الجمهـــوريـــــة الجزائـــريـــــة الديمقـــراطيـــــة الشـعبيـــة
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التـــعلـــيـــــم العـــــالـــــي والبـــحـــــث العـلمـــــي
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

جامعة وهران 2 محمد بن أ حمد
Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed

معهد الصيانة و الأمن الصناعي
Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle

Département de Maintenance en Electromécanique

MÉMOIRE

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Maintenance Industrielle en Electromécanique

Spécialité : Maintenance Industrielle en Electromécanique

Thème

Modélisation par éléments finis de l'endommagement d'un matériau ductile

Présenté et soutenu publiquement par :

KACI Younes

Devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
ADJELOUA Abdelaziz	MCA	Université d'Oran 2	**Président**
YAHIAOUI Reda	MCA	Université d'Oran 2	**Encadrant**
SENHADJI Salima	MCA	Université d'Oran 2	**Examinateur**

Année 2024/2025

REMERCIMENTS

Je tiens à remercier dieu avant tout pour m'avoir donné la force pour faire ce long voyage. Aussi je tiens à remercier ma famille et spécialement ma mère pour avoir toujours était à mes côtés. Et aussi je remercie Mr.YAHIAOUI pour son aide et son soutien, ainsi que tous les professeur et le personnel de l'institut et mes amis.

DEDICACES

Je Dédie ce travail à ma mère qui sans elle je ne serais jamais arrivé ici et à mes deux sœurs ANAIS et ELISSA.

Table des matieres :

REMERCIMENTS 1
DEDICACES 2
Table des matieres 3
Liste des Figures 5
Lite des Tableaux 6
Introduction generale 7
CHAPITRE 1
1.1 Introduction au matériaux ductiles 9
1.2 Historique 10
1.3 Comportement mécanique des matériaux ductiles 10
1.3.1 Zone de déformation élastique 11
1.3.2 Zone de déformation plastique 11
1.3.2.1 Glissement cristallographique 12
1.3.2.2 L'écrouissage 12
1.3.2.3 Ecrouissage isotrope 13
1.3.2.4 Lois d'écrouissage 14
1.3.2.5 Comportement Visco-plastique du matériau 15
1.3.3 Zone de déformation plastique localisée 16
1.3.4 La triaxialité des contraintes 17
1.3.4.1 Tenseur des contraintes 17
1.3.4.2 Formule de la triaxialité des contraintes 19
1.3.5 La rupture 19
1.3.6 Rupture des matériaux Fragiles 20
1.3.7 Implications pratiques de la ductilité des matériaux 20
1.3.8 Paramètres Caractéristiques du matériau 20
1.3.8.1 Module de Young 20
1.3.8.2 Résistance à la Traction 20
1.3.8.3 Allongement à la rupture 21
1.3.8.4 Énergie de déformation 21
1.4 Mécanismes d'endommagement 21
1.4.1 Nucléation des cavités 22
1.4.2 Croissance des Cavités 22
1.4.3 Coalescence des cavités et rupture 22
1.5 Critères d'endommagement 23
1.5.1 Critère de Tresca 23
1.5.2 Critère de Von Mises 23
1.5.3 Variable d'endommagement 24
1.5.3.1 Expressions de la variable d'endommagement 25
1.5.3.2 Contrainte en fonction de la variable d'endommagement 26
1.6 Applications industrielles 26
1.7 Conclusion 27
CHAPITRE 2
2.1 Introduction 29
2.2 Historique 29
2.3 Définition de la MEF 29
2.4 Modélisation et Discrétisation 30
2.4.1 Modélisation 30
2.4.2 Discrétisation 30

2.5 Application de la MEF 30
2.5.1 Définition de la matrice de rigidité 31
2.5.2 Matrice de Rigidité d'un élément en repère local 31
2.5.3 Matrice de rigidité d'un élément en repère global 31
2.5.4 Matrice de rigidité globale 32
2.5.5 Conditions aux limites 32
2.5.6 Résolution du système d'équations 32
2.5.7 Calcul des efforts internes 32
2.6 Propriétés d'un élément finis 33
2.6.1 Condition de compatibilité 33
2.7 Types d'éléments finis 34
2.8 Logiciels utilisant la MEF 35
2.9 Avantages de la Méthode des Éléments Finis 35
2.10 Inconvénients de la Méthode des Éléments Finis 35
2.11 Présentation du logiciel ABAQUS 36
2.11.1 ABAQUS/Standard 36
2.11.2 ABAQUS/Explicit 36
2.11.3 ABAQUS/CAE 36
2.12 Caractéristiques de ABAQUS 36
2.13 Modules de ABAQUS 37
2.14 Conclusion 38
CHAPITRE 3
3.1 Introduction 40
3.2 Présentation du Specimen d'étude 40
3.3 Simulation du cas d'étude sur ABAQUS/CAE 41
3.3.1 Etapes de la simulation 41
3.3.1.1 Maillage 41
3.3.1.2 Proprietes de l'éprouvette 42
3.3.1.3 Création de la section 46
3.3.1.4 Module «Part» 47
3.3.1.5 Module «Step» 48
3.3.1.6 Les conditions aux limites 49
3.3.1.7 Modules "job" et "vizualisation" 51
3.4 Analyse de la courbe contrainte-déformation 51
3.5 Calcul de la variable d'endommagement 54
3.6 Calcul de l'enérgie 54
3.7 Concluision 55
Conclusion Générale 56
References bibliographiques 57

Liste des figures

CHAPITRE 1

Figure 1.1 : Exemple de matériau ductile 9
Figure 1.2 : Simulation via ABAQUS d'une rupture de pipeline 9
Figure 1.3 : Graphique de la courbe de traction 11
Figure 1.4 : Graphique montrant l'effet de l'écrouissage 12
Figure 1.5 : Représentation de l'écrouissage isotrope 13
Figure 1.6 : Comparaison entre les modèles d'écrouissage 15
Figure 1.7 : Illustration du phénomène de striction.....16
Figure 1.8 : Courbe vraie vs courbe ingénieur 17
Figure 1.9 : Numérotation des faces du cube.....18
Figure 1.10 : Indice des composants du tenseur 18
Figure 1.11 : Représentation de l'énergie de déformation 21
Figure 1.12 : Schéma des étapes menant à la rupture 22
Figure 1.13 : Critères de von mises et tresca 24
Figure 1.14 : Courbe linéaire de la variable d'endommagement.....25
Figure 1.15 : Courbe exponentielle de la variable d'endommagement 25
Figure 1.16: Représentation de la contrainte effective dans la courbe de traction 26
Figure 1.17 : Exemple d'utilisation des matériaux ductiles.....27

CHAPITRE 2

Figure 2.1 : Illustration d'un élément discrétisé.....30
Figure 2.2 : Types d'éléments finis 34

CHAPITRE 3

Figure 3.1 : Modélisation de l'éprouvette sur ABAQUS 40
Figure 3.2 : Illustration et dimensions de l'éprouvette 40
Figure 3.3 : Boite de dialogue «Mesh Controls».....41
Figure 3.4 : illustration de l'éprouvette maillée 41
Figure 3.5 : Courbe contrainte vraie – déformation plastique vraie du matériau. 42
Figure 3.6 : Résistance à la traction et sa déformation plastique de l'éprouvette43
Figure 3.7 : Déformation à la rupture de l'éprouvette 44
Figure 3.8 : Boite de dialogue «Edit Material» réglage de deformation à la rupture, Triaxialité et vitesse de déformation.....45
Figure 3.9 : Dimensions d'un élément fini 46
Figure 3.10 : Boite de dialogue «Suboption Editor» 46
Figure 3.11 : Localisation de «bottomGrip» 47
Figure 3.12 : Localisation de «topGrip».....47
Figure 3.13 : Localisation de «guagesection».....47
Figure 3.14 : Localisation de «RefPtSet» 48
Figure 3.15 : Boite de dialogue «Edit Field Output Request».....48
Figure 3.16 : Couplage de «RefPtSet» et «topGrip» 49
Figure 3.17 : Illustration des fixations dans «bottomGrip» 49
Figure 3.18 : Boite de dialogue «Edit Boundary Condition» 50
Figure 3.19 : Boite de dialogue «Edit History Output Request» 51
Figure 3.20 : Modélisation de la rupture de l'éprouvette.....51
Figure 3.21 : Courbe de la deformation en fonction du temps 52
FIgure 3.22 : Courbe de la contrainte en fonction du temps.....52
Figure 3.23 : Courbe de la contrainte en fonction de la déformation.....53

Liste des tableaux

CHAPITRE 3

Tableau 3.1 : dimensions de l'éprouvette.....41
Tableau 3.2 : valeurs de la courbe contrainte vraie – déformation plastique 43
Tableau 3.3 : Amplitude du chargement appliqué.....50

Introduction Générale :

Le comportment des matériaux ductiles sous chargement joue un rôle déterminant dans la sécurité et la fiabilité des structures industrielles, qu'il s'agisse du secteur automobile, aéronautique ou énergétique. En effet, la capacité d'un matériau à se déformer plastiquement avant rupture permet de dissiper l'énergie de charge et de prévenir les défaillances brutales. Pourtant, les mécanismes microscopiques d'endommagement—nucléation, croissance et coalescence des cavités restent complexes à modéliser de manière précise. C'est dans ce contexte que s'inscrit le présent mémoire, dont l'objectif principal est de proposer une méthodologie de simulation numérique capable de prédire l'endommagement et la rupture d'une éprouvette ductile soumise à traction uniaxiale selon la norme ASTM E8.

Pour atteindre cet objectif, nous avons tout d'abord mené une revue bibliographique approfondie des critères et variables d'endommagement classiques, tels que les critères de Tresca et de von Mises, ainsi que la variable de dommage D. L'étude du rôle de la triaxialité dans la localisation plastique a notamment permis de mieux comprendre son influence sur l'amorçage des cavités. Forts de ces connaissances, nous avons développé un modèle par éléments finis sous ABAQUS/CAE, intégrant géométrie normalisée, maillage structuré, conditions aux limites appropriées et chargement uniaxial contrôlé.

Au cœur de cette démarche se trouve l'analyse détaillée des courbes contrainte–déformation extraites de la simulation. La dissociation en trois phases—élastique, plastique et localisation d'endommagement— nous a permis de calculer la variable D et d'estimer l'énergie consommée lors de la progression vers la rupture.

Ce mémoire s'articule en trois chapitres. Le premier présente les fondements du comportement mécanique des matériaux ductiles et les mécanismes d'endommagement; le second expose les principes de la méthode des éléments finis et décrit le logiciel ABAQUS; le troisième détaille la modélisation de l'éprouvette ASTM E8, le déroulement de la simulation, l'analyse des zones élastique, plastique et endommagée, ainsi que les calculs associés à la variable D et à l'énergie consommée.

CHAPITRE 1

Généralités sur l'endommagement des matériaux ductiles

1.1 Introduction au matériaux ductiles :

Parler des matériaux ductiles, inclus forcément de parler la capacité à se déformer plastiquement de manière significative avant de se rompre, contrairement aux matériaux fragiles qui se rompent sans grande déformation. La caractéristique principale d'un matériau ductile est sa capacité à être malléable. En d'autres termes, il peut résister à l'étirement et subir des transformations importantes tout en conservant son intégrité structurelle jusqu'à atteindre sa limite de rupture. L'or, par exemple, est considéré comme le matériau le plus ductile : il peut être étiré en fils extrêmement fins sans se rompre, la figure 1.1 donne un exemple d'un matériau ductile.



Figure 1.1 : Exemple d'un matériau ductile

Ainsi, la caractéristique principale d'un matériau ductile est sa capacité à subir une déformation plastique irréversible, qui se produit immédiatement après le dépassement de la limite d'élasticité, et qui persiste même après le retrait de la contrainte appliquée. Cette déformation résulte de mécanismes physiques qui mettent en jeu des mouvements de dislocations dans un réseau cristallin entrainant un réarrangement de la position relative des atomes et des plans cristallographiques.

L'étude de l'endommagement des matériaux ductiles trouve de nombreuses applications pratiques dans des domaines variés. Elle est essentielle, par exemple, dans la simulation des crashs automobiles, l'analyse de la rupture des pipelines, figure 1.2, ou encore dans les procédés de formage tels que l'emboutissage des tôles.

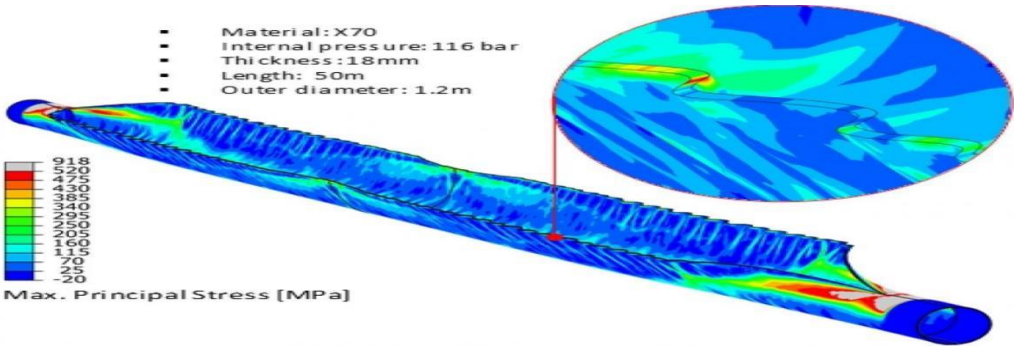


Figure 1.2 : Modélisation par éléments finis de la rupture d'un pipeline

1.2 Historique :

Historiquement, l'étude et l'usage des matériaux ductiles a des origines remontantes à l'antiquité où les artisans avaient pris conscience empiriquement de la malléabilité des matériaux ductiles comme l'or ou le cuivre. Il faudra attendre Les travaux de Coulomb de 1773 sur l'écoulement par friction des sols sous l'effet simultané des contraintes de cisaillement et normales qui ont mis en évidence que l'écoulement se manifeste par de grandes déformations de cisaillement sans augmentation significative de la contrainte appliquée. Ses résultats ont ensuite été mobilisés pour expliquer la pression des sols contre les murs de soutènement et les fondations dans les travaux du mathématicien et ingénieur français Jean Victor Poncelet en 1840, puis de l'ingénieur et physicien écossais William John Macquorn Rankine en 1853 [1]. cela ouvrira la voie aux travaux de Tresca, Saint-Venant, Von Mises et d'autres.

Deux critères sont couramment utilisés pour déterminer le passage d'un matériau dans le domaine de la déformation plastique : En 1864, Henri Edouard Tresca, après avoir mené des expériences de compression et d'indentation sur des métaux, proposa que ce type de plasticité, contrairement à celle des sols, était essentiellement indépendant de la contrainte normale moyenne dans le matériau et ne dépendait que des contraintes de cisaillement ; caractéristique qui fut plus tard expliquée par le mécanisme des dislocations. Il élabora ainsi un critère d'écoulement pour les polycristaux métalliques isotropes fondé sur la contrainte de cisaillement maximale ; critère que Saint-Venant utilisa pour résoudre un des premiers problèmes élastoplastiques, à savoir celui du cylindre partiellement plastique en torsion, et pour déterminer les contraintes dans un tube totalement plastique soumis à la pression [1].
En 1913, le mathématicien austro-américain Richard von Mises proposa qu'une théorie de la plasticité mathématiquement plus simple que celle fondée sur le critère de Tresca pouvait s'appuyer sur le deuxième invariant tensoriel des contraintes déviatoriques (c'est-à-dire des contraintes totales auxquelles on soustrait celles d'un état hydrostatique où la pression est égale à la contrainte normale moyenne sur toutes les directions). Un critère d'écoulement équivalent avait déjà été avancé indépendamment par l'ingénieur polonais Maksymilian Tytus Huber. La théorie de von Mises intègre également une suggestion de M. Levy, formulée en 1871, selon laquelle les composantes du tenseur d'incrément de déformation plastique sont proportionnelles entre elles de la même façon que celles du tenseur de contrainte déviatorique. Il fut généralement constaté que ce critère offrait un accord un peu meilleur avec les résultats expérimentaux que celui de Tresca, et la majorité des travaux appliqués en théorie de la plasticité utilisent aujourd'hui cette formulation [1].

1.3 Comportement mécanique des matériaux ductiles :

Macroscopiquement, le comportement d'un matériau ductile se divise en deux phases principales. La première correspond au comportement élastique : selon la loi de Hooke, la relation contrainte-déformation est linéaire et la déformation est réversible. Lorsque la contrainte dépasse la limite d'élasticité, le matériau entre dans le domaine plastique. Dans cette phase, la déformation devient irréversible, en raison du mouvement des dislocations au sein du réseau cristallin. La ductilité se définit essentiellement par cette capacité à se déformer de manière permanente avant de se rompre, Figure 1.3.

