالفجوة السعرية تتناقص كلما انتقل الخيار من كونه رابحًا إلى خاسر. هذا النمط الفريد يسلط الضوء على أن العوامل التي تحرك أسعار الخيارات يمكن أن تختلف بشكل كبير من أصل مالي إلى آخر، حتى لو كانت أصولًا متشابهة مثل الأسهم.

**الشكل رقم (63):** يوضح مخططًا شريطيًا مجمعًا للفجوات السعرية لسهم صندوق SPY




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (23):** أسعار الخيارات على أسهم صندوق عينة الدراسة ذات استحقاق 279 يوما وفق أنموذج (Black-Scholes)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Black-Scholes Model | Difference (Mark -Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1927 | 50,29 | 37,07 | 13,22 |
| | 586,1 | 585 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1804 | 45,21 | 34,15 | 11,06 |
| | 586,1 | 590 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1769 | 41,92 | 31,39 | 10,53 |
| **Average** | 586,1 | 585 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1833 | 45,80 | 34,20 | 11,60 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 2.2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوربية الناتجة عن أنموذج (Heston)

تجدر الإشارة إلى أن القيم المعتمدة للمعلمات الخمسة التي تشكل جوهر أنموذج هيستون (Heston) تم تقديرها بشكل تجريبي ودقيق باستخدام منهجيتين قياسيتين متقدمتين هما طريقة الإمكان الأعظم (MLE) وطريقة المربعات غير الخطية (NLS). وقد تم تطبيق هاتين الطريقتين على بيانات حقيقية لأسعار الخيارات الفعلية المرتبطة بأسهم عينة الدراسة وبمراعاة تواريخ استحقاق متعددة من أجل معايرة الأنموذج بما يعكس بدقة السلوك الديناميكي للتقلبات الضمنية في السوق. وسيركز التحليل لاحقاً على دراسة الأثر لتغير كل معلمة من المعلمات الخمس على مخرجات الأنموذج أي على أسعار الخيارات الأوروبية بما يتيح فهماً معمقاً لحساسية الأنموذج.

**الجدول رقم (24):** يوضح القيم العشوائية للمعلمات الخمس للأنموذج باستخدام طريقتي MLE و NLS

| | | Initial Variance | Rate Of Reversion | Long-Run Mean | Volatility Of Volatility | Correlation Coefficients |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Parameters | $v_0$ | $\kappa$ | $\theta$ | $\sigma$ | $\rho$ |
| SPY | MLE Values | 0.0366780679 | 0.4995600378 | 0.0526065355 | 0.4629220242 | -0.8784470696 |
| | NLS Values | 0.0360941970 | 3.2060669736 | 0.0459278079 | 0.6144157328 | -0.6652976832 |
| QQQ | MLE Values | 0.0576538208 | 4.1702381006 | 0.0641307368 | 0.7681275276 | -0.6885934018 |
| | NLS Values | 0.0556815650 | 3.5249792713 | 0.0610468727 | 0.5300349039 | -0.6853953773 |
| NVDA | MLE Values | 0.3012104672 | 0.001 | 0.0471035535 | 0.6537130808 | 0.00 |
| | NLS Values | 0.3017361376 | 0.6611402429 | 0.10 | 0.1019584836 | -0.3769650742 |
| MSFT | MLE Values | 0.0771265993 | 0.001 | 0.0439433725 | 0.0330113822 | -0.9973335290 |
| | NLS Values | 0.0769200376 | 2.5002869596 | 0.0399660043 | 0.0505711436 | -0.8051885742 |
| GOOG | MLE Values | 0.1242237775 | 0.001 | 0.0564513212 | 0.5815840415 | -0.8208437187 |
| | NLS Values | 0.1268941801 | 3.3211244457 | 0.0993215006 | 0.2827090081 | -0.9335825899 |
| AMZN | MLE Values | 0.1312159546 | 1.1377200079 | 0.001 | 0.1574284061 | 0.00 |
| | NLS Values | 0.1317126309 | 3.2086445465 | 0.0781161052 | 0.0632845453 | -0.9438359375 |
| AAPL | MLE Values | 0.0685948958 | 0.001 | 0.0671280587 | 0.1474723483 | -0.9862708512 |
| | NLS Values | 0.0690203706 | 2.7309898872 | 0.0515315184 | 0.2107395510 | -0.8753728108 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**1.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (01) يوم:**

يشير الجدول (25) إلى أسعار خيارات الشراء من النوع الأوروبي المبرمة على أسهم 07 شركات عالمية، بإجمالي (27) خياراً. لهذه الخيارات مدة يوم واحد فقط حتى تاريخ الاستحقاق، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها في 2024/12/20. تتكون العينة من (9) خيارات رابحة، (7) خيارات متعادلة و(11) خياراً خاسراً. يهدف هذا التحليل إلى تقييم كفاءة طريقتي المعايرة (MLE و NLS) في تسعير الخيارات بالاعتماد على أنموذج "هيستون" (Heston) ومقارنة الأسعار النظرية الناتجة مع أسعار السوق. وهذا لتحديد الطريقة الأكثر كفاءة في تقديم سعر نظري يقترب من السعر السوقي.

ففيما يخص طريقة المعايرة (MLE) التي تمثل حالة التحليل الأولى، بلغ متوسط الأسعار المحسوبة (2.2389) دولاراً وهو أقل من متوسط سعر السوق البالغ (2.757037) دولاراً، مما يشير إلى أن الأنموذج يميل إلى التسعير المنخفض لهذه الخيارات قصيرة الأجل، كما يظهر تقارباً جيداً بين سعر الأنموذج وسعر السوق لهذه المدة القصيرة. وبلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين أسعار (Heston MLE) وأسعار السوق (0.5181) دولاراً. وكان أعلى فرق من نصيب الخيار الرابح المبرم على أسهم شركة (MSFT) بقيمة (1.8454) دولاراً، بينما حقق الخيار الرابح على أسهم صندوق (SPY) أدنى فرق حيث بلغ (0.0117) دولاراً.

وبلغ متوسط الأسعار الناتجة عن طريقة (NLS) (2.2335) دولاراً، وهو أيضاً أقل من متوسط السعر السوقي (2.75) دولاراً كما أنه قريب من متوسط سعر السوق. وبلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين أسعار (Heston NLS) والأسعار السوقية (0.5235) دولاراً، وكان أعلى فرق (1.8464) دولاراً من حصة الخيار الرابح المبرم على أسهم شركة (MSFT) بينما حقق الخيار الرابح على أسهم صندوق (SPY) أدنى فرق والبالغ (0.0273) دولاراً. وعند مقارنة متوسط أسعار هذا العمود مع متوسط أسعار (Heston MLE)، يتبين انخفاض متوسط أسعار (Heston NLS) قليلاً، مما يعكس اختلافاً طفيفاً في تقديرات المعلمات بين الطريقتين، حيث تستند MLE إلى تعظيم الاحتمالية بينما تعتمد NLS على تقليل مجموع المربعات غير الخطية، مما قد يؤثر على تقدير معلمات التقلب والتباين في أنموذج Heston.

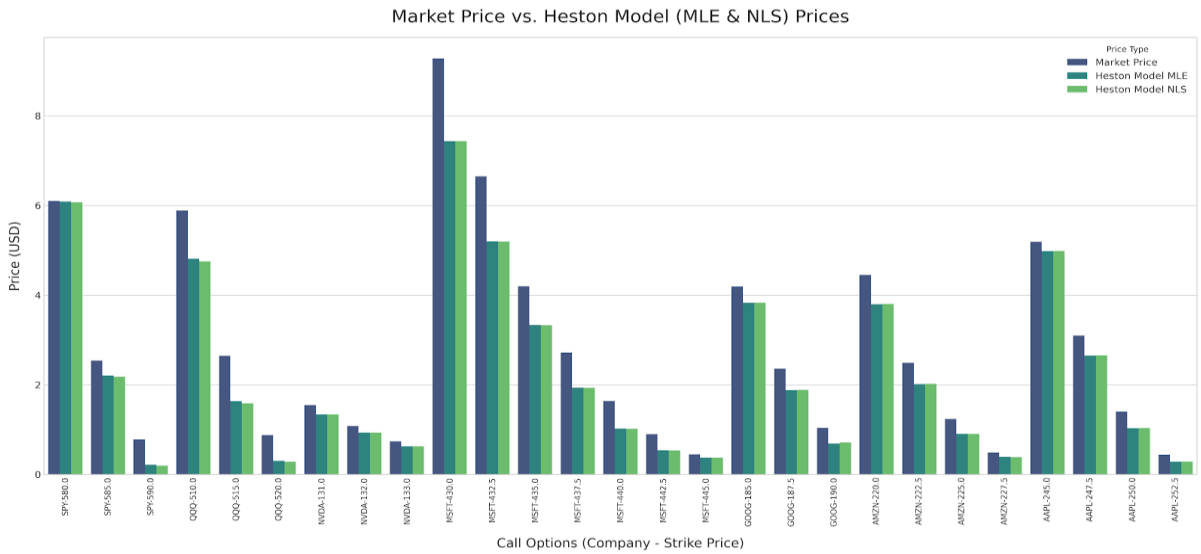
وبالنظر إلى الفروقات نجد أن متوسط القيم المطلقة للفرق في (Heston MLE) (0.5181) دولاراً أقل من مثيله في (Heston NLS) (0.5235) دولاراً، مما يشير إلى أن طريقة MLE تقدم أسعاراً نظرية أقرب إلى الأسعار السوقية. وعند مقارنة أداء الطريقتين يتبين أن الفرق بينهما ضئيل، لكن MLE تظهر تفوقاً طفيفاً، ربما بسبب قدرتها على التقاط التوزيع الإحصائي للبيانات بشكل أفضل في هذا السياق مقارنة بـ NLS التي تركز على تقليل الأخطاء المربعية.

نظراً لأن مدة الخيارات هي (1) يوم فقط، فإن الأسعار النظرية تتأثر بشكل كبير بالقيمة الجوهرية للخيارات، خاصة للخيارات الرابحة والخاسرة بعمق. وعند مقارنة متوسط الأسعار في (Heston MLE) مع (Heston NLS)، نلاحظ أن كلا الطريقتين تظهران انخفاضاً في الأسعار النظرية مقارنة بالسوق، مما قد يعكس قيوداً في الأنموذج مثل عدم التقاط ديناميكيات السوق قصيرة الأجل أو افتراضات غير دقيقة حول التقلب. مثلا بالنسبة لصندوق (SPY) فإن الخيار بربح بسيط (السعر الفوري 586.09، سعر التنفيذ 585) بلغ السعر السوقي (2.54) دولاراً، بينما كان (Heston MLE) (2.2048) دولاراً و (Heston NLS) (2.1829) دولاراً، مما يظهر انخفاضاً في التسعير لكلتا الطريقتين.

وبلغ متوسط الأسعار في (Heston NLS) (2.2335) دولاراً، وهو أقل بقليل من (Heston MLE) (2.2389) دولاراً، مما يشير إلى أن NLS قد تقلل من تقدير معلمة التباين اللحظي أو التقلب مقارنة بـ MLE. ويتفق ذلك مع المنطق المالي، حيث إن انخفاض التباين أو التقلب في أنموذج (Heston) يؤدي إلى انخفاض أسعار الخيارات، ولكن هذا الانخفاض الإضافي في (NLS) يجعل أسعاره أبعد عن السعر السوقي مقارنة بـ MLE.

أما بالنسبة لأداء الأنموذج عبر الخيارات، فإن أعلى فرق في (Heston MLE) (1.8454) دولاراً كان لخيار رابح على (MSFT)، بينما في (Heston NLS) بلغ (1.8464) دولاراً لنفس الخيار، مما يظهر أن كلا الطريقتين تواجهان تحديات في تسعير الخيارات ذات القيمة الجوهرية العالية. بالمقابل، أدنى فرق في (Heston MLE) (0.0117) دولاراً وفي (NLS) (0.0273) دولاراً كان لخيار رابح على (SPY)، مما يشير إلى دقة أعلى للأنموذج في الخيارات القريبة من التعادل أو الربح البسيط.

**الشكل رقم (64):** يوضح الفجوة السعرية بين سعر السوق وأسعار أنموذج (Heston)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (25):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 1 يوم وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2050 | 6,1 | 6,08834432 | 0,01165568 | 6,0726642 | 0,0273358 |
| | 586,09 | 585 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,1587 | 2,54 | 2,20476644 | 0,33523356 | 2,18285706 | 0,35714294 |
| | 586,09 | 590 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,1793 | 0,78 | 0,21622894 | 0,56377106 | 0,19709293 | 0,58290707 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3187 | 5,89 | 4,80974955 | 1,08025045 | 4,75125564 | 1,13874436 |
| | 514,16 | 515 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2837 | 2,65 | 1,63708009 | 1,01291991 | 1,5876706 | 1,0623294 |
| | 514,16 | 520 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2699 | 0,88 | 0,30356491 | 0,57643509 | 0,2851736 | 0,5948264 |
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6243 | 1,55 | 1,33783681 | 0,21216319 | 1,33904454 | 0,21095546 |
| | 130,68 | 132 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6044 | 1,08 | 0,93195421 | 0,14804579 | 0,93261523 | 0,14738477 |
| | 130,68 | 133 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5983 | 0,74 | 0,62589585 | 0,11410415 | 0,62603266 | 0,11396734 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5523 | 9,28 | 7,43464994 | 1,84535006 | 7,43355066 | 1,84644934 |
| | 437,03 | 432,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4387 | 6,65 | 5,19895405 | 1,45104595 | 5,1964301 | 1,4535699 |
| | 437,03 | 435 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3383 | 4,2 | 3,33579347 | 0,86420653 | 3,33205325 | 0,86794675 |
| | 437,03 | 437,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3230 | 2,72 | 1,93702104 | 0,78297896 | 1,93259148 | 0,78740852 |
| | 437,03 | 440 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3151 | 1,64 | 1,02327136 | 0,61672864 | 1,01885566 | 0,62114434 |
| | 437,03 | 442,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3087 | 0,9 | 0,54039418 | 0,35960582 | 0,53668268 | 0,36331732 |
| | 437,03 | 445 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3044 | 0,45 | 0,3754409 | 0,0745591 | 0,37293166 | 0,07706834 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5011 | 4,19 | 3,8324006 | 0,3575994 | 3,82957947 | 0,36042053 |
| | 188,50 | 187,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4613 | 2,36 | 1,87787683 | 0,48212317 | 1,88964422 | 0,47035578 |
| | 188,50 | 190 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4255 | 1,04 | 0,69001597 | 0,34998403 | 0,71265889 | 0,32734111 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5324 | 4,45 | 3,79670347 | 0,65329653 | 3,80234186 | 0,64765814 |
| | 223,29 | 222,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4451 | 2,49 | 2,01710496 | 0,47289504 | 2,02169139 | 0,46830861 |
| | 223,29 | 225 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4229 | 1,24 | 0,90181116 | 0,33818884 | 0,90289123 | 0,33710877 |
| | 223,29 | 227,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4030 | 0,49 | 0,38931296 | 0,10068704 | 0,38749926 | 0,10250074 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3703 | 5,19 | 4,97886158 | 0,21113842 | 4,98273051 | 0,20726949 |
| | 249,79 | 247,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3309 | 3,1 | 2,65132997 | 0,44867003 | 2,65722967 | 0,44277033 |
| | 249,79 | 250 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2881 | 1,4 | 1,03003097 | 0,36996903 | 1,03487212 | 0,36512788 |
| | 249,79 | 252,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2663 | 0,44 | 0,28461315 | 0,15538685 | 0,28617442 | 0,15382558 |
| **Average** | 341,10 | 341,14 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3915 | 2,75 | 2,23892621 | 0,518110827 | 2,233511666 | 0,523525371 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**2.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (08) أيام:**

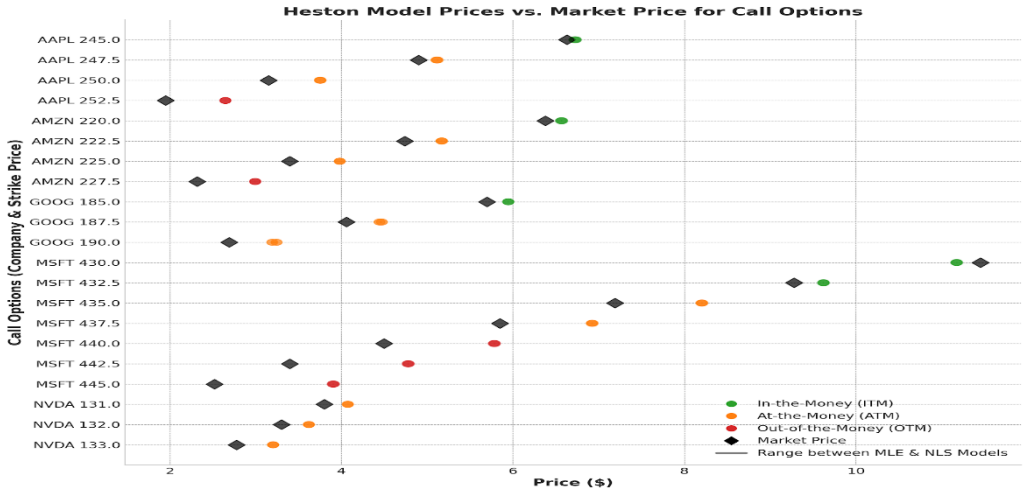
يشير الجدول (26) إلى أسعار واحد وعشرين (21) خيار شراء من النوع الأوروبي، والتي تم إبرامها على أسهم 05 شركات عالمية رائدة. تتوزع هذه الخيارات بين ثمانية (8) خيارات رابحة، وخمسة (5) خيارات متعادلة، وثمانية (8) خيارات خاسرة. تمتد صلاحية جميع هذه الخيارات لمدة ثمانية (8) أيام حتى تاريخ الاستحقاق، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها في 2024/12/27.

فيما يخص العمود (Heston MLE)، والذي يمثل الأسعار المحسوبة باستخدام طريقة المعايرة الأولى، بلغ متوسط الأسعار المحسوبة (5.3267) دولاراً، وهو سعر يتجاوز متوسط سعر السوق الفعلي الذي بلغ (4.76) دولاراً. ويتضح من ذلك وجود ميل لدى الأنموذج للمبالغة في تقدير الأسعار مقارنة بالسوق لهذه المدة. وبلغ متوسط الفروقات بين أسعار الأنموذج (MLE) وأسعار السوق (0.5911) دولاراً، وكان أعلى فرق مسجل هو (1.3931) دولاراً، والذي كان من نصيب الخيار الخاسر المبرم على أسهم شركة (MSFT) (السعر الفوري 437.03، سعر التنفيذ 445)، بينما حقق الخيار الرابح على أسهم شركة (AAPL) (السعر الفوري 249.79، سعر التنفيذ 245) أدنى فرق على الإطلاق حيث بلغ (0.0886) دولاراً.

أما بالنسبة للأسعار الناتجة عن العمود (Heston NLS)، فقد بلغ متوسطها (5.3297) دولاراً، وهو أيضاً أعلى من متوسط سعر السوق ومقارب جداً لمتوسط أسعار طريقة (MLE). في حين بلغ متوسط الفروقات بين أسعار هذا العمود وأسعار السوق (0.5949) دولاراً، وكان أعلى فرق (1.3801) دولاراً من نصيب الخيار الخاسر المبرم على أسهم شركة (MSFT) أيضاً، بينما حقق الخيار الرابح على أسهم شركة (AAPL) أدنى فرق والبالغ (0.1040) دولاراً. عند مقارنة متوسط القيم المطلقة للفرق بين أسعار السوق وأسعار الأنموذج باستخدام الطريقتين، يتبين أن متوسط الفرق في طريقة MLE (0.5911 دولاراً) أقل قليلاً من متوسط الفرق في طريقة NLS (0.5949 دولاراً). هذا الفارق الطفيف يشير إلى أن طريقة MLE تقدم تقديراً أقرب إلى أسعار السوق مقارنة بـNLS، على الرغم من أن الفرق بينهما (0.0037 دولاراً) يمثل نسبة ضئيلة جداً (حوالي 0.08% من متوسط سعر السوق).

وعليه يلاحظ أن كلا طريقتي المعايرة ضمن أنموذج (Heston) تقومان بتسعير الخيارات بأسعار نظرية أعلى من أسعارها السوقية في تواريخ الاستحقاق القصيرة. عند ترتيب متوسط الفرق بين سعر السوق وأسعار أنموذجي (Heston)، يتبين أن أسعار طريقة (MLE) بمتوسط فرق يبلغ (0.5911) دولاراً، تعد الأكثر قرباً وكفاءة في محاكاة أسعار السوق. أما أسعار طريقة (NLS) فهي الأكثر بعداً عنها بمتوسط فرق يبلغ (0.5949) دولاراً. ويمكن القول إن الاختلاف في الأداء يعود إلى الطبيعة الرياضية لكل طريقة معايرة.

**الشكل رقم (65):** يمثل مخطط (Dumbbell) لتوضيح الفرق بين سعر السوق وأسعار أنموذج (Heston)




**الجدول رقم (26):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 8 أيام وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6243 | 3,8 | 4,07511625 | -0,27511625 | 4,07758789 | -0,27758789 |
| | 130,68 | 132 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6044 | 3,3 | 3,62174342 | -0,32174342 | 3,6231074 | -0,3231074 |
| | 130,68 | 133 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5983 | 2,78 | 3,20513816 | -0,42513816 | 3,20531487 | -0,42531487 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5523 | 11,45 | 11,1787659 | 0,2712341 | 11,1713164 | 0,2786836 |
| | 437,03 | 432,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4387 | 9,28 | 9,62599198 | -0,34599198 | 9,61719543 | -0,33719543 |
| | 437,03 | 435 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3383 | 7,19 | 8,20908825 | -1,01908825 | 8,19903251 | -1,00903251 |
| | 437,03 | 437,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,323 | 5,85 | 6,93071036 | -1,08071036 | 6,91955542 | -1,06955542 |
| | 437,03 | 440 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3151 | 4,5 | 5,79081238 | -1,29081238 | 5,77878241 | -1,27878241 |
| | 437,03 | 442,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3087 | 3,4 | 4,78667966 | -1,38667966 | 4,77404831 | -1,37404831 |
| | 437,03 | 445 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3044 | 2,52 | 3,91311878 | -1,39311878 | 3,90018945 | -1,38018945 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5011 | 5,7 | 5,94529348 | -0,24529348 | 5,94909531 | -0,24909531 |
| | 188,50 | 187,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4613 | 4,06 | 4,44596404 | -0,38596404 | 4,472919 | -0,412919 |
| | 188,50 | 190 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4255 | 2,69 | 3,1953744 | -0,5053744 | 3,24547539 | -0,55547539 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5324 | 6,38 | 6,56194744 | -0,18194744 | 6,57455699 | -0,19455699 |
| | 223,29 | 222,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4451 | 4,74 | 5,16768526 | -0,42768526 | 5,17488367 | -0,43488367 |
| | 223,29 | 225 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4229 | 3,4 | 3,98163699 | -0,58163699 | 3,982862 | -0,582862 |
| | 223,29 | 227,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,403 | 2,32 | 2,99881014 | -0,67881014 | 2,9942691 | -0,6742691 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3703 | 6,63 | 6,71862199 | -0,08862199 | 6,73406772 | -0,10406772 |
| | 249,79 | 247,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3309 | 4,9 | 5,11039215 | -0,21039215 | 5,12266427 | -0,22266427 |
| | 249,79 | 250 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2881 | 3,15 | 3,75091856 | -0,60091856 | 3,75851147 | -0,60851147 |
| | 249,79 | 252,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2663 | 1,95 | 2,64788395 | -0,69788395 | 2,65020411 | -0,70020411 |
| Average | 281,38 | 281,47 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4216 | 4,76 | 5,326747311 | -0,56531874 | 5,329792339 | -0,568363768 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**3.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (16) يوما:**

يشير الجدول (27) إلى أسعار 06 خيارات شراء من النوع الأوروبي، مبرمة على أسهم صندوقين استثماريين هما (SPY) و (QQQ)، بواقع 03 خيارات لكل منهما. لهذه الخيارات مدة (16) يوماً حتى تاريخ الاستحقاق، وقد تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/01/4، حيث بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0,04380561).

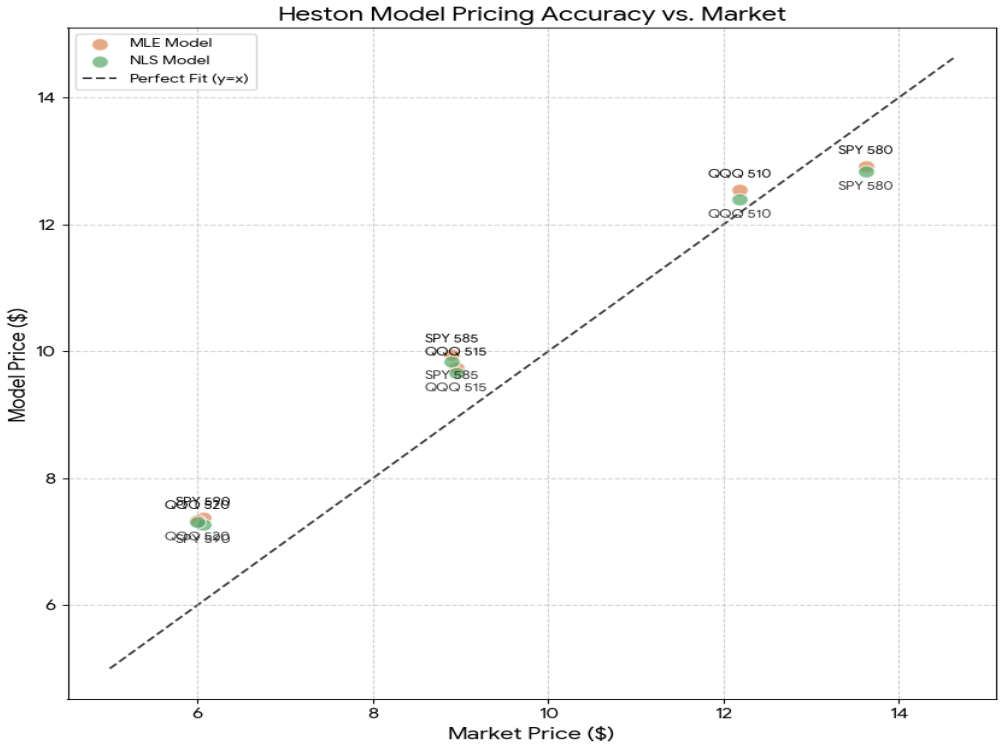
ففي العمود (Heston MLE) الذي يمثل طريقة المعايرة الأولى في هذا التحليل، بلغ متوسط الأسعار المحسوبة (9.9808 دولاراً)، وهو أعلى من متوسط سعر السوق البالغ (9.28 دولاراً). وعند حساب متوسط القيم المطلقة للفروقات بين أسعار هذا العمود وأسعار السوق، بلغ المتوسط (0.927 دولاراً). وكان أعلى فرق مطلق بقيمة (1.3334 دولاراً) من نصيب الخيار الخاسر المبرم على أسهم صندوق (QQQ) بسعر تنفيذ 520، بينما حقق الخيار الرابح على أسهم نفس الصندوق (QQQ) بسعر تنفيذ 510 أدنى فرق مطلق والبالغ (0.3681 دولاراً).

وبلغ متوسط الأسعار الناتجة عن العمود (Heston NLS) ما قيمته (9.8834 دولاراً)، وهو أيضاً أعلى من متوسط سعر السوق. في حين بلغ متوسط القيم المطلقة للفرق بين أسعار هذا العمود وأسعار السوق (1.028 دولاراً). وكان أعلى فرق مطلق (1.3083 دولاراً) من نصيب الخيار الخاسر المبرم على أسهم صندوق (QQQ) بسعر تنفيذ 520، بينما حقق الخيار الرابح على أسهم نفس الصندوق (QQQ) بسعر تنفيذ 510 أدنى فرق مطلق والبالغ (0.2166 دولاراً). وعند مقارنة أداء هذا العمود مع العمود الأول (MLE)، يتبين أن متوسط أسعاره أقرب قليلاً لمتوسط سعر السوق.

عند مقارنة طريقتي المعايرة يتبين أن NLS أقرب إلى أسعار السوق من حيث المتوسط والفرق المطلق، مع انخفاض الفرق بمقدار (0.097) دولاراً مقارنة بـ MLE. يعود هذا إلى طبيعة طريقة NLS التي تعتمد على تقليل المربعات بشكل غير خطي، مما يمنحها مرونة أكبر في ضبط المعلمات لتتناسب مع تقلبات السوق، بينما تُظهر MLE حساسية أعلى للانحرافات الشاذة، خاصة في الخيارات ذات التقلب المرتفع (مثل SPY بسعر تنفيذ 590). وبصورة عامة، يلاحظ أن كلا طريقتي المعايرة في أنموذج (Heston) قد أعطت أسعاراً نظرية أعلى من أسعار السوق في المتوسط لخيارات هذه العينة. وعند ترتيب متوسط القيم المطلقة للفروقات بين سعر السوق وأسعار الأنموذج لكلتا الطريقتين من الأدنى للأعلى، يتبين أن أسعار العمود (Heston MLE) بمتوسط فرق مطلق (0.927 دولاراً) تعد الأكثر قرباً من أسعار السوق، أما أسعار العمود (Heston NLS) فهي الأكثر بعداً عنها بمتوسط فرق (1.028 دولاراً).

وبناءً على ذلك، يمكن القول إن طريقة المعايرة (MLE) كانت هي الأكفأ والأكثر دقة في تسعير هذه الخيارات مقارنة بطريقة (NLS). كما يُلاحظ أن أكبر فروقات التسعير في كلتا الطريقتين كانت في الخيارات الخاسرة (OTM)، مما قد يشير إلى تأثر دقة الأنموذج بحالة الخيار (رابح، متعادل، أو خاسر).

**الشكل رقم (66):** يمثل مخطط التشتت دقة تسعير نماذج Heston مقارنة بالسوق




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (27):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 16 يوما وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2106 | 13,62 | 12,9206721 | 0,6993279 | 12,827253 | 0,792747 |
| | 586,09 | 585 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1700 | 8,9 | 9,95218241 | -1,05218241 | 9,84404051 | -0,94404051 |
| | 586,09 | 590 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1597 | 6,07 | 7,3836525 | -1,3136525 | 7,26864415 | -1,19864415 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2323 | 12,18 | 12,548156 | -0,368156 | 12,3966652 | -0,2166652 |
| | 514,16 | 515 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2173 | 8,95 | 9,74678417 | -0,79678417 | 9,65556826 | -0,70556826 |
| | 514,16 | 520 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1988 | 6 | 7,333441 | -1,333441 | 7,30839327 | -1,30839327 |
| Average | 550,125 | 550 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1981 | 9,28 | 9,980814697 | -0,69414803 | 9,883427398 | -0,596760732 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**4.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (22) يوما:**

يشير الجدول (28) إلى أسعار 13 خيار شراء من النوع الأوروبي المبرمة على أسهم 05 شركات ( NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, AAPL). لهذه الخيارات مدة 22 يوماً حتى تاريخ الاستحقاق، حيث تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي بتاريخ 2025/01/10. وتم تصنيف هذه الخيارات إلى 05 خيارات رابحة (ITM)، و 03 خيارات متعادلة (ATM)، و 05 خيارات خاسرة (OTM).

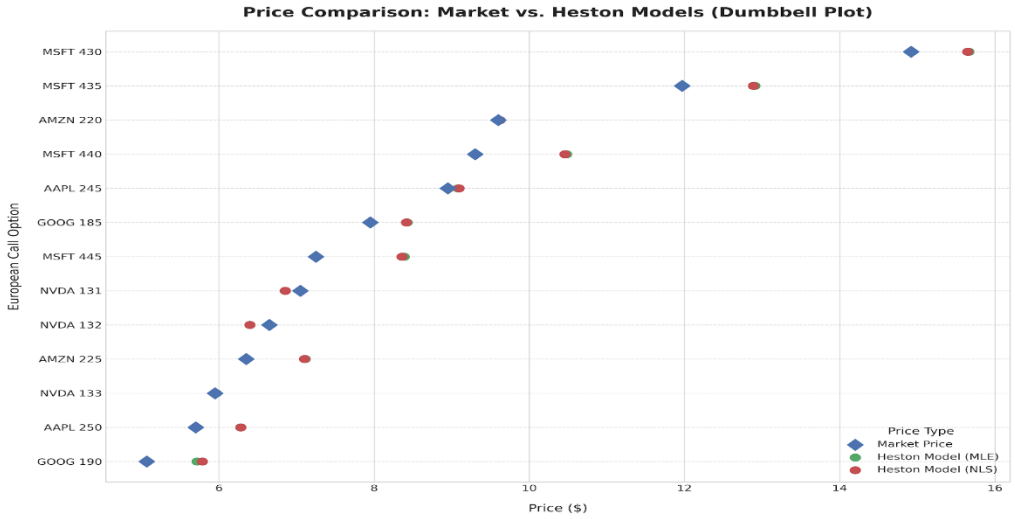
في العمود الذي يمثل أسعار أنموذج (Heston) المحسوبة باستخدام طريقة المعايرة (MLE)، بلغ متوسط الأسعار النظرية حوالي 8.6818 دولار، وهو أعلى من متوسط سعر السوق البالغ 8.2085 دولار. هذا الفارق يشير إلى أن الأنموذج بهذه المعايرة يميل إلى المبالغة في تقدير أسعار الخيارات بشكل عام. بلغ متوسط القيم المطلقة للفروقات بين أسعار النموذج (MLE) وأسعار السوق حوالي 0.5427 دولار. وكان أعلى فرق مسجل هو 1.1799 دولار، وكان من نصيب الخيار المتعادل المبرم على أسهم شركة (MSFT). يعكس هذا الفرق الكبير صعوبة تسعير الخيارات المتعادلة بدقة، حيث تكون حساسيتها للتغيرات في السعر الفوري والتقلبات عالية جداً. بينما حقق الخيار الرابح على أسهم شركة (AMZN) أدنى فرق، والذي بلغ 0.0092 دولار، مما يشير إلى أن الأنموذج كان فعالاً جداً في تسعير هذا الخيار المحدد.

أما بالنسبة للعمود الذي يمثل الأسعار المحسوبة باستخدام طريقة المعايرة (NLS)، فقد بلغ متوسط الأسعار حوالي 8.6819 دولار، وهو أيضاً أعلى من متوسط سعر السوق ويتطابق بشكل كبير مع متوسط أسعار طريقة (MLE)، مما يدل على تقارب النتائج الإجمالية للطريقتين. بلغ متوسط القيم المطلقة للفروقات بين أسعار الأنموذج (NLS) وأسعار السوق حوالي 0.5426 دولار. وكان أعلى فرق مسجل في هذه الطريقة 1.1568 دولار. وهو أيضاً من نصيب الخيار المتعادل على أسهم شركة (MSFT)، مما يؤكد مجدداً على التحدي الذي تمثله الخيارات المتعادلة في التسعير. في المقابل حقق الخيار الخاسر على أسهم شركة (NVDA) أدنى فرق بقيمة 0.0115 دولار.

يلاحظ أن أنموذج (Heston) بكلا طريقتي المعايرة قدّم تقييماً مبالغاً فيه لأسعار الخيارات مقارنة بأسعارها السوقية، حيث جاء متوسط أسعار الأنموذجين أعلى من متوسط سعر السوق. عند المقارنة المباشرة بين كفاءة الطريقتين من خلال متوسط القيم المطلقة للفروقات، نجد أن طريقة المربعات الصغرى غير الخطية (NLS) كانت الأكفأ بشكل طفيف جداً، حيث بلغ متوسط الفروقات فيها 0.5426 دولار مقابل 0.5427 دولار لطريقة الاحتمالية القصوى (MLE). هذا الفارق الضئيل يشير إلى أن كلا الطريقتين قدمتا أداءً متقارباً جداً في تسعير هذه المجموعة من الخيارات.

يمكن القول إن الخيار المتعادل على أسهم شركة (MSFT) كان الأصعب تسعيراً لكلا الطريقتين، حيث سجل أعلى الفروقات في كلتا الحالتين. من ناحية أخرى، أظهر الأنموذج دقة عالية في تسعير الخيار الرابح لشركة (AMZN) باستخدام طريقة (MLE)، والخيار الخاسر لشركة (NVDA) باستخدام طريقة (NLS). في الاخير على الرغم من الفروقات الملحوظة في تسعير بعض الخيارات الفردية، إلا أن طريقة المعايرة (NLS) أثبتت أنها الأقرب بشكل هامشي لأسعار السوق، مما يجعلها الأداة الأكثر كفاءة في هذا التحليل المحدد.

**الشكل رقم (67):** يوضح الفروقات بين سعر السوق الفعلي وأسعار الأنموذجين النظرية (Heston)




**الجدول رقم (28):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 22 يوما وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5623 | 7,05 | 6,85222558 | 0,19777442 | 6,85403059 | 0,19596941 |
| | 130,68 | 132 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5666 | 6,65 | 6,39664656 | 0,25335344 | 6,39663146 | 0,25336854 |
| | 130,68 | 133 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5458 | 5,95 | 5,96345418 | -0,01345418 | 5,96147492 | -0,01147492 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2593 | 14,92 | 15,6650311 | -0,7450311 | 15,6485287 | -0,7285287 |
| | 437,03 | 435 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,255 | 11,97 | 12,9048164 | -0,9348164 | 12,8847425 | -0,9147425 |
| | 437,03 | 440 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2489 | 9,3 | 10,4799487 | -1,1799487 | 10,4567989 | -1,1567989 |
| | 437,03 | 445 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2487 | 7,25 | 8,38539115 | -1,13539115 | 8,35990352 | -1,10990352 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3291 | 7,95 | 8,42512726 | -0,47512726 | 8,4166521 | -0,4666521 |
| | 188,50 | 190 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3115 | 5,07 | 5,7147129 | -0,6447129 | 5,78663856 | -0,71663856 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3607 | 9,6 | 9,60919106 | -0,00919106 | 9,62102385 | -0,02102385 |
| | 223,29 | 225 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3261 | 6,35 | 7,11025464 | -0,76025464 | 7,10297137 | -0,75297137 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2577 | 8,95 | 9,07677714 | -0,12677714 | 9,09309297 | -0,14309297 |
| | 249,79 | 250 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2364 | 5,7 | 6,27974997 | -0,57974997 | 6,28228668 | -0,58228668 |
| **Average** | 266,40 | 266,23 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3467 | 8,20 | 8,681794357 | -0,473332818 | 8,681905855 | -0,473444317 |

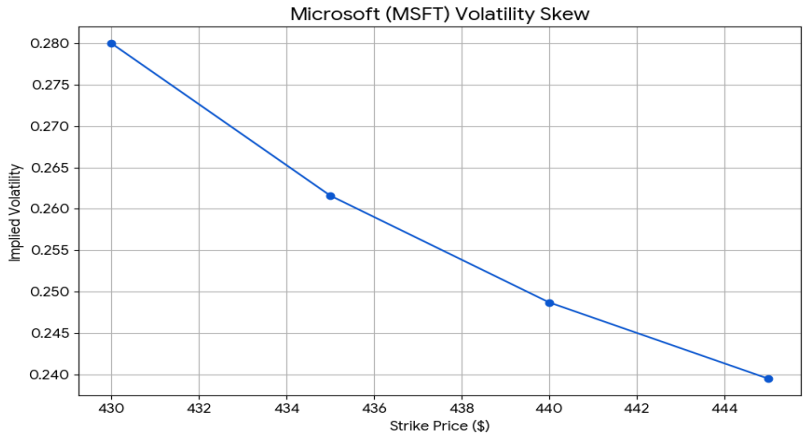
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 5.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (30) يوما:

يمثل الجدول (28) بيانات تفصيلية وتحليلية لأسعار 11 خيار شراء أوروبي على أسهم 05 شركات رائدة (NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, AAPL)، بتاريخ استحقاق محدد بعد 30 يوماً من تاريخ التحرير في 2024/12/19 وينتهي بتاريخ 2025/01/18. تتألف المحفظة من 5 خيارات رابحة، 2 متعادلة و 4 خاسرة.

قبل الخوض في نتائج الأنموذج، من الضروري تحليل بيانات السوق الأولية، وتحديداً عمود التقلب (Volatility). يظهر جلياً من بيانات أسهم شركة (MSFT) وجود ظاهرة ابتسامة التقلب أو انحراف التقلب (Volatility Skew). حيث ينخفض التقلب الضمني كلما ارتفع سعر التنفيذ (Strike Price) للخيار: فهو يبدأ عند 0.28 للخيار الرابح (Strike 430$) وينخفض تدريجياً إلى 0.2395 للخيار الخاسر (Strike 445$).

**الشكل رقم (68):** يوضح منحنى انحراف التقلب لسهم مايكروسوفت (MSFT Volatility Skew)

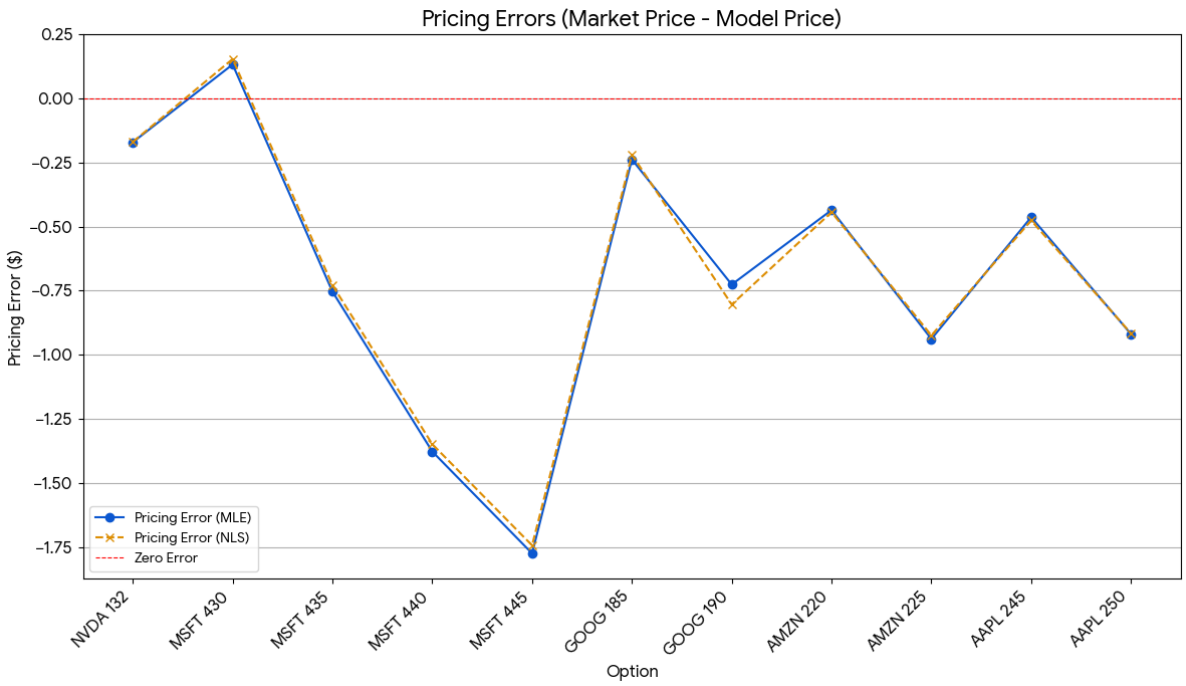



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

عند تطبيق طريقة المعايرة (MLE)، التي تبحث عن معلمات الأنموذج التي تجعل الأسعار السوقية المرصودة هي الأكثر احتمالاً للحدوث، بلغ متوسط سعر الخيار المحسوب (10.5442 دولاراً). هذا المتوسط يزيد عن متوسط سعر السوق البالغ (9.84 دولاراً)، مما يشير إلى ميل هذا الأنموذج للمبالغة في التقييم. إن متوسط الفروقات المطلقة الذي يقيس حجم الخطأ في التسعير بغض النظر عن اتجاهه بلغ (0.722 دولاراً). اللافت للنظر أن أكبر خطأ في التسعير (1.7754 دولاراً) حدث مع الخيار الخاسر (OTM) لسهم (MSFT)، وهو خيار ذو سعر سوقي منخفض نسبياً. يُعزى هذا غالباً إلى أن طريقة MLE قد تعطي وزناً أكبر للخيارات الرابحة والأكثر سيولة عند تحديد المعلمات، مما قد يؤدي إلى تضحية بدقة تسعير الخيارات الخاسرة والبعيدة عن سعر التنفيذ. في المقابل، سُجل أدنى فرق (0.1327 دولاراً) مع الخيار الرابح (ITM) لنفس السهم، مما يدعم هذه الفرضية.

على الجانب الآخر، فإن طريقة المعايرة (NLS) تعمل على إيجاد مجموعة المعلمات التي تقلل مجموع مربعات الفروقات بين أسعار الأنموذج وأسعار السوق. بلغ متوسط السعر المحسوب بهذه الطريقة (10.5401 دولاراً)، وهو أيضاً أعلى من سعر السوق، ولكنه أقل بشكل طفيف من متوسط سعر MLE. الأهم من ذلك أن متوسط القيم المطلقة للفرق انخفض بشكل هامشي إلى (0.720 دولاراً)، مما يجعل هذا الأنموذج نظرياً أكثر دقة. تشابهت نتائج NLS مع MLE في تحديد الخيارات ذات الأداء الأفضل والأسوأ، حيث ظل الخيار الخاسر لسهم (MSFT) صاحب أعلى فرق (1.7440 دولاراً)، والخيار الرابح لنفس السهم صاحب أقل فرق تقريباً (0.1539 دولاراً). يشير الانخفاض الطفيف في متوسط السعر ومتوسط الخطأ إلى أن طريقة NLS، التي تعامل الفروقات النقدية بشكل متساوٍ، قد نجحت في إيجاد توازن أفضل قليلاً في تسعير كامل مجموعة الخيارات.

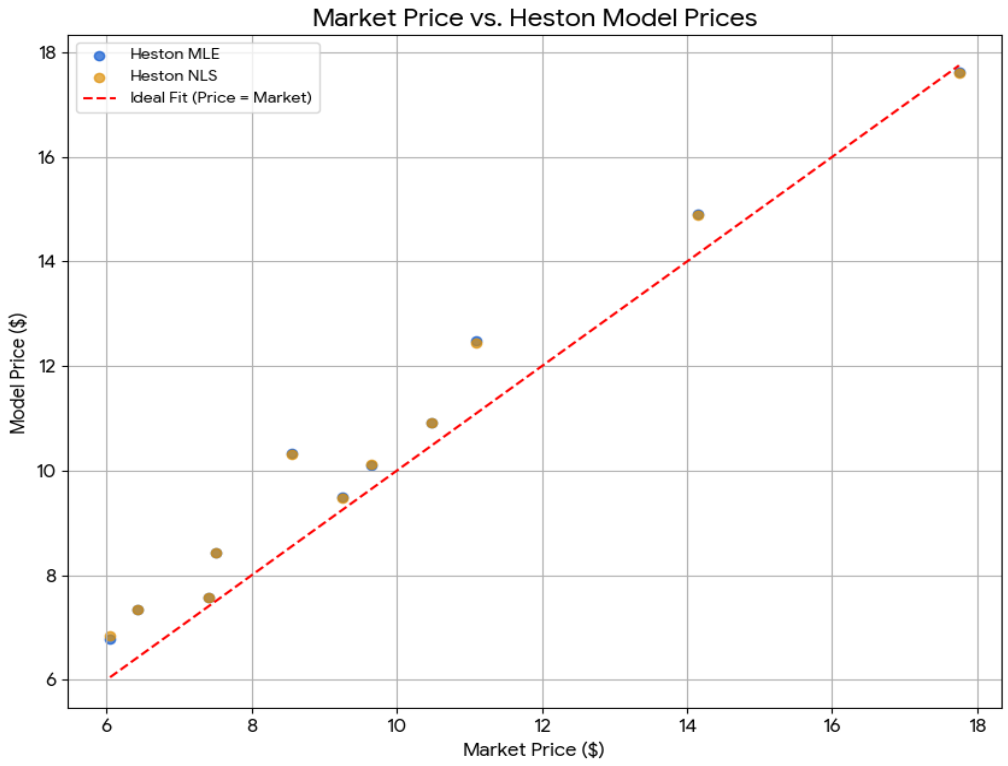
**الشكل رقم (69):** يوضح أخطاء التسعير لكل خيار




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

يمكن الاستنتاج أن طريقة NLS قد قدرت تركيبة من هذه المعلمات الخمس أدت إلى أسعار نظرية أقرب بشكل هامشي إلى الواقع. إن وجود فروقات كبيرة في تسعير الخيارات الخاسرة في كلا الأنموذجين يسلط الضوء على تحدٍ مستمر حتى في النماذج المتقدمة، ويؤكد على أهمية الاختبار والفحص الدقيق للنماذج قبل اعتمادها في قرارات التداول وإدارة المخاطر.

**الشكل رقم (70):** يوضح مقارنة أسعار السوق بأسعار الأنموذج (Market Price vs. Heston Model Prices)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (29):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 30 يوما وفق أنموذج (Heston)

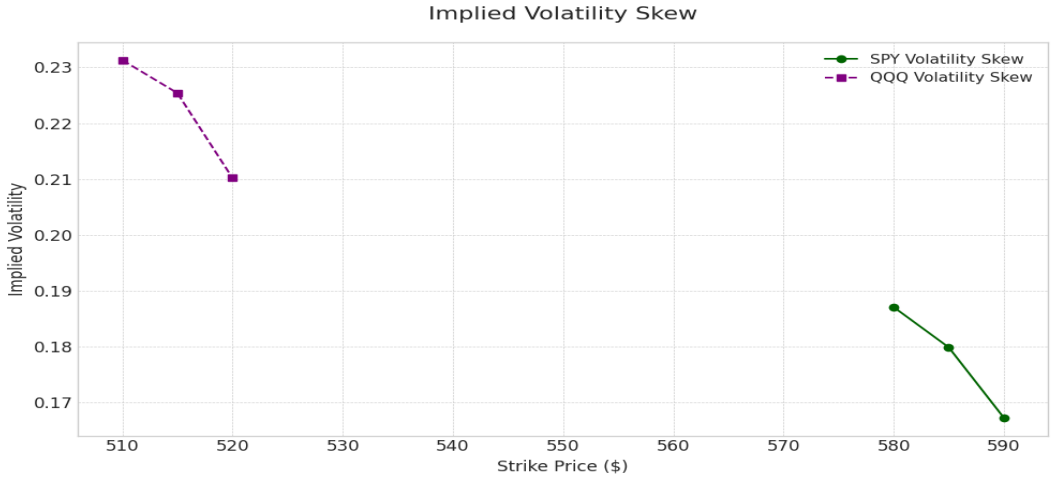
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,5349 | 7,4 | 7,57078557 | -0,17078557 | 7,56942083 | -0,16942083 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,28 | 17,75 | 17,6173221 | 0,1326779 | 17,59602 | 0,15398 |
| | 437,03 | 435 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2616 | 14,15 | 14,9036935 | -0,7536935 | 14,8784862 | -0,7284862 |
| | 437,03 | 440 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2487 | 11,1 | 12,4777472 | -1,3777472 | 12,4491001 | -1,3491001 |
| | 437,03 | 445 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2395 | 8,56 | 10,3354364 | -1,7754364 | 10,3040133 | -1,7440133 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3434 | 9,25 | 9,48810612 | -0,23810612 | 9,46966625 | -0,21966625 |
| | 188,50 | 190 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3117 | 6,05 | 6,77612254 | -0,72612254 | 6,85393919 | -0,80393919 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3434 | 10,48 | 10,9156057 | -0,4356057 | 10,9238201 | -0,4438201 |
| | 223,29 | 225 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3238 | 7,5 | 8,43865895 | -0,93865895 | 8,42469012 | -0,92469012 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2457 | 9,65 | 10,1132802 | -0,4632802 | 10,1260297 | -0,4760297 |
| | 249,79 | 250 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2274 | 6,43 | 7,34947103 | -0,91947103 | 7,34696307 | -0,91696307 |
| **Average** | 291,08 | 290,63 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3054 | 9,84 | 10,54420266 | -0,696929937 | 10,54019535 | -0,692922624 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 6.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (31) يوما:

يقدم لنا الجدول (30) معطيات دقيقة لأسعار 06 خيارات شراء أوروبية على مؤشري (SPY) و (QQQ)، بتاريخ استحقاق محدد بعد 31 يوماً (ما يعادل 0.0849 سنة)، حيث تم تحرير هذه الخيارات بتاريخ 2024/12/19 وتنتهي بتاريخ 2025/01/19. تتألف المحفظة من خيارات متنوعة من حيث "الملاءة" (Moneyness)، حيث تشمل 02 خيارات رابحة (ITM)، 02 خيارات متعادلة (ATM)، و 02 خاسرة (OTM). من الضروري تحليل بيانات السوق الأولية قبل الغوص في نتائج الأنموذج، وتحديداً عمود التقلب (Volatility). حيث يظهر جلياً من بيانات خيارات مؤشري (SPY) و (QQQ) وجود ظاهرة انحراف التقلب (Volatility Skew). بالنسبة لمؤشر SPY ينخفض التقلب الضمني من 0.1871 للخيار ذي سعر التنفيذ 580 دولار إلى 0.1673 للخيار ذي سعر التنفيذ 590 دولار. وبالمثل بالنسبة لمؤشر QQQ، حيث ينخفض التقلب من 0.2313 إلى 0.2102 مع ارتفاع سعر التنفيذ.