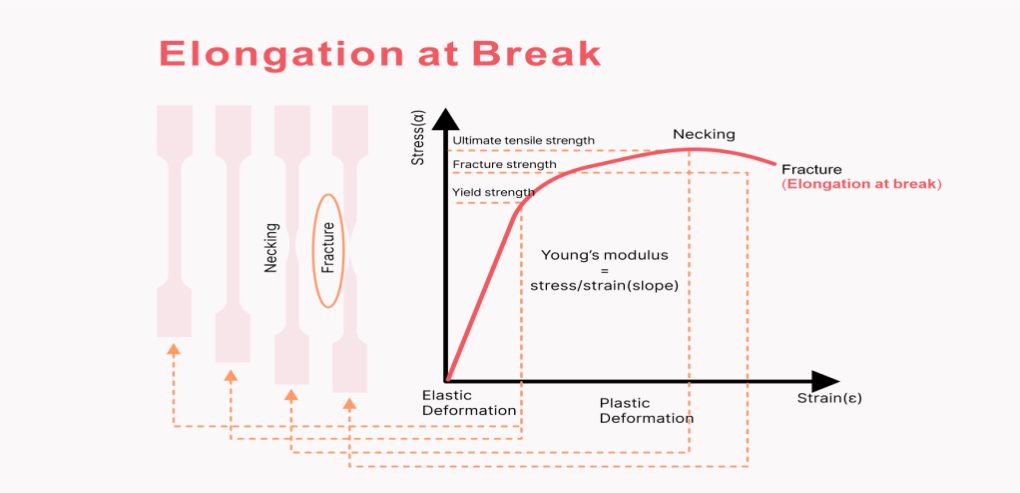


Figure 1.3 : Courbe d'essai de traction illustrant les différentes étapes et éléments de celle-ci.

La figure 1.3 représente la courbe d'essai de traction d'un matériau ductile, dans laquelle les différentes étapes de la déformation sont clairement visibles. La première zone correspond à la déformation élastique, suivie d'une zone où la déformation devient plastique, puis d'une phase de déformation plastique localisée, avant que ne survienne finalement la rupture. Chacune de ces zones sera abordée séparément dans les sections suivantes.

1.3.1 Zone de déformation élastique :

Dans cette zone, lorsqu'un matériau est soumis à une contrainte, il se déforme et une fois la contrainte supprimée, il reprend sa forme initiale. Cette phase correspond au domaine élastique, qui est régie par la loi de Hooke :

$$\sigma = E.\varepsilon$$

Où, σ : La contrainte d'élasticité (MPa), ε : La déformation (%) et E : Module de Young (MPa) [2].

Sachant que :

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Où, F : la force appliquée [N] et S : La surface sur laquelle la force est appliqué [mm^2][2].

Et,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Où, l : longueur après déformation de l'éprouvette, l_0 : longueur initiale de l'éprouvette et Δl : l'allongement totale [2].

1.3.2 Zone de déformation plastique :

La zone de déformation plastique est la zone où la déformation est irréversible, c'est à dire que la suppression de la contrainte ne permet pas au matériau ductile de reprendre sa forme initiale. Dans cette zone la déformation est homogène, et c'est à ce stade que se manifeste le phénomène d'écrouissage. Le passage du comportement élastique au comportement plastique s'effectue par l'intermédiaire de mécanismes microscopiques:

1.3.2.1 Glissement cristallographique :

Lorsque la contrainte dépasse un seuil critique, les atomes du réseau se réarrangent par le déplacement de défauts linéaires appelés dislocations. La déformation permanente est permise par le mouvement des dislocations sur des plans de glissement privilégiés. Aussi, l'interaction entre dislocations provoque un phénomène d'écrouissage, ce qui permet d'augmenter la résistance du matériau au fur et à mesure que la déformation progresse.

1.3.2.2 L'écrouissage :

Ce phénomène, causé par le glissement cristallographique, consiste en un durcissement du matériau au niveau de la zone de déformation initiale, rendant le retour à la forme d'origine très difficile. Il résulte du mouvement et de la multiplication des dislocations qui parcourent les plans de glissement et s'entrecroisent, augmentant leur densité [3], de sorte que lorsque la contrainte appliquée dépasse la limite d'élasticité sans atteindre la résistance à la traction, puis est supprimée, le matériau ne retrouve pas sa forme initiale, car la zone déformée s'est durcie, comme le montre la figure 1.4.

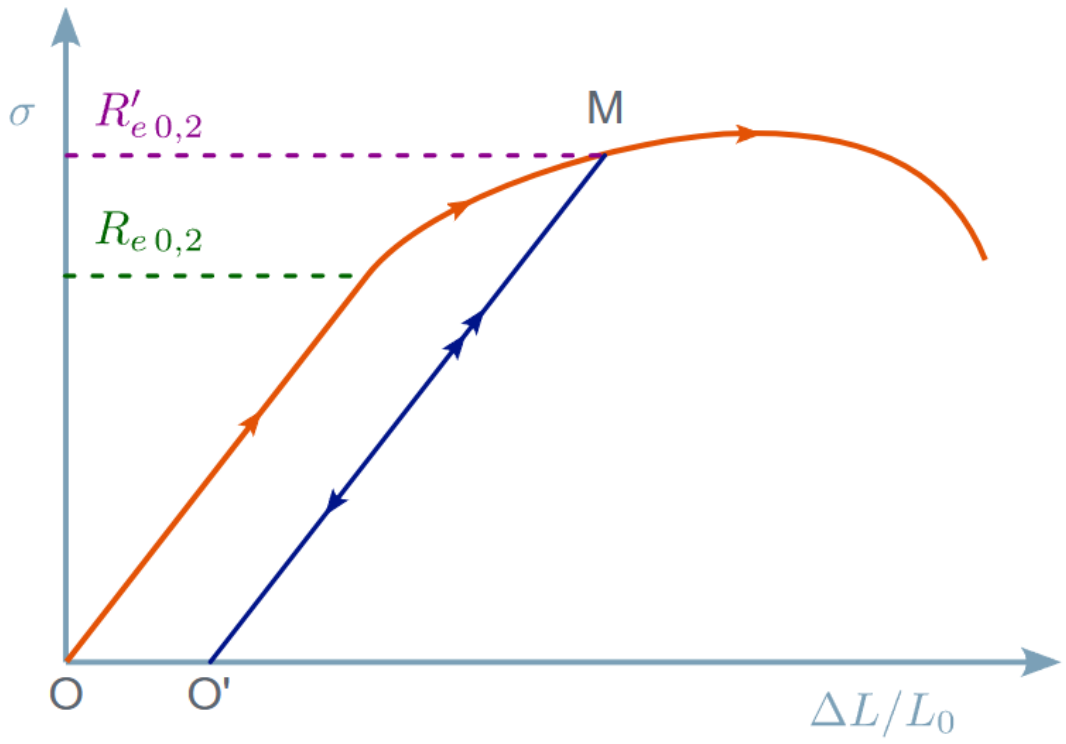


Figure 1.4 : Effet de l'écrouissage en termes de contrainte et de déformation.

Une notion fondamentale dans l'étude du comportement plastique des matériaux est le taux d'écrouissage, défini comme la dérivée de la contrainte par rapport à la déformation plastique . Ce taux représente la pente locale de la courbe contrainte-déformation dans le domaine plas-

tique. Il indique l'effort supplémentaire nécessaire pour provoquer une déformation additionnelle. Un taux élevé signifie que la contrainte augmente rapidement avec la déformation, traduisant un durcissement marqué du matériau.

Une autre notion importante est le coefficient d'écrouissage (n), qui caractérise la capacité d'un matériau à répartir de manière homogène une déformation plastique. Ce coefficient dépend de la nature du matériau et des traitements thermomécaniques qu'il a subi. En général, on a $0.1 \leq n \leq 0.4$.

Remarque :

Si n= 0.1 : le matériau a une faible consolidation.

Si n= 0.4 : le matériau a une forte consolidation.

Si n= 0 : Le matériau ne subit aucune consolidation, le matériau est considéré comme parfaitement plastique [4].

1.3.2.3 Ecrouissage isotrope :

L'écrouissage est dit isotrope, quand l'évolution de la surface de charge n'est gouvernée que par un seul paramètre scalaire, par exemple la déformation plastique cumulée. Ainsi, dans le plan axiale σ – ε en traction-compression simple, la courbe de traction succédant à celle de compression se déduit de cette dernière par une homothétie de rapport (-1) et de centre, le point de contrainte nulle (point A de la figure 1.5). Dans le plan déviatoire (plan normale à la trisectrice de l'espace des contraintes principales, d'équation $(\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3)$, la surface de charge croît de manière homothétique par rapport au point représentatif d'une contrainte déviatoire nulle (point B de la Figure 1.5) [5].

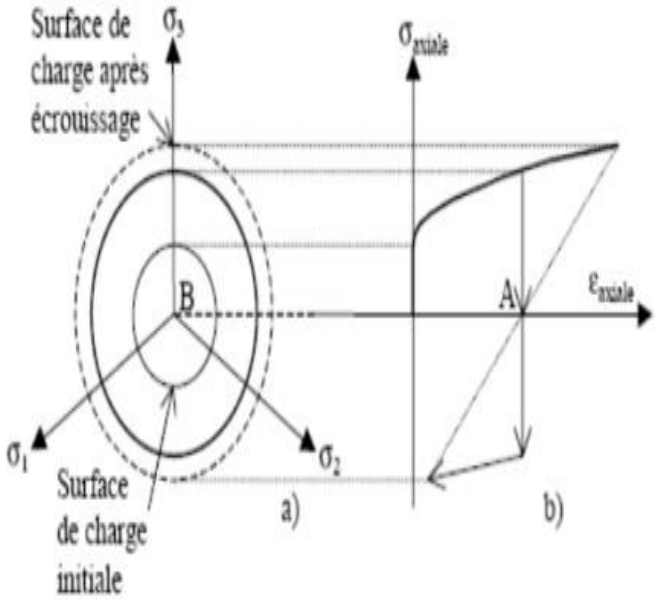


Figure 1.5 : Représentations de l'écrouissage isotrope dans : a) plan déviatoire b) plan contrainte/déformation.

L'écrouissage, ou durcissement par déformation plastique, modifie significativement les propriétés mécaniques des aciers. Ses principaux impacts sont les suivants :

- Augmentation de la résistance à la traction : La résistance à la traction s'élève progressivement avec la déformation, mais cette croissance ralentit pour atteindre un plateau, suggérant une limite matérielle.
- Évolution accélérée de la limite d'élasticité : La limite d'élasticité augmente plus rapidement que la résistance à la traction. Avec une déformation continue, ces deux valeurs finissent par se stabiliser à un niveau comparable.
- Réduction de la ductilité : L'allongement à la rupture chute brusquement lors des premières phases de déformation, puis diminue lentement par la suite, indiquant une perte progressive de capacité à se déformer plastiquement.

1.3.2.4 Lois d'écrouissage :

L'une des lois les plus simples est la loi de Hollomon, également appelée loi puissance. Elle ne fait intervenir que deux paramètres, K (coefficient de résistance) et n(coefficient d'écrouissage), mais ne fournit aucune information sur la limite d'élasticité du matériau [6]. La loi de Hollomon est exprimée par :

$$\sigma = K.\varepsilon^n$$

Avec,

σ : Contrainte vraie (MPa).

ε : Déformation vraie.

K : Coefficient de resistance.

n : Coefficient d'ecrouissage.

D'autres lois qu'on peut qualifier d'empiriques, qui contrairement à la loi de Hollomon, apportent des informations sur la limite d'élasticité, il s'agit de la loi de Ludwik et Krupkowsky, figure 1.6. La première permet d'augmenter la contrainte pour un même niveau de déformation, tandis que la seconde permet d'augmenter la déformation pour la même contrainte.

Loi de Ludwik :

$$\sigma = \sigma_0 + k.\varepsilon^n$$

Avec,

n : le coefficient d'écrouissage.

σ_0: limite d'élasticité.

σ : contrainte vraie.

Loi de Krupkowsky :

$$\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$$

Avec,

σ : Contrainte vraie (MPa).

K : Coefficient de résistance.

ε_0 : Déformation initiale.

ε : Déformation vraie.

n : Coefficient d'écrouissage.

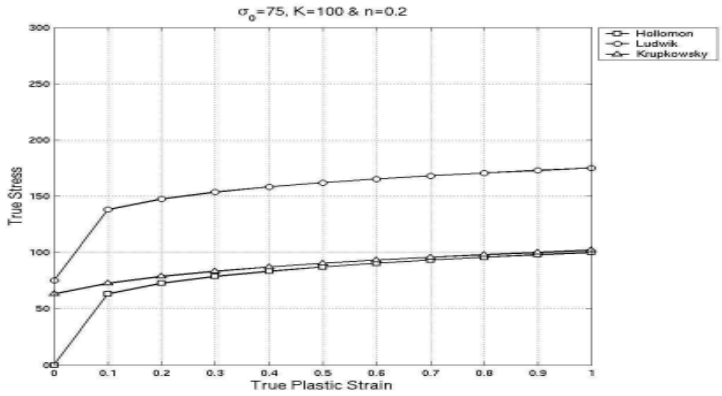


Figure 1.6 : comparaison entre les modèles d'écrouissage

1.3.2.5 Comportement visco-plastique du matériau :

Le comportement visco-plastique est défini par une loi d'écoulement plastique liée à une loi d'écrouissage dépendant de la vitesse de déformation (strain rate dependant plasticity). Dans les formulations précédentes, l'influence de la vitesse de déformation n'apparaît pas explicitement. Il devient alors nécessaire d'introduire des lois où les paramètres $K(\dot{\varepsilon})$ et $n(\dot{\varepsilon})$ varient en fonction de cette vitesse. Une autre approche consiste à utiliser une loi puissance modifiée, qui intègre directement la vitesse de déformation, soit de manière multiplicative (équ. 1.1), soit additive (équ. 1.2). Les fonctions F et G sont également appelées modèles de correction dynamique [6].

$$\sigma(\varepsilon, X) = K_{ref} F(\varepsilon, X) \quad (1.1)$$

$$\sigma(\varepsilon, X) = K_{ref} + G(\varepsilon, X) \quad (1.2)$$

Parmi ces lois, on trouve :

- **Loi de Norton :** c'est à Norton qu'on doit l'expression la plus simple de F, il s'appuie sur Hollomon pour la partie statique que l'on retrouve pour la vitesse de déformation unitaire.

$$\sigma = K_0 \varepsilon_p^n \dot{\varepsilon}^r$$

Avec, r : le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation, tel que :

$$\mathrm{r} = \left(\frac{\partial \log \sigma}{\partial \log \dot{\varepsilon}}\right)_{\varepsilon}$$

- **Loi de Cowper-Symonds :** ce modèle viscoplastique introduit l'effet de la vitesse de déformation de manière multiplicative sur une loi élastoplastique K_{ref} de base (comme Ludwik ou Krupkowsky) :

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = k_{ref}\, F(\varepsilon, \dot{\varepsilon})\ avec\ F(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{K_1}\right)^r$$

Avec : $F(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{K_1}\right)^r K_1$ et r définissant l'écrouissage.

- **Loi de Johnson-Cook :** Ce modèle prend en compte à la fois les effets de la vitesse de déformation et de la température. La composante élastoplastique est quant à elle décrite par le modèle de Ludwik.

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \left(\sigma_0 + K_0 \varepsilon_p^n\right)(1 + ln\, \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)(1 - T^{*m})$$

Où, T^* est une fonction de la température de fusion T, et de la température de référence T_0 (eq. 1.3), $\sigma_0$représente la limite d'élasticité, les paramètres K_0 et n traduisent l'écrouissage, K_1 et $\dot{\varepsilon}$ la sensibilité à la vitesse de déformation et m à la température [6].

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \quad (1.3)$$

Quelques soit la déformation et la vitesse de déformation si la température du matériau et la température de fusion sont équivalentes, la contrainte s'annule.

Les lois de Johnson-Cook et Cowper-Symonds sont très utilisés dû au fait qu'ils sont simples et avec un nombre de paramètres faible. Ce type de modèle introduit un effet d'homothétie de la courbe d'écrouissage avec l'augmentation de la vitesse de déformation.

1.3.3 Zone de déformation plastique localisée :

La déformation plastique localisée est la phase où la déformation n'est plus uniforme mais se concentre dans une zone réduite, ce qui marque le début de l'instabilité plastique qui précède la rupture. C'est dans cette zone que le phénomène de striction se développe, figure 1.7, caractérisé par une concentration importante de la déformation dans une portion réduite du matériau. Cette concentration entraîne une diminution progressive de la section transversale, conduisant à la formation d'un "cou" (ou neck en anglais). Une fois ce cou formé, il devient la zone privilégiée de la déformation plastique, car la réduction de section y induit des contraintes localement plus élevées.

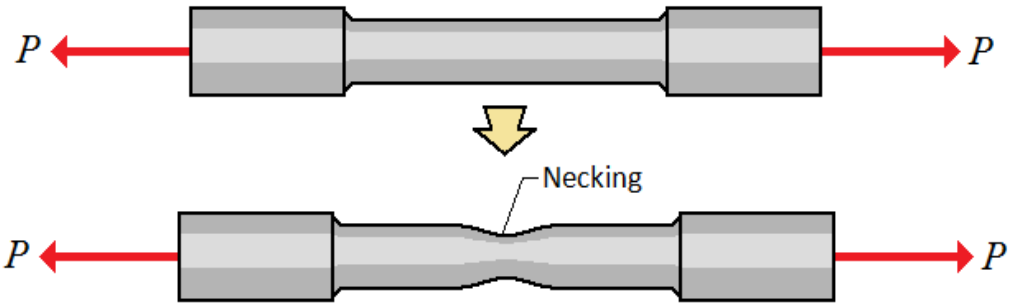


Figure 1.7 : illustration du phénomène de striction

Le déclenchement du phénomène de striction arrive quand la déformation locale augmente alors que la charge quant à elle reste la même. La condition mathématique pour l'apparition de la striction est le critère de Considère :

$$\frac{d\sigma_{vraie}}{d\varepsilon_{vraie}} = \sigma_{vraie}$$

Parler de contrainte vraie fait référence à une contrainte qui est calculée en prenant en compte la surface instantanée de la section, à contrario de la contrainte ingénieur qui est uniquement calculée à partir de la section initiale. La différence entre les deux se manifeste quand on arrive vers la résistance à la traction, la contrainte vraie continue de croitre alors que la contrainte ingénieur diminue, figure 1.8.

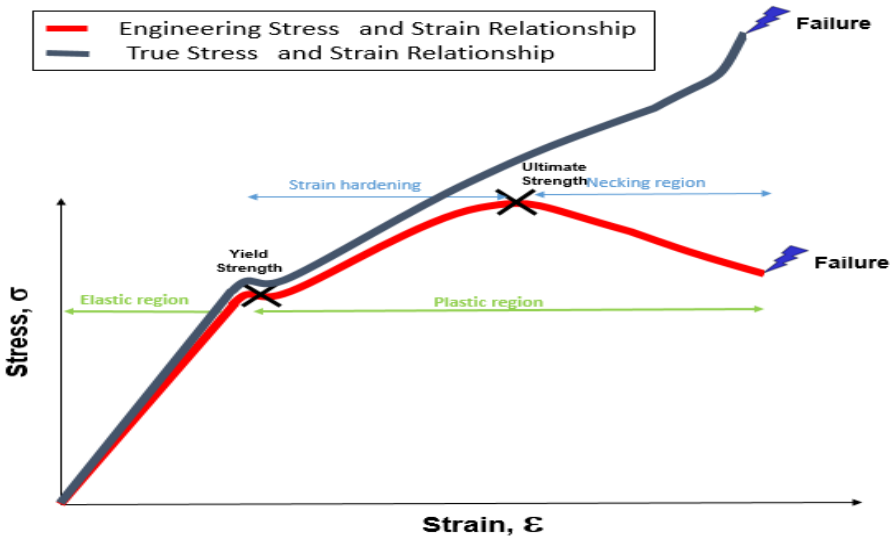


Figure 1.8 : graphique montrant la différence entre la contrainte vraie et la contrainte ingénieur.

1.3.4 La triaxialité des contraintes :

1.3.4.1 Tenseur des contraintes :

Il s'agit d'un tenseur d'ordre deux utilisé pour caractériser l'état des contraintes en un point donné. Il représente les efforts internes qui s'exercent entre les différentes parties d'un milieu déformé. Afin de définir complètement l'état des contraintes on utilise un tenseur d'ordre 2 ou une matrice d'ordre 3*3 dans un référentiel donné.

Considérons une base orthonormée $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ et un point M de la pièce. On prend un cube de matière autour de M, d'arête infinitésimale d$x = a$, et dont les arêtes sont parallèles aux axes du repère. Les faces sont numérotées comme suit : à partir du centre du cube e_i pointe vers $i, -i$ est la face opposée, figure 1.9.

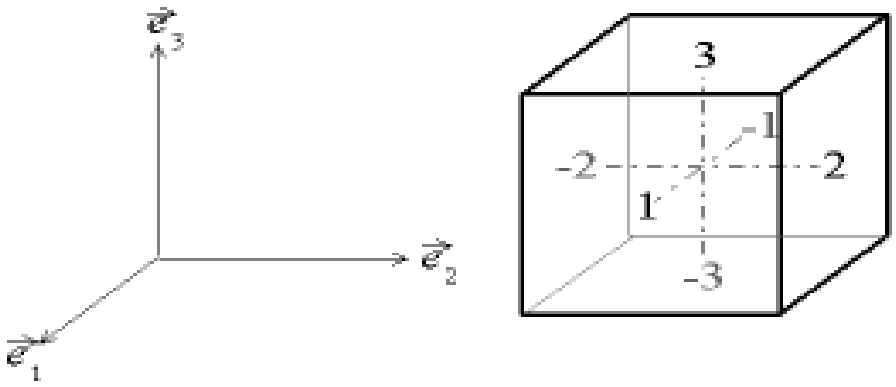


Figure 1.9 : numérotation des faces du cube

Sur la face on exerce un vecteur-force F_j qui a trois composantes :

$$\vec{F_j} = \begin{pmatrix} F_{1j} \\ F_{2j} \\ F_{3j} \end{pmatrix}$$

F_{ij} étant la composante selon $\vec{e}_i$ du vecteur-force s'exerçant sur la face j.

La surface de chaque facette étant a^2, on peut définir neuf composantes σ_{ij} homogènes à des contraintes :

$$\sigma_{ij} = \frac{F_{ij}}{a^2}$$

L'état de contrainte est décrit par le tenseur, Figure 1.10 :

$$T(M) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

T est un tenseur d'ordre 2, à 3 lignes et 3 colonnes. Il est défini localement pour un point M donné.

En mécanique, on n'utilise pas toujours la notation généralisée ($\vec{e}_i$) pour la base. Si l'on note la base ($\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$), les composantes du tenseur se notent alors :

$$T(M) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

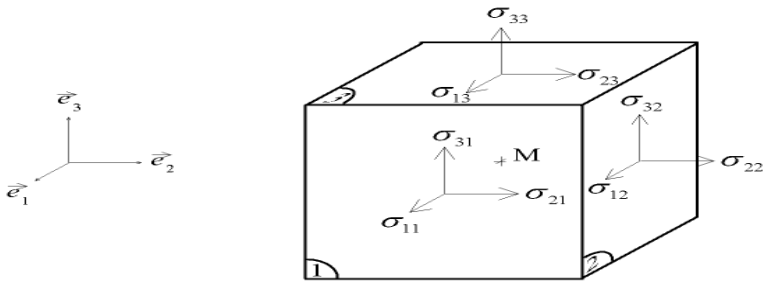


Figure1.10 : indices des composants du tenseur

Les termes hors diagonale correspondant à du cisaillement, on les note souvent τ_{ij}, les composantes du tenseur se notent alors :

$$T(M) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & \sigma_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

σ_1, σ_2, σ_3 sont les contraintes normales correspondant à la traction/compression.

1.3.4.2 Formule de la triaxialité des contraintes :

Lorsque le phénomène de striction débute, la réduction localisée de la section transversale entraîne une modification significative de l'état des contraintes. La contrainte hydrostatique, qui est la moyenne des contraintes normales, augmente en raison de la formation d'un état de tension triaxiale dans la zone amincie, généré par la déformation plastique. Parallèlement, la contrainte équivalente de von Mises continue de croître, mais à un rythme plus lent que celui de la contrainte hydrostatique.

La triaxialité des contraintes est favorable à la croissance des cavités et accélère la coalescence des microfissures, rendant la rupture plus probable. La triaxialité est formulée comme suit [7] :

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$$

Tels que :

η : triaxialité

σ_m : contrainte moyenne ou hydrostatique sa formule est :

$$\sigma_m = \frac{1}{3} Tr(\sigma) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

σ_1, σ_2, σ_3 : les contraintes normales de la matrice symétrique du tenseur des contraintes.

σ_{eq} : contrainte équivalente de von Mises.

Avec,

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

1.3.5 La rupture :

La rupture est la phase ultime de la courbe de traction, c'est là où la séparation du matériau a lieu. Cette rupture est le résultat de mécanismes qui contribuent grandement à son avènement. Un mécanisme clé dans la déformation ductile est la cavitation. Avec des sollicitations des tractions élevées, des micro-cavités se forment aux abords d'inclusions, d'impuretés ou le long des interfaces internes du matériau. Les conditions de la nucléation des cavités sont :

- Une déformation plastique critique : $\varepsilon_p > \varepsilon_{nucléation}$.
- Une contrainte hydrostatique élevée triaxialité $T \geq \frac{1}{3}$.

Une fois formées, ces cavités se développent progressivement, et par leur croissance elles fusionnent pour former des microfissures. Cela engendre des zones de faiblesse aboutissants à

une rupture ductile. À l'inverse des matériaux fragiles qui se rompent sans avertissement, les cavités permettent de voir une déformation importante avant que la fissure finale n'apparaisse.

1.3.6 Ruptures des matériaux fragiles :

Les matériaux fragiles se caractérisent par une absence quasi totale de déformation plastique avant la rupture. Lorsqu'ils sont soumis à une charge, l'énergie appliquée est principalement libérée sous forme de fissuration brutale, sans redistribution des contraintes ni absorption significative de l'impact. En conséquence, leur comportement est marqué par une rupture soudaine et catastrophique, avec une capacité d'absorption d'énergie très limitée. À l'inverse, la ductilité confère aux matériaux une meilleure tolérance aux surcharges et une sécurité accrue, car la déformation plastique agit comme un indicateur précoce du risque de rupture.

1.3.7 Implications pratiques de la ductilité des matériaux :

La ductilité a de nombreux avantages :

- **Sécurité et maintenance :** Dans les structures porteuses ou soumises à des charges cycliques, la déformation plastique permet d'anticiper la rupture définitive, ce qui laisse la place à la maintenance préventive.
- **Absorption d'énergie :** Les matériaux ductiles dissipent une grande partie de l'énergie appliqué lors d'un choc, cette propriété est très importante dans l'automobile ou l'aéronautique pour assurer la sécurité des utilisateurs.
- **Redimensionnement des contraintes :** La plasticité permet de redistribuer les contraintes ce qui rend possible la conception de structures plus économes en matériaux, tout en garantissant une performance mécanique optimale.

1.3.8 Paramètres caractéristiques du matériau :

Plusieurs caractéristiques peuvent être déduits à partir de la courbe contrainte-déformation obtenue à partir de l'essai de traction.

1.3.8.1 Module de Young (E) :

Géométriquement c'est la pente de la courbe de traction dans le domaine élastique. Plus un matériau est rigide plus son module de Young est grand.

1.3.8.2 Résistance à la traction (R_m) :

C'est la contrainte maximale supportable en étant sous l'effet d'une contrainte de traction avant de se rompre. R_m est exprimée comme suit :

$$R_m = \frac{F_{max}}{A_0}$$

Tels que :

F_{max} : La force maximale appliquée en newton (N).

A_0 : la section transversale originale en (mm^2).

R_m : Résistance à la traction en pascal (Pa).

1.3.8.3 L'allongement à la rupture :

Il représente le pourcentage d'augmentation de la longueur d'une éprouvette après rupture, par rapport à sa longueur initiale. Il se calcule à partir de la longueur finale mesurée après que la rupture a eu lieu :

$$A\% = 100 \cdot \frac{L_u - L_0}{L_0}$$

Où, L_u: longueur finale après rupture et L_0: longueur initiale [8].

1.3.8.4 Energie de déformation :

Elle représente l'énergie stockée ou diffusée par le matériau quand il est soumis à un étirement. Elle est représentée dans la courbe de traction par la surface en dessous de cette celle-ci, figure 1.11. Mathématiquement c'est l'intégrale de la contrainte σ par rapport à la déformation ε de zéro en allant jusqu'à à une déformation finale ε_f donnée (limite d'élasticité, point de rupture, etc.) la formule de l'énergie de déformation est :

$$W = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma \, d\varepsilon$$

W étant l'énergie de déformation son unité étant .

Dans le cas particulier où l'étude se limite uniquement à la zone élastique, l'énergie de déformation dans ce cas devient l'intégral de la contrainte σ par rapport à la déformation ε de zéro jusqu'à la déformation élastique ε_e , ce qui nous donne :

$$W = \int_0^{\varepsilon_e} \sigma \, d\varepsilon = \frac{1}{2}\sigma.\varepsilon = \frac{\sigma^2}{2E}.$$

Si on considère la courbe de traction jusqu'à la rupture alors l'intégral de la contrainte σ par rapport à la déformation ε de zero jusqu'à la déformation à la rupture ε_r selon la formule suivante :

$$W = \int_0^{\varepsilon_r} \sigma \, d\varepsilon.$$

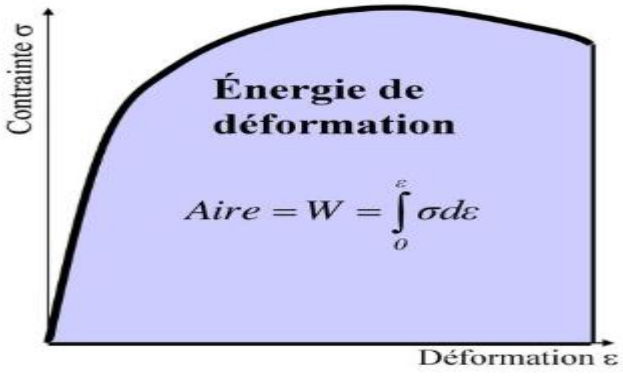


Figure 1.11 : Représentation de l'énergie de déformation

1.4 Mécanismes d'endommagement :

L'endommagement des matériaux ductiles a fait l'objet de beaucoup de recherches, il s'agit de la dégradation progressive des propriétés mécaniques des matériaux à cause des défauts microscopiques qui deviennent de plus en plus nombreux. Ce processus correspond à

l'initiation, la croissance et la coalescence de cavités microscopiques au sein du matériau, figure 1.12. La bonne connaissance de ce mécanisme est essentielle dans le domaine de la prévention ainsi que pour l'élaboration de matériaux avec une résistance plus grande.

1.4.1 Nucléation des cavités :

C'est la première étape de la rupture ductile. Elle se produit au niveau de sites privilégiés dans le matériau. Sous l'effet d'une charge mécanique, ces zones deviennent des concentrateurs de contraintes, la contrainte locale devient supérieure à la résistance de l'interface entre la matrice ductile. Cela conduit à une décohésion (séparation de la matrice et de l'inclusion) ou la fracture des particules fragiles, libérant ainsi des microcavités. La concentration en inclusions et la triaxialité des contraintes appliquées dictent la densité et la taille des cavités.

1.4.2 Croissance des cavités :

Les cavités une fois formées croissent sous l'action combinée de la contrainte hydrostatique et de la déformation plastique de la matrice environnante. La contrainte hydrostatique qui est liée à la triaxialité dilate les cavités en exerçant une pression uniforme sur toutes les directions. En même temps, la déformation plastique étire la matrice métallique accroissant ainsi les cavités. Une triaxialité élevée accélère fortement ce processus, alors qu'une triaxialité faible le ralentit.

1.4.3 Coalescence des cavités et rupture :

C'est le stade final de la rupture ductile. Les cavités adjacentes se rapprochent sous l'effet de la déformation plastique, les ligaments de matrice qui séparent ses dernières subissent une striction locale ce qui se concrétise par une réduction de la section. Cette zone se déforme plastiquement jusqu'à la rupture sous l'effet d'une triaxialité accrue, connectant les cavités en une fissure macroscopique. Deux mécanismes dominent :

- **Coalescence par striction:** Les ligaments entre cavités s'amincissent progressivement jusqu'à se rompre.
- **Coalescence par cisaillement :** Des bandes de déformation localisée relient les cavités, formant un chemin de fissure.

La surface de rupture résultante présente une morphologie typique en "cupule et cône", observable en microscopie électronique, où les cupules correspondent aux cavités et les cônes aux zones de cisaillement final.

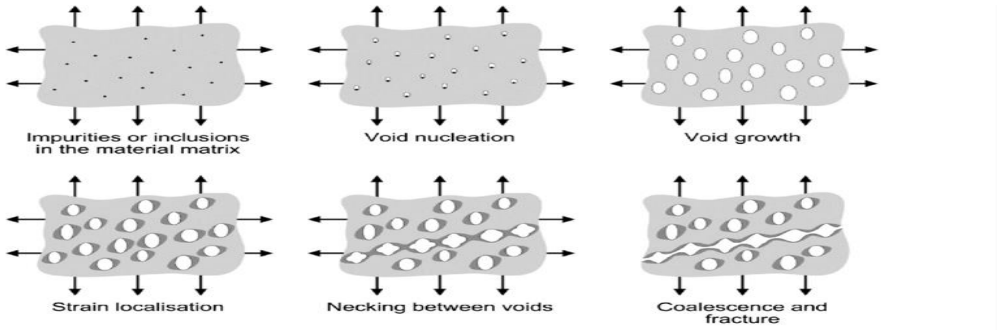


Figure 1.12 : schéma montrant les différentes étapes qui mène à la rupture

1.5 Critères d'endommagement :

1.5.1 Critère de Tresca :

Aussi appelé critère de la contrainte de cisaillement maximal**,** pour Tresca la plastification a lieu quand la contrainte tangentielle maximale atteint une certaine limite. Ce phénomène apparait comme des glissements de plans cristallographiques et ces derniers sont le résultat de contraintes tangentielles élevée. Le critère de Tresca prend en considération la scission selon le cercle de Mohr, et la condition de déformation élastique est donnée par :

Dans le cas de contraintes tridimensionnelles :

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \leq R_e \; et \; |\sigma_1 - \sigma_3| \leq R_e \; et \; |\sigma_2 - \sigma_3| \leq R_e.$$

Dans le cas de contraintes planes :

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \leq R_e \; et \; |\sigma_1 - \sigma_3| = |\sigma_1| \leq R_e \; et \; |\sigma_2 - \sigma_3| = |\sigma_2| \leq R_e.$$

1.5.2 Critères de von Mises :

Ce critère qui fut développé par plusieurs scientifiques successivement comme maxwell et Huber pour enfin arriver à von Mises en 1913 qui en héritera de la paternité. Ce critère essentiellement utilisé pour les métaux est un critère énergétique. Un matériau déformé par une charge extérieure stocke de l'énergie interne dans son volume.