**الشكل رقم (71):** منحنى انحراف التقلبات (Implied Volatility Skew)

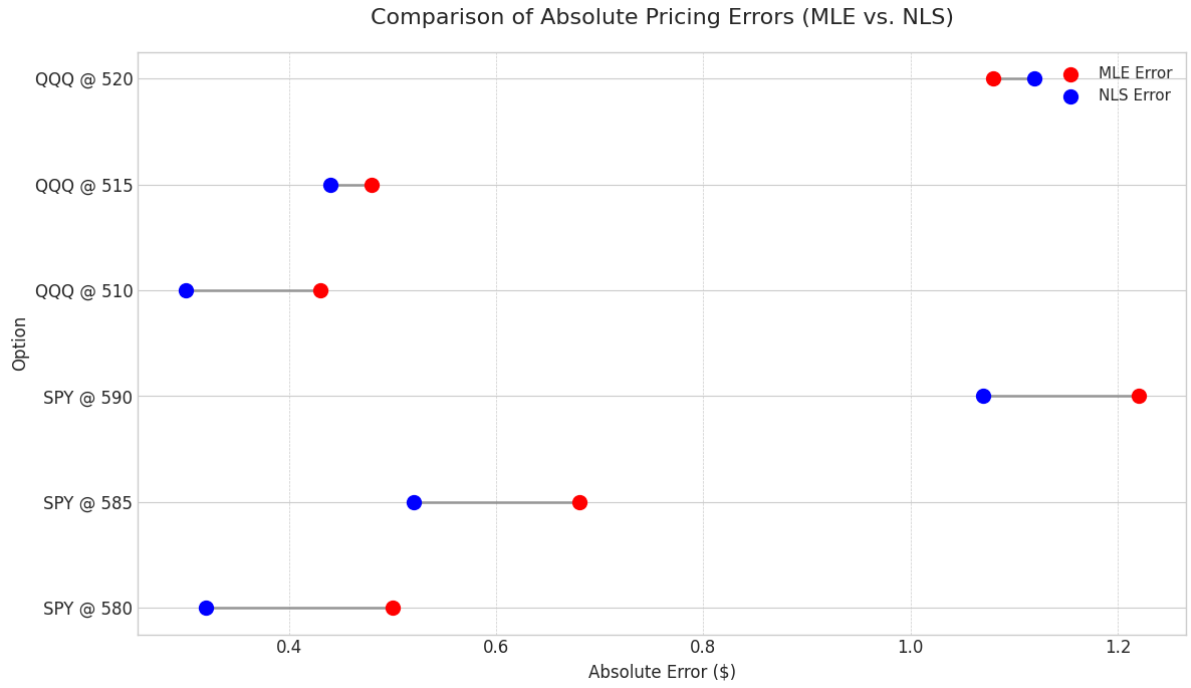



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

عند تطبيق طريقة المعايرة (MLE) بلغ متوسط سعر الخيار المحسوب 13.7075 دولاراً. هذا المتوسط يزيد عن متوسط سعر السوق البالغ 12.9733 دولاراً، مما يشير إلى ميل هذا الأنموذج للمبالغة في التقييم بشكل عام. إن متوسط الفروقات المطلقة (Mean Absolute Error) الذي يقيس حجم الخطأ في التسعير بغض النظر عن اتجاهه بلغ 0.7341 دولاراً. كما نلاحظ أن أكبر خطأ في التسعير (1.2221 دولاراً) حدث مع الخيار الخاسر (OTM) لمؤشر (SPY) عند سعر تنفيذ 590 دولار. هذا الأمر يتوافق مع التحدي المعروف في تسعير الخيارات البعيدة عن سعر التنفيذ. في المقابل سُجل أدنى فرق (0.4293 دولاراً) مع الخيار القريب من السعر (ATM) لمؤشر (QQQ)، مما قد يشير إلى أن المعايرة تركز بشكل أفضل على الخيارات الأكثر سيولة.

على النقيض، تعمل طريقة المعايرة (NLS) على إيجاد مجموعة المعلمات التي تقلل مجموع مربعات الفروقات بين أسعار الأنموذج وأسعار السوق. حيث بلغ متوسط السعر المحسوب بهذه الطريقة 13.6026 دولاراً وهو أيضاً أعلى من سعر السوق، ولكنه أقرب إليه بشكل ملحوظ مقارنة بمتوسط سعر MLE. الأهم من ذلك، أن متوسط القيم المطلقة للفرق انخفض بشكل واضح إلى 0.6293 دولاراً، مما يجعل هذا الأنموذج أكثر دقة وكفاءة من الناحية النظرية. تشابهت نتائج NLS مع MLE في تحديد الخيارات ذات الأداء الأفضل والأسوأ نسبياً، حيث سجل الخيار الخاسر (OTM) لمؤشر (QQQ) أعلى فرق (1.1220 دولاراً)، وظل الخيار القريب من السعر لمؤشر (QQQ) صاحب أقل فرق (0.2978 دولاراً). الانخفاض الملحوظ في متوسط الخطأ يشير إلى أن طريقة NLS، التي تعطي وزناً متساوياً للفروقات النقدية، نجحت في تحقيق توازن أفضل في تسعير كامل محفظة الخيارات.

**الشكل رقم (72):** يوضح مقارنة أخطاء التسعير المطلقة (Comparison of Absolute Pricing Errors)

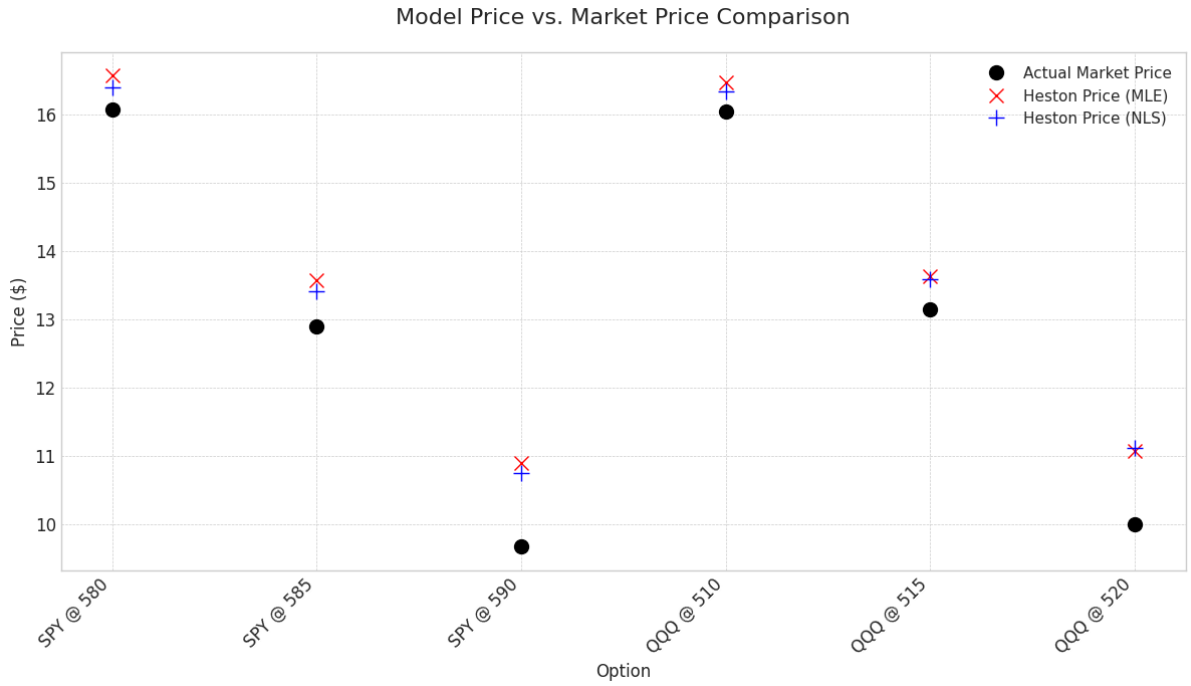



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

كلا طريقتي المعايرة قدمتا تقييماً مبالغاً فيه لأسعار الخيارات في المتوسط، وهو أمر شائع في نماذج التسعير. ومع ذلك عند المقارنة المباشرة تُظهر طريقة المربعات الصغرى غير الخطية (NLS) كفاءة نسبية أعلى بشكل واضح، حيث حققت متوسط خطأ مطلق أقل بنسبة تقارب 14% عن طريقة MLE. هذا التفوق يعني أن مجموعة المعلمات الخمس لأنموذج (Heston) $(\kappa, \theta, v, \sigma, \rho)$ التي توصلت إليها طريقة NLS

كانت الأكثر واقعية في وصف ديناميكيات تقلب الأصول الأساسية في هذه الحالة. يمكن الاستنتاج أن طريقة NLS قد قدرت تركيبة من هذه المعلمات الخمس أدت إلى أسعار نظرية أقرب بشكل ملموس إلى الواقع. إن وجود فروقات كبيرة في تسعير الخيارات الخاسرة (OTM) في كلا الأنموذجين يؤكد على التحدي المستمر حتى في النماذج المتقدمة، ويشدد على أهمية الاختبار والفحص الدقيق للنماذج قبل اعتمادها في استراتيجيات التداول وإدارة المحافظ.

**الشكل رقم (73):** يوضح مقارنة أسعار النماذج بالسعر السوقي (Model Price vs. Market Price)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (30):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 31 يوما وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,1871 | 16,07 | 16,5721926 | -0,5021926 | 16,3916255 | -0,3216255 |
| | 586,09 | 585 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,1799 | 12,9 | 13,5849247 | -0,6849247 | 13,4219067 | -0,5219067 |
| | 586,09 | 590 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,1673 | 9,68 | 10,9020532 | -1,2220532 | 10,7545608 | -1,0745608 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2313 | 16,04 | 16,46932 | -0,42932 | 16,337824 | -0,297824 |
| | 514,16 | 515 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2254 | 13,15 | 13,63403 | -0,48403 | 13,5878471 | -0,4378471 |
| | 514,16 | 520 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2102 | 10 | 11,08226 | -1,08226 | 11,1219802 | -1,1219802 |
| Average | 550,125 | 550 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2002 | 12,97 | 13,70746342 | -0,734130083 | 13,60262405 | -0,629290717 |

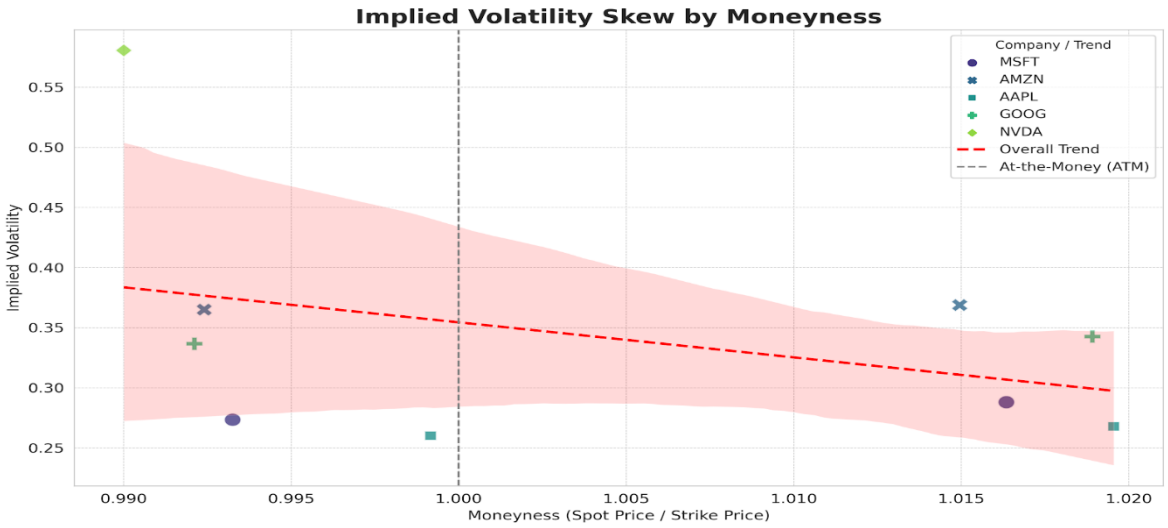
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 7.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (94) يوما:

يمثل الجدول (31) بيانات مفصلة لأسعار 09 خيارات شراء أوروبية على أسهم خمس شركات تكنولوجية كبرى، بتاريخ استحقاق يمتد إلى 94 يوماً من تاريخ تحريرها في 19 ديسمبر 2024. تتكون هذه المحفظة المختارة من 04 خيارات رابحة (ITM)، خيارين متعادلين (ATM)، وثلاثة خيارات خاسرة (OTM).

عند تحليل بيانات السوق الأولية، وتحديداً عمود التقلب (Volatility). يظهر جلياً من البيانات وجود ظاهرة انحراف التقلب (Volatility Skew) عبر مختلف الأسهم. على سبيل المثال في أسهم شركة (MSFT)، ينخفض التقلب الضمني كلما ارتفع سعر التنفيذ: فهو يبلغ 0.2880 للخيار الرابح (سعر التنفيذ 430 دولار) وينخفض إلى 0.2734 للخيار القريب من التعادل (سعر التنفيذ 440 دولار). تتكرر هذه الظاهرة مع أسهم (AAPL) و (GOOG) و (AMZN).

**الشكل رقم (74):** انحراف التقلب حسب سعر التنفيذ (Implied Volatility Skew)

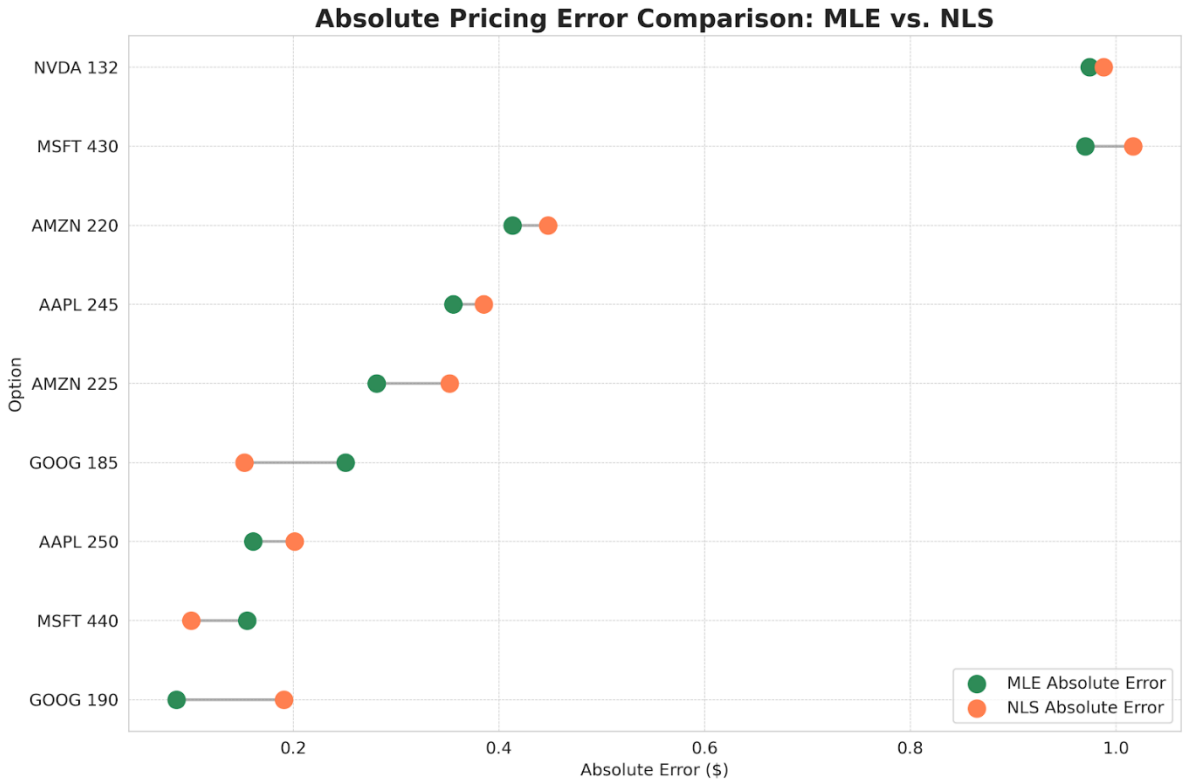



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

عند تطبيق طريقة المعايرة (MLE) التي تبحث عن معلمات الأنموذج التي تجعل الأسعار السوقية المرصودة هي الأكثر احتمالاً للحدوث، بلغ متوسط سعر الخيار المحسوب 17.44 دولاراً. هذا المتوسط يقل عن متوسط سعر السوق البالغ 17.73 دولاراً، مما يشير إلى ميل هذا الأنموذج للتقييم بأقل من القيمة السوقية بشكل طفيف. إن متوسط الفروقات المطلقة الذي يقيس حجم الخطأ في التسعير بغض النظر عن اتجاهه بلغ 0.4051 دولاراً. لكن اللافت للنظر أن أكبر خطأ في التسعير (0.9740 دولاراً) حدث مع الخيار الخاسر (OTM) لسهم (NVDA). في المقابل تم تسجيل أدنى فرق (0.0862 دولاراً) مع الخيار الخاسر (OTM) لسهم (GOOG)، مما يدل على أن أداء الأنموذج ليس متجانساً عبر جميع الخيارات الخاسرة.

على الجانب الآخر، فإن طريقة المعايرة (NLS) قدمت متوسط سعر محسوب يبلغ 17.41 دولاراً. هذا السعر هو أيضاً أقل من سعر السوق، وبفارق أكبر بقليل من أنموذج (Heston MLE). كما أن متوسط القيم المطلقة للفرق ارتفع بشكل ملحوظ إلى 0.4260 دولاراً، مما يجعل هذا الأنموذج نظرياً أقل دقة في هذه الحالة. المثير للاهتمام أن أعلى خطأ في التسعير (1.0165 دولاراً) انتقل ليحدث مع الخيار الرابح (ITM) لسهم (MSFT)، بينما كان أقل فرق (0.1008 دولاراً) مع الخيار المتعادل لنفس السهم، مما يشير إلى أن طريقة (NLS) واجهت صعوبة أكبر في تسعير الخيارات ذات القيمة الجوهرية العالية.

**الشكل رقم (75):** مقارنة الخطأ المطلق في التسعير (Absolute Pricing Error Comparison)

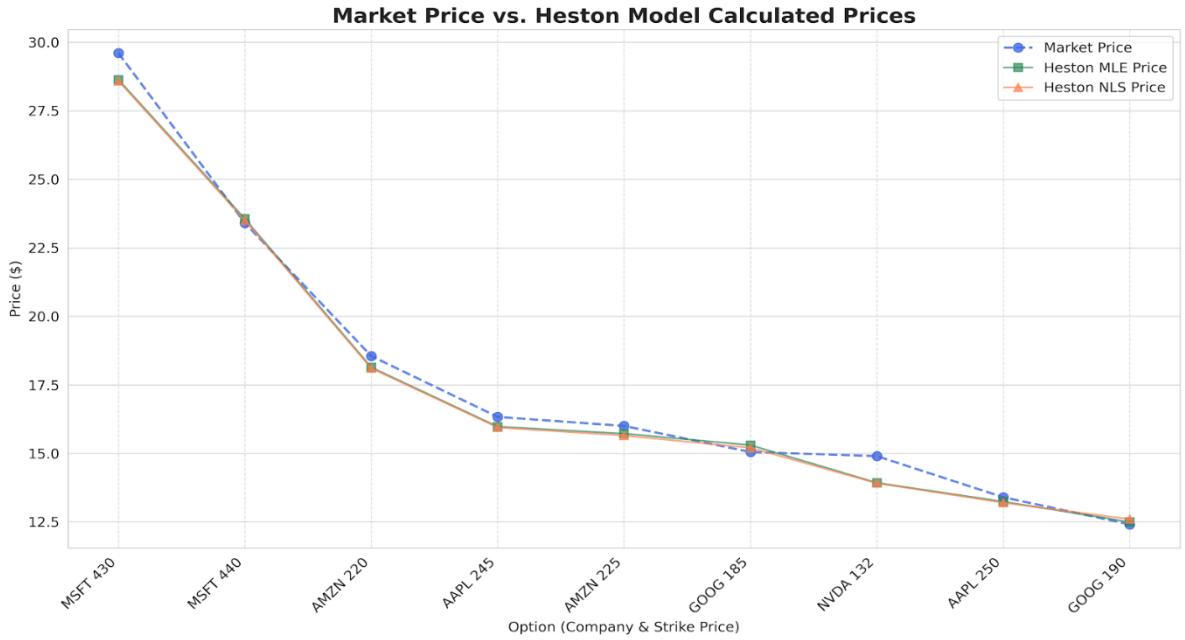



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

عموما فإن كلا من طريقتي المعايرة قدمتا تقييماً بأقل من القيمة الحقيقية لأسعار الخيارات في المتوسط. ومع ذلك، عند المقارنة المباشرة، تُظهر طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كفاءة نسبية أعلى في هذه الدراسة، حيث حققت متوسط خطأ مطلق أقل (0.4051$) مقارنة بـ (0.4260$) لطريقة (NLS). هذا التفوق يعني أن مجموعة المعلمات الخمس لأنموذج (Heston) التي توصلت إليها طريقة (MLE) كانت الأكثر واقعية في وصف ديناميكيات تقلب الأصول الأساسية في ذلك اليوم.

يمكن الاستنتاج أن طريقة (MLE) قد قدرت تركيبة من هذه المعلمات الخمس أدت إلى أسعار نظرية أقرب بشكل عام إلى الواقع السوقي. إن تفوق (MLE) في هذه الحالة يؤكد على عدم وجود طريقة معايرة واحدة هي الأفضل بشكل مطلق، وأن الكفاءة تعتمد بشكل كبير على ظروف السوق والبيانات المحددة المستخدمة في التحليل، مما يبرز أهمية الاختبار والفحص التجريبي المستمر للنماذج.

**الشكل رقم (76):** يوضح مقارنة أسعار السوق والنماذج (Market Price vs. Model Prices)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (31):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 94 يوما وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,5806 | 14,9 | 13,9259658 | 0,9740342 | 13,9122018 | 0,9877982 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,288 | 29,6 | 28,6300496 | 0,9699504 | 28,5835143 | 1,0164857 |
| | 437,03 | 440 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2734 | 23,4 | 23,5551527 | -0,1551527 | 23,5007591 | -0,1007591 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3426 | 15,05 | 15,3005803 | -0,2505803 | 15,202515 | -0,1525150 |
| | 188,50 | 190 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3367 | 12,41 | 12,4962258 | -0,0862258 | 12,6007212 | -0,1907212 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3688 | 18,55 | 18,1369881 | 0,4130119 | 18,1023431 | 0,4476569 |
| | 223,29 | 225 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3650 | 16 | 15,7189263 | 0,2810737 | 15,6482306 | 0,3517694 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2679 | 16,33 | 15,9744938 | 0,3555062 | 15,9448542 | 0,3851458 |
| | 249,79 | 250 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2601 | 13,4 | 13,2392738 | 0,1607262 | 13,198862 | 0,201138 |
| **Average** | 258,65 | 257,44 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3425 | 17,73 | 17,4419618 | 0,295815978 | 17,4104446 | 0,32733319 |

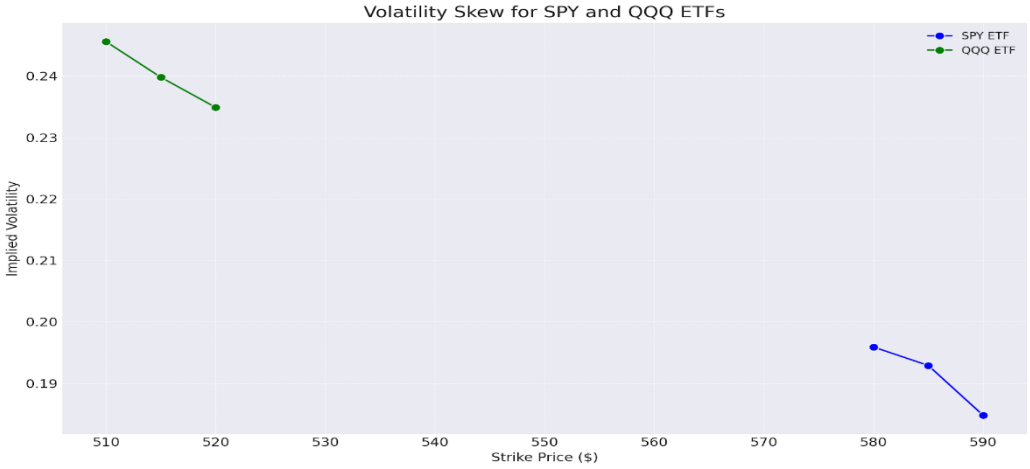
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 8.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (95) يوما:

يمثل هذا الجدول (32) أسعار 06 خيارات شراء أوروبية مُبرمة على أسهم صندوقين من أكبر صناديق المؤشرات المتداولة (SPY و QQQ)، بتاريخ استحقاق محدد بعد 95 يوماً من تاريخ التحرير في 2024/12/19. تتألف هذه المحفظة الصغيرة من 03 خيارات رابحة (ITM)، وخيار واحد متعادل تقريبًا (ATM)، وخيارين خاسرين (OTM).

وعند دراسة هيكل التقلب في السوق فمن الضروري تحليل بيانات السوق الأولية، وتحديداً عمود التقلب (Volatility). يظهر جلياً من بيانات كلا الصندوقين (SPY و QQQ) وجود ظاهرة انحراف التقلب (Volatility Skew). ففي خيارات صندوق (SPY)، ينخفض التقلب الضمني من 0.1959 للخيار الرابح (Strike 580) إلى 0.1848 للخيار الخاسر (Strike 590). وبالمثل في خيارات صندوق (QQQ)، يتناقص التقلب من 0.2456 إلى 0.2349 مع ارتفاع سعر التنفيذ.

**الشكل رقم (77):** يوضح تصور انحراف التقلب (Volatility Skew Visualization)

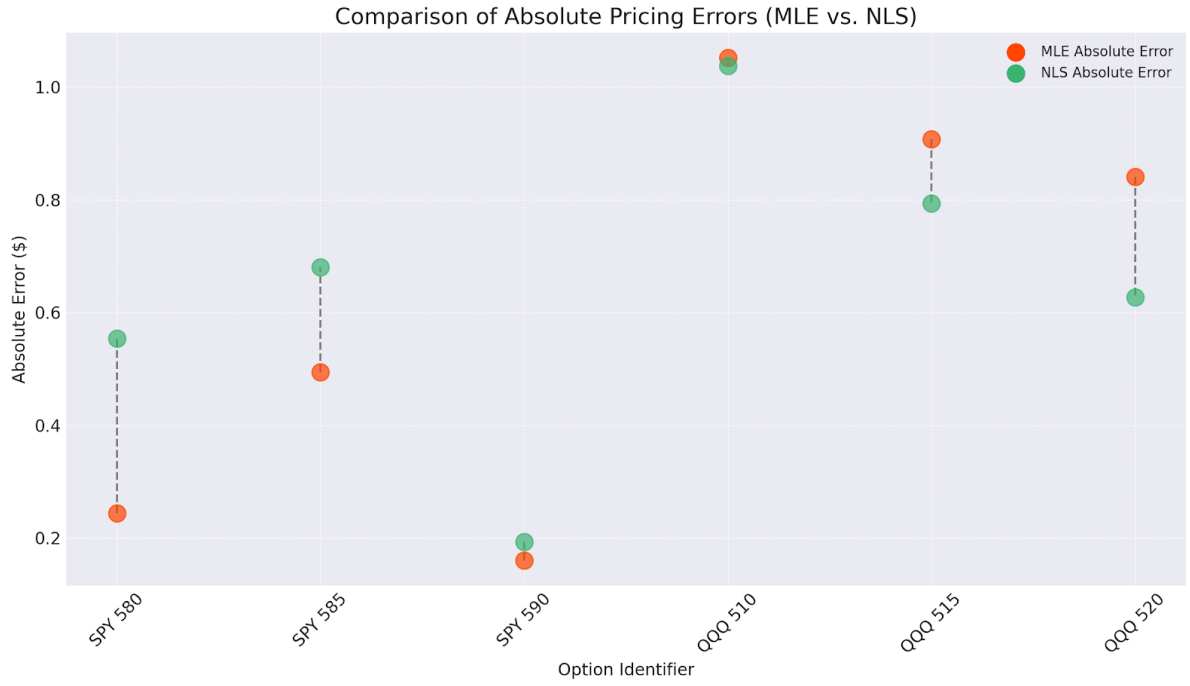



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

عند تطبيق طريقة المعايرة(MLE) ، بلغ متوسط سعر الخيار المحسوب (24.285) دولاراً. هذا المتوسط يقل بشكل طفيف عن متوسط سعر السوق البالغ (24.90) دولاراً، مما يشير إلى ميل هذا الأنموذج للتقييم بأقل من السعر الحقيقي بشكل طفيف. إن متوسط الفروقات المطلقة الذي يقيس حجم الخطأ في التسعير بغض النظر عن اتجاهه بلغ (0.616) دولاراً. من المثير للاهتمام أن أكبر خطأ في التسعير (1.052) دولاراً حدث مع الخيار الرابح (ITM) لصندوق (QQQ) بسعر تنفيذ 510، بينما سُجل أدنى فرق (0.160) دولاراً مع الخيار الخاسر (OTM) لصندوق .(SPY) هذا يشير إلى أن طريقةMLE ، في هذه الحالة، واجهت تحدياً في تسعير الخيارات الرابحة بعمق لكنها كانت دقيقة بشكل ملحوظ في تسعير الخيارات الخاسرة.

على الجانب الآخر، فإن طريقة المعايرة (NLS) تعمل على إيجاد مجموعة المعلمات التي تقلل مجموع مربعات الفروقات بين أسعار الأنموذج وأسعار السوق. بلغ متوسط السعر المحسوب بهذه الطريقة (24.254) دولاراً وهو أيضاً أقل من سعر السوق، ويشير إلى تقييم بأقل من السعر الحقيقي بشكل أكبر بقليل من طريقة (MLE). إضافة إلى أن متوسط القيم المطلقة للفرق ارتفع بشكل طفيف إلى (0.648) دولاراً، مما يجعل هذا الأنموذج نظرياً أقل دقة من (MLE) في هذه الدراسة. تبعت نتائج NLS نفس نمط MLE في تحديد الخيارات ذات الأداء الأفضل والأسوأ، حيث ظل الخيار الرابح لصندوق (QQQ) صاحب أعلى فرق (1.038)دولاراً، والخيار الخاسر لصندوق (SPY) صاحب أقل فرق (0.193) دولاراً. يشير الارتفاع الهامشي في متوسط الخطأ إلى أن طريقةNLS ، ورغم أنها تهدف إلى تقليل الأخطاء التربيعية، إلا أنها لم تنجح في إيجاد توازن أفضل من MLE لتسعير كامل مجموعة الخيارات.

**الشكل رقم (78):** تحليل مقارن لأخطاء التسعير المطلقة (Comparison of Absolute Pricing Errors)

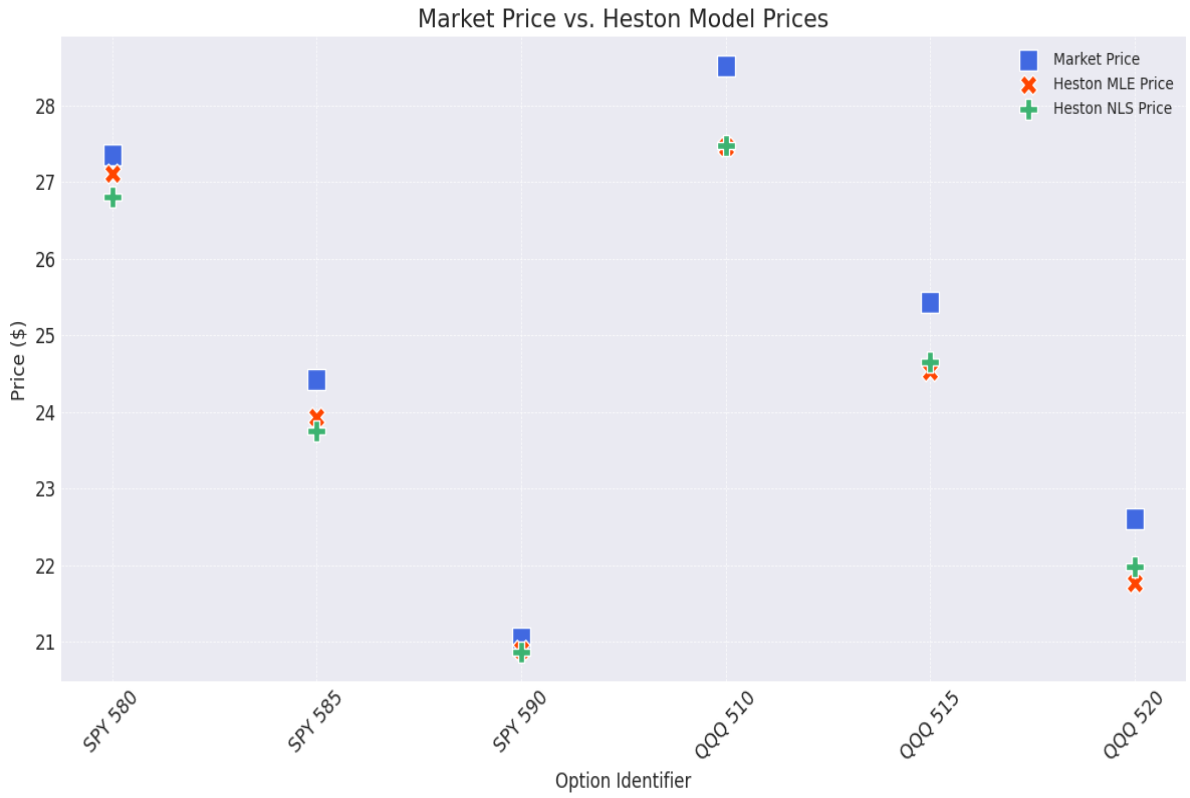



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

بصورة شاملة كلا طريقتي المعايرة قدمتا تقييماً بأقل من القيمة السوقية لأسعار الخيارات في المتوسط. ومع ذلك، عند المقارنة المباشرة، تُظهر طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كفاءة نسبية أعلى، حيث حققت متوسط خطأ مطلق أقل (0.616) مقابل (0.648). هذا التفوق يعني أن مجموعة المعلمات الخمس لأنموذج (Heston) التي توصلت إليها طريقة MLE كانت الأكثر واقعية في وصف ديناميكيات تقلب الأصول الأساسية.

يمكن الاستنتاج أن طريقة MLE قد قدرت تركيبة من هذه المعلمات الخمس أدت إلى أسعار نظرية أقرب بشكل واضح إلى الواقع السوقي.

**الشكل رقم (79):** مقارنة أسعار الأنموذجين بالسعر السوقي (Market Price vs. Heston Model Prices)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (32):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 95 يوما وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1959 | 27,36 | 27,115748 | 0,2442520 | 26,8059158 | 0,5540842 |
| | 586,09 | 585 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1929 | 24,43 | 23,9355695 | 0,4944305 | 23,7495784 | 0,6804216 |
| | 586,09 | 590 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1848 | 21,06 | 20,9001575 | 0,1598425 | 20,866718 | 0,1932820 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2456 | 28,51 | 27,4579788 | 1,0520212 | 27,4722709 | 1,0377291 |
| | 514,16 | 515 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2398 | 25,44 | 24,5327262 | 0,9072738 | 24,6469187 | 0,7930813 |
| | 514,16 | 520 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2349 | 22,61 | 21,7694031 | 0,8405969 | 21,9827442 | 0,6272558 |
| Average | 550,125 | 550 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,21565 | 24,90 | 24,28526385 | 0,616402817 | 24,25402433 | 0,647642333 |

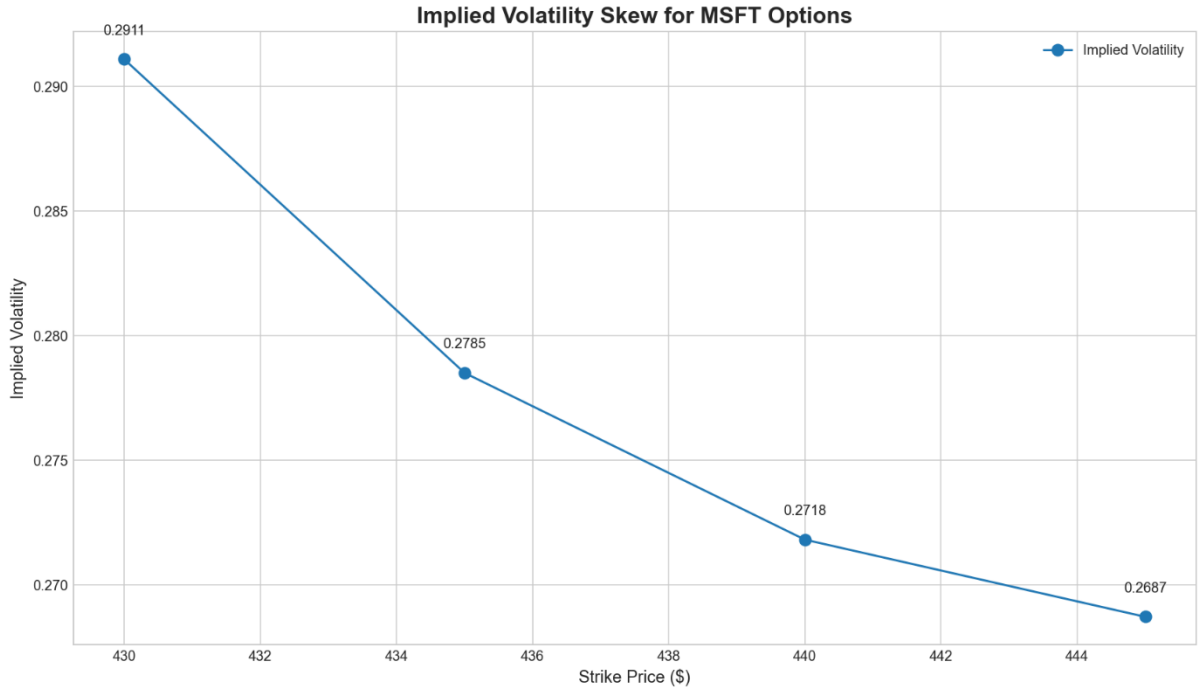
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 9.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (121) يوما:

يمثل الجدول (33) بيانات لأسعار 10 خيارات شراء أوروبية مبرمة على أسهم أربع شركات كبرى (MSFT, GOOG, AMZN, AAPL)، بتاريخ استحقاق محدد بعد 121 يوماً من تاريخ التحرير في 2024/12/19 وتنتهي صلاحيتها بتاريخ 2025/04/18، إذ بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0,33127995). وتتألف هذه المحفظة من 5 خيارات رابحة (ITM)، وخيارين واحد متعادلين (ATM)، و 03 خاسرة (OTM).

يُظهر الفحص الدقيق لبيانات التقلب الضمني لسلسلة خيارات MSFT وجود علاقة عكسية واضحة بين سعر التنفيذ (Strike Price) ومستوى التقلب الضمني؛ حيث ينخفض التقلب من 0.2911 للخيار الرابح ذي سعر تنفيذ 430 دولاراً إلى 0.2687 للخيار الخاسر ذي سعر تنفيذ 445 دولاراً مع زيادة سعر التنفيذ. هذه الظاهرة، المعروفة تجريبياً بانحراف التقلب، هي حقيقة راسخة (stylized fact) في أسواق الخيارات على الأسهم. تُعزى هذه الظاهرة إلى عدة عوامل منها تأثير الرافعة المالية (leverage effect) ووجود علاوة مخاطرة للتقلب العشوائي (stochastic volatility risk premium)، حيث يطلب المستثمرون تعويضاً أكبر لتحمل أخطار الهبوط الحاد في الأسعار. هذا التوثيق التجريبي يؤكد عدم كفاية فرضية التقلب الثابت.

**الشكل رقم (80):** مخطط انحراف التقلب الضمني لخيارات MSFT

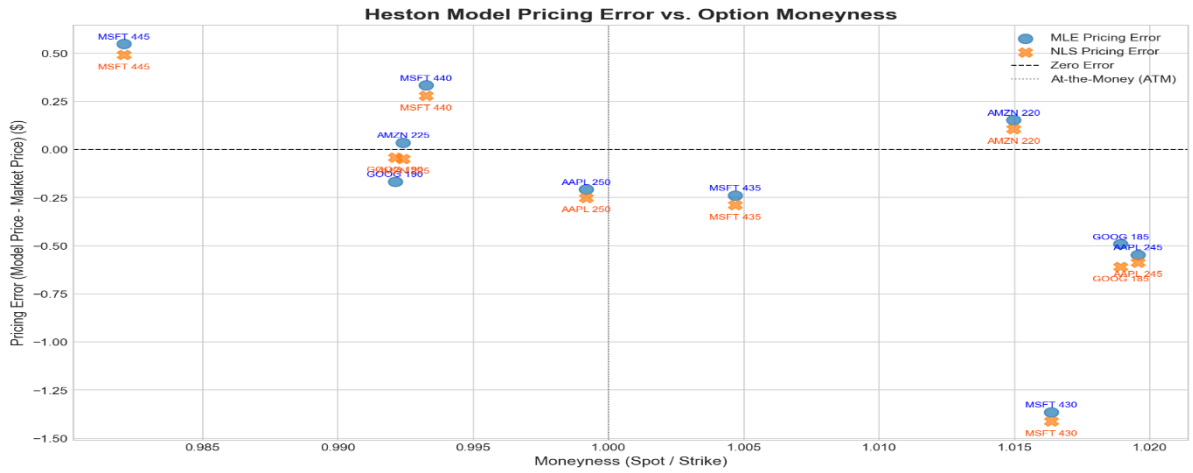



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

أسفرت عملية المعايرة باستخدام طريقة MLE عن متوسط سعر نظري قدره 21.743 دولاراً، مقابل متوسط سعر سوقي يبلغ 21.938 دولاراً، مما يشير إلى وجود انحياز سالب طفيف (Underpricing Bias). بلغ مقياس الأداء الرئيسي متوسط الخطأ المطلق (MAE) قيمة 0.408 دولاراً. وعند تحليل توزيع أخطاء التسعير، لوحظ أن الخطأ الأقصى (1.3646 دولاراً) قد تركز في الخيار الرابح ذي أبعد مسافة عن السعر الفوري (MSFT K=430). يمكن تفسير ذلك فنياً بأن مجموعة المعلمات المستخلصة من MLE واجهت صعوبة في نمذجة التفاعل المعقد بين القيمة الجوهرية المرتفعة والمكون العشوائي للقيمة الزمنية على مدى زمني طويل. في المقابل كانت الدقة هي الأعلى (أدنى فرق 0.0361 دولاراً) عند الخيار المتعادل لسهم AMZN، مما يدل على قوة الأنموذج في تسعير الخيارات القريبة جداً من سعر التنفيذ.

أدت المعايرة باستخدام طريقة NLS إلى متوسط سعر نظري قدره 21.702 دولاراً، مع متوسط خطأ مطلق (MAE) بلغ 0.412 دولاراً. يتضح أن الانحياز السالب أكثر وضوحاً في هذه الطريقة، كما أن مقياس الخطأ الإجمالي أعلى بشكل هامشي. كما نلاحظ أن الخطأ الأقصى (1.4118 دولاراً) قد حدث مجدداً عند نفس الخيار الرابح (MSFT K=430). إن دالة الهدف في NLS من خلال تربيع الفروقات تفرض عقوبة كبيرة على الأخطاء ذات القيمة النقدية المرتفعة. وحقيقة أن الخطأ الأكبر مازال يتركز في الخيار الأغلى ثمناً تشير إلى أن المُحسِّن الرياضي (Optimizer) في محاولته لتقليص هذا الخطأ التربيعي الكبير ربما قد شوّه متجه المعلمات على حساب دقة تسعير بقية الخيارات في السلسلة، ممّا أدى إلى ارتفاع متوسط الخطأ الإجمالي. ومع ذلك أظهرت NLS أداءً متفوقاً نسبياً في بعض الحالات، مثل تسعير خيار GOOG الخاسر (K=190)، حيث لا تساهم الأخطاء النقدية الصغيرة بشكل كبير في دالة الهدف.

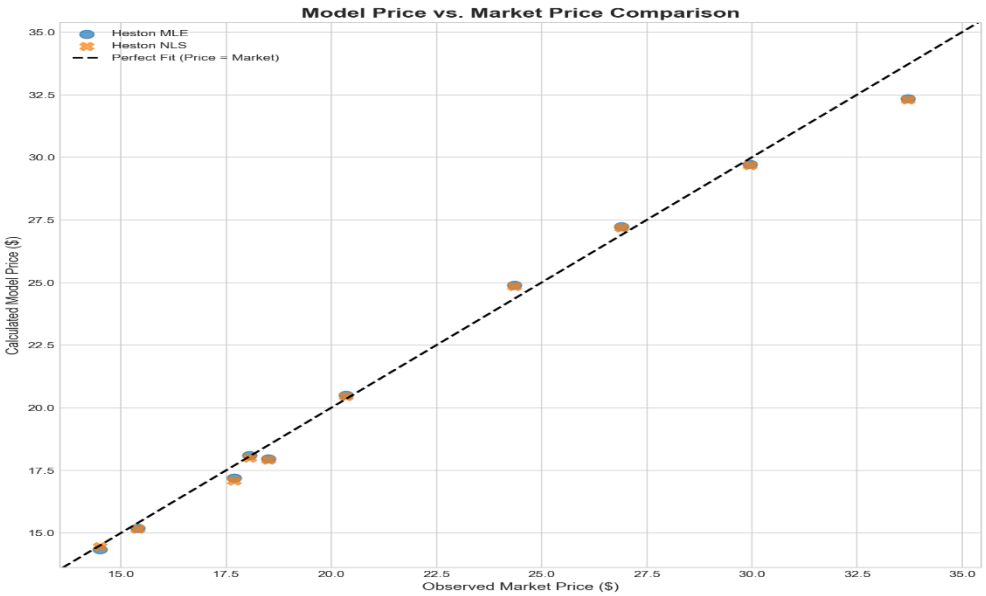
**الشكل رقم (81):** تحليل خطأ التسعير مقابل حالة النقود (Moneyness)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

من منظور نظري، قد تشير أفضلية MLE إلى أن هيكل الخطأ في أسعار الخيارات ليس متجانساً في التباين (non-homoscedastic)، وهو افتراض ضمني في طريقة NLS القياسية. إن قدرة MLE على التعامل مع بنى احتمالية أكثر تعقيداً قد منحها ميزة في هذه الحالة. وعليه يمكن القول إن مجموعة معلمات MLE مثلت توليفة أكثر اتزاناً. ربما تكون NLS في محاولتها اليائسة لتقليل الخطأ النقدي الكبير في خيار MSFT الرابح، قد توصلت إلى معلمات مشوهة أثرت سلباً وبشكل طفيف على دقتها في تسعير بقية الخيارات.

**الشكل رقم (82):** يوضح مقارنة السعر النظري بالسعر السوقي




**الجدول رقم (33):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 121 يوما وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2911 | 33,7 | 32,3353741 | 1,3646259 | 32,2882004 | 1,4117996 |
| | 437,03 | 435 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2785 | 29,95 | 29,7119734 | 0,2380266 | 29,6614119 | 0,2885881 |
| | 437,03 | 440 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2718 | 26,9 | 27,2331003 | -0,3331003 | 27,1794091 | -0,2794091 |
| | 437,03 | 445 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2687 | 24,35 | 24,8974293 | -0,5474293 | 24,8409095 | -0,4909095 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3597 | 17,68 | 17,1883248 | 0,4916752 | 17,0695563 | 0,6104437 |
| | 188,50 | 190 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3412 | 14,5 | 14,3329168 | 0,1670832 | 14,458228 | 0,041772 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3565 | 20,35 | 20,5024432 | -0,1524432 | 20,4557492 | -0,1057492 |
| | 223,29 | 225 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3578 | 18,05 | 18,0860536 | -0,0360536 | 18,0002014 | 0,0497986 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2703 | 18,5 | 17,9528684 | 0,5471316 | 17,9131552 | 0,5868448 |
| | 249,79 | 250 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2600 | 15,4 | 15,1931006 | 0,2068994 | 15,148919 | 0,251081 |
| **Average** | 307,128 | 306,5 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3055 | 21,938 | 21,74335845 | 0,19464155 | 21,701574 | 0,236426 |

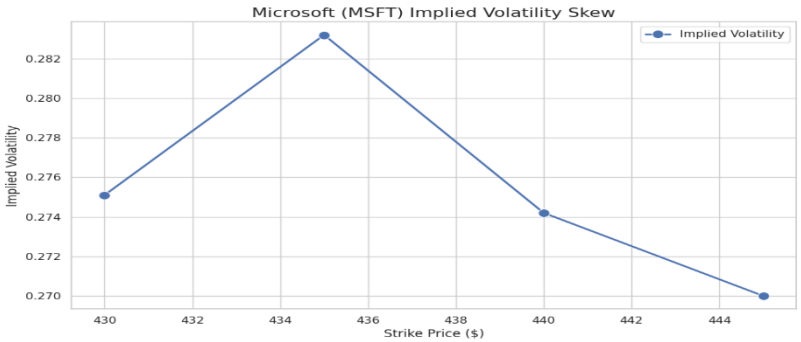
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**10.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (185) يوما:**

يمثل الجدول (34) فحصاً دقيقاً لأسعار 11 خيار شراء أوروبي، مبرمة على أسهم 05 شركات تكنولوجية كبرى (NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, AAPL)، بتاريخ استحقاق يمتد إلى 185 يوماً (0.506 سنة) من تاريخ تحريرها في 19 ديسمبر 2024، حيث بلغ الزمن حتى تاريخ الاستحقاق (0,5065024). تتألف هذه المحفظة المختارة من 5 خيارات رابحة (ITM)، 2 متعادلة (ATM)، و 4 خيارات خاسرة (OTM).