Le critère de von Mises stipule que la contrainte équivalente de von Mises (σ_{eq}) doit être inférieur ou égale à la limite d'élasticité (σ_y):

$$\sigma_{eq} \leq \sigma_y$$

La limite d'élasticité est considérée comme la contrainte limite et le critère annonce qu'un matériau ductile commence à céder quand la contrainte équivalente est égale à la contrainte limite autrement dit le matériau entre dans le domaine plastique.

En terme simples le critère de von mises stipule que, figure 1.13 :

- Si $\sigma_{eq} < \sigma_y$ le matériau est dans le domaine élastique.
- Si $\sigma_{eq} > \sigma_y$ le matériau est dans le domaine plastique.

Dans le cas où : $\sigma_{eq} = \sigma_y$ le matériau est sur la frontière entre la plasticité et l'élasticité. En pratique, on évite cette situation en ajoutant un coefficient de sécurité qui est multiplié par la limite d'élasticité, ex : $\sigma_{eq} \leq 0.8 \, \sigma_y$.

Le critère de von Mises stipule que cette frontière a lieu quand les contraintes principales satisfassent la formule suivante [9] :

$$\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{6}} = k$$

Avec : $k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$

Le critère de von mises en termes de σ_y donne :

$$\sigma_y = \sqrt{3}\sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}{6}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}{2}}$$

Dans le cas générale le critère de von Mises s'exprime comme il suit :

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2+6(\sigma_{12}^2+\sigma_{23}^2+\sigma_{31}^2)}{2}}$$

La contrainte équivalente de von mises est définie par :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}{2}}$$

En cas de composants de contraintes arbitraires :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2+6(\sigma_{12}^2+\sigma_{23}^2+\sigma_{31}^2)}{2}}$$

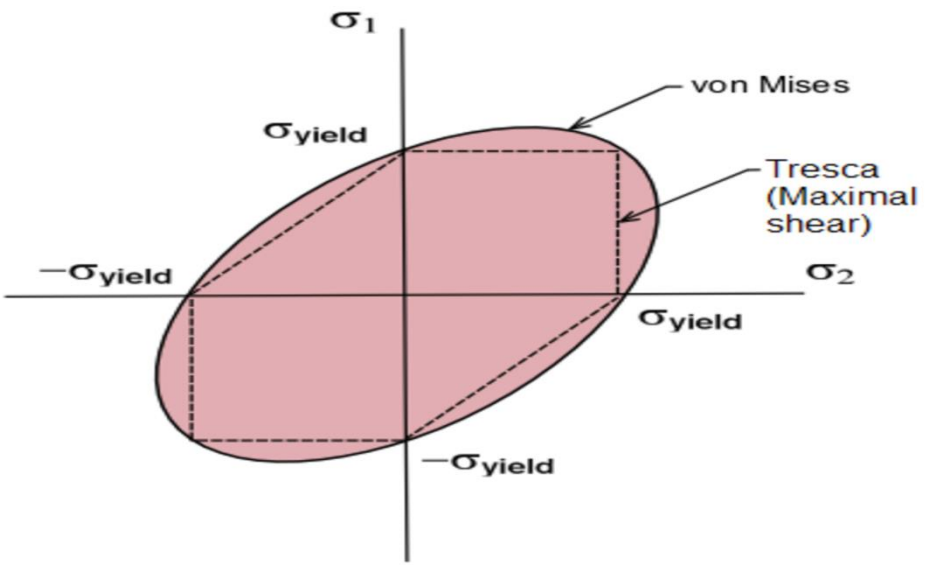


Figure 1.13 : Critères de Von mises et Tresca

1.5.3 Variable d'endommagement D :

La mécanique de l'endommagement continu (MDC) nécessite qu'une variable d'endommagement D, soit définie comme une mesure de la sévérité de l'endommagement du matériau. Il est supposé que D soit égal à 0 pour un matériau non endommagé et que $D = 1$ représente la rupture complète du matériau [10]. Cette variable est en fonction de la déformation plastique

référentielle ε_0^{pl}, la déformation plastique courante ε_i^{pl}, la déformation plastique à la rupture ε_f^{pl} et la triaxialité η :

$$D = f\left(\varepsilon_0^{pl}\ \varepsilon_i^{pl}\ \varepsilon_f^{pl}\ \eta\right).$$

1.5.3.1 Expressions de la variable d'endommagement :

Selon le comportement du matériau, deux expressions peuvent être utilisées pour l'expression du paramètre D. une expression linéaire, figure 1.14 :

$$D = \frac{\varepsilon_i^{pl} - \varepsilon_0^{pl}}{\varepsilon_f^{pl} - \varepsilon_0^{pl}}$$

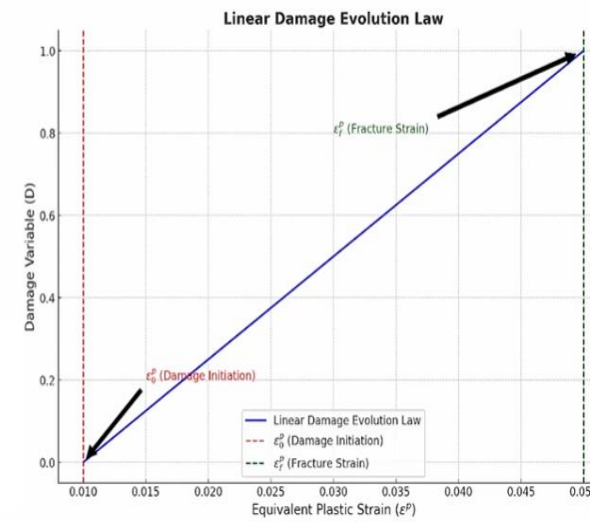


Figure 1.14 : Evolution linéaire du paramètre d'endommagement D

Et une autre exponentielle, figure 1.15 :

$$D = 1 - \exp\left(-\alpha \frac{\varepsilon_i^{pl} - \varepsilon_0^{pl}}{\varepsilon_f^{pl} - \varepsilon_0^{pl}}\right)$$

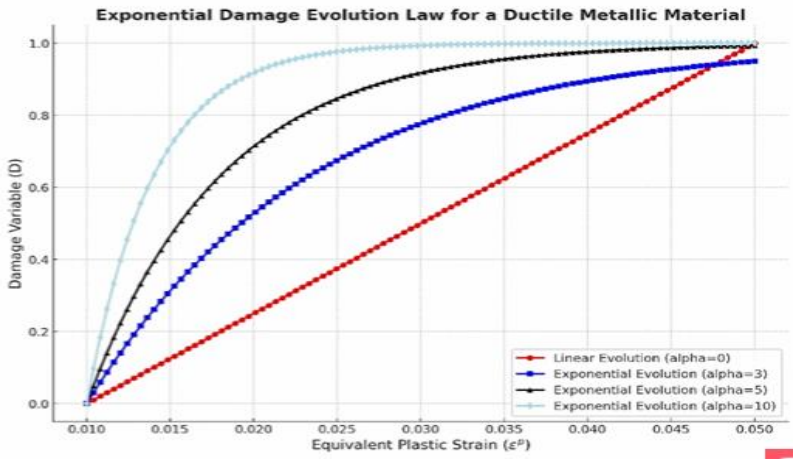


Figure 1.15 : Évolution exponentielle du paramètre d'endommagement D

1.5.3.2 Contrainte en fonction de la variable d'endommagement :

Une fois que le matériau entre dans le domaine de l'endommagement, sa rigidité diminue progressivement, ce qui entraîne inévitablement une réduction de son module d'élasticité E. Ce dernier est alors corrigé en fonction de la variable d'endommagement D, figure 1.16, selon la relation suivante :

$$E_D = (1 - D)E$$

Cette diminution du module d'élasticité E due à l'endommagement affecte directement la contrainte σ dans le matériau. En effet, la contrainte réelle diminue proportionnellement à la partie saine de la section, et peut être exprimée en fonction de la contrainte effective σ_{eff} par la relation suivante :

$$\sigma = (1 - D)\sigma_{eff}$$

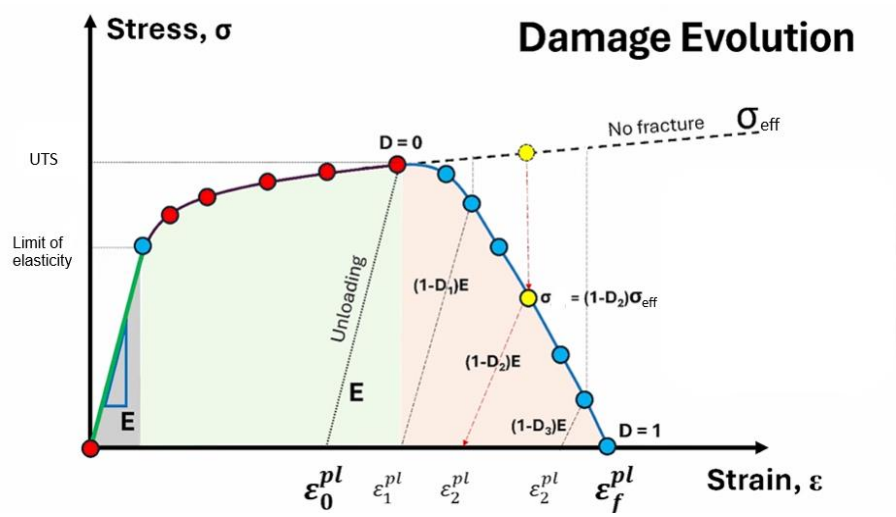


Figure 1.16 : Evolution de l'endommagement d'un matériau ductile

1.6 Applications industrielles :

Les matériaux ductiles sont partout dans le domaine industriel. La déformation plastique les rend très importants dans :

- **Sécurité :** Ils absorbent l'énergie en cas de choc ex : les crashs automobiles.
- **La longévité :** Ils ont une grande capacité à résister à la fatigue par ex dans les structures aérospatiales.
- **Malléabilité :** cette spécificité les rend utiles dans les procédés comme : procédés de forgeage, emboutissage ou extrusion sans fissuration.

L'analyse des mécanismes d'endommagement et des critères de plasticité permet de prédire le comportement des matériaux ductiles et d'optimiser leur utilisation. Grâce à ces propriétés, ce type de matériau trouve de nombreuses applications dans l'industrie, comme illustré à la figure 1.17.



Figure 1.17 : exemples d'utilisation de matériaux ductiles

1.7 Conclusion :

Dans ce chapitre on a pu explorer les différentes facettes des matériaux ductiles, en commençant par les propriétés et le comportement mécanique qui régissent les matériaux ductiles. Nous avons aussi présenté les différents mécanismes d'endommagements comme la cavitation et la coalescence, ainsi que les critères de plasticité permettant de mieux comprendre et anticiper leur rupture. Enfin on a présenté l'intérêt de ces matériaux dans la conception de structures sûres et performantes.

Chapitre 2 :

Méthode des éléments finis

2.1 Introduction :

La méthode des éléments finis (MEF) est une technique d'analyse numérique qui nous donne la possibilité de trouver des solutions approchées d'équations différentielles. Cette méthode permet de trouver des solutions à des problèmes complexes dans le domaine de l'élasticité ou la plasticité et de l'analyse structurelle en génie civil, mécanique et aérospatial. Beaucoup de problèmes qui semblaient jusqu'alors insolvables sont maintenant résolus grâce cette méthode.

2.2 Historique :

La MEF résulte de deux domaines de la recherche : les mathématiques et les sciences de l'ingénieur. Pour ce qui est de la première, on remonte jusqu'aux résidus pondérés de Gauss (1775), Galerkin (1915) et Biezenokoch (1923), ainsi qu'aux méthodes variationnelles de Rayleigh (1870) et Ritz (1909).

Pour ce qui est des sciences de l'ingénieur les premières contributions arrivent avec Hrenikoff (1941), Henry (1943) et Newmark (1949), ces derniers en travaillant sur un problème continue d'une barre longue ont modifié les structures continues, en faisant une approximation sur des portions de petites dimensions. C'est de là qu'émergera l'idée qui deviendra plus tard les éléments finis.

Argyris (1955), Tumer (1956), Glough (1956) et Martin (1956) ont adoptés un comportement simplifié pour des petites portions : ils représentent un milieu continu élastique à deux dimensions par un assemblage de panneaux triangulaires, sur lesquels les déplacements sont supposés variés linéairement comme pour chaque barre ou poutre du système discret chaque panneau est décrit par une matrice de rigidité et l'assemblage donnait la rigidité globale du milieu continu. D'où la naissance d'éléments finis avec "panneaux" comme nom.

Argyris et Kelsy (1960) apportent leur contribution en introduisant la notion d'énergie dans l'analyse des structures et exploitent les résidus pondérés, principes variationnels et d'autres méthodes mathématiques. Le terme " élément fini " est introduit par Glough (1960), la méthode connait un développement exponentiel. Durant la seconde moitié des années soixante et le début des années soixante-dix, Zienkiwicz (1965), De Arante (1968), Oliviera (1968), Green (1969), Tones (1969), Lay (1969), Starne (1969) et Finlayson (1975) se basent sur des considérations énergétiques et variationnelles pour reformuler la méthode sous forme générale de résidus pondérés, d'où le modèle mathématique de la MEF [11].

De nos jours, l'apparition d'ordinateurs puissants a permis l'essor de la simulation numérique. Ce développement a permis d'avoir des programmes de la MEF en grande partie dans le domaine de la mécanique des solides et des structures. Ces derniers sont conçus pour être exécutés sur des gros ordinateurs comme ABAQUS entre autres.

2.3 Définition de la MEF :

Le principe de la MEF repose sur le fait de représenter un élément continu et complexe par un ensemble d'éléments géométriques simples, figure 2.1, qu'on appelle éléments finis, ce qui facilitera son étude. Chaque élément est caractérisé par un ensemble de paramètres tels que :

les propriétés du matériau, les conditions aux limites et les charges appliquer, cela dans le but de résoudre numériquement des problèmes mécaniques ou physiques complexes.

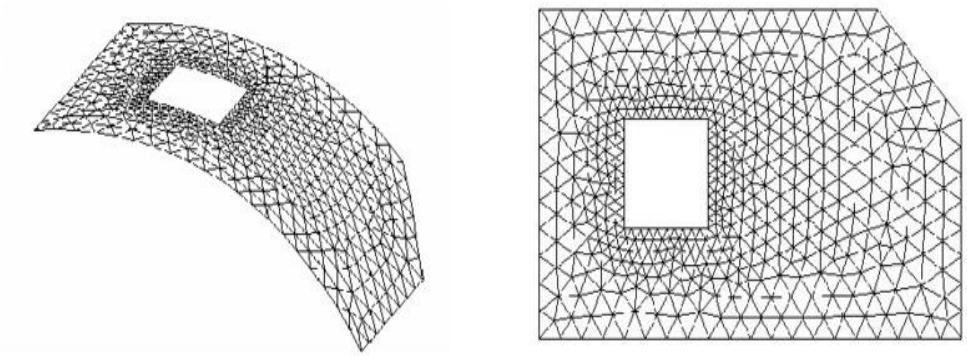


Figure 2.1 : illustration d'un élément discrétisé

2.4 Modélisation et discrétisation :

2.4.1 Modélisation :

La modélisation définit la structure par une géométrie en choisissant des axes, des plans et des volumes tout en éliminant certains détails. Elle choisit les lois constitutives des matériaux tout en déterminant les propriétés définissant ces lois et elle définit les contraintes initiales des matériaux [12].

2.4.2 Discrétisation :

On applique le principe de discrétisation, ce dernier consiste dans le fait de prendre un élément continu et complexe et à le diviser en un nombre d'éléments à géométrie simple et disjoints généralement des triangles ou des quadrilatères pour l'analyse 2D et des tétraèdres ou hexaèdres pour ce qui est de l'analyse 3D. Ces éléments sont interconnectés en des points appelés nœuds. Cet ensemble d'éléments est appelé maillage.

2.5 Application de la MEF :

Une fois la discrétisation effectuée, l'application de la méthode des éléments finis (MEF) suit une série d'étapes. Tout d'abord, par établir la matrice de rigidité de chaque élément, avant de construire la matrice globale de la structure. Ensuite, on applique les conditions aux limites, puis on procède à la résolution du système d'équations pour déterminer les déplacements et les efforts internes.