يعد تحليل بيانات التقلب الضمني للسوق أمراً محورياً. عند فحص بيانات أسهم شركة(MSFT) ، لا نجد ابتسامة التقلب الكلاسيكية بشكل واضح كما في المثال السابق. فالتقلب الضمني لخيار الشراء الرابح (ITM)عند سعر تنفيذ 430 دولار يبدأ عند 0.2751، ويرتفع إلى 0.2832 للخيار الرابح التالي عند سعر تنفيذ435 دولار، ثم ينخفض إلى 0.2742 للخيار المتعادل (ATM) عند سعر تنفيذ440 دولار، ويواصل انخفاضه إلى 0.2700 للخيار الخاسر (OTM) عند سعر تنفيذ 445 دولار. هذا السلوك المتعرج، الذي لا يتبع نمطاً خطياً واضحاً، يؤكد على الطبيعة المعقدة للتقلب في الأسواق الحقيقية.

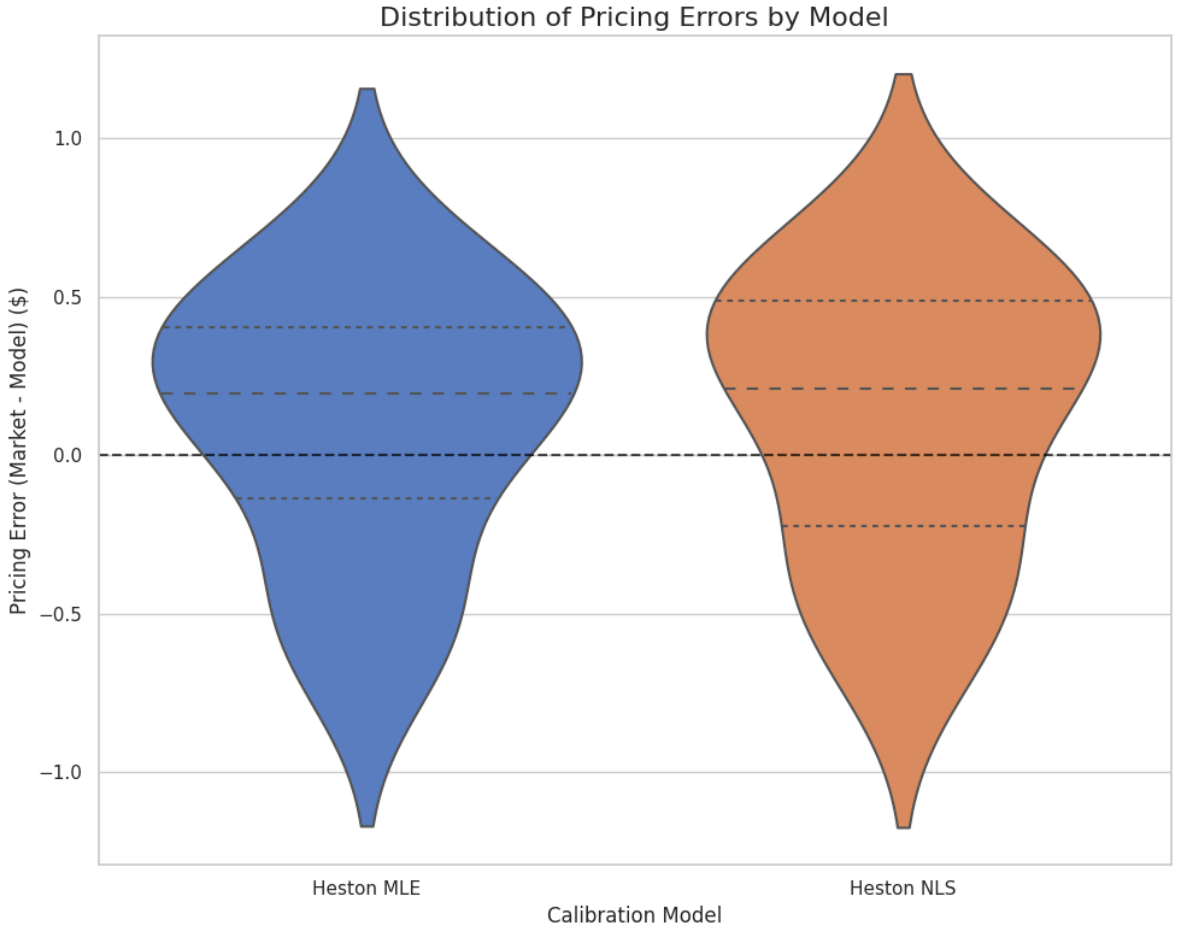
**الشكل رقم (83):** منحنى تقلّب سهم مايكروسوفت (Microsoft (MSFT) Implied Volatility Skew)




عند استخدام طريقة المعايرة (MLE)، التي تهدف إلى إيجاد معلمات الأنموذج التي تجعل أسعار السوق المرصودة هي الأكثر احتمالاً، بلغ متوسط سعر الخيار المحسوب نظرياً 26.9807 دولاراً. هذا المتوسط يقترب بشكل لافت من متوسط سعر السوق البالغ 27.0782 دولاراً، مما يشير إلى قدرة هذا الأنموذج على محاكاة متوسط القيمة السوقية للمحفظة بدقة. إن متوسط الفروقات المطلقة الذي يقيس حجم الخطأ في التسعير بغض النظر عن اتجاهه بلغ 0.3611 دولاراً. الملاحظ هنا أن أكبر خطأ في التسعير 0.6516) دولاراً) تم تسجيله مع الخيار الخاسر (OTM) لسهم (MSFT)، وهو ما يؤكد على الصعوبة المتأصلة في تسعير الخيارات البعيدة عن سعر التنفيذ بدقة. في المقابل تحقق أدنى فرق على الإطلاق (0.0188) دولاراً مع الخيار الخاسر (OTM) لسهم (GOOG)، مما يدل على أن أداء الأنموذج ليس متجانساً عبر جميع الأصول ويعتمد بشكل كبير على الخصائص الفردية لكل سهم.

في المقابل، تعمل طريقة المعايرة (NLS) على تقليص مجموع مربعات الفروقات بين أسعار الأنموذج النظرية وأسعار السوق. وباستخدام هذه الطريقة، بلغ متوسط السعر المحسوب 26.9615 دولاراً، وهو أيضاً قريب جداً من سعر السوق ولكنه أقل بشكل طفيف من متوسط سعر (MLE). ولكن الأهم أن متوسط القيم المطلقة للفرق قد ارتفع إلى 0.4020 دولاراً، مما يجعل هذا الأنموذج بشكل غير متوقع أقل دقة في المتوسط من أنموذج (MLE) بشكل غير متوقع. وسجلت طريقة (NLS) أكبر خطأ في التسعير (0.6600) دولاراً مع الخيار الرابح (ITM) لسهم (MSFT)، بينما كان أداؤها جيداً مع الخيار الخاسر (OTM) لسهم (GOOG) حيث سجلت ثاني أقل فرق. هذا التباين في الأداء يشير إلى أن طريقة (NLS) التي تركز على تقليل الأخطاء التربيعية أعطت وزناً أكبر لأخطاء معينة على حساب أخطاء أخرى مما أدى إلى ارتفاع متوسط الخطأ الكلي.

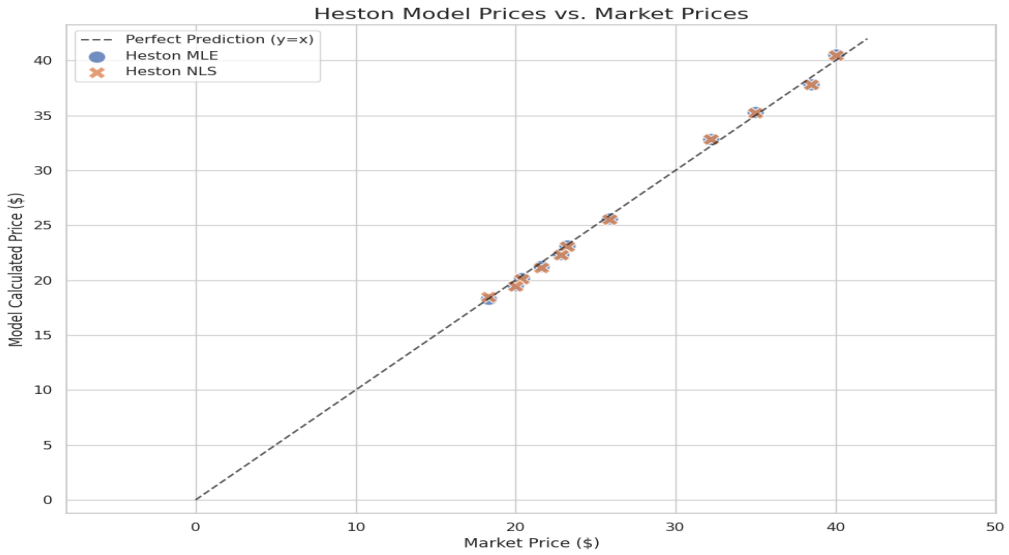
**الشكل رقم (84):** يمثل المخطط الكماني (Violin Plot) توزيع أخطاء التسعير حسب الأنموذج




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

نجحت كلا طريقتي المعايرة في تقديم متوسط سعر نظري قريب جداً من متوسط سعر السوق، مما يدل على قوة أنموذج (Heston) بشكل عام. وعند المقارنة المباشرة بناءً على مقياس متوسط الخطأ المطلق، تُظهر طريقة (MLE) كفاءة نسبية أعلى في هذه الدراسة، حيث حققت متوسط خطأ مطلق أقل (0.3611) مقارنة بطريقة (NLS) التي سجلت (0.4020). هذا التفوق يعني أن مجموعة المعلمات الخمس لأنموذج (Heston) التي توصلت إليها طريقة (MLE) كانت الأكثر واقعية في وصف ديناميكيات تقلب الأصول.

**الشكل رقم (85):** يوضح مقارنة أسعار الأنموذج بالسعر السوقي (Heston Prices vs. Market Prices)




**الجدول رقم (34):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 185 وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,5493 | 20,35 | 20,1536125 | 0,1963875 | 20,139987 | 0,210013 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2751 | 40 | 40,5106212 | -0,5106212 | 40,4904465 | -0,4904465 |
| | 437,03 | 435 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2832 | 38,48 | 37,8406044 | 0,6393956 | 37,8199571 | 0,6600429 |
| | 437,03 | 440 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2742 | 35 | 35,287837 | -0,287837 | 35,2668327 | -0,2668327 |
| | 437,03 | 445 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,27 | 32,2 | 32,8515651 | -0,6515651 | 32,8303222 | -0,6303222 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3548 | 21,63 | 21,2668444 | 0,3631556 | 21,1294126 | 0,5005874 |
| | 188,50 | 190 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3364 | 18,3 | 18,2811722 | 0,0188278 | 18,4814606 | -0,1814606 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3654 | 25,85 | 25,5828679 | 0,2671321 | 25,5408656 | 0,3091344 |
| | 223,29 | 225 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3611 | 23,25 | 23,1457249 | 0,1042751 | 23,0608796 | 0,1891204 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2685 | 22,8 | 22,3576978 | 0,4423022 | 22,3244793 | 0,4755207 |
| | 249,79 | 250 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2642 | 20 | 19,5095436 | 0,4904564 | 19,4917287 | 0,5082713 |
| **Average** | 291,09 | 290,63 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3274 | 27,07 | 26,98073555 | 0,097446273 | 26,96148835 | 0,116693464 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 11.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (242) يوما:

يتناول هذا التحليل المالي دراسة مفصلة لتسعير عشرة خيارات شراء أوروبية على أسهم أربع شركات تكنولوجية كبرى هي: Microsoft (MSFT)، Google (GOOG)، Amazon (AMZN) وApple (AAPL)، مع تواريخ استحقاق طويلة تمتد لـ 242 يوماً من تاريخ التقييم في 2024/12/19 و تنتهي بتاريخ 2025/08/19. تتنوع الخيارات من حيث موقعها بالنسبة لسعر التنفيذ؛ إذ تضم المحفظة 05 خيارات رابحة (ITM)، وخياراً واحداً قريباً من سعر التنفيذ (ATM)، وأربعة خيارات خاسرة (OTM).

بعكس ما يُلاحظ في الخيارات قصيرة الأجل، تُظهر الخيارات طويلة الأجل نمطا مغايرا في سلوك التقلب الضمني (IV). فعند تحليل بيانات التقلب الخاصة بخيارات شركة MSFT، والموزعة على أربعة أسعار تنفيذ مختلفة، لا يظهر نمط ابتسامة التقلب المعروف، والذي عادةً ما يتسم بانخفاض التقلب في منطقة "ATM" وارتفاعه في الطرفين. بل إن التقلب يبدأ عند 0.2789 لخيار (Strike 430) ITM، يرتفع قليلاً إلى 0.285 (Strike 435)، ثم يتراجع عند Strike 440 إلى 0.2773، ويستقر عند 0.2791 (Strike 445).

**الشكل رقم (86):** منحنى التقلب الضمني لسهم ميكروسوفت (MSFT)

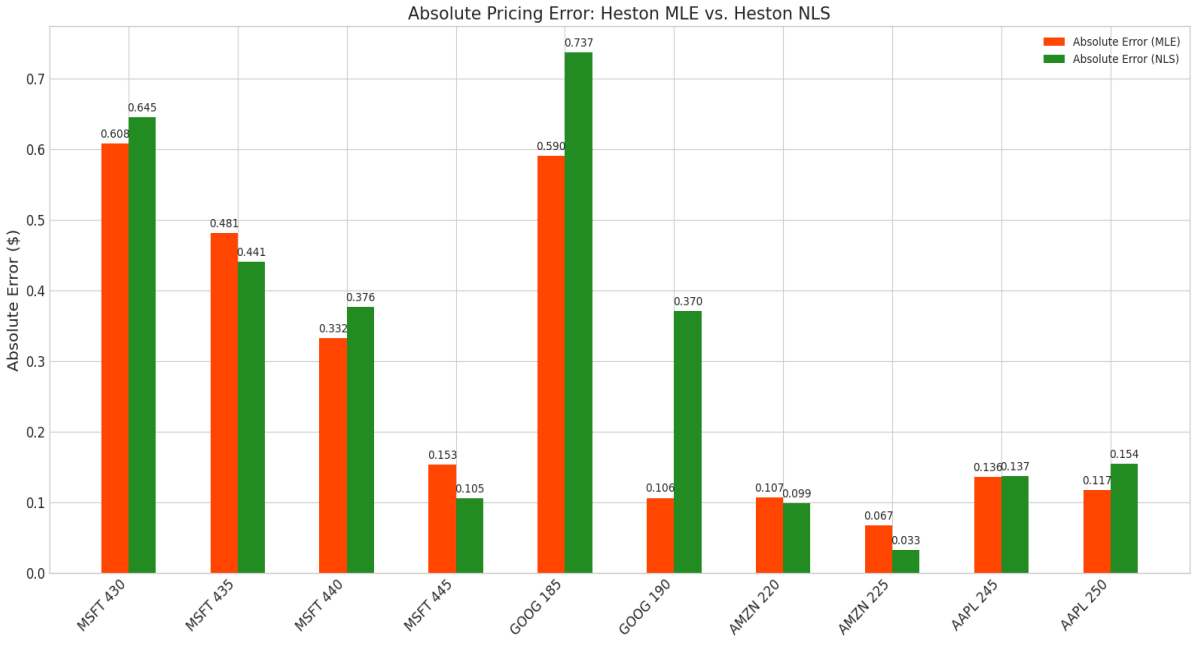



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

باستخدام طريقة MLE، بلغ متوسط السعر النظري المحسوب للخيارات (32.8294 دولاراً)، وهو مطابق تقريبًا لمتوسط الأسعار السوقية الفعلية (32.826 دولاراً). يُظهر ذلك قدرة متميزة للأنموذج في التنبؤ بالقيم السوقية على مستوى المحفظة. أما متوسط الفروقات المطلقة فقد بلغ 0.2689 دولاراً فقط، ما يعكس فعالية طريقة MLE في التقريب بين الأنموذج والواقع. ومن الجدير بالذكر أن أعلى خطأ تسعيري مطلق (0.6077 دولاراً) حدث في خيار رابح لسهم MSFT، ما يُشير إلى حساسية الخيارات ذات القيمة الجوهرية العالية (ITM) لمعلمات الأنموذج. بينما كان أدنى خطأ تسعيري (0.0669 دولاراً) في خيار خاسر لسهم AMZN، مما يدل على توازن جيد في أداء الأنموذج عبر أنواع الخيارات المختلفة.

في المقابل، تعمل طريقة المعايرة (NLS) على تقليل مجموع مربعات الفروقات بين أسعار الأنموذج النظرية والأسعار السوقية. بلغ متوسط السعر المحسوب باستخدام هذه الطريقة (32.8594 دولاراً)، وهو أيضاً قريب جداً من سعر السوق، ولكنه أعلى بشكل طفيف من متوسط سعر MLE، وبالتالي أبعد قليلاً عن المتوسط السوقي. كما أن متوسط القيم المطلقة للفرق ارتفع إلى (0.3093 دولاراً)، مما يجعل هذا الأنموذج في هذه الحالة المحددة أقل دقة إجمالاً من أنموذج MLE. كما يلفت النظر أن الخيار صاحب أكبر خطأ قد تغير، حيث سجل الخيار الرابح لسهم (GOOG) أعلى فرق بقيمة مطلقة بلغت (0.7370 دولاراً). بينما استمر الخيار الخاسر لسهم (AMZN) في تسجيل أحد أقل الفروقات (0.0325 دولاراً)، مما يؤكد على أن كلا الأنموذجين واجها تحديات مختلفة في تسعير الخيارات الرابحة ذات الأسعار المرتفعة.

**الشكل رقم (87):** مقارنة حجم الخطأ المطلق في التسعير

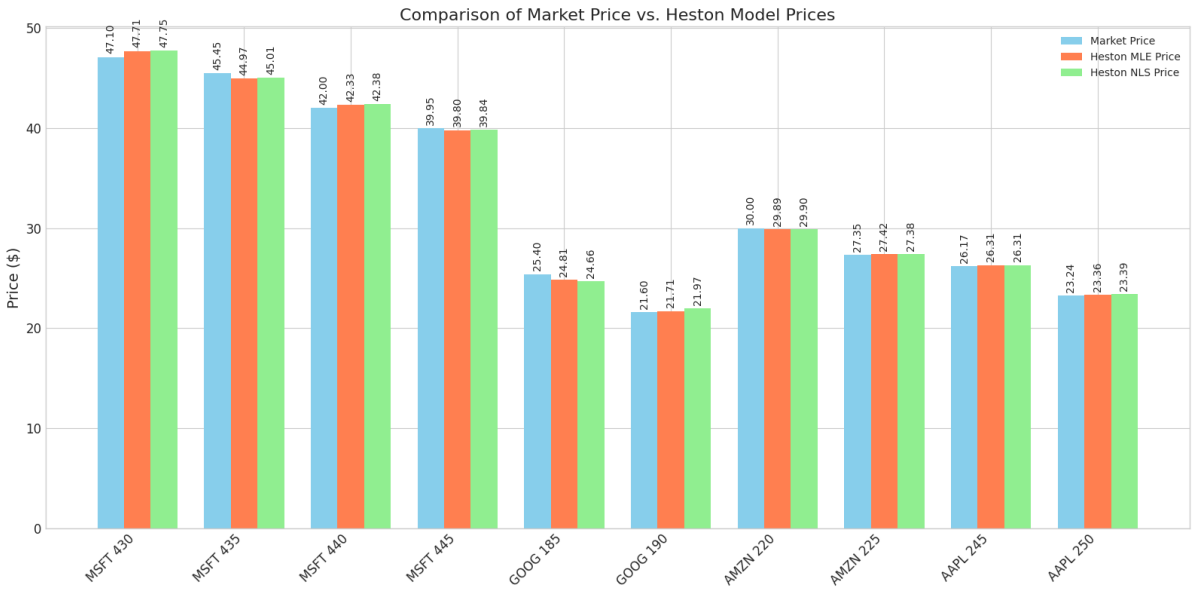



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

في تحليل هذه المحفظة المحددة، أظهر كلا الأنموذجين قدرة فائقة على تقدير متوسط سعر السوق، لكن الفروقات الجوهرية ظهرت عند قياس متوسط الخطأ المطلق. خلافاً لما قد يتوقعه البعض، تُظهر طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كفاءة نسبية أعلى في هذا التحليل، حيث حققت متوسط خطأ مطلق أقل (0.2689 دولاراً) مقارنة بطريقة المربعات الصغرى غير الخطية (0.3093 دولاراً). هذا التفوق يعني أن مجموعة المعلمات الخمس لأنموذج (Heston) التي توصلت إليها طريقة MLE كانت الأكثر واقعية في وصف ديناميكيات تقلب الأصول الأساسية لهذه الفترة الزمنية الطويلة.

يمكن الاستنتاج أن طريقة MLE قدرت تركيبة من هذه المعلمات الخمس التي أدت إلى أسعار نظرية أكثر قرباً من الواقع عبر المحفظة ككل. إن حقيقة أن أكبر الأخطاء في كلا النموذجين كانت مرتبطة بالخيارات الرابحة (ITM) وليس الخاسرة، يسلط الضوء على أن تسعير الخيارات طويلة الأجل قد يكون أكثر حساسية لمعلمات الأنموذج المتعلقة بالقيمة الجوهرية، وهو ما يمثل تحدياً يتطلب فحصاً دقيقاً عند اتخاذ قرارات التداول.

**الشكل رقم (88):** يوضح مقارنة أسعار النماذج بالسعر السوقي




**الجدول رقم (35):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 242 وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2789 | 47,1 | 47,7076717 | -0,6076717 | 47,7450687 | -0,6450687 |
| | 437,03 | 435 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,285 | 45,45 | 44,9685042 | 0,4814958 | 45,0093293 | 0,4406707 |
| | 437,03 | 440 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2773 | 42 | 42,3318435 | -0,3318435 | 42,3761129 | -0,3761129 |
| | 437,03 | 445 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2791 | 39,95 | 39,7972806 | 0,1527194 | 39,8449872 | 0,1050128 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3612 | 25,4 | 24,8100277 | 0,5899723 | 24,6629551 | 0,7370449 |
| | 188,50 | 190 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3368 | 21,6 | 21,7060434 | -0,1060434 | 21,9703382 | -0,3703382 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3659 | 30 | 29,8930639 | 0,1069361 | 29,9012281 | 0,0987719 |
| | 223,29 | 225 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3612 | 27,35 | 27,4169063 | -0,0669063 | 27,3825419 | -0,0325419 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2642 | 26,17 | 26,3058591 | -0,1358591 | 26,3069598 | -0,1369598 |
| | 249,79 | 250 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2589 | 23,24 | 23,3569898 | -0,1169898 | 23,3941154 | -0,1541154 |
| **Average** | 307,128 | 306,5 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3068 | 32,826 | 32,82941902 | -0,00341902 | 32,85936366 | -0,03336366 |

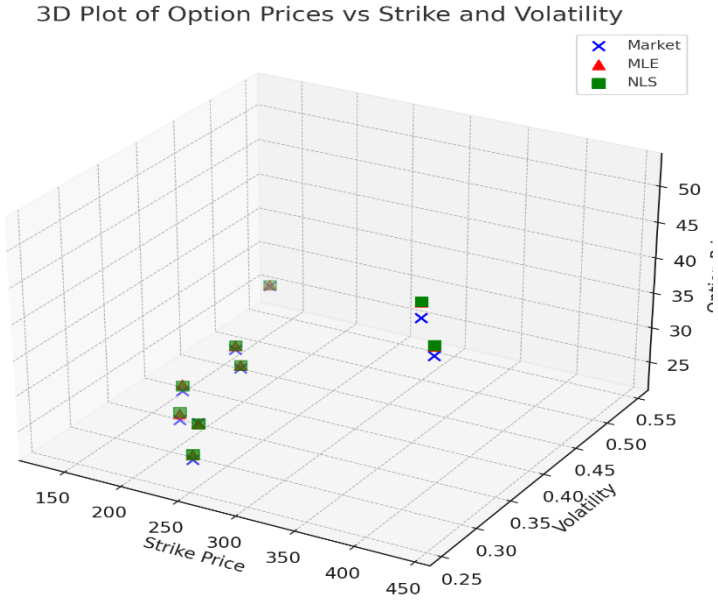
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 12.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (277) يوما:

يمثل الجدول (36) محفظة مكونة من 9 خيارات شراء من الطراز الأوروبي. هذه الخيارات تم إبرامها على أسهم 05 من كبريات الشركات التكنولوجية. ما يميز هذه الدراسة هو الأفق الزمني الطويل للخيارات، حيث يبلغ أجل استحقاقها 277 يوماً من تاريخ تحريرها في 2024/12/19 مما يجعل الزمن المتبقي حتى تاريخ الاستحقاق يعادل (0.7583847). هذه المدة الطويلة تزيد من تعقيد عملية التسعير، حيث يتسع المجال لحدوث تغيرات جوهرية في تقلبات السوق. تتكون المحفظة من مزيج استراتيجي يشمل 4 خيارات رابحة (ITM)، والتي يكون فيها سعر السهم الفوري أعلى من سعر التنفيذ، و2 خيارين متعادلين (ATM) حيث يتساوى السعران تقريباً، و3 خيارات خاسرة (OTM) يكون فيها سعر السهم أقل من سعر التنفيذ.

عند فحص التقلب الضمني (Implied Volatility) وهو مقياس لتوقعات السوق حول اضطراب سعر السهم مستقبلاً، فمثلاً، سهم NVDA يظهر تقلباً مرتفعاً نسبياً بلغ 0.5458، وهو الأعلى ضمن العينة، ما يعكس نشاطاً كبيراً أو توقعات مستقبلية بتقلبات قوية. في المقابل سهم AAPL يُظهر تقلباً أقل بلغ 0.2709 في الخيار الرابح ما يشير إلى استقرار نسبي. نلاحظ أيضاً أن الخيارات الخاسرة (OTM) تميل إلى أن يكون لها تقلب ضمني أقل، مما يبرز ظاهرة ابتسامة أو انحراف التقلب. كما تظهر أيضا بيانات خيارات شركة (GOOG) بوضوح ما يعرف بانحراف التقلب (Volatility Skew). حيث ينخفض التقلب من 0.3402 للخيار الرابح (بسعر تنفيذ 185 دولار) إلى 0.3281 للخيار الخاسر (بسعر تنفيذ 190 دولار).

**الشكل رقم (89):** مخطط ثلاثي الأبعاد يوضح العلاقة بين سعر التنفيذ والتقلب الضمني لكل شركة

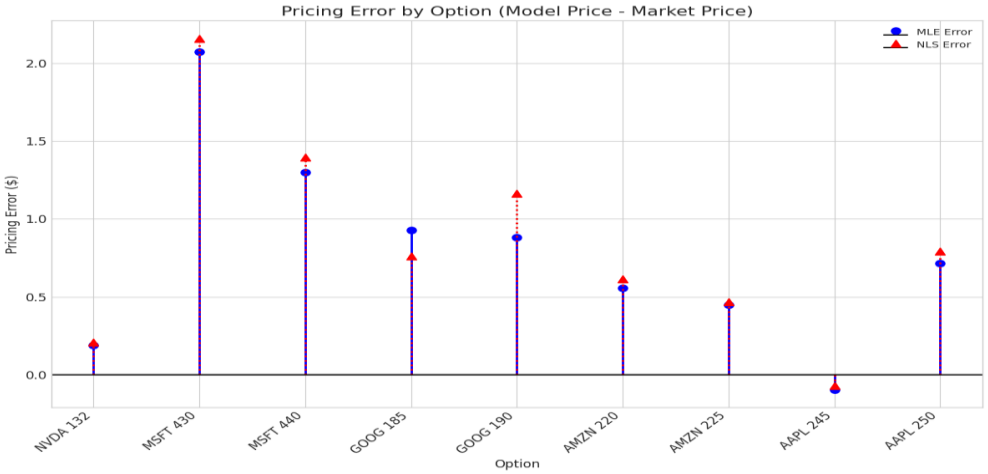



**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

عند تطبيق طريقة المعايرة (MLE) بلغ متوسط سعر الخيار المحسوب 32.55 دولاراً. هذا الرقم أعلى من متوسط سعر السوق الفعلي البالغ 31.76 دولاراً، مما يعني أن الأنموذج بهذه المعايرة يميل إلى المبالغة في تقييم الخيارات بشكل عام. اما المقياس الأهم للحكم على الدقة هو متوسط الفروقات المطلقة، الذي يقيس متوسط حجم الخطأ بغض النظر عما إذا كان التقييم أعلى أم أقل من سعر السوق. بلغ هذا المقياس 0.910 دولاراً. من اللافت للنظر أن الخطأ الأكبر وبفارق شاسع (2.075 دولاراً) سُجل في تسعير الخيار الرابح (ITM) لسهم (MSFT). هذا الأمر مهم لأنه يتحدى الفكرة الشائعة بأن الخيارات الرابحة أسهل في التسعير. إن فشل الأنموذج في تسعير هذا الخيار الغني بالقيمة الجوهرية بدقة يشير إلى أن معايرة MLE ربما لم تتمكن من التقاط العلاقة الفريدة بين التقلب وسعر السهم المرتفع لهذا الأصل تحديداً. وعلى النقيض تماماً، أظهر الأنموذج دقة استثنائية مع خيار سهم (AAPL) الرابح، حيث لم يتجاوز الخطأ (0.098 دولاراً)، مما يثبت أن كفاءة الأنموذج تختلف بشكل كبير باختلاف ظروف الأصل الأساسي.

على النقيض من النهج الاحتمالي لـ MLE، تتبع طريقة (NLS) هدفاً أكثر مباشرة: هدفها هو تصغير الأخطاء قدر الإمكان. باستخدام هذه المعايرة، بلغ متوسط السعر المحسوب 32.60 دولاراً، وهو ليس فقط أعلى من سعر السوق، بل وأبعد عنه من متوسط سعر MLE. كما أن متوسط القيم المطلقة للفرق قد ارتفع إلى 0.955 دولاراً مما يجعل هذه الطريقة في هذه الدراسة أقل كفاءة ودقة من طريقة MLE. تفاقم الخطأ في تسعير الخيار الرابح لسهم (MSFT) ليصل إلى (2.162 دولاراً). يمكن تفسير هذا الأداء الضعيف بأن طريقة NLS في محاولتها اليائسة لتقليل الخطأ الكبير جداً في تسعير خيار MSFT، اضطرت إلى اختيار مجموعة معلمات أضرت بدقة تسعير بقية الخيارات في المحفظة، مما أدى إلى ارتفاع متوسط الخطأ العام.

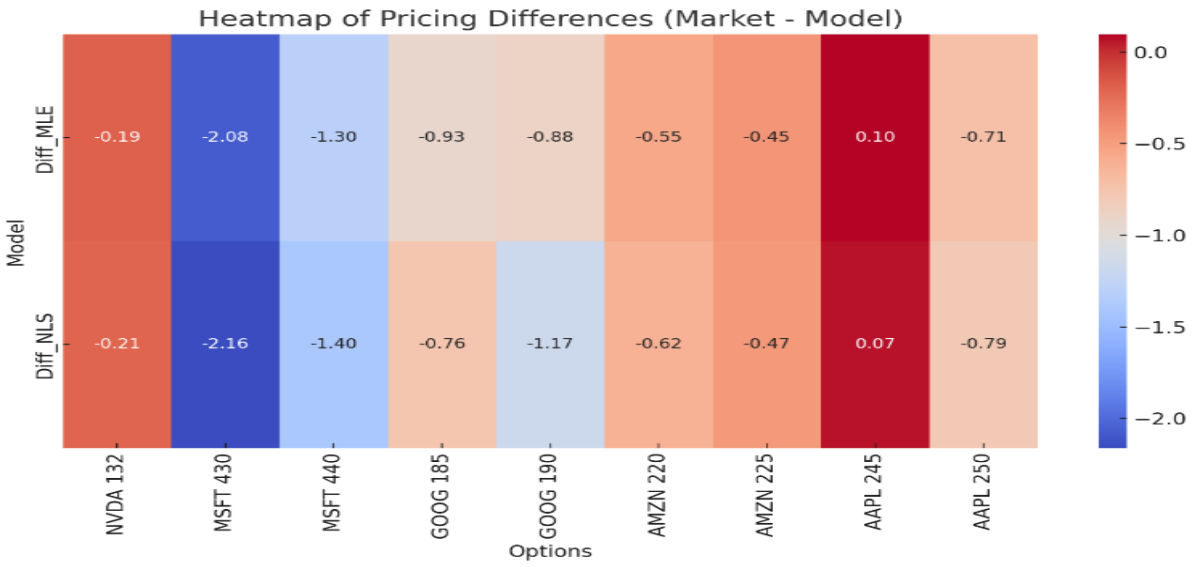
**الشكل رقم (90):** مخطط (Lollipop Plot) تحليل أخطاء التسعير لكل خيار (Pricing Error by Option)



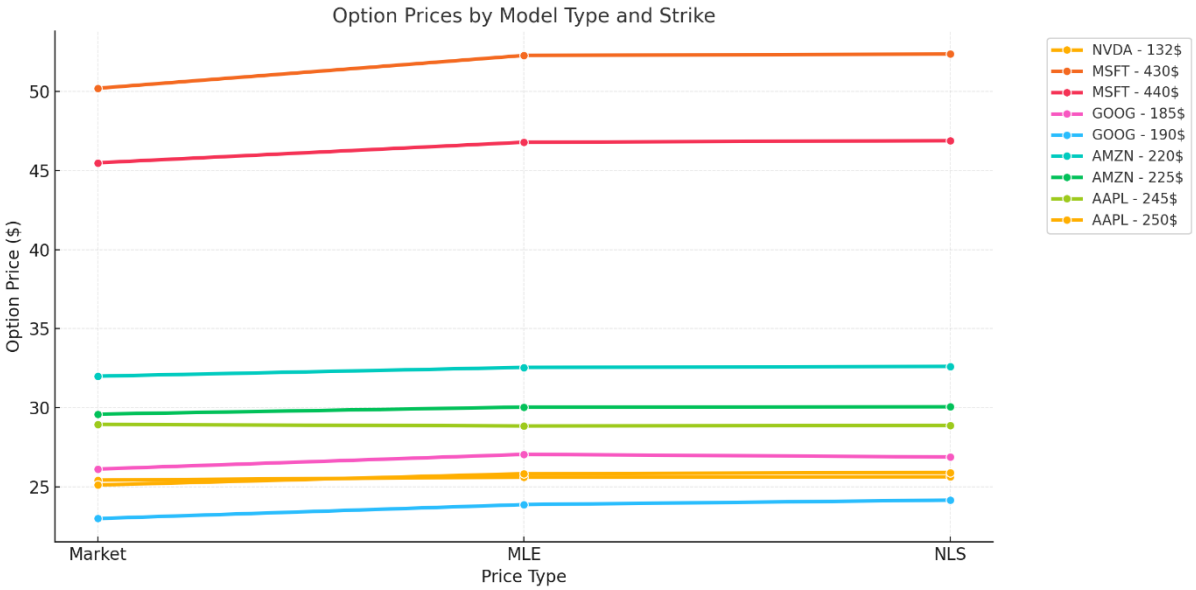

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

النتيجة المحورية لهذا التحليل المعمق هي أنه بالنسبة لهذه المحفظة المحددة من الخيارات طويلة الأجل، كلا الطريقتين تعانيان من ميل طفيف نحو المبالغة في التقييم. كما أن طريقة معايرة الإمكان الأعظم (MLE) أثبتت أنها أكثر كفاءة نسبياً من طريقة المربعات الصغرى غير الخطية (NLS). هذا الاستنتاج يستند بشكل أساسي إلى تحقيقها لمتوسط خطأ مطلق أقل (0.910 دولاراً لـ MLE مقابل 0.955 دولاراً لـ NLS). هذا التفوق يعني أن مجموعة المعلمات الخمس التي توصلت إليها طريقة MLE كانت تمثيلاً أكثر واقعية لديناميكيات السوق في ذلك اليوم.

**الشكل رقم (91):** خريطة حرارية للفروقات




**الشكل رقم (92):** المقارنة بين السعر السوقي ونتائج الأنموذجين MLE وNLS




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (36):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 277 وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.5458 | 25,43 | 25,6179342 | -0,1879342 | 25,6363658 | -0,2063658 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.2725 | 50,2 | 52,2750425 | -2,0750425 | 52,3619101 | -2,1619101 |
| | 437,03 | 440 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.2740 | 45,49 | 46,7888168 | -1,2988168 | 46,8884492 | -1,3984492 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.3402 | 26,13 | 27,0580862 | -0,9280862 | 26,8898251 | -0,7598251 |
| | 188,50 | 190 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.3281 | 23 | 23,8832719 | -0,8832719 | 24,1652392 | -1,1652392 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.3600 | 32 | 32,5546891 | -0,5546891 | 32,6158125 | -0,6158125 |
| | 223,29 | 225 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.3589 | 29,6 | 30,0470588 | -0,4470588 | 30,0674148 | -0,4674148 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.2709 | 28,95 | 28,8516778 | 0,0983222 | 28,880446 | 0,069554 |
| | 249,79 | 250 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0.2551 | 25,12 | 25,8340986 | -0,7140986 | 25,9119198 | -0,7919198 |
| **Average** | 258,65 | 257,44 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3339 | 31,76 | 32,54563066 | -0,776741767 | 32,60193139 | -0,8330425 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

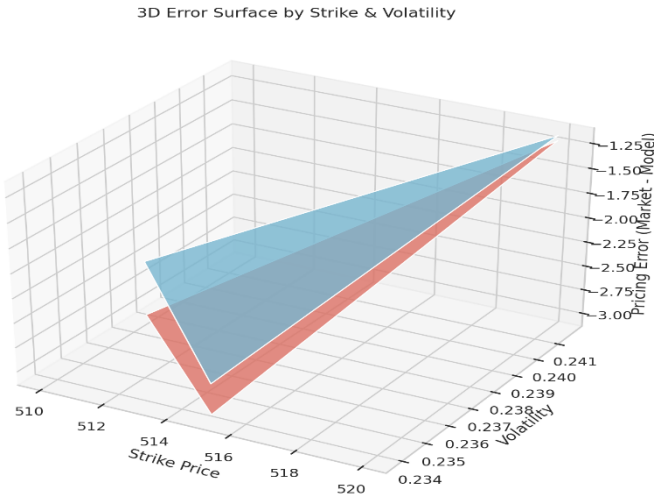
### 13.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (278) يوما:

يهدف هذا التحليل إلى تقييم دقة أنموذج (Heston) في تسعير 03 خيارات شراء أوروبية مبرمة على سهم صندوق QQQ بتاريخ تحرير 2024/12/19، مع تاريخ استحقاق بعد 278 يوماً. حيث بلغ الزمن حتى ذلك التاريخ (0,76112252). تتنوع محفظة الخيارات بين رابح (ITM)، متعادل (ATM)، وخاسر (OTM). في الحالات الثلاث، يُلاحظ بروز سلوك تقلب غير منتظم (Implied Volatility Structure) يعكس ابتسامة التقلب (Volatility Smile) الطفيفة، حيث ترتفع قيمة التقلب الضمني من 0.2339 في الخيار المتعادل إلى 0.2416 في الخيار الخاسر. هذا الانحراف يعكس التوقعات السوقية بشأن احتمالية الحركة السعرية الكبيرة خصوصاً في الحالات (OTM).

عند تطبيق طريقة الإمكان الأعظم (MLE)، بلغ متوسط السعر النظري للخيارات الثلاثة (50.7546 دولارًا)، وهو أعلى بقرابة (2.1279 دولارًا) من السعر السوقي المتوسط البالغ (48.62 دولارًا) مما يشير إلى ميل واضح لهذا الأنموذج للمبالغة في تقييم أسعار الخيارات لهذه المحفظة. ويظهر الفرق الأوضح في الخيار المتعادل حيث وصل الفرق بين السعر السوقي والنظري إلى (2.7801 دولارًا)، مما يدل و يثبت نظرية ميل طريقة MLE إلى المبالغة في تسعير الخيارات القريبة من سعر التنفيذ. أما الخيار الخاسر، فسُجل فيه فرق أقل نسبيًا (1.1359 دولارًا)، مما يعكس تناقضًا طفيفًا مع فرضية أن خيارات OTM أصعب في التسعير. بالمقابل، بلغ الفرق في الخيار الرابح (2.4676 دولارًا)، ما قد يشير إلى أن MLE تعطي أولوية لملاءمة الأسعار المرتفعة الأكثر سيولة على حساب الدقة الإجمالية في جميع الحالات.

أما باستخدام طريقة (NLS)، فقد بلغ متوسط السعر النظري (51.0650 دولارًا)، متجاوزًا أيضاً السعر السوقي، ولكن بفارق أكبر قليلاً من MLE، حيث بلغ متوسط الفرق (2.4383 دولارًا). الملاحظ أن جميع الأسعار الثلاثة الناتجة عن NLS جاءت أعلى من مثيلاتها في MLE، ما قد يدل على أن هذه الطريقة تسعى إلى تحسين التوازن العام في التسعير حتى أدى ذلك إلى تسعير مبالغ فيه. سُجل أعلى فرق في الخيار المتعادل مجددًا (3.0970 دولارًا)، بينما بلغ الفرق في الخيار الخاسر (1.1870 دولارًا). وعلى الرغم من ارتفاع المتوسط الكلي للفرق مقارنة بـ MLE، إلا أن أداء NLS اتسم بتوزيع أكثر انتظاماً للخطأ عبر جميع الحالات.

**الشكل رقم (93):** سطح ثلاثي الأبعاد لأخطاء التسعير




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

كل من طريقتي المعايرة (NLS و MLE) قدمتا تقييماً مبالغاً فيه بشكل منهجي لأسعار الخيارات في المتوسط. ولكن، عند المقارنة المباشرة، تُظهر طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كفاءة نسبية أعلى بشكل واضح في هذه الدراسة، حيث حققت متوسط خطأ مطلق أقل بفارق جوهري. هذا التفوق يعني أن معلمات أنموذج (Heston) التي توصلت إليها طريقة MLE كانت الأكثر واقعية في وصف ديناميكيات تقلب الأصل الأساسي.

**الجدول رقم (37):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 278 وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2375 | 51,08 | 53,547563 | -2,467563 | 54,1108373 | -3,0308373 |
| | 514,16 | 515 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2339 | 47,94 | 50,7201418 | -2,7801418 | 51,0370406 | -3,0970406 |
| | 514,16 | 520 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2416 | 46,86 | 47,9959461 | -1,1359461 | 48,047015 | -1,187015 |
| Average | 514,16 | 515 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2376 | 48,62 | 50,7545503 | -2,127883633 | 51,0649643 | -2,438297633 |

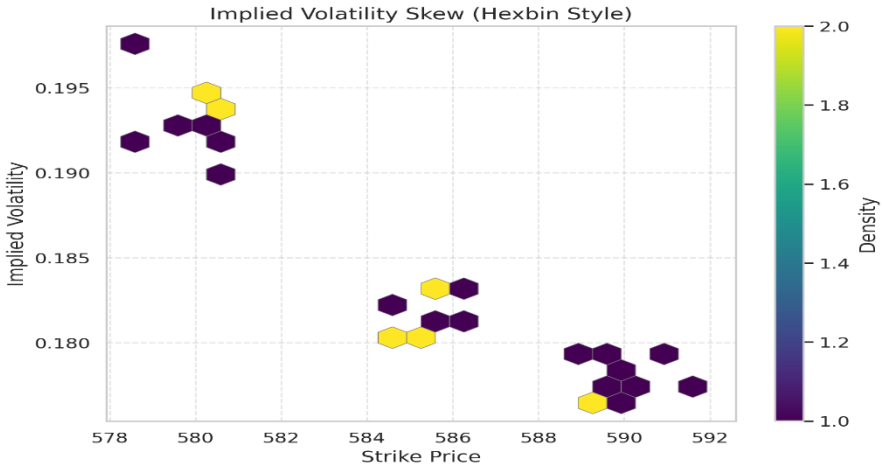
**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 14.2.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (278) يوما:

يتناول الجدول (38) تقييمًا دقيقًا لثلاثة خيارات شراء أوروبية مبرمة على أسهم صندوق المؤشر (SPY)، تم تحريرها بتاريخ 2024/12/19، وتستحق بعد 279 يومًا أي ما يعادل تقريبًا 0.76386 سنة. تتوزع هذه الخيارات إلى خيار رابح (ITM)، وخيار متعادل (ATM)، وخيار خاسر (OTM).

تُظهر بيانات التقلب الضمني في الخيارات الثلاث نمطًا غير معتاد مقارنة بالسوق التقليدي. و أظهر بيانات SPY هنا انحرافًا عكسيًا واضحًا (Inverse Skew). فالتقلب الضمني ينخفض بشكل ملحوظ مع زيادة سعر التنفيذ: من 0.1927 للخيار الرابح (Strike 580$)، إلى 0.1804 للخيار المتعادل (Strike 585$)، ثم إلى 0.1769 للخيار الخاسر (Strike 590$). هذا النمط أي انخفاض التقلب مع زيادة سعر التنفيذ، يمثل تحديًا كبيرًا للنماذج بما في ذلك أنموذج (Heston) المتقدم لأنه يعكس ديناميكية غير شائعة لتسعير المخاطر في السوق، وقد يشير إلى توقعات السوق لتحرك هبوطي مع تقلب أقل عند مستويات سعرية أعلى.

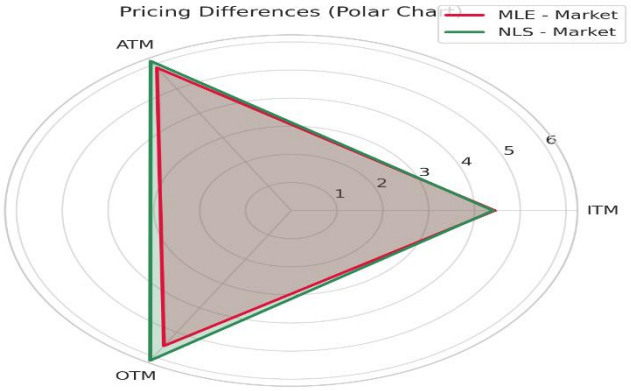
**الشكل رقم (94):** منحنى يظهر انحراف التقلب باستخدام مخطط Hexbin




عند تطبيق طريقة MLE، تم احتساب متوسط السعر النظري للخيارات الثلاثة عند 51.0986 دولارًا، مقارنةً بمتوسط السعر السوقي البالغ 45.80 دولارًا، مما يعكس ميل الأنموذج نحو المبالغة في التسعير. أما متوسط الفرق المطلق بين السعرين فبلغ 5.29 دولارًا. وقد كان أكبر فرق (-5.8681 دولارًا) مع الخيار المتعادل، بينما كان أصغر فرق (-4.4462 دولارًا) مع الخيار الرابح، مما يشير إلى أن طريقة MLE تعطي وزنًا نسبيًا أكبر للخيارات ذات السيولة العالية، على حساب دقة تسعير الخيارات الخاسرة أو القريبة من التعادل. أما طريقة NLS فقد أسفرت عن متوسط سعري نظري مقداره 51.3765 دولارًا وهو أيضاً أعلى من سعر السوق وأعلى بشكل طفيف من متوسط سعر MLE. وبلغ متوسط الفرق المطلق 5.57 دولارًا أي أعلى قليلًا من المتوسط الناتج عن MLE.

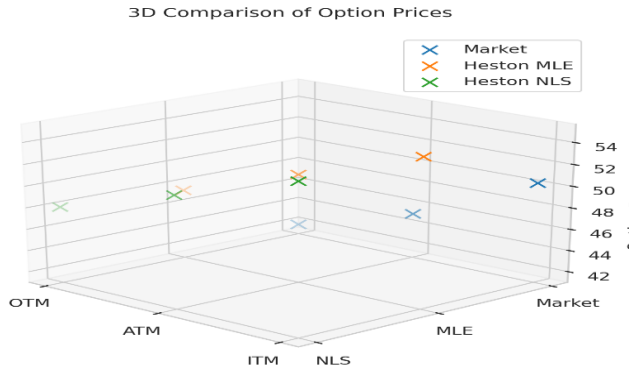
هذا يشير إلى أن NLS لم تتفوق من حيث الدقة الكلية، لكنها أظهرت استقرارًا أكبر في تسعير كل خيار على حدة، حيث تشابهت نتائج NLS مع MLE في تسجيل أدنى فرق مع الخيار الرابح (ITM) بقيمة (4.41 دولاراً)، ولكنها سجلت أعلى فرق مع الخيار الخاسر (OTM) بقيمة (6.16 دولاراً). يشير الارتفاع الطفيف في متوسط السعر ومتوسط الخطأ إلى أن طريقة NLS، ربما بالتركيز على تقليل الأخطاء المربعة، قد ابتعدت قليلاً عن إيجاد التوازن الأمثل لتسعير كامل مجموعة الخيارات.

**الشكل رقم (95):** مخطط الفروقات (Polar Chart)




بصورة عامة، أظهرت كلتا الطريقتين مبالغة واضحة في تسعير الخيارات مقارنةً بالسوق، مما قد يعكس حساسية أنموذج (Heston) للتقلبات المقدّرة أو حدود البيانات المستخدمة في المعايرة.

**الشكل رقم (96):** مقارنة ثلاثية الأبعاد D3 بين أسعار الأنموذجين و السعر السوقي




**الجدول رقم (38):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق 279 وفق أنموذج (Heston)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | Heston Model MLE | Difference (Mark – MLE) | Heston Model NLS | Difference (Mark – NLS) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1927 | 50,29 | 54,7362562 | - 4,4462562 | 54,6969713 | - 4,4069713 |
| | 586,09 | 585 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1804 | 45,21 | 51,0781098 | - 5,8681098 | 51,3504042 | - 6,1404042 |
| | 586,09 | 590 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1769 | 41,92 | 47,481531 | - 5,561531 | 48,0821644 | - 6,1621644 |
| Average | 586,09 | 585 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1833 | 45,80 | 51,09863233 | -5,291965667 | 51,3765133 | -5,569846633 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

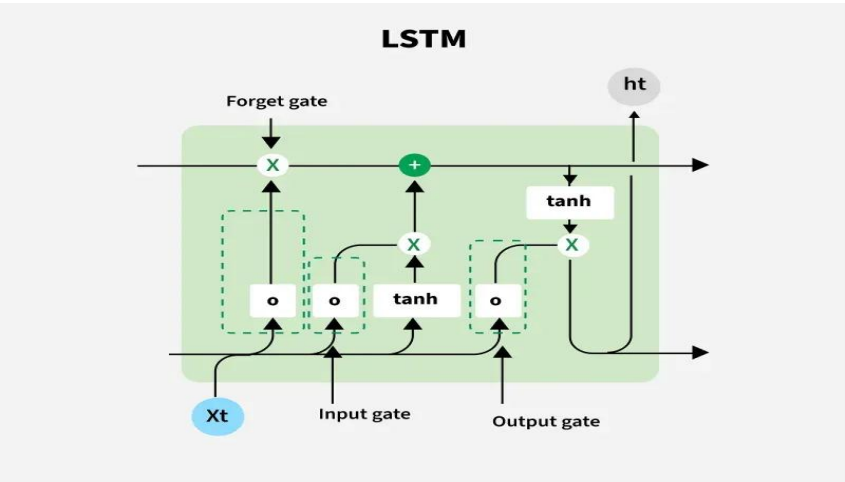
### 3.2.2 التحليل المالي لأسعار خيارات الشراء الأوربية الناتجة عن أنموذج الشبكة العصبية المتكررة (RNNs)

نشير إلى أنه عند العمل مع البيانات التي تأتي في تسلسل مثل المعلومات المستندة إلى الوقت، نحتاج إلى نماذج خاصة يمكنها فهم الترتيب والاتصال بين نقاط البيانات. هناك أربعة أنواع رئيسية من النماذج المستخدمة لهذه الشبكات العصبية المتكررة Recurrent Neural Networks (RNNs)، وشبكات الذاكرة طويلة المدى قصيرة المدى Long Short-Term Memory Networks (LSTMs)، والوحدات المتكررة المبوبة Gated Recurrent Units (GRUs). يعمل كل أنموذج بطريقته الخاصة وله نقاط قوة وضعف مختلفة.