2.5.1 Définition de la matrice de rigidité :

La matrice de rigidité K est une représentation matricielle des propriétés de résistance d'une structure ou d'un élément soumis à des sollicitations mécaniques. Elle caractérise la relation linéaire entre les déplacements aux nœuds U et les efforts associés F :

$$\{F\} = [K]\{U\}$$

2.5.2 Matrice de rigidité d'un élément en repère local :

Elle relie les déplacements des nœuds u aux efforts F par rapport à un repère local la matrice ci-dessous montre un exemple de matrice de rigidité d'un élément barre soumis à une traction/compression.

$$[k_e] = \frac{ES}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{ES}{L}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tel que :

$\frac{ES}{L}$: la rigidité.

E : Module d'élasticité (MPa).

L : Longueur de l'élément (mm).

S : Section transversale (mm^2).

2.5.3 Matrice de rigidité d'un élément en repère global :

La transformation de la matrice de rigidité, par rapport à un repère local, à une matrice de rigidité, par rapport à un repère global, se fait en utilisant la relation :

$$[K_e] = [R_e]^T[k_e][R_e]$$

Tels que :

$[k_e]$: matrice de rigidité d'un élément par rapport à un repère local.$[R_e]$: matrice de passage local-global, la forme matricielle de R_e étant :

$$[R_e] = \begin{bmatrix} cos\,(\theta) & sin\,(\theta) & 0 & 0 \\ -sin\,(\theta) & cos\,(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cos\,(\theta) & sin\,(\theta) \\ 0 & 0 & -sin\,(\theta) & cos\,(\theta) \end{bmatrix}$$

$[K_e]$: matrice de rigidité d'un element par rapport à un repère global, la forme matricielle de K_e étant :

$$[K_e] = ES/L \begin{bmatrix} cos\,(\theta)^2 & cos\,(\theta)sin\,(\theta) & -cos\,(\theta)^2 & -cos\,(\theta)sin\,(\theta) \\ cos\,(\theta)sin\,(\theta) & sin\,(\theta)^2 & -cos\,(\theta)sin\,(\theta) & -sin\,(\theta)^2 \\ -cos\,(\theta)^2 & -cos\,(\theta)sin\,(\theta) & cos\,(\theta)^2 & cos\,(\theta)sin\,(\theta) \\ -cos\,(\theta)sin\,(\theta) & -sin\,(\theta)^2 & cos\,(\theta)sin\,(\theta) & sin\,(\theta)^2 \end{bmatrix}$$

2.5.4 Matrice de rigidité global :

Une fois la matrice de rigidité par rapport à un repère global pour chaque élément de la structure K_n obtenue, on combine ces différentes matrices afin d'obtenir la matrice de rigidité global K_G en additionnant les differnte matrices de rigidité des éléments constituants la structure :

$$[K]_G = [K]_1 + [K]_2 + \cdots + [K]_n$$

2.5.5 Conditions aux limites :

La matrice de rigidité globale crée on doit poser les conditions aux limites afin de résoudre l'équation :

$$\{F\} = [K]_G\{U\}$$

Tels que :

- $[K]_G$: matrice de rigidité globale.
- $\{F\}$: vecteur des efforts.
- $\{U\}$: vecteur des déplacements.

Concernant les déplacements U et V, ils sont considérés comme nuls dans les nœuds encastrés.

Pour ce qui est des réactions X et Y là où il y a déplacement, elles sont considérées comme nulles.

2.5.6 Résolution du système d'équations :

Après avoir créé la matrice globale et posé les conditions aux limites, on résout le système d'équations :

$$\{F\} = [K]_G\{U\}\,.$$

On obtient les valeurs des déplacements et des réactions qui nous sont inconnus

2.5.7 Calcul des efforts internes :

Pour calculer les efforts internes, on utilise la relation suivante :

$$\{f\}_{internes} = [k_e]\{q_e\}$$

Tels que :

$\{f\}_{internes}$: vecteur des efforts internes.

$[k_e]$: matrice de rigidité à repère local.

$\{q_e\}$: vecteur des déplacements par rapport à repère local.

Pour avoir les déplacements par rapport à repère local, on utilise la relation suivante :

$$\{q_e\} = [R_e]\{Q_e\}$$

Tels que :

$\{q_e\}$: vecteur des déplacements par rapport à repère local.

$[R_e]$: matrice de passage global-local.

$\{Q_e\}$: vecteur des déplacements par rapport à repère global.

2.6 Propriétés d'un élément fini :

- Les nœuds :

Leur fonction est de relier les éléments entre eux. Ils se situent généralement aux extrémités des structures, ou bien en haut ou bien encore au milieu.

- Les forces nodales :

Des forces associées aux degrés de liberté transitent à travers les nœuds. Elles sont la conséquence directe des charges appliquées à l'élément comme le poids propre, la charge uniforme ou la température [13].

- Degrés de liberté :

Pour chaque élément fini nous devons choisir une ou plusieurs fonctions d'approximation, dans la majorité des cas on prend le champ des déplacements. Elles sont ensuite exprimées par les valeurs particulières qu'elles prennent au nœuds, ces valeurs deviennent des inconnues nodales.

- Condition d'équilibre :

En MEF la condition d'équilibre est vérifiée quand les forces internes et externes sont à l'équilibres dans chacun des nœuds. Ceci se concrétise par la relation suivante :

$$F = KU$$

Avec, K : la matrice de rigidité, U : le vecteur de déplacements et F : vecteur de force.

2.6.1 Condition de compatibilité :

Quand une structure est chargée, elle se déforme tout en conservant sa cohésion géométrique, ce qui revient à dire que les points originellement liés le reste, même quand la distance entre eux change.

Afin de modéliser ce comportement en éléments fini, les déplacements doivent être compatibles, ce qui revient au fait que les déplacements aux extrémités des éléments connectés entre eux sont identiques. Pour que cette continuité qui garantit que les volumes

élémentaires déformés restent parfaitement accolés. Il faut que le champ de déformation dérive d'un champ de déplacement.

En utilisant le tenseur de déformation :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

La dérivée à deux fois de $\varepsilon_{ii}\ et\ \varepsilon_{jj}$donne :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ii}}{\partial x_j^2} = \frac{\partial^3 u_i}{\partial x_j^2 \partial x_i}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{jj}}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^3 u_j}{\partial x_i^2 \partial x_j}$$

La condition de compatibilité plane :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{jj}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{ii}}{\partial x_j^2} = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial x_i^2 \partial x_j^2}$$

Cette dernière n'est que le cas particulier de la condition de compatibilité tridimensionnelle :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial x_k \partial x_l} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{kl}}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{ik}}{\partial x_j \partial x_l} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{jl}}{\partial x_i \partial x_k} = 0$$ [14].

2.7 Types d'éléments finis :

Il existe trois types d'éléments finis, Figure 2.2 :

- **Les éléments unidimensionnels (1D) :** comme les barres et les poutres, ils viennent sous forme de segment (2 nœuds).
- **Les éléments bidimensionnels (2D) :** comme une plaque en flexion, ils viennent ou bien sous forme de triangle (3 nœuds) ou quadrilatère (4 nœuds).
- **Les éléments tridimensionnels (3D) :** éléments de volume épais, ils sont sous forme de tétraèdre (4 nœuds), hexaèdre (8 nœuds) ou pentaèdre (6 nœuds).

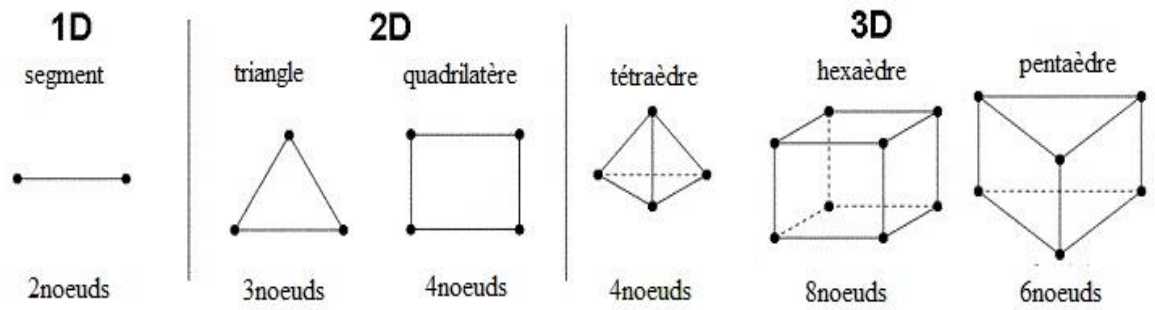


Figure 2.2 : types d'éléments finis

2.8 Logiciel utilisant la MEF :

Parmi les logiciels d'analyse par Éléments Finis les plus utilisés, on trouve :

- ANSYS :

Développé par Ansys Inc, Ansys est capable d'effectuer diverses simulations d'ingénierie répondant aux exigences de la fabrication moderne. Leader mondial en simulation numérique depuis 1970, Ansys est considéré comme un outil polyvalent.

- Abaqus :

Abaqus est une suite logicielle complète pour l'ingénierie assistée par ordinateur. Il permet également des simulations de Dynamique des Fluides Computationnelle (DFC) et Électromagnétisme Computationnel. C'est un logiciel populaire et puissant.

- MATLAB :

MATLAB est un logiciel mathématique polyvalent, largement utilisé en ingénierie et en sciences, facile à apprendre et flexible. Il reste un excellent choix.

- COMSOL Multiphysics :

COMSOL Multiphysics est un logiciel multiplateforme d'analyse par éléments finis, de résolution et de simulation multiphysique, développé par COMSOL Inc.

2.9 Avantages de la méthode des éléments finis (MEF) :

- La méthode peut être utilisée pour des domaines de forme irrégulière et tous types de conditions aux limites.
- Les domaines composés de plusieurs matériaux peuvent être analysés facilement.
- La précision des résultats peut être améliorée par un affinement approprié du maillage ou en choisissant des polynômes d'approximation de degré supérieur.
- Les équations algébriques peuvent être générées et résolues facilement sur ordinateur. De plus, un code universel peut être développé pour analyser une grande variété de problèmes.
- La méthode peut gérer des chargements complexes (forces, pression, chaleur, etc.).

2.10 Inconvénients de la méthode des éléments finis :

- La précision des résultats dépend fortement du degré de discrétisation (ou du maillage).
- Un jugement manuel est nécessaire lors de la discrétisation (choix de la finesse du maillage, type d'éléments).
- L'analyse nécessite d'importantes ressources informatiques (mémoire, temps de calcul), ce qui augmente les coûts.
- La méthode est complexe et donc peu adaptée pour des problèmes simples. [15].

2.11 Présentation du logiciel ABAQUS :

Abaqus est une suite de programmes de simulation en ingénierie, basée sur la méthode des éléments finis, capable de résoudre des problèmes allant d'analyses linéaires relativement simples jusqu'aux simulations non linéaires les plus complexes.

2.11.1 Abaqus/Standard :

Abaqus/Standard est un logiciel d'analyse à usage général capable de résoudre une large gamme de problèmes linéaires et non linéaires, incluant les réponses statique, dynamique, thermique et électrique de composants. Abaqus/Standard résout un système d'équations de manière implicite à chaque incrément de solution.

2.11.2 Abaqus/Explicit :

Abaqus/Explicit est un logiciel d'analyse spécialisé utilisant une formulation explicite dynamique des éléments finis. Il est adapté à la modélisation d'événements dynamiques transitoires de courte durée, tels que les problèmes d'impact ou d'explosion, et est également très efficace pour les problèmes fortement non linéaires impliquant des conditions de contact changeantes, comme les simulations de formage. Ce guide décrit Abaqus/Explicit en détail.

2.11.3 Abaqus/CAE :

Abaqus/CAE (Complete Abaqus Environment) est un environnement graphique interactif dédié à Abaqus. II permet de créer des modèles rapidement et facilement en générant ou important la géométrie de la structure à analyser, puis en la décomposant en régions maillables. Les propriétés physiques et matérielles peuvent être attribuées à la géométrie, ainsi que les charges et conditions aux limites.

Abaqus/CAE propose des options puissantes pour mailler la géométrie et vérifier le modèle d'analyse résultant. Une fois le modèle finalisé, Abaqus/CAE permet de soumettre, surveiller et contrôler les travaux d'analyse. Le module de visualisation peut ensuite être utilisé pour interpréter les résultats [16].

2.12 Caractéristiques de ABAQUS :

Abaqus met à la disposition de son utilisateur une bibliothèque avec un large éventail d'éléments assurant la modélisation de n'importe quelle géométrie. Il dispose d'une liste de modèles de matériaux capables de simuler le comportement de la plupart des matériaux.Abaqus peut simuler de simples problèmes structurels (contrainte/déplacement). Il peut simuler des problèmes dans des domaines aussi divers que le transfert de chaleur, la diffusion de masse, la gestion thermique des composants électriques (analyses thermoélectriques couplées), l'acoustique, la mécanique des sols (analyses couplées fluide-contrainte interstitielle), l'analyse piézoélectrique, l'analyse électromagnétique et la dynamique des fluides.

ABAQUS offre plusieurs avantages :

- Un environnement intégré.
- Une documentation complète et un support de qualité.
- Des modèles de matériaux très variés.
- Un large choix de formulation d'éléments finis.
- La résolution de problèmes linéaires et non-linéaires.
- La résolution de problèmes statiques et dynamiques.

2.13 Modules du logiciel ABAQUS :

Abaqus se compose de plusieurs modules :

- Module "part" :

Le module part permet de créer des pièces individuelles en dessinant leur géométrie directement dans ABAQUS/CAE ou en important leur géométrie depuis d'autres logiciels de modélisation.

- Module "property" :

Dans le module property, permet de créer des sections et des matériaux, puis les attribuez à des régions des pièces.

- Module "assembly" :

Le module assembly permet de créer des instances des pièces et de les positionner dans un système de coordonnées global, formant ainsi un assemblage. Un modèle ABAQUS ne contient qu'un seul assemblage.

- Module "step" :

Le module step sert à créer et configurer des étapes d'analyse et les demandes de résultats. La séquence d'étapes permet de capturer les changements dans le modèle (ex. modifications des charges ou conditions aux limites). Les demandes de résultats peuvent varier selon les étapes.

- Module "interaction" :

Dans le module Interaction, on spécifie les interactions mécaniques ou thermiques entre des régions du modèle, ou entre une région et son environnement.

- Module "load" :

Le module Load permet de définir des charges et les conditions aux limites.

- Module "mesh" :

Le module mesh offre des outils pour générer un maillage par éléments finis sur un assemblage. Différents niveaux d'automatisation et de contrôle permettent de créer un maillage adapté aux besoins de l'analyse.

- Module “job” :

Une fois le modèle entièrement défini, le Job module permet de lancer l'analyse. Il est possible de soumettre une tâche, surveiller sa progression et gérer plusieurs modèles ou simulations simultanément.

- Module “visualization” :

Le module Visualization affiche graphiquement les modèles éléments finis et leurs résultats.

- Module “sketch” :

Les sketches (esquisses) sont des profils 2D utilisés pour définir la géométrie d'une pièce native dans ABAQUS/CAE. Le Sketch module permet de créer des esquisses pour des pièces planes, des poutres, ou des partitions, ou pour générer des pièces 3D par extrusion, balayage ou révolution.

2.14 Conclusion :

La méthode des éléments finis (MEF) s’impose comme une solution incontournable pour la résolution de problèmes mécaniques complexes auxquels les structures sont confrontées. Le logiciel ABAQUS, quant à lui, constitue un outil puissant pour la mise en œuvre informatique de cette méthode. Il permet de simuler des structures soumises à divers types de contraintes, d’analyser leur comportement et de proposer des solutions appropriées grâce à sa capacité à appliquer efficacement la MEF.

CHAPITRE 3

Modélisation et Discussion

3.1 Introduction :

Ce chapitre met en œuvre les fondements théoriques développés dans les chapitres précédents à travers la simulation d'un essai de traction sur une éprouvette en matériau ductile. En utilisant le logiciel ABAQUS/CAE et la méthode des éléments finis, nous analysons le comportement mécanique du matériau depuis la phase élastique jusqu'à la rupture. Cette approche permet de caractériser les propriétés mécaniques essentielles telles que le module d'élasticité, la limite d'élasticité et la résistance à la rupture. Elle permet également de suivre l'évolution de l'endommagement, d'identifier les zones critiques de déformation, et d'évaluer l'énergie totale absorbée jusqu'à la rupture.

3.2 Présentation du spécimen d'étude :

Le spécimen utilisé dans cette étude est une éprouvette normalisée de type ASTM E8, couramment utilisée pour les essais de traction des matériaux métalliques. Cette éprouvette sera soumise à une traction uniaxiale jusqu'à sa rupture, afin d'analyser son comportement mécanique dans les différentes phases de déformation.

La modélisation de l'éprouvette a été réalisée à l'aide du logiciel ABAQUS/CAE, comme illustré à la Figure 3.1. Parmi les différentes variantes proposées par la norme ASTM E8, le spécimen standard a été retenu, dont les dimensions sont présentées à la Figure 3.2

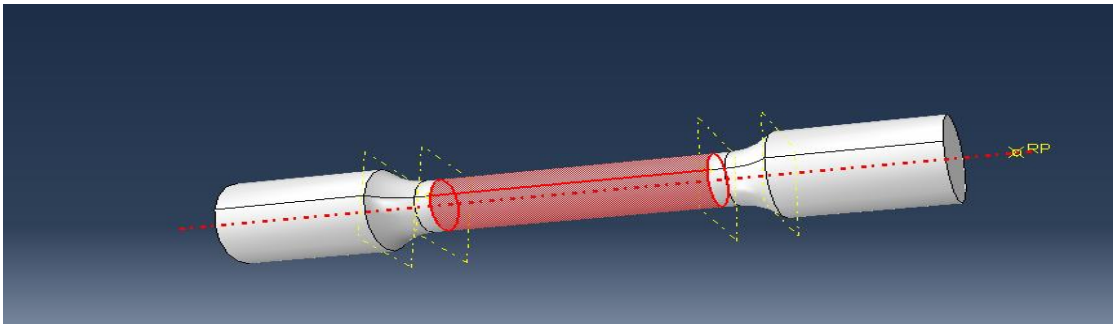
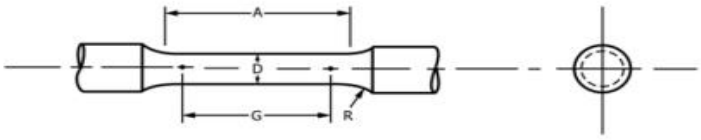


Figure 3.1: Représentation de l'éprouvette



Dimensions, mm [in.]
For Test Specimens with Gauge Length Four times the Diameter [E8]

	Standard Specimen	Small-Size Specimens Proportional to Standard			
	Specimen 1	Specimen 2	Specimen 3	Specimen 4	Specimen 5
G—Gauge length	50.0 ± 0.1 [2.000 ± 0.005]	36.0 ± 0.1 [1.400 ± 0.005]	24.0 ± 0.1 [1.000 ± 0.005]	16.0 ± 0.1 [0.640 ± 0.005]	10.0 ±0.1 [0.450 ± 0.005]
D—Diameter (Note 1)	12.5 ± 0.2 [0.500 ± 0.010]	9.0 ±0.1 [0.350 ± 0.007]	6.0 ± 0.1 [0.250 ± 0.005]	4.0 ± 0.1 [0.160 ± 0.003]	2.5 ± 0.1 [0.113 ± 0.002]
R—Radius of fillet, min	10 [0.375]	8 [0.25]	6 [0.188]	4 [0.156]	2 [0.094]
A—Length of reduced parallel section, min (Note 2)	56 [2.25]	45 [1.75]	30 [1.25]	20 [0.75]	16 [0.625]

Figure 3.2 : Illustration de l'éprouvette avec ses dimensions et spécimens.

Ainsi, les dimensions de l'éprouvette utilisée sont données dans le tableau 3.1.

Longueur totale	130 mm
A	56 mm
G	50 mm
D	12.5 mm
R	10 mm

Tableau 3.1 dimensions de l'éprouvette

3.3 Simulation du cas d'étude:

3.3.1 Etapes de la simulation :

3.3.1.1 Maillage :

Dans cette étape, le module "Mesh" du logiciel ABAQUS/CAE est utilisé pour générer le maillage du spécimen. En accédant à l'option "Mesh Controls", nous sélectionnons des éléments de type hexaédrique (Hex), reconnus pour leur précision dans la modélisation des zones soumises à de fortes contraintes (Figure 3.3). Ce choix permet d'assurer une meilleure qualité de maillage, notamment dans la zone centrale de l'éprouvette où la déformation plastique est attendue, où un nombre de 40 éléments a été utilisé dans cette zone utile (figure 3.4).

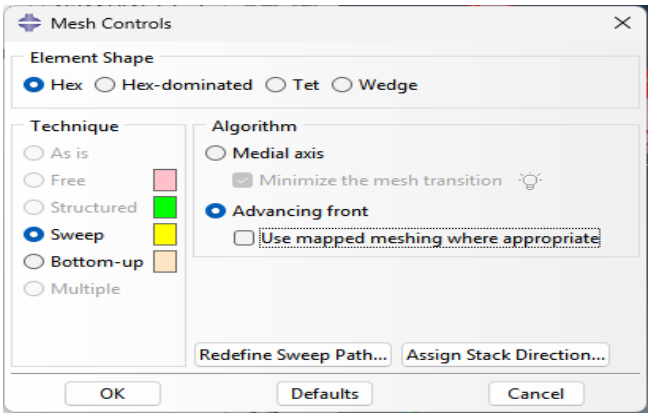


Figure 3.3 : fenêtre du contrôle du maillage «Mesh Controls»

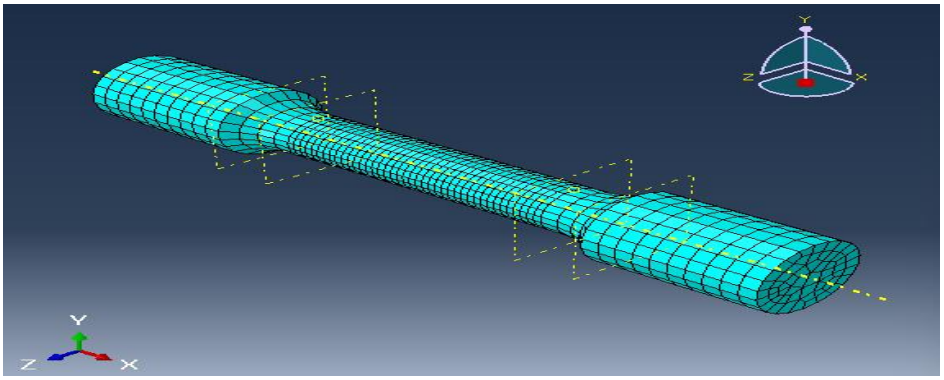


Figure 3.4 : illustration de l'éprouvette maillée

3.3.1.2 **Propriétés du matériau :**

Le module « Property » → « Materials » du logiciel ABAQUS/CAE permet de définir les caractéristiques physiques et mécaniques du matériau utilisé dans la simulation. Dans notre cas, le matériau est un acier, dont les propriétés sont spécifiées comme suit :

Densité : $.d = 7.8 * 10^{-6}\ {}^{Kg}/_{mm^3}$

Propriétés élastiques :

Module de Young : $E = 210000\ MPa$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.33$

Ensuite, les propriétés plastiques du matériau sont définies à partir d'une courbe expérimentale représentant la limite d'élasticité σ_y en fonction de la déformation plastique ε_p. Cette dernière est calculée selon la relation :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_t - \frac{\sigma_y}{E}$$

Tels que :

ε_t : la déformation vraie.

E : module de Young.

Les données extraites de la courbe (Figure 3.5) sont ensuite saisies dans le module "materials" → "plastic", sous forme du tableau 3.2:

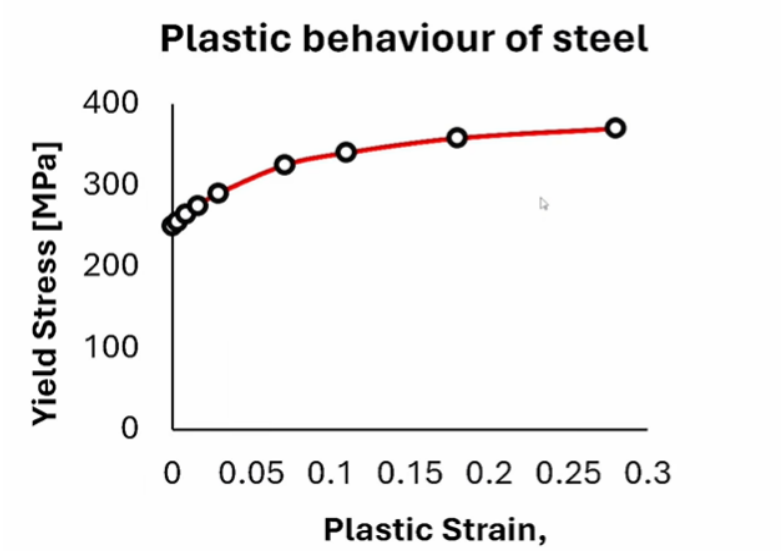


Figure 3.5 : Courbe contrainte vraie – déformation plastique vraie du matériau.

Contrainte vrai (MPa)	Déformation plastique
250	0
255	0.0034
265	0.0087
275	0.0161
290	0.029
325	0.071
340	0.11
358	0.18
370	0.28

Tableau 3.2 valeurs de la courbe contrainte vraie – déformation plastique

A partir de la figure 3.5 la courbe contrainte vraie – déformation plastique on détermine la résistance à la traction $R_m = 370\,Mpa$ ce qui nous permet d'obtenir la déformation plastique maximum $\varepsilon_0^{pl} = 0.28$ (figure 3.6).

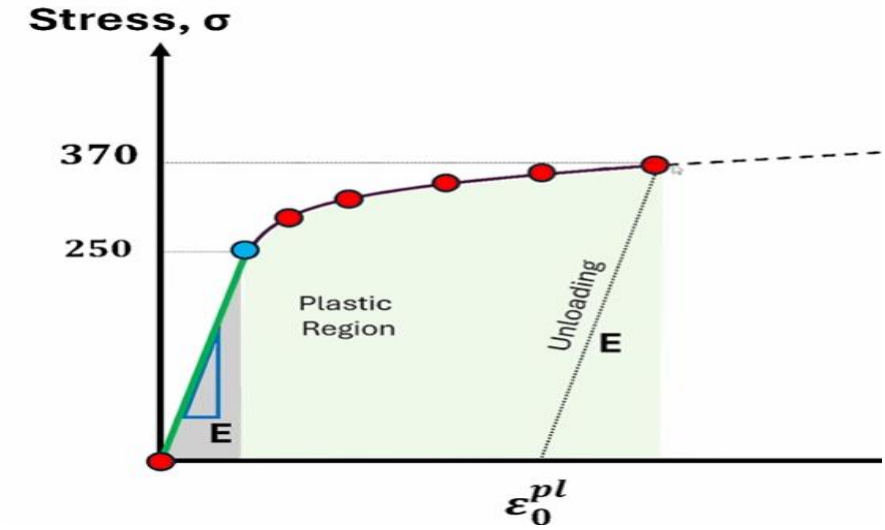


Figure 3.6 : Résistance à la traction et sa déformation plastique de ASTM E8.

Dans le module « Materials » → « Ductile Damage » d'Abaqus/CAE, trois paramètres essentiels sont requis pour modéliser la phase de localisation de la déformation : la triaxialité, la déformation plastique à la rupture et la vitesse de déformation. La déformation plastique à la rupture est déterminée expérimentalement et fixée à $\varepsilon_f^{pl} = 0.35$. Cette valeur correspond à la fin de la phase de déformation homogène du matériau. La Figure 3.7 illustre la courbe de traction complète, mettant en évidence les points ε_0^{pl} (début de l'endommagement) et ε_f^{pl} (rupture). La vitesse de déformation est supposée nulle, le matériau étant considéré comme insensible à ce paramètre dans le cadre de cette simulation.

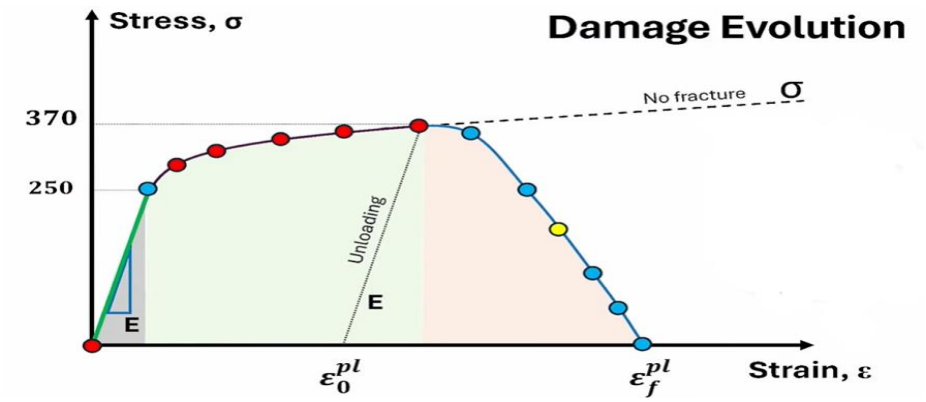


Figure 3.7 : courbe de traction complète.

La triaxialité des contraintes η est définie comme le rapport entre la contrainte hydrostatique σ_m et la contrainte équivalente de von Mises σ_{eq}:

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$$

La contrainte hydrostatique est donnée par :

$$\sigma_m = \frac{1}{3} tr(\sigma) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Dans le cas d'un état de contrainte uniaxiale (traction simple), on a :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0$$

D'où: $\sigma_m = \frac{1}{3}\sigma_1$

La contrainte équivalente de von mises est définie par :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

Sous contrainte uniaxiale, cette expression se simplifie en :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{2(\sigma_1)^2}{2}} = \sigma_1$$

Ainsi, la triaxialité devient : $\eta = \frac{\frac{1}{3}\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{1}{3}$

Donc pour notre simulation, figure 3.8, on prend $\eta = 0.33$, $\varepsilon_f^{pl} = 0.35$, vitesse de déformation = 0.

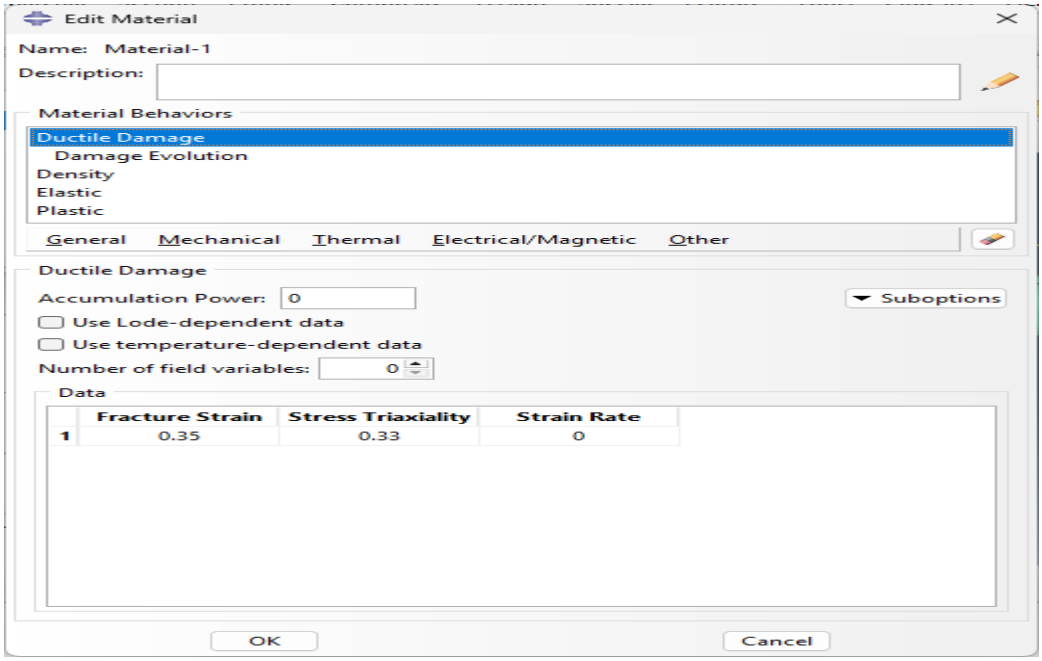


Figure 3.8 : fenêtre de dialogue « Edit Material » pour la définition de la déformation à la rupture, triaxialité et vitesse de déformation.

Dans ABAQUS/CAE, le déplacement à la rupture u_f défini à partir de la relation suivante :

$$u_f = L_c \varepsilon_f^{pl}$$

Tels que :

ε_f^{pl} : La déformation à la rupture.

L_c : La longueur caractéristique (mm).

La relation de la longueur caractéristique est :

$$L_c = \sqrt[3]{V_e} = \sqrt[3]{LWH}$$

Tels que les dimensions d'un élément du maillage de la longueur utile, figure 3.9 :

V_e : Volume de l'élément (mm^3).

L : la longueur d'un élément (mm).

W : l'épaisseur d'un élément (mm).

H : la hauteur d'un élément (mm).