وعليه، يهدف هذا المطلب التطبيقي إلى دراسة وتقييم فعالية استخدام أنموذج الشبكة العصبية طويلة المدى (LSTM) في تسعير خيارات الشراء الأوروبية. سيسعى البحث إلى بناء وتدريب أنموذج LSTM باستخدام بيانات 160 خيار شراء أوربي، متضمنة سعر الأصل الأساسي، سعر التنفيذ، تاريخ الاستحقاق، سعر الفائدة الخالي من المخاطر والتقلبات التاريخية. وقد تم تصميم بنية LSTM بشكل فريد لتكون قادرة على تذكر المعلومات والأنماط لفترات طويلة، مما يمكنها من التقاط التبعيات الزمنية المعقدة وديناميكيات التقلب المتغيرة التي تعجز النماذج التقليدية عن نمذجتها.

- شبكات الذاكرة طويلة وقصيرة المدى (LSTM): هي نوع من بنية الشبكة العصبية المتكررة (RNN) المصممة لمعالجة البيانات المتسلسلة ولديها القدرة على تذكر التبعيات طويلة المدى. تم تقديمه من قبل (Hochreiter & Schmidhuber, 1997) كحل لمشكلة تلاشي التدرجات في RNNs التقليدية، وهي مشكلة تؤدي إلى صعوبة تعلم العلاقات بعيدة المدى داخل السلسلة. تتميز شبكات LSTM ببنية داخلية أكثر تعقيدًا تشمل خلايا ذاكرة وآليات تحكم تُعرف بالبوابات (بوابة الإدخال، بوابة النسيان، وبوابة الإخراج).

**الشكل رقم (97):** شبكات الذاكرة الطويلة قصيرة المدى (LSTM)

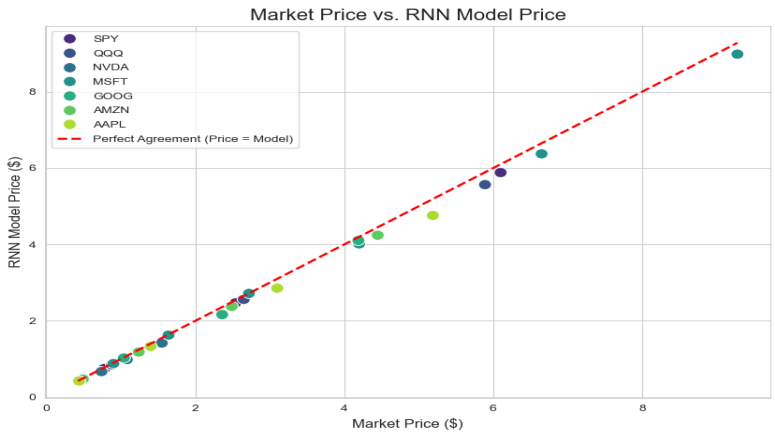



**المصدر:** (*RNN vs LSTM vs GRU vs Transformers - GeeksforGeeks*, n.d.)

### 1.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (01) يوم

يمثل الجدول (39) بيانات لـ 27 خيار شراء أوروبي، والمستحقة خلال يوم واحد بتاريخ 2024/12/19، عند استقراء الجدول يظهر وجود انحياز منهجي في أنموذج الشبكة العصبية (LSTM)، حيث يقوم بتقدير أسعار الخيارات بقيم أقل باستمرار من أسعارها الفعلية في السوق. هذا الاستنتاج ليس مجرد ملاحظة، بل هو حقيقة ثابتة عبر جميع نقاط البيانات المقدمة، حيث إن الفارق بين سعر السوق وسعر الأنموذج يظل موجباً دائماً، بمتوسط يبلغ حوالي 0.12 دولار، وهو ما يكشف عن أن الأنموذج يفشل في التقاط علاوة المخاطرة أو الديناميكيات الدقيقة التي يسعرها المتداولون في السوق، خاصة في بيئة الخيارات قصيرة الأجل التي تتسم بحساسية شديدة للتقلبات (Gamma) وتآكل سريع للقيمة الزمنية (Thêta). عند التعمق في التحليل، نجد أن أداء الأنموذج يختلف بشكل كبير بناءً على علاقة سعر التنفيذ بالسعر الفوري (Moneyness)، فهو يُظهر دقة ملحوظة وتقديراً قريباً جداً من الواقع لخيارات (ATM)، مثل خيار MSFT بسعر تنفيذ 437.5 حيث يكاد الفرق أن يكون صفراً، ولكنه يبتعد عن الدقة كلما اتجهنا نحو الخيارات (ITM)، حيث يسجل أكبر فروقات مطلقة، مما يشير إلى تقليله من قيمة الأرباح شبه المؤكدة. وعلى الجانب الآخر، يفشل الأنموذج أيضاً في تقدير القيمة الاحتمالية التي يمنحها السوق لخيارات (OTM)، والتي يعتبرها المتداولون بمثابة تذاكر منخفضة التكلفة لتحقيق أرباح ضخمة. كما يرتبط هذا الانحياز بشكل واضح بمستوى التقلب الضمني للأصل الأساسي، حيث تزداد الفجوة بين تقدير الأنموذج والسوق في الأسهم ذات التقلبات العالية مثل NVDA، مما يوحي بأن الأنموذج قد يعتمد على بيانات تقلب تاريخية لا تعكس التوقعات المستقبلية والمخاطر التي يسعرها السوق في ابتسامة التقلب (Volatility Smile).

**الشكل رقم (98):** مقارنة سعر السوق مقابل سعر أنموذج LSTM




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

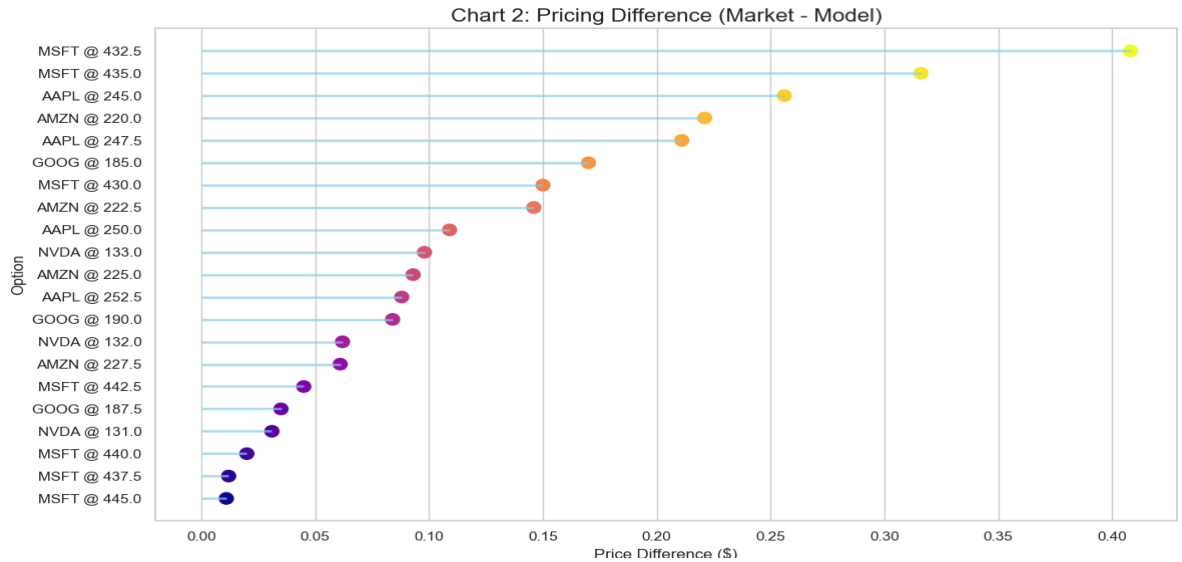
**الجدول رقم (39):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق يوم واحد وفق أنموذج (LSTM)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,09 | 580 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2050 | 6,1 | 5,88307746 | 0,21692254 |
| | 586,09 | 585 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,1587 | 2,54 | 2,47093500 | 0,06906500 |
| | 586,09 | 590 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,1793 | 0,78 | 0,75133003 | 0,02866997 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0, 3187 | 5,89 | 5,56628326 | 0,32371674 |
| | 514,16 | 515 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2837 | 2,65 | 2,55946696 | 0,09053304 |
| | 514,16 | 520 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2699 | 0,88 | 0,84694679 | 0,03305321 |
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6243 | 1.55 | 1,41718945 | 0,13281054 |
| | 130,68 | 132 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,6044 | 1,08 | 0,98355995 | 0,09644005 |
| | 130,68 | 133 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5983 | 0,74 | 0,66948929 | 0,07051071 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5523 | 9,28 | 8,98370684 | 0,29629316 |
| | 437,03 | 432,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4387 | 6,65 | 6,37356039 | 0,27643961 |
| | 437,03 | 435 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3383 | 4,2 | 4,01460947 | 0,18539053 |
| | 437,03 | 437,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3230 | 2,72 | 2,71738563 | 0,00261437 |
| | 437,03 | 440 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3151 | 1,64 | 1,62525891 | 0,01474109 |
| | 437,03 | 442,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3087 | 0,9 | 0,87970365 | 0,02029635 |
| | 437,03 | 445 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3044 | 0,45 | 0,44516703 | 0,00483297 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5011 | 4,19 | 4,10363587 | 0,08636413 |
| | 188,50 | 187,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4613 | 2,36 | 2,16368183 | 0,19631817 |
| | 188,50 | 190 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4255 | 1,04 | 1,02649816 | 0,01350184 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,5324 | 4,45 | 4,24242132 | 0,20757868 |
| | 223,29 | 222,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4451 | 2,49 | 2,37723729 | 0,11276271 |
| | 223,29 | 225 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4229 | 1,24 | 1,1817549 | 0,05824510 |
| | 223,29 | 227,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,4030 | 0,49 | 0,47527649 | 0,01472351 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3703 | 5,19 | 4,75921481 | 0,43078519 |
| | 249,79 | 247,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3309 | 3,1 | 2,85449649 | 0,24550351 |
| | 249,79 | 250 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2881 | 1,4 | 1,33087235 | 0,06912765 |
| | 249,79 | 252,5 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,2663 | 0,44 | 0,42396349 | 0,01603651 |
| **Average** | 341,10 | 341,14 | 0,00273785 | 0,00012594 | 0,3915 | 2,75 | 2,63432307 | 0,12271395 |

### 2.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (08) أيام

يكشف التحليل المالي المعمق للبيانات المقدمة في الجدول (40) أن أنموذج الشبكة العصبية (LSTM) يُظهر أداءً واعدًا ودقة ملحوظة في تسعير 21 خيار شراء أوروبي قصير الأجل، حيث أن متوسط الفارق بين سعر الأنموذج وسعر السوق لا يتجاوز 0.125 دولار، وهو ما يمثل متوسط خطأ بنسبة 2.6% فقط، مما يدل على كفاءة عالية. ومع ذلك، فإن النتيجة الأكثر أهمية هي وجود انحياز منهجي واضح، حيث يقوم الأنموذج باستمرار بتقدير سعر الخيار بأقل من قيمته السوقية الفعلية في جميع الحالات التي تم اختبارها. هذا الانحياز السلبي يشير إلى أن الأنموذج ربما قد لا يدمج بشكل كامل بعض العوامل التي يسعرها السوق، مثل علاوات المخاطر المرتبطة بالأحداث المفاجئة، أو ديناميكيات السيولة والعرض والطلب اللحظية. ويتجلى أداء الأنموذج بأفضل صورة عند تسعير الخيارات المتعادلة (ATM)، خاصة في بيئات التقلب المنخفض إلى المتوسط مثل أسهم MSFT و AAPL، حيث وصل الخطأ في إحدى الحالات إلى 0.2% فقط، مما يبرز قوته في تقييم الخيارات الأكثر سيولة. في المقابل، يميل الخطأ إلى الزيادة عند التعامل مع خيارات (ITM) أو خيارات (OTM) ذات التقلب المرتفع مثل NVDA، مما يشير إلى صعوبة في التقاط القيمة الزمنية الكاملة في الحالات الأقل شيوعًا. وعلى الرغم من أن هذا الفارق المنهجي قد يوحي نظريًا بوجود فرصة للمراجحة (Arbitrage)، إلا أنها غير عملية على الإطلاق، لأن الأرباح المحتملة الضئيلة سيتم القضاء عليها حتمًا بفعل تكاليف المعاملات وفروق أسعار العرض والطلب ومخاطر التنفيذ، مما يجعل الأنموذج أداة قيمة لدعم القرار وتحديد القيمة العادلة بدلاً من كونه أداة لتوليد أرباح خالية من المخاطر.

**الشكل رقم (99):** تحليل الفارق في التسعير




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (40):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (08) أيام وفق أنموذج (LSTM)

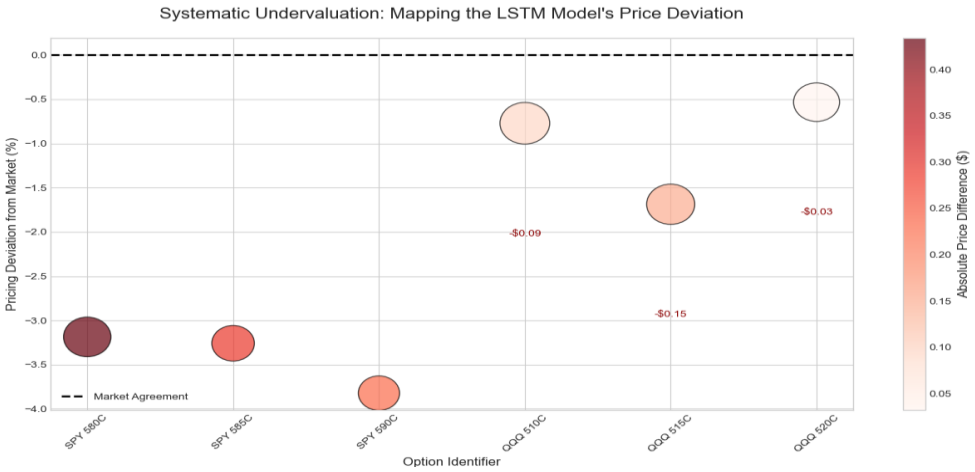
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,5123 | 3,8 | 3,76917883 | 0,03082117 |
| | 130,68 | 132 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,506 | 3,3 | 3,23794326 | 0,06205673 |
| | 130,68 | 133 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,4918 | 2,78 | 2,68221181 | 0,09778819 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2893 | 11,45 | 11,3004268 | 0,14957322 |
| | 437,03 | 432,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2637 | 9,28 | 8,87245021 | 0,40754979 |
| | 437,03 | 435 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2376 | 7,19 | 6,87358962 | 0,31641038 |
| | 437,03 | 437,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2354 | 5,85 | 5,83785803 | 0,01214197 |
| | 437,03 | 440 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2264 | 4,5 | 4,47970263 | 0,02029737 |
| | 437,03 | 442,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2203 | 3,4 | 3,35529716 | 0,04470284 |
| | 437,03 | 445 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2161 | 2,52 | 2,5088921 | 0,0111079 |
| GOOG | 188,51 | 185 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3337 | 5,7 | 5,52992913 | 0,17007087 |
| | 188,51 | 187,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,318 | 4,06 | 4,02452027 | 0,03547973 |
| | 188,51 | 190 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3026 | 2,69 | 2,60602802 | 0,08397198 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3473 | 6,38 | 6,15942036 | 0,22057964 |
| | 223,29 | 222,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3291 | 4,74 | 4,59424193 | 0,14575807 |
| | 223,29 | 225 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3172 | 3,4 | 3,30672111 | 0,09327889 |
| | 223,29 | 227,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3068 | 2,32 | 2,25895638 | 0,06104362 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2571 | 6,63 | 6,37406176 | 0,25593824 |
| | 249,79 | 247,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2478 | 4,9 | 4,68911705 | 0,21088295 |
| | 249,79 | 250 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2204 | 3,15 | 3,04061754 | 0,10938246 |
| | 249,79 | 252,5 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,2102 | 1,95 | 1,86162601 | 0,08837399 |
| **Average** | 281,38 | 281,47 | 0,02190281 | 0,00100753 | 0,3042 | 4,76 | 4,63632333 | 0,12510523 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

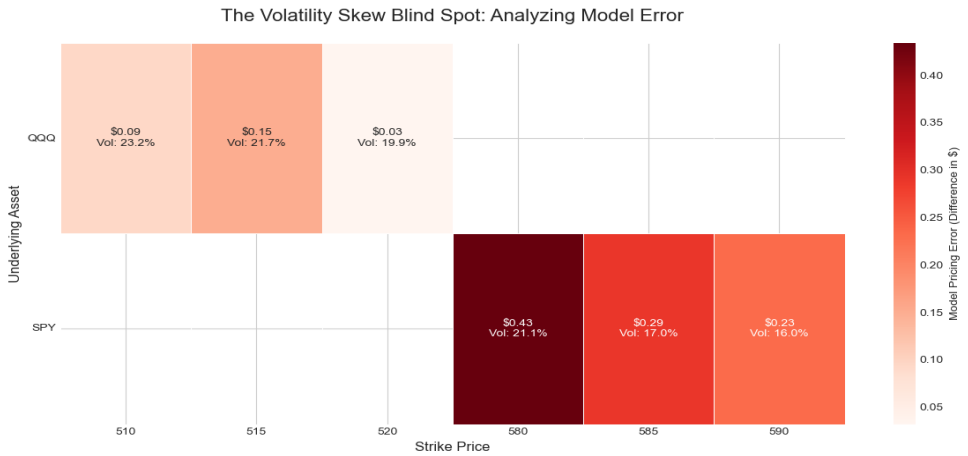
### 3.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (16) يوما

إن التحليل المالي المعمق لنتائج المقدمة في الجدول (41) يكشف عن قصور جوهري ومنهجي في أنموذج الشبكة العصبية LSTM، والذي يتجلى في تسعيره المستمر لخيارات الشراء الأوروبية على مؤشري SPY و QQQ بقيمة أقل من قيمتها السوقية الحقيقية في جميع الحالات الستة المذكورة، وهو ما لا يمكن اعتباره خطأً عشوائيًا بل انحيازًا يشير إلى خلل في فهم الأنموذج لديناميكيات السوق الأساسية. يكمن التفسير الأكثر ترجيحًا لهذا الفارق النظامي الذي يبلغ متوسطه 0.205 دولار، في قصور الأنموذج في معالجة عامل التقلب، أي عجزه عن استيعاب وتسعير علاوة مخاطر التقلب (Volatility Risk Premium) التي يدمجها المتداولون البشريون في سعر السوق، فهذه العلاوة هي تعويض يطلبه بائعو الخيارات مقابل تحمل مخاطر التحركات العنيفة والمفاجئة في السوق (مخاطر الذيل)، وهي ظاهرة نفسية مرتبطة بالنفور من المخاطرة أكثر من كونها مجرد توقع إحصائي للحركة المستقبلية. أنموذج LSTM، بطبيعته كأداة تعتمد على البيانات التاريخية، قد يتفوق في تحديد الأنماط السابقة ولكنه يفشل في قياس هذا الشعور الإنساني الجماعي بالخوف أو الجشع الذي يضخم التقلب الضمني فوق مستوى التقلب التاريخي. وتتجلى هذه المشكلة بوضوح صارخ عند فحص أداء الأنموذج عبر منحنى التقلب (Volatility Skew)، حيث أن عدم اتساق خطئه - إذ يواجه الصعوبة الأكبر مع خيارات SPY (ITM) وخيارات QQQ (ATM) - يثبت أن تمثيله الداخلي لهذه العلاقة غير الخطية بين سعر التنفيذ والمخاطرة هو تمثيل مشوه. ففي الخيارات القريبة من سعر المال (ATM)، تكون الحساسية للتقلب (Vega) في أعلى مستوياتها، مما يجعل أي سوء تقدير للتقلب من قبل الأنموذج له الأثر الأكبر على السعر المحسوب، وهو ما يفسر الخطأ الكبير في حالة QQQ. من ناحية أخرى، ورغم أن سعر الفائدة المستخدم والبالغ 0.2% يبدو منخفضًا بشكل لافت وقد يشير إلى مشكلة في جودة البيانات، فإن تأثيره المباشر (Rho) على سعر خيار قصير الأجل (16 يومًا) يبقى محدودًا للغاية، لكنه يضيف طبقة من عدم اليقين على دقة المدخلات. الأهم من ذلك، في مثل هذه الخيارات قصيرة الأجل، يكون عامل تآكل الوقت (Thêta) مرتفعًا للغاية، وأي خطأ في تقدير التقلب (Vega) يؤدي حتمًا إلى خطأ في تقدير قيمة هذا التآكل اليومي، مما يفاقم من الانحراف عن السعر السوقي. في نهاية المطاف، يجب النظر إلى الفارق بين سعر السوق وسعر الأنموذج ليس فقط كخطأ حسابي، بل كقيمة نقدية للمعلومات التي يمتلكها السوق ولا يمتلكها الأنموذج؛ فالسعر السوقي هو نتيجة لتجميع حي وديناميكي لتوقعات آلاف المشاركين ومخاوفهم واحتياجاتهم للتحوط، وهو ما يمثل وعيًا جماعيًا مستقبليًا لا يمكن لخوارزمية تنظر إلى الماضي أن تحاكيه بالكامل.

**الشكل رقم (100):** مخطط انحراف سعر الأنموذج عن سعر السوق




**الشكل رقم (101):** خريطة حرارية للخطأ في التسعير




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (41):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (16) يوما وفق أنموذج (LSTM)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2106 | 13,62 | 13,1860743 | 0,43392568 |
| | 586,1 | 585 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,17 | 8,9 | 8,61037178 | 0,28962822 |
| | 586,1 | 590 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1597 | 6,07 | 5,83830561 | 0,23169439 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2323 | 12,18 | 12,0862775 | 0,09372252 |
| | 514,16 | 515 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,2173 | 8,95 | 8,79949139 | 0,15050861 |
| | 514,16 | 520 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1988 | 6 | 5,96853583 | 0,03146417 |
| **Average** | 550,13 | 550 | 0,04380561 | 0,00201506 | 0,1981 | 9,28 | 9,08150940 | 0,20515726 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**4.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (22) يوما**

يكشف التحليل المالي العميق لبيانات 13 خيار شراء أوروبي على أسهم 05 شركات التكنولوجيا الكبرى بتاريخ 2024/12/19 وباستحقاق 22 يومًا، عن وجود خلل جوهري ومنهجي في أنموذج الشبكة العصبية (LSTM) المستخدم للتسعير، حيث يُظهر الأنموذج انحيازًا واضحًا ومستمرًا نحو تقدير أسعار جميع الخيارات بقيمة أقل من قيمتها السوقية الفعلية دون أي استثناء. هذا الانحياز ليس عشوائيًا بل هيكلي، ويتجسد في فرق متوسط يبلغ 0.243 دولار بين سعر السوق وسعر الأنموذج، مما يعني أن تقديرات الأنموذج تمثل في المتوسط 97.1% فقط من السعر الفعلي، وهو فارق لا يمكن إهماله في عالم التداول. عند فحص مدخلات الأنموذج، نجد أن ثبات عاملي الوقت حتى الاستحقاق ومعدل الفائدة يوفر أساسًا مستقرًا للمقارنة، لكن العامل الحاسم وهو التقلب، والذي يبدو أنه يمثل التقلب الضمني المشتق من سعر السوق، هو مصدر الإشكالية؛ فمن المفترض نظريًا أن استخدام التقلب الضمني كمدخل يجب أن يعيد إنتاج سعر قريب جدًا من سعر السوق، وكون الأنموذج يفشل في ذلك يشير بقوة إلى أن بنيته الرياضية الداخلية تعالج العلاقة بين التقلب والسعر بشكل مختلف وأقل كفاءة من النماذج القياسية. ويزداد الأمر تعقيدًا عند تحليل أداء النموذج حسب حالة الخيار (Moneyness)، حيث لا يوجد نمط واضح يربط حجم الخطأ بكون الخيار (ITM)، (ATM) أو (OTM)، فالملاحظ أن أكبر الأخطاء ظهرت في خيار ITM لشركة Apple وخيار OTM لشركة Microsoft، بينما كانت أعلى درجات الدقة في خيار OTM بعيد جدًا لشركة Microsoft، مما قد يوحي بأن الأنموذج أفضل في تسعير الخيارات ذات القيمة الزمنية المنخفضة جدًا. كما أن الخطأ الكبير في خيار ITM الخاص بـ Apple يدل على ضعف محتمل في قدرة الأنموذج على تقييم العلاقة بين القيمة الجوهرية والقيمة الزمنية المتبقية. ويتأكد هذا الأداء غير المتسق عبر الشركات المختلفة، حيث يتعامل الأنموذج بشكل معقول مع التقلب العالي لـ NVDA لكنه لا يزال يقلل من سعرها، بينما يُظهر أداءً متذبذبًا مع MSFT، ويسجل أكبر خطأ له مع سهم Apple، مما قد يعكس فشله في التقاط معنويات السوق الخاصة بالشركة في ذلك اليوم. هذا الفرق بين تقدير الأنموذج والسوق قد يغري بفرص مراجحة إحصائية عبر بيع الخيارات التي تبدو مُبالغًا في سعرها، ولكن هذه الخطوة محفوفة بمخاطر هائلة. في وعليه فإن القيمة الحقيقية لهذا التحليل لا تكمن في اعتبار الأنموذج أداة تسعير موثوقة، بل في استخدامه كمؤشر على مزاج السوق فالفرق الإيجابي الكبير والمستمر بين سعر السوق والأنموذج هو في حد ذاته مقياس لمدى التفاؤل السائد وحجم علاوة المخاطرة التي يقبلها المتداولون، مما يجعل من فشل الأنموذج معلومة قيمة لفهم ديناميكيات السوق.

**الشكل رقم (102):** الفارق السعري للخيارات (العلاوة التي يضيفها السوق)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (42):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (22) يوما وفق أنموذج (LSTM)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 131 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5623 | 7,05 | 6,83469049 | 0,21530951 |
| | 130,68 | 132 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5666 | 6,65 | 6,32934965 | 0,32065035 |
| | 130,68 | 133 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,5458 | 5,95 | 5,82211216 | 0,12788783 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2593 | 14,92 | 14,5922973 | 0,32770267 |
| | 437,03 | 435 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,255 | 11,97 | 11,7021408 | 0,26785917 |
| | 437,03 | 440 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2489 | 9,30 | 8,92932891 | 0,37067109 |
| | 437,03 | 445 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2487 | 7,25 | 7,21099588 | 0,03900412 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3291 | 7,95 | 7,59254107 | 0,35745893 |
| | 188,50 | 190 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3115 | 5,07 | 4,84716123 | 0,22283877 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3607 | 9,60 | 9,39479194 | 0,20520806 |
| | 223,29 | 225 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3261 | 6,35 | 6,21468626 | 0,13531374 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2577 | 8,95 | 8,49556748 | 0,45443252 |
| | 249,79 | 250 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,2364 | 5,70 | 5,57639612 | 0,12360388 |
| **Average** | 266,40 | 266,23 | 0,06023272 | 0,0027707 | 0,3467 | 8,20 | 7,96477379 | 0,24368774 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**5.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (30) يوما**

بناءً على بيانات الجدول (43)، يُظهر التحليل المالي العميق أن أنموذج الشبكة العصبية (LSTM) يمتلك قدرة فائقة ودقة ملحوظة في تسعير 11 خيار شراء أوروبي على أسهم شركات بتاريخ 19 ديسمبر 2024 وباستحقاق 30 يومًا، حيث بلغ متوسط الفرق بين السعر الذي حسبه الأنموذج والسعر الفعلي في السوق 0.253 فقط، وهو رقم ضئيل للغاية عند مقارنته بمتوسط سعر الخيار البالغ 9.84$، مما يترجم إلى نسبة خطأ إجمالية لا تتجاوز 2.57%، وهي شهادة على كفاءة الأنموذج في بيئة تسعير المشتقات المعقدة. لكن النقطة الجوهرية والأكثر أهمية في هذا التحليل ليست مجرد الدقة، بل هي الملاحظة المنهجية المتمثلة في أن الأنموذج يقوم باستمرار بتسعير الخيارات بقيمة أقل من سعر السوق، كما يتضح من كون جميع الفروقات موجبة. هذا الاتجاه المتسق ليس صدفة، بل يشير إلى وجود ديناميكية أساسية يمكن تفسيرها بعدة طرق؛ فمن المحتمل أن السوق يدمج "علاوة مخاطرة" صغيرة في أسعاره لا تلتقطها المتغيرات الكمية التقليدية، وهي علاوة تعكس معنويات المستثمرين أو توقعات لأحداث غير مدرجة في نماذج التقلب، بينما قد يكون أنموذج LSTM، بقدرته الفائقة على تحليل الأنماط في السلاسل الزمنية، قد توصل إلى أن التقلبات المستقبلية الفعلية تميل تاريخيًا لأن تكون أقل من التقلبات الضمنية التي يسعرها السوق، وبالتالي يقدم سعرا أكثر عدالة من الناحية الحسابية. وعند التعمق في أداء النموذج على مستوى الشركات، نجد أنه أظهر أداء استثنائيا مع خيارات MSFT وخيار AAPL المتعادل (ATM)، حيث كان الفرق شبه معدوم (0.059$ فقط لخيار AAPL)، مما يبرهن على إتقانه لتسعير القيمة الزمنية في أكثر الحالات حساسية. وعلى النقيض تمامًا، كان أداء الأنموذج هو الأضعف بشكل واضح مع خيارات GOOG، حيث قفزت الفروقات إلى مستويات كبيرة (0.740$ و 0.678$). هذا التباين الحاد لا يعني بالضرورة فشل الأنموذج، بل يعمل بمثابة مؤشر على أن سوق خيارات GOOG في ذلك اليوم كان يتفاعل مع معلومات نوعية أو حدث معين لم يتم تضمينه في مدخلات الأنموذج، مما يجعل من هذا الانحراف معلومة قيمة في حد ذاتها. من الناحية المالية، إذا وضع المتداول ثقته في أن الأنموذج أكثر كفاءة من السوق، فإن هذا التسعير المنخفض المنهجي يفتح الباب أمام استراتيجية "مراجحة إحصائية" واضحة، تتمثل في بيع خيارات الشراء هذه في السوق وجني علاوة السعر المبالغ فيها. على سبيل المثال، بيع خيار GOOG بسعر 9.25$ بينما قيمته العادلة حسب الأنموذج هي 8.51$ يخلق أفضلية نظرية فورية تبلغ 0.74$. كما أن تحمل هذه الاستراتيجية مخاطر كبيرة، فالرهان ضد السوق هو رهان ضد إجماع آلاف المتداولين، وإذا كان السوق على حق وصعد السهم بقوة، فإن الخسائر قد تكون فادحة.

**الشكل رقم (103):** خط الدقة المثالية (Perfect Accuracy Line)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (43):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (30) يوما وفق أنموذج (LSTM)

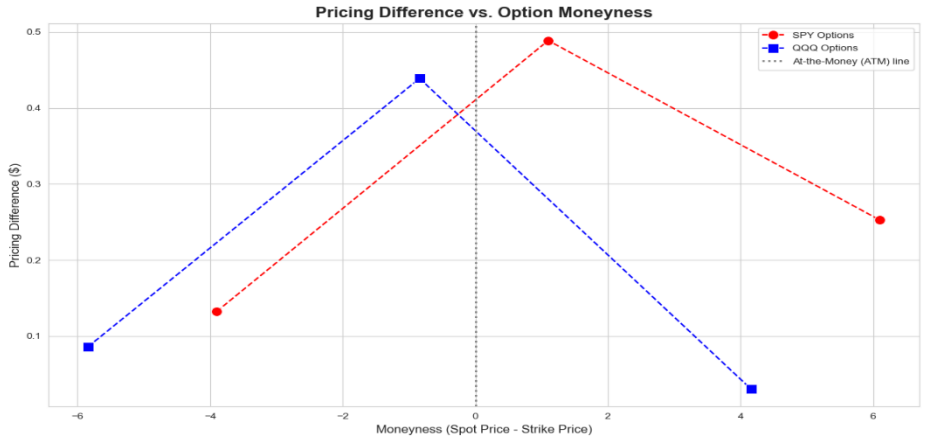
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,5349 | 7,4 | 7,24842110 | 0,1515789 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,28 | 17,75 | 17,6853182 | 0,0646818 |
| | 437,03 | 435 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2616 | 14,15 | 14,0376681 | 0,11233188 |
| | 437,03 | 440 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2487 | 11,1 | 10,9050433 | 0,19495666 |
| | 437,03 | 445 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2395 | 8,56 | 8,45311199 | 0,10688801 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3434 | 9,25 | 8,50972822 | 0,74027178 |
| | 188,50 | 190 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3117 | 6,05 | 5,37153125 | 0,67846875 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3434 | 10,48 | 10,2931440 | 0,18685595 |
| | 223,29 | 225 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3238 | 7,5 | 7,40416099 | 0,09583901 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2457 | 9,65 | 9,25486383 | 0,39513617 |
| | 249,79 | 250 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,2274 | 6,43 | 6,3706532 | 0,0593468 |
| **Average** | 291,08 | 290,63 | 0,08213552 | 0,00377823 | 0,3054 | 9,84 | 9,59396765 | 0,25330506 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

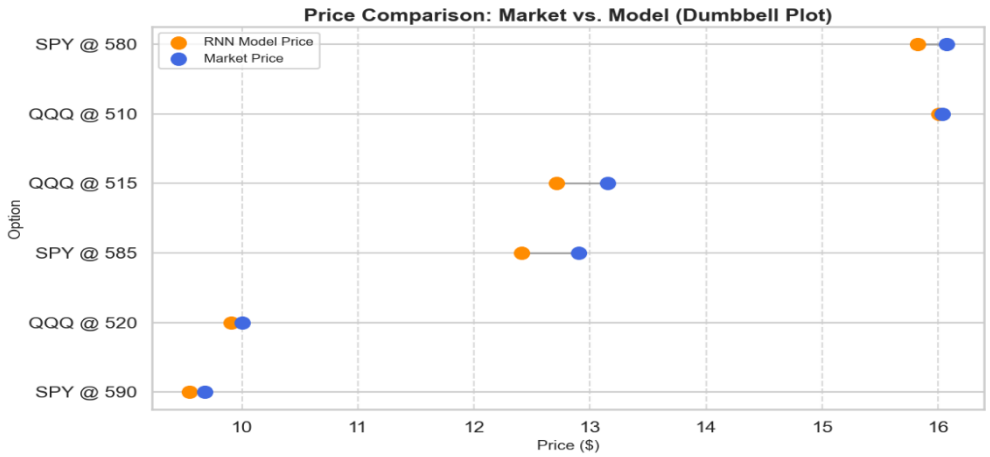
### 6.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (31) يوما

بناءً على البيانات المقدمة في الجدول (44)، يظهر التحليل المالي العميق لتسعير 06 خيارات شراء أوروبي على أسهم صندوقين بتاريخ 19 ديسمبر 2024 وباستحقاق 31 يومًا أن أنموذج الشبكة العصبية LSTM يُظهر دقة حسابية ملحوظة في تقييم خيارات الشراء الأوروبية على مؤشري SPY و QQQ، ولكنه يكشف في الوقت ذاته عن وجود انحياز منهجي ثابت ومهم. فمن ناحية الدقة، يبلغ متوسط الفرق بين السعر السوقي والسعر المحسوب بواسطة الأنموذج حوالي 0.24 دولار فقط، وهو ما يمثل خطأً نسبياً ضئيلاً لا يتجاوز 1.8% من متوسط السعر السوقي للخيارات، مما يدل على قدرة الأنموذج على معالجة المدخلات الأساسية مثل السعر الفوري، سعر التنفيذ، الزمن المتبقي للاستحقاق، معدل الفائدة والتقلب بفعالية عالية. ولكن من ناحية أخرى، تكمن الملاحظة الأكثر أهمية في أن الأنموذج، في كل الحالات الست دون استثناء، يقوم بتسعير الخيارات بقيمة أقل من قيمتها السوقية الفعلية (Market Price > Model Price). هذا الانحياز السلبي المنهجي، على الرغم من صغره، يحمل دلالات مالية عميقة، حيث يشير إلى أن السوق ككل يضع علاوة سعرية إضافية لا يلتقطها الأنموذج بالكامل. يمكن تفسير هذا الفارق بعدة عوامل؛ فقد يكون السوق يسعّر "علاوة مخاطر التقلب" (Volatility Risk Premium)، أي أنه يتوقع تقلبات مستقبلية (تقلب ضمني) أعلى من التقلبات التاريخية التي ربما تدرب عليها الأنموذج، أو قد يكون يأخذ في الحسبان "مخاطر القفزات السعرية" (Jump Risk) الناتجة عن أحداث مفاجئة غير متوقعة. وعند تحليل أداء الأنموذج حسب علاقة سعر التنفيذ بالسعر الفوري (Moneyness)، نجد أن أداءه يتباين. فهو دقيق بشكل كبير في تسعير الخيارات التي تكون رابحة (ITM) أو خاسرة (OTM)، ولكنه يواجه أكبر تحدياته ويظهر أوسع الفروقات السعرية مع الخيارات التي تكون متعادلة (ATM)، وتحديداً خياري SPY @ 585 و QQQ @ 515. هذه النقطة حرجة لأن خيارات ATM هي الأكثر حساسية للتغيرات في التقلبات (أعلى قيمة Vega) وللتغيرات في سعر الأصل (أعلى قيمة Gamma)، وبالتالي فإن فشل الأنموذج في تسعيرها بدقة يوحي بأنه يقلل من تقدير قيمة عدم اليقين والتكهنات المركزة التي يسعرها السوق في هذه النقطة المحورية. وعليه، فإن الفارق بين سعر الأنموذج والسوق لا يمثل بالضرورة خطأً في الأنموذج بقدر ما هو إشارة إلى وجود عوامل تسعير دقيقة في السوق الحقيقي، مثل معنويات المتداولين أو السيولة، والتي قد لا تكون ضمن نطاق البيانات التي تعلمها الأنموذج، مما يجعل هذا الفرق مؤشراً على تصورات السوق للمخاطر التي تتجاوز التحليل الحسابي البحت.

**الشكل رقم (104):** العلاقة بين الخطأ و ملاءة الخيار (Moneyness)




**الشكل رقم (105):** مقارنة سعر السوق بسعر الأنموذج.




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (44):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (31) يوما وفق أنموذج (LSTM)

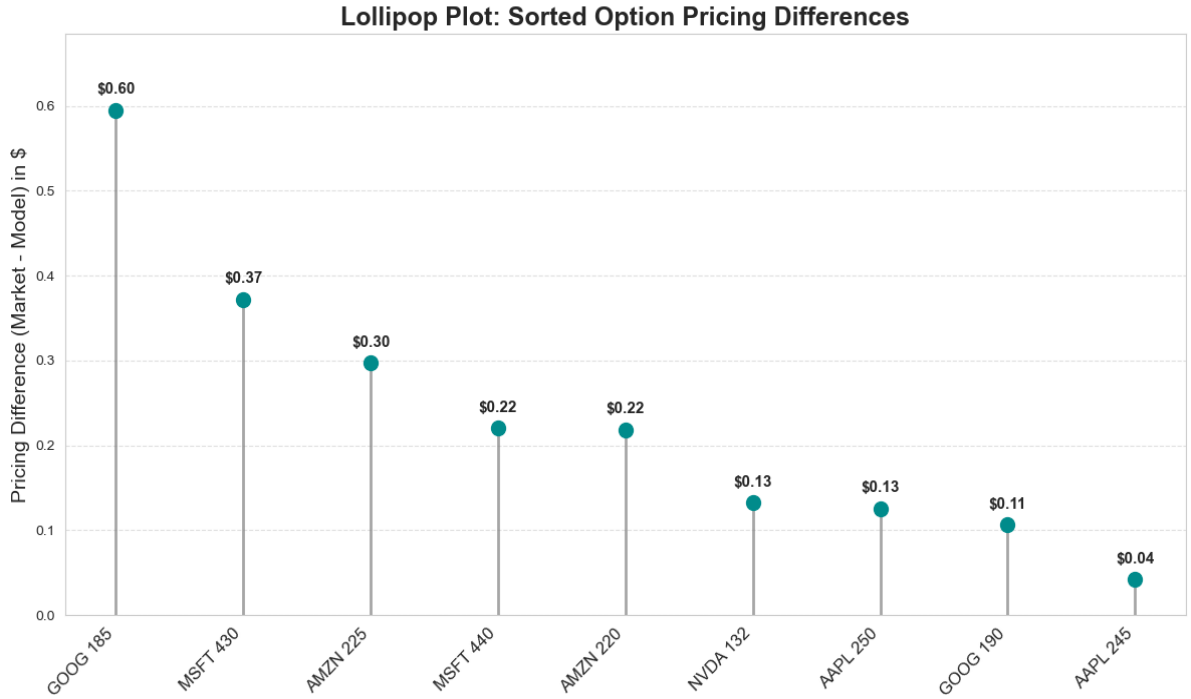
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,1871 | 16,07 | 15,8174165 | 0,25258348 |
| | 586,1 | 585 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,1799 | 12,9 | 12,4112407 | 0,48875928 |
| | 586,1 | 590 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,1673 | 9,68 | 9,54774178 | 0,13225822 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2313 | 16,04 | 16,0099278 | 0,03007218 |
| | 514,16 | 515 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2254 | 13,15 | 12,7111672 | 0,43883275 |
| | 514,16 | 520 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2102 | 10 | 9,91413056 | 0,08586944 |
| **Average** | 550,13 | 550 | 0,08487337 | 0,00390418 | 0,2002 | 12,97 | 12,7352707 | 0,23806255 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 7.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (94) يوما

يمثل الجدول (45) بيانات مقدمة لتقييم أداء أنموذج الشبكة العصبية LSTM في تسعير 09 خيارات شراء أوروبية على أسهم 05 شركات بتاريخ 19 ديسمبر 2024 وباستحقاق 94 يومًا، حيث يكشف التحليل عن مستوى عالٍ من الدقة والموثوقية، مع وجود نمط منهجي دقيق يستدعي الانتباه. يتجلى هذا الأداء القوي في التقارب الشديد بين متوسط سعر الخيار المحسوب بواسطة الأنموذج (17.50 دولارًا) ومتوسط سعره الفعلي في السوق (17.73 دولارًا)، مما ينتج عنه متوسط فرق ضئيل للغاية يبلغ 0.23 دولارًا، أي ما يعادل نسبة خطأ تقدر بحوالي 1.3% فقط من قيمة السوق. ومع ذلك، فإن الملاحظة الأكثر أهمية هي أن جميع الفروقات المسجلة كانت موجبة، مما يعني أن سعر الأنموذج كان باستمرار أقل من سعر السوق في كل حالة على حدة. هذا التحيز المنهجي نحو التسعير المنخفض لا يعني بالضرورة وجود خلل في الأنموذج، بل قد يشير إلى أنه يلتقط القيمة الجوهرية للخيارات بكفاءة، بينما يتضمن سعر السوق عوامل إضافية، مثل علاوات المخاطر التي يطلبها المستثمرون كتعويض عن تقلبات السوق غير المتوقعة ( Volatility Risk Premium) أو مخاطر القفزات السعرية المفاجئة التي قد لا يعكسها مقياس التقلب التاريخي المستخدم كمدخل للأنموذج. عند التعمق في أسباب هذا التباين، لم يظهر أن حالة الخيار (Moneyness) سواء كانت رابحة (ITM) أو خاسرة (OTM) هي العامل الحاسم، فعلى سبيل المثال، سُجل أكبر فرق سعري مطلق (0.59 دولار) وأعلى نسبة خطأ (3.95%) في خيار سهم GOOG الذي كان رابحا، بينما في المقابل، سُجل أصغر فرق سعري على الإطلاق (0.04 دولار) وأدنى نسبة خطأ (0.26%) في خيار سهم AAPL الذي كان رابحا أيضًا، مما يوجه التحليل نحو عامل أكثر تأثيرًا وهو التقلب. وهنا، تظهر علاقة عكسية واضحة بين مستوى تقلب السهم ودقة الأنموذج؛ فقد حقق الأنموذج أعلى مستويات الدقة مع أسهم شركة Apple، التي تتميز بأدنى معدلات تقلب في المجموعة، في حين أظهر أداءً قويًا وموثوقًا مع سهم NVDA عالي التقلب، مما يدل على قدرته على التعامل مع البيئات السعرية المختلفة. وتبقى حالة سهم GOOG هي الأبرز، حيث إن الخطأ المرتفع نسبيًا مع تقلبها المعتدل يشير إلى احتمال وجود ديناميكيات خاصة بالسوق أو بالسهم في تلك الفترة لم يتم التقاطها بالكامل. ومن منظور مالي عملي، فإن هذه الفروقات السعرية الصغيرة، على الرغم من اتساقها، لا تمثل فرصة حقيقية للمراجحة (Arbitrage)، حيث إن أي أرباح محتملة من شراء الخيار بسعر الأنموذج وبيعه بسعر السوق من المرجح أن تتلاشى بالكامل بفعل تكاليف المعاملات، مثل الفارق بين سعري العرض والطلب (Bid-Ask Spread)، مما يجعل هذا الاكتشاف مجرد ملاحظة دقيقة لخاصية من خصائص السوق بدلاً من كونه إشارة لاستراتيجية تداول مضمونة.

**الشكل رقم (106):** الفروقات السعرية بين النموذج والسوق من الأعلى إلى الأقل




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (45):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (94) يوما وفق أنموذج (LSTM)

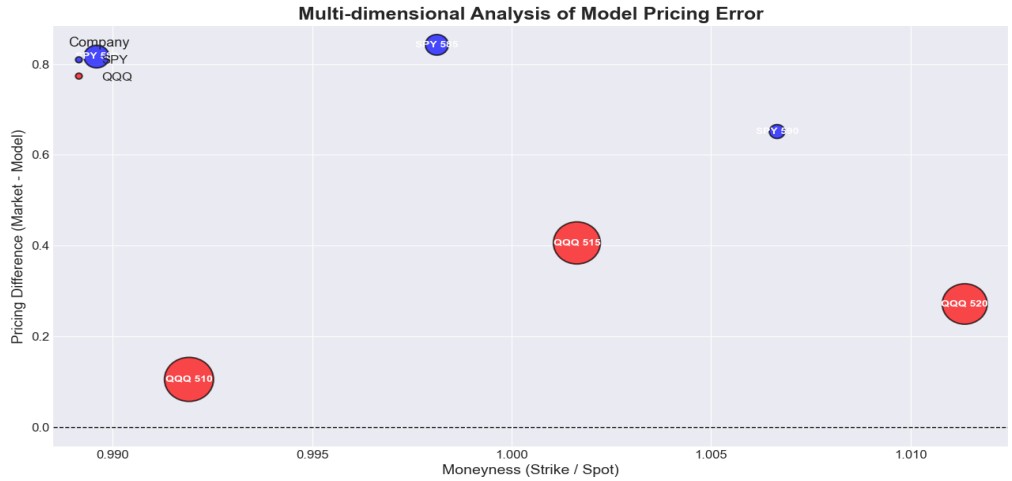
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,5806 | 14,9 | 14,7675096 | 0,13249036 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,288 | 29,6 | 29,2277621 | 0,37223786 |
| | 437,03 | 440 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2734 | 23,4 | 23,1791461 | 0,22085386 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3426 | 15,05 | 14,4548475 | 0,59515245 |
| | 188,50 | 190 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3367 | 12,41 | 12,3037890 | 0,10621095 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3688 | 18,55 | 18,3312238 | 0,21877625 |
| | 223,29 | 225 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,365 | 16 | 15,7030400 | 0,29696002 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2679 | 16,33 | 16,2874287 | 0,04257134 |
| | 249,79 | 250 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,2601 | 13,4 | 13,2741845 | 0,12581549 |
| **Average** | 258,65 | 257,44 | 0,25735797 | 0,01183847 | 0,3425 | 17,73 | 17,5032145 | 0,23456317 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

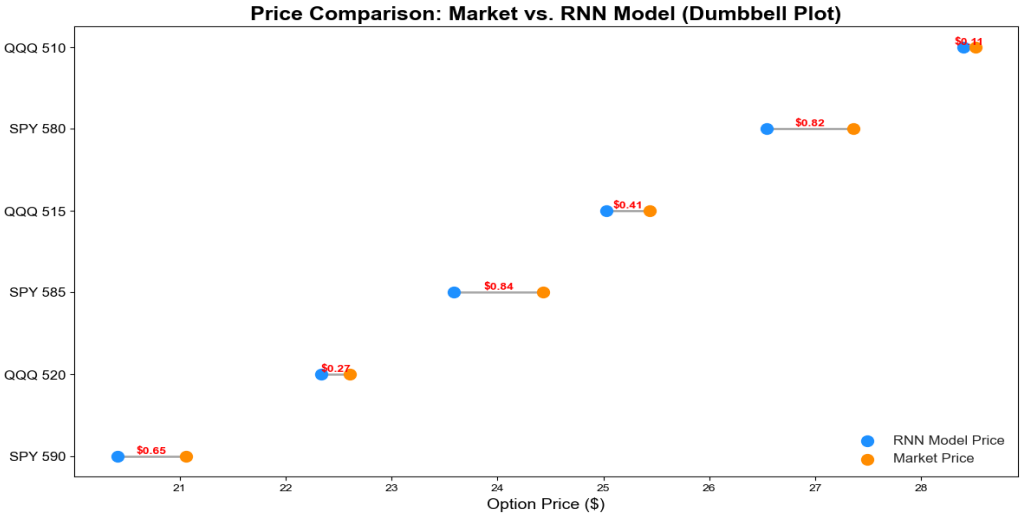
**8.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (95) يوما**

يمثل الجدول (46) بيانات مقدمة لتحليل تسعير خيارات الشراء الأوروبية على صندوقي SPY و QQQ باستخدام أنموذج الشبكة العصبية LSTM ، حيث كشفت النتائج عن انحياز منهجي واضح في أداء الأنموذج، فعلى الرغم من قدرته الواضحة على توليد تقييمات قريبة من السوق، إلا أنه يقوم باستمرار بتسعير جميع الخيارات الستة بقيمة أقل من سعرها الفعلي في السوق، وهو ما يتجسد في الفرق المتوسط البالغ 0.5155 دولار. هذا الفرق ليس مجرد هامش خطأ عشوائي، بل هو إشارة قوية إلى أن سعر السوق يدمج في طياته عوامل تسعير لا يلتقطها الأنموذج بالكامل. عند تفصيل هذا الانحياز، نجد أن أداء الأنموذج يتباين بشكل كبير بين الأصلين، فهو يواجه صعوبة أكبر مع خيارات SPY، حيث تكون الفروقات السعرية أكبر بشكل ملحوظ (بمتوسط 0.77 دولار)، وتصل إلى ذروتها عند الخيار المتعادل (ATM) بسعر تنفيذ 585 دولار. هذا يشير إلى أن السوق يضع علاوة مخاطرة (Risk Premium) أو يتوقع تقلبًا ضمنيًا (Implied Volatility) أعلى بالنسبة لمؤشر S&P 500، ربما بسبب مكانته كممثل للاقتصاد الكلي وما يحيط به من توقعات لأحداث مستقبلية خلال الـ 95 يومًا القادمة، وهو ما يعجز الأنموذج عن قياسه بدقة. في المقابل، يُظهر الأنموذج أداءً أكثر دقة وكفاءة مع خيارات QQQ، حيث الفروقات أقل بكثير (بمتوسط 0.26 دولار)، ويقترب بشكل كبير من سعر السوق خاصة في الخيار المتعادل (ITM). يمكن تفسير ذلك بأن طبيعة QQQ ذات التقلب الأعلى تاريخيًا قد تتناسب بشكل أفضل مع البيانات التي تم تدريب الأنموذج عليها، أو أن تسعير السوق لخيارات التكنولوجيا أكثر اعتمادًا على المقاييس الكمية التي يحاكيها الأنموذج ببراعة. ويتعمق هذا التحليل عند النظر في حالة الخيار (Moneyness)، حيث أن الصعوبة التي يواجهها الأنموذج في تسعير الخيارات المتعادلة (ATM)، والتي تتكون قيمتها بشكل أساسي من القيمة الزمنية والتقلب، تؤكد أن جوهر الخلاف بين الأنموذج والسوق يكمن في تقدير المخاطرة المستقبلية وعدم اليقين. فالسوق مستعد لدفع علاوة أكبر مقابل احتمالية حدوث تحركات سعرية كبيرة، وهي علاوة يبدو أن الأنموذج، باعتماده على بيانات تاريخية ومدخلات محددة، يقلل من شأنها باستمرار. وفي النهاية، يمكن إرجاع هذا الانحياز المنهجي إلى سببين رئيسيين: إما أن مقياس التقلب المستخدم كمدخل للأنموذج أقل من التقلب الضمني الذي يسعر به المتداولون في السوق، أو أن الأنموذج يفتقر إلى القدرة على استيعاب العوامل غير القابلة للقياس الكمي مثل معنويات المستثمرين، توقعات السيولة، وتأثير الأحداث الاقتصادية والسياسية المرتقبة، مما يجعله يقدم رؤية مخبرية للسعر بينما يعكس السوق واقعًا أكثر تعقيدًا وديناميكية.