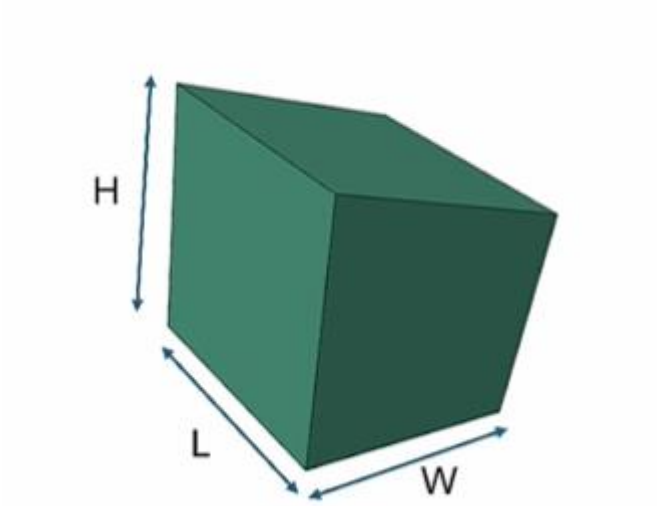


Figure 3.9 : Dimensions d'un élément fini

A partir de ABAQUS/CAE les dimensions de l'élément sont :

- L = 1.25 mm
- W = 1.255 mm
- H =1.225 mm

À partir de ces données le déplacement à la rupture est calculé :

- $V_e = 1.922\ mm^3$
- $L_c = 1.243\ mm$
- $U_f = 0.44$ (fig 3.10)

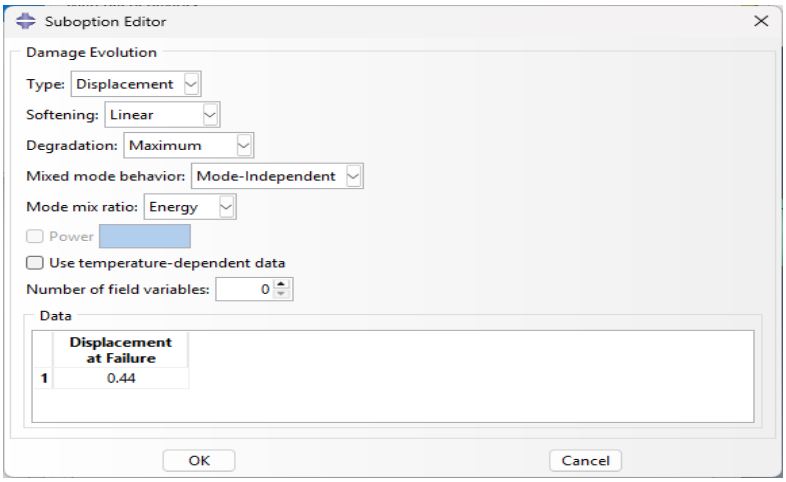


Figure 3.10 : fenêtre de dialogue «Suboption Editor»

3.3.1.3 Création de la section:

Une fois que les propriétés du matériau affectée, une section est créé et assignée à l'éprouvette, pour ce spécimen la catégorie "solid" et le type "homogenous" seront choisis.

3.3.1.4 Module “Part”:

Des “sets” seront créés afin de les assigner à des parties de l’éprouvette. Un “set” nommé “bottom grip” sera créé il s’apparentera à la partie de l’éprouvette fixée, figure 3.11.

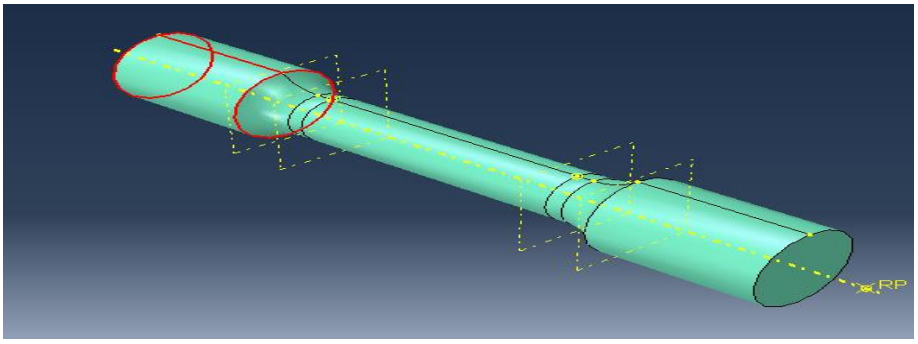


Figure 3.11 : Affiliation de «bottomGrip»

Ensuite un “set” nommé “top grip” pour la partie de l’éprouvette sur laquelle la charge sera appliquée, figure 3.12.

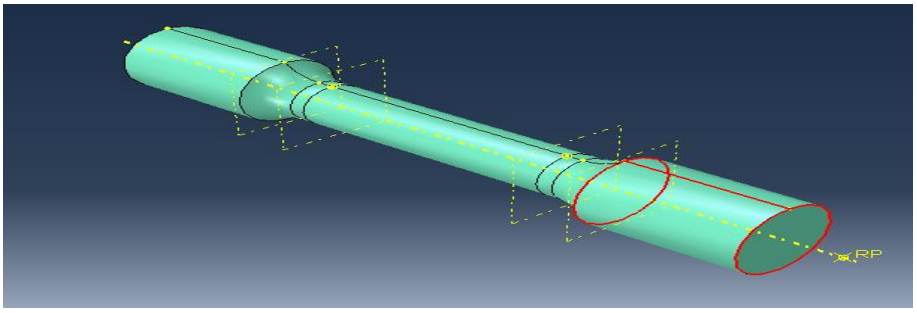


Figure 3.12 : Affiliation de «topGrip»

Un “set” nommé “guage section” sera créé et affilier à la zone où l’endommagement aura lieu, figure 3.13.

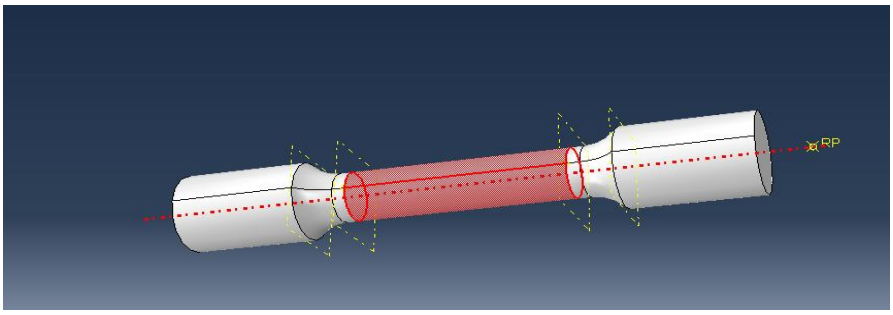


Figure 3.13 : Affiliation de «guagesection»

Un autre set “ RefPtSet ” sera créé et sera assigner au point de référence « RP » , figure 3.14.

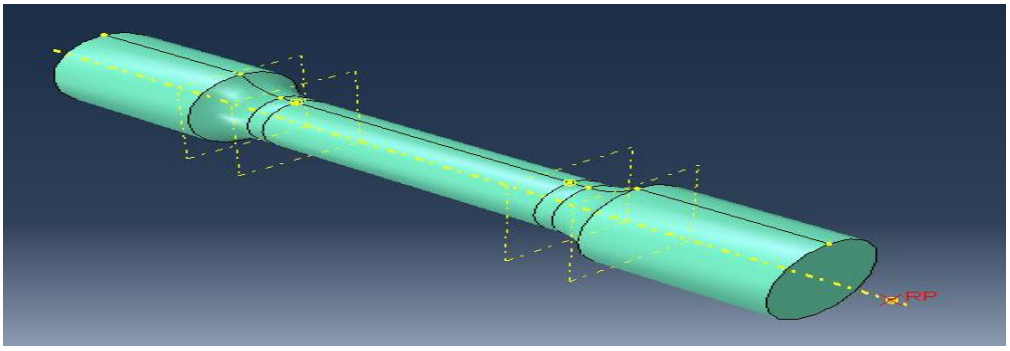


Figure 3.14 : Localisation de «RefPtSet»

3.3.1.5 Module “step” :

Dans cette étape, un step nommé "loading step" est créé dans le module « Step » d’ABAQUS/CAE. Le type de procédure sélectionné est « Dynamic, Explicit », adapté aux simulations impliquant des phénomènes non linéaires tels que l’endommagement et la rupture (voir Figure 3.15).

Dans le menu « Field Output Request », le paramètre « STATUS » est activé. Ce paramètre permet de suivre l’état des éléments au cours de la simulation et de supprimer automatiquement ceux dont la variable d’endommagement atteint une valeur proche ou égale à 1, ce qui correspond à une rupture complète de l’élément.

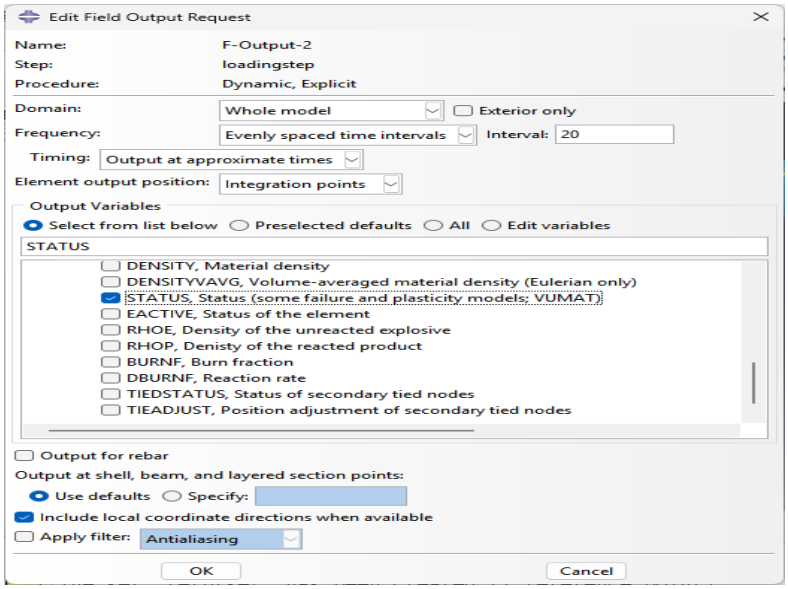


Figure 3.15 : Boite de dialogue «Edit Field Output Request»

Ensuite, dans le module « Constraint », l’option « Coupling » est utilisée pour établir un lien entre la région top grip et le point de référence (RefPtSet). Ce couplage permet de transférer les déplacements et rotations appliqués au point de référence à l’ensemble de la région associée. Ainsi, toute charge ou condition imposée au point de référence est uniformément transmise à la zone supérieure de l’éprouvette (Figure 3.16).

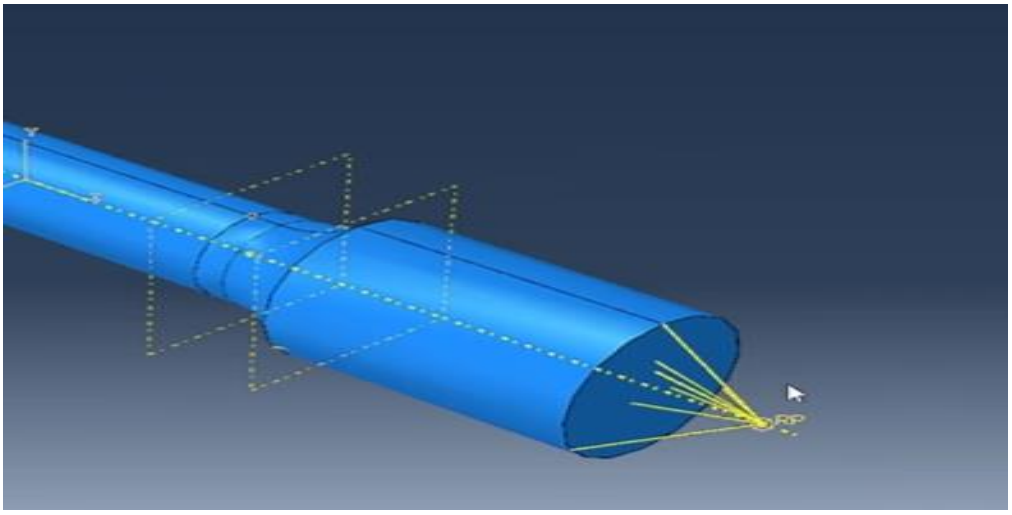


Figure 3.16 : Couplage de «RefPtSet» et «topGrip».

3.3.1.6 Les conditions aux limites :

Une première condition aux limites, nommée "FixedBase", est définie dans le module « Load ». Elle est appliquée au « step initial » et utilise le type « Displacement/Rotation ». Cette condition est assignée à la région « bottomGrip », représentant la base de l'éprouvette. Tous les degrés de liberté (translations et rotations) y sont bloqués, assurant ainsi un ancrage complet de cette extrémité pendant toute la simulation (Figure 3.17).

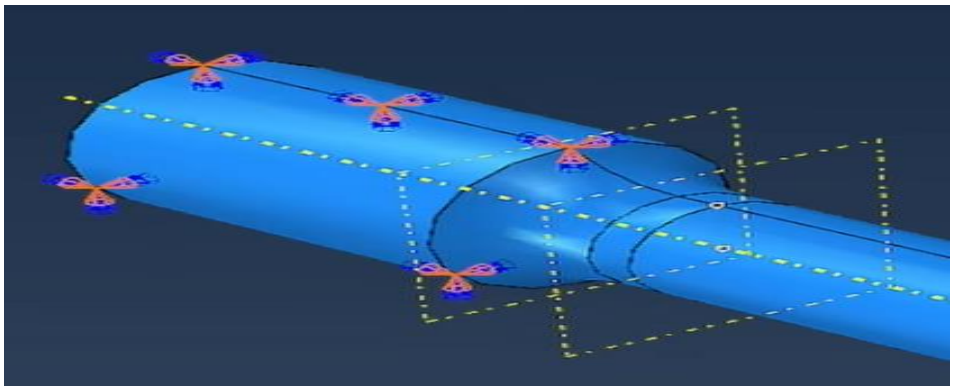


Figure 3.17 : Illustration des fixations dans «bottomGrip».

Une seconde condition aux limites, intitulée "DisplacementTension", est définie dans le step "loading step". Elle utilise également le type « Displacement/Rotation », comme la condition précédente. Cette condition est appliquée au point de référence associé à la région supérieure de l'éprouvette (top grip). Dans la fenêtre de configuration, les déplacements dans toutes les directions sont activés, mais seule la composante U1 (déplacement selon l'axe de traction) est spécifiée avec une valeur de 20 mm. Cette configuration permet de simuler l'application d'un déplacement contrôlé sur l'éprouvette (Figure 3.18).

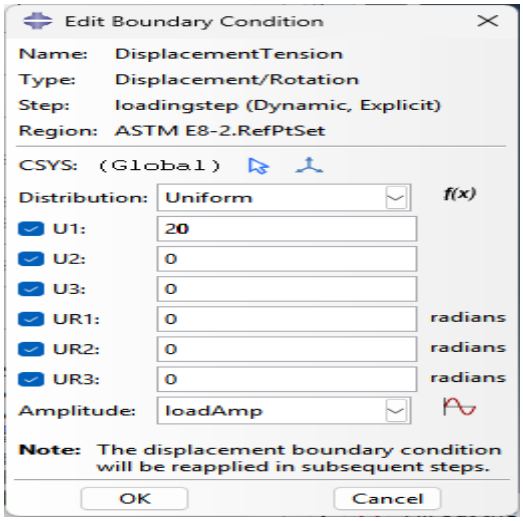


Figure 3.18 : Boite de dialogue «Edit Boundary Condition».

Après la définition des conditions aux limites, une amplitude est créée afin de contrôler l'évolution du déplacement appliqué au cours du temps. Le type "Tabular" est sélectionné dans le module correspondant. Cette option permet de définir manuellement une série de points représentant la variation du facteur d'échelle de la charge ou du déplacement en fonction du temps. Le tableau est rempli avec les paires de valeurs suivantes, tableau 3.3 :

Temps	Fréquence
0	0
0.1	0.1
0.2	0.2
0.3	0.3
0.4	0.4
0.5	0.5
0.6	0.6
0.7	0.7
0.8	0.8
0.9	0.9
1	1

Tableau 3.3 Amplitude du chargement appliqué

Dans le module History Output Requests, un historique nommé "GSHO" est créé pour suivre l'évolution des grandeurs mécaniques dans la zone d'endommagement. Le set sélectionné est "guagesection", correspondant à la région centrale de l'éprouvette où la déformation est localisée. Les variables « S11 » (contrainte normale dans la direction 1) et « E11 » (déformation normale dans la direction 1) sont spécifiées afin de permettre l'analyse du comportement mécanique dans l'axe de traction (Figure 3.19).

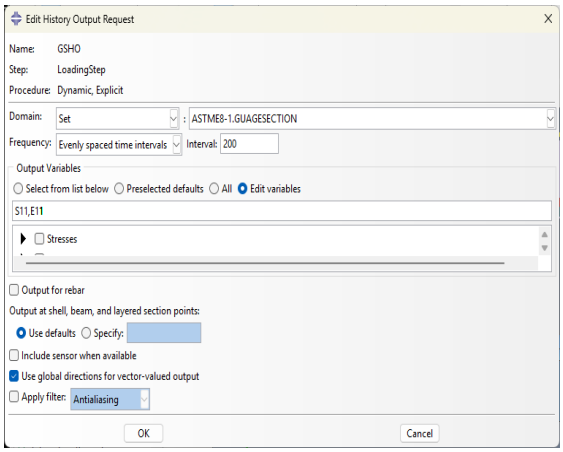


Figure 3.19 : Boite de dialogue «Edit History Output Request».