**الشكل رقم (107):** تحليل الخطأ متعدد الأبعاد




**الشكل رقم (108):** تصور الفجوة السعرية




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (46):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (95) يوما وفق أنموذج (LSTM)

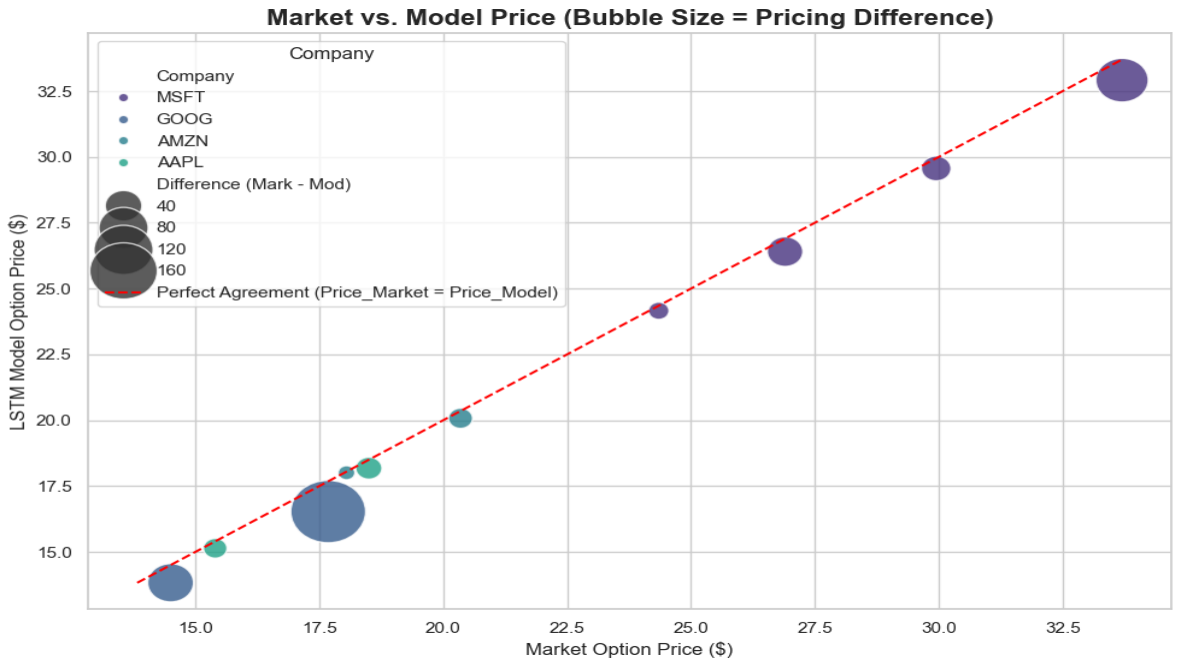
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1959 | 27,36 | 26,5434309 | 0,81656906 |
| | 586,1 | 585 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1929 | 24,43 | 23,5875214 | 0,84247863 |
| | 586,1 | 590 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,1848 | 21,06 | 20,4084977 | 0,6515023 |
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2456 | 28,51 | 28,4046659 | 0,10533408 |
| | 514,16 | 515 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2398 | 25,44 | 25,0340348 | 0,40596519 |
| | 514,16 | 520 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,2349 | 22,61 | 22,3385050 | 0,27149495 |
| **Average** | 550,13 | 550 | 0,26009582 | 0,01196441 | 0,21565 | 24,90 | 24,3861092 | 0,51555736 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**9.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (121) يوما**

بناءً على بيانات الجدول (47)، يظهر التحليل المالي أن أنموذج الشبكة العصبية (LSTM) قد حقق نجاحًا ملحوظًا ودقة فائقة في تسعير خيارات الشراء الأوروبية، وهو ما يتجلى بوضوح في الفروقات الطفيفة والمستمرة بين الأسعار المحسوبة والأسعار الفعلية المتداولة في السوق. عند النظر إلى الصورة الكلية فإن متوسط الفرق البالغ 0.4588 دولار، مقابل متوسط سعر سوقي للخيارات يبلغ 21.938 دولار، يكشف عن هامش خطأ ضئيل للغاية، مما يؤكد على قوة الأنموذج وموثوقيته. ومن الملاحظات الجوهرية وجود تحيز منهجي، حيث إن سعر الأنموذج كان دائمًا وأبدًا أقل من سعر السوق في جميع الحالات العشر (جميع الفروقات موجبة)، وهذا السلوك المتسق لا يُعتبر عيبًا، بل خاصية يمكن تفسيرها بأن السوق يميل إلى إضافة علاوة سعرية صغيرة قد تعكس عوامل غير كمية مثل معنويات المستثمرين أو تكاليف السيولة التي لا يلتقطها الأنموذج بالضرورة. وعند التعمق في أداء الأنموذج على مستوى كل شركة، نجد تباينًا مثيرًا للاهتمام؛ فقد أظهر الأنموذج أداءً مستقرا ومتسقا مع خيارات (MSFT) و (AAPL)، مما يدل على فهمه الجيد لديناميكيات أسهم هاتين الشركتين، بينما وصل إلى ذروة الدقة مع خيارات (AMZN)، وتحديدًا خيار الشراء بسعر تنفيذ 225 دولارًا، حيث كان الفارق شبه معدوم (0.044)، مما يشير إلى حالة من الكفاءة السعرية العالية في السوق حيث تطابق تقييم الأنموذج مع تقييم المتداولين بشكل شبه كامل. على النقيض من ذلك، يبرز خيار (GOOG) بسعر تنفيذ 185 دولارا كحالة شاذة، مسجلاً أكبر فارق في المجموعة (1.15)، وهو ما يفتح الباب أمام فرضية أن هذا الخيار كان مُسعّرًا بأعلى من قيمته الحقيقية في السوق في ذلك اليوم، مما يمثل فرصة مراجحة محتملة للمتداول الذي يثق في دقة أنموذجه. ويرتبط هذا الأداء ارتباطًا وثيقًا بحالة الخيار (Moneyness)، حيث كانت دقة الأنموذج في أعلى مستوياتها مع الخيارات المتعادلة (ATM)، وهي الخيارات الأكثر سيولة ونشاطًا في السوق، مما يجعل أسعارها السوقية أكثر كفاءة وموثوقية كمعيار للمقارنة. إضافة الى ذلك، فإن قدرة الأنموذج على الحفاظ على دقته رغم اختلاف قيم التقلب (Volatility) لكل سعر تنفيذ لنفس السهم تُعد شهادة على تطوره، حيث إنه ينجح في التعامل مع ظاهرة "ابتسامة التقلب" (Volatility Smile) المعقدة، مما يثبت أنه يتكيف مع ظروف السوق الدقيقة بدلاً من الاعتماد على مدخلات ثابتة ومبسطة. وفي المحصلة، فإن هذه النتائج مجتمعة تحول الأنموذج من مجرد أداة للتسعير النظري إلى محرك تحليلي قوي يمكن للمتداولين استخدامه لتحديد الفجوات السعرية بين القيمة النظرية والسوقية، وبالتالي الكشف عن فرص تداول محتملة، مثل بيع الخيارات التي يراها الأنموذج مُبالغًا في سعرها أو شراء تلك التي يعتبرها مقومة بأقل من قيمتها.

**الشكل رقم (109):** تحليل فروقات الأسعار بين السوق و أنموذج LSTM




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (47):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (121) يوما وفق أنموذج (LSTM)

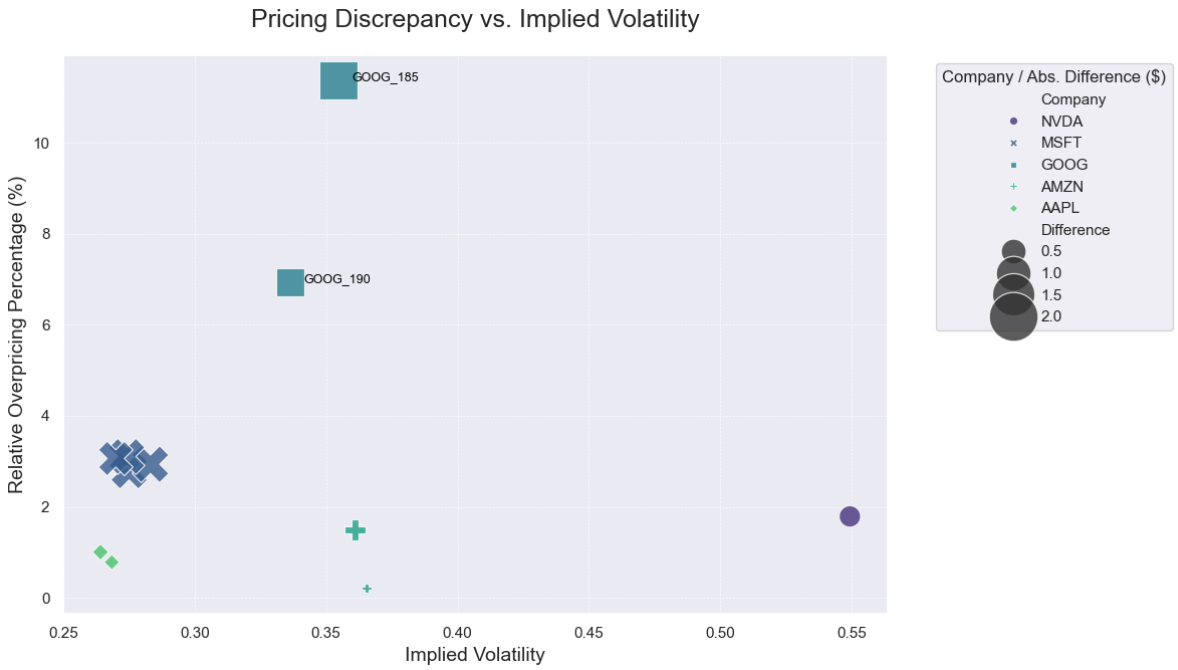
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2911 | 33,7 | 32,9167175 | 0,78328251 |
| | 437,03 | 435 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2785 | 29,95 | 29,5626873 | 0,38731267 |
| | 437,03 | 440 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2718 | 26,9 | 26,4046807 | 0,49531930 |
| | 437,03 | 445 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2687 | 24,35 | 24,1572818 | 0,19271817 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3597 | 17,68 | 16,5298365 | 1,15016355 |
| | 188,50 | 190 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3412 | 14,5 | 13,8261397 | 0,67386026 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3565 | 20,35 | 20,0732450 | 0,27675496 |
| | 223,29 | 225 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3578 | 18,05 | 18,0059595 | 0,04404046 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2703 | 18,5 | 18,1789722 | 0,32102777 |
| | 249,79 | 250 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,2600 | 15,4 | 15,1356115 | 0,26438845 |
| **Average** | 307,12 | 306,5 | 0,33127995 | 0,01523888 | 0,3055 | 21,938 | 21,4791131 | 0,45888681 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 10.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (185) يوما

يكشف التحليل المالي المعمق للبيانات المقدمة في الجدول (48) المتضمن بيانات 11 خيار شراء أوروبي على أسهم 05 شركات بتاريخ 19 ديسمبر 2024 وباستحقاق 185 يومًا، عن وجود فارق منهجي وجوهري بين أسعار خيارات الشراء الأوروبية في السوق وتلك المحسوبة باستخدام نموذج الشبكة العصبية (LSTM)، حيث يقوم السوق، في جميع الحالات الإحدى عشرة التي تشمل أسهماً لشركات تكنولوجية رائدة مثل NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, و AAPL، بتسعير هذه الخيارات بقيمة أعلى بشكل ملحوظ من تقديرات الأنموذج، وبمتوسط فارق يبلغ 0.836 دولار. هذا التباين ليس عشوائياً، بل يشير إلى أن الأنموذج يتوقع مستويات تقلب مستقبلية للأسهم أقل من تلك التي يسعرها السوق حالياً، وهو ما يُعرف في عالم أسواق المال بـ التقلب الضمني الذي يتجاوز التقلب التاريخي الذي يعتمد عليه الأنموذج في حساباته. عند التعمق في التفاصيل، نجد أن هذا الفارق يتجلى بصور متفاوتة؛ فهو يصل إلى أقصى درجاته مع خيار شركة جوجل (GOOG) بسعر تنفيذ 185 دولاراً، حيث يبلغ الفرق 2.457 دولار، وهو ما يمثل نسبة كبيرة تتجاوز 11% من سعر السوق، مما يوحي بقوة بأن السوق يتوقع أحداثاً جوهرية قادمة خاصة بالشركة (مثل إعلانات أرباح قوية أو إطلاق منتجات جديدة) لا يمكن للأنموذج الذي يعتمد على البيانات التاريخية أن يستشرفها. على النقيض تماماً، يُظهر الأنموذج توافقاً شبه مثالي مع أسعار السوق في خيارات أمازون (AMZN) وأبل (AAPL)، حيث أن الفروقات ضئيلة جداً، وتصل إلى 0.055 دولار فقط في حالة أحد خيارات أمازون، مما يدل على أن توقعات الأنموذج للتقلبات المستقبلية لهذين السهمين تتوافق بشكل كبير مع تقديرات السوق. أما بالنسبة لخيارات (MSFT)، فيظهر فرق ثابت ومعتدل نسبياً يدور حول 1.1 دولار، مما يشير إلى وجود تباين مستمر في توقعات التقلب بين السوق والأنموذج لهذا السهم تحديداً، بينما في حالة (NVDA)، ورغم أن تقلبها الضمني هو الأعلى في العينة بنسبة 54.93%، فإن الفرق بين سعر السوق والأنموذج منخفض نسبياً عند 0.364 دولار، مما يثبت أن الأنموذج رغم التقلبات العالية، يقوم بعمل جيد في تقييم هذا النوع من الخيارات ولكنه لا يزال غير قادر على مجاراة علاوة المخاطرة التي يضيفها المتداولون في السوق تحسباً لأي تحركات سعرية عنيفة ومفاجئة. فالفجوة الثابتة في مايكروسوفت تظهر وجود درجة من القلق أو التفاؤل المستمر في السوق لا يشاركه فيها الأنموذج، بينما في حالة إنفيديا يصبح التحليل أكثر دقة: فعلى الرغم من التقلب المرتفع إلا أن السوق يعتقد أن مستقبلها سيكون أكثر تقلباً، فيضيف علاوة إضافية فوق السعر المرتفع أصلاً الذي حسبه الأنموذج، مما يجعل الفارق يبدو أصغر نسبياً.

**الشكل رقم (110):** علاقة الفارق السعري بالتقلب الضمني




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (48):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (185) يوما وفق أنموذج (LSTM)

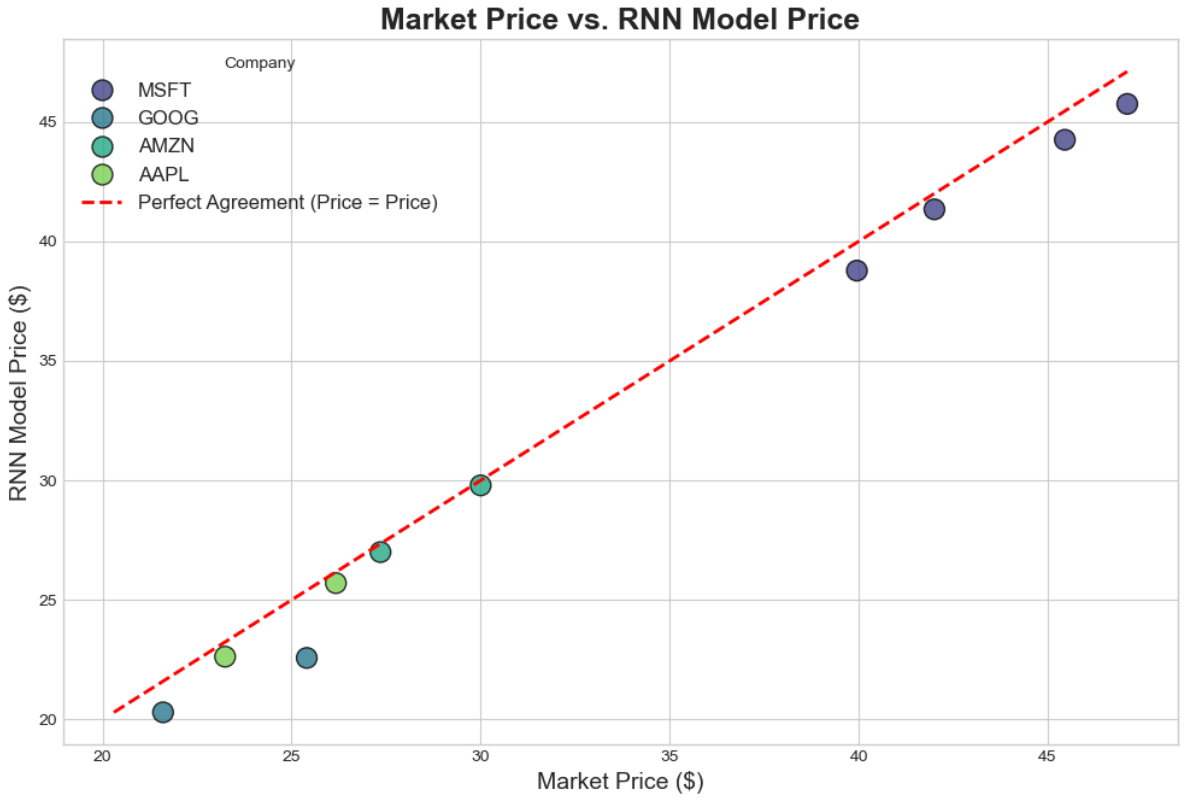
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,5493 | 20,35 | 19,98563441 | 0,36436559 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2751 | 40 | 38,8818392 | 1,11816083 |
| | 437,03 | 435 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2832 | 38,48 | 37,3500787 | 1,12992131 |
| | 437,03 | 440 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2742 | 35 | 33,9125191 | 1,08748087 |
| | 437,03 | 445 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2700 | 32,2 | 31,2136611 | 0,98633895 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3548 | 21,63 | 19,1726934 | 2,45730659 |
| | 188,50 | 190 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3364 | 18,3 | 17,0304323 | 1,26956771 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3654 | 25,85 | 25,7942956 | 0,05570441 |
| | 223,29 | 225 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3611 | 23,25 | 22,9015105 | 0,34848954 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2685 | 22,8 | 22,6208286 | 0,17917135 |
| | 249,79 | 250 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,2642 | 20 | 19,7984444 | 0,20155563 |
| **Average** | 291,08 | 290,63 | 0,5065024 | 0,02329911 | 0,3274 | 27,07 | 26,2419943 | 0,83618752 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 11.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (242) يوما

يكشف التحليل المالي المعمق للبيانات المقدمة في الجدول (49) عن وجود فجوة سعرية منهجية ومثيرة للاهتمام بين تقييم أسعار خيارات الشراء الأوروبية العشرة كما يحددها السوق، والأسعار التي تم احتسابها بواسطة نموذج الشبكة العصبية (LSTM) بتاريخ 19 ديسمبر 2024، حيث يقوم الأنموذج في كل حالة على حدة بتسعير الخيار بقيمة أقل من سعره السوقي الفعلي، بمتوسط فرق يبلغ 1.0168 دولار. هذا الاتجاه الثابت يفتح الباب أمام تفسيرين جوهريين متناقضين؛ فمن جهة، قد يعكس هذا الفرق قصوراً متأصلاً في الأنموذج نفسه، فعلى الرغم من قدرة نماذج LSTM على تحليل السلاسل الزمنية، إلا أنها قد تعجز عن استيعاب العوامل غير الكمية التي تؤثر في التسعير الفعلي في السوق، مثل علاوة المخاطرة التي يضيفها البائعون كتعويض ضد التحركات العنيفة وغير المتوقعة، أو معنويات المستثمرين وتوقعاتهم المستقبلية التي لا يمكن استنتاجها بالكامل من البيانات التاريخية، بالإضافة إلى أن السوق يسعّر التقلب الضمني (Implied Volatility) الذي يمثل توقعات المشاركين لمدى تقلب السهم مستقبلاً، والذي قد يكون أعلى من التقلب التاريخي الذي اعتمد عليه الأنموذج في تدريبه. ومن جهة أخرى، يمكن النظر إلى هذا الفرق من زاوية عدم كفاءة السوق، حيث قد يكون سعر الأنموذج هو الذي يمثل القيمة الإحصائية العادلة للخيار، بينما سعر السوق مبالغ فيه نتيجة عوامل نفسية أو زخم شرائي، مما يجعل الفارق يمثل تكلفة هذه المبالغة. ويتعمق هذا التحليل عند فحص أداء الأنموذج على مستوى كل شركة على حدة، حيث نجد أن الفجوة السعرية ليست متجانسة؛ فهي تصل إلى أقصاها مع أسهم جوجل (GOOG)، بفارق يصل إلى 2.82 دولار، وهو ما يتزامن مع كونها من بين الأعلى في معدل التقلب (Volatility)، مما يشير إلى أن السوق يضع في اعتباره درجة عالية من عدم اليقين والمخاطرة المستقبلية التي لا يلتقطها الأنموذج بنفس القدر. وعلى النقيض تماماً، يُظهر الأنموذج أفضل أداء له وأعلى درجات التوافق مع أسهم أمازون (AMZN)، حيث كانت الفروقات السعرية ضئيلة جداً (0.20 و 0.34 دولار)، مما يوحي بأن توقعات السوق لتقلبات أمازون تتماشى بشكل كبير مع الأنماط التاريخية التي تدرب عليها الأنموذج. أما بالنسبة لشركتي مايكروسوفت (MSFT) وآبل (AAPL)، فإنهما تمثلان حالة وسطية بفروقات معتدلة، مع ملاحظة مثيرة للاهتمام في حالة مايكروسوفت، وهي أن الفروقات تكون أكبر في الخيارات التي تكون رابحة (ITM)، مما قد يعني أن الأنموذج والسوق يتفقان بشكل أكبر على قيمة المخاطرة الزمنية للخيارات، ولكنهما يختلفان في تقييم القيمة الجوهرية المضمنة في السعر.

**الشكل رقم (111):** مقارنة سعر الأنموذج بسعر السوق (Market Price vs. Model Price)




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (49):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (242) يوما وفق أنموذج (LSTM)

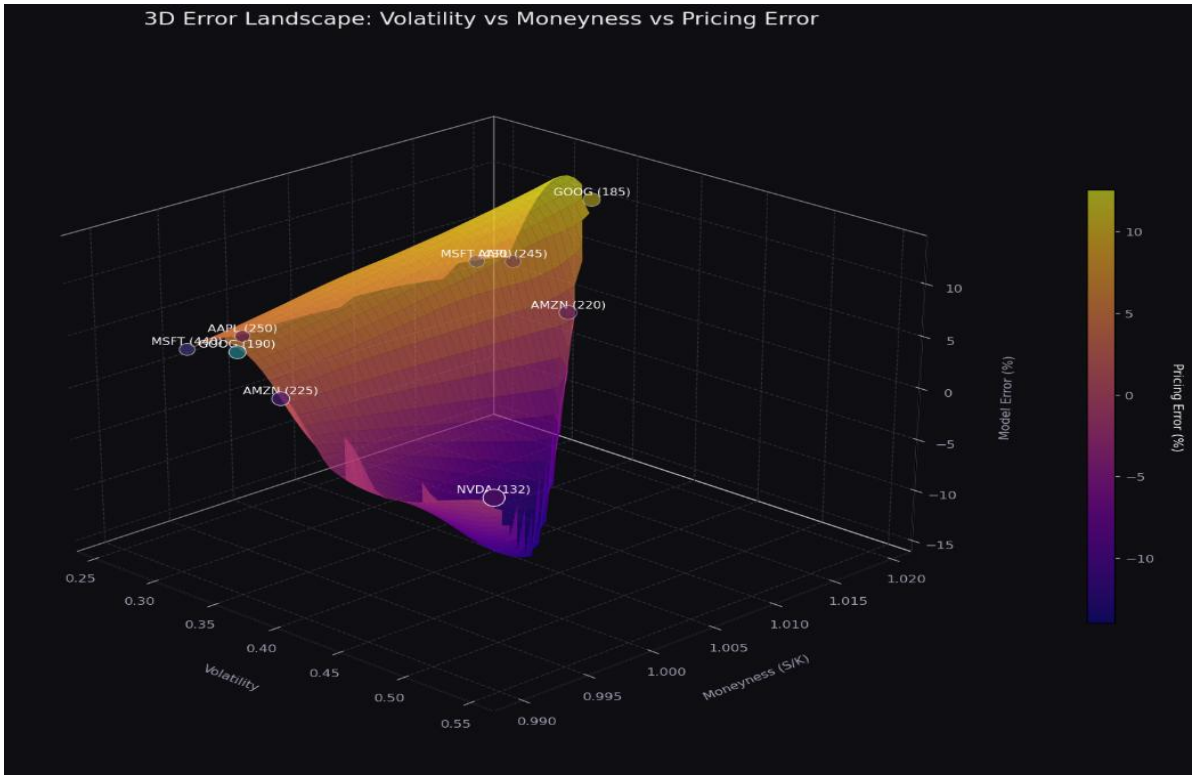
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2789 | 47,1 | 45,7453410 | 1,35465898 |
| | 437,03 | 435 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,285 | 45,45 | 44,2448718 | 1,20512819 |
| | 437,03 | 440 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2773 | 42 | 41,3357573 | 0,66424267 |
| | 437,03 | 445 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2791 | 39,95 | 38,7728257 | 1,17717427 |
| GOOG | 188,51 | 185 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3612 | 25,4 | 22,5738079 | 2,82619208 |
| | 188,51 | 190 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3368 | 21,6 | 20,2984850 | 1,30151498 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3659 | 30 | 29,7910405 | 0,20895955 |
| | 223,29 | 225 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,3612 | 27,35 | 27,0001218 | 0,34987825 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2642 | 26,17 | 25,7031167 | 0,46688329 |
| | 249,79 | 250 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,2589 | 23,24 | 22,6264369 | 0,61356309 |
| **Average** | 307,13 | 306,5 | 0,66255989 | 0,03047775 | 0,30685 | 32,826 | 31,80918046 | 1,01681953 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 12.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (277) يوما

يمثل التحليل المالي المعمق للبيانات المقدمة في الجدول (50) والتي تمثل 9 خيارات شراء أوربية مبرمة على أسهم شركات بتاريخ 19.12..2024 بتاريخ الاستحقاق 277 يوما، كشفًا واضحًا عن وجود فجوة منهجية ومتسقة بين تقييم أنموذج الشبكة العصبية LSTM وأسعار السوق الحقيقية لتسعة خيارات شراء أوروبية على أسهم شركات التكنولوجيا الكبرى. يتجلى هذا التحيز بشكل قاطع في كون سعر الأنموذج دائمًا وأبدًا أقل من السعر السوقي، مما ينتج عنه فرق موجب في جميع الحالات، وبمتوسط يبلغ حوالي 1.096 دولار، وهو ما يؤكد أننا لسنا بصدد أخطاء عشوائية بل أمام نمط ثابت من التقدير المنقوص. وعلى الرغم من هذا الاتجاه الموحد في التقليل من القيمة، فإن حجم الخطأ يظهر تباينًا كبيرًا، حيث يصل إلى ذروته في خيار الشراء على سهم جوجل (GOOG) بسعر تنفيذ 185 دولارًا بفارق هائل يبلغ 2.83 دولار، بينما يسجل أدنى مستوياته في خيار الشراء على سهم آبل (AAPL) بسعر تنفيذ 250 دولارًا بفارق ضئيل نسبيًا قدره 0.38 دولار. هذا التفاوت في الدقة يقودنا إلى استنتاج جوهري مفاده أن سعر السوق يتضمن مكونات وعلاوات مخاطرة معقدة يفشل الأنموذج في التقاطها أو قياسها. التفسير الأرجح لهذه الفجوة يكمن في علاوات المخاطرة (Risk Premia) التي يدمجها المتداولون في تسعيرهم؛ فالسعر السوقي لا يعكس فقط القيمة النظرية للخيار بناءً على المدخلات القياسية، بل يشمل أيضًا تعويضًا عن مخاطر محددة. من أهم هذه المخاطر علاوة مخاطر التقلب (Volatility Risk Premium)، حيث يطالب بائعو الخيارات بعلاوة إضافية للحماية من التغيرات المفاجئة وغير المتوقعة في تقلبات السهم، وهي علاوة قد لا يكون الأنموذج قد تدرب على حسابها. بالإضافة إلى ذلك، وهو أمر حاسم لأسهم التكنولوجيا، هناك مخاطر القفزات السعرية (Jump Risk)، وهي احتمالية حدوث تحركات سعرية عنيفة ومفاجئة نتيجة لأخبار جوهرية غير متوقعة كإعلانات الأرباح، القرارات التنظيمية، أو الاختراقات التكنولوجية. السوق بطبيعته يسعّر هذه الاحتمالات المنخفضة ذات التأثير العالي، وهو ما يفسر بشكل خاص الفرق الكبير في سعر خيار جوجل (GOOG)، الشركة التي تواجه تدقيقًا تنظيميًا مستمرًا. وفي نهاية المطاف، تعكس هذه الفروقات مبدأ كفاءة السوق حيث إن السعر السوقي هو نتاج إجماع آلاف المشاركين الذين يقومون بتحليل كافة المعلومات المتاحة، بما في ذلك الظواهر الدقيقة مثل ابتسامة التقلب (Volatility Smile) التي لا يمكن لمدخل تقلب وحيد في الأنموذج أن يمثلها، مما يجعل سعر السوق أكثر ثراءً بالمعلومات من أي تقدير رياضي معزول.

**الشكل رقم (112):** التوزيع الثلاثي الأبعاد لخطأ التسعير




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (50):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (277) يوما وفق أنموذج (LSTM)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NVDA | 130,68 | 132 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,5458 | 25,43 | 24,9701531 | 0,45984683 |
| MSFT | 437,03 | 430 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,2725 | 50,2 | 48,5883852 | 1,61161482 |
| | 437,03 | 440 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,274 | 45,49 | 44,0165549 | 1,47344507 |
| GOOG | 188,50 | 185 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3402 | 26,13 | 23,2995121 | 2,83048791 |
| | 188,50 | 190 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3281 | 23 | 21,7258424 | 1,27415762 |
| AMZN | 223,29 | 220 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3600 | 32 | 31,3883682 | 0,61163184 |
| | 223,29 | 225 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3589 | 29,6 | 28,9409954 | 0,65900458 |
| AAPL | 249,79 | 245 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,2709 | 28,95 | 28,3844584 | 0,56554159 |
| | 249,79 | 250 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,2551 | 25,12 | 24,7422022 | 0,37779783 |
| **Average** | 258,65 | 257,44 | 0,75838467 | 0,03488569 | 0,3339 | 31,76 | 30,67294132 | 1,09594756 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**13.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (278) يوما**

بناءً على البيانات المقدمة، يكشف التحليل المالي المعمق عن وجود فجوة تقييم منهجية ومثيرة للاهتمام بين الأسعار السوقية لخيارات الشراء الأوروبية على مؤشر QQQ وتلك المحسوبة باستخدام أنموذج الشبكة العصبية (LSTM). بالنظر إلى السعر الفوري البالغ 514.16 دولارًا، فإن الخيارات الثلاثة ذات أسعار التنفيذ 510 و515 و520 دولارًا تمثل حالات مختلفة من "وضعية الخيار": فالخيار الأول رابح (ITM) لأنه يمتلك قيمة حقيقية فورية، والثاني متعادل (ATM) وهو الأكثر حساسية للتغيرات، والثالث خاسر (OTM) الذي تتكون قيمته بالكامل من القيمة الزمنية والأمل في ارتفاع السعر مستقبلاً. الملاحظة الجوهرية هي أن أنموذج LSTM يقيّم جميع هذه الخيارات بسعر أقل من سعرها الفعلي في السوق، وبمتوسط فرق يبلغ حوالي 0.586 دولار، وهذا الفرق ليس عشوائياً بل يتبع نمطا واضحا، حيث يكون في أقصى مستوياته (1.13 دولار) مع الخيار الذي هو بالفعل رابح ويتقلص بشكل كبير ليصل إلى أدنى مستوياته (0.11 دولار) مع الخيار الخاسر. يمكن تفسير هذا التباين المنهجي من خلال عدة عوامل متكاملة؛ فالسعر السوقي المرتفع يعكس بشكل أساسي التقلبات الضمنية (Implied Volatility) التي يسعرها المتداولون، والتي تشير إلى أن السوق يتوقع أو يتطلب علاوة تحوط ضد تقلبات مستقبلية أعلى من تلك التي استنتجها الأنموذج بناءً على البيانات التاريخية. اضافة إلى ذلك، يمكن قراءة هذا الفرق كدليل على وجود شعور سائد بالتفاؤل (Bullish Sentiment) في السوق، حيث يكون المستثمرون على استعداد لدفع علاوة سعرية إضافية مراهنةً على احتمالية صعود المؤشر بشكل كبير قبل تاريخ الاستحقاق البالغ 278 يومًا. وأخيرًا، لا يمكن إغفال احتمالية وجود قيود متأصلة في الأنموذج نفسه، حيث قد يكون متحيزًا بشكل طفيف نحو تقييمات أقل أو قد لا يتمكن من التقاط جميع العوامل النفسية والسلوكية الدقيقة التي تحرك الأسعار في السوق اللحظي.

**الجدول رقم (51):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (278) يوما وفق أنموذج (LSTM)

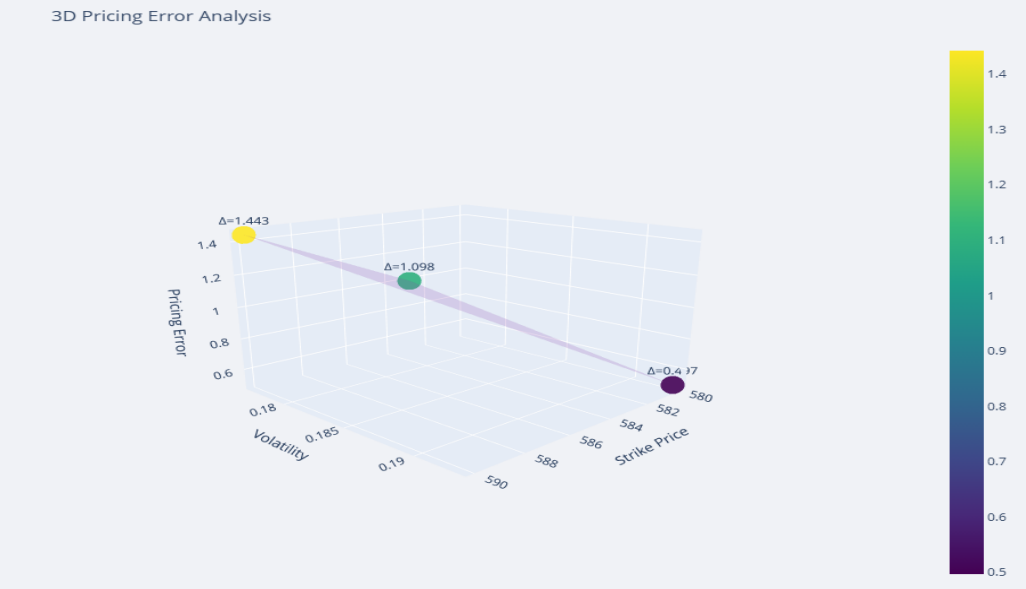
| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| QQQ | 514,16 | 510 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2375 | 51,08 | 49,9485165 | 1,13148353 |
| | 514,16 | 515 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2339 | 47,94 | 47,4206916 | 0,51930842 |
| | 514,16 | 520 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2416 | 46,86 | 46,7532053 | 0,10679467 |
| **Average** | 514,16 | 515 | 0,76112252 | 0,03501164 | 0,2376 | 48,62 | 48,0408044 | 0,58586220 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

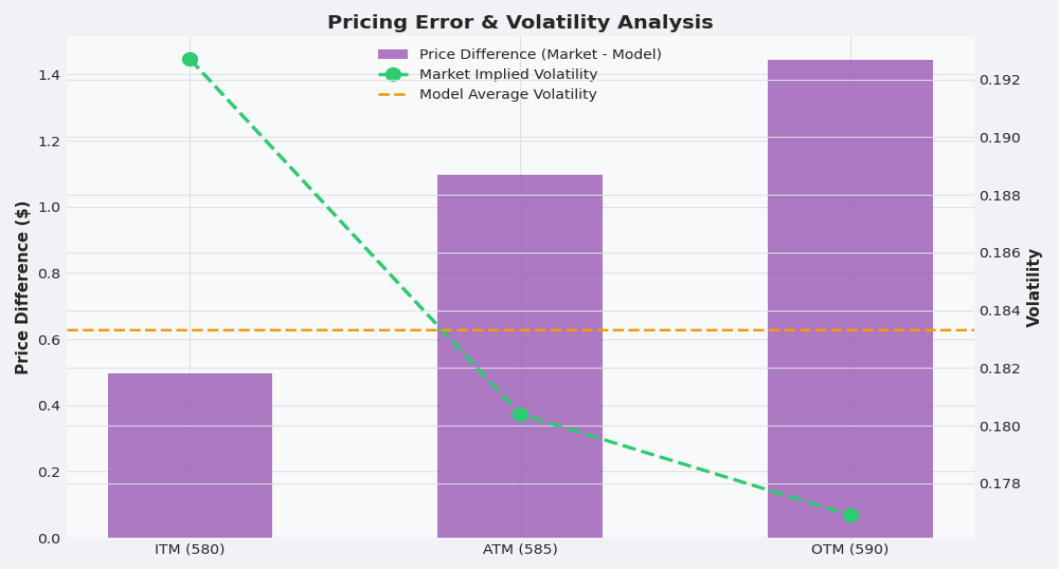
### 14.3.2.2 تحليل أسعار خيارات الشراء ذات الاستحقاق (279) يوما

بناءً على البيانات المقدمة في الجدول (51)، والتي تتضمن 3 خيارات شراء من النوع الأوروبي المبرمة على صندوق SPY بتاريخ 2024/12/19 و تستحق بعد 279 يوما، حيث كشف التحليل المالي العميق عن وجود فارق منهجي وجوهري بين تقييم السوق لخيارات الشراء الأوروبية على أسهم SPY والأسعار المحسوبة بواسطة أنموذج الشبكة العصبية (LSTM)، حيث يقوم الأنموذج باستمرار بتسعير الخيارات بقيمة أقل من قيمتها السوقية الفعلية بمتوسط فرق يبلغ 1.01 دولار. عند تفصيل هذه الملاحظة، نجد أن الخيارات الثلاثة تقع في حالات مختلفة من حيث علاقتها بالسعر الفوري (586.1 دولار): فالخيار ذو سعر التنفيذ 580 دولارًا يُعتبر رابحا (ITM) ويمتلك قيمة حقيقية، وكذلك الخيار ذو سعر التنفيذ 585 دولارًا، بينما يُعتبر الخيار ذو سعر التنفيذ 590 دولارًا خاسرا (OTM) وتتكون قيمته بالكامل من القيمة الزمنية. الأمر الأكثر دلالة هو أن حجم هذا الفرق بين سعر السوق وسعر الأنموذج ليس ثابتًا، بل يتبع نمطًا واضحًا؛ فهو يكون في حده الأدنى (حوالي 0.50 دولار) للخيار الأعمق الرابح، ثم يتزايد بشكل ملحوظ ليصل إلى 1.10 دولار للخيار الأقرب للسعر الفوري، ويبلغ ذروته عند 1.44 دولار للخيار الخاسر. يشير هذا التدرج إلى أن دقة أنموذج LSTM تتناقص كلما زادت حساسية الخيار للعوامل غير الملموسة مثل القيمة الزمنية وتوقعات التقلب المستقبلية، مما يعني أن الأنموذج يجد صعوبة أكبر في تسعير المكونات التأملية (Speculative Components) مقارنة بالقيمة الحقيقية الملموسة. كما أن بيانات التقلب المستخدمة تعكس ظاهرة انحراف التقلب (Volatility Skew) المعروفة في السوق، حيث تنخفض نسبة التقلب الضمني مع ارتفاع سعر التنفيذ، ورغم أن الأنموذج قد أخذ هذه التقلبات المختلفة في الحسبان لكل خيار على حدة، إلا أنه فشل في سد الفجوة السعرية، مما يعزز فكرة أن القصور لا يكمن في مدخلات التقلب بحد ذاتها، بل في قدرة الأنموذج على فهم وتفسير ديناميكيات السوق الأكثر تعقيدًا. يمكن أن تُعزى هذه الفجوة السعرية إلى عدة عوامل لا يستطيع الأنموذج الكمي قياسها بطبيعته، وأهمها علاوة المخاطرة (Risk Premium) التي يدمجها المتداولون في السعر لتعكس توقعاتهم الجماعية بتفاؤل تجاه حركة السهم المستقبلية، أو قد يكون الأنموذج قد تم تدريبه على بيانات تاريخية لا تعكس بدقة البيئة الاقتصادية ومعنويات المستثمرين السائدة في 19 ديسمبر 2024، بالإضافة إلى أن سعر السوق النهائي يتأثر بعوامل لحظية حيوية مثل تدفقات الأوامر، ومستويات السيولة، وتمركز صناع السوق، وهي متغيرات معقدة تقع خارج نطاق المدخلات القياسية لمثل هذه النماذج الحسابية.

**الشكل رقم (113):** تحليل ثلاثي الأبعاد (سعر التنفيذ - التقلب - الفرق السعري)




**الشكل رقم (114):** تحليل الفروق والتقلب




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**الجدول رقم (52):** أسعار الخيارات على أسهم عينة الدراسة ذات استحقاق (279) يوما وفق أنموذج (LSTM)

| Company | Spot Price | Strike Price | Time to Maturity | Interest Rates | Volatility | Market Price | RNN Model Price | Difference (Mark - Mod) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SPY | 586,1 | 580 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1927 | 50,29 | 49,7930222 | 0,49697777 |
| | 586,1 | 585 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1804 | 45,21 | 44,1115306 | 1,0984694 |
| | 586,1 | 590 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1769 | 41,92 | 40,4772914 | 1,44270863 |
| **Average** | 586,1 | 585 | 0,76386037 | 0,03513758 | 0,1833 | 45,80 | 44,79394807 | 1,0127186 |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

## المبحث الثالث

## التحليل المقارن للنماذج الثلاث

يهدف هذا المبحث إلى تقديم تحليل تقييمي للأداء النسبي لأربعة نماذج مختلفة لتسعير الخيارات: أنموذج (Black-Scholes)، أنموذج (Heston) بمعايرتين تقديريتين (التمكين الأعظم MLE، والمربعات الصغرى غير الخطية NLS) وأنموذج الشبكة العصبية التكرارية (RNN). تم تطبيق هذه النماذج لتقدير أسعار الخيارات لسبع من كبرى الشركات المدرجة في الأسواق الأمريكية (SPY, QQQ, NVDA, MSFT, GOOG, AMZN, AAPL). يعتمد منهج التقييم على قياس مدى اقتراب الأسعار التنبؤية لهذه النماذج من أسعار السوق الفعلية، وذلك من خلال حساب أربعة مقاييس رئيسية للأخطاء عبر جميع تواريخ استحقاق الخيارات في عينة الدراسة، والمعبر عنهم في المعادلات 111،112،113:

1. **متوسط الخطأ المطلق (MAE - Mean Absolute Error):**

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} |P_{actual,k} - P_{predicted,k}|$$

2. **متوسط الخطأ المطلق المئوي (MAPE - Mean Absolute Percentage Error):**

$$MAPE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \frac{|P_{actual,k} - P_{predicted,k}|}{P_{actual,k}} \times 100\%$$

3. **متوسط مربع الخطأ (MSE - Mean Squared Error):**

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} (P_{actual,k} - P_{predicted,k})^2$$

4. **الجذر التربيعي لمتوسط مربع الخطأ (RMSE - Root Mean Squared Error):**

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

نعرض في **الجدول رقم (53):** ملخصا كاملا لمقاييس الخطأ لجميع النماذج والشركات قيد الدراسة.

| Models | Company | MAE | MAPE | MSE | RMSE |
|---|---|---|---|---|---|
| Black-Scholes Model | SPY | 6,2744636 | 28,88 % | 54,83969954 | 7,405383146 |
| | QQQ | 3,87 | 24,67 % | 25,76309036 | 5,07573545 |
| | NVDA | 0,47 | 8,96 % | 0,389269231 | 0,623914442 |
| | MSFT | 4,92 | 27,38 % | 40,68158947 | 6,378212091 |
| | GOOG | 1,94 | 16,83 % | 5,78568 | 2,40534405 |
| | AMZN | 2,72 | 22,41 % | 12,03226818 | 3,468755999 |
| | AAPL | 1,45 | 11,28 % | 3,537108333 | 1,880720163 |
| **Average** | | **3,464058834** | **21,46 %** | **24,09995329** | **4,909170326** |
| Heston Model MLE | SPY | 1,11089802 | 9,69 % | 3,806495235 | 1,95102415 |
| | QQQ | 1,02850555 | 14,29 % | 1,393462174 | 1,180449988 |
| | NVDA | 0,26846419 | 7,11 % | 0,122706319 | 0,350294617 |
| | MSFT | 0,82795123 | 12,04 % | 0,954225195 | 0,976844509 |
| | GOOG | 0,41476646 | 7,34 % | 0,232282367 | 0,48195681 |
| | AMZN | 0,36401988 | 8,12 % | 0,196306851 | 0,44306529 |
| | AAPL | 0,35025765 | 7,87 % | 0,176695396 | 0,420351515 |
| **Average** | | **0,668915328** | **14,74 %** | **1,076600697** | **1,037593705** |
| Heston Model NLS | SPY | 1,20086612 | 9,85 % | 4,238227765 | 2,058695646 |
| | QQQ | 0,98231693 | 12,97 % | 1,580361846 | 1,257124435 |
| | NVDA | 0,27174835 | 7,12 % | 0,12580243 | 0,354686382 |
| | MSFT | 0,82612539 | 12,00 % | 0,961331065 | 0,980474918 |
| | GOOG | 0,46522501 | 6,67 % | 0,287916974 | 0,536578954 |
| | AMZN | 0,37511016 | 8,18 % | 0,203697736 | 0,451328856 |
| | AAPL | 0,36348521 | 7,94 % | 0,188778212 | 0,434486147 |
| **Average** | | **0,686235403** | **9,64 %** | **1,178402894** | **1,085542673** |
| RNN Model | SPY | 0,555316685 | 2,83 % | 0,426735369 | 0,653249852 |
| | QQQ | 0,333477587 | 2,36 % | 0,217734824 | 0,466620643 |
| | NVDA | 0,174042828 | 3,83 % | 0,045888921 | 0,214216995 |
| | MSFT | 0,460694138 | 2,07 % | 0,438773058 | 0,66239947 |
| | GOOG | 0,853467953 | 5,73 % | 1,518911178 | 1,232441146 |
| | AMZN | 0,209426674 | 2,21 % | 0,070902302 | 0,266274861 |
| | AAPL | 0,280376487 | 3,02 % | 0,112606378 | 0,335568739 |
| **Average** | | **0,423685043** | **2,97 %** | **0,411971626** | **0,641850158** |

**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

### 1.3.2 تحليل الأداء على مستوى الشركات الفردية (Company-Specific Analysis)

في هذا المطلب، سنقوم بتحليل أداء النماذج الأربعة لكل شركة على حدة لفهم كيفية تفاعل كل أنموذج مع الخصائص الفريدة لخيارات الأسهم.

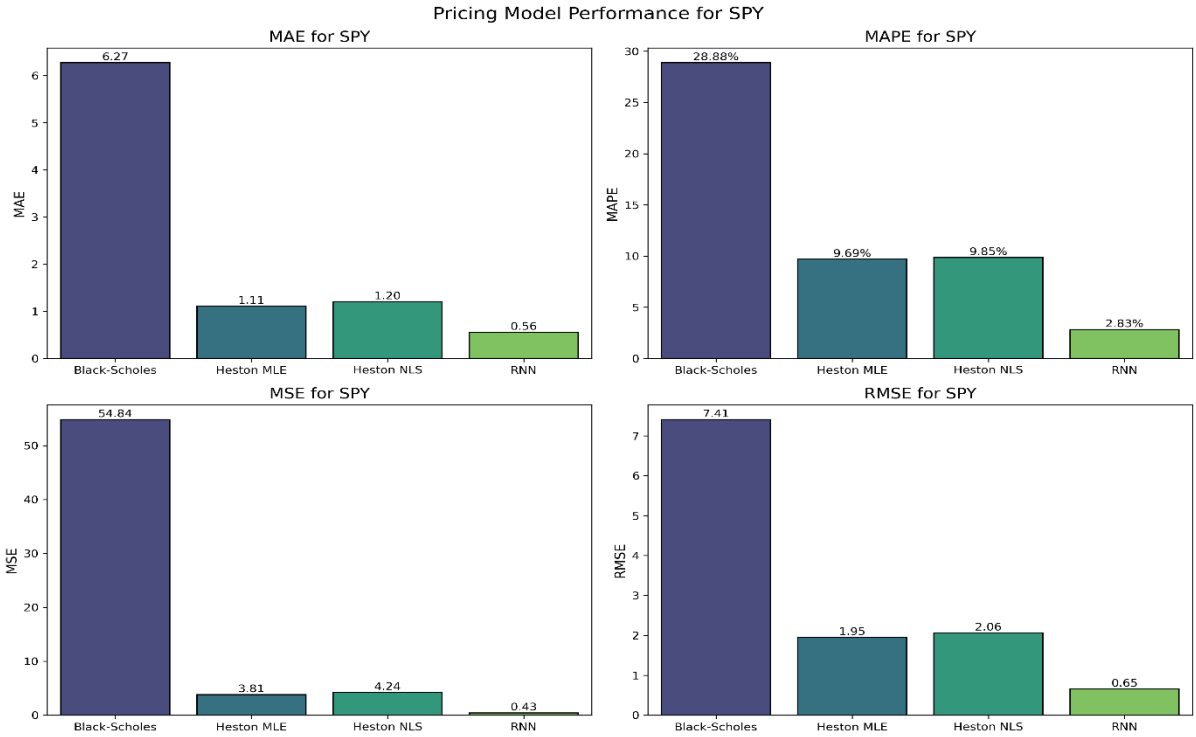
#### 1.1.3.2 صندوق المؤشرات SPY (SPDR S&P 500 ETF)

يمثل صندوق SPY سلة واسعة من الأسهم، ممّا يجعله أقل تقلبا بشكل عام من الأسهم الفردية. تظهر النتائج تباينا هائلا في الأداء، حيث:

- أنموذج (Black-Scholes): قدّم أداء ضعيفًا للغاية، مسجلا MAE بقيمة 6.2744636 و MAPE بنسبة 28.88%. الأهم من ذلك فقد بلغت قيمة MSE أكبر قيمة 54.83969954، مما أدى إلى RMSE مرتفع جدًا بلغ 7.405383146. هذا الـ RMSE المرتفع هو مؤشر خطر، فهو يعني أن الأنموذج لا يخطئ فقط في المتوسط، بل يرتكب أخطاء كبيرة جدًا بشكل متكرر، مما يجعله غير قابل للاستخدام لإدارة المخاطر على خيارات المؤشرات.
- Heston (MLE): أظهر تحسنًا هائلا، حيث انخفض MAE إلى 1.11089802 والـ MAPE إلى 9.69%. الأهم هو الانخفاض الجذري في MSE إلى 3.806495235 مما أدى إلى RMSE بقيمة 1.95102415. هذا يعني أن أنموذج Heston قلل من حجم الأخطاء الكبيرة بأكثر من 73% مقارنة Black-Scholes.
- Heston (NLS): كانت نتائجه مشابهة جدًا لـ MLE، مع MAE قدره 1.20086612 و MAPE بنسبة 9.85%. كانت قيمة MSE أعلى قليلاً عند 4.238227765، ممّا أدّى إلى RMSE بقيمة 2.058695646. هذا الفارق الطفيف في RMSE يشير إلى أن معايرة MLE كانت أفضل بشكل هامشي في تجنب الأخطاء القصوى لـ SPY.
- RNN Model: تفوق على جميع النماذج بشكل ظاهر. حيث حقّق MAE بقيمة 0.555316685 و MAPE مذهل بنسبة 2.83%. لكن الإنجاز الحقيقي يكمن في MSE الذي بلغ 0.426735369 فقط، ممّا أدّى إلى RMSE هو الأدنى بفارق شاسع عند 0.653249852. هذا الـ RMSE المنخفض للغاية (أقل بـ 3 مرات من أنموذج Heston وأكثر من 11 مرة من أنموذج (Black-Scholes) يثبت أن أنموذج RNN ليس فقط الأكثر دقة بل هو الأكثر موثوقية واستقرارًا في تسعير خيارات SPY.

الخلاصة لـ SPY: أنموذج RNN هو الفائز بلا منازع، وقيمته المنخفضة في RMSE تجعله الخيار الأنسب للتطبيقات التي تتطلب دقة وموثوقية عالية.

و **الشكل رقم (115):** يوضح أداء النماذج الأربعة لخيارات صندوق SPY




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

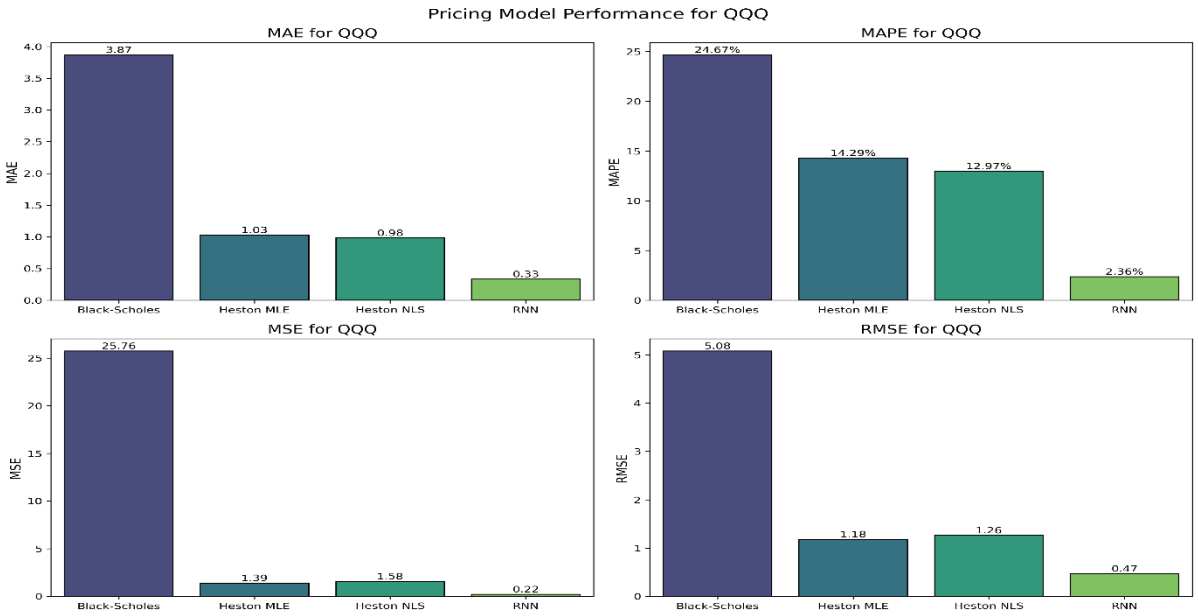
### 2.1.3.2 صندوق المؤشرات QQQ (Invesco QQQ Trust)

على غرار صندوق SPY فإن صندوق QQQ أظهرت فيه النماذج الأربع الأداء التالي:

- أنموذج Black-Scholes: استمر الأداء الضعيف مع MAE بقيمة 3.87 و MAPE بنسبة 24.67%. في حين بلغت قيمة MSE 25.76309036، مما نتج عنه RMSE مرتفع بلغ 5.07573545.
- Heston (MLE): مرة أخرى، نلاحظ تحسنا كبيرا، حيث انخفض MAE إلى 1.02850555. وبلغ MSE قيمة 1.393462174، ممّا أعطى RMSE قدره 1.180449988.
- Heston (NLS): قدّم هذا الأنموذج أداء مشابه لـ MLE. حيث بلغ MAE قيمة 0.98231693، في حين بلغ MSE قيمة 1.580361846، ممّا أدّى إلى إعطاء RMSE بقيمة 1.257124435. وهنا نلاحظ أن أداء MLE كان أفضل قليلاً من حيث مقياس RMSE.
- RNN Model: حافظ على تفوقه المطلق. فقد انخفض MAE إلى 0.333477587 و MAPE إلى 2.36%. وحقّق MSE قدرا منخفضًا جدًا حيث بلغ 0.217734824، ممّا أدّى إلى RMSE هو الأفضل بفارق كبير عند 0.466620643.

الخلاصة لـ QQQ: كرّر RNN نجاحه، حيث إن قيمة RMSE التي تقل عن 0.5 تؤكد قدرته الفائقة على نمذجة خيارات المؤشرات التكنولوجية بدقة عالية وتجنب الأخطاء الفادحة.

**الشكل رقم (116):** أداء النماذج الأربعة لخيارات صندوق QQQ




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

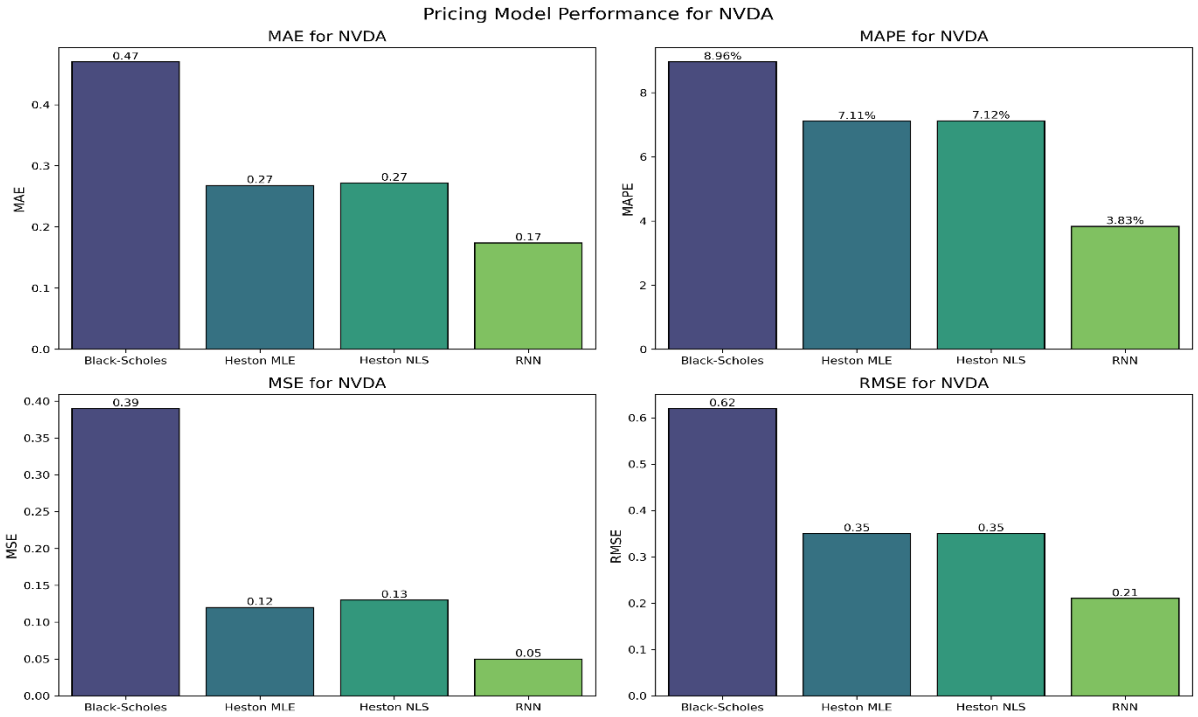
### 3.1.3.2 شركة NVIDIA (NVDA)

تتميز أسهم التكنولوجيا مثل NVDA بتقلبات عالية. حيث نلاحظ أن الفروق في الأخطاء المطلقة (MAE) أقل بشكل عام بسبب انخفاض أسعار الخيارات مقارنة بالمؤشرات. ويظل الترتيب النسبي للأداء كما هو.

- أنموذج Black-Scholes: نظرًا لانخفاض أسعار خيارات NVDA، كانت الأخطاء المطلقة أقل. فقد بلغ MAE 0.47، و MSE بلغ 0.389269231، ممّا أدّى إلى RMSE بقيمة 0.623914442.
- Heston (MLE): نلاحظ تحسنا ملحوظا. فقد انخفض MAE إلى 0.26846419. وانخفض MSE بشكل كبير إلى 0.122706319، مما نتج عنه RMSE قدره 0.350294617.
- Heston (NLS): لم يختلف أداؤه مع أداء MLE. حيث بلغ MAE قيمة 0.27174835، و MSE بلغ 0.12580243، و RMSE بلغ 0.354686382.
- RNN Model: مرة أخرى يُظهر هذا الأنموذج أنه الأفضل. MAE بلغ 0.174042828. وحقق MSE أدنى مقدار بفارق واضح عند 0.045888921، مما أدى إلى RMSE ممتاز بلغ 0.214216995. كما كانت قيمة MAPE مثيرة للاهتمام هنا، حيث لا يزال أنموذج RNN هو الأفضل (3.83%)، ممّا يُؤكد تفوقه حتى عند النظر إلى الخطأ النسبي.

الخلاصة لـ NVDA: بالنسبة لسهم عالي التقلب مثل NVDA، فإن قدرة RNN على تحقيق أقل RMSE (0.214) أمر بالغ الأهمية، فهو يشير إلى فهم أفضل لديناميكيات التقلب المعقدة للسهم.

**الشكل رقم (117):** أداء النماذج الأربعة لخيارات NVDA




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

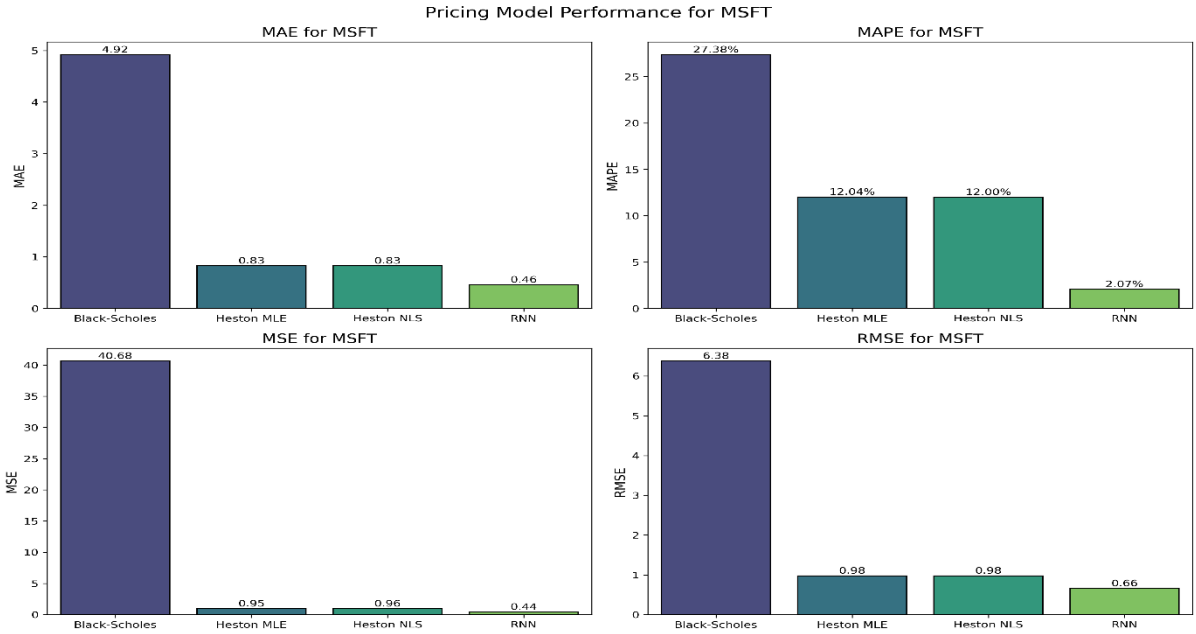
### 4.1.3.2 شركة Microsoft (MSFT)

تتبع نتائج MSFT نفس النمط الذي لوحظ في الشركات السابقة. حيث تم تسجيل:

- Black-Scholes: أداء سيء للغاية مع MAE بقيمة 4.92 و RMSE مرتفع جدًا بلغ 6.378212091 (من MSE قدره 40.68158947)، في حين بلغ MAPE ما نسبته 27.38%.
- Heston (MLE): تحسن جذري لـ MAE الذي انخفض إلى 0.8279512 و RMSE إلى 0.976844509 حيث كان MSE قدره 0.954225195. أما MAPE فكانت نسبته ممتازة 12,04%.
- Heston (NLS): نتائج شبه متطابقة مع MLE، مع MAE بقيمة 0.82612539 و RMSE قدره 0.980474918 (من MSE قدره 0.961331065)، في حين MAPE نسبته 12,00%.
- RNN Model: تفوق واضح لـ MAE الذي بلغ 0.4606941، وRMSE هو الأفضل عند 0.6623994 (من MSE قدره 0.438773058)، أما MAPE فكان الأفضل على الاطلاق بنسبة 2,07%.

الخلاصة لـ MSFT: يؤكد RNN تفوقه من خلال خفض RMSE إلى ما يقرب من 0.66، وهو ما يمثل تحسنًا بنسبة 32% تقريبًا عن نماذج Heston. ويشير هذا إلى أن الأنموذج ليس فقط أكثر دقة في المتوسط، ولكنه أيضًا أكثر استقرارًا وموثوقية عبر مختلف أسعار التنفيذ وآجال الاستحقاق.

**الشكل رقم (118):** أداء النماذج الأربعة لخيارات MSFT




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

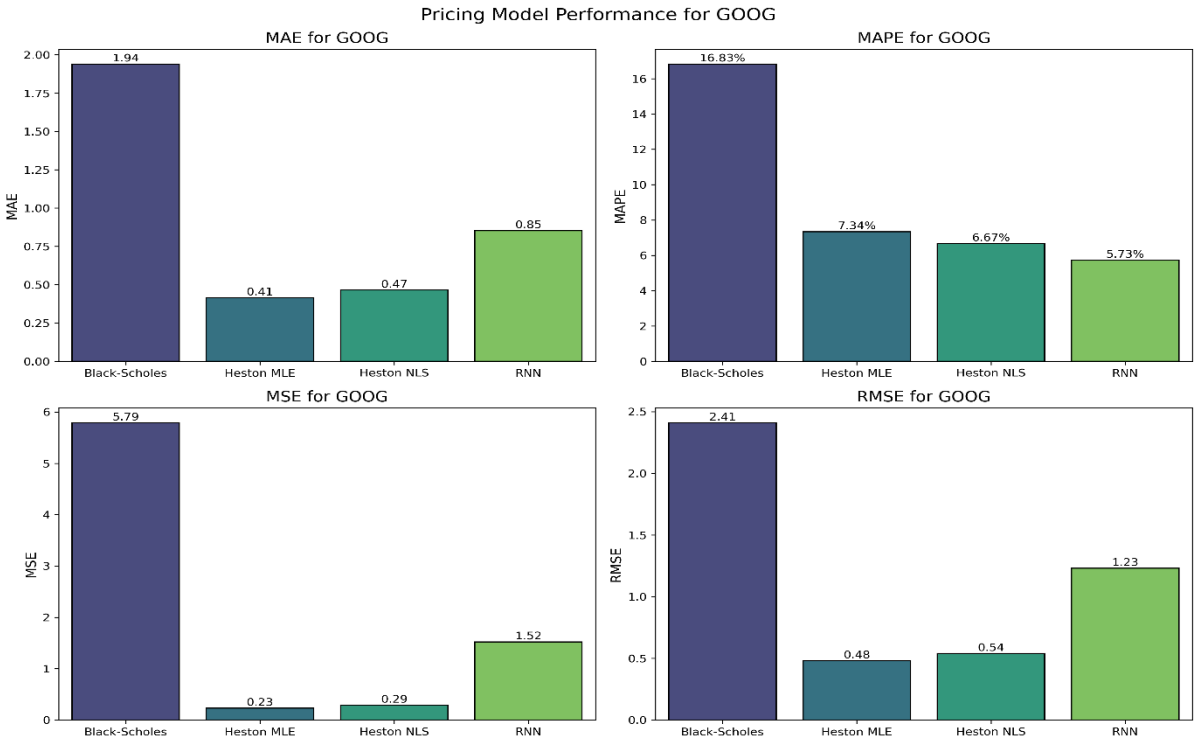
### 5.1.3.2 شركة Google (GOOG)

من خلال استقراء الجدول (53) نلاحظ أن Google حالة مثيرة للاهتمام. على الرغم من أن الترتيب العام للأداء يظل كما هو (RNN > Heston > Black-Scholes)، حيث:

- أنموذج Black-Scholes: MAE بلغ 1.94 و RMSE بلغ 2.40534405 (من MSE قدره 5.78568).
- Heston (MLE): أداء قوي جدًا. MAE انخفض إلى 0.41476646، و RMSE إلى 0.48195681 (من MSE قدره 0.232282367). في حين بلغت نسبة MAPE 7,34%.
- Heston (NLS): لقد كان أداؤه قوي أيضًا، وإن كان أقل بقليل من MLE. و بلغ MAE 0.46522501 و RMSE بلغ 0.536578954 (من MSE قدره 0.287916974)، أما MAPE فبلغت نسبته 6,67%.
- RNN Model: حالة مثيرة للاهتمام. على الرغم من أن MAE كان أعلى قليلاً عند 0.853467953، إلا أن RMSE ارتفع بشكل ملحوظ إلى 1.232441146 (من MSE قدره 1.518911178). هذه هي الحالة الوحيدة التي كان فيها أداء RNN أسوأ من نماذج Heston من حيث RMSE و MSE.

الخلاصة لـ GOOG: هذه النتيجة استثنائية وتشير إلى أن ديناميكيات التقلب في GOOG قد تحتوي على مكونات عشوائية قوية جدًا يستطيع أنموذج Heston التقاطها بشكل أفضل، بينما قد يكون أنموذج RNN قد حاول التكيف مع أنماط غير موجودة (Overfitting) في بيانات التدريب الخاصة بـ GOOG، مما أدى إلى بعض الأخطاء الكبيرة. وعليه يُعتبر Heston-MLE هو الأنموذج الأفضل والأكثر موثوقية لـ GOOG.

**الشكل رقم (119):** أداء النماذج الأربعة لخيارات GOOG




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

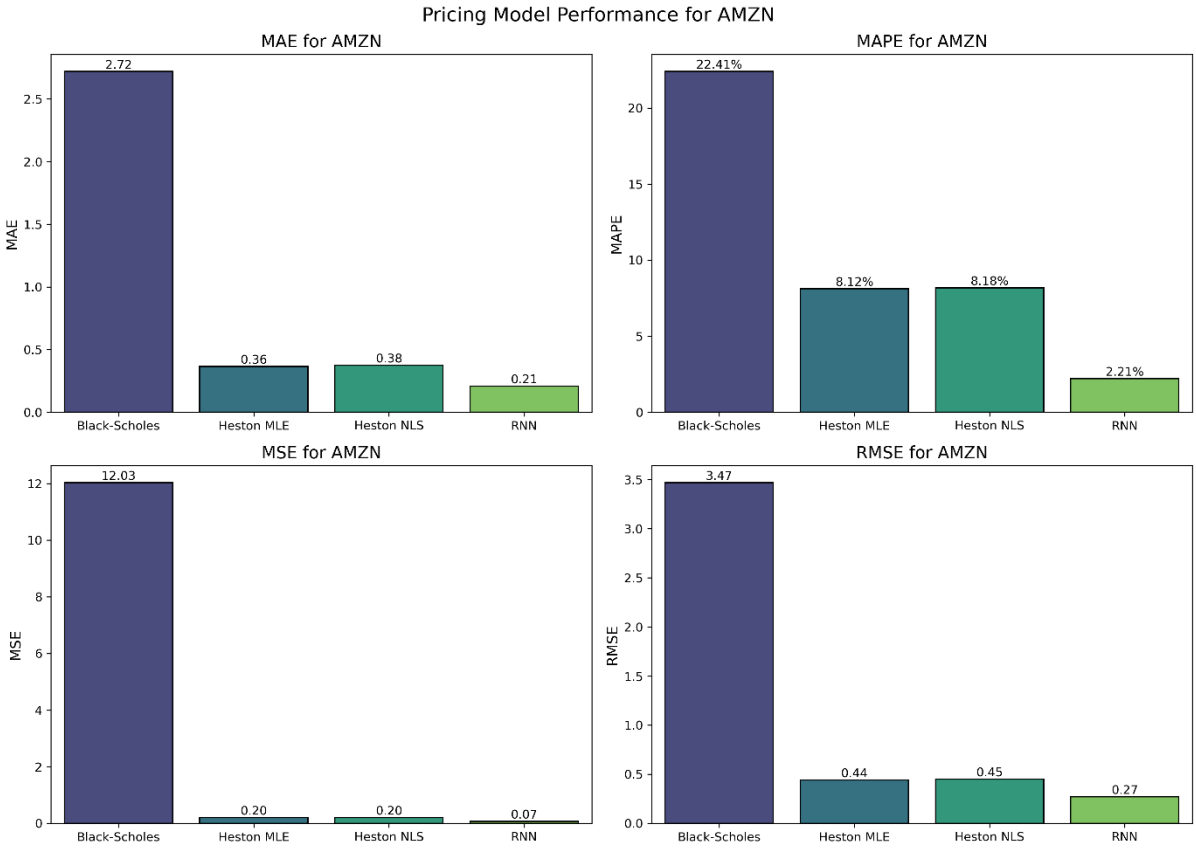
### 6.1.3.2 شركة Amazon (AMZN)

هنا تعود النتائج إلى النمط المعتاد، حيث نلاحظ تفوق ساحق لأنموذج RNN على بقية النماذج:

- أنموذج Black-Scholes: وقد بلغ مقياس MAE 2.72 في حين بلغ RMSE ما قيمته 3.468755999 (من MSE قدره 12.03226818). أما MAPE فأعطى لنا ما نسبته 22,41% وهي نسبة كبيرة.
- Heston (MLE): لاحظنا وجود تحسن كبير، حيث بلغ مقياس MAE 0.36401988، في حين RMSE بلغ 0.44306529 (من MSE قدره 0.196306851). و قدّم لنا MAPE نسبة جيدة بلغت 8,12%.
- Heston (NLS): لم يختلف أداء MAE عن أدائه في Heston (MLE)، حيث بلغ قيمة 0.3751101، أما RMSE فقد بلغ 0.45132885 طبعا من MSE قدره 0.20369773. و بلغ MAPE نسبة 8,18%.
- RNN Model: نلاحظ عودة إلى التفوق المطلق. حيث كان MAE هو الأفضل عند 0.209426674. أما الأهم فهو RMSE هو الأدنى بفارق كبير عند 0.266274861 (من MSE قدره 0.070902302). أظهر لنا مقياس MAPE تفوقا ساحقا بنسبة 2,21%، متوفقا بذلك على باقي النماذج.

الخلاصة لـ AMZN: قدرة RNN على خفض RMSE إلى حوالي 0.26 (تحسن بنسبة 40% عن Heston) تثبت تفوقه الكامل في نمذجة أسهم التكنولوجيا الكبرى. وهو ما يتجلى في الشكل البياني التالي:

**الشكل رقم (120):** أداء النماذج الأربعة لخيارات AMZN




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

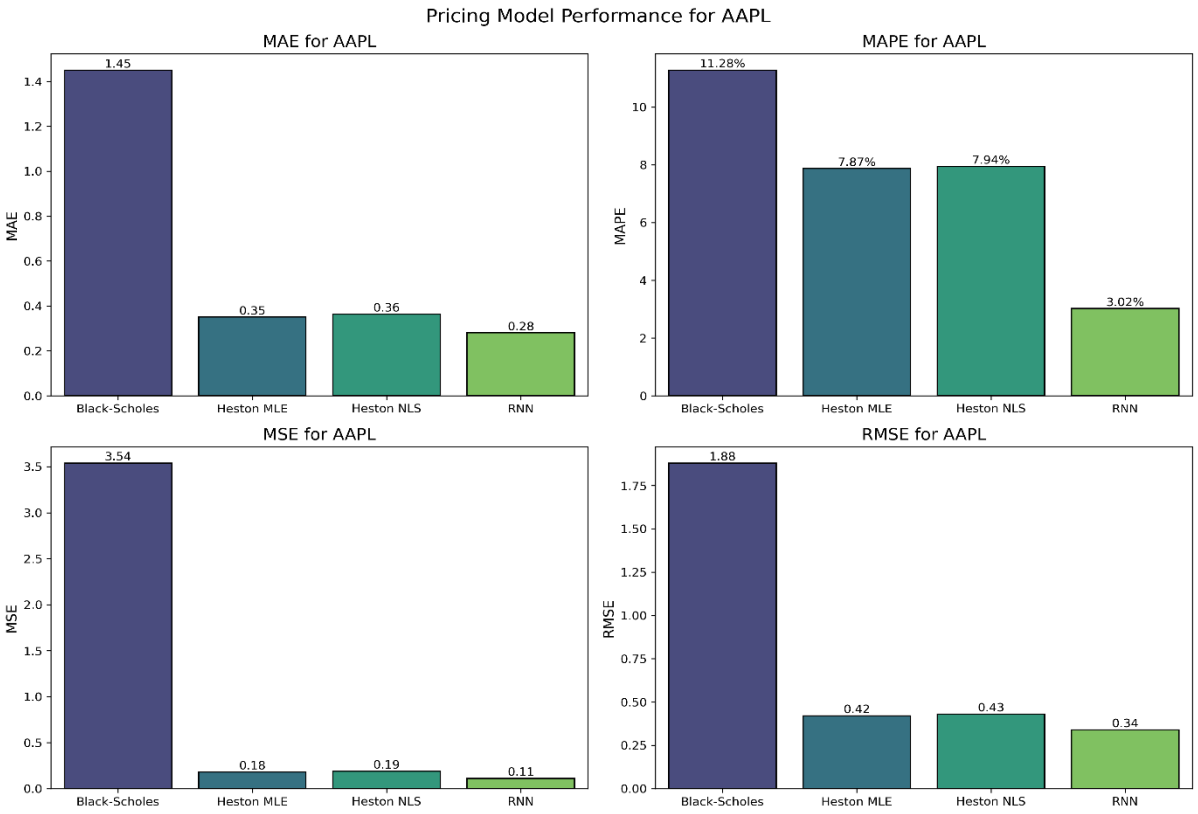
### 7.1.3.2 شركة Apple (AAPL)

في آخر الشركات تؤكد نتائج AAPL الاستنتاجات السابقة. وعليه تم ملاحظة التحليل التالي:

- Black-Scholes: بلغ مقياس MAE مقدار 1.45، في حين بلغت قيمة RMSE 1.880720163 وهو مستمد من قيمة MSE التي قدرها 3.537108333. أما MAPE فبلغت نسبته 11,28%.
- Heston (MLE): وهنا شاهدنا تحسن ملحوظ. حيث بلغ مقياس MAE مقدار 0.35025765، وبلغ RMSE ما قيمته 0.42035151 من MSE الذي قدره 0.17669539. وبلغت نسبة MAPE 7,87%.
- Heston (NLS): تكاد تتطابق نتائجه مع نتائج أنموذج Heston (MLE). و بلغ MAE 0.36348521 أما RMSE فبلغ 0.434486147 (من MSE قدره 0.188778212). أما MAPE فبلغ 7,94%.
- RNN Model: يعتبر الأفضل أداءً. فقد بلغ MAE قيمة 0.280376487. و RMSE هو الأفضل عند 0.335568739 حيث بلغ MSE قدرا بـ 0.112606378. في حين منح MAPE نسبة 3,02%.

الخلاصة لـ AAPL: ينهي RNN الدراسة بأداء متفوق، حيث إن قيمة RMSE المنخفضة التي حققها تجعله الأنموذج الأكثر دقة وموثوقية لتسعير خيارات AAPL.

**الشكل رقم (121):** أداء النماذج الأربعة لخيارات AAPL




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

**2.3.2 تحليل مقارن شامل للنماذج بناءً على متوسط الأداء (Cross-Model Analysis)**

ننتقل الآن إلى الصورة الكلية من خلال تحليل متوسطات الأداء عبر جميع الشركات السبع.

• أنموذج Black-Scholes: كما هو متوقع يظهر هذا الأنموذج أداءً هو الأضعف بفارق شاسع عن النماذج الأخرى. بمتوسط خطأ مطلق (Average MAE) يبلغ 3.464 ومتوسط خطأ مئوي (Average MAPE) يبلغ 21.46%، كما أن المتوسط المرتفع لـ RMSE البالغ 4.909 يؤكد أنه يرتكب أخطاء كبيرة بشكل منهجي عبر مختلف الأصول. من الواضح أن هذا الأنموذج غير مناسب للاستخدام العملي وللتسعير الدقيق في الأسواق الحديثة. افتراضاته الصارمة، وأهمها ثبات التقلب وتوزع العوائد بشكل طبيعي، والتي يتم انتهاكها باستمرار في الواقع العملي ممّا يؤدي إلى أخطاء تسعير كبيرة ومنهجية، خاصة بالنسبة للخيارات الخاسرة (Out Of The Money) أو ذات الآجال الطويلة. يمكن اعتباره خط الأساس (Baseline) الذي يجب على أي أنموذج أكثر تقدمًا أن يتفوق عليه.

• أنموذجا (Heston Models - MLE & NLS): يقدم أنموذجا Heston، بكلا طريقتي المعايرة، قفزة نوعية في دقة التسعير مقارنة بـ Black-Scholes. حيث ينخفض متوسط MAE من 3.464 إلى حوالي 0.67-0.69. هذا التحسن الهائل يُعزى مباشرة إلى قدرة أنموذج Heston على نمذجة التقلب كعملية عشوائية (Stochastic Process)، مما يسمح له بالتقاط ظواهر سوقية حقيقية مثل ابتسامة التقلب ( Volatility Smile) و انحراف التقلب (Volatility Skew).

عند المقارنة بين طريقتي المعايرة (MLE و NLS)، نجد أن الفروق بينهما طفيفة جدًا. يُظهر Heston-MLE متوسط MAE أقل قليلاً (0.669 مقابل 0.686)، بينما يُظهر Heston-NLS متوسط MAPE أقل بشكل ملحوظ (9.64% مقابل 14.74%). في حين بلغ متوسط RMSE 1.038 بالنسبة إلى Heston-MLE مستمدا هذه القيمة من MSE الذي بلغ متوسطه 1,07، في المقابل بلغ نفس المقياس (RMSE) مقدار1.086. وعليه فإن كل من الأنموذجين ينجحان في خفض متوسط RMSE بأكثر من 78% مقارنة بأنموذج Black-Scholes، ممّا يثبت بشكل قاطع أن نمذجة التقلب العشوائي أمر لا غنى عنه. كما نلاحظ أن الفروق بين الأنموذجين طفيفة، مع تفوق هامشي لـ MLE على حساب NLS من حيث RMSE، مما يجعله الخيار الأفضل قليلا بين الاثنين. ومع ذلك، يمكن اعتبار أدائهما متكافئًا إلى حد كبير من منظور عملي.

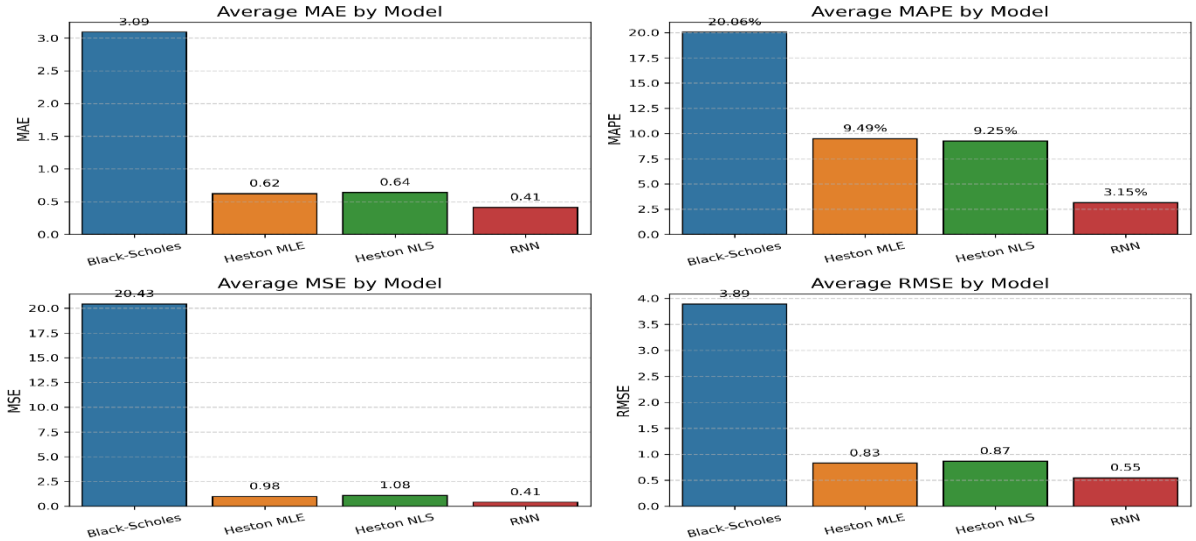
• أنموذج RNN: يمثل أنموذج RNN قمة الأداء في هذه الدراسة. بمتوسط MAE يبلغ 0.424 ومتوسط MAPE لا يتجاوز 2.97%، فإنه يضع معيارًا جديدًا للدقة. لكن الدليل الأقوى على تفوقه هو متوسط RMSE البالغ 0.642. وقد تفوق هذا الأنموذج على نماذج Heston بنسبة تقارب 37%.

هذا الرقم له دلالات عميقة:

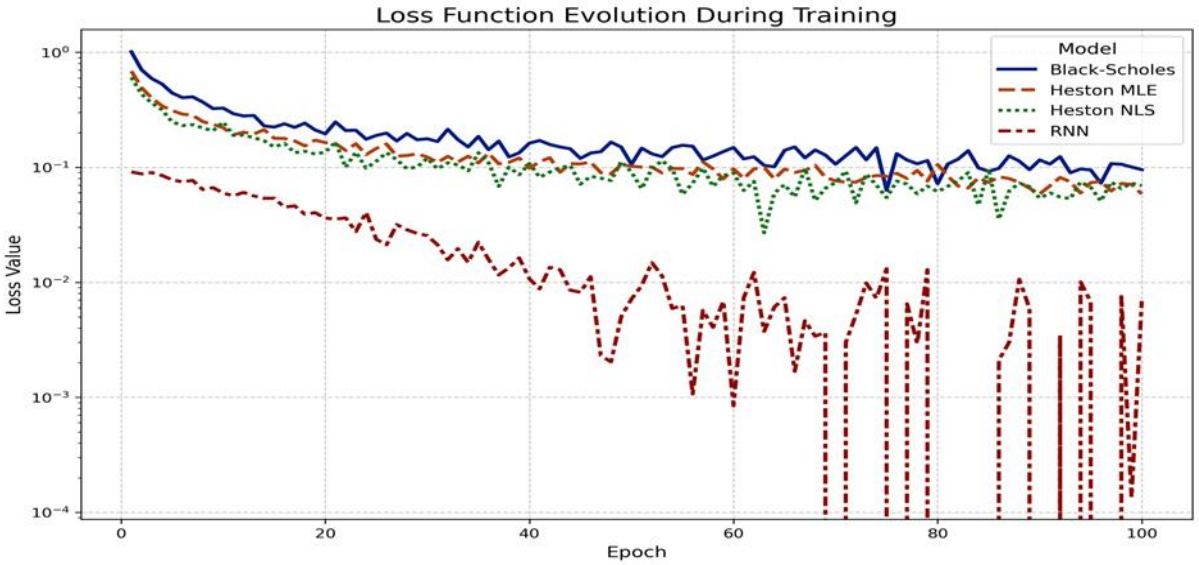
1. تفوق في الموثوقية: متوسط RMSE لأنموذج RNN أقل بنسبة 38% تقريبًا من متوسط RMSE لأفضل أنموذج Heston-MLE. هذا يعني أن أنموذج RNN ليس فقط أكثر دقة في المتوسط (كما يوضح MAE)، بل هو أفضل بكثير في تجنب الأخطاء الكبيرة والخطيرة ماليًا.

2. قوة التعلم: على الرغم من الحالة الشاذة في سهم GOOG، إلا أن الأداء المتفوق للـ RNN عبر ستة من سبعة أصول، وخاصة في صناديق المؤشرات، يثبت أن قدرته على تعلم الأنماط المعقدة من البيانات تتجاوز بشكل عام القدرات المحددة للنماذج العشوائية.

**الشكل رقم (122):** أداء النماذج الأربعة لخيارات بناءً على متوسط الأداء




**الشكل رقم (123):** تطور دالة الخسارة أثناء التدريب




**المصدر:** من إعداد الباحث بالاستناد إلى مخرجات برمجية Python

## خلاصة الفصل

يمثل هذا الفصل الجانب العملي المحوري للدراسة، حيث تم فيه الانتقال من الطرح النظري إلى التطبيق الفعلي بهدف الإجابة على الإشكالية البحثية المتعلقة بكفاءة نماذج التسعير المختلفة. استهل الفصل بتحديد منهجيته وأدواته، حيث تم الاعتماد على المنهج الوصفي التحليلي، واستخدام برمجية بايثون كأداة رئيسية لتنفيذ الحسابات الكمية المعقدة وتطبيق النماذج الثلاثة (Black-Scholes)، Heston، والشبكة العصبية؛ على عينة الدراسة المكونة من 160 خيار شراء أوروبي لسبع شركات تكنولوجيا عالمية، بناءً على بيانات السوق المسجلة في يوم 19 ديسمبر 2024.

بدأ التحليل في المبحث الأول بالتركيز على النماذج الاقتصادية القياسية التقليدية. تم أولاً تطبيق أنموذج (Black-Scholes) باعتباره الأنموذج المعياري ونقطة الانطلاق في المقارنة. وقد أظهرت النتائج، كما كان متوقعاً نظرياً، قصور الأنموذج في التعامل مع الواقع العملي للسوق. فعلى الرغم من بساطته، إلا أن فرضية ثبات التقلب أدت إلى توليد أسعار أظهرت انحرافات واضحة، خاصة عند تقييم الخيارات البعيدة عن سعر التنفيذ، مما يؤكد عدم قدرته على تفسير ظاهرة ابتسامة التقلب السائدة في الأسواق. بعد ذلك، تم تطبيق أنموذج Heston الذي يعالج القصور الجوهري في سابقه عبر افتراضه للتقلب العشوائي. وقد أثبتت نتائج الأنموذج تفوقه الملحوظ على أنموذج (Black-Scholes) في تقديم أسعار أكثر واقعية وقدرة على محاكاة ديناميكيات السوق المعقدة. وعلى الرغم من التحديات التي فرضتها عملية معايرة متغيراته، إلا أن النتائج المستخلصة منه شكلت قاعدة أكثر صلابة للمقارنة مع نماذج الذكاء الاصطناعي.

في المبحث الثاني، انتقل التركيز كلياً نحو المقاربة الحديثة المتمثلة في الشبكات العصبية .تم في هذا الجزء تفصيل خطوات بناء الأنموذج، بدءاً من تصميم هيكل الشبكة، مروراً بتدريبها على بيانات العينة، وانتهاءً بتوظيفها لتوليد أسعار الخيارات. كشفت النتائج عن قدرة فائقة للشبكة العصبية على تعلم الأنماط غير الخطية والعلاقات المتشعبة بين مدخلات السوق وسعر الخيار. وقد تجلى ذلك في تحقيق الأنموذج لأعلى مستويات الدقة عند مقارنة أسعاره بالقيم المرجعية، متفوقاً بذلك على الأنموذجين التقليديين في مهمة "ملاءمة الأسعار (Price Fitting) "ومع ذلك، أبرز التحليل أيضاً الطبيعة الغامضة "كالصندوق الأسود" لهذا الأنموذج، حيث إن دقته العالية لا تقترن بقدرة تفسيرية واضحة للأسس الاقتصادية خلف تقييماته.

أما المبحث الثالث والأخير، فقد توّج الفصل بإجراء تحليل مقارن شامل جمع نتائج النماذج الثلاثة في بوتقة واحدة. تم من خلال هذا المبحث إجراء مقارنة كمية مباشرة باستخدام مقاييس أداء إحصائية لقياس مدى دقة كل أنموذج. وقد أكدت المقارنة النهائية الترتيب الهرمي لأداء النماذج ضمن نطاق هذه الدراسة: حلت الشبكة العصبية في المرتبة الأولى من حيث الدقة، تلاها أنموذج Heston الذي قدم توازناً جيداً بين الدقة والأساس النظري، بينما جاء أنموذج (Black-Scholes) في المرتبة الأخيرة.

بذلك، يكون هذا الفصل قد قدم دليلاً تطبيقياً ملموساً على الفروقات الجوهرية في أداء نماذج التسعير المختلفة، ممهداً الطريق أمام الفصل الختامي لمناقشة أبعاد هذه النتائج، وتقديم توصيات عملية، ورسم آفاق بحثية مستقبلية بناءً على الأدلة التجريبية التي تم إثباتها.

# الخاتمة العامة

وصلت رحلتنا البحثية، التي انطلقت من إشكالية محورية حول مدى أثر تعدد نماذج تسعير الخيارات، وتباينها في قياس معلمة التقلب، على عملية اتخاذ القرار الاستثماري وسلوك المستثمرين في أسواق الخيارات المالية في ظل تعقيدات الأسواق الحالية، إلى محطتها النهائية. سعت هذه الدراسة إلى إجراء مقارنة معمقة بين ثلاثة من أبرز نماذج التسعير: أنموذج Black-Scholes بفرضياته الكلاسيكية، و أنموذج Heston الذي يقدم رؤية أكثر واقعية للتقلب، وأنموذج الشبكات العصبية الذي يمثل قفزة نحو توظيف الذكاء الاصطناعي في التقييم المالي. من خلال تطبيق هذه النماذج على عينة مكونة من 160 خيار شراء أوروبي لسبع شركات رائدة في قطاع التكنولوجيا، بتاريخ 19 ديسمبر 2024، تمكنا من استخلاص مجموعة من النتائج الجوهرية التي تجيب على تساؤلات الدراسة.

بدأ الإطار النظري للدراسة بتأصيل المفاهيم الأساسية للخيارات المالية، موضحاً فلسفة تقييمها ودورها كأداة استراتيجية وتحوطية. وقد تم التركيز بشكل خاص على متغير "التقلب" باعتباره روح عقد الخيار والمحرك الأساسي لقيمته. حيث أوضحنا الانتقال من مفهوم التقلب التاريخي والثابت الذي بني عليه أنموذج Black-Scholes، إلى مفهوم التقلب العشوائي الذي يشكل حجر الزاوية في أنموذج Heston، وهو ما مهد الطريق لفهم قصور الأنموذج الأول ومزايا الثاني. كما استعرضنا الدراسات السابقة التي أكدت على هذه النقلة النوعية في الفكر المالي، وحددنا موقع دراستنا الحالية ضمن هذا السياق كسعي لاختبار هذه النماذج جنباً إلى جنب مع المقاربة الجديدة المتمثلة في الشبكات العصبية.

أما على صعيد الجانب التطبيقي، فقد كشفت النتائج عن تباين واضح في أداء النماذج الثلاثة. أنموذج Black-Scholes، كما كان متوقعاً، قدرته على تقديم سعر معياري أساسي، إلا أنه أظهر قصوراً واضحاً في تفسير الظاهرة المعروفة بـ"ابتسامة التقلب" (Volatility Smile)، حيث كانت أسعاره المقدرة تبتعد بشكل ملحوظ عن الأسعار المرجعية (سواء أسعار السوق أو أسعار النماذج الأكثر تعقيداً)، خاصة بالنسبة للخيارات البعيدة عن سعر التنفيذ (OTM) أو تلك ذات آجال الاستحقاق الطويلة. هذا يؤكد أن فرضية ثبات التقلب لم تعد صالحة لوصف ديناميكيات أسواق التكنولوجيا المتقلبة بطبيعتها.

على النقيض، قدم أنموذج Heston أداءً متفوقاً بشكل ملموس. فبفضل قدرته على نمذجة التقلب كمتغير عشوائي يرتد إلى متوسطه، تمكن من توليد أسعار أكثر اتساقاً مع الأنماط السعرية المشاهدة في الأسواق الحالية، مقدماً تفسيراً أفضل لابتسامة التقلب. ورغم أن عملية معايرة متغيراته الخمسة شكلت تحدياً حسابياً، إلا أن النتائج أثبتت أن الجهد المبذول في تطبيق هذا الأنموذج يقابله دقة أعلى وقدرة تفسيرية أعمق لمخاطر السوق.

أما أنموذج الشبكة العصبية، فقد برز كالأداة الأقوى من حيث الدقة التنبؤية البحتة. بفضل قدرته على تعلم الأنماط غير الخطية المعقدة مباشرة من البيانات دون التقيد بفرضيات مسبقة، استطاع الأنموذج توليد أسعار كانت هي الأقرب للأسعار المرجعية ضمن العينة المدروسة. لقد أثبت الأنموذج أن منهجيات التعلم الآلي تمتلك إمكانات هائلة في مجال التسعير اللحظي والآني، خاصة في البيئات الغنية بالبيانات. إلا أن هذه الدقة جاءت على حساب القدرة التفسيرية.

إن الإجابة على إشكالية الدراسة "أي النماذج هو الأفضل؟" ليست إجابة مطلقة، بل هي إجابة نسبية تعتمد على الهدف من عملية التسعير. فالنتائج التي توصلنا إليها تحمل في طياتها أبعاداً مهمة للمتعاملين في الأسواق المالية وللأوساط الأكاديمية على حد سواء.

فمن ناحية، إذا كان الهدف هو الحصول على تقييم سريع وفهم أساسي للمتغيرات المؤثرة، فإن أنموذج Black-Scholes لا يزال يحتفظ بقيمته كأداة تعليمية ونقطة انطلاق. أما إذا كان الهدف هو إدارة المخاطر بشكل فعال والقيام بعمليات تحوط دقيقة، فإن أنموذج Heston يثبت جدارته كخيار أفضل، حيث إن المتغيرات التي يقدمها (مثل مستوى التقلب وسرعة ارتداده للمتوسط) تزود مدير المخاطر برؤية أعمق حول ديناميكيات السوق. أما بالنسبة للمتداولين الخوارزميين (Algorithmic Traders) الذين تهمهم الدقة التنبؤية اللحظية في المقام الأول، فإن الشبكات العصبية تقدم أداة لا يمكن تجاهلها، شريطة أن يتم استخدامها بحذر وإدراك لقيودها. بالتالي، تكشف الدراسة عن عدم وجود أنموذج مثالي واحد، بل عن وجود صندوق أدوات يحتوي على نماذج مختلفة، يتم اختيار الأنسب من بينها بناءً على المهمة المطلوبة.

وتبرز هذه النتائج أهمية الانتقال في الفكر المالي من النماذج الكلاسيكية الجامدة إلى نماذج أكثر مرونة وديناميكية. كما تؤكد على أن الثورة التي أحدثها الذكاء الاصطناعي لم تعد مقتصرة على المجالات التقنية، بل أصبحت لاعباً أساسياً في قلب الصناعة المالية، مما يفرض على الأكاديميين والممارسين تطوير مهارات جديدة تجمع بين الفهم المالي العميق والقدرة على التعامل مع الأدوات الحاسوبية المتقدمة.

ومع ذلك، لا بد من التذكير بأن هذه الاستنتاجات محاطة بسياج من المحددات التي تمثل في الوقت ذاته حدوداً لهذه الدراسة. أولاً، الحدود الزمانية، حيث إن النتائج مبنية على "لقطة" من السوق في يوم واحد. إن أداء النماذج قد يختلف جذرياً في ظل ظروف سوق مختلفة، كأوقات الأزمات المالية أو فترات الهدوء النسبي. ثانياً، الحدود المكانية والموضوعية، فالدراسة اقتصرت على قطاع التكنولوجيا المعروف بتقلبه المرتفع، وعلى نوع محدد من الخيارات (خيارات الشراء الأوروبية).