3.3.1.7 Modules “job” et “vizualisation”:

Un job est créé dans le module « Job ». Ce job est ensuite soumis à l’exécution via l’option « Submit ». Une fois la simulation terminée, les résultats sont consultés dans le module « Visualization », en cliquant sur « Results ». Ce module permet d’analyser les champs de contraintes, de déformations, ainsi que l’évolution de l’endommagement dans l’éprouvette (Figure 3.20).

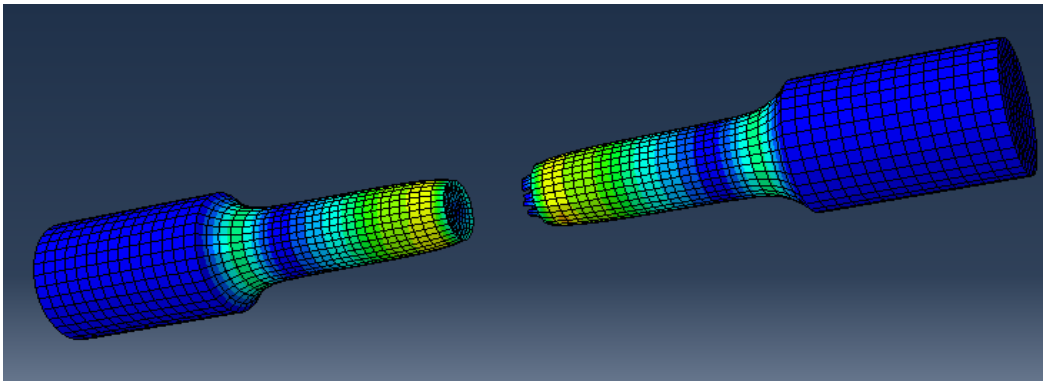


Figure 3.20 : Modélisation de la rupture de l’éprouvette.

3.4 Analyse de la courbe contrainte-déformation:

Dans le module « Visualization », une analyse post-traitement est effectuée sur la zone "guagesection" afin d’obtenir la courbe contrainte–déformation représentative du comportement mécanique local de l’éprouvette.

La première étape consiste à extraire les données de déformation. Pour cela, dans « ODB History Output », toutes les déformations des nœuds appartenant à la zone "guagesection" sont sélectionnées. Ces données sont ensuite enregistrées via l'option « Save A »s, en choisissant « avg (XY, XY...) », ce qui permet de générer une courbe moyenne de la déformation en fonction du temps (Figure 3.21).

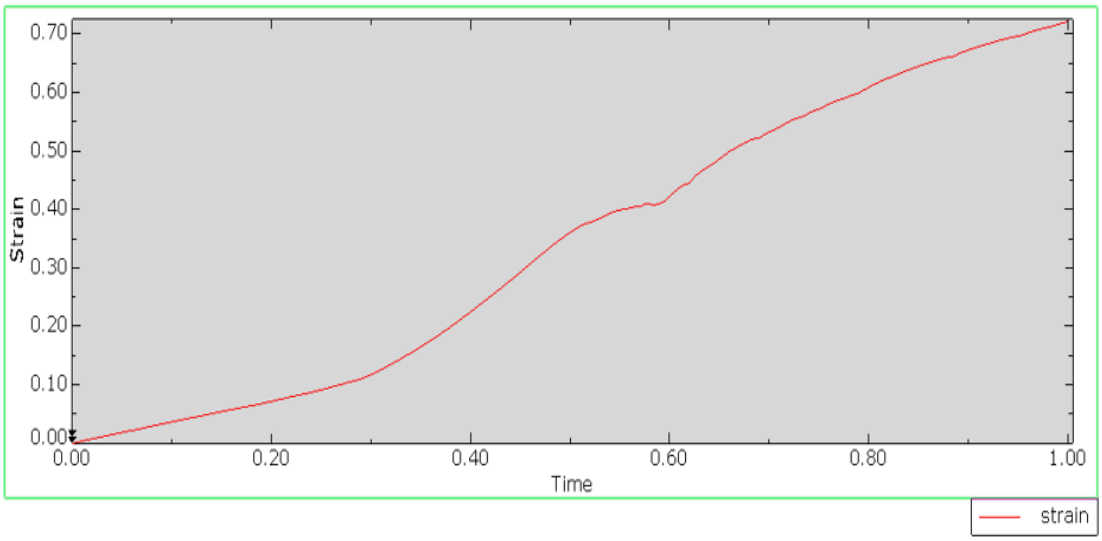


Figure 3.21 : Courbe de la déformation en fonction du temps.

Les mêmes étapes seront suivis avec les contraintes des nœuds de la "guage section" pour obtenir la courbes de l'évolution de la contrainte par rapport au temps dans la zone (Figure 3.22).

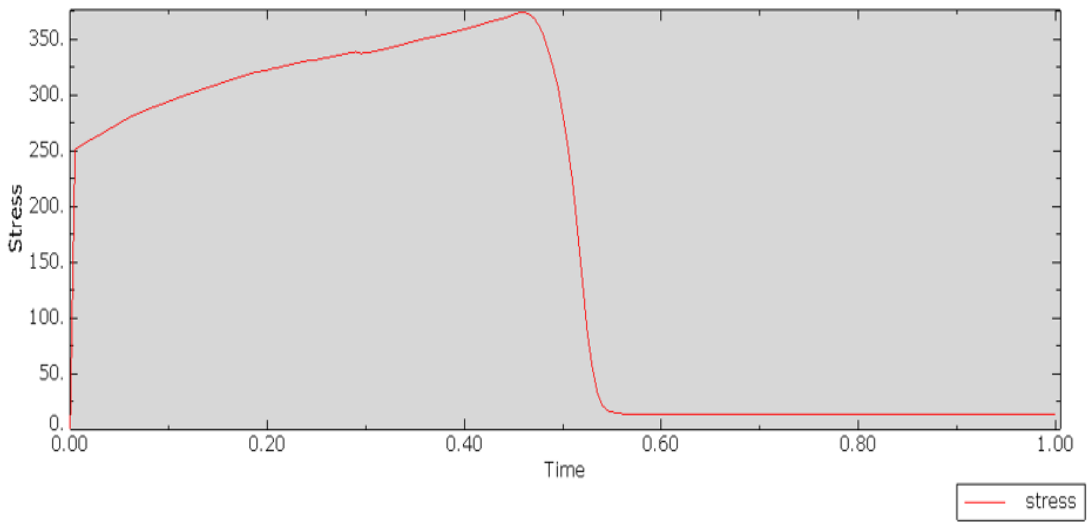


Figure 3.23 : Courbe de la contrainte en fonction du temps.

Une fois les courbes déformation–temps et contrainte–temps obtenues, elles sont combinées dans le module « Operate on XY Data ». L'option « Combine » est sélectionnée, puis les deux

courbes sont associées : la courbe de déformation est choisie comme abscisse (X) et celle de contrainte comme ordonnée (Y). Cette opération permet de générer la courbe contrainte–déformation, représentative du comportement mécanique de la zone "guagesection" (Figure 3.23).

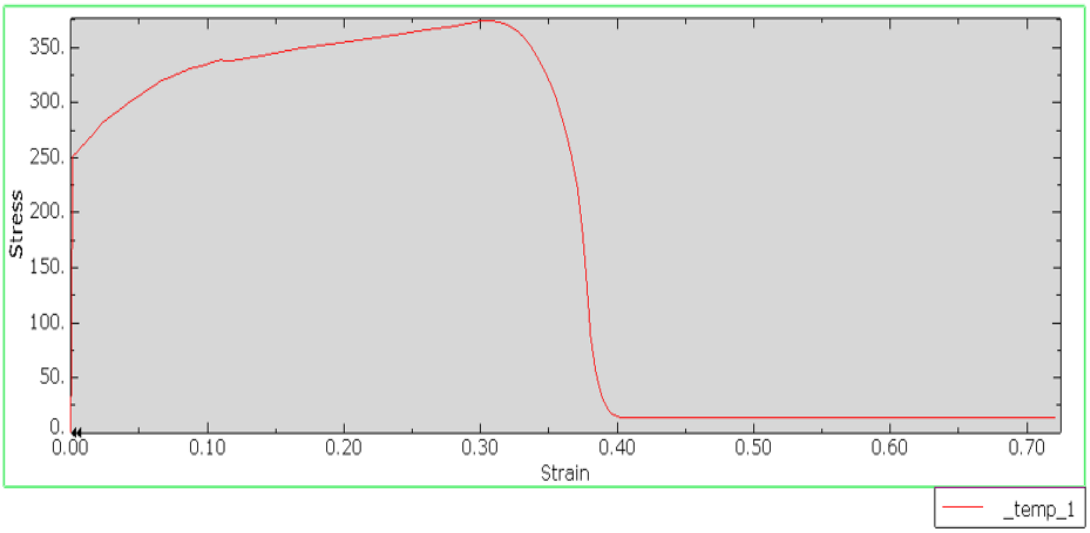


Figure 3.23 : Courbe de la contrainte en fonction de la déformation.

– **Zone élastique :**

Cette zone présente une évolution linéaire du comportement mécanique, caractérisée par une pente correspondant au module d'élasticité de 210000 MPa. La limite d'élasticité est atteinte à une contrainte d'environ 250 MPa, ce qui marque la fin du comportement purement élastique.

– **Zone plastique :**

Dans cette phase, le matériau présente un écrouissage marqué, caractérisé par une augmentation progressive de la contrainte avec la déformation. Ce comportement résulte de la réorganisation des dislocations dans la structure cristalline, ce qui renforce la résistance du matériau à la déformation. Jusqu'à la résistance ultime à la traction (UTS), atteinte à 374,28 MPa, la déformation reste homogène sur toute la longueur utile de l'éprouvette. À partir de ce point, la contrainte commence à diminuer malgré la poursuite de la déformation plastique. Cette baisse est due à la localisation de la déformation dans une zone restreinte, phénomène connu sous le nom d'étranglement (necking). Celui-ci entraîne une réduction progressive de la section efficace, limitant la capacité du matériau à supporter davantage de charge. Ainsi, la zone plastique se prolonge au-delà de l'UTS, mais elle devient non homogène, marquant la transition vers la phase d'endommagement.

– **Zone d'endommagement :**

Cette zone marque la phase de localisation de l'endommagement, caractérisée par l'amorçage et l'évolution de l'étranglement (necking). Après avoir atteint l'UTS à une déformation d'environ 0,3, la contrainte diminue progressivement jusqu'à s'annuler pratiquement au environ d'une déformation de 0.4. Cette diminution reflète un amincissement local de

l'éprouvette, où la déformation se concentre dans une zone spécifique, réduisant la section transversale effective. Ce phénomène caractérise un comportement ductile du matériau, où la localisation des déformations est initiée lorsque la capacité d'écrouissage du matériau ne compense plus la réduction de section.

Dans cette zone, l'évolution de l'endommagement joue un rôle central, le paramètre de dommage (D), qui passe de 0 à l'UTS à 1 à la rupture, illustre une dégradation progressive de la raideur effective, comme en témoignent les chemins de déchargement de la courbe théorique $\sigma = (1 - D)\sigma_{eff}$ (voir figure 1.16).

La triaxialité, initialement fixée à 0,33 pour une traction uniaxiale, augmente dans la zone d'étranglement, accélérant la formation de vides et de microfissures, ce qui contribue à la diminution de la contrainte observée.

3.5 Calcul de la variable d'endommagement :

La variable d'endommagement D est calculée à partir de la relation suivante, dérivée du modèle de dégradation de la contrainte effective :

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma}{1-D}.$$

Au début de l'endommagement, on a : $\sigma_{eff} = \sigma_{uts}$ avec σ_{uts} étant la résistance à la traction, d'où :

$$D = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{uts}}.$$

Cela donnera dans le cas de notre éprouvette :

$$D = 1 - \frac{\sigma}{374.28}.$$

3.6 Calcul de l'énergie de rupture :

L'énergie spécifique absorbée par le matériau avant rupture est déterminée à partir de la relation suivante :

$$W = \int_0^{\varepsilon_r} \sigma \, d\varepsilon$$

Cette expression représente l'aire sous la courbe contrainte-déformation obtenue lors de l'essai de traction. le logiciel MATLAB a été utilisé pour effectuer une intégration numérique et le résultat obtenu est :

$$W = 127{,}029 \ \frac{mJ}{mm^3}$$

L'énergie totale absorbée par l'éprouvette au cours de la simulation est ensuite calculée à l'aide de la relation suivante :

$$E_{tot} = W \cdot V$$

où V est le volume de l'éprouvette, défini par :

$$V = \pi r^2 L$$

avec un rayon r = 6,25 mm et une longueur L = 50 mm et en substituant les valeurs numériques, on obtient :

$$E_{tot} = 127.029 \cdot \pi \cdot 6.25^2 \cdot 50$$

$$E_{tot} = 779440.18\, mJ = 779.40\, J \approx 780\, J$$

L'énergie totale absorbée est d'environ 780 J. Cette valeur relativement élevée témoigne de la grande ténacité du matériau, c'est-à-dire de sa capacité à absorber une quantité significative d'énergie avant de se rompre, ce qui est une caractéristique essentielle pour les applications nécessitant une bonne résistance à la rupture.

3.7 Conclusion :

Ce chapitre a permis de confronter les notions théoriques abordées précédemment à une application pratique à travers la simulation d'un essai de traction sur un matériau ductile. L'utilisation du logiciel Abaqus/CAE a facilité la modélisation du comportement mécanique du matériau, tandis que l'analyse de la courbe contrainte-déformation a permis de mieux comprendre les différentes phases de la déformation jusqu'à la rupture. Enfin, le calcul de l'énergie absorbée a confirmé la ténacité du matériau, validant ainsi les résultats théoriques par la simulation numérique.

Conclusion Générale

Ce travail a permis de développer et de valider une méthodologie de simulation numérique basée sur la méthode des éléments finis, mise en œuvre via le logiciel ABAQUS/CAE, pour l'étude approfondie des mécanismes d'endommagement ductile d'une éprouvette soumise à un essai de traction conforme à la norme ASTM E8. La revue bibliographique a souligné l'importance des critères de dommage et du rôle de la triaxialité dans les processus de nucléation, de croissance et de coalescence des cavités, justifiant ainsi l'intégration de plusieurs variables d'endommagement dans le modèle. L'analyse des courbes contrainte–déformation a permis d'identifier distinctement les phases élastique, plastique et de localisation, tout en quantifiant l'énergie dissipée et l'évolution de la variable d'endommagement D.

Enfin, cette étude ouvre des perspectives intéressantes pour l'extension de la démarche à d'autres matériaux ductiles et à des sollicitations multiaxiales, offrant ainsi un cadre robuste pour la conception et l'évaluation de la sécurité des structures industrielles.

Références Bibliographiques

[1]. BRITANNICA. Mechanics of Solids.History.Continuum Plasticity theory. www.britannica.com/science/mechanics-of-solids/Continuum-plasticity-theory.

[2]. GHARBI Brahim. Essai de Traction. UNIVERSITE DE BATNA2. FACULTE DE TECHNOLOGIE.

[3]. TAAMALLAH Ouahiba. Effet des traitements mécaniques de surface (TMS) sur l'écrouissage et la ténacité d'un acier. UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA. DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE.

[4]. Antar BERBITI. Durcissement d' écrouissage et par affinement des grain. UNIVERSITE BADJI MOKJTAR – ANNABA. DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE.

[5]. GUERGUAH Cherif. Contribution à la modélisation des matériaux visqueux. UNIVERSITE DE GUELMA.DEPARTEMENT GENIE CIVIL.

[6]. Bertrand LANGRAND. Matériaux et lois de comportement dynamiques. ONER.

[7]. ZAGANE Mohamed el salah. Mécanique de la rupture et endommagement. UNIVERSITE TIARET. DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE.

[8]. BEN KECHROUD BASMA. Etude comparative de quatre aciers pour pipeline pour Sonatrach réalisés à la TSS Arcelor Mittal-Annaba selon les paramètres physico chimique et choix de l'acier X52. UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA. DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE.

[9]. Dr. BABA AHMED Fatima Zohra. Théorie de la plasticité. USTO. DEPARTEMENT GENIE CIVIL 20/21.

[10]. Advances in structural Adhesive bonding. DAVID A.DILLARD.

[11]. Abdelghani SEGHIR. Cours sur la MEF. UNIVERSITE DE BEJAIA. DEPARTEMENT GENIE CIVIL.

[12]. SAYAD Youcef. Modélisation de plaques de formes géométriques irrégulières par MEF. UNIVERSITE DE BISKRA. DEPARTEMENT GENIE CIVIL.

[13]. LAHOUEL Bahieddine. Elements finis de barres et de poutres. UNIVERSITE BATNA 2. DEPARTEMENT GENIE CIVIL.

[14]. Michel MAYA. Mécanique des solides déformables.2-Déformations . École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Campus de CLUNY.

[15]. CH.SEKHAR.FEM UNIT1.NARASARAOPTA ENGINEERING COLLEGE.

[16]. Get started with ABAQUS Version 6.8.