**نتائج اختبار الفرضيات**

❋ نصت **الفرضية الأولى** على أنه توجد فروقات ذات دلالة إحصائية وجوهرية بين أسعار الخيارات المحسوبة باستخدام نماذج مختلفة: لاختبار هذه الفرضية، استخدمنا مقاييس الخطأ (MAE, RMSE, MAPE) كدليل غير مباشر على الفروقات في الأسعار التي تنتجها النماذج. إذا كانت الفروقات بين أسعار النماذج والأسعار السوقية الفعلية (أي الأخطاء) تختلف بشكل كبير وجوهري من أنموذج لآخر، فهذا يعني بالضرورة أن الأسعار المحسوبة بواسطة النماذج نفسها كانت مختلفة بشكل كبير. والنتائج المتوصل إليها تدعم هذه الفرضية بقوة للأدلة التالية:

1. المقارنة على مستوى المتوسطات :عند النظر إلى متوسط الأداء عبر جميع الشركات، نرى تباينًا هائلاً. بلغ متوسط الخطأ المطلق (MAE) لأنموذج Black-Scholes حوالي 3.46، بينما بلغ 0.67 لأنموذج Heston-MLE، و 0.42 فقط لأنموذج RNN. هذه الأرقام ليست متقاربة على الإطلاق، بل تعكس عوالم مختلفة من الدقة.
2. دلالة مقياس RMSE: يعتبر الفارق في مقياس RMSE هو الدليل الأكثر حسماً. بلغ متوسط RMSE لأنموذج Black-Scholes قيمة 4.91. في المقابل انخفض هذا الرقم إلى حوالي 1.04 لأنموذج Heston-MLE وإلى 0.64 لأنموذج RNN. هذا الفارق ليس مجرد فرق رقمي، بل هو فرق جوهري يعكس قدرة مختلفة تمامًا على تسعير المخاطر وتجنب الأخطاء الكبيرة. أنموذج يخطئ في المتوسط بمقدار 4.91 دولار يختلف جوهريًا عن أنموذج يخطئ بمقدار 0.64 دولار فقط.
3. الدليل النسبي (MAPE): يؤكد مقياس MAPE هذه الفروقات بشكل أكبر. حيث بلغ متوسط الخطأ النسبي لأنموذج Black-Scholes نسبة 21.46%، بينما كان 9,64% لأنموذج Heston-NLS في حين أنه كان2.97% فقط لأنموذج RNN. هذا الفارق الهائل يثبت أن الأسعار التي تنتجها النماذج تختلف بشكل جذري في علاقتها بالأسعار السوقية.

<u>الخلاصة:</u> الفرضية مدعومة بقوة، وعليه تم رفض الفرضية الصفرية (H0): لا توجد فروقات ذات دلالة إحصائية بين أسعار الخيارات المحسوبة باستخدام نماذج مختلفة لنفس الأصل المالي وفي نفس الظروف. وقبول الفرضية البديلة (H1) التي تنص على وجود فروقات ذات دلالة إحصائية وجوهرية بين أسعار الخيارات المحسوبة باستخدام مختلف النماذج. وهذا طبقا للأدلة الإحصائية من خلال مقاييس الخطأ التي أظهرت فروقات هائلة ومنهجية بين أداء النماذج. هذا يثبت بشكل قاطع أن الأسعار التي تم حسابها باستخدام Black-Scholes و Heston و RNN كانت مختلفة تمامًا عن بعضها البعض.

❋ ونصت **الفرضية الثانية** على أن نماذج التقلب العشوائي (Stochastic Volatility) تنتج نطاقات تسعير أوسع من النماذج الثابتة. لاختبار هذه الفرضية، سنقارن الأسعار التي ينتجها كل من أنموذج Black-Scholes (ممثل النماذج ذات التقلب الثابت) وأنموذج Heston (ممثل نماذج التقلب العشوائي) بأسعار السوق الفعلية. الفكرة هي أن نطاق التسعير الأوسع لا يعني مجرد إنتاج أرقام أكبر أو أصغر، بل يعني القدرة على تسعير الخيارات بدقة عبر مجموعة متنوعة من أسعار التنفيذ (Strike Prices)، خاصة تلك البعيدة عن السعر الحالي للخيار (Spot Price). ويعتبر الأنموذج الذي يفشل في تسعير الخيارات البعيدة بشكل صحيح لديه نطاق تسعير ضيق وغير فعّال. ومن خلال استغلال جداول الأسعار السابقة والنتائج المتوصل اليها من تحليلها، يظهر الفرق الجوهري. لقد فشل أنموذج Black-Scholes فشلاً كبيرا، حيث قلّل من قيمة الخيار بشكل كبير جداً في جميع تواريخ الاستحقاق و لمعظم أسعار التنفيذ. في المقابل، قدّم أنموذج Heston تقييماً أكثر واقعية وقرباً من السوق. هذا يثبت أن هذا الأنموذج لديه القدرة على التمدد لتسعير احتمالات الأحداث البعيدة التي يتجاهلها أنموذج Black-Scholes.

<u>الخلاصة:</u> تم رفض الفرضية الصفرية (H0) التي تنص على أن نوع أنموذج التقلب (عشوائي أو ثابت) ليس له أي تأثير على نطاق التسعير. بمعنى آخر، نطاق التسعير الذي ينتجه أنموذج التقلب العشوائي (Heston) هو نفسه الذي ينتجه أنموذج التقلب الثابت (Black-Scholes). بالمقابل تم قبول الفرضية البديلة (H1) وهي أن نماذج التقلب العشوائي (Heston) تنتج بالفعل نطاقات تسعير أوسع وأكثر واقعية من نماذج التقلب الثابت (Black-Scholes)، خاصة عند تقييم الخيارات البعيدة عن سعر السوق.

إن قدرة أنموذج Heston على تقديم أسعار أكثر دقة للخيارات الخاسرة (Out of the Money) هي الدليل العملي على أنه يمتلك نطاق تسعير أوسع وأكثر مرونة. هذا لأنه لا يتقيد بافتراض التقلب الثابت، بل يمكنه التكيف ليعكس كيف يقوم السوق الفعلي بتسعير المخاطر عبر مجموعة كاملة من أسعار التنفيذ، وهي ظاهرة تُعرف باسم ابتسامة التقلب (Volatility Smile).

❋ أما **الفرضية الثالثة** فنصت على أن جميع نماذج تسعير الخيارات لها نفس القدرة التنبؤية للأسعار السوقية الفعلية، ولا يوجد أنموذج أفضل من غيره بشكل مستمر وهذه هي الفرضية الصفرية (H0) للدراسة. إذا كانت هذه الفرضية صحيحة، فيجب أن تكون قيم مقاييس الخطأ لجميع النماذج متقاربة وعشوائية الترتيب عبر الشركات المختلفة. لاختبارها، سنبحث عن دليل على وجود فروقات كبيرة ومنهجية، وعن وجود أنموذج يتفوق بشكل مستمر.

تحليل الأدلة: البيانات ترفض هذه الفرضية بشكل قاطع للأسباب التالي:

1. غياب التكافؤ: لا يوجد أي دليل على أن النماذج لها نفس القدرة التنبؤية. كما رأينا في اختبار الفرضية الأولى، الفجوة في الأداء (على سبيل المثال، متوسط RMSE البالغ 4.91 لـ Black-Scholes مقابل 0.64 لـ RNN) هائلة جدًا ولا يمكن أن تكون نتيجة للصدفة.
2. وجود نمط مستمر: الجزء الثاني من الفرضية (لا يوجد أنموذج أفضل من غيره بشكل مستمر) يتم دحضه بوضوح في 6 من أصل 7 شركات تم اختبارها ( SPY, QQQ, NVDA, MSFT, AMZN, AAPL)، كان ترتيب الأداء ثابتًا تمامًا: RNN هو الأفضل، يليه Heston، ثم Black-Scholes في المرتبة الأخيرة. هذا الاتساق في الأداء هو عكس ما تتوقعه الفرضية الصفرية.
3. الاستثناء يؤكد القاعدة: الحالة الوحيدة التي انكسر فيها هذا النمط (شركة GOOG) لا تدعم الفرضية. حتى في هذه الحالة، لم تكن النماذج متساوية، بل تفوق نموذج Heston على RNN و Black-Scholes، مما يؤكد مرة أخرى وجود اختلافات في القدرة التنبؤية وأن أنموذجًا معينًا يمكن أن يكون الأفضل لظروف معينة.

<u>الخلاصة:</u> تم رفض الفرضية الصفرية (H0) بشكل قاطع والتي تنص على أن جميع نماذج تسعير الخيارات لها نفس القدرة التنبؤية للأسعار السوقية الفعلية، ولا يوجد أنموذج أفضل من غيره بشكل مستمر. في حين تم قبول الفرضية البديلة (H1): التي تنص على أنه يتفوق أحد النماذج (مثل النماذج التي تستخدم التقلب الضمني على النماذج الأخرى في مواءمة أسعاره المحسوبة مع الأسعار الفعلية في السوق، مما يجعله أداة أكثر فعالية للمستثمرين. والبيانات تقدم دليلاً قوياً ومستمراً على أن نماذج تسعير الخيارات ليس لها نفس القدرة التنبؤية.

خلاصة اختبار الفرضيات وبناءً على التحليل، تم التوصل إلى الاستنتاجات التالية:

- تم **تأكيد الفرضية الأولى** بقوة :تبيّن وجود فروقات جوهرية وواضحة في دقة الأسعار بين النماذج المختلفة، حيث أظهرت مقاييس الخطأ تبايناً هائلاً بينها.
- تم **تأكيد الفرضية الثانية** بقوة :أثبتت البيانات أن نماذج التقلب العشوائي (Heston) تمتلك بالفعل نطاق تسعير أوسع وأكثر فعالية، ويتجلى ذلك في قدرتها المتفوقة على تسعير الخيارات البعيدة عن سعر السوق مقارنةً بأنموذج التقلب الثابت (Black-Scholes).
- تم **رفض الفرضية الثالثة**: تم دحض فكرة أن جميع النماذج متساوية في قدرتها التنبؤية. أظهرت النتائج وجود تسلسل هرمي واضح ومستمر في الأداء، مما يثبت أن بعض النماذج أفضل بشكل منهجي من غيرها.

**مقترحات الدراسة**

إن تعميم هذه النتائج على قطاعات أخرى أو أنواع مختلفة من المشتقات يتطلب أبحاثاً إضافية. إن الاعتراف بهذه الحدود ليس انتقاصاً من قيمة الدراسة، بل هو دعوة لفهم نتائجها في إطارها الصحيح، وتأكيد على أن البحث العلمي هو عملية تراكمية ومستمرة.

في ضوء النتائج والمناقشات السابقة، يمكن تقديم مجموعة من التوصيات العملية واقتراح عدد من المسارات البحثية المستقبلية التي من شأنها البناء على ما تم التوصل إليه في هذه الدراسة.

**على صعيد التوصيات العلمية:**

1. اعتماد المقاربات الهجينة (Hybrid Approaches): نوصي المؤسسات المالية وصناديق التحوط بعدم المفاضلة الحصرية بين النماذج، بل التوجه نحو بناء أنظمة هجينة. يمكن استخدام نموذج هيستون لتحديد النطاق السعري العادل والمبني على نظرية مالية رصينة، ثم استخدام الشبكات العصبية كطبقة إضافية لضبط هذا السعر بناءً على الأنماط الدقيقة والسريعة للسوق التي قد لا تلتقطها النماذج الكلاسيكية.
2. التركيز على إدارة المخاطر القائمة على النماذج التفسيرية: بالنسبة لأقسام إدارة المخاطر، نوصي بإعطاء الأولوية للنماذج التي توفر رؤى واضحة حول مصادر المخاطرة (مثل أنموذج Heston) بدلاً من الاعتماد الكلي على النماذج غامضة التفسير. ففهم "لماذا" يتغير السعر لا يقل أهمية عن التنبؤ بـ"كم" سيتغير.
3. الاستثمار في بناء القدرات: يجب على المؤسسات المالية الاستثمار في تدريب المحللين الماليين ومديري المحافظ على مهارات البرمجة (مثل Python) وفهم منهجيات التعلم الآلي، لتمكينهم من تطوير واستخدام وتقييم هذه الأدوات المتقدمة بشكل نقدي وفعال.

**على صعيد الآفاق البحثية المستقبلية:**

1. توسيع النطاق الزمني والقطاعي: يمكن للدراسات المستقبلية أن تتجاوز حدود هذه الدراسة عبر تحليل أداء النماذج على فترات زمنية طويلة تشمل دورات اقتصادية مختلفة (فترات نمو وركود وأزمات)، وتوسيع نطاق العينة لتشمل قطاعات متنوعة كالطاقة والبنوك والرعاية الصحية.
2. اختبار نماذج متقدمة أخرى: يمكن إجراء دراسات مقارنة جديدة تتضمن نماذج أكثر تطوراً، مثل نماذج القفزات السعرية (Jump-Diffusion Models) كأنموذج ميرتون، أو نماذج التقلب الأخرى مثل SABR، ومقارنتها بأنواع مختلفة من الشبكات العصبية مثل الشبكات العصبية المتكررة (RNN) أو شبكات الذاكرة طويلة قصيرة المدى (LSTM) الأكثر ملاءمة للبيانات السلسلة الزمنية.

3. الانتقال من دقة التسعير إلى كفاءة التحوط: يمكن أن يركز بحث مستقبلي على مقارنة كفاءة التحوط (Hedging Performance) للنماذج الثلاثة. فبدلاً من مجرد مقارنة الأسعار النظرية، يتم قياس قدرة كل نموذج على تقليل الخطأ في محافظ التحوط (مثل Delta-Gamma Hedging) في بيئة تداول حقيقية أو محاكاة.

4. فتح الصندوق الأسود للشبكات العصبية: يمثل توظيف تقنيات الذكاء الاصطناعي القابل للتفسير (Explainable AI - XAI) حقلاً بحثياً واعداً. يمكن من خلاله محاولة فهم القرارات التي يتخذها أنموذج الشبكة العصبية، وتحديد المتغيرات الأكثر تأثيراً في تقديراته، مما يزيد من ثقة المستخدمين في مخرجاته.

5. تسعير الخيارات باستخدام LSTMs متعددة الطبقات (Stacked LSTMs): تطوير نموذج LSTM مكون من عدة طبقات لتسعير خيارات. واستخدام تقنية Dropout وBatch Normalization لتحسين التعميم وتقليل Overfitting.

6. دمج LSTM مع مؤشرات السوق (Feature Fusion): وهذا بإدخال متغيرات إضافية مثل: مؤشر التقلب VIX، أسعار الفائدة، أحجام التداول، الأخبار. وتحليل أثر هذه المتغيرات على دقة التسعير باستخدام LSTMs.

في الختام، تؤكد هذه الدراسة أن السعي نحو أنموذج التسعير الأمثل هو رحلة مستمرة تتطور بتطور الأسواق المالية والأدوات التكنولوجية. لقد انتقلنا من عالم المعادلات الأنيقة إلى عالم الخوارزميات المعقدة، ويبدو أن مستقبل التقييم المالي الدقيق يكمن في القدرة على الدمج الخلاق بين صرامة النظرية المالية وقوة تحليل البيانات الهائلة.

# قائمة المراجع

**أولا: المراجع باللغة العربية**

آل شبيب، د. ك. (2009). *الإستثمار و التحليل الإستثماري* (الطبعة الأولى، المجلد 431). دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع. https://books.google.dz/books?id=Yg9hDwAAQBAJ

باهي، ن. (2019). تقدير القيمة المعرضة للخطر للخيارات الأوروبية في إطار نموذج بلاك شولز: توسيع دلتا قاما -دراسة حالة بورصة باريس-. *مجلة الإستراتيجية والتنمية*، *9*(5)، 472–493. https://asjp.cerist.dz/en/article/98567

بداوي، م. (2015). تطبيق معادلة الحرارة في السوق المالي (نموذج بلاك – شولز). *مجلة إدارة الأعمال والدراسات الاقتصادية*، *1*(2)، 136–148. https://asjp.cerist.dz/en/article/36753

بن الضب، ع. (2020). *مبادئ الهندسة المالية* (الطبعة الأولى). دار الحامد للنشر.

حليمة، ع.، عبد الحفيظ، خ.، ومحمد الأمين، ع. (2022). تحليل العلاقة بين المؤشر العام لأسعار الأسهم ومؤشرات نشاط صناديق الاستثمار (دراسة تطبيقية في سوق الأسهم السعودي) خلال الفترة (1996-2017). *Revue Les Cahiers Du POIDEX*، *11*(1)، 127–147. https://www.asjp.cerist.dz/en/article/197155

حنفى، ع. ا. (2001). *اساسيات الاستثمار فى بورصة الاوراق المالية* (الطبعة الأولى). مجموعة النيل العربية طباعة نشر توزيع. https://books.google.dz/books?id=0lJrQgAACAAJ

دادن، ع. ا.، و بن الضب، ع. (2012). تقييم المؤسسات من منظور نظرية الخيارات نموذج BLACK-SCHOLES 1973. *مجلة أبحاث اقتصادية وإدارية*، *6*(1)، 315–329. https://asjp.cerist.dz/en/article/49353

دعاس، ز. ب. (2016). تسعير عقود الخيارات المالية باستخدام نموذج بلاك شولز - حالة سوق الخيارات الكويتي -. *مجلة معارف*، *11*(20)، 229–244. https://asjp.cerist.dz/en/article/53422

الدوري، م.، وعقل، س. (2012). *إدارة المشتقات المالية*. مكتبة الجامعة.

الربيعي، ح.، والفتلاوي، م. (2011). *المشتقات المالية* (الطبعة الأولى). دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

ريحانة، ا. (2023). *علاقة مؤشرات سوق الأسهم السعودي بالنمو الاقتصادي وتحقيق الرؤية الاقتصادية 2030 للمملكة العربية السعودية*. المجلة العلمية لنشر البحوث. https://sjr-publishing.com/wp-content/uploads/2019/03/%D8%B9%D9%84%D8%A7%D9%82%D8%A9-%D9%85%D8%A4%D8%B4%D8%B1%D8%A7%D8%AA-%D8%B3%D9%88%D9%82-%D8%A7%D9%84%D8%A3%D8%B3%D9%87%D9%85-%D8%A7%D9%84%D8%B3%D8%B9%D9%88%D8%AF%D9%8A-%D8%A8%D8%A7%D9%84%D9%86%D9%85%D9%88-%D8%A7%D9%84%D8%A7%D9%82%D8%AA%D8%B5%D8%A7%D8%AF%D9%8A-2.pdf

الزحيلي، و. (2006). *المعاملات المالية المعاصرة*.

سعودي، ب. (2017). تسعير عقود خيار الشراء وفقا لنموذج بلاك وسكولز -دراسة تطبيقية على بورصة باريس. *مجلة دراسات العدد الاقتصادي*، *8*(2)، 295–315. https://asjp.cerist.dz/en/article/90460

طاولي، م. ك.، ومصطفاي، م. (2018). تسعير الخيار الأوروبي في الزمن المنفصل والزمن المستمر: مقارنة بين نموذجي Scholes & Black و Binomial. *مجلة السياسات الإقتصادية في الجزائر*، *6*(1)، 237–260. https://asjp.cerist.dz/en/article/69730

عاشور، م. ع. ا. (2018). *الشبكات العصبية الاصطناعية وطرائق تنبؤ السلاسل الزمنية* (الطبعة الأولى). دار الذاكرة للنشر و التوزيع. https://doi.org/9789922600000

العبادي، هـ. ف. (2008). *الهندسة المالية وأدواتها بالتركيز على إستراتيجيات الخيارات المالية* (الطبعة الأولى). مؤسسة الوراق للنشر و التوزيع.

العلي، ا. (2020). *الإدارة المالية للشركات*. منشورات الجامعة الإفتراضية السورية. https://pedia.svuonline.org/pluginfile.php/2584/mod_resource/content/19/%D8%A7%D9%84%D8%A7%D8%AF%D8%A7%D8%B1%D8%A9%20%D8%A7%D9%84%D9%85%D8%A7%D9%84%D9%8A%D8%A9%20%D9%84%D9%84%D8%B4%D8%B1%D9%83%D8%A7%D8%AA.pdf

عثمان، م. د.، وعنانزة، ع. ا. (2020). *المشتقات المالية وادارة المخاطر* (الطبعة الأولى). دار الفكر ناشرون وموزعون.

قندوز، د. ع. ا. (2017). *الخيارات، المستقبليات والمشتقات المالية الأخرى*. E-Kutub Ltd. https://books.google.dz/books?id=hKE0DwAAQBAJ

قندوز، ع. ا. (2016). *أساسيات المشتقات المالية: الخيارات، العقود الآجلة والمستقبلية، المقايضات*.

كفاء، ع. ع. أ. ر. (2018). *أنموذج مقترح لتسعير الخيارات في إطار العائد والمخاطرة -دراسة تطبيقية*. كلية الإدارة والاقتصاد / الجامعة المستنصرية.

لحيلح، ل.، وتقرارت، ي. (2024). آفاق تطبيق نموذج الإشتقاق المالي Black-scholes في ظل تحديث النظام المحاسبي المالي -دراسة حالة بورصة الجزائر-. *مجلة إقتصاد المال والأعمال*، *8*(2)، 743–758. https://asjp.cerist.dz/en/article/239455

مصطفاي، م.، وطاولي، م. ك. (2021). نموذجي بلاك شولز وبنوميال لتسعير الخيارات المالية ودورهما في اتخاذ القرار الاستثماري – دراسة حالة بنك مجموعة أستراليا ونيوزيلندا المصرفية للفترة 2018. *مجلة معهد العلوم الإقتصادية*، *24*(1)، 46–66. https://asjp.cerist.dz/en/article/153443

هندي، م. إ. (2011). *إدارة المخاطر الجزء الثالث: عقود الخيارات* (الطبعة الأولى). منشأة المعارف.

## ثانيا: المراجع باللغة الإنجليزية


A. Itankan, W., M. Odekunle, R., Muhammad, A. A., Alam, K., & Gupta, S. (2024). Integration of modified Heston model (jump and sentiment factor) with artificial neural networks (ANN) for volatility forecasting in financial markets. *International Journal of Development Mathematics (IJDM), 1*(3), 023–037. https://doi.org/10.62054/ijdm/0103.03

Aasiya, L., & Verma, C. K. (2015). Review: Option pricing models. *Electronic Journal of Mathematical Analysis and Applications, 3*(2), 112–138.

Adam, H. (2021, February 14). *Leptokurtic distributions: Definition, example, vs. platykurtic*. Investopedia. https://www.investopedia.com/terms/l/leptokurtic.asp

Adam, H. (2022, August 28). *Stochastic volatility (SV): What it is, how it works*. Investopedia. https://www.investopedia.com/terms/s/stochastic-volatility.asp

Aggarwal, C. C. (2023). *Neural networks and deep learning* (2nd ed.). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29642-0

Ahmed, R. R., Vveinhardt, J., Štreimikienė, D., & Ghauri, S. P. (2018). Stock returns, volatility and mean reversion in emerging and developed financial markets. *Technological and Economic Development of Economy, 24*(3), 1149–1177. https://doi.org/10.3846/20294913.2017.1323317

Akansu, A. N., & Torun, M. U. (2015). *A primer for financial engineering: Financial signal processing and electronic trading* (1st ed., Vol. 153). Academic Press.

Akram, S., & Ann, Q. U. (2015). Newton Raphson method. *International Journal of Scientific & Engineering Research, 6*(7), 1748–1752. https://www.academia.edu/download/55292728/Newton-Raphson-Method1.pdf

Albrecher, H., Mayer, P., Schoutens, W., & Tistaert, J. (2007). The little Heston trap. *Wilmott, 1*, 83–92.

Alghalith, M. (2023). *Relaxing the Black-Scholes assumptions without changing the price formula*. V. 1. https://doi.org/10.32388/TL11VF

Aliyev, F., Ajayi, R., & Gasim, N. (2020). Modelling asymmetric market volatility with univariate GARCH models: Evidence from Nasdaq-100. *The Journal of Economic Asymmetries, 22*, e00167. https://doi.org/10.1016/j.jeca.2020.e00167

Alòs, E., De Santiago, R., & Vives, J. (2015). Calibration of stochastic volatility models via second-order approximation: The Heston case. *International Journal of Theoretical and Applied Finance, 18*(06), 1550036. https://doi.org/10.1142/S0219024915500363

Alòs, E., Lorite, D. G., & Gatarek, D. (2025). *Malliavin calculus in finance: Theory and practice* (2nd ed.). CRC Press, Taylor & Francis Group.

Amazon. (2025, February 6). *Amazon.com announces fourth quarter results* [Press release]. https://ir.aboutamazon.com/news-release/news-release-details/2025/amazon-com-announces-fourth-quarter-results/

Amazon Web Services. (2025). *Cloud computing services*. https://aws.amazon.com/

Amilon, H. (2003). A neural network versus Black–Scholes: A comparison of pricing and hedging performances. *Journal of Forecasting, 22*(4), 317–335. https://doi.org/10.1002/for.867

An, Y., Benetton, M., & Song, Y. (2023). Index providers: Whales behind the scenes of ETFs. *Journal of Financial Economics, 149*(3), 407–433. https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2023.06.003

Anders, U., Korn, O., & Schmitt, C. (1996). *Improving the pricing of options: A neural network approach*. ZEW - Leibniz Centre for European Economic Research. https://www.econstor.eu/handle/10419/29448

Andersen, L. B. G. (2007). *Efficient simulation of the Heston stochastic volatility model*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.946405

Andersen, T. G., & Bollerslev, T. (2018). *Volatility*. Edward Elgar Publishing, Incorporated.

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Christoffersen, P. F., & Diebold, F. X. (2005). *Practical volatility and correlation modeling for financial market risk management* (Working Paper No. 11069). National Bureau of Economic Research. https://doi.org/10.3386/w11069

Andreu Corbatón, J. (2009). *Market indices: Bases, biases and beyond* [Doctoral dissertation, Universitat de Barcelona].

Ang, C. S. (2021). *Analyzing financial data and implementing financial models using R* (2nd ed., Vol. 465). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-64155-9

Animoku, A., Uğur, Ö., & Yolcu-Okur, Y. (2018). Modeling and implementation of local volatility surfaces in Bayesian framework. *Computational Management Science, 15*(2), 239–258. https://doi.org/10.1007/s10287-018-0302-4

Anjana, G. (2020). *Option Greeks, strategies & backtesting in Python*.

Annaert, J., de Ceuster, M. J. K., & Valckx, N. (2002). *Financial market volatility: Informative in predicting recessions*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.317921

Antonov, A., & Spector, M. (2012). *Advanced analytics for the SABR model*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2026350

Arsalan, T., Chishty, B. A., Ghouri, S., & Ansari, N. U. H. (2022). Comparison of volatility and mean reversion among developed, developing and emerging countries. *Journal of Economic and Administrative Sciences*. Advance online publication. https://doi.org/10.1108/JEAS-01-2022-0009

Attari, M. (2004). *Option pricing using Fourier transforms: A numerically efficient simplification*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.520042

Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure, 17*, 21-86. https://doi.org/10.24033/asens.476

Bailey, W., & Stulz, R. M. (1989). The pricing of stock index options in a general equilibrium model. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 24*(1), 1–12. https://doi.org/10.2307/2330744

Bakshi, G., Cao, C., & Chen, Z. (1997). Empirical performance of alternative option pricing models. *The Journal of Finance, 52*(5), 2003–2049. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb02749.x

Balakrishnan, J. (2020). Hedging strategies used in selection of "options" and "forward" contracts in derivative market. *Shanlax International Journal of Commerce, 8*(1), 1–12. https://doi.org/10.34293/commerce.v8i1.837

Balvers, R., Wu, Y., & Gilliland, E. (2000). Mean reversion across national stock markets and parametric contrarian investment strategies. *The Journal of Finance, 55*(2), 745–772. https://doi.org/10.1111/0022-1082.00225

Bandy, H. B. (2007). *Quantitative trading systems: Practical methods for design, testing, and validation* (1st ed., Vol. 367). Blue Owl Press.

Banerjee, A. (2022). An empirical risk and return analysis of select stocks in NASDAQ 100. *Accounting and Finance Research, 11*(2), 1. https://doi.org/10.5430/afr.v11n2p1

Barney, J. (2011, July 12). Amazon urges California referendum on online tax. *Financial Times*. https://www.ft.com/content/61828252-ac1d-11e0-b85c-00144feabdc0

Barone, E. (1992). *The valuation of derivatives: A survey*. SSRN. https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.512526

Bates, D. S. (1996). Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in Deutsche mark options. *The Review of Financial Studies, 9*(1), 69–107. https://doi.org/10.2307/2962366

Bates, D. S. (2006). Maximum likelihood estimation of latent affine processes. *Review of Financial Studies, 19*(3), 909–965. https://doi.org/10.1093/rfs/hhj022

Bauer, R. (2012). *Fast calibration in the Heston model* [Doctoral dissertation, Technische Universität Wien]. http://hdl.handle.net/20.500.12708/11341

Baur, D. (2003). Testing for contagion—mean and volatility contagion. *Journal of Multinational Financial Management, 13*(4–5), 405–422. https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2003.09.006

Bayad, S., Hilal, K., & El Hajaji, A. (2024). Valuing a European option under the Heston model with interest rate. In *Applied Mathematics and Modelling in Finance, Marketing and Economics* (Vol. 1114, pp. 197–206). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-42847-0_16

Bedoui, R., & Hamdi, H. (2010). *Implied risk-neutral probability density functions from options prices: A comparison of estimation methods*. https://hal.science/hal-04140913

Bellalah, M. (2009). *Derivatives, risk management & value*. World Scientific. https://doi.org/10.1142/7175

Benčík, D. (2014). *Range-based volatility estimation and forecasting* (Working Paper Series No. 34/2014). Charles University in Prague, Institute of Economic Studies (IES). https://hdl.handle.net/10419/120419

Bennett, C. (2014). *Trading volatility, correlation, term structure and skew*.

Benninga, S. (2014). *Financial modeling* (4th ed.). MIT Press.

Benzinga, I. (2025a, March 15). *NVIDIA's options: A look at what the big money is thinking*. Nasdaq. https://www.nasdaq.com/articles/nvidias-options-look-what-big-money-thinking-2

Benzinga, I. (2025b, May 7). *Apple options trading: A deep dive into market sentiment*. Nasdaq. https://www.nasdaq.com/articles/apple-options-trading-deep-dive-market-sentiment

Bergomi, L. (2016). *Stochastic volatility modeling* (1st ed.). CRC Press.

Black, F., & Scholes, M. (1972). The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *The Journal of Finance, 27*(2), 399–417. https://doi.org/10.2307/2978484

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy, 81*(3), 637–654. [suspicious link removed]

Blake, D. (1999). *Financial market analysis*. John Wiley & Sons.

Boffetti, M. (2016). *Option volatility & arbitrage opportunities* [Master's thesis, Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College]. https://doi.org/10.31390/gradschool_theses.4580

Bogle, J. C. (2017). *The little book of common sense investing: The only way to guarantee your fair share of stock market returns*. Wiley.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics, 31*(3), 307–327. https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1

Bondarenko, M., & Bondarenko, V. (2019). Calibration of Dupire local volatility model using genetic algorithm of optimization. *Neuro-Fuzzy Modeling Techniques in Economics, 7*(1), 1–20. https://doi.org/10.21511/nfmte.7.2018.01

Boness, A. J. (1964). Elements of a theory of stock-option value. *Journal of Political Economy, 72*(2), 163–175. https://doi.org/10.1086/258885

Bouchard, B., & Chassagneux, J.-F. (2016). *Fundamentals and advanced techniques in derivatives hedging*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-38990-5

Boukai, B. (2023). On the class of risk neutral densities under Heston's stochastic volatility model for option valuation. *Mathematics, 11*(9), 2124. https://doi.org/10.3390/math11092124

Boyd, K., Miniken, L., & Hirning, D. (2025, February 27). *Digitally transforming Microsoft: Our IT journey*. Inside Track Blog. https://www.microsoft.com/insidetrack/blog/digitally-transforming-microsoft-our-it-journey/

Boyle, P., & McDougall, J. (2019). *Trading and pricing financial derivatives: A guide to futures, options, and swaps* (2nd ed.). Walter de Gruyter.

Bragagnini, I. C., & Calixto, M. (2022). *Local volatilities and parametric methods for option pricing* [Master's thesis, Barcelona School of Economics]. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.36629.40169

Breeden, D. T., & Litzenberger, R. H. (1978). Prices of state-contingent claims implicit in option prices. *The Journal of Business, 51*(4), 621–651. [suspicious link removed]

Brian, O. D. (2022). A combination of dividend and jump diffusion process on Heston model in deriving Black Scholes equation. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics, 7*(1), 19–24. https://doi.org/10.22271/maths.2022.v7.i1a.770

Brignone, R., & Gonzato, L. (2024). Exact simulation of the Hull and White stochastic volatility model. *Journal of Economic Dynamics and Control, 163*, 104861. https://doi.org/10.1016/j.jedc.2024.104861

Brooks, R. E., & Chance, D. M. (2024). *Foundations of the pricing of financial derivatives: Theory and analysis* (1st ed.). John Wiley & Sons.

Brosch, R. (2008). *Portfolios of real options*. Springer Science & Business Media.

Brown, R. (1828). XXVII. A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies. *The Philosophical Magazine, 4*(21), 161–173. https://doi.org/10.1080/14786442808674769

Bru, B. (2010). Bachelier, Louis (1870–1946). In *Encyclopedia of quantitative finance* (1st ed., Vol. 4). Wiley. https://doi.org/10.1002/9780470061602.eqf01001

BSIC. (2023, September 23). *Half a century of Black-Scholes: Option pricing models from inception to contemporary innovations*. https://bsic.it/half-a-century-of-black-scholes-option-pricing-models-from-inception-to-contemporary-innovations/

Buchalet, J.-L., & Chanut, N. (1991). *Le MONEP: Théorie et pratique*. Economica.

Bury, T. (2024, January 30). *Understanding the volatility smile: Slope, curvature, and arbitrage*. Medium. https://bury-thomas.medium.com/understanding-the-volatility-smile-slope-curvature-and-arbitrage-8a7b1130be7d

Cai, N., Song, Y., & Chen, N. (2017). Exact simulation of the SABR model. *Operations Research, 65*(4), 931–951. https://doi.org/10.1287/opre.2017.1617

Calogero, S. (2023). *A first course in options pricing theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics. https://doi.org/10.1137/1.9781611977646

Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton University Press.

Campolieti, G., Kato, H., & Makarov, R. (2021). Option pricing under randomised GBM models. *Review of Business and Economics Studies, 9*(3), 7–26. https://doi.org/10.26794/2308-944X-2021-9-3-7-26

Campolieti, G., & Makarov, R. (2015). *Financial mathematics: A comprehensive treatment*. Chapman and Hall/CRC.

Carr, P., & Itkin, A. (2021). An expanded local variance gamma model. *Computational Economics, 57*(4), 949–987. https://doi.org/10.1007/s10614-020-10000-w

Carr, P., Itkin, A., & Muravey, D. (2022). *Semi-analytical pricing of barrier options in the time-dependent Heston model*. ArXiv. https://doi.org/10.48550/ARXIV.2202.06177

Carr, P., & Madan, D. (1999). Option valuation using the fast Fourier transform. *The Journal of Computational Finance, 2*(4), 61–73. https://doi.org/10.21314/JCF.1999.043

Cboe. (2022). *Volatility index methodology: Cboe volatility index*. https://cdn.cboe.com/api/global/us_indices/governance/VIX_Methodology.pdf

Cboe. (2024). *Cboe VIX FAQ*. https://www.cboe.com/tradable_products/vix/faqs/

CFI Team. (2024). *High beta index*. Corporate Finance Institute. https://web.archive.org/web/20240301035232/https://corporatefinanceinstitute.com/resources/equities/high-beta-index/

Chakrabarti, B., & Santra, A. (2017). *Comparison of Black Scholes and Heston models for pricing index options*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2943608

Chan, R. H., Guo, Y. Z. Y., Lee, S. T., & Li, X. (2019). *Financial mathematics, derivatives and structured products*. Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-3696-6

Chance, D. M. (2007). *A synthesis of binomial option pricing models for lognormally distributed assets*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.969834

Chance, D. M., & Brooks, R. (2015). *Introduction to derivatives and risk management* (10th ed.). Cengage Learning.

Chance, D. M., Hanson, T. A., Li, W., & Muthuswamy, J. (2017). A bias in the volatility smile. *Review of Derivatives Research, 20*(1), 47–90. https://doi.org/10.1007/s11147-016-9124-0

Chang, H. (2024). Stochastic volatility models and their applications to financial markets. *Advances in Economics, Management and Political Sciences, 135*(1), 103–109. https://doi.org/10.54254/2754-1169/2024.18738

Charlotte, N. B., Mung'atu, J., Abiodun, N. L., & Adjei, M. (2022). On modified Heston model for forecasting stock market prices. *International Journal of Mathematics Trends and Technology, 68*(1), 115–129. https://doi.org/10.14445/22315373/IJMTT-V68I1P513

Chaudhuri, K., & Wu, Y. (2003a). Mean reversion in stock prices: Evidence from emerging markets. *Managerial Finance, 29*(10), 22–37. https://doi.org/10.1108/03074350310768490

Chaudhuri, K., & Wu, Y. (2003b). Random walk versus breaking trend in stock prices: Evidence from emerging markets. *Journal of Banking & Finance, 27*(4), 575–592. https://doi.org/10.1016/S0378-4266(01)00252-7

Chen, B., Oosterlee, C. W., & Van Der Weide, H. (2012). A low-bias simulation scheme for the SABR stochastic volatility model. *International Journal of Theoretical and Applied Finance, 15*(02), 1250016. https://doi.org/10.1142/S0219024912500161

Chen, J. (2022, May 27). *Historical volatility (HV): Definition, calculation methods, uses*. Investopedia. https://www.investopedia.com/terms/h/historicalvolatility.asp

Chen, R. (2020). *The Black-Scholes option pricing model*.

Chesney, M., & Scott, L. (1989). Pricing European currency options: A comparison of the modified Black-Scholes model and a random variance model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis, 24*(3), 267–284. https://doi.org/10.2307/2330812

Cheung, K. T. (2024). Application and empirical analysis of random volatility model in financial markets. *Highlights in Business, Economics and Management, 41*, 620–624. https://doi.org/10.54097/t8yke024

Chiang, M., Xu, J., Law, Y., & Yang, R. (2022). Option pricing and risk hedging for high-tech company: The case for Apple. *Proceedings of the 4th International Conference on Economic Management and Model Engineering*, 395–400. https://doi.org/10.5220/0012033600003620

Chiras, D. P., & Manaster, S. (1978). The information content of option prices and a test of market efficiency. *Journal of Financial Economics, 6*(2–3), 213–234. https://doi.org/10.1016/0304-405X(78)90030-2

Choi, J., Hu, L., & Kwok, Y. K. (2024). *Efficient simulation of the SABR model*. ArXiv. https://doi.org/10.48550/ARXIV.2408.01898

Choi, J., Kwak, M., Tee, C. W., & Wang, Y. (2022). A Black–Scholes user's guide to the Bachelier model. *Journal of Futures Markets, 42*(5), 959–980. https://doi.org/10.1002/fut.22315

Chorafas, D. N. (2008). *Introduction to derivative financial instruments: Options, futures, forwards, swaps, and hedging*. McGraw-Hill.

Choudhry, M. (2001). *Bond and money markets: Strategy, trading, analysis* (1st ed.). Elsevier.

Chriss, N. A. (1997). *Black Scholes and beyond: Option pricing models* (1st ed.). McGraw-Hill.

Cifuentes, A., & Charlin, V. (2024). Further reflections based on the Black–Scholes (B-S) model. *Philosophy of Science*, 1–6. https://doi.org/10.1017/psa.2024.31

Clark, P. K. (1973). A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices. *Econometrica, 41*(1), 135–155. https://doi.org/10.2307/1913889

Clevenhaus, A., Totzeck, C., & Ehrhardt, M. (2024). A gradient-based calibration method for the Heston model. *International Journal of Computer Mathematics, 101*(9–10), 1094–1112. https://doi.org/10.1080/00207160.2024.2353189

CME Group. (2020). *CME clearing plan to address the potential of a negative underlying in certain energy options contracts*. https://www.cmegroup.com/notices/clearing/2020/04/Chadv20-152.pdf

Cohen, G. (2009). *Volatile markets made easy: Trading stocks and options for increased profits*. Pearson Education.

Comte, F., Coutin, L., & Renault, E. (2012). Affine fractional stochastic volatility models. *Annals of Finance, 8*(2–3), 337–378. https://doi.org/10.1007/s10436-010-0165-3

Cory, M. (2021, January 31). *What is a volatility smile and what does it tell options traders?* Investopedia. https://www.investopedia.com/terms/v/volatilitysmile.asp

Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica, 53*(2), 385–407. https://doi.org/10.2307/1911242

Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics, 7*(3), 229–263. https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1

Crack, T. F. (2022). *Basic Black-Scholes: Option pricing and trading* (6th ed.). Timothy Crack.

Crisóstomo, R. (2014). *An analysis of the Heston stochastic volatility model: Implementation and calibration using Matlab*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.3400670

Cui, Y., del Baño Rollin, S., & Germano, G. (2017). Full and fast calibration of the Heston stochastic volatility model. *European Journal of Operational Research, 263*(2), 625–638. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.05.023

Cuthbertson, K., Nitzsche, D., & O'Sullivan, N. (2020). *Derivatives: Theory and practice*. John Wiley & Sons.

Cutler, D. M., Poterba, J. M., & Summers, L. H. (1990). *Speculative dynamics and the role of feedback traders* (Working Paper No. 3243). National Bureau of Economic Research. https://doi.org/10.3386/w3243

da Silva, I. N., Andrade Flauzino, R., dos Reis Alves, S. F., Hernane Spatti, D., & Liboni, L. H. B. (2017). *Artificial neural networks: A practical course* (1st ed.). Springer International Publishing.

Dana, R. A., Kennedy, A., & Jeanblanc, M. (2007). *Financial markets in continuous time* (1st ed.). Springer.

De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *The Journal of Finance, 40*(3), 793–805. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1985.tb05004.x

De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. (1987). Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality. *The Journal of Finance, 42*(3), 557–581. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1987.tb04569.x

de Bellefroid, M. (n.d.). *The derivatives academy*. Retrieved December 12, 2024, from https://bookdown.org/maxime_debellefroid/MyBook/

de Souza Santos, D., & Ferreira, T. A. E. (2025). Neural network learning of Black-Scholes equation for option pricing. *Neural Computing and Applications, 37*(4), 2357–2368. https://doi.org/10.1007/s00521-024-10761-7

Deng, Z.-C., Hon, Y. C., & Isakov, V. (2016). Recovery of time-dependent volatility in option pricing model. *Inverse Problems, 32*(11), 115010. https://doi.org/10.1088/0266-5611/32/11/115010

Dent, S. (2017, July 3). *Microsoft's cloud focus could mean yet more layoffs*. Engadget. https://www.engadget.com/2017-07-03-microsofts-cloud-focus-could-mean-yet-more-layoffs.html

Derbellou, E., Remita, M. R., & Spiteri, P. (2025). Evaluation of financial options under stochastic volatility with numerical experiments. *Studies in Science of Science, 43*(4), 80–93.

Derman, E., & Kani, I. (1994). *The volatility smile and its implied tree*. Goldman Sachs. http://emanuelderman.com/wp-content/uploads/1994/01/gs-volatility_smile.pdf

Derman, E., Miller, M. B., & Park, D. (2016). *The volatility smile*. Wiley.

Di Pizio, A. (2024, November 3). *1 unstoppable stock set to join Nvidia, Apple, Microsoft, Amazon, and Alphabet in the $2 trillion club by 2026*. The Motley Fool.

https://www.fool.com/investing/2024/11/03/1-stock-set-join-nvidia-amazon-alphabet-2-trillion/

Di Pizio, A. (2025, March 22). *Meet the spectacular Vanguard ETF with 43.2% of its portfolio invested in Nvidia, Amazon, Apple, and Microsoft*. Nasdaq. https://www.nasdaq.com/articles/meet-spectacular-vanguard-etf-432-its-portfolio-invested-nvidia-amazon-apple-and-microsoft

Dobrow, R. P. (2016). *Introduction to stochastic processes with R*. Wiley. https://doi.org/10.1002/9781118740712

Dorn, J. A. (1989). *Financial market volatility*. Cato Institute.

D'Uggento, A. M., Biancardi, M., & Ciriello, D. (2025). Predicting option prices: From the Black-Scholes model to machine learning methods. *Big Data Research, 40*, 100518. https://doi.org/10.1016/j.bdr.2025.100518

Dumas, B., Fleming, J., & Whaley, R. E. (1998). Implied volatility functions: Empirical tests. *The Journal of Finance, 53*(6), 2059–2106. https://doi.org/10.1111/0022-1082.00083

Dunn, R., Hauser, P., Seibold, T., & Gong, H. (2014). *Estimating option prices with Heston's stochastic volatility model*. Valparaiso University.

Dupire, B. (1994). Pricing with a smile. *Risk, 7*(1), 18–20.

Dyshaev, M. M., & Fedorov, V. E. (2019). Comparing of some sensitivities (Greeks) for nonlinear models of option pricing with market illiquidity. *Mathematical Notes of NEFU, 26*(2), 94–108. https://doi.org/10.25587/SVFU.2019.102.31514

Ederington, L. H., & Guan, W. (2006). Measuring historical volatility. *Journal of Applied Finance, 16*(1), 5-14. https://ssrn.com/abstract=926167

Eigner, F. (2010). *Stochastic volatility - option pricing using Heston's SV model*. https://www.researchgate.net/publication/349366910_Stochastic_Volatility_-_Option_Pricing_using_Heston's_SV_model

Emmanuel, F. S., & Temitayo, O. J. (2014). On the combination of Merton and Heston models in the theory of option pricing. *International Journal of Applied Science and Mathematics, 1*(1), 22–27.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica, 50*(4), 987–1007. https://doi.org/10.2307/1912773

Enow, S. T. (2023). Investigating mean reversion in financial markets using Hurst model. *International Journal of Research in Business and Social Science, 12*(6), 197–201. https://doi.org/10.20525/ijrbs.v12i6.2664

Exley, J., Mehta, S., & Smith, A. (2004, June 21-23). *Mean reversion* [Conference presentation]. Finance and Investment Conference, London, UK.

Exponential moving average (EMA). (n.d.). Fidelity. Retrieved August 23, 2024, from https://www.fidelity.com/learning-center/trading-investing/technical-analysis/technical-indicator-guide/ema

Fadda, S. (2019). Testing the random walk hypothesis of stock indexes through variance-ratio. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences, 7*(1), 12. https://doi.org/10.21533/pen.v7i1.212

Falloul, M. E. M., & Louahi, Y. (2014). *Les options: Spéculation et gestion des risques*. Éditions universitaires européennes.

Fama, E. F. (1963). Mandelbrot and the stable Paretian hypothesis. *The Journal of Business, 36*(4), 420–429. [suspicious link removed]

Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business, 38*(1), 34–105. https://doi.org/10.1086/294743

Fama, E. F., & French, K. R. (1988). Permanent and temporary components of stock prices. *Journal of Political Economy, 96*(2), 246–273. https://doi.org/10.1086/261535

Fang, Z. (2022). The application of stochastic processes in options pricing model. *Highlights in Science, Engineering and Technology, 16*, 503–510. https://doi.org/10.54097/hset.v16i.2635

Farid, J. A. (2015). *An option Greeks primer*. Palgrave Macmillan UK. https://doi.org/10.1057/9781137371676

Ferri, R. (2010). *All about asset allocation* (2nd ed.). McGraw-Hill.

Ferri, R. A. (2007). *All about index funds: The easy way to get started*. McGraw-Hill Education.

Feunou, B., & Okou, C. (2018). Risk-neutral moment-based estimation of affine option pricing models. *Journal of Applied Econometrics, 33*(7), 1007–1025. https://doi.org/10.1002/jae.2630

Fidelity. (n.d.). *Historical volatility*. Retrieved August 12, 2024, from https://www.fidelity.com/learning-center/trading-investing/technical-analysis/technical-indicator-guide/historical-volatility

Flores Méndez, L. A., Morales Rivas, O. D., & Matus Rodríguez, F. E. (2024). Validación del modelo Black-Scholes como instrumento de valoración de precio de opciones financieras de compra. *REICE: Revista Electrónica de Investigación en Ciencias Económicas, 12*(23), 408–434. https://doi.org/10.5377/reice.v12i23.18353

Focardi, S. M., Fabozzi, F. J., & Bali, T. G. (2013). *Mathematical methods for finance: Tools for asset and risk management* (1st ed.). Wiley.

Fornari, F., & Mele, A. (2000). *Stochastic volatility in financial markets: Crossing the bridge to continuous time*. Springer US.

Fouque, J.-P., Papanicolaou, G., Sircar, R., & Sølna, K. (2004). Timing the smile. *Wilmott, 2004*(2), 59–65. https://doi.org/10.1002/wilm.42820040215

Fouque, J.-P., Papanicolaou, G., Sircar, R., & Sølna, K. (2011). *Multiscale stochastic volatility for equity, interest rate, and credit derivatives* (1st ed.). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139020534

Francq, C., & Zakoian, J.-M. (2019). *GARCH models: Structure, statistical inference and financial applications* (2nd ed.). John Wiley & Sons.

Franke, J., Härdle, W. K., & Hafner, C. M. (2019). *Statistics of financial markets* (5th ed.). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-13751-9

Franklin-Wallis, O. (2020, February 17). *Inside X, Google's top-secret moonshot factory*. Wired. https://www.wired.com/story/ten-years-of-google-x/

Frontczak, R. (2010). *Valuing options in Heston's stochastic volatility model: Another analytical approach*. SSRN. https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1674838

Fulton, I. (2024). *Analysis of the ten largest stocks in the S&P500*. Murray State's Digital Commons. https://digitalcommons.murraystate.edu/scholarsweek/Spring2024/HON/26/

Funke, N., & Goldstein, A. (1996). Financial market volatility. *Intereconomics, 31*(5), 215–220. https://doi.org/10.1007/BF02927152

Garman, M. B., & Klass, M. J. (1980). On the estimation of security price volatilities from historical data. *The Journal of Business, 53*(1), 67–78. https://doi.org/10.1086/296072

Gatheral, J. (2006). *The volatility surface: A practitioner's guide* (1st ed.). John Wiley & Sons. https://doi.org/10.1002/9781119202073

Gaunersdorfer, A., & Hommes, C. (2007). A nonlinear structural model for volatility clustering. In *Long memory in economics* (pp. 265–288). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-540-34625-8_9

Gauthier, P., & Rivaille, P.-Y. H. (2009). *Fitting the smile, smart parameters for SABR and Heston*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1496982

George, S., & Louis, A. (2024, August 12). Wall Street's 'fear gauge' might be lying to you about last week's market turmoil. *Financial Times*. https://www.ft.com/content/b6c2d3ac-f90b-42d1-add0-cc3237e6b4cc

Gerlach, S., Ramaswamy, S., & Scatigna, M. (2006). *150 years of financial market volatility*. BIS Quarterly Review. https://ssrn.com/abstract=1632414

Gikhman, I. I. (2011). *A short remark on Feller's square root condition*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1756450

Gleadall, S. (2014). *Trading implied volatility: An introduction* (1st ed.). Volcube Limited.

Gleadall, S. (2021). *Option Greeks for traders: Part I: Delta, vega & theta* (1st ed.).

Gong, C. (2024). Analysis of NVIDIA's strategic business philosophy. *Highlights in Business, Economics and Management, 39*, 928–933. https://doi.org/10.54097/7aamtj45

Gordon, T. (2025, April 22). *Amazon (NASDAQ:AMZN) maintains "buy" rating amid market volatility*. Financial Modeling Prep. https://site.financialmodelingprep.com/market-news/amazon-amzn-buy-rating-market-volatility

Greifeld, K. (2023, August 17). *QQQ makes Invesco no money, so it created a family of baby 'Qs'*. Bloomberg. https://www.bloomberg.com/news/articles/2023-08-17/qqq-makes-invesco-no-money-so-it-created-a-family-of-baby-qs

Gruber, P. H., Renò, R., Tebaldi, C., & Trojani, F. (2011). *Three make a dynamic smile - Unspanned skewness and interacting volatility components in option valuation*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1786408

Gruszka, J., & Szwabiński, J. (2023). Parameter estimation of the Heston volatility model with jumps in the asset prices. *Econometrics, 11*(2), 15. https://doi.org/10.3390/econometrics11020015

Guyon, J., & Henry-Labordere, P. (2014). *Nonlinear option pricing*. Taylor and Francis.

Haghighi, A. M., Kumar, A. A., & Mishev, D. P. (2024). *Higher mathematics for science and engineering*. Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-99-5431-5

Halidias, N. (2021). *On the option pricing by the binomial model*. Preprints.org. https://doi.org/10.20944/preprints202107.0407.v1

Han, D., & Kwon, S. (2021). Application of machine learning method of data-driven deep learning model to predict well production rate in the shale gas reservoirs. *Energies, 14*(12), 3629. https://doi.org/10.3390/en14123629

Hao, M., & Yin, Z. (2022). Option pricing based on the Black-Scholes and the Heston model. In Y. Zhong (Ed.), *International Conference on Cyber Security, Artificial Intelligence, and Digital Economy (CSAIDE 2022)* (p. 107). SPIE. https://doi.org/10.1117/12.2646649

Harrell, D. (2024, April 30). *Alphabet's first dividend: What you need to know*. Morningstar. https://www.morningstar.co.uk/uk/news/248810/alphabets-first-dividend-what-you-need-to-know.aspx

Haug, E. G. (2007). *The complete guide to option pricing formulas* (2nd ed.). McGraw-Hill Education.

Hayes, A. (2022, August 20). *Implied volatility vs. historical volatility: What's the difference?* Investopedia. https://www.investopedia.com/articles/investing-strategy/071616/implied-vs-historical-volatility-main-differences.asp

He, X.-J., & Chen, W. (2021). A closed-form pricing formula for European options under a new stochastic volatility model with a stochastic long-term mean. *Mathematics and Financial Economics, 15*(2), 381–396. https://doi.org/10.1007/s11579-020-00281-y

Helgadttir, A. D., & Lonescu, L. (2016). *Option pricing within Heston model* [Master's thesis, Aarhus University].

Hendry, D. F., & Nielsen, B. (2012). *Econometric modeling: A likelihood approach*. Princeton University Press.

Henry-Labordere, P. (2008). *Analysis, geometry, and modeling in finance* (1st ed.). Chapman and Hall/CRC. https://doi.org/10.1201/9781420087000

Heston, S. L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of Financial Studies, 6*(2), 327–343. https://doi.org/10.1093/rfs/6.2.327

Heston, S. L., & Nandi, S. (2000). A closed-form GARCH option valuation model. *The Review of Financial Studies, 13*(3), 585–625. [suspicious link removed]

Hillebrand, E. (2003). *A mean-reversion theory of stock-market crashes*. https://www.cofar.uni-mainz.de/dgf2003/paper/paper75.pdf

Hilliard, J. E., Hilliard, J., & Ni, Y. (2021). Using the short-lived arbitrage model to compute minimum variance hedge ratios: Application to indices, stocks and commodities. *Quantitative Finance, 21*(1), 125–142. https://doi.org/10.1080/14697688.2020.1773519

Hilpisch, Y. (2017). *Listed volatility and variance derivatives: A Python-based guide*. John Wiley & Sons.

Hirschey, M. (2001). *Cisco and the kids*. SSRN. https://ssrn.com/abstract=279494

Homescu, C. (2014). *Local stochastic volatility models: Calibration and pricing*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2448098

Horasanlı, M. (2008). Hedging strategy for a portfolio of options and stocks with linear programming. *Applied Mathematics and Computation, 199*(2), 804–810. https://doi.org/10.1016/j.amc.2007.10.042

Hsia, C. (1983). On binomial option pricing. *Journal of Financial Research, 6*(1), 41–46. https://doi.org/10.1111/j.1475-6803.1983.tb00310.x

Huang, C.-S., O'Hara, J. G., & Mataramvura, S. (2022). Highly efficient Shannon wavelet-based pricing of power options under the double exponential jump framework with stochastic jump intensity and volatility. *Applied Mathematics and Computation, 414*, 126669. https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126669

Hubbard, R. G., & O'Brien, A. P. (2018). *Money, banking, and the financial system* (3rd ed.). Pearson.

Hull, J. (2018). *Options, futures, and other derivatives* (10th ed.). Pearson Education.

Hull, J. (2022). *Options, futures, and other derivatives* (11th ed., Global Edition). Pearson Education, Limited.

Hull, J., & White, A. (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *The Journal of Finance, 42*(2), 281–300. https://doi.org/10.2307/2328253

Huynh, H. T., Lai, V. S., & Soumaré, I. (2008). *Stochastic simulation and applications in finance with MATLAB® programs* (1st ed.). Wiley. https://doi.org/10.1002/9781118467374

Ianieri, R. (2009). *Options theory and trading*. Wiley.

*Impact on Google stock prices if forced to sell Google Chrome*. (2024, November). Trade The Pool. https://tradethepool.com/what-will-be-the-impact-on-google-stock-prices/

Inglis-Taylor, A. (1995). Dictionary of derivatives. In A. Inglis-Taylor (Ed.), *Dictionary of derivatives* (Vol. 434, pp. 49–185). Palgrave Macmillan UK. https://doi.org/10.1007/978-1-349-13586-8_3

Invesco. (2025a). *Invesco QQQ growth index*. https://www.invesco.com/content/dam/invesco/indexing/en/documents/Invesco-QQQ-Growth-Index-Fact-Sheet.pdf

Invesco. (2025b, March 31). *Invesco QQQ ETF performance*. https://www.invesco.com/qqq-etf/en/performance.html

Islah, O. (2009). *Solving SABR in exact form and unifying it with LIBOR market model*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1489428

Itkin, A. (2020). *Fitting local volatility*. World Scientific Publishing Company. https://doi.org/10.1142/11623

Ivaşcu, C.-F. (2021). Option pricing using machine learning. *Expert Systems with Applications, 163*, 113799. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113799

Javaheri, A. (2015). *Inside volatility filtering* (2nd ed.). John Wiley & Sons. https://doi.org/10.1002/9781118949092

Jiang, G. J. (2007). Stochastic volatility and option pricing. In J. Knight & S. Satchell (Eds.), *Forecasting volatility in the financial markets* (3rd ed., pp. 131–171). Butterworth-Heinemann. https://doi.org/10.1016/B978-075066942-9.50008-X

Jim, F. (2022). *Kurtosis: Definition, leptokurtic & platykurtic*. Statistics By Jim. https://statisticsbyjim.com/basics/kurtosis/

Jin, S., Qi, C., & Xie, H. (2024). Investment analysis of Amazon: Valuation, regression models, risk assessment, and strategic hedging. *Advances in Economics, Management and Political Sciences, 139*(1), 224–234. https://doi.org/10.54254/2754-1169/2024.19452

Jing, W. (2018, June 4). *Stochastic processes and Monte Carlo method*. QuantConnect. https://www.quantconnect.com/learning/articles/introduction-to-options/stochastic-processes-and-monte-carlo-method

Johnson, H., & Shanno, D. (1987). Option pricing when the variance is changing. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22*(2), 143–151. https://doi.org/10.2307/2330709

Jurczenko, E. (2017). *Factor investing: From traditional to alternative risk premia*. Elsevier.

Kahl, C., & Jäckel, P. (2006). Fast strong approximation Monte Carlo schemes for stochastic volatility models. *Quantitative Finance, 6*(6), 513–536. https://doi.org/10.1080/14697680600841108

Kala, R. (2024). *Autonomous mobile robots: Planning, navigation and simulation* (1st ed.). Academic Press. https://doi.org/10.1016/C2022-0-00636-X

Karsoliya, S. (2012). Approximating number of hidden layer neurons in multiple hidden layer BPNN architecture. *International Journal of Engineering Trends and Technology, 3*(6), 714-717.

Kehinde, I. P. (2024). Markov Chain Monte Carlo (MCMC) estimation of Heston models using Fourier transform in option pricing. *Revista O Universo Observável, 1*(6), 2–15. https://doi.org/10.69720/2966-0599.2024.0002

Kelliher, C. (2022). *Quantitative finance with Python: A practical guide to investment management, trading, and financial engineering* (1st ed.). Chapman and Hall/CRC. https://doi.org/10.1201/9781003180975

Khan, M. I. (2022). *Strategic analysis and valuation of Apple* [Master's thesis, Copenhagen Business School]. https://research.cbs.dk/en/studentProjects/strategic-analysis-and-valuation-of-apple

Kienitz, J., & Wetterau, D. (2013). *Financial modelling: Theory, implementation and practice with MATLAB source* (1st ed.). John Wiley & Sons.

Kim, D., Song, X., & Wang, Y. (2022). Unified discrete-time factor stochastic volatility and continuous-time Itô models for combining inference based on low-frequency and high-frequency. *Journal of Multivariate Analysis, 192*, 105091. https://doi.org/10.1016/j.jmva.2022.105091

Kim, I. J., & Kim, S. (2004). Empirical comparison of alternative stochastic volatility option pricing models: Evidence from Korean KOSPI 200 index options market. *Pacific-Basin Finance Journal, 12*(2), 117–142. https://doi.org/10.1016/S0927-538X(03)00042-8

Kissell, R. (2013). *The science of algorithmic trading and portfolio management*. Academic Press.

Kissell, R. (2020). *Algorithmic trading methods: Applications using advanced statistics, optimization, and machine learning techniques* (2nd ed.). Academic Press. https://doi.org/10.1016/C2017-0-03456-0

Kosowski, R., & Neftci, S. N. (2015). *Principles of financial engineering* (3rd ed.). Elsevier Science.

Kotze, A., Oosthuizen, R., & Pindza, E. (2014). *Local volatility modeling of JSE exotic can-do options*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2461320

Kraus, K. M. (2009). *Advanced options trading: Approaches, tools, and techniques for professionals traders*. McGraw Hill Professional.

Krome, C. (2017). *Black-Scholes model: An analysis of the influence of volatility* [Master's thesis, University of Wisconsin-Milwaukee]. https://dc.uwm.edu/etd/1500

Kumar, A. (2024). Derivation of discrete analog of Breeden–Litzenberger relation for risk-neutral density. *International Journal of Financial Engineering*. Advance online publication. https://doi.org/10.1142/S2424786323500615

Larcher, G. (2023). *The art of quantitative finance Vol. 1* (1st ed., Vol. 1). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-23873-4

Lauterbach, B., & Schultz, P. (1990). Pricing warrants: An empirical study of the Black-Scholes model and its alternatives. *The Journal of Finance, 45*(4), 1181–1209. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1990.tb02432.x

Lee, B., & Rosamond, E. (2023). Introduction: Volatility in finance, art, and culture. *Finance and Society, 9*(3), 1–17.

Lee, C. F., Lee, A. C., & Lee, J. C. (2010). *Handbook of quantitative finance and risk management* (1st ed., Vol. 1). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77117-5

Leoni, P. (2014). *The Greeks and hedging explained*. Palgrave Macmillan UK.

Lewis, A. (2023). The limit where Black-Scholes "works." *Wilmott, 2023*(125). https://doi.org/10.54946/wilm.11127

Li, M., & Koopman, S. J. (2021). Unobserved components with stochastic volatility: Simulation-based estimation and signal extraction. *Journal of Applied Econometrics, 36*(5), 614–627. https://doi.org/10.1002/jae.2831

Lin, Y., Qian, R., & Yan, Y. (2024). A study of Black-Scholes-Merton model. *Finance & Economics, 1*(8). https://doi.org/10.61173/b0jadz18

Lipton, A., & Reghai, A. (2023). *SPX, VIX and scale-invariant LSV*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.4356976

Lobato, I. N., & Velasco, C. (2000). Long memory in stock-market trading volume. *Journal of Business & Economic Statistics, 18*(4), 410–427. https://doi.org/10.1080/07350015.2000.10524881

Lyuu, Y. D. (2002). *Financial engineering and computation: Principles, mathematics, algorithms*. Cambridge University Press.

MacBeth, J. D., & Merville, L. J. (1979). An empirical examination of the Black-Scholes call option pricing model. *The Journal of Finance, 34*(5), 1173–1186. https://doi.org/10.2307/2327242

MacKenzie, D. (2008). Sprenkle's and Kassouf's equations for warrant prices. In *An engine, not a camera: How financial models shape markets*. MIT Press. https://doi.org/10.7551/mitpress/9780262134606.005.0003

Maiti, M. (2021). *Applied financial econometrics* (1st ed.). Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-16-4063-6

Majka, M. (2024). *Black-Scholes model*. ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/383915049_Black-Scholes_Model

Malhotra, G., Srivastava, R., & Taneja, H. C. (2019). *Comparative study of two extensions of Heston stochastic volatility model*. ArXiv. https://doi.org/10.48550/ARXIV.1912.10237

Mancino, M. E., Recchioni, M. C., & Sanfelici, S. (2017). *Fourier-Malliavin volatility estimation: Theory and practice*. Springer.

Mandara, D. (2019). *Artificial neural networks for Black-Scholes option pricing and prediction of implied volatility for the SABR stochastic volatility model* [Doctoral dissertation, University of Birmingham].

Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business, 36*(4), 394–419. [suspicious link removed]

Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. Wiley.

Maslova, M. (2008). *Calibration of parameters for the Heston model in the high volatility period of market* [Master's thesis, School of Information Science, Computer and Electrical Engineering]. https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:239424/FULLTEXT01.pdf

Mastroeni, L. (2022). Pricing options with vanishing stochastic volatility. *Risks, 10*(9), 175. https://doi.org/10.3390/risks10090175

Matsumoto, H., & Yor, M. (2005). Exponential functionals of Brownian motion, I: Probability laws at fixed time. *Probability Surveys, 2*. https://doi.org/10.1214/154957805100000159

McMillan, L. G. (2002). *Options as a strategic investment*. Penguin.

Melino, A., & Turnbull, S. M. (1991). The pricing of foreign currency options. *The Canadian Journal of Economics, 24*(2), 251–281. https://doi.org/10.2307/135623

Melnikov, A. V., & Petrachenko, Y. G. (2005). On option pricing in binomial market with transaction costs. *Finance and Stochastics, 9*(1), 141–149. https://doi.org/10.1007/s00780-004-0134-7

Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science, 4*(1), 141–183. https://doi.org/10.2307/3003143

Microsoft. (n.d.-a). *FY25 Q3 - Press releases*. Retrieved May 5, 2025, from https://www.microsoft.com/en-us/investor/earnings/fy-2025-q3/press-release-webcast

Microsoft. (n.d.-b). *Microsoft investor relations - FAQs*. Retrieved May 4, 2025, from https://www.microsoft.com/en-us/investor/faq

Microsoft. (n.d.-c). *Our mission and values*. Retrieved May 5, 2025, from https://www.microsoft.com/en-us/about

Mikhailov, S., & Nögel, U. (2003). Heston's stochastic volatility model: Implementation, calibration and some extensions. In *The best of Wilmott 1: Incorporating the quantitative finance review* (Vol. 1, p. 401). John Wiley and Sons.

Ming, Z. (2020). *Implementing option pricing model*. https://doi.org/10.26076/a5d3-e569

Mirzayev, E. (2022, July 17). *Valuation models: Apple's stock analysis with CAPM*. Investopedia. https://www.investopedia.com/articles/investing/022615/valuation-models-apples-stock-analysis-capm.asp

Mishkin, F. S., & Eakins, S. (2023). *Financial markets and institutions* (Global Edition). Pearson Education.

Mitra, S. (2011). A review of volatility and option pricing. *International Journal of Financial Markets and Derivatives, 2*(3), 149–179. https://doi.org/10.1504/IJFMD.2011.042598

Mittal, P., & Selvamuthu, D. (2025). Options pricing with Markov regime switching Heston volatility Hull–White interest rates and stochastic intensity. *Probability in the Engineering and Informational Sciences, 39*(2), 243–259. https://doi.org/10.1017/S0269964824000202

Mondal, M. K., Alim, M. A., Rahman, M. F., & Biswas, M. H. A. (2017). Mathematical analysis of financial model on market price with stochastic volatility. *Journal of Mathematical Finance, 7*(02), 351–365. https://doi.org/10.4236/jmf.2017.72019

Mondello, E. (2023). *Applied fundamentals in finance*. Springer.

Moodley, N. (2005). *The Heston model: A practical approach with Matlab code* [Master's thesis, University of the Witwatersrand].

Mrázek, M., & Pospíšil, J. (2017). Calibration and simulation of Heston model. *Open Mathematics, 15*(1), 679–704. https://doi.org/10.1515/math-2017-0058

Murphy, D. (2008). *Understanding risk: The theory and practice of financial risk management* (1st ed.). Chapman and Hall/CRC.

Nagy, L., & Ormos, M. (2018). Review of global industry classification. *ECMS*, 66–73.

Natenberg, S. (1994). *Option volatility & pricing: Advanced trading strategies and techniques* (1st ed.). McGraw-Hill.

Natenberg, S. (2014). *Option volatility and pricing: Advanced trading strategies and techniques* (2nd ed.). McGraw Hill.

Nekritin, A. (2012). *Binary options: Strategies for directional and volatility trading*. John Wiley & Sons.

Nguyen, A., & Solvang, J. B. (2013). *Empirical comparison of alternative option pricing models* [Master's thesis, Copenhagen Business School]. https://research.cbs.dk/en/studentProjects/2314acb1-9437-4f2e-829d-f4bc1c47559c

Nielsen, L. T. (1992). *Understanding N(d1) and N(d2): Risk adjusted probabilities in the Black-Scholes model*.

Nikan, O., Rashidinia, J., & Jafari, H. (2025). Numerically pricing American and European options using a time fractional Black–Scholes model in financial decision-making. *Alexandria Engineering Journal, 112*, 235–245. https://doi.org/10.1016/j.aej.2024.10.083

Njike Leunga, C. G., & Hainaut, D. (2024). Affine Heston model style with self-exciting jumps and long memory. *Annals of Finance, 20*(1), 1–43. https://doi.org/10.1007/s10436-023-00436-z

Novotný, J., & Jaklová, I. (2021). The importance of global financial indices for investors in alternative investment. *SHS Web of Conferences, 92*, 07045. https://doi.org/10.1051/shsconf/20219207045

Nuugulu, S. M., Gideon, F., & Patidar, K. C. (2024). An efficient numerical scheme for a time-fractional Black–Scholes partial differential equation derived from the fractal market hypothesis. *Fractal and Fractional, 8*(8), 461. https://doi.org/10.3390/fractalfract8080461

NVIDIA. (n.d.-a). *NVIDIA Corp. (NVDA) | Company valuation, comparison, AI analysis*. Thematic. Retrieved May 4, 2025, from https://gothematic.com/stock/NVDA/XNAS/evaluation

NVIDIA. (n.d.-b). *NVIDIA Corporation - Investor resources*. Retrieved May 3, 2025, from https://investor.nvidia.com/investor-resources/faqs/default.aspx

NVIDIA. (n.d.-c). *Our history: Innovations over the years*. Retrieved May 3, 2025, from https://www.nvidia.com/en-us/about-nvidia/corporate-timeline/

NVIDIA. (2025, February 26). *NVIDIA announces financial results for fourth quarter and fiscal 2025* [Press release]. https://nvidianews.nvidia.com/news/nvidia-announces-financial-results-for-fourth-quarter-and-fiscal-2025

Nwobi, F. N., Inyama, S. C., & Onyegbuchulem, C. A. (2019). Option pricing within Heston's stochastic and stochastic-jump models. *Communications in Mathematical Finance, 8*(1), 79–91.

Nwry, A. W., Kareem, H. M., Ibrahim, R. B., & Mohammed, S. M. (2021). Comparison between bisection, Newton and secant methods for determining the root of the non-linear equation using MATLAB. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 12*(14), 1115–1122.

Nyarko, N., Divelgama, B., Gnawali, J., Omotade, B., Rachev, S., & Yegon, P. (2023). Exploring dynamic asset pricing within Bachelier's market model. *Journal of Risk and Financial Management, 16*(8), 352. https://doi.org/10.3390/jrfm16080352

Officer, R. R. (1973). The variability of the market factor of the New York Stock Exchange. *The Journal of Business, 46*(3), 434–453. [suspicious link removed]

Oosterlee, C. W., & Grzelak, L. A. (2019). *Mathematical modeling and computation in finance: With exercises and Python and Matlab computer codes* (1st ed.). World Scientific. https://doi.org/10.1142/q0236

Opschoor, A. (2014). *Understanding financial market volatility* [Doctoral dissertation, Erasmus University Rotterdam]. http://hdl.handle.net/1765/50526

Orlando, G., & Taglialatela, G. (2017). A review on implied volatility calculation. *Journal of Computational and Applied Mathematics, 320*, 202–220. https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.02.002

Orosi, G. (2010). *Empirical performance of option pricing models with stochastic local volatility*. SSRN. https://ssrn.com/abstract=1911087

Orzechowski, A. (2018). Pricing correlation options: From the P. Carr and D. Madan approach to the new method based on the Fourier transform. *Economics and Business Review, 4*(1), 16–28. https://doi.org/10.18559/ebr.2018.1.2

Orzechowski, A. (2022). Pricing European options in the Heston and the double Heston models. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, 22*(1), 39–50. https://doi.org/10.22630/MIBE.2021.22.1.4

Palmer, A. (2022, August 19). *Amazon announces 20-for-1 stock split, $10 billion buyback*. CNBC. https://www.cnbc.com/2022/03/09/amazon-announces-20-for-1-stock-split-10-billion-buyback.html

Panayotov, J. (2021, February 10). *Google dominates worldwide search engine marketing share*. Proceed Innovative. https://www.proceedinnovative.com/blog/google-dominates-search-engine-market/

Parkinson, M. (1980). The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *The Journal of Business, 53*(1), 61–65. https://doi.org/10.1086/296071

Pascucci, A. (2024). *Probability theory II*. Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-63193-1

Passarelli, D., & Brodsky, W. J. (2012a). *Trading options Greeks: How time, volatility, and other pricing factors drive profits* (2nd ed.). Wiley.

Passarelli, D., & Brodsky, W. J. (2012b). *Trading options Greeks: How time, volatility, and other pricing factors drive profits* (2nd ed.). John Wiley & Sons.

Peeters, B. (2007). *Implied volatility risk premiums*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1087323

Peirano, P. P., & Challet, D. (2012). Baldovin-Stella stochastic volatility process and Wiener process mixtures. *The European Physical Journal B, 85*(8), 276. https://doi.org/10.1140/epjb/e2012-30134-y

Peng, K., Xun, Z., & Hu, M. (2021). A stochastic volatility model with mean-reverting volatility risk premium. *Journal of Physics: Conference Series, 1995*(1), 012015. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1995/1/012015

Peters, J., & Cranz, A. (2022, September 29). *Google is shutting down Stadia in January 2023*. The Verge. https://web.archive.org/web/20241010060211/https://www.theverge.com/2022/9/29/23378713/google-stadia-shutting-down-game-streaming-january-2023

Pimentel, R., Risstad, M., Rogde, S., Rygg, E. S., Vinje, J., Westgaard, S., & Wu, C. (2025). Option pricing with deep learning: A long short-term memory approach. *Decisions in Economics and Finance*. Advance online publication. https://doi.org/10.1007/s10203-025-00518-9

Pirie, W. L., & Kritzman, M. P. (2017). *Derivatives* (1st ed.). Wiley.

Poon, S.-H. (2011). *The Heston option pricing model*.

Poon, S.-H., & Granger, C. W. J. (2003). Forecasting volatility in financial markets: A review. *Journal of Economic Literature, 41*(2), 478–539. [suspicious link removed]

Posedel Šimović, P., & Tafro, A. (2021). Pricing the volatility risk premium with a discrete stochastic volatility model. *Mathematics, 9*(17), 2038. https://doi.org/10.3390/math9172038

Prather, L. J., Chu, T.-H., Mazumder, M. I., & Topuz, J. C. (2009). Index funds or ETFs: The case of the S&P 500 for individual investors. *Financial Services Review, 18*(3), 213–228.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Flannery, B. P., & Vetterling, W. T. (1992). *Numerical recipes in Fortran 77: The art of scientific computing* (2nd ed.). Cambridge University Press.

Pritam, D. (n.d.). *6 option pricing*. R for Finance. Retrieved March 8, 2024, from https://pritamdalal.github.io/rff_book/option-pricing.html

Privault, N. (2020, June 27). *Notes on stochastic finance*. https://www.ntu.edu.sg/index/nprivault/indext.html

Privault, N. (2022). *Introduction to stochastic finance with market examples* (2nd ed.). Chapman and Hall/CRC. https://doi.org/10.1201/9781003298670

QQQ 30-day average daily volume insights. (2025, May 8). *YCharts*. https://ycharts.com/companies/QQQ/average_volume_30

QQQ – Risk – Invesco QQQ trust. (2025, April 28). *Morningstar*. https://www.morningstar.com/etfs/xnas/qqq/risk

*QQQY | The Nasdaq 100 enhanced option*. (2025, April 25). Defiance ETFs. https://www.defianceetfs.com/qqqy/

Quail, R., & Overdahl, J. A. (2009). *Financial derivatives: Pricing and risk management*. John Wiley & Sons.

Rachev, S. T., Kim, Y. S., Bianchi, M. L., & Fabozzi, F. J. (2011). *Financial models with Lévy processes and volatility clustering* (1st ed.). John Wiley & Sons. https://doi.org/10.1002/9781118268070

Rai, G. (2025, February 26). *Case study: Google*. DEV Community. https://dev.to/grenishrai/case-study-google-597k

Rakshit, A., Bandyopadhyay, G., & Chakraborty, T. (2024). *Hedge error analysis in Black Scholes option pricing model: An asymptotic approach towards finite difference*. ArXiv. https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.02919

Rambharat, B. R., & Brockwell, A. E. (2010). Sequential Monte Carlo pricing of American-style options under stochastic volatility models. *The Annals of Applied Statistics, 4*(1), 325–354. https://doi.org/10.1214/09-AOAS286

Rani, P. (2024). Analysis of option prices using Black Scholes model. *International Journal of Scientific Research in Engineering and Management, 8*(5), 1–5. https://doi.org/10.55041/IJSREM34488

Remillard, B. (2013). *Statistical methods for financial engineering* (1st ed.). CRC Press.

Rendleman, R. J., & Bartter, B. J. (1979). Two-state option pricing. *The Journal of Finance, 34*(5), 1093–1110. https://doi.org/10.2307/2327237

Rhoads, R. (2011a). *Option spread trading: A comprehensive guide to strategies and tactics* (1st ed.). Wiley.

Rhoads, R. (2011b). *Trading VIX derivatives: Trading and hedging strategies using VIX futures, options, and exchange-traded notes* (1st ed.). John Wiley & Sons.

Robicheaux, S., & Herrington, C. (2007). Google's Dutch auction initial public offering. *Journal of the International Academy for Case Studies, 13*(5), 1-13.

Rodolphe, S. (2024, October 10). *Volatility surface*. MATLAB Central File Exchange. https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/23316-volatility-surface

Rogers, L. C. G., & Satchell, S. E. (1991). Estimating variance from high, low and closing prices. *The Annals of Applied Probability, 1*(4), 504–512. [suspicious link removed]

Rosazza Gianin, E., & Sgarra, C. (2023). *Mathematical finance* (2nd ed.). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-28378-9

Rossi, R. J. (2018). *Mathematical statistics: An introduction to likelihood based inference* (1st ed.). John Wiley & Sons.

Rouah, F. D., & Vainberg, G. (2012). *Option pricing models and volatility using Excel®-VBA* (1st ed.). John Wiley & Sons. https://doi.org/10.1002/9781119202097

Rubinstein, M. (1994). Implied binomial trees. *The Journal of Finance, 49*(3), 771–818. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1994.tb00079.x

S&P Dow Jones Indices. (2025). *S&P 500®*. https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/#overview

Samuelson, P. A. (1965). Rational theory of warrant pricing. *Industrial Management Review, 6*(2), 13–39.

Samuelson, P. A. (2013). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. In *The World Scientific Handbook of Futures Markets* (Vol. 5, pp. 25–38). World Scientific. https://doi.org/10.1142/9789814566926_0002

Sarwar, G. (2002). An empirical investigation of the premium for volatility risk in currency options for the British pound. *Applied Financial Economics, 12*(12), 913–921. https://doi.org/10.1080/09603100110069365

Savine, A. (2001). *Theory of volatility*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.3173772

Schachermayer, W., & Teichmann, J. (2008). How close are the option pricing formulas of Bachelier and Black–Merton–Scholes? *Mathematical Finance, 18*(1), 155–170. https://doi.org/10.1111/j.1467-9965.2007.00326.x

Scott, L. O. (1987). Option pricing when the variance changes randomly: Theory, estimation, and an application. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22*(4), 419–438. https://doi.org/10.2307/2330793

Segovia, J. E. T., Fernández-Martínez, M., & Sánchez-Granero, M. A. (2019). A novel approach to detect volatility clusters in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 535*, 122452. https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.122452

Sellamuthu, P. (2014). *Black Scholes option pricing model Brownian motion approach*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2508148

Sen, R., & Das, S. (2023). *Computational finance with R* (1st ed.). Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-2008-0

Shahvaroughi Farahani, M., Babaei, S., & Esfahani, A. (2024). "Black-Scholes-artificial neural network": A novel option pricing model. *International Journal of Financial, Accounting, and Management, 5*(4), 475–509. https://doi.org/10.35912/ijfam.v5i4.1684

Sharpe, W. F. (1978). *Investments* (1st ed.). Prentice-Hall.

Sheldon, N. (2014). *Option volatility and pricing: Advanced trading strategies and techniques* (2nd ed.). McGraw Hill.

Shutterstock. (n.d.). *Neuron network example diagram vector illustration* [Stock image]. https://www.shutterstock.com/image-vector/neuron-network-example-diagram-vector-illustration-1730107117

Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. (2017). *Time series analysis and its applications* (4th ed.). Springer.

Silva, T. C., Tabak, B. M., & Ferreira, I. M. (2019). Modeling investor behavior using machine learning: Mean-reversion and momentum trading strategies. *Complexity, 2019*, 4325125. https://doi.org/10.1155/2019/4325125

Sinclair, E. (2008). *Volatility trading*. John Wiley & Sons.

Sinclair, E. (2010). *Option trading: Pricing and volatility strategies and techniques*. John Wiley & Sons.

Siswanah, E., Saleh, M., Qudsiyah, E., & Hakim, M. M. (2024). Performance of two numerical methods in option price calculation. *Engineering Letters, 32*(3), 1-10.

Sjöberg, G., & Oom, G. (2023). *Does implied- or historical volatility predict realized volatility?* [Bachelor's thesis, Linnaeus University]. https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1781413/FULLTEXT01.pdf

Smithers, A. (2022). The risk-free short-term rate of interest. In *The economics of the stock market* (pp. 41–44). Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oso/9780192847096.003.0008

Song, J. (2024). A company analysis of Apple Inc. based on its internal and external environment. *Highlights in Business, Economics and Management, 40*, 912–918. https://doi.org/10.54097/7c5msf38

Souto, H. G., & Moradi, A. (2024). Yang & Zhang's realized volatility: Automated estimation in Python. *Software Impacts, 19*, 100613. https://doi.org/10.1016/j.simpa.2024.100613

Souza, M. (n.d.). *How to make money with binary options*. Gavea.

SPDR® S&P 500® ETF Trust. (2025, May 8). *State Street Global Advisors*. https://www.ssga.com/us/en/intermediary/etfs/spdr-sp-500-etf-trust-spy

Spierdijk, L., Bikker, J. A., & Van den Hoek, P. (2012). Mean reversion in international stock markets: An empirical analysis of the 20th century. *Journal of International Money and Finance, 31*(2), 228–249. https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2011.11.008

Sprenkle, C. M. (1961). Warrant prices as indicators of expectations and preferences. *Yale Economic Essays, 1*(2), 178–231.

Stein, E. M., & Stein, J. C. (1991). Stock price distributions with stochastic volatility: An analytic approach. *The Review of Financial Studies, 4*(4), 727–752. https://doi.org/10.1093/rfs/4.4.727

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2020). *Introduction to econometrics* (4th ed.). Pearson.

Sullivan, E. J., & Weithers, T. M. (1991). Louis Bachelier: The father of modern option pricing theory. *The Journal of Economic Education, 22*(2), 165–171. https://doi.org/10.2307/1182421

Suyashrathi. (2024, January 14). *Hull-White model*. Medium. https://medium.com/@suyash11rathi/hull-white-model-dea357e90095

Szado, E., & Schneeweis, T. (2011). *An update of "loosening your collar: Alternative implementations of QQQ collars": Credit crisis and out-of-sample performance*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1507991

Taleb, N. N. (1997). *Dynamic hedging: Managing vanilla and exotic options* (1st ed.). Wiley.

Tan, T. (2025). Business analysis: A comparative analysis of AMD and NVIDIA. *Advances in Economics, Management and Political Sciences, 146*(1), 51–60. https://doi.org/10.54254/2754-1169/2024.LD19058

Tan, X., Li, S., & Wang, S. (2020). Pricing European-style options in general Lévy process with stochastic interest rate. *Mathematics, 8*(5), 731. https://doi.org/10.3390/math8050731

Tangirala, A. K. (2015). *Principles of system identification: Theory and practice* (1st ed.). CRC Press.

Team Appreciate. (2024, November 12). *Tick size in trading: Definition, how it works & why it matters*. Appreciate. https://appreciatewealth.com/blog/trading-ticks-a-beginners-guide

Teneng, D. (2011). Limitations of the Black-Scholes model. *International Research Journal of Finance and Economics, 68*, 99–102.

Thakar, C. (2024, May 13). *Heston model: Options pricing, Python implementation and parameters*. QuantInsti. https://blog.quantinsti.com/heston-model/

The Data School. (2024). *Simple moving averages explained!* https://www.thedataschool.co.uk/zoe-reed/simple-moving-averages-explained/

The Index Industry Association (IIA). (n.d.). *Indexes 101*. Retrieved August 15, 2024, from https://www.indexindustry.org/insights/indexation-101/

Thomsett, M. C. (2005). *Options trading for the conservative investor: Increasing profits without increasing your risk*. Prentice Hall/Financial Times.

Thomsett, M. C. (2018). *Options: The essential guide for getting started in derivatives trading* (10th ed.). De Gruyter.

Thorp, E. O., & Kassouf, S. T. (1967). *Beat the market: A scientific stock market system*. Random House.

Trefis Team. (2025, April 8). *Microsoft earnings preview: Will Q3 results boost the stock?* Nasdaq. https://www.nasdaq.com/articles/microsoft-earnings-preview-will-q3-results-boost-stock

*Trending options volume*. (2025, May 8). Options Education. https://www.optionseducation.org/toolsoptionquotes/trending-options-volume

Tsay, R. S. (2014). *An introduction to analysis of financial data with R*. Wiley.

Uhlenbeck, G. E., & Ornstein, L. S. (1930). On the theory of the Brownian motion. *Physical Review, 36*(5), 823–841. https://doi.org/10.1103/PhysRev.36.823

Ullah, N., & Asghar, U. (2023). Efficient market hypothesis: An exploratory study of FTSE-100 stock market. *Journal of Business & Tourism, 9*(1), 12–20. https://doi.org/10.34260/jbt.v9i01.269

Upstox. (2022, October 14). *What is diagonal spread: Definition and how it works?* https://upstox.com/learning-center/futures-and-options/what-is-a-diagonal-spread-and-how-does-it-work/

van der Kamp, R. (2009). *Local volatility modelling* [Master's thesis, University of Twente]. http://essay.utwente.nl/59223/

Van Der Post, H., Bisette, V., & Strauss, J. (2024). *The Greeks: Options trading Python: A critical overview of the Greeks in finance*. Independently published.

Vanini, P. (2010). *Stochastic volatility III: Volatility models and volatility surfaces*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.1619283

Vernimmen, P., Quiry, P., & Le Fur, Y. (2018). *Corporate finance: Theory and practice* (5th ed.). John Wiley & Sons.

Vernimmen, P., Quiry, P., Le Fur, Y., Dallocchio, M., & Salvi, A. (2022). *Corporate finance: Theory & practice* (6th ed.). Wiley.

Vicente, S. F. (2022). *Measuring dealer inventories and impact of higher order Greek exposure: An implied volatility modelling approach* [Master's thesis, Universidade Nova de Lisboa]. https://run.unl.pt/handle/10362/140581

Vidani, J. (2024). E-commerce supply chain efficiency: A case study of Amazon e-commerce company. *SSRN*. https://doi.org/10.2139/ssrn.4849852

Vinţe, C., Ausloos, M., & Furtună, T. F. (2021). A volatility estimator of stock market indices based on the intrinsic entropy model. *Entropy, 23*(4), 484. https://doi.org/10.3390/e23040484

Virbickaitė, A., & Lopes, H. F. (2019). Bayesian semiparametric Markov switching stochastic volatility model. *Applied Stochastic Models in Business and Industry, 35*(4), 978–997. https://doi.org/10.1002/asmb.2434

VIX Index. (2024). Cboe. https://www.cboe.com/tradable_products/vix/

Wang, H. (2024). The impact of stochastic volatility on option pricing using the Black-Scholes model: Empirical evidence from NVIDIA. *Advances in Economics, Management and Political Sciences, 94*(1), 123–129. https://doi.org/10.54254/2754-1169/94/2024OX0138

Wang, J. (2025). Research on the competitive development and prospects of Nvidia. *Advances in Economics, Management and Political Sciences, 161*(1), 51–56. https://doi.org/10.54254/2754-1169/2025.19882

Wang, Y., & Ma, J. (2008). A review of theoretical and empirical research on warrant pricing. *2008 Fourth International Conference on Natural Computation*, 309–313. https://doi.org/10.1109/ICNC.2008.405

Warner, A. (2009). *Options volatility trading: Strategies for profiting from market swings* (1st ed.). McGraw Hill.

Wash, R. (2025, April 30). *Microsoft cloud and AI strength drives third quarter results*. Microsoft Stories. https://news.microsoft.com/2025/04/30/microsoft-cloud-and-ai-strength-drives-third-quarter-results/

Waters, J. (2025, May 6). *Amazon | E-commerce, Amazon Web Services, history, & facts*. Britannica Money. https://www.britannica.com/money/Amazoncom

Westfall, P. H. (2014). Kurtosis as peakedness, 1905–2014. R.I.P. *The American Statistician, 68*(3), 191–195. https://doi.org/10.1080/00031305.2014.917055

Whaley, R. E. (1993). Derivatives on market volatility. *The Journal of Derivatives, 1*(1), 71–84. https://doi.org/10.3905/jod.1993.407868

Whaley, R. E. (2000). The investor fear gauge. *The Journal of Portfolio Management, 26*(3), 12–17. https://doi.org/10.3905/jpm.2000.319728

Whaley, R. E. (2009). Understanding the VIX. *The Journal of Portfolio Management, 35*(3), 98–105. https://doi.org/10.3905/JPM.2009.35.3.098

Wiggins, J. B. (1987). Option values under stochastic volatility: Theory and empirical estimates. *Journal of Financial Economics, 19*(2), 351–372. https://doi.org/10.1016/0304-405X(87)90009-2

Wilmott, P. (1998). *Derivatives: The theory and practice of financial engineering*. Wiley.

Wilmott, P. (2007). *Paul Wilmott introduces quantitative finance* (2nd ed.). John Wiley & Sons.

Witzany, J., & Fičura, M. (2023). *A comparison of neural networks and Bayesian approaches for the Heston model estimation*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.4593078

Wu, H.-F. (2019). *From constant to stochastic volatility: Black-Scholes versus Heston option pricing models* [Senior project, Bard College]. https://digitalcommons.bard.edu/senproj_s2019/163

Wu, Y. (2023). Research on the commodity pricing based on Black-Scholes model and geometric Brownian motion model. *BCP Business & Management, 37*, 97–106. https://doi.org/10.54691/bcpbm.v37i.3551

Xu, C. (2023). Efficient market hypothesis in contemporary applications: A systematic review on theoretical models, experimental validation, and practical application. *Highlights in Business, Economics and Management, 21*, 231–239. https://doi.org/10.54097/hbem.v21i.14337

Yalincak, H. (2012). *Criticism of the Black-Scholes model: But why is it still used?: (The answer is simpler than the formula)*. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2115141

Yang, D., & Zhang, Q. (2000). Drift-independent volatility estimation based on high, low, open, and close prices. *The Journal of Business, 73*(3), 477–492. https://doi.org/10.1086/209650

Ye, Z. (2013). *The Black-Scholes and Heston models for option pricing* [Master's thesis, University of Waterloo]. http://hdl.handle.net/10012/7541

Yu, S., Webb, G. P., & Tandon, K. (2014). *What happens when a stock is added to the Nasdaq-100 index? What doesn't happen?* SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.2513917

Zaur, M. (2023). *Implied volatility surface: Difference between Heston model and SVI parametrization*. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.32577.02406/1

Zerodha. (n.d.). *Option strategies*.

Zhang, C., Amici, G., & Morandotti, M. (2025). *Calibrating the Heston model with deep differential networks*. ArXiv. https://doi.org/10.48550/ARXIV.2407.15536

Zhang, D., & Nault, B. R. (2019). Measuring risk from IT initiatives using implied volatility. *Journal of the Association for Information Systems, 20*(11), 1566–1588. https://doi.org/10.17705/1jais.00578

Zhang, J. E., & Jinghong, S. (2003). Pricing S&P 500 index options with Heston's model. *2003 IEEE International Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering, Proceedings*, 85–92. https://doi.org/10.1109/CIFER.2003.1196246

Zhang, P. G. (1998). *Exotic options: A guide to second generation options*. World Scientific.

Zhou, S., Lai, K. K., Wang, H., & Yen, J. (2013). *Volatility surface and term structure: High-profit options trading strategies* (1st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203732014

Zou, L. (2022). Option pricing and risk hedging for Apple. *BCP Business & Management, 32*, 189–195. https://doi.org/10.54691/bcpbm.v32i.2887

Zou, S., Dong, X., & Yan, B. (2024). Application of stochastic processes in financial market models. *Advances in Economics, Management and Political Sciences, 90*(1), 9–14. https://doi.org/10.54254/2754-1169/90/20241916

Zutter, C. J., & Smart, S. B. (2019). *Principles of managerial finance* (15th ed., Global Edition). Pearson.

# الملاحق

## Black-Scholes Model code

```python
import numpy as np
from scipy.stats import norm

# ------------------------------------------------------------------------
# Black-Scholes Function Definition
# ------------------------------------------------------------------------
# S: Current price of the underlying asset (e.g., stock price)
# K: Strike price of the option
# T: Time to expiration (in years)
# r: Risk-free interest rate (annual)
# sigma: Volatility of the underlying asset
# ------------------------------------------------------------------------

def black_scholes(S, K, T, r, sigma):
    """
    Calculates the European call and put option price using the Black-Scholes model.

    :param S: float - Current asset price
    :param K: float - Strike price
    :param T: float - Time to maturity (in years)
    :param r: float - Risk-free interest rate
    :param sigma: float - Volatility
    :return: tuple - (call_price, put_price)
    """

    # Calculate d1 and d2
    d1 = (np.log(S / K) + (r + 0.5 * sigma ** 2) * T) / (sigma * np.sqrt(T))
    d2 = d1 - sigma * np.sqrt(T)

    # Calculate call option price using the cumulative distribution function (CDF)
    call_price = (S * norm.cdf(d1, 0.0, 1.0) - K * np.exp(-r * T) * norm.cdf(d2, 0.0, 1.0))

    # Calculate put option price
    put_price = (K * np.exp(-r * T) * norm.cdf(-d2, 0.0, 1.0) - S * norm.cdf(-d1, 0.0, 1.0))

    return call_price, put_price

# ------------------------------------------------------------------------
# Example of how to use the function
# ------------------------------------------------------------------------
if __name__ == '__main__':
    # Input parameters for the option
    underlying_price = 100    # Current stock price: $100
    strike_price = 105        # Strike price: $105
    time_to_maturity = 1      # Time to expiration: 1 year
    risk_free_rate = 0.05     # Risk-free rate: 5%
    volatility = 0.2          # Volatility: 20%

    # Call the function to get the prices
    call, put = black_scholes(underlying_price, strike_price, time_to_maturity, risk_free_rate,
volatility)

    # Print the results
    print(f"Input Data:")
    print(f"  - Underlying Price (S): {underlying_price}")
    print(f"  - Strike Price (K): {strike_price}")
    print(f"  - Time to Maturity (T): {time_to_maturity} year(s)")
    print(f"  - Risk-Free Rate (r): {risk_free_rate:.2%}")
    print(f"  - Volatility (sigma): {volatility:.2%}")
    print("-" * 30)
    print(f"Call Option Price: {call:.2f}")
    print(f"Put Option Price: {put:.2f}")
```

## Heston Model code

```
[ ]: def heston_charfunc(phi, S0, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r):
    # constants
    a = kappa*theta
    b = kappa+lambd
    rspi = rho*sigma*phi*1j
    d = np.sqrt( (rho*sigma*phi*1j - b)**2 + (phi*1j+phi**2)*sigma**2 )
    g = (b-rspi+d)/(b-rspi-d)
    exp1 = np.exp(r*phi*1j*tau)
    term2 = S0**(phi*1j) * ( (1-g*np.exp(d*tau))/(1-g) )**(-2*a/sigma**2)
    exp2 = np.exp(a*tau*(b-rspi+d)/sigma**2 + v0*(b-rspi+d)*( (1-np.exp(d*tau))/(1-g*np.exp(d*tau)) )/sigma**2)
    return exp1*term2*exp2
def integrand(phi, S0, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r):
    args = (S0, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r)
    numerator = np.exp(r*tau)*heston_charfunc(phi-1j,*args) - K*heston_charfunc(phi,*args)
    denominator = 1j*phi*K**(1j*phi)
    return numerator/denominator
def heston_price_rec(S0, K, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r):
    args = (S0, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r)
    P, umax, N = 0, 100, 10000
    dphi=umax/N #dphi is width
    for i in range(1,N):
        phi = dphi * (2*i + 1)/2 # midpoint to calculate height
        numerator = np.exp(r*tau)*heston_charfunc(phi-1j,*args) - K * heston_charfunc(phi,*args)
        denominator = 1j*phi*K**(1j*phi)
        P += dphi * numerator/denominator
    return np.real((S0 - K*np.exp(-r*tau))/2 + P/np.pi)
def heston_price(S0, K, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r):
    args = (S0, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r)
    real_integral, err = np.real( quad(integrand, 0, 100, args=args) )
    return (S0 - K*np.exp(-r*tau))/2 + real_integral/np.pi
```

## ANN code

```
# Feature and target selection
X = df[['strike', 'spot', 'maturity', 'impliedVolatility', 'rate']]
y = df['lastPrice']
# Normalize features
scaler = StandardScaler()
X_scaled = scaler.fit_transform(X)
# Split data into train/test
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X_scaled, y, test_size=0.2, random_state=42)
# Build the neural network model
model = tf.keras.Sequential([
    tf.keras.layers.Dense(64, activation='relu', input_shape=(X_train.shape[1],)),
    tf.keras.layers.Dense(64, activation='relu'),
    tf.keras.layers.Dense(64, activation='relu'),
    tf.keras.layers.Dense(64, activation='relu'),
    tf.keras.layers.Dense(1)  # Single output for option price
])
model.compile(optimizer='adam', loss='mse', metrics=['mae'])
# Train the model
history = model.fit(X_train, y_train, epochs=100, batch_size=32, validation_data=(X_test, y_test), verbose=0)
# Evaluate the model
loss, mae = model.evaluate(X_test, y_test, verbose=0)
print(f"{sheet} - Mean Absolute Error on Test Set: {mae}")
# Predict on Test and Train data
test_predictions = model.predict(X_test)
train_predictions = model.predict(X_train)
# Prepare comparison DataFrames
comparison_test = pd.DataFrame({
    'Stock': sheet,
    'Actual': y_test.values,
    'Predicted': test_predictions.flatten(),
    'Absolute_Difference': np.abs(y_test.values - test_predictions.flatten()),
    'Strike': df.loc[y_test.index, 'strike'],
    'Spot': df.loc[y_test.index, 'spot'],
    'Maturity': df.loc[y_test.index, 'maturity'],
    'Rate': df.loc[y_test.index, 'rate'],
    'Moneyness': df.loc[y_test.index, 'moneyness'],
    'Dataset': 'Test'
})
```

## Calibration Using MLE

```
x0 = [param["x0"] for key, param in params.items()]
bnds = [param["lbub"] for key, param in params.items()]
def log_likelihood(x):
    v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd = x

    # Compute Heston model prices
    model_prices = heston_price_rec(S0, K, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r)

    # Compute log-likelihood assuming normally distributed errors
    residuals = P - model_prices
    sigma_resid = np.std(residuals)  # Estimate standard deviation of errors
    ll = np.sum(norm.logpdf(residuals, loc=0, scale=sigma_resid))

    return -ll  # We minimize the negative log-likelihood

# Perform MLE optimization
mle_result = minimize(log_likelihood, x0, tol=1e-3, method='SLSQP', options={'maxiter': 1e3}, bounds=bnds)
```

## Calibration Using NLS

```
x0 = [param["x0"] for key, param in params.items()]
bnds = [param["lbub"] for key, param in params.items()]

def SqErr(x):
    v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd = [param for param in x]
    err = np.sum( (P-heston_price_rec(S0, K, v0, kappa, theta, sigma, rho, lambd, tau, r))**2 /len(P) )

    # Zero penalty term - no good guesses for parameters
    pen = 0 #np.sum( [(x_i-x0_i)**2 for x_i, x0_i in zip(x, x0)] )
    return err + pen# Define variables to be used in optimization

result = minimize(SqErr, x0, tol = 1e-3, method='SLSQP', options={'maxiter': 1e3 }, bounds=bnds)
```

## Code Calculate (RMSE, MSE, MAPE, MAE)

```
import numpy as np

def calculate_error_metrics(actual_prices, predicted_prices):
    """
    Calculates MSE, RMSE, MAE, and MAPE for a set of predictions.

    :param actual_prices: A list or numpy array of actual market prices.
    :param predicted_prices: A list or numpy array of predicted prices from a model.
    :return: A dictionary containing the calculated error metrics.
    """
    actual = np.array(actual_prices)
    predicted = np.array(predicted_prices)

    # Ensure no division by zero for MAPE
    if np.any(actual == 0):
        print("Warning: Actual prices contain zeros. MAPE will be calculated for non-zero values
only.")
        non_zero_indices = np.where(actual != 0)
        mape = np.mean(np.abs((actual[non_zero_indices] - predicted[non_zero_indices]) /
actual[non_zero_indices])) * 100
    else:
        mape = np.mean(np.abs((actual - predicted) / actual)) * 100

    mse = np.mean((actual - predicted)**2)
    rmse = np.sqrt(mse)
    mae = np.mean(np.abs(actual - predicted))

    return {
        'MSE': mse,
        'RMSE': rmse,
        'MAE': mae,
        'MAPE': mape
    }

def compare_models(actual_prices, model1_preds, model2_preds, model3_preds):
    """
    Compares three option pricing models using standard error metrics.

    :param actual_prices: A list of actual market prices.
    :param model1_preds: A list of predictions from Model 1.
    :param model2_preds: A list of predictions from Model 2.
    :param model3_preds: A list of predictions from Model 3.
    """
    print("Comparing Three Option Pricing Models\n" + "="*40)

    # Calculate errors for each model
    errors_model1 = calculate_error_metrics(actual_prices, model1_preds)
    errors_model2 = calculate_error_metrics(actual_prices, model2_preds)
    errors_model3 = calculate_error_metrics(actual_prices, model3_preds)

    # Print results in a formatted table
    print(f"{'Metric':<10} | {'Model 1':<15} | {'Model 2':<15} | {'Model 3':<15}")
    print("-"*60)
    for metric in ['MSE', 'RMSE', 'MAE', 'MAPE']:
        val1 = f"{errors_model1[metric]:.4f}"
        val2 = f"{errors_model2[metric]:.4f}"
        val3 = f"{errors_model3[metric]:.4f}"
        print(f"{metric:<10} | {val1:<15} | {val2:<15} | {val3:<15}")
```